

VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional

Universidade de Évora

14 a 16 de Abril de 2003

ESTUDO NUMÉRICO E EXPERIMENTAL DA ENCURVADURA LATERAL TORSIONAL DE PERFIS IPE COM E SEM REFORÇOS TRANSVERSAIS NA ALMA

Piloto, P.A.G.¹, Mesquita, L.M.R.², Ribeiro, P.J.³; Vaz, M.A.P.⁴; Vila Real, P.J.M.M.⁵

RESUMO

O fenómeno de encurvadura lateral torsional de vigas I metálicas é apresentado sob o ponto de vista analítico, numérico e complementado com uma descrição experimental dos ensaios realizados. A capacidade de resistência destes elementos estruturais à flexão pode ser limitada pelo fenómeno de instabilidade, em função de possíveis restrições laterais, do vão do respectivo elemento, da rigidez à torção, entre outros factores de constrangimento, nomeadamente nos apoios. A utilização de reforços nas almas aumenta a capacidade resistente do elemento à encurvadura lateral, através de um aumento local da rigidez à torção e à flexão. Estes reforços transversais também podem ser utilizados para aumentar a capacidade resistente dos elementos à instabilidade distorsional da secção recta, acoplando a rotação de ambas as flanges no plano. É ainda efectuado um estudo paramétrico sobre o reforço da secção recta dos perfis, para uma gama de comprimentos de viga, número, posição e espessura das placas de reforço, soldadas na alma e banzos destes elementos. O estudo é desenvolvido numericamente, utilizando um modelo de cálculo não linear geométrico e material, sendo complementado por ensaios experimentais à escala real.

1. INTRODUÇÃO

Para aumentar a resistência à encurvadura deste tipo de elementos estruturais, podem ser utilizados reforços metálicos na alma dos perfis ou outros tipos de constrangimentos cinemáticos. Estudos efectuados por Bradford e Trahair (1981), permitiram concluir que a redução dos graus de liberdade relativos aos movimentos da secção recta melhoravam o

¹ Professor Coordenador, DMA-ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança.

² Assistente, DMA-ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança.

³ Engenheiro Mecânico, LERM – ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança.

⁴ Professor Associado, DEMEGI – FEUP, Universidade do Porto.

⁵ Professor Associado c/ Agregação, DEC, Universidade de Aveiro.

comportamento à encurvadura deste tipo de elementos. Takabatake (1988) apresenta um estudo elástico deste fenómeno de instabilidade que lhe permite concluir que vigas reforçadas transversalmente e longitudinalmente possuem maior momento crítico, comparativamente a elementos de viga não reforçados e que, elementos com maior rigidez torsional relativa, beneficiam da utilização deste tipo de reforços.

Neste trabalho é apresentado um modelo de casca não linear geométrico e material para o cálculo do momento resistente à encurvadura lateral. O estudo paramétrico permite extrair algumas conclusões relativas ao comportamento de elementos de viga nas condições que se apresentam na figura 1, em função do número de reforços, posição e características geométricas.

Seis ensaios realizados à escala real, pretendem demonstrar e validar o comportamento destes elementos reforçados. Os deslocamentos são medidos a meio vão, enquanto que o valor da carga incremental é monitorizado através de células de carga localizadas na extremidade de dois cilindros hidráulicos.

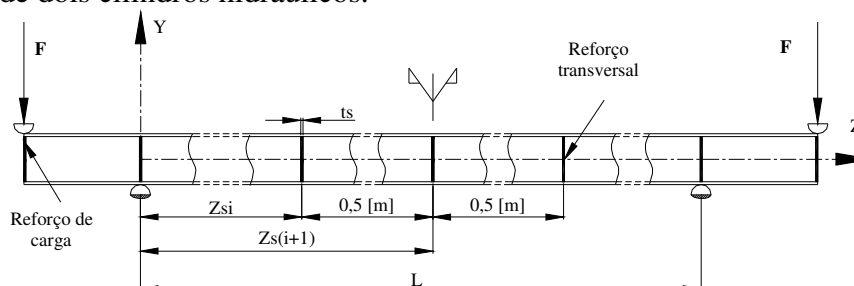


Fig. 1 – Modelo da geometria da viga com alma reforçada transversalmente.

O desenvolvimento analítico do momento crítico recorre ao método energético, sendo a expressão obtida semelhante à determinada para os casos de vigas com secção uniforme. O efeito local destes reforços é expresso através da função de Dirac.

Nas análises efectuadas, foram consideradas as imperfeições geométricas iniciais, utilizando expressões de harmónicas simples para aproximar o deslocamento lateral inicial, Camotim e Reis (2001). Não foram consideradas tensões residuais nos perfis.

2. CARACTERÍSTICAS DA SECÇÃO DO PERFIL COM REFORÇOS

Considerando a secção recta do perfil em estudo (IPE 100), conjuntamente com os reforços transversais, representados na figura 2, verifica-se localmente o aumento do valor da constante de torção J e o aumento do valor do momento de segunda ordem da secção relativamente ao eixo de menor resistência. Os valores destas propriedades físicas da secção podem ser aproximadas pelas seguintes expressões, propostas por Takabatake (1988).

$$I_y = I_{y0} + \sum_{i=1}^s I_{ys} D(z - z_{si}) \quad (1)$$

$$J = J_0 + \sum_{i=1}^s J_s D(z - z_{si}) \quad (2)$$

I_{y0} representa o momento de segunda ordem da secção relativamente ao eixo de menor resistência, considerando a viga sem reforço, enquanto que I_{ys} traduz o momento de segunda ordem do reforço localizado em $z = z_{si}$, relativamente ao mesmo eixo. J_0 e J_s representam a constante de torção da secção recta do perfil sem reforço e da placa de reforço, localizada

nas mesmas coordenadas, respectivamente. Os somatórios na variável “s” representam o efeito acumulado de todos os reforços, ao longo do elemento em estudo.

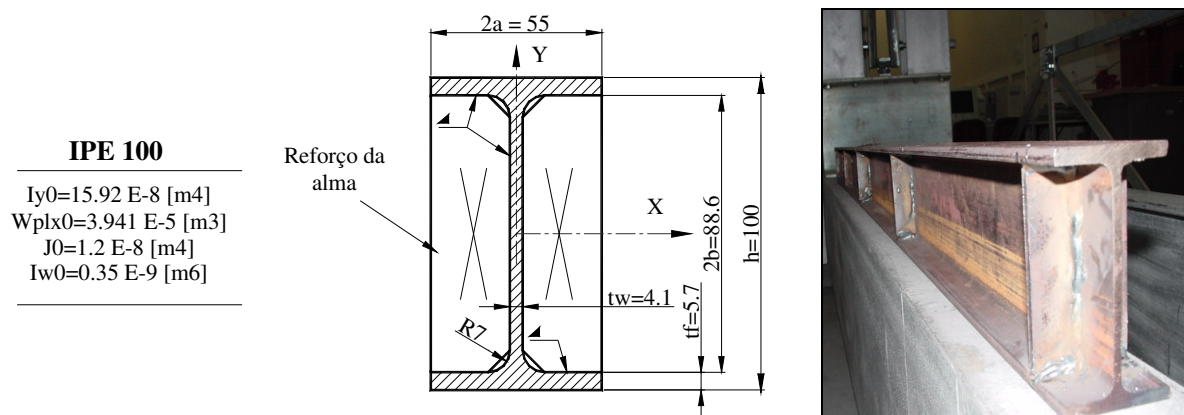


Fig. 2 – Modelo de reforço utilizado na alma.

O factor $D(z - z_{si})$ é definido como uma função de Dirac existente no local de um reforço de espessura constante t_s , relativa ao reforço i da alma, nomeadamente, na região compreendida entre $z_{si} - t_s/2$, até $z_{si} + t_s/2$. A função D é considerada como a soma da função δ , distribuída continuamente na região da espessura do reforço, Mikusinski e Sikorski (1957), podendo ser aproximada por:

$$D(z - z_{si}) \cong t_s \delta(z - z_{si}) \quad (3)$$

A forma dos reforços transversais é assumida como simétrica em relação ao eixo dos yy , conforme se representa na figura 2. O valor do momento de segunda ordem do perfil é incrementado, quando se está em presença do reforço, podendo o valor da constante de torção J_s , ser calculado através da subtração do valor da constante J_0 , ao valor da constante de torção da secção maciça, de acordo com Gjelsvik (1968).

$$I_{ys} = \frac{2b(2a)^3}{12} - \frac{2bt_w^3}{12} \quad (4)$$

$$J_s = a^3 \frac{h}{2} f_1 - \frac{2b}{3} t_w^3 - \frac{4a}{3} t_f^3 \quad (5)$$

O valor da função f_1 é aproximada pela expressão (6), de acordo com Utoguch (1968).

$$f_1 = \frac{16}{3} \left[1 - \frac{192}{\pi^5 \left(\frac{h}{2a}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^5} \tanh\left(\frac{n\pi h}{4a}\right) \right] \quad (n = 1, 3, 5, \dots, \infty) \quad (6)$$

As restantes constantes a, b, t_f, t_w, h são representadas pelas dimensões expressas na figura 2.

Os reforços transversais, embora aumentem o valor das constantes físicas apresentadas, não produzem aumento significativo da rigidez na direcção axial, pelo que se assume que estas nervuras não produzam efeito prático no empenamento da secção, não sendo afectado o valor da constante de empenamento, I_{w0} .

3. MOMENTO CRÍTICO PARA FLEXÃO UNIFORME

Considere-se a encurvadura lateral de uma viga sujeita a um carregamento de flexão uniforme M . Este fenómeno de instabilidade resulta num movimento lateral u , acompanhado com uma rotação da secção β e de um deslocamento vertical, representado esquematicamente na figura 3.

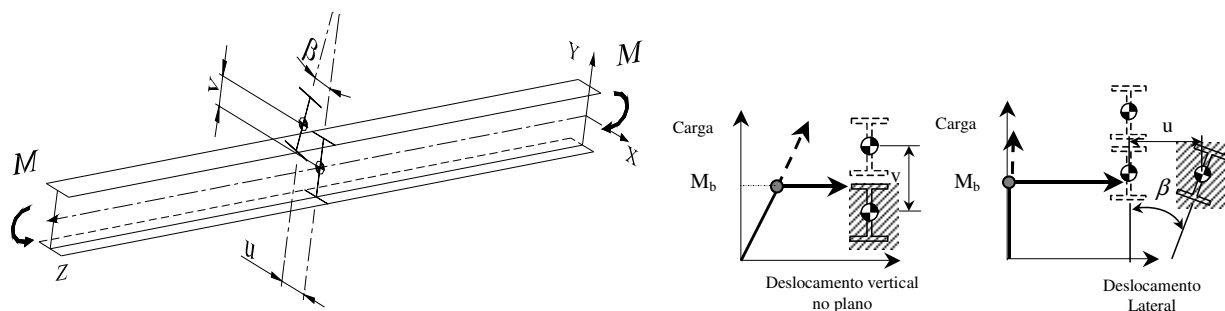


Fig. 3 – Encurvadura lateral de vigas, no estado de flexão pura. Comportamento da secção recta.

No estado limite último de instabilidade, o elemento estrutural apresentado e o respectivo carregamento, deverão obedecer à lei da conservação da energia, enquanto este elemento se deforma desde a posição inicial de equilíbrio neutro para uma nova posição encurvada, de equilíbrio. As equações diferenciais que descrevem este fenómeno são as seguintes:

$$\begin{aligned} (EI_y u''') + (M_x \beta'') &= 0 \\ (EI_w \beta'') - (GJ \beta') + (M_x u'') &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

A primeira equação traduz o equilíbrio entre a acção de flexão fora do plano da alma $-(M_x \beta)''$ e a resistência à flexão lateral do elemento em causa, enquanto que a segunda equação representa a igualdade entre a acção de torção $-M_x u''$ e a resistência ao empenamento e torção apresentada pela secção. Estas equações diferenciais podem ser aproximadas por soluções harmónicas ou polinomiais, Trahair (1993).

Como este tipo de elementos estruturais se deformam de uma forma quase estática, o aumento da energia de deformação armazenada no elemento é também acompanhada por uma diminuição de energia potencial originada pelo carregamento.

$$\frac{1}{2} \int_0^L (EI_y u''^2 + EI_w \beta''^2 + GJ \beta'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L 2M_x \beta u'' dz = 0 \quad (8)$$

A substituição de uma solução harmónica, que verifique as condições limites, na expressão da energia, origina um sistema homogéneo, que deverá ser resolvido pelos processos habituais, originando uma solução para o valor do momento crítico, CEN ENV (1992), que resulta:

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_{y1}}{(kL)^2} \sqrt{\left(\frac{k}{k_w}\right)^2 \frac{I_w}{I_{y1}} + \frac{(kL)^2 GJ_1}{\pi^2 EI_{y1}}} \quad (9)$$

Nesta expressão, $k=0.65$ representa o valor do factor de comprimento efectivo, enquanto $k_w=1.0$ representa o valor do factor de empenamento nas extremidades da viga.

Os valores a adoptar para o momentos de segunda ordem e para o valor da constante de torção, deverão ser determinados pelas expressões propostas por Takabatake (1988), que resultam da substituição da função Dirac por expansão em séries de potência. Segundo o mesmo autor, trata-se de uma série de convergência rápida, sendo apenas necessário a utilização do primeiro termo, para o nível de precisão necessária de todos os casos práticos.

$$I_{y1} = I_{y0} + \frac{2}{L} \sum_{i=1}^s I_{ys} t_s \text{Sin}^2 \left(\frac{\pi z_{si}}{L} \right) \quad (10)$$

$$J_1 = J_0 + \frac{2}{L} \sum_{i=1}^s J_s t_s \text{Cos}^2 \left(\frac{\pi z_{si}}{L} \right) \quad (11)$$

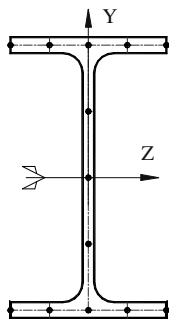
As últimas parcelas representam o efeito dos reforços transversais na alma. No caso do efeito destes reforços ser desprezado, o valor do momento de segunda ordem e da constante de torção tendem para os valores iniciais do perfil do elemento.

4. ANÁLISE POR ELEMENTOS FINITOS

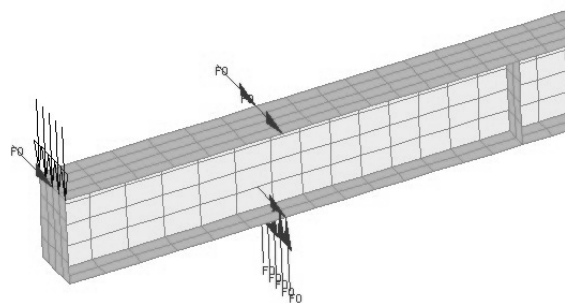
O fenómeno de instabilidade lateral foi modelado através de um programa de análise não linear material e geométrico, SAFIR, desenvolvido na Universidade de Liège, com recurso a um pré processador genérico GID. O elemento de casca utilizado permite efectuar estudos de grandes deslocamentos associados a pequenas deformações, bem como o estudo material em regime elástico e plástico, de acordo com as propriedades propostas no Eurocódigo 3, CEN ENV (1992). Este elemento possui seis graus de liberdade por nó: translações nas coordenadas x, y e z e rotações nodais em torno das mesmas direcções. A secção recta possui geometria plana, modelada com superfícies, de acordo com a figura 4.

4.1. Modelo e implementação

O elemento finito de casca utilizado para modelar as vigas IPE 100, com e sem reforços, permite simular superfícies de elementos de estrutura de casca, planas ou empenadas, com espessura modernamente espessa e fina. Deve ainda ser capaz de modelar o efeito do comportamento da encurvadura distorsional entre os banzos do perfil e todo o possível efeito local associado.



a) Posição dos nós na secção recta.



b) Malha utilizada e condições fronteira para cargas e apoios de forquilha.

Fig. 4 – Discretização por elemento finitos.

O material utiliza um modelo plástico bi-linear, sendo utilizado um valor $f_{y,d} = 500 [MPa]$, obtido por experimentação, para caracterizar a tensão de cedência do material.

A capacidade de resistência à flexão deste tipo de vigas encontra-se limitada pela capacidade de flexão no domínio plástico e pela encurvadura no domínio elástico. Na maior parte dos casos reais de solicitação, a capacidade de resistência à flexão de uma viga com este tipo de secção é inferior, devido à cedência do material e à existência de imperfeições iniciais, como por exemplo, falta de rectilismo inicial, tensões residuais iniciais e não uniformidade das dimensões da secção recta.

O efeito das imperfeições iniciais depende de vários factores, sendo a esbelteza da viga o factor mais relevante. Assim, para uma viga muito esbelta, o colapso é dominado por fenómenos de instabilidade elástica, enquanto que para uma viga menos esbelta, o colapso desta verifica-se, também, por cedência do material.

O modelo numérico utilizado para implementar a imperfeição inicial, é baseado num modelo de harmónica sinusoidal, considerando apenas um deslocamento lateral inicial, caracterizado pela equação 12, sem rotação da secção recta.

$$u(z) = \frac{L}{1000} \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \quad (12)$$

Este modelo não assume qualquer distribuição de tensão residual inicial. Durante o processo de fabrico deste perfis são desenvolvidas tensões de compressão nos extremos dos banzos e a meio da alma e tensões de tracção nas restantes zonas da secção recta, nomeadamente, na junção da alma com os banzos. Este facto diminui a resistência à flexão dos elementos nestas condições, pela existência das tensões de compressão já instaladas nos perfis.

As condições de apoio são baseadas nos modelos de forquilha simulados em ambas as extremidades. O deslocamento axial foi restringido a meio vão da viga para evitar movimentos de corpo rígido.

Os reforços transversais foram modelados com o mesmo tipo de elemento, tendo considerado o processo de união por soldadura, na zona de contacto entre este e o perfil. O posicionamento foi implementado a partir do meio vão da viga, espaçando os reforços de meio em meio metro, ver figura 1. Foram ainda modelados reforços transversais no ponto de aplicação da carga, ver figura 4b).

O carregamento utilizado para modelar o caso de carga de flexão uniforme, foi baseado em duas células de carga, localizadas fora do vão da viga, como representado esquematicamente na figura 1. O processo de transmissão do esforço foi modelado em função do carregamento previsto na parte experimental.

4.2. Resultados numéricos

A encurvadura lateral de uma secção duplamente simétrica com reforços distribuídos ao longo do comprimento da viga, foi estudado. Para obter o momento resistente à encurvadura de cada simulação, foi escolhido o carregamento correspondente ao último incremento de carga, capaz de manter o equilíbrio do elemento estrutural, M_b . Estes valores foram adimensionalizados relativamente ao momento plástico da secção em estudo, $M_{c,Rd}$.

Um estudo paramétrico, sobre o efeito dos reforços na encurvadura lateral de vigas, envolve como possíveis variáveis, a espessura e a localização dos mesmos. Assim, e para os

comprimentos de viga em estudo, são apresentados resultados dos momentos resistentes à encurvadura e dos deslocamentos generalizados a meio vão (rotações e translações).

Nas tabelas seguintes, são apresentados os resultados das simulações efectuadas, tendo em consideração as variáveis identificadas. Os casos são identificados através do número e tipo de reforços utilizados. Assim, C0 representa uma viga com reforços de carga, enquanto que Ci representa uma viga com “i” reforços entre apoios, para além dos reforços utilizados no local da carga.

Tabela 1 - Resultados numéricos para vigas com 1.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b/M_{c,Rd}$	I_1/I_0	J_1/J_0	β [rad] meio vão	DL [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	53248	0.62	1.00	1.00	0.06733	0.00384	0.01008
C0	5.7	0	54248	0.63	1.00	1.00	0.06393	0.00359	0.01023
C1	4.1	1	53248	0.62	1.04	1.00	0.06631	0.00382	0.01007
C1	5.7	1	54376	0.63	1.06	1.00	0.05842	0.00330	0.01018
C3	4.1	3	54000	0.63	1.06	3.48	0.05478	0.00314	0.00996
C3	5.7	3	56000	0.65	1.09	4.45	0.05112	0.00293	0.01030

Tabela 2 - Resultados numéricos para vigas com 2.0 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b/M_{c,Rd}$	I_1/I_0	J_1/J_0	β [rad] meio vão	DL [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	44250	0.52	1.00	1.00	0.01195	0.01698	0.17735
C0	5.7	0	45250	0.53	1.00	1.00	0.01252	0.01752	0.18868
C1	4.1	1	44250	0.52	1.03	1.18	0.01172	0.01688	0.17289
C1	5.7	1	45250	0.53	1.04	1.25	0.01227	0.01739	0.18407
C3	4.1	3	44750	0.52	1.06	2.24	0.01182	0.01706	0.17186
C3	5.7	3	46250	0.54	1.09	2.73	0.01198	0.01762	0.17325
C5	4.1	5	45750	0.53	1.06	4.73	0.01197	0.01748	0.17454
C5	5.7	5	48500	0.57	1.09	6.18	0.00856	0.01707	0.12606

Tabela 3 - Resultados numéricos para vigas com 2.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b/M_{c,Rd}$	I_1/I_0	J_1/J_0	β [rad] meio vão	DL [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	48250	0.88	1.00	1.00	0.19262	0.02017	0.02307
C0	5.7	0	48500	0.88	1.03	1.00	0.14932	0.01544	0.02269
C1	4.1	1	48200	0.88	1.03	1.00	0.16356	0.00871	0.02649
C1	5.7	1	48525	0.88	1.04	1.00	0.17675	0.00963	0.02713
C3	4.1	3	48600	0.89	1.06	1.69	0.16656	0.00897	0.02680
C3	5.7	3	49500	0.90	1.08	1.95	0.1486	0.00806	0.02673
C5	4.1	5	49150	0.90	1.06	3.48	0.16449	0.00898	0.02707
C5	5.7	5	50600	0.92	1.09	4.45	0.15614	0.00884	0.02766

Tabela 4 - Resultados numéricos para vigas com 3.0 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b/M_{c,Rd}$	I_1/I_0	J_1/J_0	β [rad] meio vão	DL [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	32500	0.38	1.00	1.00	0.01912	0.02891	0.23295
C0	5.7	0	33000	0.39	1.00	1.00	0.01857	0.02908	0.22865
C1	4.1	1	32500	0.38	1.02	1.00	0.01902	0.02884	0.23104
C1	5.7	1	33000	0.39	1.03	1.00	0.01844	0.02901	0.22647
C3	4.1	3	32500	0.38	1.05	1.41	0.01800	0.02830	0.21760
C3	5.7	3	33500	0.39	1.07	1.58	0.01954	0.02986	0.23582
C5	4.1	5	33000	0.39	1.06	2.66	0.01889	0.02904	0.22557
C5	5.7	5	34000	0.37	1.09	3.30	0.01742	0.02792	0.21608
C7	4.1	7	33500	0.39	1.06	4.31	0.01784	0.02894	0.21429
C7	5.7	7	35500	0.41	1.09	5.61	0.01860	0.01860	0.22120

Tabela 5 - Resultados numéricos para vigas com 3.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b/M_{c,Rd}$	I_1/I_0	J_1/J_0	β [rad] meio vão	DL [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	28400	0.33	1.00	1.00	0.29992	0.02684	0.03801
C0	5.7	0	28800	0.34	1.00	1.00	0.29516	0.02618	0.03810
C1	4.1	1	28600	0.33	1.02	1.00	0.33360	0.02991	0.04048
C1	5.7	1	29000	0.34	1.03	1.00	0.32834	0.02918	0.04050
C3	4.1	3	28600	0.33	1.05	1.27	0.31246	0.02819	0.03911
C3	5.7	3	29200	0.34	1.07	1.37	0.31877	0.02870	0.04020
C5	4.1	5	28800	0.34	1.06	2.14	0.29857	0.02720	0.03848
C5	5.7	5	29800	0.35	1.09	2.58	0.31217	0.02871	0.04055
C7	4.1	7	29200	0.34	1.06	3.48	0.30434	0.02729	0.03932
C7	5.7	7	30600	0.36	1.09	4.45	0.30874	0.02885	0.04128

O efeito dos reforços no momento de segunda ordem relativamente ao eixo mais fraco do elemento estrutural é desprezável na prática. No entanto, o efeito destes mesmos reforços no valor da constante de torção não deve ser subestimado. Assim, considerando os resultados efectuados para este tipo de perfil, a posição dos reforços condiciona a resistência à encurvadura lateral, sendo este fenómeno dominado pelo valor da função que aproxima o cálculo da constante de torção, equação 11. Para o modo de instabilidade previsto, os reforços transversais são mais efectivos quando a sua posição se aproxima das extremidades, uma vez que os incrementos locais do valor da constante de torção, promovidos por estes reforços, reforçam o constrangimento do ângulo de rotação nas extremidades.

As características geométricas dos reforços são menos significativas, comparativamente com a natureza de reforço que este tipo de constrangimento pode fornecer, pelo que se verificam pequenas variações no incremento de resistência à encurvadura lateral, para os elementos reforçados com os dois tipos de espessuras diferentes.

5. ANÁLISE EXPERIMENTAL

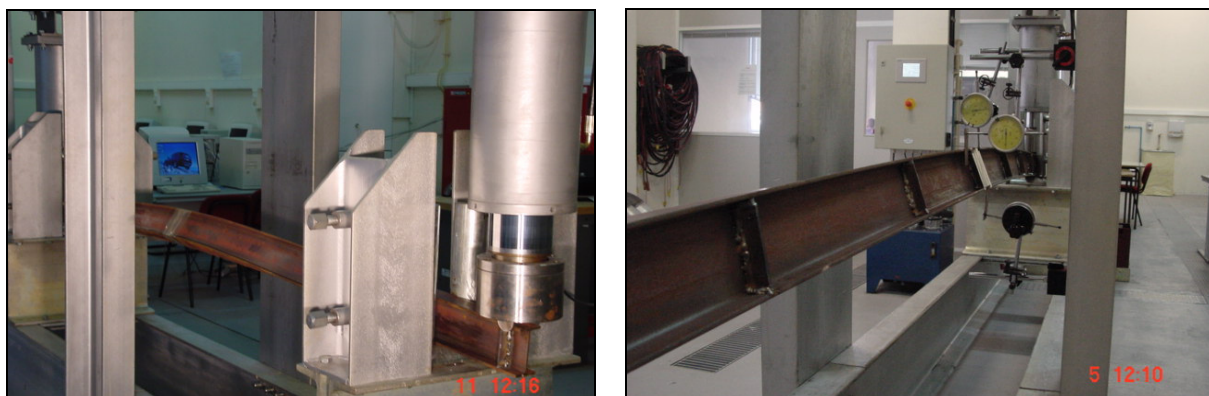
Os ensaios experimentais foram efectuados à escala real, utilizando os perfis comerciais IPE100, reforçados com placas de aço do mesmo material. Os reforços foram soldados na alma e nos banzos com um processo MAG, de acordo com o modelo apresentado na figura 2. Foi utilizado um pórtico de reacção para o ensaio das vigas, com o objectivo de determinar a resistência do elemento estrutural à encurvadura lateral, quando submetido a um estado de flexão uniforme.

5.1. Preparação dos ensaios

Os elementos estruturais em teste foram caracterizados em função da respectiva imperfeição geométrica inicial, tendo-se verificado uma concordância entre os valores medidos e os valores obtidos pela expressão 12. O método de medição utilizado foi baseado num feixe laser.

Os reforços utilizados foram previamente maquinados com a geometria adequada, sendo posteriormente soldados, de acordo com o modelo apresentado na figura 2. O número de reforços implementados em cada perfil reforçado (C_i) foi calculado em função do espaço disponível entre apoios, a partir do centro do elemento, com um espaçamento de 0.5 [m].

A carga foi aplicada através de dois hidráulicos, com incrementos de 2000 [N], tendo os valores dos deslocamentos sido registados para cada incremento. Os deslocamentos laterais e vertical foram medidos a meio vão do elemento, utilizando comparadores, conforme se representa na figura 5.



a) Elemento de 2.5 [m] sem reforço transversal.

b) Elemento de 3.5 [m] com reforço transversal.

Fig. 5 – Encurvadura lateral de vigas, quando submetidas a um estado de flexão puro.

5.2. Resultados experimentais

O valor do momento resistente à encurvadura lateral foi obtido experimentalmente através da medição das forças aplicadas na extremidade do elemento estrutural, correspondente ao valor do último incremento de carga medido, enquanto que os deslocamentos medidos na direcção vertical (DV) e lateral (DLB – deslocamento lateral no banzo inferior e DLC – deslocamento lateral no banzo superior), permitiram acompanhar o movimento lateral torsional da secção recta a meio vão da viga.

Nas tabelas 6 a 8 encontraram-se representados os valores obtidos nos ensaios dos elementos com 1.5, 2.5 e 3.5 [m] de comprimento entre apoios, para os casos de “i” reforços (Ci) e de zero reforços (C0), entre apoios.

Em todos os ensaios é possível verificar um aumento do valor de resistência à encurvadura lateral, quando se utilizam reforços transversais entre apoios, acompanhado com uma menor rotação da secção recta. Este efeito pode ser justificado pelo aumento significativo do valor da constante de torção, que se verifica nos casos de vigas com número de reforços significativo.

Tabela 6 - Resultados experimentais para vigas com 1.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b / M_{c,Rd}$	β [rad] meio vão	DLC [m] meio vão	DLB [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	73085	0.853	0.20785	0.01790	0.04240	0.01371
C3	4.1	3	77533	0.905	0.08912	0.03210	0.04100	0.01765

Tabela 7 - Resultados experimentais para vigas com 2.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b / M_{c,Rd}$	β [rad] meio vão	DLC [m] meio vão	DLB [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	60675	0.708	0.26369	0.03305	0.05532	0.02920
C5	4.1	5	61313	0.716	0.28088	0.03380	0.06152	0.03130

Tabela 8 - Resultados experimentais para vigas com 3.5 [m] entre apoios.

CASO	Espessura reforço [mm]	Nº reforços entre apoios	$F = F_b$ Numérico [N]	$M_b / M_{c,Rd}$	β [rad] meio vão	DLC [m] meio vão	DLB [m] meio vão	DV [m] meio vão
C0	4.1	0	52905	0.617	0.44982	0.02880	0.07228	0.05891
C7	4.1	7	56898	0.664	0.33630	0.03312	0.06612	0.05965

6. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES

O efeito dos reforços transversais num elemento estrutural, duplamente simétrico, foi apresentado analiticamente, através da função de Dirac. Este efeito do reforço aumenta significativamente o valor da constante de torção da viga, contribuindo para a diminuição da rotação da secção. A localização destes reforços entre os apoios aumenta a resistência da viga à instabilidade lateral.

Na figura 6, encontram-se representados os valores dos momentos resistentes à encurvadura determinados pelas simulações numéricas e os resultados obtidos nos ensaios experimentais. Estes valores são comparados com o método de cálculo simplificado apresentado pelo Eurocódigo 3 e com o valor determinado no caso de instabilidade elástica.

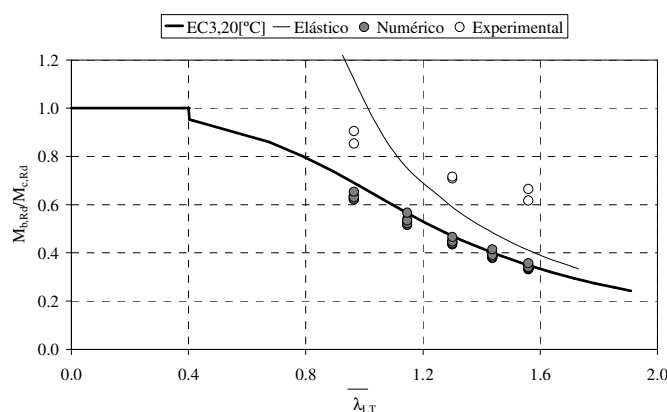


Fig. 6 – Valor dos momentos resistentes à encurvadura lateral, função da esbelteza adimensional de cada viga.

Os resultados experimentais apresentam um valor superior de momento resistente à encurvadura lateral, comparativamente aos valores obtidos numericamente, embora mantenham a mesma tendência de diminuição com o aumento do comprimento entre apoios.

O modelo numérico subestima o valor do momento plástico da secção recta, uma vez que não prevê as imperfeições geométricas da secção, nem as formas com o raio de concordância entre os banzos e a alma do perfil.

O modelo experimental é sensível ao processo de aplicação de carga e ao constrangimento nos apoios, justificando parcialmente os valores encontrados.

7. REFERÊNCIAS

- Bradford, M.A.; Trahair, N.S.; “Distortional Buckling of I-beams”; Journal of Structural Engineering; ASCE; 107 (2); pp 355-370; 1981.
- Camotim, Dinar; Reis, António; “Estabilidade Estrutural”; McGraw Hill, Portugal; 2001.
- CEN ENV 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; April 1992
- Gjelsvik, A.; “The theory of thin walled bars”; Wiley, New York; 1981.
- Mkusinski, J.; Sikorsky, R.; “The elementary theory of distributions”; 1 Rozpr. mat. 12, 1-54; 1957.
- Takabatake, Hideo; “Lateral Buckling of I beams with web stiffeners and batten plates”; Int. Journal Solids Structures, vol. 24, nº 10, pp 1003-1019; Pergamon Press; 1988.
- Trahair, N.S.; “ Flexural – Torsional Buckling of Structures”; E&FN SPON – Chapman & Hall; London; 1993.
- Utoguch, H.; “Elasticity” – In Japanese; Kyoritsu Shuppan; Tokyo; 1968.