

III encontro  
de  
jovens  
investigadores

11 a 13 de novembro de 2015

## *Certificado de comunicação*

Certifica-se que no **III Encontro de Jovens Investigadores**, que decorreu em Bragança, Portugal, nos dias 11 a 13 de novembro de 2015, foi apresentada a comunicação em painel **Modelação Matemática do Contágio da Gripe Pessoa a Pessoa**, tendo como autores:  
A. Aguiar, P. Alves, C. Balsa, J. P. Almeida

Bragança, 13 de novembro de 2015

*A Comissão de Organização,*

João Sobrinho Teixeira  
Presidente do Instituto Politécnico de Bragança



# Modelação Matemática do Contágio da Gripe Pessoa a Pessoa

A. Aguiar<sup>1</sup>, P. Alves<sup>2</sup>, C. Balsa<sup>3</sup> e J. P. Almeida<sup>4</sup>

- (1) Instituto Politécnico de Bragança, Campus de Santa Apolónia, 5301-857 Bragança, Portugal
- (2) Instituto Politécnico de Bragança, Campus de Santa Apolónia, 5301-857 Bragança, Portugal
- (3) Instituto Politécnico de Bragança, Campus de Santa Apolónia, 5301-857 Bragança, Portugal
- (4) Instituto Politécnico de Bragança, Campus de Santa Apolónia, 5301-857 Bragança, Portugal

## Introdução

Este trabalho tem como principal objetivo o estudo da propagação do vírus da gripe a partir da simulação do modelo SIR incorporando o comportamento estocástico. As simulações têm em conta diferentes números de contactos adequados à transmissão da gripe ( $\sigma$ ) e diferentes taxas de vacinação ( $v$ ) para termos de comparação, estas simulações foram efetuadas no software *MatLab*.

## Modelação Matemática de Epidemias

A modelação matemática é uma área que tem como objetivo estudar a simulação de sistemas reais, aplicam-se sobretudo dois tipos de modelos: determinísticos e estocásticos.

O modelo SIR teve muita influência no desenvolvimento e evolução dos modelos atuais para doenças infecciosas de transmissão direta e é representado da seguinte forma:

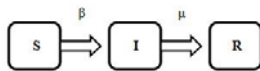


Figura 1. Modelo compartimental SIR

Para um dado instante de tempo  $t$ , um indivíduo pode ser classificado num dos três estados: S (Suscetível), I (Infetado) e R (Recuperado).

O modelo SIRS (Suscetível-Infetado-Recuperado- Suscetível) com dinâmica vital e vacinação, considera a maior parte das possibilidades tidas em conta pelos modelos determinísticos e apresenta-se da seguinte forma:

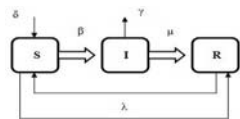


Figura 2. Modelo compartimental SIRS

$\delta$  representa a taxa de nascimento da população,  $\gamma$  a taxa de óbitos entre os infecciosos,  $\gamma$  a taxa de imunidade entre os recuperados e  $v$  a taxa de vacinação entre os suscetíveis.

Tal como no modelo determinístico, o modelo SIR estocástico standard, pressupõe uma população de dimensão  $N$ , fechada ( não há entradas nem saídas) e que esta uniformemente misturada. A dinâmica do modelo pressupõe que os indivíduos infecciosos têm contactos adequados com outros indivíduos ao acaso no tempo. O contacto adequado resulta na transmissão do vírus da Gripe se o indivíduo contactado pelo infeccioso for suscetível, caso contrario não há transmissão.

## Resultados e discussão

Efetou-se um inquérito à comunidade da ESTIG com o objetivo de compreender de que forma são estabelecidos os contactos entre os diferentes indivíduos da Escola, algumas dessas respostas encontram-se nas figuras seguintes:



Figura 3. Pergunta 4 do questionário

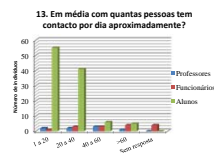


Figura 4. Pergunta 13 do questionário



Figura 5. Pergunta 9 do questionário



Figura 6. Pergunta 10 do questionário

Após a realização do inquérito fez-se a simulação da propagação do vírus da Gripe numa comunidade de 2000 indivíduos, aproximadamente o número de estudantes na ESTIG., em que o  $I_0$  representa o número de infetados iniciais,  $\sigma$  o número de contactos adequados,  $v$  a taxa de vacinação e o  $k$  refere-se ao período de contágio. A primeira simulação corresponde à simulação determinística do modelo SIR com e sem vacinação e com a alteração do número de contactos. Os resultados fora os seguintes:

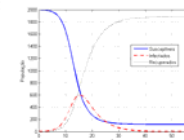


Figura 7. Modelo SIR com  $I_0 = 2$ ,  $\sigma = 3$  e  $k = 4$ .

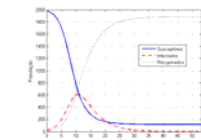


Figura 8. Modelo SIR com  $I_0 = 20$ ,  $\sigma = 3$  e  $k = 4$ .

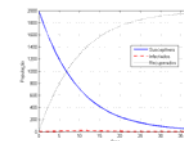


Figura 9. Modelo SIR com  $I_0 = 2$ ,  $\sigma = 3$ ,  $k = 4$  e  $v = 0,1$ .

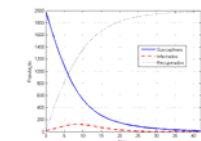


Figura 10. Modelo SIR com  $I_0 = 20$ ,  $\sigma = 3$ ,  $k = 4$  e  $v = 0,1$ .

De seguida será apresentado os resultados óbtidos da simulação estocástica. Os modelos estocásticos são probabilísticos e como tal original valores diferentes para cada simulação.

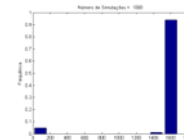


Figura 11. Modelo SIR estocástico com  $I_0 = 2$ ,  $\sigma = 2$  e  $k = 4$ .

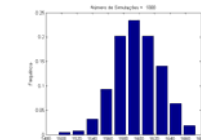


Figura 12. Modelo SIR estocástico com  $I_0 = 20$ ,  $\sigma = 2$  e  $k = 4$ .

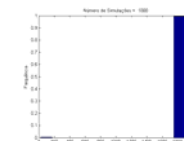


Figura 13. Modelo SIR estocástico com  $I_0 = 2$ ,  $\sigma = 3$  e  $k = 4$ .

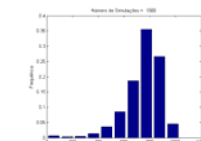


Figura 14. Modelo SIR estocástico com  $I_0 = 20$ ,  $\sigma = 3$ ,  $k = 4$  e  $v = 0,1$ .

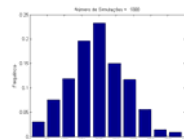


Figura 15. Modelo SIR estocástico com  $I_0 = 2$ ,  $\sigma = 3$ ,  $k = 4$  e  $v = 0,2$ .

## Conclusões

Com a interpretação dos gráficos óbtidos através das simulações realizadas foi possível constatar que estes resultados também vão ao encontro dos resultados óbtidos do inquérito, que indicam que a maioria dos estudantes contraiu Gripe e não foram vacinados.

Fazendo uma análise dos dois modelos estudados foi possível concluir que o modelo SIR estocástico apresentou resultados mais significativos, uma vez que, os valores óbtidos com esse modelo aproximam-se muito mais da realidade.