



II Encontro Internacional de Língua Portuguesa e Relações Lusófonas

L U S O C O N F
2019

Livro de Atas

II Encontro Internacional de Língua Portuguesa e Relações Lusófonas

Proceedings Book

II International Conference on Portuguese Language and Lusophone Relations

Editores:

Carlos Teixeira

Vitor Gonçalves

Paula Odete Fernandes

Alexandra Soares Rodrigues

Carla Guerreiro

Lídia Machado dos Santos

Ficha Técnica | Technical Record

Título | Title

LUSOCONF2019

II Encontro Internacional de Língua Portuguesa e Relações Lusófonas: livro de atas

II International Conference on Portuguese Language and Lusophone Relations: book of proceedings

Editores | Editors

Carlos Teixeira

Instituto Politécnico de Bragança

Vitor Gonçalves

Instituto Politécnico de Bragança

Paula Odete Fernandes

Instituto Politécnico de Bragança

Alexandra Soares Rodrigues

Instituto Politécnico de Bragança

Carla Guerreiro

Instituto Politécnico de Bragança

Lídia Machado dos Santos

Instituto Politécnico de Bragança

Capa | Cover

António Meireles e Vitor Gonçalves

Edição | Edition

Instituto Politécnico de Bragança - 2021

Campus de Santa Apolónia

5300-253 Bragança

Portugal

Data de edição | issue date: agosto / August 2021

ISBN: 978-972-745-268-2

Handle: <http://hdl.handle.net/10198/19030>

DOI: <https://doi.org/10.34620/usoconf.2019>

URL: www.lusoconf.ipb.pt

Email: lusoconf@ipb.pt



Transição secundário-superior: diagnóstico dos conhecimentos matemáticos de alunos portugueses e africanos

Secondary-higher education transition: diagnosis of mathematical knowledge of Portuguese and African students

Paula Maria Barros¹, Flora Silva¹, José António Fernandes²
pbarros@ipb.pt, flora@ipb.pt, jfernandes@ie.uminho.pt

¹*Instituto Politécnico de Bragança, Campus de Santa Apolónia, 5300-253 Bragança, Portugal*

²*Instituto de Educação, Universidade do Minho, Portugal*

Resumo

Os conceitos de matemática abordados no ensino superior, no âmbito dos cursos de engenharia, revestem-se de alguma complexidade pelo que requerem um bom domínio de conhecimento matemático. Assim, se se pretender que a passagem entre o ensino secundário e o superior se faça de forma harmoniosa, integrada e com um sentido de continuidade, não se deve descurar a importância dos conhecimentos prévios dos alunos. Por outro lado, face à realidade de algumas instituições portuguesas de ensino superior, em que há cada vez mais alunos provenientes de diferentes culturas e, por consequência, com variados percursos de aprendizagem à entrada no ensino superior, a avaliação diagnóstica permite aos professores conhecer o nível de conhecimento matemático dos seus alunos, para além de lhes poder dar uma visão das diferentes estratégias que eles usam na resolução das questões, permitindo-lhes, assim, adequar o processo de ensino-aprendizagem à realidade da sala de aula. Neste contexto, tendo em vista identificar as dificuldades e perceber os raciocínios dos alunos na resolução de questões consideradas propedêuticas à aprendizagem de álgebra linear e geometria analítica, aplicou-se um teste diagnóstico a alunos que frequentavam essa unidade curricular num curso de licenciatura de uma instituição do norte de Portugal. Responderam ao teste 49 alunos portugueses e 40 alunos provenientes de vários países africanos, o que permitiu também averiguar as diferenças entre estes dois grupos em termos de respostas e raciocínios na resolução das questões propostas. Da análise dos dados pode concluir-se que, independentemente da sua nacionalidade, os alunos apresentaram dificuldades consideráveis na resolução de algumas questões, nomeadamente quando estas envolviam o relacionamento entre as representações gráfica e analítica de sistemas de equações lineares, a tradução de um enunciado dado em linguagem corrente para a linguagem matemática, utilizando um sistema de equações lineares, e o cálculo do produto escalar de vetores. Em consequência, a ausência de conhecimentos prévios pode comprometer as possibilidades de sucesso na unidade curricular e levar os alunos a abandoná-la. Cabe, assim, aos professores ajudar os alunos a ultrapassarem as suas dificuldades, desenvolvendo e implementando estratégias que promovam a reflexão e o debate sobre conceitos, representações e procedimentos com elas relacionados.

Palavras-Chave: avaliação diagnóstica, matemática, ensino superior, alunos africanos, alunos portugueses.

Abstract

The concepts of mathematics covered in higher education, within the scope of engineering courses, have some complexity and therefore require a good level of mathematical knowledge. Thus, if the transition between secondary school and higher education is made to be in a harmonious and integrated manner with a sense of continuity, the importance of students' prior knowledge should not be forgotten. On the other hand, given the reality of some Portuguese institutions of higher education, in which there are more and more students from different cultures and, consequently, with varied learning paths when entering higher education, diagnostic assessment allows teachers to know the level of mathematical knowledge of their students, in addition to being able to give them an overview of the different strategies that they use in solving the questions, allowing them to adapt the teaching-learning process to the reality of the classroom. In this context, in order to identify the difficulties and understand the students' reasoning in solving questions considered propaedeutic to the learning of linear algebra and analytical geometry, a diagnostic test was applied to students who attended this course unit in a licentiate degree at an institution from the north of Portugal. Responded to the test 49 Portuguese students and 40 students from various African countries, which also allowed to verify the differences between these two groups in terms of answers and reasoning in solving the proposed questions. From the data analysis, it can be concluded that, regardless of their nationality, the students presented considerable difficulties in solving some questions, namely when these involved the relationship between the graphical and analytical representations of systems of linear equations, the transformation of a given enunciated in current language for mathematical language, using a system of linear equations, and the calculation of the scalar product of vectors. As a consequence, the lack of prior knowledge can compromise the possibilities of success in the course unit and lead students to abandon it. Thus, it is up to the teachers to help students overcome their difficulties, developing and implementing strategies that promote reflection and debate on concepts, representations and procedures related to them.

Keywords: diagnostic assessment, mathematics, higher education, african students, portuguese students.

1. Introdução

Em Portugal, muitos dos professores do ensino superior interagem com uma população estudantil bastante heterogénea em termos culturais, sociais e étnicos, com percursos de aprendizagem variados e diferenciados.

A transição do ensino secundário para o ensino superior pode ser problemática na medida em que os estudantes nem sempre possuem os níveis de competência necessários para ultrapassar as exigências e desafios que lhes são requeridos, o que pode conduzir ao insucesso académico ou ao abandono dos estudos (Almeida, Araújo & Martins, 2016; Sitóe, 2014). A adaptação pode ser ainda mais complicada no caso dos estudantes internacionais, pois, como referem Pinto e Matias (2018),

sabendo que as dificuldades de integração no ES [ensino superior] são comuns nos estudantes em geral, independentemente do país ou instituição de ensino, essas mesmas dificuldades são particularmente impactantes para os estudantes estrangeiros, que não só têm de lidar com a integração numa cultura diferente, mas também numa língua que nem sempre dominam e num sistema educativo substancialmente diferente do dos seus países de origem ou de escolarização anterior (p. 367).

Assim, as preocupações com os conhecimentos prévios dos alunos assumem uma relevância fundamental, visto que este é um dos fatores que condiciona a aquisição e o

domínio de novos conteúdos. Por exemplo, no caso específico da matemática, “se um aluno apresenta falhas na compreensão de resultados matemáticos elementares, o processo de aprendizagem de novos assuntos fica, frequentemente, comprometido e esta transição torna-se um momento crítico de insucesso para muitos alunos” (Henriques, 2010, p. 7).

Neste contexto, para que a passagem do ensino secundário para o superior se faça de forma harmoniosa, integrada e com um sentido de continuidade, é importante que o professor averigue se os alunos possuem os conhecimentos prévios necessários para a aprendizagem das unidades curriculares de matemática que vão frequentar, tendo em vista a organização de um processo de ensino-aprendizagem o mais adequado possível aos alunos.

Tendo como intuito identificar as dificuldades e perceber os raciocínios de alunos na resolução de questões consideradas fundamentais para a aprendizagem significativa dos conteúdos de álgebra linear e geometria analítica (ALGA), aplicou-se um teste diagnóstico a alunos (africanos e portugueses) que frequentavam essa unidade curricular (UC) numa instituição do ensino superior do norte de Portugal.

2. Transição secundário-superior: dificuldades dos alunos na área de matemática

Em termos básicos, pode-se considerar que há dois conjuntos de fatores que afetam a adaptação dos estudantes ao ensino superior, nomeadamente os inerentes ao contexto e os intrínsecos ao próprio estudante (Sitóe, 2014). Integrado neste último, é preponderante o conhecimento que o aluno possui sobre os conteúdos propedêuticos às unidades curriculares que vai frequentar no curso. Neste âmbito, há investigações nacionais e internacionais que evidenciam dificuldades em conceitos ou procedimentos que se esperaria que os alunos tivessem assimilado durante o ensino básico e secundário e que acabam por afetar o seu desempenho em unidades curriculares da área de matemática. Por exemplo, Paz (2015), referindo-se ao contexto angolano, afirma que, no final dos estudos secundários, uma parte considerável dos candidatos a uma formação superior revela graves lacunas no domínio da matemática, comprometendo, à partida, toda a sua formação ulterior. Brito, Rodríguez, Valle e Fraga (2010), baseados na sua experiência de ensino em Cuba, consideram também que muitos dos estudantes que chegam ao ensino superior têm pouca motivação para o estudo da matemática, apresentam dificuldades na compreensão e assimilação de conteúdos, aprendem os conteúdos de forma mecanicista e não interpretam corretamente os resultados obtidos. Uzuriaga, Arias e Martinez (2008), com base num estudo com professores que orientavam as disciplinas de álgebra linear numa universidade da Colômbia, concluíram que 64,3% dos professores considera que os estudantes não possuíam os conhecimentos prévios necessários para frequentar a disciplina, facto que atribuíam, principalmente, aos problemas no momento de abstrair e generalizar e ao escasso manejo algébrico.

Pretendendo, de forma análoga, identificar algumas causas que determinam o insucesso em álgebra linear numa universidade da Colômbia, Uzuriaga, Arias e Manco (2010) aplicaram, a 234 alunos que frequentavam a UC, um questionário, para determinar a sua atitude e aptidão em relação à matemática, e um exame para avaliar os conhecimentos prévios em matemática básica e fundamental. No questionário, 56% dos estudantes manifestaram que foi difícil aprender matemática, devido à dificuldade em assimilar os temas lecionados nas aulas, às poucas bases matemáticas adquiridas no ensino secundário e aos seus métodos de estudo que consideram inapropriados. Quanto à avaliação de conceitos e conhecimentos prévios para frequentar a UC, os autores observaram que 84%

dos alunos não conseguiram superar a prova que envolvia conceitos relativos a conjuntos, retas e plano cartesiano, funções, domínio e imagem, propriedades básicas de números reais, grau de abstração para modelar uma situação e resolvê-la.

Embora o reconhecimento das propriedades das operações e o produto escalar de vetores sejam conhecimentos prévios igualmente relevantes para a aprendizagem dos conteúdos de álgebra linear, Barros (2018) constatou, num estudo com 23 alunos do ensino superior português, que estes tiveram dificuldades em reconhecer algumas das propriedades das operações de multiplicação e adição de números reais (a percentagem de respostas corretas variou entre 21,7% e 65,2%), revelando-se mais difíceis as propriedades “1 como elemento neutro da multiplicação” e “associativa da adição”, onde apenas cerca de um aluno em cada cinco as identificou corretamente. Relativamente ao produto escalar de dois vetores, não houve qualquer aluno que apresentasse uma resposta correta, havendo uma grande percentagem de não respostas (52,2%). A maior parte dos alunos que deu uma resposta incorreta efetuou devidamente o produto entre as componentes homólogas dos vetores dados, mas considerou o resultado como um vetor e não o escalar resultante da soma dos produtos obtidos.

Os alunos apresentam também muitas dificuldades quando as questões a resolver implicam a interligação entre diferentes representações dos conceitos, nomeadamente a algébrica e geométrica (eg. Barros, 2018; Bozzalla & Garcia, 2015; Cutz, 2005; Uzuriaga et al., 2010). Por exemplo, Uzuriaga et al. (2010) observaram que os alunos apresentam dificuldades na relação entre a representação gráfica e analítica de sistemas. Numa questão em que dada a equação $3x+y=7$, se pedia para juntar outra equação de tal maneira que: os gráficos das duas equações se intersectassem num único ponto; os gráficos das duas equações não se intersectassem; os gráficos das duas equações se intersectassem num número infinito de pontos, apenas 14% dos estudantes responderam acertadamente. Os alunos do estudo de Barros (2018) manifestaram dificuldades similares, já que, numa questão em que dadas três retas no plano, que se intersectavam duas a duas, se pedia para indicar o conjunto-solução, apenas 4,3% deram uma resposta correta. Noutra questão, em que se pretendia que representassem duas retas correspondendo, respetivamente, aos diferentes tipos de sistemas de equações lineares, as respostas corretas variaram entre 8,7% (caso do sistema possível e indeterminado) e 26,1% (caso do sistema possível e determinado), havendo uma grande taxa de não respostas.

Lucas, Bon, Pérez e Casas (2014), baseados num estudo realizado com 51 alunos do último ano do ensino secundário português e 21 alunos que frequentavam o 1.º ano do ensino universitário espanhol, também concluíram que os estudantes se deparam com grandes conflitos quando lhes é proposta a resolução da tarefa inversa de uma determinada tarefa, que é mais usual para eles. Por exemplo, numa questão em que dada a representação de uma reta se pedia aos alunos para escreverem a sua equação, estes tiveram melhor desempenho (88,24% de acertos dos portugueses, 20,69% dos espanhóis) que em outra tarefa em que se pedia um sistema de duas equações lineares com duas incógnitas dadas duas soluções do sistema (1,96% de acertos em Portugal; 0% em Espanha). Na opinião dos autores, quando neste último item se propõe uma tarefa inversa, que implica que o estudante considere a equação de uma reta como o conjunto de pontos que são solução de um sistema de equações lineares possível e indeterminado, os dados revelam claramente a ausência de articulação entre a geometria e a álgebra na atividade matemática escolar desenvolvida nestes dois países.

3. Metodologia

Participaram no estudo, isto é, responderam ao teste diagnóstico, os alunos que, aquando da sua aplicação, se encontravam a frequentar a UC de ALGA, lecionada no 1.º semestre do 1.º ano, num curso de Licenciatura em Engenharia Química/Mecânica/Eletrotécnica e de Computadores ou de Licenciatura em Tecnologia Biomédica de uma instituição da região norte de Portugal. Estiveram envolvidos 89 alunos, 49 portugueses e 40 provenientes de vários países africanos (S. Tomé e Príncipe, Angola, Guiné-Bissau e Cabo Verde).

Em ambos os casos, a média das idades dos alunos era aproximadamente 21 anos, sendo a moda das idades 20 anos no caso dos alunos portugueses e 19 anos no caso dos alunos africanos. Quanto às dificuldades em matemática ao longo do percurso escolar, há uma percentagem significativa de alunos que refere ter tido algumas dificuldades (71,4% dos alunos portugueses e 60% dos alunos africanos), sendo poucos os que manifestam ter tido muitas dificuldades (6,1% e 12,5% dos alunos portugueses e africanos, respetivamente).

O teste diagnóstico foi aplicado numa aula da UC de ALGA no início do semestre. Este resultou da adaptação de um teste já realizado numa investigação com alunos do ensino superior (Barros, 2018) e é constituído por 11 questões, algumas das quais com alíneas. Pretendia-se testar conhecimentos prévios dos alunos, considerados importantes para a compreensão dos temas da UC de ALGA. A primeira questão foca-se na resolução de equações do primeiro grau. As questões 2, 3, 4, 5, e 6 envolvem conceitos mais diretamente relacionado com os sistemas de equações lineares, como a sua resolução, a tradução de um enunciado da linguagem corrente para a linguagem matemática, o conceito de solução e a relação entre a representação gráfica e analítica. As questões 7, 8 e 9 centram-se, respetivamente, na identificação de propriedades das operações com números reais, na aplicação da lei do anulamento do produto e em operações com vetores (adição e produto escalar). As questões 10 e 11 testam a utilização de raciocínios lógicos.

As respostas dos alunos, obtidas no teste diagnóstico, classificaram-se como corretas, parcialmente corretas (quando se considerou adequado) e incorretas, construindo-se tabelas de frequências com base nessa categorização. Analisaram-se também os raciocínios tipo que conduziram às respostas dadas, e, no caso das respostas incorretas, identificaram-se os erros cometidos. Teve-se ainda em consideração se as respostas foram dadas por alunos africanos ou portugueses, no sentido de perceber as semelhanças/diferenças entre os dois grupos.

Neste artigo foca-se apenas uma parte dos resultados obtidos, com incidência nas primeiras nove questões do teste diagnóstico.

4. Resultados e discussão

Na questão 1 solicitava-se aos alunos que resolvessem seis equações do primeiro grau, que envolviam as várias operações aritméticas. A generalidade dos alunos não teve grande dificuldade para resolver as alíneas desta questão (ver Figura 1), já que a percentagem de respostas corretas foi superior a 60% em todas elas, para ambos os grupos de alunos.

A questão 1f, em que se pretendia resolver a equação $2x - 5x = 3$, foi a alínea que os alunos de ambos os grupos tiveram mais dificuldade em resolver. Os erros mais comuns em ambos os grupos foram não ter em conta o sinal do número de maior valor absoluto na adição algébrica, considerando $2x - 5x = 3x$ e a transposição incorreta de termos, isto é, assumir que $-3x = 3$ é equivalente a $x = 3/3$.

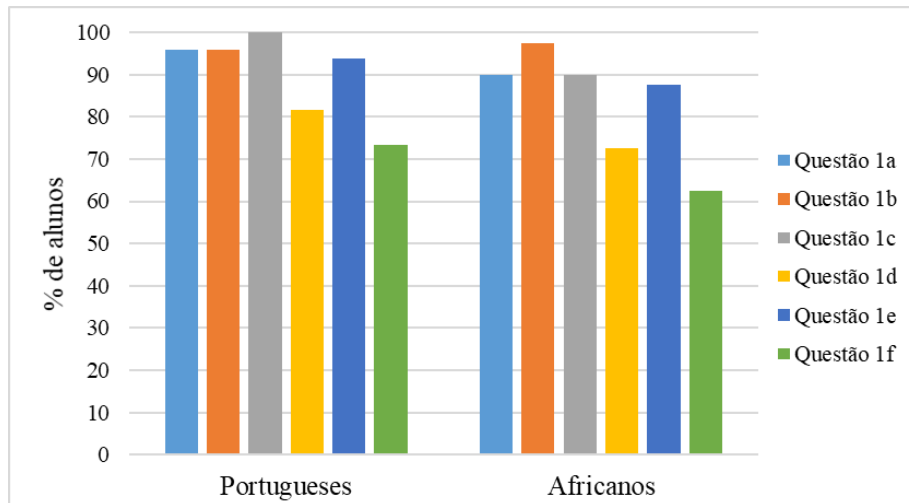


Figura 1: Percentagem de respostas corretas à questão 1 de acordo com a nacionalidade dos alunos

Na questão 2, pretendia-se que os alunos resolvessem sistemas de equações lineares e indicassem o respetivo conjunto-solução. Esta questão envolvia três alíneas, nas duas primeiras o sistema a resolver tinha duas equações a duas incógnitas e na terceira tinha três equações a três incógnitas. Quanto ao número de soluções, o sistema da alínea a) era possível e determinado, o da alínea b) era possível e indeterminado e o da alínea c) era impossível. Pela Figura 2, que retrata a percentagem de respostas corretas e parcialmente corretas em cada uma das alíneas, verifica-se que o sistema de equações que mais alunos tiveram facilidade em resolver, foi o que era possível e determinado (alínea a). O sistema impossível (alínea c) foi o caso em que a percentagem de não respostas foi maior, tanto no caso dos alunos portugueses (36,7%) como no caso dos alunos africanos (57,5%).

Eventualmente em ambos os sistemas de ensino os professores dão menor importância às situações que saem da norma. Os alunos parecem estar também mais habituados a recorrer a algoritmos e assim mais suscetíveis a cometer erros, quando por vezes bastava uma observação mais atenta das equações para tirarem uma conclusão.

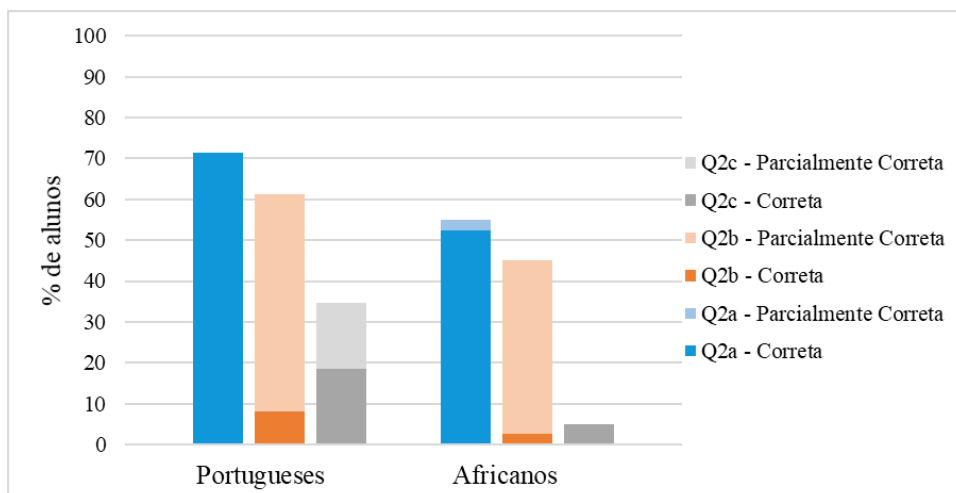


Figura 2: Percentagem de respostas corretas e parcialmente corretas à questão 2 de acordo com a nacionalidade dos alunos

A escrita do conjunto-solução é um aspeto que a maior parte dos alunos ou se esquece de referir ou apresenta de forma incorreta.

Na questão 3, pretendia-se que os alunos traduzissem um enunciado dado em linguagem corrente para a linguagem matemática utilizando um sistema de equações. Como se pode constatar pela Figura 3, houve bastantes dificuldades na resolução desta questão, sendo essa dificuldade acrescida para os alunos africanos. De notar que não chegou a 50% a percentagem de alunos portugueses que apresentaram uma resposta totalmente correta e, no caso dos alunos africanos, essa percentagem ficou aquém dos 15%. Mesmo a percentagem de respostas parcialmente corretas, isto é, aquelas em que os alunos definiram adequadamente uma das equações do sistema, é relativamente baixa (10,2% e 7,5% para alunos portugueses e africanos, respetivamente).

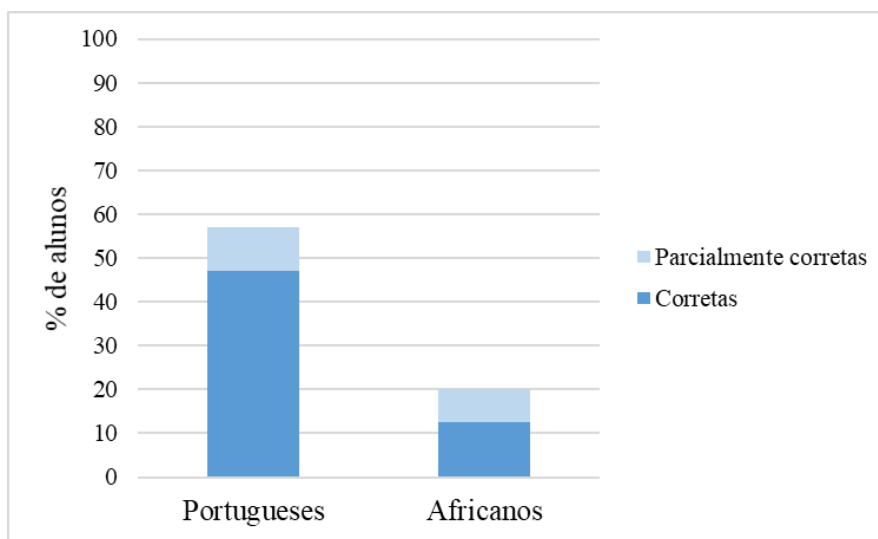


Figura 3: Percentagem de respostas corretas e parcialmente corretas à questão 3 de acordo com a nacionalidade dos alunos

A questão 4 visava que os alunos verificassem se uma dada sequência era solução do sistema dado. Embora não chegue a 50% a percentagem de alunos que apresentam uma resolução totalmente correta, se se incluir as respostas parcialmente corretas, isto é, aquelas em que os alunos resolvem ou substituem de forma adequada, mas não tiram qualquer conclusão, ou tiram uma conclusão que não é correta, essa percentagem sobe para a 52,5%, para os alunos africanos, e para 61,2%, no caso dos alunos portugueses (ver Figura 4).

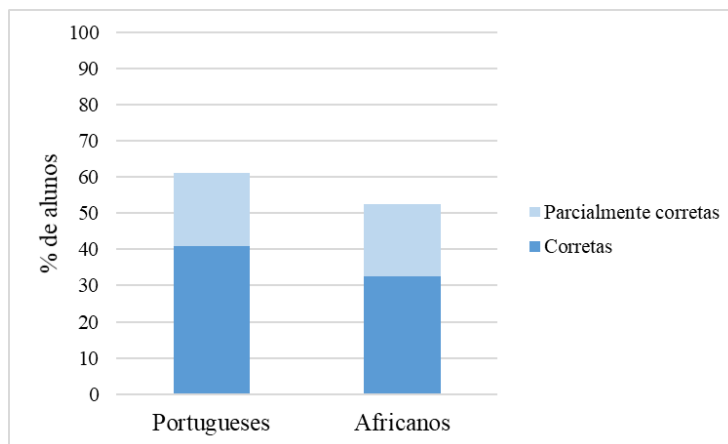


Figura 4: Percentagem de respostas corretas e parcialmente corretas à questão 4 de acordo com a nacionalidade dos alunos

Tanto as respostas corretas como as parcialmente corretas tiveram como base dois tipos de raciocínio: substituição das incógnitas pela solução proposta e verificação da obtenção ou não de proposições verdadeiras, e a resolução do sistema pelo método da substituição.

As respostas incorretas basearam-se em raciocínios similares, embora com algumas incorreções. Assim, os que resolveram o sistema cometeram erros na sua resolução (erros na substituição, lapsos de cálculo, erros na resolução de equações do 1.º grau) ou não a terminaram. Os alunos que recorreram à substituição das incógnitas, substituíram a primeira componente da sequência em todas as incógnitas da primeira equação, e assim sucessivamente, não tendo em consideração se estavam a substituir x, y ou z. Este último erro é apenas cometido por alunos africanos.

Se se considerar apenas os alunos que responderam à questão (38 alunos portugueses e 27 africanos), verifica-se que quase metade dos alunos portugueses (47,4%) sentiu necessidade de recorrer à resolução do sistema, enquanto menos de um terço dos alunos africanos (29,6%) o fizeram, o que denota que os alunos africanos poderão ter uma noção mais abrangente do conceito de solução.

Na questão 5 pretendia-se que os alunos representassem graficamente retas que correspondessem aos três tipos de sistemas de equações lineares (possível e determinado a), possível indeterminado b) e impossível c)). Verifica-se que, independentemente da nacionalidade dos alunos, esta questão gerou muitas dificuldades, pois não chegou a 50% a percentagem de respostas em qualquer uma das alíneas (ver Figura 5). Para além disso, uma parte considerável dos alunos nem sequer deu uma resposta, pois a percentagem de não respostas variou entre 49% (5a) e 55,1% (5c) no caso dos alunos portugueses e foi de 70%, em todas as alíneas, no caso dos alunos africanos. Mesmo assim, o desempenho dos alunos portugueses é um pouco melhor do que o dos alunos africanos, sendo a representação de um sistema possível determinado a que mais alunos efetuaram de forma correta (46,9% e 17,5%, dos alunos portugueses e africanos, respetivamente), sendo, porém, a diferença entre esta e as outras representações muito ténue no caso dos alunos africanos.

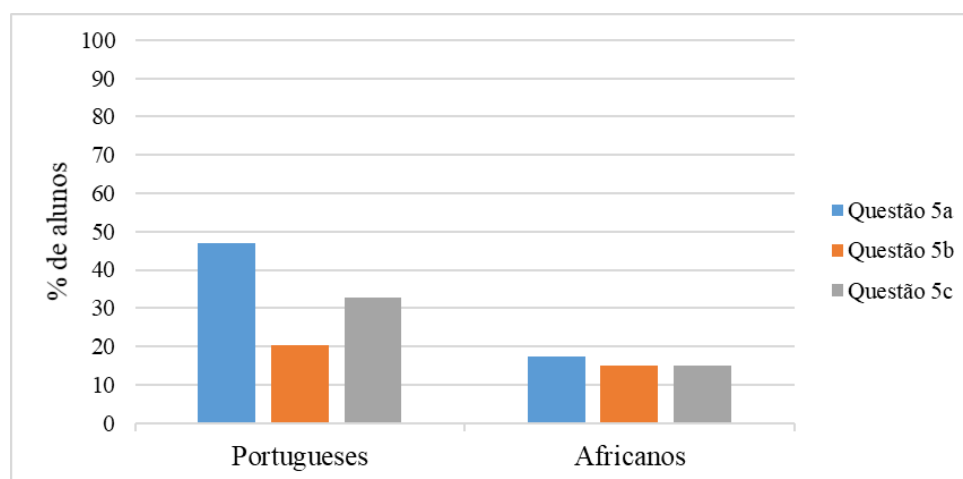


Figura 5: Percentagem de respostas corretas à questão 5 de acordo com a nacionalidade dos alunos

Na questão 6 pretendia-se que os alunos indicassem qual o conjunto-solução correspondente a um sistema que era dado pela sua representação geométrica, isto é, três retas concorrentes duas a duas. Esta questão gerou muitas dificuldades, tendo havido apenas 2% de respostas corretas no caso dos alunos portugueses e não tendo havido qualquer resposta correta por parte dos alunos africanos. A elevada percentagem de não

respostas (83,7% e 95%, para os alunos portugueses e africanos, respetivamente), confirma que os alunos não tinham qualquer noção de como resolver a questão. Assim, independentemente da nacionalidade, verifica-se que os alunos têm muitas dificuldades em fazer a ponte entre as representações gráfica e analítica no caso dos sistemas de equações, podendo nesta questão haver, ainda, a dificuldade acrescida da representação do conjunto-solução.

Na questão 7 pretendia-se que os alunos identificassem qual a propriedade da adição ou multiplicação utilizada num dado conjunto de expressões. A figura 6 retrata a percentagem de respostas corretas em cada uma das situações, atendendo à nacionalidade dos alunos.

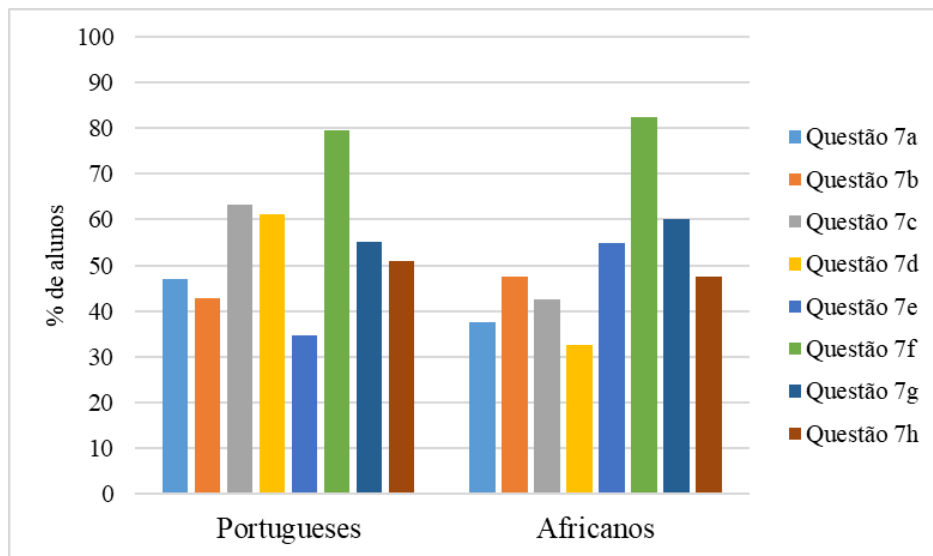


Figura 6: Percentagem de respostas corretas à questão 7 de acordo com a nacionalidade dos alunos

A propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição (questão 7f) foi a propriedade que mais alunos de ambas as nacionalidades tiveram mais facilidade em identificar, sendo as propriedades em que menos alunos acertaram o reconhecimento de zero como elemento neutro para a adição (questão 7d), no caso dos alunos africanos, e a existência de inverso (questão 7e), no caso dos alunos portugueses. Nesta questão, foi quase sempre inferior a 1/4 a taxa de não respostas. As exceções são a 7e, em que 40,8% dos alunos portugueses e 25% dos alunos africanos não apresentaram qualquer resposta e a 7h, onde essas percentagens foram de 28,6% e 30% para alunos portugueses e africanos, respetivamente.

Na questão 8 pretendia-se que os alunos resolvessem a equação $(x + 1)(x - 7) = 0$. Aproximadamente metade dos alunos de ambas as nacionalidades (49% e 50% dos alunos portugueses e africanos, respetivamente) resolveu esta questão de forma correta, sendo bastante baixa a taxa de não respostas (6,1% e 7,5%, para os alunos portugueses e africanos, respetivamente). Porém, muitos deles optaram por aplicar a propriedade distributiva para obter o polinómio do segundo grau correspondente ($x^2 - 6x - 7 = 0$), resolvendo depois a equação com base na fórmula resolvente, em vez de recorrerem à lei do anulamento do produto ($x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$). Dos alunos que responderam corretamente, apenas 25% dos portugueses e 10% dos alunos africanos aplicaram este método.

As resoluções que originaram respostas categorizadas como incorretas, resultaram de várias situações como, por exemplo, não continuar a resolução depois de efetuar o produto

para obter a equação de segundo grau ou cometer erros na sua obtenção (e.g. aplicação incorreta da propriedade distributiva, considerar $x \cdot x = 2x$ ou $-7x + x = -8x$); não enunciar corretamente a fórmula resolvente (utilizar falsas fórmulas) ou cometer outras incorreções ao efetuar os cálculos, aspetos que tanto são recorrentes nas produções dos alunos africanos como portugueses.

Na questão 9 pretendia-se que os alunos efetuassem a adição (questão 9a) e o produto escalar (questão 9b) de dois vetores de \mathbb{R}^3 . Como se pode observar pela figura 7, o desempenho dos alunos é bastante superior na questão que envolve a operação de adição, tendo havido muitas dificuldades no cálculo do produto escalar.

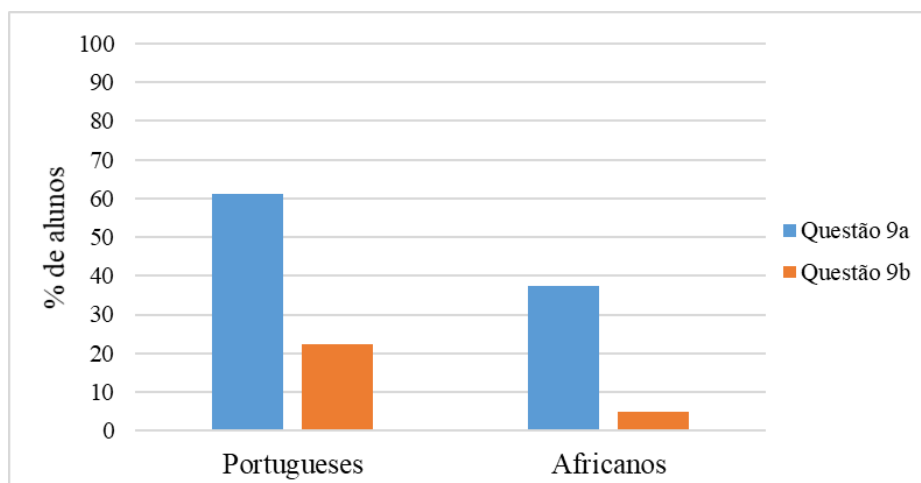


Figura 7: Percentagem de respostas corretas à questão 9 de acordo com a nacionalidade dos alunos

Nesta questão há uma diferença significativa entre o desempenho dos alunos portugueses e africanos. De notar que a percentagem de respostas corretas correspondente à adição de vetores (9a) é de 61,2% no caso dos primeiros e 37,5% nos últimos. No que diz respeito ao produto escalar (9b), as respostas corretas são de 22,4% no caso dos alunos portugueses e 5% no caso dos alunos africanos.

De realçar que a percentagem de não respostas no caso dos alunos africanos também é relativamente elevada (40% na questão 9a e 50% na questão 9b), e embora esta seja mais atenuada no caso dos alunos portugueses ainda tem uma dimensão significativa (30,6% na questão 9a e 40,8% na questão 9b), o que traduz que as operações com vetores é um assunto que os alunos ainda não dominam.

No caso da adição de vetores, os erros mais comuns, cometidos por alunos portugueses e africanos, são calcular o vetor soma adicionando todas as componentes dos dois vetores, obtendo assim como resultado um escalar, e atribuir o sinal incorreto na adição algébrica de termos com sinais diferentes (considerar $-1 + 4 = -3$), tipo de erro já identificado noutras questões.

No caso do produto escalar, das respostas incorretas, a que mais se destaca, em ambos os grupos de alunos, é a consideração do produto escalar como um vetor (83,3% e 72,2% das respostas incorretas dos alunos portugueses e africanos, respetivamente), já que multiplicam as componentes homólogas dos dois vetores sem fazer a adição desses produtos. Erro também já identificado no estudo de Barros (2018).

5. Conclusões

Constata-se que os alunos tiveram dificuldades consideráveis na resolução de algumas questões, independentemente de terem ou não estudado no sistema de ensino português. Neste contexto podem-se destacar as situações que envolvem a relação entre a representação gráfica e analítica de sistemas ou a interpretação geométrica de solução (Barros, 2018; Bozzala & Garcia, 2015; Cutz, 2005), o cálculo do produto escalar de vetores e a tradução de um enunciado da linguagem corrente para a linguagem matemática (Barros, 2018).

Os métodos de resolução e erros cometidos também foram, na maior parte das vezes, similares em ambos os grupos. Existem, porém, algumas situações em que se verificou um acréscimo das dificuldades para os estudantes africanos, como, por exemplo, o caso, já referido, em que era preciso traduzir um enunciado dado em linguagem corrente para a linguagem matemática, utilizando sistemas de equações lineares, e quando as questões envolviam operações com vetores.

Também se verificou que os alunos nem sempre utilizam os procedimentos mais eficientes para resolver as questões. Por exemplo, numa questão em que para resolver a equação do segundo grau dada bastava aplicar a lei do anulamento do produto, a maior parte dos alunos recorreu à resolução da equação pela fórmula resolvente. A preferência por este método de resolução foi também detetada nos estudos de Ochoviet e Oktaç (2009) e de Pochulu, Abrate, Gabetta e Sierra (2012), com estudantes do ensino não superior e por Barros (2018) com alunos do ensino superior. Noutra situação em que pretendia averiguar se uma dada sequência era solução de um sistema, muitos dos alunos portugueses sentiram necessidade de resolver o sistema para fazer essa verificação, sendo significativamente menor a percentagem de alunos africanos que recorreram esse método. Neste caso, os alunos portugueses manifestaram possuir uma compreensão mais limitada do conceito de solução.

Concluindo, a nível global, os alunos exibem um nível de conhecimentos que fica aquém do que seria desejável para frequentar a unidade curricular de ALGA. Torna-se assim um desafio para o professor encontrar as melhores estratégias para ajudar os alunos a ultrapassar as suas dificuldades e, simultaneamente, conseguir que eles adquiram os conhecimentos necessários para se tornarem competentes na resolução de problemas relacionados com álgebra linear, que lhes poderão surgir ao longo do seu percurso académico.

6. Referências

- Almeida, L.S., Araújo, A.M., & Martins, C. (2016). Transição e adaptação dos alunos do 1.º ano: variáveis intervenientes e medidas de atuação. In L. S. Almeida & R. V. Castro (Orgs.), *Ser estudante no ensino superior: o caso dos estudantes do 1.º ano* (pp. 146-164). Braga: Centro de Investigação em Educação (CIEd), Instituto de Educação, Universidade do Minho.
- Barros, P. M. P. (2018). *O ensino e a aprendizagem de conceitos de álgebra linear no ensino superior politécnico*. Tese de doutoramento, Universidade do Minho, Braga, Portugal.
- Bozzalla, A. E., & Garcia, S. A. (2015). Análisis de los errores cometidos en el elemento matemático sistemas de ecuaciones lineales de 2x2. *Revista Premisa*, 17(66), 20-33.
- Brito, M. L., Rodríguez, M. C., Valle, A., & Fraga, E. (2010). Reflexiones acerca de la enseñanza de las matemáticas en las ciencias técnicas. *Pedagogía Universitaria*, 15(3). <http://cvi.mes.edu.cu/peduniv/index.php/peduniv/article/view/541>

- Cutz, B. M. (2005). *Un estudio acerca de las concepciones de estudiantes de licenciatura sobre los sistemas de ecuaciones y su solución*. Dissertação de mestrado, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México.
- Henriques, A. C. (2010). *O pensamento matemático avançado e a aprendizagem da análise numérica num contexto de actividades de investigação*. Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Lucas, C. O., Bon, C. F., Pérez, J. G., & Casas, J. M. (2014). Aspetos da rigidez e atomização da matemática escolar nos sistemas de ensino de Portugal e da Espanha: análise de um questionário. *Educação Matemática Pesquisa*, 16(1), 1-24.
- Ochoviet, C., & Okaç, A. (2009). If $A \cdot B = 0$ then $A = 0$ or $B = 0$?. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 6(1&2), 113-116.
- Paz, L. M. B. R. (2015). *A Matemática no currículo de Angola: o caso dos exames de acesso ao Instituto Superior Politécnico de Tecnologias e Ciências, ISPTEC*. Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Ensino de Matemática no 3.º ciclo do Ensino Básico e no Secundário, Universidade Nova de Lisboa, Lisboa, Portugal.
- Pinto, P. F. & Matias, A. R. (2018). Trovoada de ideias: Português académico para estudantes dos PALOP. In V. B. Furtoso (Ed.), *Anais do Simpósio Internacional SIPLÉ 2017* (pp. 362-370). Lisboa: SIPLÉ - Sociedade Internacional de Português Língua Estrangeira.
- Pochulu, M., Abrate, R., Gabetta, I., & Sierra, S. (2012). Qué comprenden de ecuaciones algebraicas los alumnos al finalizar la escuela secundaria. In R. Flores (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 25, pp. 291-299). México: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A. C. e Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Sitóe, A. A. (2014). Transição do Ensino Secundário para o Ensino Superior – Sugestão para uma abordagem psico-epistemológica. *Revista Eletrónica de Investigação e Desenvolvimento – REID*, 3. <http://reid.ucm.ac.mz/index.php/reid/issue/view/5>
- Uzuriaga, V. L., Arias, J. J., & Manco, D. G. (2010). Algunas causas que determinan el bajo rendimiento académico en el curso de álgebra lineal. *Scientia et Technica*, 1(44), 286-291.
- Uzuriaga, V. L.; Arias, J. J., & Martinez, A. (2008). Diagnóstico y análisis de algunas causas que dificultan el aprendizaje del algebra lineal en estudiantes de ingeniería. *Scientia et Technica*, 2(39), 404-409.

Organizadores:



Patrocinadores:



Colaboradores:

