

## MEDIÇÃO DE CAMPOS DE TENSÕES RECORRENDO À TÉCNICA DE MOIRÉ

**João Ribeiro\***, **Mário Vaz\*\***, **Paulo Piloto\*\*\***

\* Instituto Politécnico de Bragança  
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão  
Campus de Sta Apolónia, Apt. 1134, 5301-857 Bragança  
e-mail: jribeiro@ipb.pt, web <http://www.ipb.pt>

\*\* Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial  
Rua Dr. Roberto Frias s/n, 4200-465 Porto  
e-mail: gmavaz@fe.up.pt, web <http://www.fe.up.pt>

\*\*\* Instituto Politécnico de Bragança  
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão  
Campus de Sta Apolónia, Apt. 1134, 5301-857 Bragança  
e-mail: ppiloto@ipb.pt, web <http://www.ipb.pt/~ppiloto>

**Palavras-chave:** Mecânica Experimental, Óptica, Moiré, Métodos Numéricos.

**Resumo.** *Neste trabalho é apresentada uma aplicação da técnica de Moiré para a medição de campos de tensões. O caso em estudo consiste na medição do campo de deslocamentos na superfície de um provete sob tracção, possuindo um furo passante no seu centro. As redes são obtidas por impressão laser num papel especial. A replicação da rede na superfície do provete é feita por um processo térmico com pressão controlada. Foram ensaiados provetes de alumínio. A rede registada na superfície do provete foi fotografada em diferentes fases do ensaio, estas fotografias são tratadas num programa de processamento de imagem. Os valores obtidos experimentalmente são comparados com os valores calculados com o código de elementos finitos ANSYS.*

## 1. INTRODUÇÃO

Na vizinhança de singularidades existem normalmente gradientes de tensão. Para o estudo das tensões nestas regiões é possível efectuar uma análise de campo que permita identificar os pontos mais solicitados. Os métodos de medição discreta, como é caso da extensometria, tornam difícil esta caracterização, exigindo muitos pontos de medida e o ajuste de funções para caracterizar a distribuição de tensões. Para colmatar esta limitação recorre-se frequentemente aos métodos de análise espacial, como é dos métodos ópticos.

Os métodos ópticos mais utilizados são: a interferometria holográfica, as técnicas de Moiré e a correlação de imagem. Estas técnicas têm como principais vantagens, para além da possibilidade de medição global, permitirem a medição sem contacto. Enquanto nos primeiros são os padrões de *speckle* que codificam a superfície, nos métodos de Moiré e correlação de imagem esta é codificada por uma distribuição espacial de amplitude. Nos métodos de Moiré é utilizada a gravação de redes regulares e na correlação de imagem recorre-se a uma textura aleatória pintada sobre a superfícies ou própria do objecto, quando este possui texturas convenientes.

## 2. MOIRÉ GEOMÉTRICO

O efeito de Moiré resulta da interferência geométrica entre duas ou mais redes de amplitude sobrepostas. Os padrões de linhas mais largas e escuras observadas são designados por franjas de Moiré e estão relacionadas com a deformação do objecto.

Considerando a utilização de redes de linhas, obtêm-se franjas quando se sobrepõem dois conjuntos de rectas equidistantes com passos diferentes, designados por  $p$  e  $q$ . Este padrão será ainda alterado se os dois conjuntos de rectas sobrepostas forem rodadas de uma rotação  $\theta$ . A figura 1 mostra as duas grelhas e a formação das franjas de Moiré devidas a estes dois fenómenos.

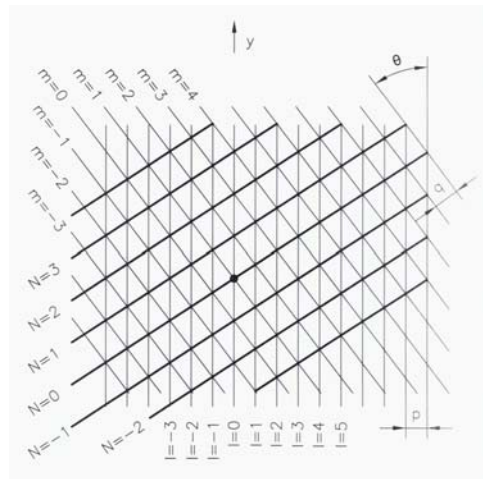


Figura 1. Formação de franjas de Moiré por sobreposição de grelhas com passos e orientações diferentes.

As relações matemáticas entre os parâmetros das grelhas e a geometria das franjas de Moiré são estabelecidas através da aplicação duma análise elementar de geometria. As linhas da grelha vertical podem ser descritas pela equação:

$$x = lp \tag{1}$$

onde  $l$  é um inteiro e  $p$  o passo da grelha. A segunda rede é expressa pela equação:

$$x \cos \theta = mq - y \sin \theta$$

ou

$$x = \frac{mq}{\cos \theta} - y \tan \theta$$

a qual se converte em

$$m = \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{q} \tag{2}$$

onde  $m$  é um inteiro e  $q$  é o passo da rede inclinada.

A franja de Moiré ou linha de intersecção que passa na origem é considerada como franja de ordem zero. Analisando a figura 1 pode observar-se que ao longo da franja de ordem zero ocorre a intersecção das linhas da grelha com a mesma ordem,  $l = m$ .

Considerando a franja adjacente como de ordem um. Ao longo desta franja, todas as intersecções correspondem a  $l - m = 1$ . Continuando com este processo pode definir-se uma equação geral para o número de ordem das franjas, para este caso simples será:

$$m - l = N \tag{3}$$

onde  $N$  é um inteiro denominado como o número de ordem da franja.

As expressões para o espaçamento e inclinações das franjas de Moiré em termos de diferenças de passo ou orientação das duas redes de linhas são desenvolvidos substituindo as equações 1 e 2 na equação 3, de onde se obtém:

$$\begin{aligned} \frac{x \cos \theta + y \sin \theta}{q} - \frac{x}{p} &= N \\ \frac{(p \cos \theta - q)x + py \sin \theta}{pq} &= N \end{aligned} \tag{4}$$

Ao longo de uma dada ordem da franja Moiré,  $N$  é constante. Esta constatação permite a definição da franja de Moiré como o local de pontos para o qual o lado esquerdo da equação 4 é uma constante. A relação linear só é verdadeira se a rotação relativa se mantiver pequena, isto é;

$$(p - q)x + p\theta y = Npq \quad (5)$$

Dividindo a equação 5 por  $p$  obtém-se,

$$\left(\frac{p - q}{p}\right)x + \theta y = Nq \quad (6)$$

Supondo que uma das grelhas foi gravada na superfície de um sólido deformável e as duas grelhas eram inicialmente idênticas com passo  $p$ , se ocorrer uma deformação no sólido o passo da rede que lhe foi gravada altera-se então, dividindo a diferença entre o valor do passo original e novo passo pelo seu valor inicial, pode determinar-se a deformação normal ao longo do eixo  $x$  original; isto é,

$$\frac{p - q}{p} = \frac{\Delta l}{l} = \varepsilon_x \quad (7)$$

Com este resultado a equação 6 pode ser expressa como

$$\varepsilon_x x + \theta y = Nq \quad (8)$$

As equações precedentes implicam que ordem da franja de Moiré depende do passo inicial das grelhas, da sua posição inicial relativa e da orientação. Se algum deles, passo inicial, orientação relativa ou posição relativa é modificado, então a forma das franjas de Moiré será alterada. Este deslocamento da franja pode ser usado como um mecanismo para medir a variação do passo (deformação), variação da posição relativa (translação), ou a variação da orientação relativa (rotação).

### 3. PROCEDIMENTO EXPERIMENTAL

O procedimento experimental envolvido neste trabalho dividiu-se em três fases: determinação de algumas propriedades mecânicas do material a partir dum ensaio de tracção; obtenção das redes de Moiré e sua gravação no objecto; ensaio do provete com a rede de Moiré. Para forçar o aparecimento da superfície de rotura no meio do provete, este foi dotado de um furo central com 1,5 [mm] de diâmetro.

#### 3.1 Ensaio de tracção

O material ensaiado foi uma liga de alumínio 1050 com 99,5% de Al. O alumínio 1050 é utilizado para uso geral, não tendo propriedades de especial referência dentro das ligas de alumínio. Este material pode ser utilizado sob diferentes formas (chapa, barra, tubos, etc.), no caso em análise os provetes utilizados foram obtidos a partir de chapa.

O Ensaio de tracção seguiu a norma portuguesa para ensaios de tracção, NP 10002-1. A geometria e as dimensões do provete estão normalizadas e encontram-se representadas na figura seguinte.

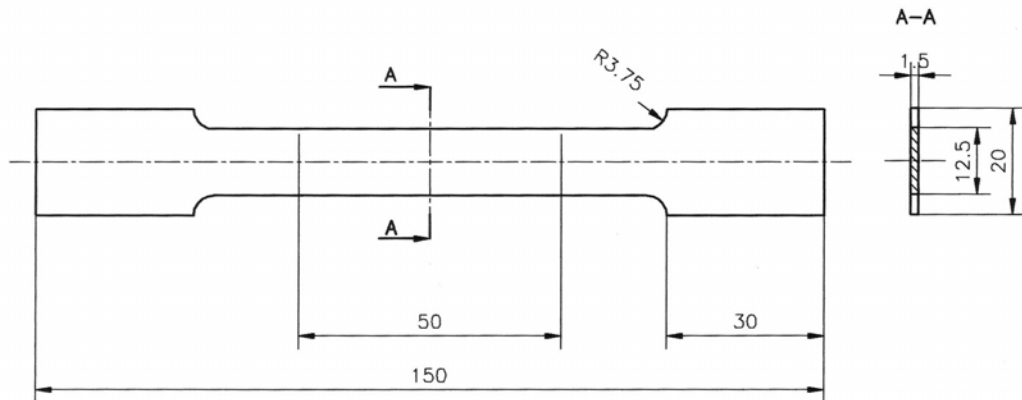


Figura 2. Geometria e dimensões do provete para ensaio de tracção.

Foi utilizada uma máquina de ensaios de tracção Instron Mod.4485 com uma célula de carga: 200KN, o ensaio realizou-se a uma velocidade de 0.6 mm/minuto. Todos os ensaios foram realizados no Laboratório de Estruturas e Resistência de Materiais do IPB. Na figura 3 representam-se as curvas tensão-deformação obtidas nos ensaios.

### Ensaio de Tracção

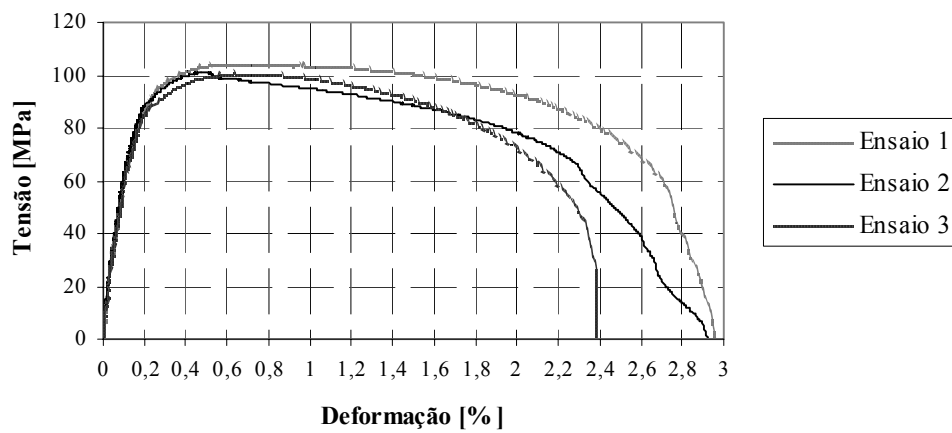


Figura 3. Curvas tensão-deformação obtidas nos ensaios de tracção.

Da curva anteriormente representada podem ser obtidas as seguintes propriedades mecânicas:

| Módulo de Elasticidade [GPa] | Tensão limite convencional de proporcionalidade a 0.2% [MPa] | Tensão de Ruptura [MPa] | Deformação após ruptura [%] |
|------------------------------|--|-------------------------|-----------------------------|
| 69                           | 96   | 102                     | 2.8                         |

Tabela 1. Valores médios das propriedades mecânicas do alumínio 1050 obtidas nos ensaios de tracção.

### 3.2. Obtenção de redes de Moiré

As redes de Moiré utilizadas foram obtidas por um processo desenvolvido pelo autor para esta aplicação. As redes foram desenhadas num programa de CAD e impressas com uma impressora laser em papel especial (*Toner Transfer System*). Os registos assim obtidos foram transferidos para a superfície dos provetes por um processo térmico a pressão constante. A técnica utilizada para transferência de redes de Moiré é inovadora e foi utilizada pela primeira vez no LOME (Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental).

Foram desenhadas dois tipos de redes: redes com linhas paralelas e com linhas cruzadas. O primeiro caso permite a medição numa direcção enquanto que no segundo caso podem medir-se deslocamentos em duas direcções perpendiculares. A resolução está dependente de três factores: resolução máxima da impressora; resolução máxima na impressão no papel; resolução máxima do processo de transferência.

Foi utilizada uma impressora de elevada resolução (1200 dpi), que permitiria uma resolução máxima de 24 linhas/mm. Obviamente que este é apenas um valor de referência dificilmente alcançado, dadas as características do papel. Após vários testes foi alcançado um valor máximo de 7 linhas/mm para o caso de linhas paralelas e 5 linhas/mm no caso das linhas cruzadas. A partir destes valores ocorria uma sobreposição parcial das linhas impressas, diminuindo drasticamente a qualidade das franjas obtidas na medição. Na figura seguinte representam-se as duas fotografias, obtidas com microscópio óptico, da rede transferida para superfície dos provetes do mesmo material (Al – 1050) utilizado nos ensaios.



Figura 4. Redes transferidas para o Al: rede de linhas paralelas com resolução de 4l/mm (a); rede de linhas cruzadas com resolução de 3l/mm (b).

### 3.3. Ensaio do provete com furo central

Depois de otimizar o processo de transferência da rede de Moiré foram realizados ensaios de provetes com redes de linhas paralelas e cruzadas. Foi utilizado um provete idêntico ao do ensaio de tracção mas com um furo de diâmetro 1,5 [mm] no centro do provete, tal como está representado na figura seguinte.

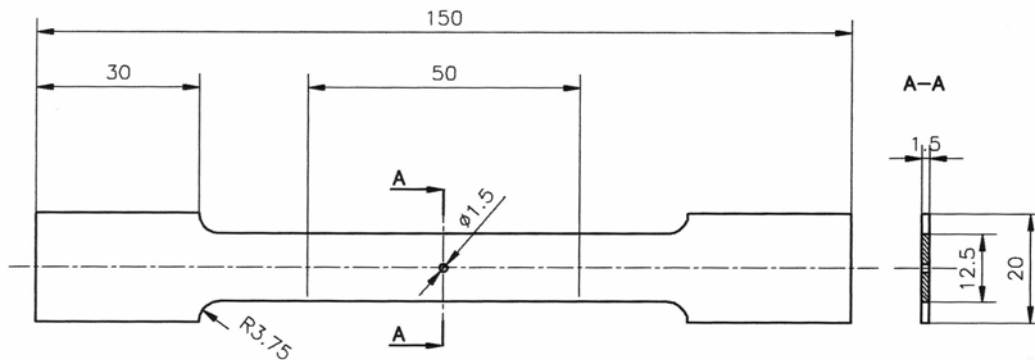


Figura 5. Representação do provete ensaiado com as redes de Moiré.

Após a transferência das redes de Moiré para a superfície do provete foram realizados os ensaios de tracção. No primeiro ensaio foi utilizado um provete com uma rede de linhas paralelas. Colocou-se o provete nas amarras da máquina de ensaios (ver figura 6) e em frente foi montada uma máquina digital de elevada resolução. Ao longo do ensaio foram registadas várias imagens do provete em diferentes fases do ensaio. Para cada fotografia foi registada a força aplicada (tabela 2). Das doze fotografias registadas na primeira o provete não está carregado e a última foi obtida após rotura do provete. A figura 6 representa a primeira e a última fotografias do ensaio.

| Fotografia | Força [kN] |
|------------|------------|
| 1          | 0          |
| 2          | 0.440      |
| 3          | 0.771      |
| 4          | 0.940      |
| 5          | 1.20       |
| 6          | 1.42       |
| 7          | 1.61       |
| 8          | 1.57       |
| 9          | 1.40       |
| 10         | 0.988      |
| 11         | 0.682      |
| 12         | Rotura     |

Tabela 2. Correspondência entre as fotografias e a respectiva força aplicada no provete.

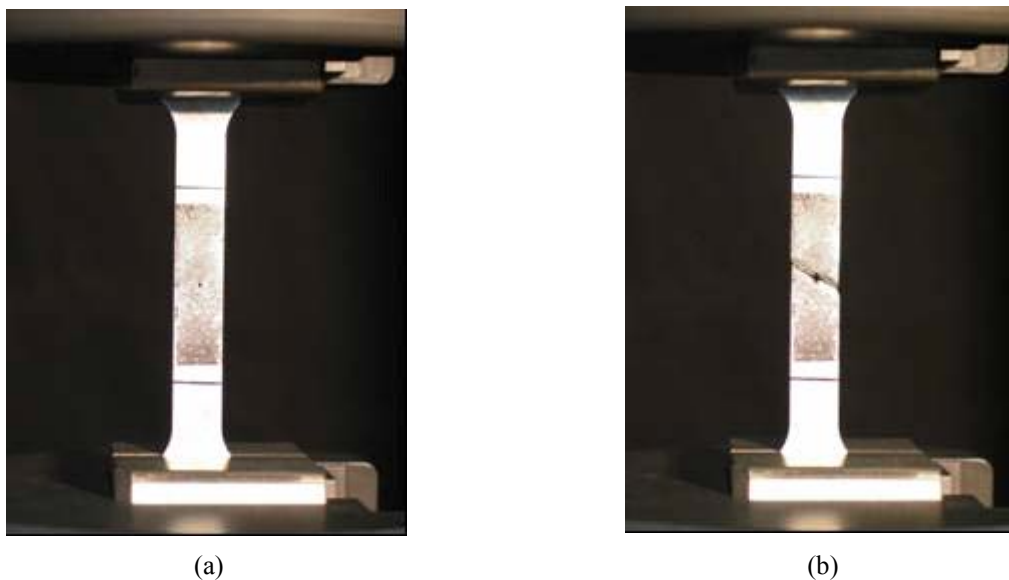


Figura 6. Imagens do provete antes e após o ensaio de tracção num o provete: antes da aplicação de qualquer carga (a); após rotura (b).

Para o provete com rede de linhas cruzadas utilizou-se o mesmo procedimento referido anteriormente. A tabela 3 e a figura 7 indicam os dados registados para este ensaio.

| Fotografia | Força [kN] |
|------------|------------|
| 1          | 0          |
| 2          | 0.442      |
| 3          | 0.767      |
| 4          | 0.938      |
| 5          | 1.22       |
| 6          | 1.45       |
| 7          | 1.63       |
| 8          | 1.54       |
| 9          | 1.46       |
| 10         | 0.991      |
| 11         | 0.703      |
| 12         | Rotura     |

Tabela 3. Correspondência entre as fotografias e a respectiva força aplicada no provete.

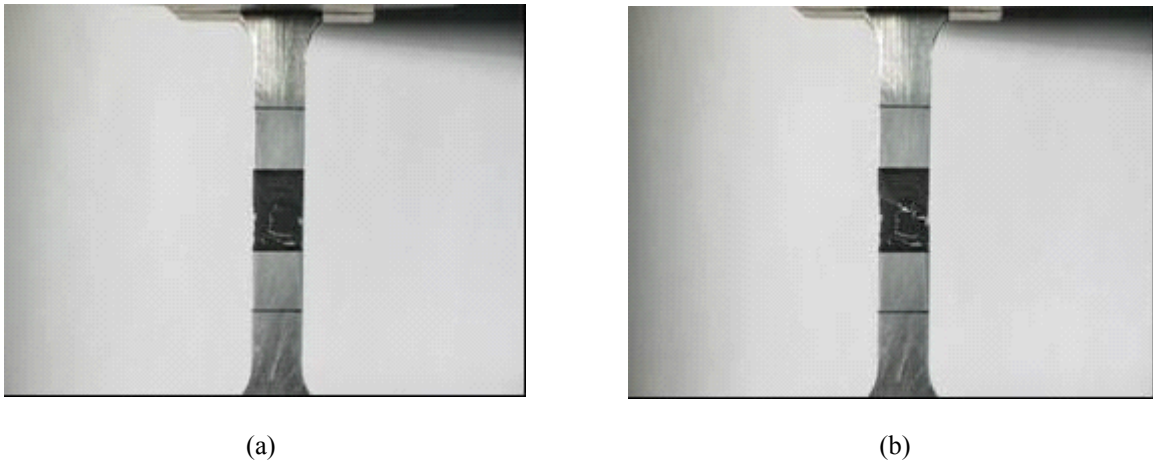


Figura 7. Imagens do provete com rede de linhas cruzadas durante o ensaio de tracção: antes da aplicação de qualquer carga (a); após rotura (b).

Após a observação da sequência de fotografias verificou-se que só era possível observar a deformação da rede de Moiré para cargas muito elevadas, isto é, já próximo da fase de estrição, e a ocorrência é ainda mais grave no caso da rede de linhas cruzadas. Esta situação deve-se ao facto das redes terem uma resolução muito baixa.

Neste caso só foi possível analisar para o caso da rede de linhas paralelas a partir da fotografia 9 (1.4 kN) e no caso da rede de linhas cruzadas a partir da fotografia 10 (0.991 kN). Assim, optou-se por estudar estes dois casos particulares. Na figura 8 estão representadas as fotografias 9 e 10 respectivamente para as redes paralelas e cruzadas.



Figura 8. Fotografias de o ensaio de tracção num provete com rede de linhas paralelas (a) e de linhas cruzadas (b).

#### 4. ANÁLISE DE RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para análise dos resultados obtidos pela deformação da rede de Moiré pode recorrer-se à comparação directa com uma rede mestra não deformada, possuindo a mesma frequência da rede inicial. Para o caso em análise pode recorrer-se à utilização dum acetato no qual foi impressa a rede mestra. Sobrepondo a rede mestra com a rede deformada, observam-se um conjunto de franjas que permitem a determinação do campo de deslocamentos do provete. Outra solução para análise da deformação da rede consiste no recurso a programas de processamento de imagem, solução utilizada neste trabalho.

Os resultados obtidos com as técnicas de Moiré desenvolvidas consistem em padrões de franjas correspondendo a linhas de iso-deslocamento na direcção normal à rede. Nestes padrões, com intensidades variando de forma aproximadamente sinusoidal, é a distribuição de fase que corresponde ao deslocamento. Por isso optou-se por recorrer a algoritmos de cálculo de fase espaciais que permitem uma análise mais rápida de resultados. Nestes, são normalmente utilizadas FFT's para desmodular a portadora de informação, frequência espacial da rede gravada e podem ser aplicados com apenas um padrão de franjas. Neste caso são obtidos mapas de fase possuindo descontinuidades de  $-\pi$  a  $\pi$ . Para resolver esta limitação é necessário recorrer a um algoritmo que permita desembrulhar a fase (*unwrapping*) e assim obter-se o campo de deslocamentos de forma contínua. Para obter o campo de deformações é necessário derivar o campo de deslocamentos na direcção pretendida.

Para análise dos resultados obtidos experimentalmente recorreu-se aos programas de processamento de imagem referidos que permitem obter o campo de deslocamentos. No caso em estudo optou-se por fazer uma análise mais pormenorizada numa região próxima do furo. Na figura 9 estão indicadas as regiões dos provetes que foram analisadas.

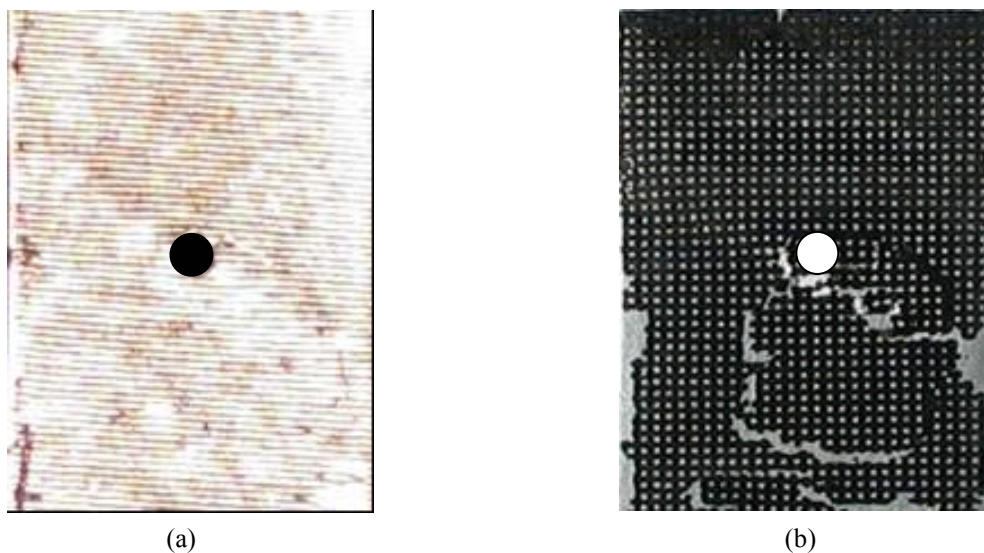


Figura 9. Superfície dos provetes analisada: rede de linhas paralelas (a); rede de linhas cruzadas (b).

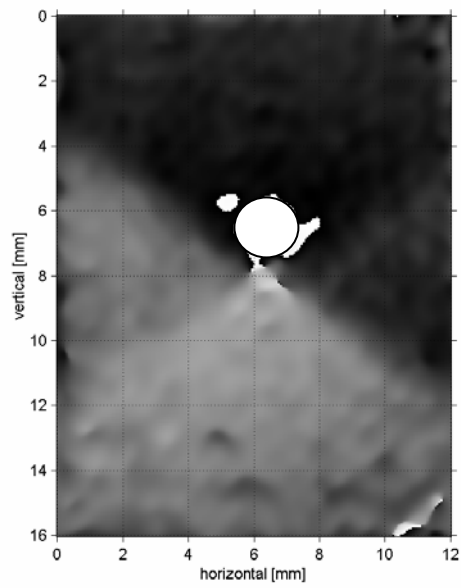


Figura 10. Mapa de fase da região do provete com rede de linhas paralelas.

O mapa de fase para o provete com redes de linhas cruzadas vai utilizar a portadora da direcção vertical e horizontal. Assim podemos obter os seguintes mapas de fase.

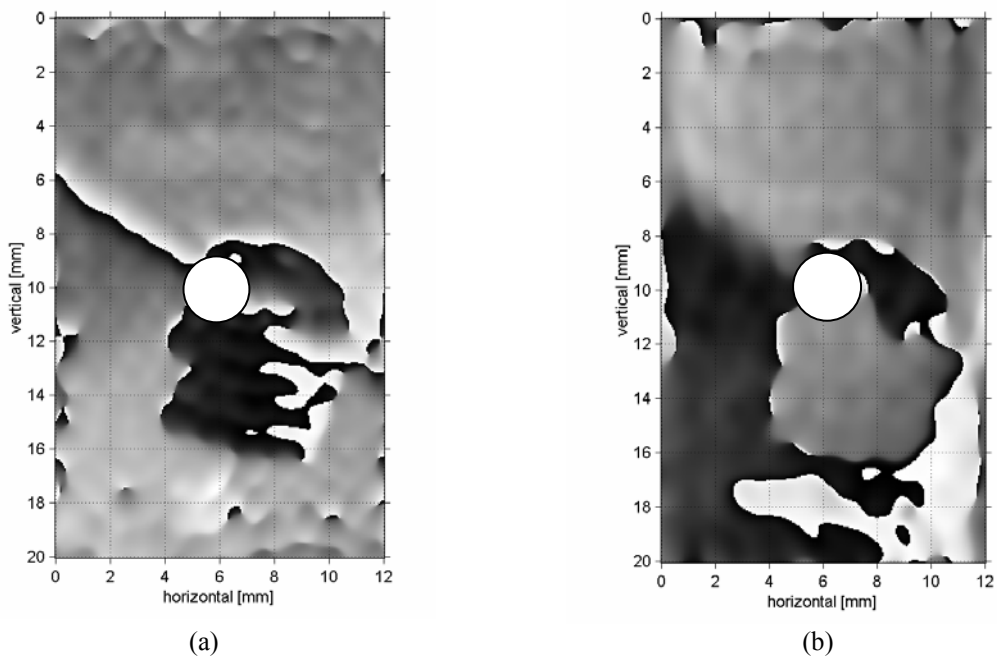


Figura 11. Mapa de fase da região do provete com rede de linhas cruzadas na direcção: vertical (a) e horizontal (b).

Como se pode ver na figura 11 ao utilizar menor resolução para medir o campo de deslocamentos reduz-se significativamente a razão sinal ruído. Uma forma de contornar este problema consistiria em analisar apenas a região da vizinhança do furo que sofreu maiores deformações.

Após o cálculo do *unwrapping* obtém-se o seguinte campo de deslocamentos para a região do provete que se encontra representada na figura 10.

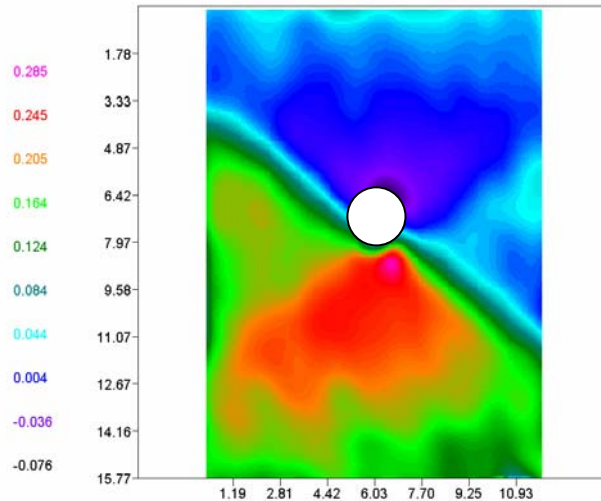


Figura 12. Campo de deslocamentos dos provetes com redes de linhas paralelas. Valores dos deslocamentos em milímetros.

Para o caso de linhas cruzadas determinou-se também o campo de deslocamentos contínuos nas direcções vertical e horizontal, tal como se indica na figura 13.

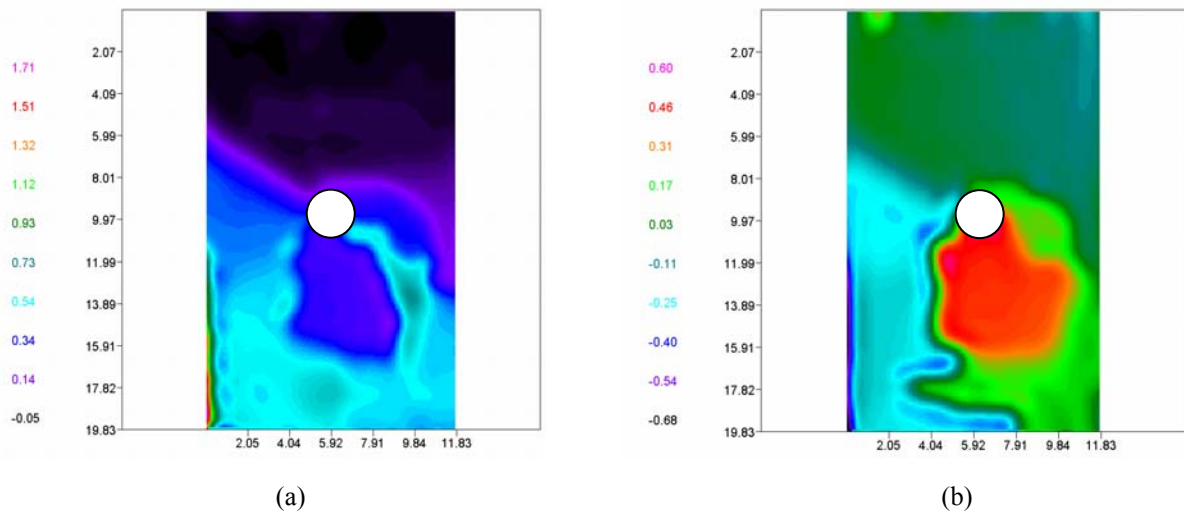


Figura 13. Campo de deslocamentos, em milímetros, dos provetes com redes de linhas cruzadas na direcção: vertical (a) e horizontal (b).

Da análise das figuras 12 e 13 pode observar-se uma diferença no campo de deslocamentos obtido. Tratando-se de situações equivalentes, deveriam ter sido obtidos comportamentos semelhantes comparativamente aos das figuras 12 e 13a). Estas diferenças devem-se fundamentalmente à menor resolução da segunda rede. Estão em preparação alguns testes complementares para obter campos de deslocamentos nas duas direcções e com maior resolução. Foram já gravados padrões de linhas com frequências espaciais até 1200 linhas/mm.

## 5. SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO ENSAIO

A simulação numérica do ensaio experimental descrito anteriormente foi realizada recorrendo ao programa de elementos finitos ANSYS 7.0. Com o objectivo simular o ensaio de tracção do provete foi feita uma análise numérica incremental e iterativa do efeito provocado pelo orifício circular. Foi criado um modelo com geometria e dimensões idênticas ao utilizado experimentalmente e gerada a respectiva malha, impondo-se uma carga de tracção variável linearmente (0 a 1600 N). Foram utilizadas nessa modelação as propriedades do alumínio ( $E=69$  GPa,  $\nu = 0,3$ ), gerada uma malha de 3600 elementos isoparamétricos quadráticos com 8 nós, este tipo de elemento é denominado como *PLANE82*. A malha utilizada no modelo do provete está indicada na figura 14.

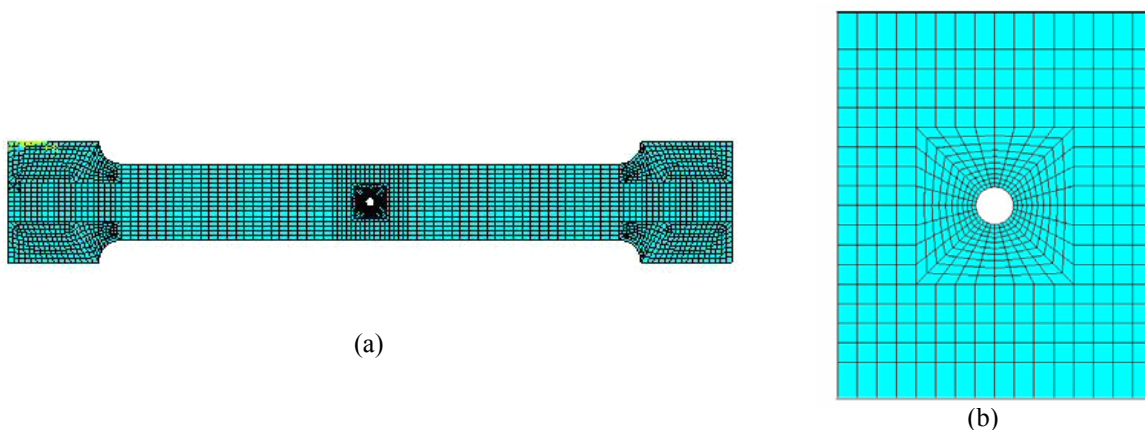


Figura 14. Malhagem do modelo criado para simular o provete de tracção: totalidade do provete (a), pormenor do centro do provete (a)

Neste cálculo foi obtida a distribuição do campo de deslocamentos nas direcções horizontal e vertical, para uma carga de 1600 N.

O modelo matemático utilizado na simulação utilizou um comportamento elas-plástico multi-linear para simular o comportamento do material. No carregamento foi utilizada uma carga incremental até serem obtidas tensões superiores à tensão de cedência do material. Na figura 15 estão representados os campos de deslocamentos obtidos nas direcções vertical e horizontal para uma carga de 1600 N. Uma análise aos campos de deslocamentos representados na figura 15 indica que a tensão de cedência do material já foi atingida em

grande parte da superfície.

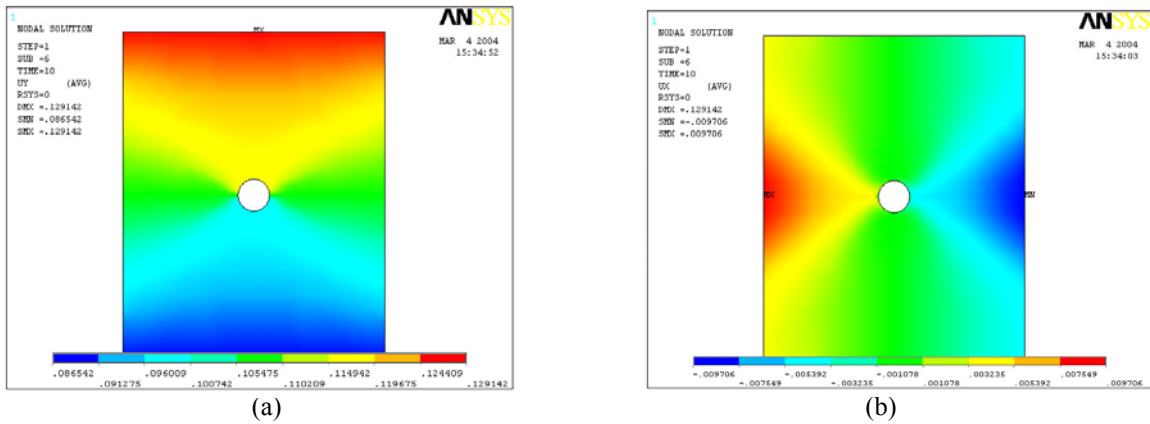


Figura 15. Campo de deslocamentos, em milímetros, obtidos numericamente para uma carga de 1600N na direcção: vertical (a) e na direcção horizontal (b).

Na figura 16 está representada a distribuição de tensões de Von-Mises na vizinhança do furo. Como se pode observar existem duas regiões orientadas a 45° com a direcção de solicitação às quais corresponde um nível de tensão superior à tensão de cedência do material. Esta região encontra-se bem definida na maior parte dos registos obtidos experimentalmente.

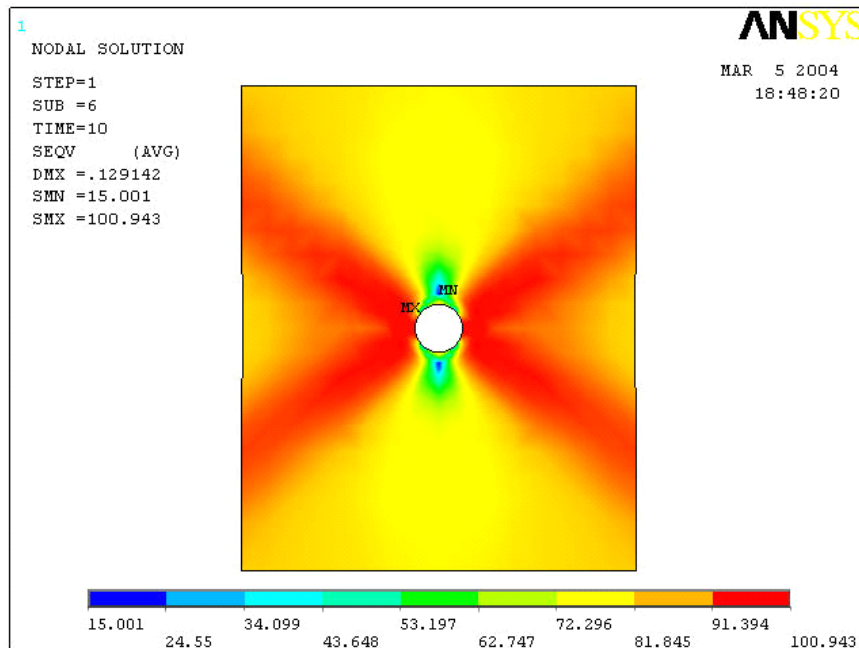


Figura 16. Tensões de Von-Mises calculadas para a vizinhança do furo. Valores de tensão em MPa.

## 6. CONCLUSÕES

As técnicas de Moiré revelaram-se bem adaptadas à medição de campos de deslocamentos no plano. Estas técnicas permitem realizar medições além do limite elástico do material. A utilização de técnicas de processamento de imagem permite aceder ao campo de deslocamentos com facilidade.

A técnica de gravação de redes permitiu atingir frequências espaciais de 4 linhas/mm e 3 linhas/mm nos casos de redes de linhas paralelas e linhas cruzadas respectivamente. Estas resoluções são manifestamente insuficientes para analisar com detalhe o comportamento de materiais como o ensaiado neste trabalho. Contudo, os resultados obtidos com a aplicação de rotinas de processamento de imagem especialmente desenvolvidas para o efeito são animadores. Actualmente é já possível gravar com rigor redes com 1200 linhas/mm. Embora se trate de uma técnica de gravação um pouco mais complexa prevê-se que muito em breve estas redes possam ser utilizadas com os materiais ensaiados.

As técnicas de Moiré para a medição de deslocamentos têm com principal vantagem a possibilidade de ajustar a frequência da rede, isto é, a resolução da medida à amplitude máxima dos deslocamentos que se pretendem medir.

## REFERÊNCIAS

- [1] Cloud, Gary, *Optical Methods of Engineering Analysis*, Cambridge University Press (1998).
- [2] *Handbook on Experimental Mechanics*, Second Revised Edition, Edited By Albert S. Kobayashi (1993).
- [3] *Metals Handbook – Properties and selection: nonferrous alloys and pure metals*, Vol. 2, Ninth Edition, American Society for Metals, Ohio (1979).
- [4] *Smithells Light Metals Handbook*, edited by E. A. Brandes & G. B. Brook, Oxford (1998).
- [5] Andonian, A. T., *A simplified Moiré Analysis for Two-dimensional Strain Measurements*, *Experimental Techniques*, 7 (6) (1983).
- [6] *Norma NP 10002-I*.
- [7] *ANSYS – Theory Reference*, Release 5.6, Edited by Peter Kohnke, (1999).
- [8] O.C. Zienkiewicz e R.L. Taylor, *The finite element method*, McGraw Hill, Vol. I (1989).