

incte' 25

international
conference on
teacher education

**IX Encontro Internacional
de Formação na Docência**
*9th International Conference
on Teacher Education*

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO
IPB - Bragança - PORTUGAL

Livro de Atas Conference Proceedings

incte.ipb.pt

Título | Title

IX Encontro Internacional de Formação na Docência | Livro de Atas
9th International Conference on Teacher Education | Conference Proceedings

Editores | Editors

Elisabete Mendes Silva, Rui Pedro Lopes (CeDRI), Cristina Mesquita, Paula Vaz,
Ana Raquel Prada, Jacinta Costa, Manuel Luís Castanheira, Manuel Vara Pires
CITeD, Instituto Politécnico de Bragança

Editores Gráficos | Graphic Editors

Jacinta Costa, Carlos Casimiro da Costa
Instituto Politécnico de Bragança

Apoio Técnico | Technical Support

Clarisse Pais
Instituto Politécnico de Bragança

Publicação | Publisher

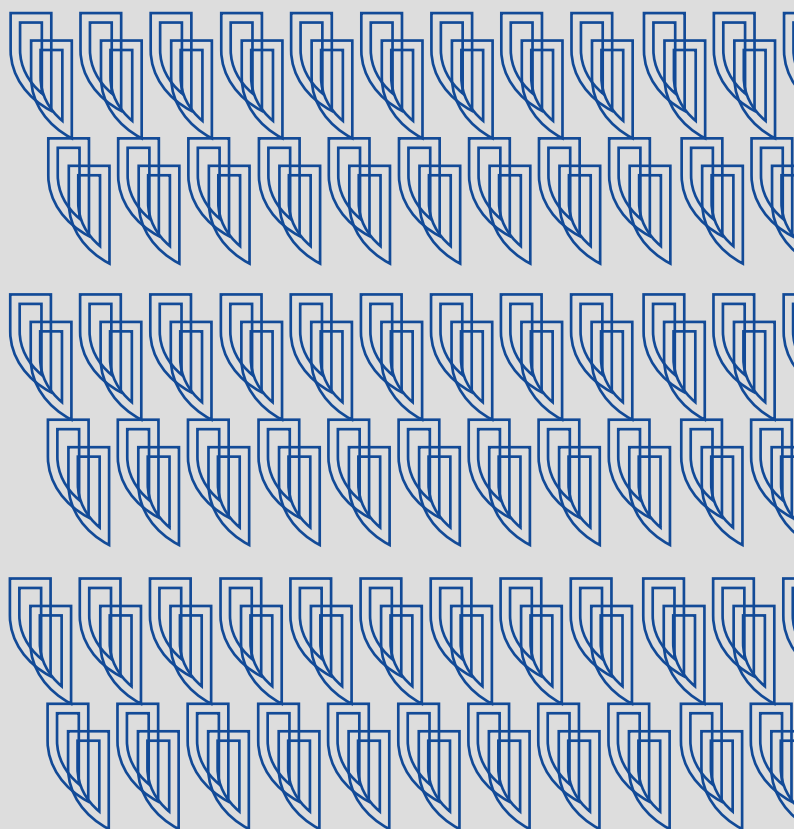
Instituto Politécnico de Bragança

Morada | Address

Escola Superior de Educação de Bragança
Campus de Santa Apolónia
5300-253 Bragança . Portugal
<http://incte.ipb.pt/> - incte@ipb.pt

ISBN: 978-972-745-354-2

DOI: 10.34620/978-972-745-354-2



Índice

INCTE'25 – IX Encontro Internacional de Formação na Docência

Nota de abertura	1
Perspetivas para a inteligência artificial em educação: consciências críticas, relacionais e éticas . <i>Elisabete Mendes Silva, Rui Pedro Lopes, Cristina Mesquita, Paula Vaz, Ana Raquel Prada, Jacinta Costa, Luís Castanheira, Manuel Vara Pires, Maria da Conceição Martins</i>	3
Conferências Plenárias	9
Artificial Intelligence and Education: A Critical Studies Perspective	11
<i>Wayne Holmes</i>	
IA: Potencial e Risco	19
<i>Rui Pedro Lopes</i>	
Mesa Redonda	27
Artificial Intelligence in Education: Challenges and Opportunities for Pedagogical Awareness ..	29
<i>Cláudia Martins (chair)</i> <i>Agnė Paulauskaitė-Tarasevičienė, Carles Sierra, Filipe Portela (participants)</i>	
Currículo e Formação de Educadores e Professores	35
Aprender a tornar-se professor: Um estudo com alunos de Mestrado em Ensino	37
<i>Adriana Cunha, Maria Assunção Flores</i>	
Conhecimento pedagógico da Estatística: currículo e avaliação	43
<i>Giane Correia Silva, Cristiane de Fatima Budek Dias, Guataçara dos Santos Junior</i>	
Conhecimento pedagógico da Estatística: estratégias pedagógicas	49
<i>Giane Correia Silva, Cristiane de Fatima Budek Dias, Guataçara dos Santos Junior</i>	
La competencia digital docente, un caso de estudio en un centro de educación concertada en la ciudad de Burgo	55
<i>Miguel Ángel García Delgado, Sonia Rodríguez Cano, Vanesa Delgado Benito, Paula Puente-Torre</i>	
Elaboración de recursos y herramientas digitales para la atención a la diversidad	61
<i>Inmaculada García Martínez, Lara Checa Domene, Antonio Rodríguez-Fuentes, Carmen del Pilar Gallardo Montes</i>	
Estudio descriptivo de las percepciones de los futuros docentes sobre las Ciencias Computacionales para atender al alumnado con NEAE	68
<i>Lara Checa Domene, Inmaculada García Martínez, Carmen del Pilar Gallardo Montes, Christian Cid-González</i>	

Evolución de la competencia socioemocional en la formación inicial de educadores y educadoras sociales de León y Braganza	75
<i>Mercedes López-Aguado, Ana M^a de Caso Fuertes, Lourdes Gutiérrez-Provecho, Ana Raquel Russo Prada, Maria do Céu Ribeiro, Rosa Maria Ramos Novo</i>	
Formação continuada no Brasil: os desafios impostos pela lógica tecnicista e caminhos para a superação	81
<i>Denize Luana Korzeniewski, Débora Danieli Pontarollo Gonçalves, Marizete Righi Cechin</i>	
Mestrado em pedagogia e didática da Universidade da estrutura curricular à ação - UMUM ...	87
<i>Edgar Lamas, Estela Lamas, Magali Freira Veríssimo</i>	
Perceções das alterações climáticas pelos alunos do ensino superior: conhecimentos, crenças e compreensão	95
<i>José Semedo, Ricardo Ramos</i>	
Promoção do pensamento matemático em sala de aula com a integração do software GeoGebra nas práticas usuais.....	102
<i>Pedro Mateus, Lino Sidónio Viegas, Abudo Atumane Ossufo</i>	
Didática e Formação de Educadores e Professores	109
A voz das crianças sobre as relações de poder em educação pré-escolar	111
<i>Cristiana Ribeiro, Cristina Mesquita, Juan Carlos Beltrán</i>	
Sesgo en el tratamiento educativo de la biodiversidad mediante el empleo de aplicaciones de inteligencia artificial	117
<i>Luis de Pedro Noriega, Javier Bobo-Pinilla, Jaime Delgado Iglesias, Roberto Reinoso Tapia, Ana María Gallego Díaz, Susana Quirós Alpera</i>	
Contributo da inteligência artificial para a literacia ambiental dos jovens – estudo exploratório sobre biodiversidade das Aves.....	124
<i>Nuno Paula Santos, Paulo Mafra</i>	
Critical Thinking as an Education Ideal Goal: Theoretical review	131
<i>Samir Zedam, Helena Santos Silva, Caroline Elizabeth Domínguez, Luís Castanheira</i>	
Desenvolvimento do Pensamento Computacional em Matemática centrado numa abordagem STEAM: uma revisão sistemática da literatura	138
<i>Henrique de Carvalho Faria, Cristina Martins, Márcio Pironel, Patrícia Teixeira</i>	
Dinâmicas de Integração Disciplinar na Abordagem STEAM	144
<i>Patrícia Teixeira, Helena Rocha, Cristina Martins</i>	
Inteligência artificial e educação matemática: avaliação do ChatGPT na solução de questões do ENEM.....	150
<i>Neumar Albertoni, Sani de Carvalho Rutz da Silva, Albino Szesz Junior, Manuel Meirinhos, Silvio Luiz Rutz da Silva</i>	
La Inteligencia Artificial en la Formación Profesional Sanitaria: Oportunidades desde la percepción del alumnado y del profesorado.	157
<i>Olalla Gracia-Fuentes, Manuela Raposo-Rivas</i>	
La competencia emocional en los futuros maestros: analisis de las necesidades actuales	163
<i>Haridian Santana León, María Brígido Mero</i>	

Manuais escolares do 2.º ciclo do ensino básico: o contexto das tarefas no tema Dados e Probabilidades	169
<i>Paula Maria Barros, José António Fernandes</i>	
PBL and MOODLE: The Educational Experience at the University of Palermo	175
<i>Eleonora Spada, Elena Mignosi, Claudio Fazio, Onofrio Rosario Battaglia</i>	
Students' beliefs about the use of Artificial Intelligence in teacher training: challenges and opportunities in music creation	182
<i>Gerson Rafael Nascimento, Yurima Blanco García, Ángela González Alonso, Pablo García Barrul</i>	
Perceções dos professores sobre a utilização dos Recursos Educativos Digitais em matemática com alunos do 1.º ao 6.º ano de escolaridade	188
<i>Paulo Renato Silva, Teresa Fernandez Blanco, Fernando Fraga Varela</i>	
Competências Docentes / Uso de Recursos Educativos Digitais no Ensino da Matemática	195
<i>Paulo Renato Silva, Teresa Fernandez Blanco, Fernando Fraga Varela</i>	
Metodologías didácticas para una educación crítica en tiempos de incertidumbre	201
<i>Davinia Heras-Sevilla, David Llanos-Ruiz, Mariano Rubia-Avi, Laura Alonso-Martínez</i>	
Tecnologia digital e metodologias ativas no ensino de matemática: estratégias inclusivas para estudantes com deficiência intelectual	208
<i>Josiane M. Hornung, Eliana C. M. Ishikawa, Cristiane de Fátima Budek Dias, Vítor Gonçalves</i>	
Laços além do tempo: a pluralidade textual e as fontes históricas no ensino da era muçulmana	214
<i>Ana Pimenta, Ana Falcão, Maria Ferreira, Maria Maia, Ana Lopes, Cristina Maia</i>	
Práticas Educativas e Supervisão Pedagógica	221
A formação continuada de professores para promoção da Autorregulação da Aprendizagem dos estudantes: o Projeto WAY	223
<i>Uaiana Prates, Ana Mouraz</i>	
A formação de professores em estágio: um estudo da produção científica do Instituto de Educação da UMinho	229
<i>Flávia Vieira, Maria João Gomes, Francisco Alfredo, Luciana Brito, Sara Cruz</i>	
A práxis supervisiva e os supervisores: entre a pedagogia e a autoridade	236
<i>Feliciano Henriques Magaíssa, Evangelina Bonifácio</i>	
Da prática pedagógica à performance: “50 anos de Abril: (Re)viver a Liberdade”	241
<i>Maria Cristina Aguiar, Mara Maravilha, Jorge Adolfo Marques, Mariana Veloso</i>	
Desenvolvimento do Pensamento Computacional no 1.º CEB: Resultados de uma investigação na Prática de Ensino Supervisionada	247
<i>Carina Matos, Henrique Gil, Paulo Silveira</i>	
Estudo de caso de um agrupamento de escolas no Alto Alentejo enquanto comunidade de aprendizagem para a inclusão	253
<i>Joana Pisco Véstia da Silva, Maria José D. Martins, Amélia Marchão, Teresa Oliveira</i>	
Avaliação formativa: práticas dos professores em contextos de supervisão colaborativa	259
<i>Luís Cláudio Queiroga, Carlos Barreira, Isolina Oliveira</i>	

Interações sociais na sala de aula de matemática no 2.º ciclo do ensino básico	267
<i>Cláudia Pinheiro, António Guerreiro</i>	
O mundo infantil: um lugar ideal para aprendizagem efetiva das crianças	273
<i>Lúcia Chipuca, Augusto Chipuca</i>	
Observar, explorar e conhecer a Natureza: uma experiência desenvolvida no 1.º ciclo do ensino básico	279
<i>Maria Moniz, Sara Aboim</i>	
Projeto AquiMeEncontro: Integração de crianças e jovens imigrantes e refugiados no sistema educativo português	285
<i>Ana Beatriz Matos, Ana Mouraz</i>	
Trocar a genética por miúdos: uma abordagem interdisciplinar no primeiro ciclo do ensino básico	291
<i>Sara Aboim, Cláudia Maia-Lima, Lúgia Nogueira, Xana Sá-Pinto</i>	
Formação Docente e Educação para o Desenvolvimento	297
Entre expressões e sentimentos - a cultura artística e a consciência estética na formação inicial .	299
<i>Marília Castro, Maria do Céu Ribeiro</i>	
Expectativas e Desafios dos professores de Matemática em formação do regime a distância: Estudo de caso de formação superior em Moçambique	305
<i>Natércio Paulo Mucavele, Lino Sidónio Viegas, Zacarias Mendes Magibire, Dulce Maria Firmino</i>	
Formação docente e educação para o desenvolvimento: mobilizando competências digitais para a igualdade de género nos PALOP	312
<i>Irina Borges, Ana Mouraz</i>	
Habilidades do Pensamento Computacional através do GeoGebra no ensino de matemática: Uma revisão sistemática da literatura	318
<i>Nadime Centeno, Manuel Meirinhos</i>	
Trabajo en red con apoyo en la inteligencia artificial para la búsqueda y clasificación de información	324
<i>Maria Obdulia González Fernández, Ana Belén Pérez-Torregrosa, Paula Quadros-Flores, Manuela Raposo-Rivas</i>	
O potencial da Inteligência Artificial para a inclusão de crianças neurodivergentes: uma análise de escopo.	330
<i>Manuel Meirinhos, Ana Claudia Loureiro</i>	
Percepções e desafios da formação docente em estágios de doutorado no Brasil	336
<i>Queli Cancian, Andreia Eduardo de Deus, Vitor Gonçalves</i>	
Pesquisa na formação inicial de professores de matemática: processos de raciocínio matemático identificados numa tarefa	343
<i>Anna Luíza Alino dos Santos, Eliane Maria de Oliveira Araman, Cristina Martins</i>	
Proposal for the integration of artificial intelligence in a STEAM+H collaborative work within higher education in Gastronomic Sciences	350
<i>Pablo Orduna Portús, Virginia Pascual López</i>	

Raciocínio Matemático no 6º ano: explorando uma situação de partilha	357
<i>Anna Luíza Alino dos Santos, Eliane Maria de Oliveira Araman</i>	
Percepções docentes sobre a inteligência artificial: a importância de saber pensar com	363
<i>Fernanda Neves, Daniela Gonçalves</i>	
Práticas Pedagógicas no Ensino Superior	371
AI and Academia: Designing Curricula for a New Era	373
<i>Frida Gjermeni, Inês Sena, Manjola Zeneli</i>	
Development of AI-Based Software for teaching and learning musical conducting	378
<i>Erickinson Lima</i>	
Entorno rural como facilitador inclusivo: historia de vida de un estudante con Síndrome de Williams	385
<i>Lilian Johanna Obregón, Juan Romay Coca, Nicolás Plaza Gómez, Susana Gómez Redondo</i>	
Exemplo do uso das tecnologias de informação e comunicação e da inteligência artificial em sala de aula	391
<i>Rosário Santana, Helena Santana</i>	
Explorando transformações lineares com recurso ao Geogebra	397
<i>Edite Cordeiro, Paula Maria Barros</i>	
O ChatGPT na perspectiva de um grupo de estudantes no ensino superior	403
<i>Maria Lopes de Azevedo, Amélia Marchão</i>	
Origens e evolução do conceito de nomofobia e a sua relação com a educação	410
<i>Maria Lopes de Azevedo, Cristiana Madureira, Evangelina Bonifácio, Emila Alves</i>	
Percepção de estudantes de pedagogia sobre a prática na formação docente: aplicação de atividades investigativas na Educação Infantil	416
<i>Patrícia Cavalcante de Sá Florêncio, Elton Casado Fireman</i>	
Potenciando tareas con inteligencia artificial en educación superior	422
<i>Victor Abella-García, Vanesa Ausín-Villaverde, David Llanos-Ruiz, Sonia Ramos-Gómez</i>	
Reading Utopia through the lens of AI tools	428
<i>Elisabete Mendes Silva</i>	
Recortes de transformação: Aprender em cooperação	435
<i>Cristina Maia, Sónia Moreira, Maria Rebelo, Diogo Salgado</i>	
Supervisão na educação pré-Escolar: necessidades emergentes e oportunidades de mudança em São Tomé e Príncipe	441
<i>Cristina Mesquita, Maria José Rodrigues, Luís Castanheira, Vitor Gonçalves, Diana Afonso</i>	
Tecnologia e inovação pedagógica na formação inicial de professores	448
<i>Gorete Pereira</i>	
Uma experiência colaborativa entre estudantes de diferentes cursos do ensino superior	456
<i>Flora Silva, João Ribeiro, Paula Maria Barros</i>	

Una visión de los Paradigmas en la educación médica	461
<i>Mirrael Optaciano Alvarez Pereira, Valentina Canese, Cristina Mesquita</i>	
Uso de la inteligencia artificial en la corrección automática de textos escritos	467
<i>Luis Eduardo Wexell Machado, Valentina Canese</i>	
“En busca del Esquema del Cambio” gamificación, patrimonio local y herramientas de inteligencia artificial para la motivación.	474
<i>Raúl Maján Navalón, Lidia Sanz Molina</i>	
Índice de Autores	481

Explorando transformações lineares com recurso ao Geogebra

Exploring linear transformations using Geogebra

Edite Cordeiro¹, Paula Maria Barros²

<https://orcid.org/0000-0002-6026-1283>, <https://orcid.org/0000-0002-6297-0868>

emc@ipb.pt, pbarros@ipb.pt

¹ *Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*

² *Centro de Investigação Transdisciplinar em Educação e Desenvolvimento, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*

Resumo

A compreensão de grande parte dos conceitos de álgebra linear exige um nível de abstração que quase sempre os estudantes do primeiro ano das licenciaturas de engenharia têm dificuldade em atingir. É consensual que se a sala de aula corresponder a um espaço dinâmico, onde os estudantes têm a oportunidade de interagir e de manipular os objetos em estudo, tal favorece o desenvolvimento de raciocínios que levam à identificação de relações/propriedades desses objetos. Vários estudos apontam para o facto de o *software* Geogebra facilitar a aprendizagem, muito por via da concretização de conceitos mais abstratos. Neste contexto, propomos uma abordagem para a compreensão da noção de transformação linear através das suas possíveis representações. Trata-se de uma experiência baseada na resolução de tarefas que incluem a construção em Geogebra de algumas aplicações, que se realizou em sala de aula no âmbito da unidade curricular de Álgebra Linear e Geometria Analítica de um curso de licenciatura em engenharia. Tais aplicações, ao permitir a exploração de múltiplas transformações lineares através das suas representações, contribuíram para uma melhor apreensão dos conceitos envolvidos.

Palavras-Chave: transformações lineares, Geogebra, ensino superior.

Abstract

Understanding most linear algebra concepts requires a level of abstraction that first-year engineering students almost always have difficulty achieving. It is consensual that if the classroom corresponds to a dynamic space where students can interact and manipulate the objects under study, this favours the development of reasoning that leads to the identification of relationships/properties of these objects. Several studies point out that Geogebra *software* facilitates learning, mainly due to implementing more abstract concepts. In this context, we propose an approach to understanding the notion of linear transformation through its possible representations. It is an experience based on solving tasks that include the construction of some applications in Geogebra, which was carried out in the classroom as part of the Linear Algebra and Analytical Geometry curricular unit of an engineering degree. By allowing the exploration of multiple linear transformations through their representations, such applications contributed to a better understanding of the concepts involved.

Keywords: linear transformations, Geogebra, higher education.

1 Introdução

Os cursos de licenciatura em engenharia integram habitualmente no seu plano de estudos unidades curriculares que envolvem temas de álgebra linear. Porém, o nível de abstração exigido em alguns desses temas (Barros, 2018; Gueudet-Chartier, 2004; Dorier & Sierspiska, 2001; Hillel, 2000), aliado a dificuldades relativas a conhecimentos anteriores (e.g. Barros, Silva & Fernandes, 2021; Barros, Fernandes & Araújo, 2016; Uzuriaga, Arias & Manco, 2010), pode constituir uma barreira para a aprendizagem. Compreender profundamente conceitos mais abstratos prende-se com ser capaz de os aplicar. A integração dos princípios da álgebra linear para a automatização de processos possibilita desvendar camadas de complexidade e extrair insights significativos (e.g. Kaiser, 2020; Rani 2024). O *software* Geogebra (<https://www.geogebra.org>), ao permitir explorações interativas e a visualização de múltiplas representações, pode representar uma mais-valia para a compreensão mais profunda dos objetos de estudo (e.g. Cordeiro & Barros, 2023; Handhika & Sasono, 2021; Santos & Di Blasi, 2011; Pires & Marques, 2009; Karrer, 2006).

Com base nestas ideias e tendo por objetivo levar os estudantes a apropriarem-se de conceitos relativos às transformações lineares e suas propriedades, tema do domínio da álgebra linear, realizou-se uma experiência de ensino em que se propôs uma sequência de tarefas a fim de explorar tais conceitos através da interação de diferentes representações. Assim, para além da tarefa inicial realizada com papel e lápis, foram realizadas mais duas com recurso ao Geogebra. Optamos por este *software* por já se encontrar disseminado na comunidade educativa do ensino básico/secundário, existirem tutoriais inerentes às suas funcionalidades e aplicações, ser de código aberto e ser gratuito. Pode considerar-se de fácil usabilidade mesmo no domínio da álgebra linear, particularmente se for explorado com a orientação do professor. No caso particular dos conceitos que se pretendem explorar, o Geogebra possibilita representações simbólicas de múltiplas transformações lineares do plano através de matrizes e de expressões analíticas, ao mesmo tempo que permite observar a imagem de certos objetos associada a cada uma dessas transformações. Discutiremos a importância de os próprios estudantes construírem aplicações dinâmicas que lhes permitam visualizar, explorar e investigar propriedades das transformações lineares, com vista à generalização deste conceito.

2 Metodologia

A experiência foi realizada com os estudantes que frequentavam a unidade curricular (UC) de Álgebra Linear e Geometria Analítica do curso de Licenciatura em Engenharia Informática de uma instituição do ensino politécnico português. As aulas desta UC são teórico-práticas, sendo habitual a professora começar por introduzir os principais conceitos sobre os tópicos abordados, seguindo-se a proposta de tarefas em torno dos mesmos numa dinâmica de interajuda entre colegas e com a orientação da professora, com o objetivo de que a aprendizagem seja efetiva.

Esta UC inclui o estudo de aplicações lineares, sendo que a compreensão dos conceitos relativos a este tópico passa por ser capaz de relacionar as suas diferentes representações.

Assim, em sala de aula foi introduzida a definição de transformação linear e a sua representação através de uma expressão analítica e por uma matriz que depende das bases consideradas nos espaços vetoriais envolvidos. Posteriormente disponibilizou-se aos estudantes uma sequência de três tarefas com o intuito de promover, de forma evolutiva, a apreensão dos conceitos envolvidos, suas propriedades e a inter-relação entre as referidas representações. Tais tarefas foram desenvolvidas em grupo e com a ajuda da professora que, sempre que solicitada, esclareceu dúvidas, ajudou a conjecturar possibilidades de resolução e fomentou a discussão sobre os conceitos envolvidos. Houve também alguns momentos de debate em grande grupo sobre dificuldades transversais.

A primeira tarefa consistiu em considerar a reflexão de um polígono através de cada um dos eixos cartesianos e obter a sua representação analítica. Propôs-se que esta tarefa fosse realizada com papel e lápis porque, tratando-se de transformações geométricas já conhecidas dos estudantes, facilitou que percecionassem as suas representações no plano cartesiano e verificassem as propriedades da linearidade das mesmas. As restantes tarefas foram realizadas com recurso ao Geogebra por permitir observar as representações analítica e matricial de múltiplas transformações lineares do plano, bem como o seu efeito geométrico quando aplicadas a um qualquer objeto.

Este é um estudo exploratório de natureza qualitativa. A experiência foi avaliada com base nas notas de campo da professora enquanto orientadora do trabalho (estatuto de observador participante), nas produções realizadas pelos estudantes e num questionário aplicado após a concretização da tarefa. Com este questionário, procurou-se perceber se os estudantes já conheciam o Geogebra, em que medida as representações geométricas ajudaram na compreensão do conceito de transformação linear, testar alguns dos conhecimentos adquiridos e auscultar a opinião dos estudantes sobre o Geogebra no âmbito da experiência realizada.

3 Resultados e sua discussão

3.1 Resultados observados

Ao resolverem a tarefa 1, todos os estudantes relacionaram as representações gráfica e analítica da função reflexão segundo um dos eixos coordenados, que aplicaram a um quadrilátero e verificaram as propriedades da linearidade.

Com a resolução da tarefa 2, os estudantes familiarizaram-se com o Geogebra ao mesmo tempo que experimentaram implementar a reflexão de um quadrilátero segundo a reta $y=x$. Com esta aplicação os estudantes determinaram a expressão analítica da transformação linear, a partir da qual se debateu em grande grupo a seguinte equivalência

$$T(x, y) = (y, x) \Leftrightarrow T(x, y) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix},$$

que permitiu consolidar a noção da representação matricial de transformações lineares.

Com a tarefa 3, os estudantes experimentaram usar álgebra para construir aplicações dinâmicas por via da variação dos seletores a, b, c, d para a visualização da imagem $[A'B'C'D'E']$ de um pentágono $[ABCDE]$, através de diferentes transformações lineares.

No processo de resolução da tarefa 3, observaram-se dificuldades que se prenderam mais com a implementação em Geogebra de uma qualquer transformação linear do plano. Com

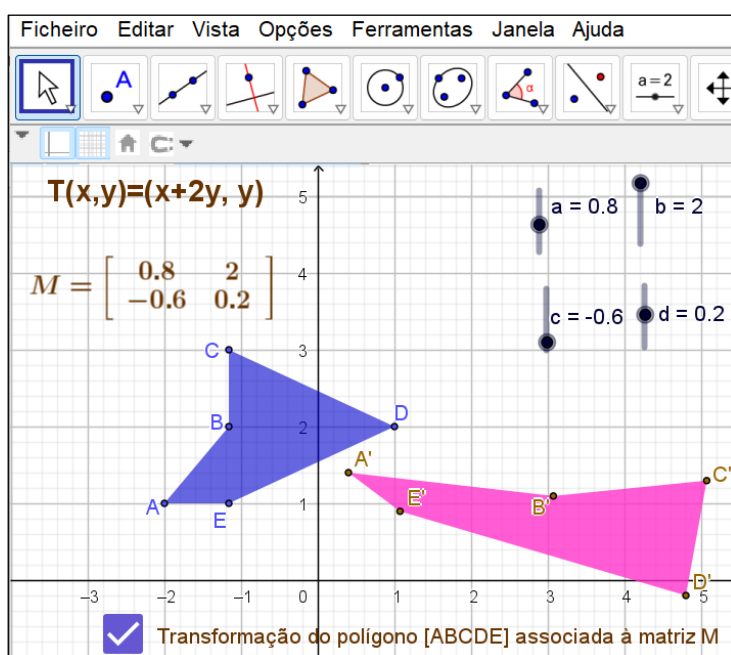
a ajuda da professora, os estudantes obtiveram construções como a da figura 1, o que lhes permitiu compreender que qualquer matriz quadrada de ordem dois,

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

representa qualquer transformação linear $T(x, y) = (ax + by, cx + dy)$, quando considerada a base padrão de \mathbb{R}^2 .

Figura 1

Exemplo de deformação



A variação dos parâmetros a, b, c, d facilitou a observação de diversas transformações lineares, bem como o seu efeito na transformação de um polígono $[ABCDE]$ em outros polígonos semelhantes ou em deformações do mesmo. Todos os estudantes manipularam este tipo de construções e quase todos responderam corretamente às várias questões da tarefa. Especificamente, observaram que a imagem de um polígono através de uma transformação linear pode ser semelhante ao polígono ou corresponder a uma deformação do mesmo.

Após a resolução das tarefas, os estudantes responderam a um questionário em que uma das questões visava avaliar as aprendizagens realizadas. Na primeira parte da questão, deveriam associar as expressões de quatro transformações lineares à respetiva representação matricial, o que foi realizado de forma correta por 96,1% dos estudantes. A segunda parte da questão implicava que, em continuidade, associassem a matriz à respetiva designação geométrica da transformação. Neste caso, embora a maior parte dos estudantes tenha respondido de forma correta (98%, 72,6%, 70,6% e 94,1%, respetivamente para cada um dos itens), o erro mais frequente (23,5%) foi confundirem a designação de homotetia (dilatação) com a homotetia (contração). Na base deste erro poderá estar o facto de a dilatação em causa estar relacionada com uma constante negativa.

3.2 Opinião dos estudantes

Um dos objetivos do questionário era conhecer as percepções dos estudantes sobre o Geogebra e o contributo das tarefas realizadas para a sua aprendizagem.

De acordo com os resultados analisados, constata-se que a generalidade dos estudantes considera que as representações dinâmicas produzidas no Geogebra ajudaram a compreender melhor o conceito de transformação linear. Facto que é corroborado pelos seus comentários: “Percebemos de uma forma mais dinâmica como a manipulação de variáveis se verifica no objeto e nas deformações que este sofre”, “Ter uma forma de visualizar como a variação de cada elemento da matriz afeta a imagem do objeto facilita a compreensão do conceito”.

Esta constatação está em sintonia com a percentagem de estudantes superior a 90% (ver Tabela 1) que concorda ou concorda totalmente que o Geogebra ajuda a visualizar o efeito gráfico e facilita a identificação de propriedades das transformações lineares.

Tabela 1

Opinião dos estudantes sobre o Geogebra

O Geogebra...	DT/D	C/CT
Facilita que eu aprenda sozinho	7,84%	92,16%
Tem comandos intuitivos	17,65%	82,35%
Permitiu-me visualizar o efeito gráfico de múltiplas transformações lineares	3,92%	96,08%
Facilita a identificação de propriedades associadas às transformações lineares	5,88%	94,12%

DT – Discordo Totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente

4 Conclusões

Podemos concluir que, no caso das transformações lineares, a abordagem sequencial de tarefas associada a ambientes que permitem trabalhar diferentes representações, incluindo a visualização do efeito da transformação sobre o objeto, contribui para a compreensão e consolidação do conceito de transformação linear e suas propriedades.

Este é mais um estudo que confirma as vantagens da utilização de *software* dinâmico para a concetualização de temas de álgebra linear, tal como Karrer (2006) e Cordeiro e Barros (2023), entre diversos outros autores, já tinham sugerido. A implementação de princípios da álgebra linear para a automatização de processos revelou extrair insights significativos, tal como o corroborado por Kaiser (2020) e Rani (2024).

5 Referências

Barros, P. M. (2018). *O ensino e a aprendizagem de conceitos de álgebra linear no ensino superior politécnico* [Tese de doutoramento, Universidade do Minho]. Repositório Institucional da Universidade do Minho. <https://hdl.handle.net/1822/56688>

- Barros, P. M., Fernandes J. A., & Araújo C. M. (2016). Prontidão de alunos do ensino superior para a aprendizagem da álgebra linear. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 43–59. <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/24489>
- Barros, P. M., Silva, F., & Fernandes J. A. (2021). Transição secundário-superior: diagnóstico dos conhecimentos matemáticos de alunos portugueses e africanos. In C. Teixeira, V. Gonçalves, Fernandes, P. O., Rodrigues A. S., C. Guerreiro, & L. M. Santos (Eds.), *LUSOCONF2019 - II Encontro Internacional de Língua Portuguesa e Relações Lusófonas: livro de atas* (pp. 209-220). Instituto Politécnico de Bragança. <http://hdl.handle.net/10198/19030>
- Cordeiro E., & Barros, P. M. (2023). Contribuições do GeoGebra para a apreensão de conceitos relativos aos espaços vetoriais. In C. Mesquita, E. M. Silva, M. V. Pires, R. P. Lopes, & P. M. F. Vaz, *VII Encontro Internacional de Formação na Docência: livro de atas*. Bragança (pp. 530–541). Instituto Politécnico de Bragança. <https://bibliotecadigital.ipb.pt/handle/10198/28160>
- Dorier, J.- L., & Sierpinska (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 255–273). Kluwer Academic Publishers.
- Gueudet-Chartier, G. (2004). Should we teach linear algebra through geometry? *Linear Algebra and its Applications*, 379, 491–501.
- Handhika, J., & Sasono, M. (2021). Using of geogebra software to improve understanding of vector and kinematic concepts in online physics course. *Jurnal Pendidikan Fisika dan Keilmuan*, 7(1), 1–12.
- Hillel, J (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In J. L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp.191–207). Kluwer Academic Publishers.
- Kaiser, G. (2020). Mathematical modelling and applications in education. *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 553-561). https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_101
- Karrer, M. (2006). *Articulação entre Álgebra Linear e Geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica* [Tese de doutoramento, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. <https://repositorio.pucsp.br/jspui/handle/handle/11068>
- Pires M., & Marques, M. (2009). Integrating technologies in Linear Algebra lectures. In A. Méndez-Vilas, A. Solano Martín, J. A. Mesa González & J. Mesa González (Eds.), *Research, Reflections and Innovations in Integrating ICT in Education* (pp. 392–396). FORMATEX.
- Rani, M. K. (2024). Linear algebra as the mathematical foundation of artificial intelligence: concepts, applications and future prospects. *International Journal of Engineering Science and Humanities*, 14 (Special Issue 1), 123–137.
- Santos S., & Di Blasi M. (2011). Sistemas de ecuaciones lineales con parámetros: un enfoque dinámico. In *Actas del I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática – ICIECyM, II Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática – II ENEM* (pp. 290–295). Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. <https://core.ac.uk/download/pdf/328837528.pdf>
- Uzuriaga, V. L., Arias, J. J., & Manco, D. G. (2010). Algunas causas que determinan el bajo rendimiento académico en el curso de álgebra lineal. *Scientia et Technica*, 1(44), 286–291. <https://doi.org/10.22517/23447214.1849>