

Livro de Atas do ELEM 2019

**Encontro de Investigação em Educação
Matemática**

Conexões matemáticas

Editores:

Nélia Amado, Ana Paula Canavarro, Susana Carreira,
Rosa Tomás Ferreira, Isabel Vale

Local:

Escola Profissional Cândido Guerreiro, Alte, Loulé.

Título:

Livro de Atas do EIEM 2019, Encontro de Investigação em Educação Matemática

ISSN: 2182-0023

Editores: Nélia Amado, Ana Paula Canavarro, Susana Carreira, Rosa Tomás Ferreira, Isabel Vale

Corpo de revisores:

Alessandro Ribeiro, Ana Henriques, Ana Isabel Nunes, Ana Isabel Silvestre, Ana Margarida Baiôa, Ana Paula Jahn, Angélica Martínez Zarzuelo, António Aroeira, António Borralho, António Domingos, António Guerreiro, Beatriz Alves, Cecília Costa, Célia Mestre, Cília Silva, Christiane Souza, Cristina Loureiro, Cristina Martins, Elsa Fernandes, Elvira Santos, Ema Mamede, Fernando Martins, Floriano Viseu, Hélder Martins, Helena Gil, Helena Martinho, Helena Rocha, Hélia Jacinto, Hélia Oliveira, Isabel Cabrita, Isabel Vale, Isabel Velez, Joana Conceição, Júlio Paiva, Leonor Santos, Lilian Barboza, Lina Brunheira, Lina Fonseca, Lurdes Serrazina, Manuel Saraiva, Manuel Vara Pires, Manuela Subtil, Marcelo Dias, Márcia Aguiar, Margarida Rodrigues, María José Madrid Martín, Mónica Valadão, Neusa Branco, Paula Barros, Paula Teixeira, Renata Carvalho, Rosa Tomás Ferreira, Sandra Nobre, Susana Carreira, Teresa Neto, Teresa Pimentel, William Vieira.

Edição:

Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática (SPIEM)

Equipa de Edição:

Beatriz Alves, Susana Luís, Daniela Caldeira, Madalena Santos

Apoios:



Design de tarefas para a exploração de conexões matemáticas com a arquitetura: descreve & imagina	139
Beatriz Alves e Ana Paula Canavarro	
PÓSTER GD1	157
Integrando o património local em tarefas matemáticas no 1º ciclo do ensino básico: uma experiência em contexto não formal	159
Fátima Fernandes e Isabel Vale	
Conexões na aprendizagem da Matemática numa abordagem à economia circular	163
Sandra Nobre	
Análise aos testes de acesso aos cursos de licenciatura em ensino de matemática em angola à luz das conexões matemáticas	167
Jorge Dias Veloso	
O que nos dizem os números da rua? Resolvendo problemas em contexto com as crianças	171
Madalena Santos	
Como são os muros das casas? Desenvolvendo o pensamento algébrico em contexto das crianças	175
Daniela Caldeira	
As conexões matemáticas estabelecidas no projeto de captação de água de chuva	179
Cília Cardoso Rodrigues da Silva, Fábio Ultra, Camila Vitória e Lana Santos	
A fotografia na aula de matemática: uma experiência promotora de conexões	183
Isabel Vale e Ana Barbosa	
GRUPO DE DISCUSSÃO 2 - TAREFAS E RECURSOS PARA A PROMOÇÃO DE CONEXÕES MATEMÁTICAS	187
Tarefas e recursos para a promoção de conexões matemáticas	189
Hélia Jacinto e Manuel Vara Pires	
COMUNICAÇÕES GD2	197
A mediação semiótica com a calculadora gráfica na articulação dos domínios de geometria e funções	199
Manuela Subtil e António Domingos	

GRUPO DE DISCUSSÃO 2**TAREFAS E RECURSOS PARA A PROMOÇÃO DE CONEXÕES
MATEMÁTICAS**

Hélia Jacinto

Instituto de Educação, Universidade de Lisboa

hjacinto@ie.ulisboa.pt

Manuel Vara Pires

Centro de Investigação em Educação Básica, Instituto Politécnico de Bragança

mvp@ipb.pt

O estabelecimento de conexões entre ideias matemáticas permite, simultaneamente, romper com a perspetiva de que a matemática pode ser vista como um conjunto de temas soltos e desarticulados entre si, e aprofundar a compreensão de conceitos e de procedimentos matemáticos. O mesmo se aplica ao estabelecimento de conexões entre ideias matemáticas e ideias associadas a outros saberes.

Em boa verdade, a importância das conexões na aprendizagem, com compreensão, da matemática é amplamente reconhecida há largos anos embora, durante muito tempo, tenha sido mais comum falar-se de *aplicações da matemática* noutras áreas ou em *modelação matemática* (Canavarro, 2017). Está também documentado como o desenvolvimento de práticas de interdisciplinaridade traz vantagens à compreensão de conteúdos matemáticos pelo facto de estes serem analisados sob diferentes perspetivas (Williams, Roth, Swanson, Doig, Groves, Omuvwie, Ferri, & Mousoulides, 2016).

Possuir um conhecimento profundo da matemática envolve o ser-se capaz de estabelecer conexões entre diferentes ideias matemáticas, produzir e lidar com diferentes representações de ideias matemáticas, e raciocinar com diferentes ideias matemáticas (Barmby, Harries, Higgins, & Suggate, 2009). Portanto, estabelecer conexões entre conceitos matemáticos, as suas propriedades e formas de representação são uma parte fundamental à compreensão matemática (Leikin & Levav-Waynberg, 2007) pelo que, de um modo geral, se pode dizer que a construção de novo conhecimento matemático implica tanto o estabelecimento de novas conexões como a consolidação das já existentes (Noss & Hoyles, 1996).

Businskas (2008) discute o conceito de conexão matemática a partir de três posicionamentos. Considera, a autora, que uma conexão pode ser: i) um *atributo* da matemática, ii) uma *construção* do aluno, ou iii) o *processo* de fazer associações (incorporado, necessariamente, na atividade matemática). Ora, a primeira perspetiva leva a considerar que as conexões existem de forma independente de quem as percebe ou estabelece, o que vai ao encontro do que é mais usual encontrar-se na literatura, como é o caso de entender as conexões como relações entre conceitos matemáticos ou entre representações de um mesmo conceito. Ao invés, o último posicionamento, que encara as conexões como processos mentais dos alunos, leva a considerá-las como “artefactos do

próprio processo de aprendizagem” (Businskaskas, 2008, p. 12), ideia que é partilhada por outros investigadores. Por exemplo, Boaler (2002) refere que “o ato de observar relações e estabelecer conexões, seja entre diferentes representações funcionais ou áreas matemáticas, é um aspeto essencial do trabalho matemático, por si só, e não deve ser pensado apenas como uma via para outro conhecimento (p. 11, sublinhado nosso).

Reconhecendo que todas estas aceções são viáveis, Businskaskas (2008) argumenta que uma conexão é antes “um ‘produto’ – um objeto mental que pode ser recordado e discutido” (p. 17), que mais tarde podemos recuperar da nossa memória e sobre o qual conseguimos discorrer. Fazer conexões é, assim, “um processo cognitivo que envolve reconhecer ou estabelecer ligações entre ideias matemáticas” (p. 19) de tal forma que se pensássemos num determinado conceito seria possível fazer um mapeamento de todos os pares de relações existentes entre esse e outras ideias matemáticas, resultando como que uma teia que explicitaria todas as relações identificadas. Businskaskas (2008) sugere que esta “teia de relações”, metáfora bastante simples mas útil, pode então constituir-se como uma referência para o ensino e a aprendizagem da matemática.

Nesta linha, apresentar a matemática como um todo articulado e também relacionado com outras áreas exige que o professor considere as conexões existentes no seio desta disciplina e, de forma consciente e intencional, as faça emergir na atividade de sala de aula.

Contudo, nem todas as abordagens servem o propósito de evidenciar ou levar a descobrir conexões matemáticas. Canavarro (2017) alerta, em jeito de crítica, para as tarefas que permitem conhecer “relações mais ou menos engraçadas, mais ou menos insuspeitadas” (p. 38) mas que não vão além da curiosidade, e contrapõe que “[o] grande propósito das conexões é que ampliem a compreensão das ideias e dos conceitos que nelas estão envolvidos e, consequentemente, permitam aos alunos dar sentido à matemática e entender esta disciplina como coerente, articulada e poderosa”.

Com efeito, grande parte deste poder advém do ser-se capaz de olhar os objetos matemáticos e operar sobre eles de diferentes perspetivas (NCTM, 2007). E são vários os estudos e os investigadores que sugerem que as dificuldades sentidas pelos alunos na aprendizagem, com compreensão, da matemática podem ser supridas pelo estabelecimento de conexões adequadas entre a experiência matemática informal e intuitiva que transportam para a sala de aula e a matemática formal e abstrata que se espera que aprendam (Bonotto, 2009; Clements & Sarama, 2007; Hiebert, 1984; Noss, Healy & Hoyles, 1997; Perry & Docket, 2008).

É comum encontrar na literatura uma organização das conexões em dois grandes tipos, essenciais ao desenvolvimento de conhecimento matemático: as *conexões intramatemáticas*, que permitem relacionar conhecimento anterior com o novo e são indispensáveis para a compreensão de conceitos, representações e correspondentes relações; e as *conexões extramatemáticas*, que relacionam a matemática com a realidade exterior, derivando de contextos e situações que podem incluir o mundo real, e que são importantes, por exemplo, para aplicar conhecimentos e procedimentos matemáticos na resolução de problemas ou na modelação matemática (Blum, Galbraith, Henn, & Niss, 2007; Noss, Healy & Hoyles, 1997; Ponte, 2010).

Naturalmente, as tarefas propostas e os recursos que as subsidiam assumem um papel de relevo quando o professor procura fazer emergir pontes e relações entre conceitos, entre procedimentos, entre representações. É, pois, desejável que os alunos contactem com tarefas significativas e desafiantes e com recursos apropriados e oportunos que lhes

permitam reconhecer e utilizar conexões entre ideias matemáticas, compreender as formas pelas quais estas se relacionam entre si e se constroem umas a partir das outras e, ainda, reconhecer e aplicar conceitos ou procedimentos noutros contextos.

Desta breve revisão da literatura, sobressaem algumas pistas. Se a experiência informal e intuitiva dos alunos deve ser tida em conta, então as tarefas devem “relacionar-se proximamente com o conhecimento, capacidades e interesses dos alunos para serem compreendidas, mas serem suficientemente diferentes para ampliar o seu pensamento” (Serrazina & Cabrita, 2016). Por outro lado, considerando que as tarefas podem ser mais ou menos desafiantes e mais ou menos abertas (Ponte, 2005), é importante ter presente que um nível de exigência cognitiva elevado surge associado a tarefas que não só levam os alunos a pensar conceptualmente, como oferecem oportunidades para o estabelecimento de conexões com outros significados matemáticos (Stein & Smith, 1998).

Leikin e Levav-Waynberg (2007) propuseram um tipo de tarefas especificamente concebidas para promover o estabelecimento de conexões, que designaram por “tarefas de conexões com múltiplas soluções”. Segundo as autoras, estas tarefas podem incluir conteúdos de diferentes tópicos matemáticos ou abordar diferentes conceitos dentro de um mesmo tópico, o que faz com que possam ser resolvidas de várias formas. As tarefas de conexões aplicadas no seu estudo visavam o estabelecimento de conexões baseadas nas diferenças ou semelhanças entre várias representações do mesmo conceito, conexões entre diferentes conceitos e procedimentos matemáticos e, ainda, conexões entre diferentes ramos da matemática. Também Garofalo e Trinter (2012) sublinharam a importância de selecionar ou conceber tarefas que desafiem os alunos a pensar flexivelmente sobre conceitos e procedimentos matemáticos, encorajando-os a resolvê-las de múltiplas formas.

A título de exemplo, a resolução de problemas pode espoletar a identificação ou o estabelecimento de conexões, especialmente quando se solicitam diferentes abordagens: resolver um problema de várias formas pode impelir a comparação das várias estratégias desenvolvidas, alternar entre diferentes representações, relacionar diferentes conceitos e ideias que, por sua vez, levam à construção de conhecimento matemático (Silver, Ghouseini, Gosen, Charalambous, & Font Strawhun, 2005).

De um modo geral, os problemas, as explorações, as investigações ou as tarefas de modelação matemática encontram-se entre os tipos de tarefas que são propícias para desenvolver pensamento matemático e o estabelecimento de conexões matemáticas. Canavarro (2017) dá também especial ênfase às tarefas que visam explorar representações múltiplas e suas inter-relações, argumentando que os alunos aprofundam a sua compreensão de determinadas ideias matemáticas quando aprendem a representá-las, a discuti-las e a estabelecer conexões entre elas. Este aspeto das tarefas é particularmente importante na medida em que “representações distintas focam, geralmente, aspetos diferentes de relações ou conceitos complexos” (NCTM, 2007, p. 77).

O uso de tecnologias na aprendizagem da matemática e, em particular, na resolução de problemas, pode potenciar a identificação de relações que se tornam relevantes ou possibilitar a análise de determinadas situações sob pontos de vista que envolvem o uso de vários conceitos e recursos (Santos-Trigo, 2004). A tecnologia permite também observar, explorar e identificar conexões, formular conjecturas sobre eventuais conexões e proceder à sua verificação (Yao & Manouchehri, 2019). Está também documentado que a utilização de tecnologias digitais em tarefas de modelação matemática impele o

estabelecimento de múltiplas conexões matemáticas, contribuindo para a compreensão matemática (Pead, Ralph, & Muller, 2007).

As investigações discutidas neste grupo têm o seu foco na utilização de *tarefas significativas e recursos oportunos* para a promoção de conexões intramatemáticas e extramatemáticas. Em particular, abordam tarefas que potenciam o estabelecimento de relações entre tópicos de um mesmo tema, entre representações matemáticas, entre temas distintos, entre a matemática e outras áreas do saber, a aplicação de conceitos ou procedimentos em situações do mundo real, e também a utilização de uma diversidade de recursos nessa atividade, como materiais manipuláveis, a calculadora gráfica (com e sem Calculo Algébrico Simbólico), o computador com *software* de uso comum, ou ambientes de geometria dinâmica no telemóvel e no computador.

A primeira sessão de trabalho deste grupo de discussão debruça-se mais sobre o papel que as tecnologias digitais assumem no estabelecimento de conexões matemáticas, nomeadamente, a calculadora gráfica no suporte da transição entre diferentes representações de um mesmo conceito, e de um ambiente de geometria dinâmica que potencia interações com os alunos, explorando-se as conexões entre as intencionalidades incorporadas no *software* e as intencionalidades dos alunos durante o seu uso. Esta sessão tem três contribuições: (1) Subtil e Domingos analisam os esquemas de uso e de ação instrumentada emergentes no trabalho de alunos do 7.º ano de escolaridade em torno de uma tarefa que envolve noções de Geometria e Funções, com a utilização da calculadora gráfica. Concluem que os alunos transitam facilmente entre as várias representações (geométrica, tabular, gráfica e algébrica), tendo sido imprescindível a ação de monitorização da professora durante a discussão coletiva. (2) Martins e Domingos discutem o processo de génese instrumental aquando da introdução de calculadoras gráficas com Calculo Algébrico Simbólico (CAS) na disciplina de Matemática A e analisam as conexões estabelecidas pelos alunos. Os autores concluem que a utilização da calculadora gráfica com CAS permite o estabelecimento de conexões entre diferentes tipos de representações nas tarefas propostas. (3) Paiva procura caracterizar as conexões entre alunos e um Ambiente de Geometria Dinâmica (AGD), num contexto de aprendizagem colaborativa, a partir de uma experiência de ensino com foco nos temas de Geometria do 7.º e do 8.º ano de escolaridade. O autor conclui que o *feedback* visual, que emerge da atividade de construção e de arrastamento de figuras no AGD, é percebido de forma diferente por diferentes alunos mas assume um papel preponderante na construção de significados matemáticos.

A segunda sessão de trabalho centra-se mais no papel que as tarefas matemáticas propostas aos alunos podem desempenhar no trabalho em torno das conexões intra ou extramatemáticas, especialmente na educação básica. Esta sessão tem quatro contribuições. (1) Nunes e Mamede estudam aspetos do pensamento espacial de crianças em contexto pré-escolar na concretização de tarefas (problemas e jogos) quando exploram a posição relativa no espaço recorrendo a conexões extramatemáticas. A partir do desempenho das crianças, concluem que a dinamização de práticas focadas na posição relativa no espaço, em conexão com as expressões musical ou motora, as ajudam na construção das noções de “frente/atrás”, “ao lado” e “esquerda/direita”. (2) Conceição e Rodrigues analisam estratégias seguidas por alunos do 1.º ciclo do ensino básico na resolução da tarefa “Decompor sólidos” em que tinham de relacionar polígonos e poliedros, estabelecendo conexões entre conceitos de um mesmo tema matemático, nomeadamente, entre representações bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D). Globalmente, os alunos estabelecem conexões (de diferentes tipos) entre o espaço e o plano, reconhecendo polígonos em poliedros e utilizando, sobretudo, a sobreposição de

polígonos às faces dos poliedros para relacionar ambos. (3) Silvestre e Santos analisam o desenvolvimento do raciocínio proporcional de alunos do 2.º ciclo do ensino básico, num quadro de conexões da resolução de problemas com a realidade, discutindo processos matemáticos e dificuldades evidenciados no uso da razão unitária. Os alunos usam bem a razão unitária (representação decimal) para distinguir a relação de proporcionalidade direta de outra relação que não o é e para resolver um problema de valor omitido. No entanto, revelam compreender o seu significado no contexto do problema apenas quando a razão unitária é um número inteiro. (4) Caviedes, Gamboa e Badillo estudam as conexões matemáticas entre manifestações do mesmo conceito (área), estabelecidas por alunos espanhóis de 13-14 anos de idade, a partir da análise das justificações escritas e procedimentos seguidos na resolução de um conjunto de tarefas relacionadas com a medida da área. A maioria dos alunos evidencia uma fraca compreensão do conceito de área, associando-a a um número calculado através de fórmulas. As conexões estabelecidas entre manifestações da área são mínimas, revelando poucas estratégias para conectar procedimentos, representações, estratégias ou conceitos.

A terceira sessão de trabalho consolida as reflexões anteriores, incidindo na necessária articulação entre as tarefas matemáticas e os diferentes recursos usados na sua concretização, de modo a potenciar os diferentes tipos de conexões, tanto no âmbito dos temas matemáticos como na relação com situações não matemáticas. Esta sessão tem quatro contribuições. (1) Vieira, Guimarães, Imafuku e Pereira discutem resultados parciais de uma investigação sobre propriedades de quadriláteros com recurso ao GeoGebra para *smartphone* realizada com oito alunos brasileiros de 15-16 anos de idade. Numa tarefa, os alunos fizeram a construção de um trapézio no GeoGebra, usando os seus conhecimentos disponíveis, e depois escreveram uma definição. A análise das respostas revela que as definições apresentadas pelos alunos não são precisas em relação aos elementos relevantes de um trapézio e contêm propriedades alheias a essa definição. (2) Silva identifica manifestações de flexibilidade de cálculo mental a partir da análise das estratégias de cálculo mental usadas por alunos brasileiros do 4.º ano de escolaridade na resolução de tarefas de multiplicação e divisão. Num contexto de conexões entre conceitos matemáticos, verificaram-se manifestações de flexibilidade de cálculo mental, evidenciando-se o uso de decomposições decimais, factos numéricos conhecidos, a relação de dobro e o uso da operação inversa, reveladores de certo conhecimento numérico por parte dos alunos. (3) Amado, Carreira, Aroeira, Duarte, Pacheco, Morais, J. Freitas, Romano, M. Freitas, Valadão e Faria apresentam e discutem um estudo desenvolvido num contexto de formação de professores do ensino básico, em que os professores foram convidados a propor problemas de Fermi aos seus alunos. A análise das resoluções dos alunos sugere que este tipo de problemas, para além das suas características próprias, potenciam, nos alunos, o desenvolvimento da capacidade de formulação de problemas e promovem conexões entre a matemática e a realidade, bem como com outras áreas disciplinares. (4) Jacinto e Carreira discutem a resolução de problemas de matemática com tecnologia com foco no estabelecimento de conexões extramatemáticas entre conhecimentos matemáticos e tecnológicos, baseando-se na atividade desenvolvida por uma aluna do 3.º ciclo do ensino básico durante a resolução de um problema de covariação apresentado numa competição *online* de matemática. Concluem que os recursos disponíveis moldam o pensamento matemático da aluna durante a resolução de problemas e que o estabelecimento de conexões entre os dois tipos de conhecimento possibilitam uma matematização progressiva da situação.

Este conjunto de trabalhos reporta contributos relevantes no campo das conexões matemáticas. Todavia, a parca investigação que se tem debruçado concretamente sobre as tarefas ou os recursos adequados à promoção do desenvolvimento desta importante capacidade em sala de aula requer que se aprofundem algumas questões: Que tarefas são mais apropriadas a potenciar aprendizagens através do estabelecimento de conexões (intra- ou extra-) matemáticas? Que características devem ter tais tarefas? Como podem ser adaptadas de forma a manterem um nível cognitivo elevado mas permitirem que os alunos estabeleçam conexões, levando em conta os conhecimentos matemáticos prévios e as suas experiências informais? Que tipo de recursos manipuláveis ou tecnológicos podem apoiar estas tarefas? Qual o seu papel na atividade dos alunos em sala de aula? Que contributos ou desafios podem surgir com a utilização de ambientes tecnológicos dinâmicos na implementação de tarefas que promovam conexões matemáticas?

Referências

- Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2009). The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication. *Educational Studies in Mathematics*, 70(3), 217–24.
- Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, H.-W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. New York: Springer.
- Boaler, J. (2002). Exploring the nature of mathematical activity: Using theory, research and "working hypotheses" to broaden conceptions of mathematics knowing. *Educational Studies in Mathematics*, 51(1), 3–21.
- Bonotto, C. (2009). How informal out-of-school Mathematics can help students make sense of formal in-school Mathematics: The case of multiplying by decimal numbers. *Mathematical Thinking and Learning*, 7(4), 313-344
- Businskas, A. (2008). *Conversations about connections: How secondary mathematics teachers conceptualise and contend with mathematical connections*. Unpublished doctoral dissertation. Simon Fraser University, Burnaby, Canada.
- Canavarro, A. P. (2017). O que a investigação nos diz acerca da aprendizagem da Matemática com conexões – ideias da teoria ilustradas com exemplos. *Educação e Matemática*, 144-145, 38–42.
- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Early childhood mathematics learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 461–555). Charlotte, NC: Information Age.
- Garofalo, J., & Trinter, C. (2012). Tasks that make connections through representations. *The Mathematics Teacher*, 106, 302–306.
- Hiebert, J. (1984). Children's mathematics learning: The struggle to link form and understanding. *The Elementary School Journal*, 84(5), 497–513.
- Leikin, R., & Levav-Waynberg, A. (2007). Exploring mathematics teacher knowledge to explain the gap between theory-based recommendations and school practice in the use of connecting tasks. *Educational Studies in Mathematics*, 66(3), 349–371.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: APM.
- Noss, R., & Hoyles, C. (1996). *Windows on mathematical meaning: Learning cultures and computers*. Dordrecht, the Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

- Noss, R., Healy, L., & Hoyles, C. (1997). The construction of mathematical meanings: Connecting the visual with the symbolic. *Educational Studies in Mathematics*, 33(2), 203–233.
- Pead, D., Ralph, B., & Muller, E. (2007). Uses of technologies in learning mathematics through modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H.W. Henn, & M. Niss (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education* (pp. 309–318). New York: Springer.
- Perry, B., & Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. In L. D. English (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education* (pp. 75–108). New York, NY: Routledge.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11–34). Lisboa: APM.
- Ponte, J. P. (2010). Conexões no Programa de Matemática do Ensino Básico. *Educação e Matemática*, 110, 3–6.
- Santos-Trigo, M. (2004). The role of technology in students' conceptual constructions in a sample case of problem solving. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 26(2), 1–17.
- Serrazina, L., & Cabrita, I. (2012). Design de tarefas. In J. Brocardo, A. Boavida, C. Delgado, E. Santos, F. Mendes, J. Duarte, M. Baía, & M. Figueiredo (Coords.), *Livro de Atas do Encontro de Investigação em Educação Matemática (EIEM2014)* (pp. 59–62). Setúbal: Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Setúbal.
- Silver, E. A., Ghouseini, H., Gosen, D., Charalambous, C., & Font Strawhun, B. T. (2005). Moving from rhetoric to praxis: Issues faced by teachers in having students consider multiple solutions for problems in the mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, 24, 287–301.
- Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3, 268–275.
- Williams, J., Roth, W.-M., Swanson, D., Doig, B., Groves, S., Omuvwie, M., Borromeo Ferri, R., & Mousoulides, N. (2016). *Interdisciplinary mathematics education. A state of the art*. Cham: Springer. doi: 10.1007/978-3-319-42267-1
- Yao, X., & Manouchehri, A. (2019). Middle school students' generalizations about properties of geometric transformations in a dynamic geometry environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 55. Advance online publication. doi:10.1016/j.jmathb.2019.04.002.