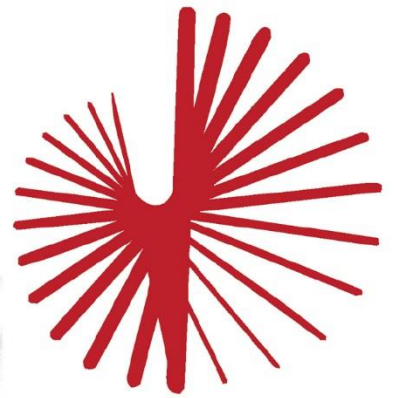


CONGRESO IBEROAMERICANO DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA

Del **10** al **14** de Julio



VIII

**C
I
B
E
M**

Madrid **2017**



LIBRO DE ACTAS

“Miramos con ilusión

hacia el futuro

de la educación matemática “

**VIII CONGRESO IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA**

LIBRO DE ACTAS

Editado por:

Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas

C/ H. Carvajal, 5. 23740 Andújar (Jaén) España

www.fespm.es

ISBN: 978-84-945722-3-4

La Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas no se hace responsable de los trabajos publicados en estas actas.

Los autores son responsables de que las citas en sus trabajos están adecuadamente indicadas con referencias apropiadas en el texto, así como de no haber utilizado fuentes distintas de las indicadas en la bibliografía, asumiendo las consecuencias de un posible plagio.



CONGRESO
IBEROAMERICANO DE
EDUCACIÓN MATEMÁTICA

COMUNICACIONES BREVES 1101-1200

COMUNICAÇÃO ESCRITA NA AULA DE MATEMÁTICA: PRÁTICAS DE ALUNOS DO ENSINO BÁSICO

Manuel Vara Pires – Cristiana Leite – Elisabete Costa
mvp@ipb.pt – cristianapintoleite@gmail.com – elisabete_costa_87@hotmail.com
Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

Núcleo temático: Comunicação e divulgação matemática

Modalidade: CB

Nível educativo: Primário (6 a 11 anos)

Palavras-chave: aprendizagem matemática, comunicação matemática, comentários escritos, resolução de tarefas matemáticas

Resumo

É fortemente reconhecida a centralidade da comunicação na aula de matemática. Este texto apresenta e reflete sobre dois estudos centrados na capacidade de comunicação escrita dos alunos em sala de aula, que seguiram uma abordagem qualitativa e interpretativa e envolveram alunos do 5.º ano, que resolveram individualmente três tarefas matemáticas ou comentaram em grupo trabalhos apresentados pelos restantes colegas. A análise das respostas suportou-se em quatro categorias definidas previamente (clareza, fundamentação, lógica, profundidade) e em três níveis de desempenho (baixo, médio, elevado). Os resultados apontam para desempenhos médios em clareza e para maiores dificuldades nas restantes categorias, especialmente nas justificações e conexões para suportar as ideias e raciocínios e no domínio dos temas matemáticos trabalhados, reforçando a necessidade de os alunos terem oportunidades de exprimir os seus pontos de vista e justificar os processos seguidos.

1. Contexto dos estudos

Esta comunicação apresenta e analisa dois estudos exploratórios desenvolvidos pelas segunda e terceira autoras nos seus estágios profissionais integrados na prática de ensino supervisionada do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico e registados nos respetivos relatórios finais de estágio (Costa, 2015; Costa & Pires, 2016; Leite, 2016; Leite & Pires, 2017), orientados pelo primeiro autor. Nos estágios profissionais, realizados ao longo de um ano letivo, cada uma das autoras assegurou o trabalho letivo em todas as áreas disciplinares (língua portuguesa, matemática, estudo do meio, expressões) do 1.º ciclo e em português, história e geografia de Portugal, ciências naturais e matemática do 2.º ciclo, assumindo, como eixo integrador das experiências de ensino e aprendizagem, a importância do desenvolvimento de capacidades comunicativas dos alunos. Esta importância,

amplamente reconhecida por potenciar aprendizagens mais sólidas e significativas (Guerreiro, Tomás Ferreira, Menezes & Martinho, 2015; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2017), foi concretizada através da proposta de resolução e discussão de tarefas que permitiram aos alunos apresentar, justificar e validar ideias e processos seguidos.

Integrando-se numa investigação mais ampla sobre a comunicação dos alunos em sala de aula e realizada em todas as áreas disciplinares dos respetivos estágios profissionais, os estudos centram-se, neste texto, na área da matemática, envolvendo duas turmas do 5.º ano do ensino básico. Os dois trabalhos pretenderam analisar aspetos da capacidade de comunicação escrita dos alunos, em quatro dimensões (clareza, fundamentação, lógica, profundidade), na resolução individual de tarefas matemáticas ou no registo de comentários em grupo sobre trabalhos apresentados pelos restantes colegas.

2. Aspetos da comunicação escrita em sala de aula

O desenvolvimento de uma boa competência comunicativa deve ser uma “prática produtiva” associada a uma aprendizagem matemática de qualidade (NCTM, 2017). Em sala de aula, a comunicação pode ser caracterizada pelo uso das linguagens oral e escrita e desenvolve-se através das formas como o professor e os alunos estruturam e partilham o seu conhecimento (Guerreiro, Tomás Ferreira, Menezes & Martinho, 2015).

Nestes processos comunicativos, os registos escritos realizados pelos alunos podem desempenhar um papel muito significativo, pois são uma forma de os ajudar a estruturar o seu pensamento, permitindo-lhes clarificar e refletir sobre as noções desenvolvidas na aula (NCTM, 2017; Ponte & Serrazina, 2000). Seguindo esta perspetiva, Ponte et al. (2007) referem que “a linguagem escrita (...) é uma forma de comunicação que tem um papel complementar fundamental no ensino-aprendizagem” (p. 45), apoiando-se num conjunto de representações facilitadoras dos processos de comunicação (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008).

A comunicação escrita pode, então, ser analisada tendo em conta as diferentes dimensões que lhe podem ser associadas e que a caracterizam, como a coerência, a lógica ou a clareza. Exemplificado com a clareza, esta dimensão característica da comunicação escrita está relacionada com a utilização de vocabulário (também matemático) apropriado e de formas

de representações adequadas à situação (Costa & Pires, 2016; Leite & Pires, 2017). Fazendo a associação dos três modos de representação interativos de Bruner às produções escritas na resolução das tarefas matemáticas, os alunos apelam: (i) a representações ativas, quando recorrem à manipulação ou experiência direta sobre os objetos; (ii) a representações icónicas, quando recorrem a esquemas, tabelas, desenhos ou diagramas, ilustrando conceitos ou procedimentos; e (iii) a representações simbólicas, quando recorrem a linguagem simbólica, através de símbolos matemáticos ou outras linguagens (Boavida et al., 2008).

3. Enquadramento metodológico

Para a apreciação dos dois estudos exploratórios foi realizada uma análise documental (Bogdan & Biklen, 2012). Ambos os trabalhos seguiram uma abordagem qualitativa e interpretativa orientada para a compreensão do que é único, particular e significativo para os sujeitos (Pires, 2006) e muito adequada à natureza e objetivos do problema em análise (Bogdan & Biklen, 2012) e ao contexto da investigação sobre a própria prática. A análise da comunicação escrita suportou-se num instrumento (ver Anexo A), que teve em conta aspetos já referidos em outros estudos (Castanheira, 2014), com quatro categorias (clareza, fundamentação, lógica, profundidade), definidas previamente, e três níveis de desempenho (baixo, médio, elevado) em cada uma delas.

O trabalho de Costa (2015) envolveu onze alunos que constituíam uma turma de matemática do 5.º ano de escolaridade (turma A). O estudo foi orientado para a questão “Como é que os alunos comunicam por escrito os seus raciocínios quando resolvem individualmente tarefas matemáticas?” com o propósito de identificar e analisar a capacidade de comunicação escrita dos alunos, nas quatro dimensões, quando resolvem tarefas matemáticas de forma individual. A recolha de dados foi feita através das respostas escritas dadas pelos alunos numa aula de noventa minutos na resolução de três tarefas matemáticas abordando os conceitos de perímetro e área de figuras poligonais. Cada resolução foi lida, analisada por categoria e incluída num dos níveis previstos.

O trabalho de Leite (2016) envolveu uma turma de vinte e dois alunos do 5.º ano de escolaridade, distribuídos por seis grupos (turma B). O estudo foi enquadrado pela questão “Como é que os alunos comunicam por escrito as suas ideias e comentários acerca de trabalhos de grupo apresentados pelos colegas?”, procurando analisar os comentários escritos dos alunos, atendendo às quatro dimensões referidas. A recolha de dados concretizou-se

através dos comentários que cada grupo escreveu sobre as resoluções das tarefas registadas pelos restantes grupos num diário de bordo elaborado ao longo de quatro aulas de noventa minutos no desenvolvimento de um projeto sobre organização e tratamento de dados. Os comentários produzidos por cada grupo relativamente ao trabalho dos colegas foram lidos e analisados em todas as categorias e associados, no seu aspeto global, a um dos níveis de desempenho em cada uma delas.

4. Apresentação e análise de resoluções e comentários dos alunos

Esta secção começa com as resoluções individuais recolhidas no estudo de Costa (2015), seguindo-se a apresentação dos comentários escritos em grupo relativos aos estudo de Leite (2016). Para cada caso, explicita-se a tarefa matemática trabalhada, apresentam-se resultados sistematizados em tabelas e ilustrados com produções dos alunos e analisam-se aspetos da capacidade comunicativa escrita dos alunos, atendendo às quatro categorias previamente definidas e aos respetivos níveis de desempenho.

4.1. Análise das resoluções individuais dos alunos da turma A (Costa, 2015)

Os alunos resolveram individualmente três tarefas relacionadas com os conceitos de área e perímetro, que solicitavam justificações e comentários a afirmações. Os níveis globais de desempenho atribuídos a cada aluno estão apresentados na tabela 1, verificando-se, em termos gerais, um nível médio em “clareza”, um nível baixo em “lógica” e “profundidade” e uma oscilação entre os níveis baixo e médio em “fundamentação”.

Tabela 1. Nível global atribuído aos alunos da turma A nas quatro categorias.

Alunos	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	b	m	e	b	m	e	b	m	e	b	m	e
Abel		x		x			x			x		
André		x			x		x			x		
Beatriz		x		x			x			x		
Cláudio	x			x			x			x		
Cátia			x		x			x			x	
Dino		x		x			x				x	
Dinarte		x			x		x			x		
Fabiano		x			x		x			x		
Glória		x			x			x			x	
Rui	x			x			x			x		
Telmo		x			x			x			x	

(total)	2	8	1	5	6	0	8	3	0	7	4	0
---------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Legenda: b - nível baixo; m - nível médio; e - nível elevado.

Neste texto, para ilustração, recorreremos a resoluções de uma dessas tarefas (ver figura 1), com duas alíneas, em que os alunos tinham de justificar raciocínios e comentar afirmações feitas por duas crianças.

Tarefa 2. Quem tem razão?

Considera os comentários da Ana e do Rui a propósito da Figura 2.

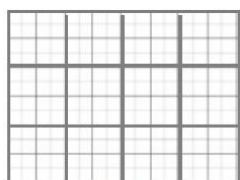


Figura 2

A área da
figura é 48 cm^2



Ana

Rui

A área da
figura é 12 cm^2

2.1. Quem tem razão? O que pensas dos comentários da Ana e do Rui?

2.2. Completa os comentários dos dois colegas, de modo a ser possível afirmar, com toda a certeza, qual é a área da figura.

Figura 1. Enunciado da tarefa (turma A).

Foi na categoria “clareza” que se observaram os melhores desempenhos, tendo a generalidade dos alunos expressado, globalmente, os seus pontos de vista com vocabulário compreensível e com representações ajustadas à situação (ver figura 3). Na categoria “fundamentação”, os níveis globais atribuídos oscilaram entre o baixo e o médio. Embora alguns alunos tivessem apresentado justificações ou argumentos adequados sobre os processos seguidos, outros houve que sentiram dificuldades em explicitar os seus pontos de vista. Vejam-se, nas figuras 2 e 3, as produções de dois alunos com desempenhos considerados bastante divergentes. O primeiro aluno reconheceu que as duas afirmações poderiam estar corretas, mas não conseguiu apresentar nem justificar as ideias, revelando dificuldades na apresentação de argumentos. Em contrapartida, o segundo aluno expôs o seu ponto de vista de forma precisa, com vocabulário correto e recorrendo a representações adequadas, a par de procurar fundamentar as suas ideias e formular adequadamente os seus argumentos.

Quem tem razão não os dois
Porque que

Figura 2. Resposta de nível baixo em todas as categorias.

Porque podemos considerar cada quadrado como 1 cm^2 e também
podemos considerar 12 quadrados como 1 cm^2

 $\rightarrow 1 \text{ cm}^2$

 $\rightarrow 1 \text{ cm}^2$

Figura 3. Resposta de nível médio em “clareza” e em “fundamentação”.

A categoria “lógica” registou fracos desempenhos com muitas respostas associadas ao nível baixo, revelando pouco raciocínio e coerência nos registos e evidenciando pouca conexão entre as ideias, de que é exemplo a resposta apresentada na figura 4. Embora o aluno remeta para a noção de unidade de medida, não são explicitadas as conexões concetuais que pretende estabelecer.

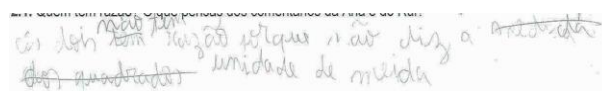


Figura 4. Resposta de nível baixo em “lógica” .

Igualmente, a generalidade dos alunos revelou dificuldades no domínio de aspetos mais complexos do conceito de área, estabelecendo pouca ligação entre as noções de medida e de unidade de medida, originando desempenhos globais fracos em “profundidade” e concentrados no nível baixo. Na figura 5, pode observar-se a produção de um alunos que relacionou os conceitos matemáticos envolvidos e adiantou justificações para os resultados encontrados.

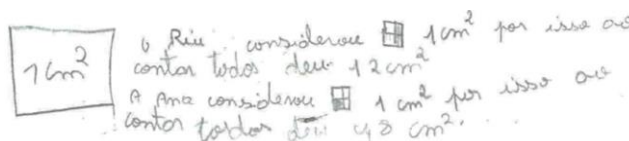


Figura 5. Resposta de nível médio em “profundidade”.

4.2. Análise dos comentários escritos pelos grupos da turma B (Leite, 2016)

Os alunos, em grupo, desenvolveram o projeto estatístico “Organizar e tratar dados é cá comigo!”, que permitiu o trabalho estatístico relacionado com a recolha, organização, interpretação e apresentação dos resultados, fazendo os respetivos registos num diário de bordo que foram organizando. Na caixa seguinte, apresenta-se o guião de uma das tarefas trabalhadas. No final, cada um dos grupos comentou, por escrito, as resoluções dos outros grupos registadas no respetivo diário de bordo.

Guião de trabalho – “Analisando lançamentos de um dado”
 Cada elemento do grupo lança o dado três vezes, registando os acontecimentos no diário de bordo (quantas vezes sai cada número de pintas do dado). (a) Construir uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas dos dados obtidos. Qual é moda? Justificar a resposta. (b) Inserir os dados numa tabela *Excel*. Construir o gráfico de barras que obtiveram no *Excel*. Não esquecer de colocar o título no gráfico. (c) Discutir, com os colegas, cuidados a ter na construção de um gráfico de barras e registar os resultados e conclusões obtidos.

Na tabela 2 estão sistematizados os níveis globais de desempenho globais atribuídos aos seis grupos relativos aos cinco comentários formulados por cada um deles sobre o trabalho apresentado pelos restantes grupos.

Tabela 2. Nível global atribuído aos grupos da turma B nas quatro categorias.

Grupos	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	b	m	e	b	m	e	b	m	e	b	m	e
1		x			x			x			x	
2		x		x				x			x	
3		x		x				x		x		
4		x			x			x		x		
5		x		x				x		x		
6			x			x		x			x	
(total)	0	5	1	3	2	1	0	6	0	3	3	0

Legenda: b - nível baixo; m - nível médio; e - nível elevado.

Nas categorias “clareza” e “lógica”, foi atribuído, globalmente, o nível médio dado que todos os grupos ligaram e expressaram bem, embora alguns com erros ortográficos, as respetivas ideias, manifestando coerência nos registos escritos que produziram, conforme se pode verificar nas figuras 6, 7 e 8.

Já as categorias “fundamentação” e “profundidade” recolheram os níveis mais baixos. Embora alguns grupos tivessem justificado, de forma bem adequada, as suas ideias (ver figura 7) e revelassem, por vezes, um bom domínio dos tópicos estatísticos, houve outros em que as opiniões registadas não foram muito precisas nem justificadas, omitindo (ver figura 8) ou referindo-se pouco aos assuntos em estudo.

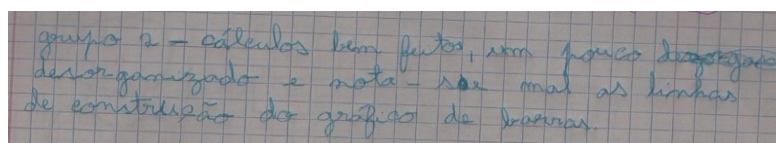
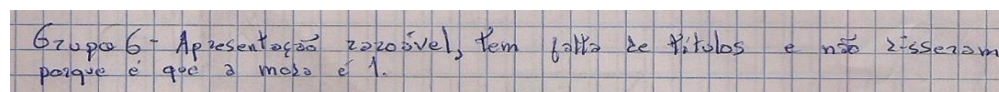



Figura 6: Comentários dos Grupos 2 e 6 aos Grupos 5 e 3, respetivamente.

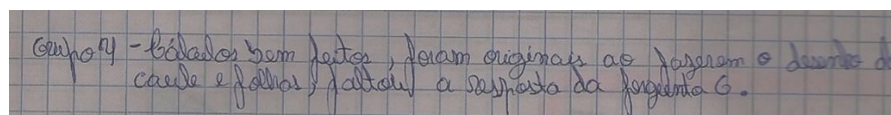


Figura 7. Comentário de nível médio em “fundamentação”.

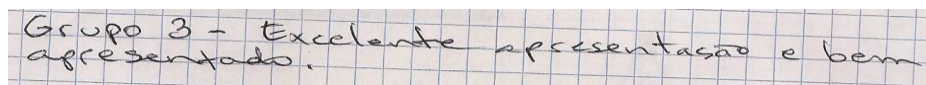


Figura 8. Comentário de nível baixo em “fundamentação” e em “profundidade”.

5. A concluir

A análise das resoluções escritas individuais apresentadas pelos alunos do estudo de Costa (2015) permite concluir que, globalmente, a sua capacidade de comunicação escrita pode ser enquadrada no nível médio em “clareza”, no nível baixo em “lógica” e em “profundidade” e oscila entre o nível baixo e o nível médio em “fundamentação”. Já a análise dos comentários escritos elaborados pelos grupos de alunos do estudo de Leite (2016) aponta para desempenhos médios em “clareza” e em “lógica” e para maiores dificuldades em “fundamentação” e em “profundidade”, oscilando entre o nível baixo e o nível médio. Os resultados permitem, ainda, concluir que o nível elevado tem alguma expressão em “clareza” (nos dois estudos) e em “fundamentação” (no estudo de Leite), mas é quase inexistente nas categorias “lógica” e “profundidade”.

Em “clareza”, os alunos dos dois estudos expressaram-se com ideias bastante precisas, sem grandes redundâncias, com vocabulário correto e poucos erros ortográficos e recorreram a representações icónicas e simbólicas adequadas (Boavida et al., 2008) acompanhando o estudo de Castanheira (2014). Também em “fundamentação”, os resultados foram bastante próximos, tendo alguns alunos revelado dificuldades na justificação das suas ideias e processos seguidos (Guerreiro et al., 2015), mas metade dos grupos justificaram ou fundamentaram, de forma razoável, os comentários que fizeram. Globalmente, em “lógica” e em “profundidade”, os alunos do estudo de Leite revelaram melhores desempenhos, demonstrando uma boa coerência nos registos escritos, com conexão entre as ideias apresentadas, e um razoável domínio dos diferentes aspetos dos temas estatísticos em questão, comentando tópicos matemáticos como a média, a moda ou os gráficos de barras.

Os dois estudos reforçam a necessidade de valorizar as diferentes dimensões da comunicação escrita em matemática na sala de aula (Guerreiro et al., 2015; NCTM, 2017; Ponte & Serrazina, 2000), dando aos alunos oportunidades de expressar, registar e justificar, com correção e coerência, as suas ideias e processos e de integrar, com profundidade, os tópicos matemáticos nessas justificações, para consolidar e atribuir mais sentido às aprendizagens matemáticas que vão realizando.

Referências bibliográficas

- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2012). *Qualitative research for education: an introduction to theories and methods* (6th ed.). Boston: Pearson Education.
- Castanheira, G. (2014). *Um modelo de ensino para o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática em alunos do 5.º ano do ensino básico*. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viseu, Viseu, Portugal.
- Costa, E. (2015). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Costa, E., & Pires, M. V. (2016). Comunicar por escrito em matemática: um estudo com alunos do 5.º ano. In M. H. Martinho, R. Tomás Ferreira, I. Vale & H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de investigação em educação matemática*, pp. 405-419. Porto: Associação de Professores de Matemática.
- Guerreiro, A., Tomás Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: a perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(4), 279-295.
- Leite, C. (2016). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Leite, C., & Pires, M. V. (2017). Comentários escritos produzidos pelos alunos na aula de matemática: um estudo no ensino básico. In L. Menezes, A. Ribeiro, H. Gomes, A. P. Martins, F. Tavares & H. Pinto (Eds.), *Atas do XXVIII Seminário de investigação em educação matemática*, pp. 217-230. Viseu: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2017). *Princípios para a ação: assegurar a todos o sucesso em matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pires, M. V. (2006). *Os materiais curriculares na construção do conhecimento profissional do professor de matemática. Três estudos de caso*. Tese de doutoramento, Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, Espanha.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

Anexo A

Instrumento de análise da comunicação escrita (categorias e níveis de desempenho)

(Costa & Pires, 2016; Leite & Pires, 2017)

Clareza

O aluno expressa, por escrito, as suas ideias, recorrendo a vocabulário correto e a representações adequadas.

Considera-se *nível baixo* quando o aluno apresenta ideias imprecisas, utiliza vocabulário incorreto ou incompreensível e recorre a representações inadequadas.

Considera-se *nível médio* quando o aluno apresenta ideias precisas, mas utiliza vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorre a representações pouco adequadas.

Considera-se *nível elevado* quando o aluno apresenta ideias precisas, utiliza vocabulário preciso e correto e recorre a representações adequadas.

Fundamentação

O aluno justifica, de forma escrita, os seus processos ou ideias, apresentando argumentos plausíveis.

Considera-se *nível baixo* quando o aluno justifica os seus processos ou ideias de forma imprecisa

Considera-se *nível médio* quando o aluno justifica razoavelmente os seus processos ou ideias.

Considera-se *nível elevado* quando o aluno justifica adequadamente os seus processos ou ideias.

Lógica

O aluno manifesta raciocínio e coerência nos registos escritos, apresentando conexões entre as ideias registadas.

Considera-se *nível baixo* quando o aluno revela pouco raciocínio e coerência nos registos escritos, não mostrando conexão entre as ideias.

Considera-se *nível médio* quando o aluno revela algum raciocínio e coerência nos registos escritos, a par de alguma conexão entre as ideias.

Considera-se *nível elevado* quando o aluno revela raciocínio e coerência nos registos escritos, manifestando conexão entre as ideias.

Profundidade

O aluno revela, de forma escrita, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto a trabalhar.

Considera-se *nível baixo* quando o aluno revela, frequentemente, não dominar aspetos importantes sobre o assunto.

Considera-se *nível médio* quando o aluno revela, algumas vezes, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto.

Considera-se *nível elevado* quando o aluno revela, frequentemente, dominar os aspetos mais complexos sobre o assunto.