

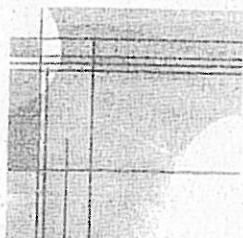
Morais, C. (2003). Aprendizagem de conceitos matemáticos complexos em ambientes com comunicação suportada pela Internet. *Revista EduSer*, nº 1, 2003, pp. 13-34.

Aprendizagem de Conceitos Matemáticos Complexos em Ambientes com Comunicação Suportada pela Internet

Carlos Morais

cmmm@ipb.pt

Escola Superior de Educação
Instituto Politécnico de Bragança



Resumo

Neste artigo convida-se à reflexão sobre a complexidade dos conceitos matemáticos, sua classificação por alunos do Ensino Básico e por professores de Matemática e apresentam-se opiniões dos alunos acerca da utilização da comunicação mediada por computador no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos considerados muito complexos.

A reflexão que o artigo propõe terá como suporte uma investigação realizada no distrito de Bragança, no âmbito de uma dissertação de Doutoramento em Educação na Especialidade de Metodologia do Ensino da Matemática da Universidade do Minho. Sobre a investigação será apresentada uma breve referência às questões de investigação, ao seu enquadramento teórico, à população e amostra, à metodologia utilizada e aos resultados considerados mais relevantes.

Dos assuntos a analisar destacam-se: a classificação dos conceitos matemáticos em muito complexos, complexos e pouco complexos, por alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico e por professores de Matemática; a comparação entre a classificação dos conceitos, relativamente à sua complexidade, efectuada pelos alunos e pelos professores; as opiniões dos alunos e o tipo de interacção entre eles quando envolvidos na aprendizagem de conceitos matemáticos muito complexos, num ambiente de aprendizagem enriquecido com comunicação síncrona mediada por computador.

Key Words

Complexity, computer mediated communication, collaborative teaching/learning strategy, and interaction.

Palavras Chave

Complexidade, comunicação mediada por computador, estratégia colaborativa de ensino e aprendizagem, interacção.

1. Introdução

Com este artigo pretende-se promover a reflexão e análise da complexidade dos conceitos matemáticos, ao nível do ensino básico, a partir da sua classificação por alunos do ensino básico e por professores de Matemática, bem como da interacção e das opiniões dos alunos acerca da utilização da comunicação mediada por computador no processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos muito complexos.

A construção, a utilização, o ensino e a aprendizagem da Matemática constituem um permanente desafio tanto para professores e alunos, como para toda a sociedade que pretenda beneficiar, o mais possível, das potencialidades da Matemática para a sua evolução. Os fracos resultados de desempenho em Matemática, obtidos por muitos dos jovens que frequentam o ensino formal, continuam a ser uma amarga re-

alidade que é necessário inverter. Neste sentido, das muitas variáveis que podem afectar o desempenho dos alunos em Matemática considera-se, como ponto de partida para a reflexão, que a complexidade associada aos conceitos matemáticos e o modo como essa complexidade é entendida pelos alunos e pelos professores podem ser das mais importantes.

Aceitando que o aluno deve ser o principal interessado na sua aprendizagem, defende-se uma perspectiva construtivista para a aprendizagem, que de acordo com Fosnot (1999: 9), esta perspectiva "sugere uma abordagem do ensino que oferece aos alunos a oportunidade de uma experiência concreta e contextualmente significativa, através da qual eles podem procurar padrões, levantar as suas próprias questões e construir os seus próprios modelos, conceitos e estratégias". Assim, considerou-se que a percepção da complexidade dos conceitos, tanto pelos alunos como pelos professores, pode contribuir para o desenvolvimento de tal perspectiva.

Assume-se que a Matemática é uma ciência complexa, no sentido de estar em permanente evolução, as suas estruturas e os elementos que a constituem são, ou procura-se que sejam, organizados com regras bem definidas, com consistência interna e cada conceito matemático admite múltiplas dimensões, relações com outros conceitos, perspectivas, interpretações e utilizações.

A reflexão que o artigo propõe terá como suporte uma investigação realizada no distrito de Bragança, no âmbito de uma dissertação de Doutoramento em Educação, na Especialidade de Metodologia do Ensino da Matemática, da Universidade do Minho, acerca da qual será apresentada uma breve referência, às questões de investigação e ao seu enquadramento teórico, à população e amostra, à metodologia seguida e aos resultados considerados mais relevantes.

Dos assuntos a analisar, e sobre os quais serão apresentados alguns resultados, destacam-se: a classificação de conceitos matemáticos em muito complexos, complexos e pouco complexos, por alunos do 3º ciclo do ensino básico (3ºCEB) e por professores de Matemática; a comparação entre a classificação dos conceitos, relativamente à sua complexidade, efectuada pelos alunos e pelos professores; o tipo de interacção entre os alunos e as suas opiniões quando envolvidos na aprendizagem de conceitos matemáticos muito complexos, num ambiente de aprendizagem enriquecido com comunicação síncrona mediada por computador, através da utilização de um programa de *chat* na Internet.

2. Questões de investigação e enquadramento teórico

Partindo-se de uma perspectiva construtivista da aprendizagem, assente no paradigma da aprendizagem centrada no aluno, consideran-

do-se que é o aluno o construtor do seu conhecimento a partir das suas experiências, do significado que atribui a essas experiências e da sua interacção com os colegas, com o professor e com o meio de que faz parte, e da ideia que a complexidade dos conceitos tem influência na sua aprendizagem, propuseram-se, entre outras, as seguintes questões de investigação:

- quais são os conceitos matemáticos que os alunos consideram mais complexos?
- quais são os conceitos matemáticos que os professores consideram mais complexos?
- como se relaciona a classificação dos conceitos matemáticos, relativamente à sua complexidade, efectuada pelos professores com a efectuada pelos alunos?
- que tipo de interacção desenvolvem os alunos entre si quando lhes é dada a possibilidade de comunicarem através do computador?
- quais são os principais aspectos em que os alunos reconhecem vantagens à utilização de estratégias de ensino e aprendizagem baseadas em comunicação mediada por computador?
- que tipo de opiniões manifestam os alunos acerca das aulas desenvolvidas com uma estratégia de ensino e aprendizagem baseada em comunicação mediada por computador?

As respostas a estas questões podem contribuir para alterar o papel da Matemática no futuro dos alunos, pois, constata-se que nem sempre tem sido favorável para o sucesso de alguns alunos. Esta ciência não pode continuar a ser um factor de segregação social, mas sim, um elo de complementaridade entre os vários conhecimentos e competências que constituem o património científico e cultural de cada sujeito com os quais pretende dar resposta às suas necessidades e aspirações no dia a dia, propondo-se uma interacção cada vez mais acentuada entre professores e alunos e entre os próprios alunos, no sentido de os encaminhar para a reflexão e a discussão dos conceitos matemáticos a partir da sua complexidade e da interpretação dada a essa complexidade.

A preocupação com a complexidade na aprendizagem da Matemática também se relaciona com o facto de se considerar a Matemática como uma actividade humana e, como tal o número de variáveis que interferem em cada situação a resolver é muitas vezes indeterminado, além disso privilegia-se uma aproximação construtivista para a sua aprendizagem, a qual pressupõe dar grande ênfase ao conhecimento quotidiano, que segundo Porlán (1998: 58) está carregado de significados pessoais que devem ser respeitados e valorizados.

A Matemática é uma ciência caracterizada, muitas vezes, pela com-

plexidade quer na sua aprendizagem quer na aplicação dos conceitos que a constituem. Procurar saber em que consiste essa complexidade e quais são os seus efeitos na aprendizagem dos alunos abrem caminho à investigação do tema complexidade e motivam a adopção de novas estratégias de ensino e aprendizagem que tenham em conta o modo como os alunos e os professores sentem a aprendizagem e lidam com a complexidade dos conceitos matemáticos que são objecto de estudo.

A complexidade de cada conceito deve conduzir à reflexão sobre as relações entre este e outros conceitos em cada contexto, entre as suas partes e, entre estas e o todo que constitui o conceito. Vidiella (1999) considera que a função social do ensino é a de formar para compreender a realidade e intervir nela, e que tal função é conseguida se o ensino for orientado para a complexidade. Sugere, ainda, que quanto maior é o grau de fundamentação e de reflexão sobre as causas das coisas, maior e mais rigorosa é a capacidade de intervir nelas.

A procura de relações entre o todo e as partes é sempre uma excelente actividade de raciocínio, considerando-se raciocínio, como a capacidade para se estabelecerem novas relações entre as unidades de informação que constituem cada conceito (Rico, 1997). O mesmo autor refere que o raciocínio é a forma usual de processar os conceitos, ou seja, de derivar uns conceitos a partir dos outros ou de implicar uma nova relação tendo por base relações já estabelecidas, acrescentando que em Matemática as formas de raciocínio mais utilizadas são o raciocínio indutivo, o analógico e o lógico-dedutivo.

A análise da complexidade dos conteúdos matemáticos e da sua aprendizagem de acordo com uma abordagem construtivista para a aprendizagem escolar motivou a utilização da comunicação mediada por computador como uma estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática no sentido de ir de encontro às características dos alunos, tais como, caminhar ao seu próprio ritmo e interagir com os colegas da sala de aula de acordo com os seus interesses e motivações. As teorias construtivistas centram-se no que os alunos aprendem e nos processos pelos quais eles aprendem (Cobb et al., 1998), como cada aluno tem o seu próprio padrão de aprendizagem e as suas próprias estratégias de aprendizagem, surge a necessidade dos professores determinarem quais são as estratégias que os alunos dominam para posteriormente as poderem desenvolver (Sutherland, 1996: 207).

As salas de aula, com recursos mediadores, nas quais o aluno tenha acesso a fontes de informação tais como livros, bases de dados e materiais impressos ou acesso a ferramentas como processadores de texto, folhas de cálculo, *e-mail*, *chat*, fóruns de discussão e outros serviços suportados pela *Internet*, permitem a negociação entre os diversos entendimentos dos intervenientes na sala de aula, constituindo ambientes de

aprendizagem com condições para que os alunos possam explorar novas situações, atingir metas de aprendizagem de acordo com o seu ritmo individual, construir o conhecimento de forma fundamentada e apoiada a partir da sua experiência e da actividade colaborativa.

Essa negociação entre professor e alunos e entre os próprios alunos, conduz, como refere Porlán (1998: 89), a que, tal como os professores, os alunos comecem a ser reconhecidos como transformadores activos do conhecimento e como construtores de esquemas conceptuais alternativos. Como salienta Voigt (1998), prestando mais atenção à qualidade da negociação dos significados matemáticos na sala de aula pode-se melhorar o interesse pela Matemática.

A perspectiva construtivista para a aprendizagem e a ênfase dada aos ambientes de aprendizagem associados à sala de aula, justifica-se, ainda, pelo facto da sala de aula continuar a ser o espaço físico onde, predominantemente, a aprendizagem e a avaliação dos alunos se processa, implicando consequências duradouras e vinculativas para a maioria dos alunos que frequentam a escola.

3. População e amostra

Na parte da investigação relativa à complexidade dos conceitos matemáticos a população foi constituída pelos alunos que frequentavam os 7º, 8º e 9º anos de escolaridade no ano lectivo de 1997/98 nas Escolas Secundárias e EB2,3/S do distrito de Bragança e pelos professores que leccionavam Matemática, nesse ano lectivo, nessas escolas. A população, distribuída por 13 escolas, foi de 103 professores e de 4268 alunos, sendo 1387 de 7º ano, 1370 de 8º e 1511 de 9º ano. A amostra de professores foi de 71 e a de alunos de 727, sendo 238 de 7º ano, 249 de 8º e 240 de 9º ano.

Na parte da investigação relativa à estratégia de ensino e aprendizagem baseada em comunicação mediada por computador, na aprendizagem de conceitos muito complexos, participaram 63 alunos, matriculados na Escola Secundária de Miguel Torga de Bragança, no ano lectivo de 1998/99, sendo 25 de 7º ano, 16 de 8º e 22 de 9º ano.

4. Metodologia

A investigação referida decorreu no distrito de Bragança, desde Setembro de 1996 até Novembro de 2000, tendo-se estudado dois temas principais, complexidade na aprendizagem dos conceitos matemáticos (tema I) e comunicação mediada por computador na aprendizagem de conceitos matemáticos muito complexos (tema II).

- Na parte da investigação relativa ao tema I classificaram-se os conceitos matemáticos em pouco complexos, complexos e muito complexos e seleccionaram-se os conceitos que a maioria dos alunos e

dos professores considerou como muito complexos;

- Na parte da investigação relativa ao tema II, desenvolveram-se sessões de ensino e aprendizagem, abordando os conceitos classificados como muito complexos na parte da investigação relativa ao tema I.

Na investigação relativa ao tema I, o principal instrumento de recolha de dados foi um questionário. A construção do questionário obedeceu a diversas fases de validação. A validação foi efectuada por professores de Matemática e por especialistas em Educação.

Após as sucessivas fases de validação, o questionário ficou constituído por duas questões de resposta livre e 66 de escolha múltipla. Para estas 66 questões, relativas à classificação da complexidade na aprendizagem de conceitos matemáticos, convencionou-se que o nível de complexidade na aprendizagem de cada conceito aumenta de 1 a 5, representando 1 o nível de complexidade mínima e 5 o nível de complexidade máxima.

Para se traduzirem as ideias expressas pelos professores e alunos, acerca da complexidade dos conceitos matemáticos, codificaram-se os níveis de complexidade na aprendizagem dos conceitos matemáticos em "pouco complexos", "complexos" e "muito complexos", correspondendo aos níveis 1 e 2 "pouco complexos", ao nível 3 "complexos" e aos níveis 4 e 5 "muito complexos".

Os itens dessas 66 questões de escolha múltipla foram obtidos com base nos conceitos constantes nos programas de Matemática do 3ºCEB, utilizando-se um vocabulário tão próximo quanto possível do apresentado nos referidos programas. Tentando-se cobrir todos os itens relacionados com o tema números e cálculo dos programas de Matemática do 3ºCEB, resultaram: um questionário com 28 questões do programa de 7º ano, outro com 17 do programa de 8º ano e, ainda, outro com 21 questões do programa de 9º ano. Estes questionários foram respondidos por todos os professores da amostra e pelos alunos da amostra correspondente ao ano curricular do respectivo programa.

Na investigação, relativa ao tema II, utilização da comunicação mediada por computador, procedeu-se a uma experiência de ensino e aprendizagem, dos conceitos considerados muito complexos pela maioria dos professores e dos alunos, utilizando-se como principal característica da estratégia de ensino e aprendizagem a comunicação mediada por computador, através de um programa de *chat* na Internet.

Dos principais procedimentos efectuados, no âmbito do tema II, salientam-se:

- selecção, numa escola da cidade de Bragança, de três turmas de alunos do Ensino Básico, uma de 7º ano, uma de 8º e outra de 9º

ano;

- planificação, pelos professores destas turmas e pelo autor da investigação, de 12 aulas de 50 minutos cada, nas quais foram tratados os conceitos equações e problemas que envolvem equações, adaptados a cada ano curricular. Dessas aulas, seis foram administradas numa sala sem recursos informáticos e as outras seis numa sala com recursos informáticos, com os quais foi possível atribuir um computador, a cada dois alunos, ligado em rede e à Internet e com um programa de *chat* activado;
- administração, pelo professor de cada turma, das aulas planificadas, apresentando em cada aula uma proposta de trabalho, escrita em papel, com actividades sobre equações e problemas que envolvem equações. Após a distribuição desta proposta de actividades o professor solicitou, oralmente, que cada grupo resolvesse as actividades propostas e que solicitasse, sempre que necessário, a colaboração dos colegas da sala através da utilização do programa de *chat*.

A recolha dos dados sobre a interacção, desenvolvida entre os alunos durante as aulas que decorreram com a utilização de comunicação mediada por computador, fez-se directamente num dos computadores da sala onde os alunos trabalharam. O programa de *chat* utilizado permitiu que em cada um dos computadores onde trabalharam os alunos, pudesse ser guardada toda a informação escrita produzida em cada aula pela actuação dos grupos de alunos que participaram na aula.

Para identificar as opiniões dos alunos acerca das aulas que decorreram com comunicação mediada por computador o professor solicitou em cada aula, de forma oral, que cada grupo manifestasse as suas opiniões por escrito sobre a aula. Terminada cada aula, o professor fez a recolha das respectivas opiniões.

5. Reflexão sobre a complexidade dos conceitos matemáticos

A educação para a complexidade permite analisar, entre outros, os tipos de conhecimento quotidiano, científico e escolar e as suas relações. Vidiella (1999) defende que não se deve ter como objectivo a coexistência de conhecimentos diversos, nem a substituição de um conhecimento por outro, mas o enriquecimento do conhecimento das pessoas mediante a melhoria e a reconstrução do conhecimento existente.

As diversas perspectivas a partir das quais pode ser estudada a Matemática faz dela uma ciência complexa. Das várias perspectivas que poderiam ser apresentadas, referem-se apenas as destacadas por McMullin (2001) (cit. por Veloso (2001)): a numérica, a analítica, a geométrica ou gráfica e a verbal. Não se pretendendo, no contexto deste

artigo, dar demasiada ênfase a tais perspectivas, serão utilizadas para evidenciar algumas das dimensões que ilustram a complexidade da Matemática, a qual poderá estar associada à interpretação dada a estas perspectivas. Neste sentido, tais perspectivas poderão ajudar a compreender a adequação do processo de resolução de cada problema ao sujeito que o pretende resolver. Apresenta-se como exemplo, a análise de possíveis processos de resolução para o problema "quantas patas têm 32 coelhos?", proposto, à Luísa, uma criança de 6 anos.

Em que consiste a complexidade do problema proposto? Na selecção da perspectiva a adoptar para o resolver? No contexto onde foi colocado? No nível de conhecimentos matemáticos da criança que o deseja resolver? Na importância do problema para uma criança de seis anos? Muitas outras questões poderiam ser levantadas, no entanto, essas questões e as possíveis respostas deixam-se ao cuidado do leitor e reflecte-se apenas em algumas das questões apresentadas.

Cada uma das questões colocadas pode ser o início de processos de resolução, que vão depender do contexto e do nível de conhecimentos de cada pessoa que o tenta resolver. Se for ultrapassada a fase de se identificar mentalmente a solução do problema e de se considerar que a questão proposta não é um problema mas um simples exercício rotineiro, surgem modos de sentir a Matemática que mostram algumas vertentes que é interessante explorar.

Segue-se a análise de processos de resolução, segundo uma possível interpretação das perspectivas de McMulin:

- considerando-se a perspectiva numérica, a solução do problema é dada pelo produto 32×4 , ou seja, os 32 coelhos têm 128 patas. Mas a criança de seis anos não sabe o que significa 32×4 ;
- poder-se-ia ter utilizado uma perspectiva verbal, explicando que 32 é igual a 30 mais 2, e como a 30 coelhos correspondem 120 patas e a 2 correspondem 8, então bastaria calcular o valor da expressão $120 + 8$ para obter a solução do problema. Esta justificação também dificilmente pode ser entendida por uma criança de 6 anos;
- outra possibilidade seria utilizar-se a perspectiva algébrica, admitindo a expressão designatória $4c$ como um modelo que permite determinar o número de patas de qualquer conjunto de coelhos, representando por c o cardinal do conjunto dado;
- mas, das três perspectivas anteriores qual delas pode contribuir para que uma criança, que embora já saiba contar ainda ignora as operações de adição e de multiplicação e nunca ouviu falar em expressões designatórias, possa resolver o problema proposto? Resta apenas, das quatro perspectivas referidas, considerar a perspectiva geométrica, que parece ser a utilizada pela criança no pro-

cesso de resolução do problema. Esta, de modo intuitivo apresentou, ao adulto que propôs o problema, dois processos distintos que a conduziriam com êxito à solução. Assim, o primeiro processo que efectuou, consistiu em construir uma sequência de 32 riscos numa folha, depois começou por passar o lápis quatro vezes no risco mais à esquerda da folha e, da esquerda para a direita, percorreu todos os riscos, passando o lápis quatro vezes em cada, até que, ao repetir o processo 32 vezes, obteve o número 128. O segundo processo que a criança sugeriu foi "ainda poderia ter feito de outra maneira, escrevia quatro vezes 32 riscos e depois era só contar".

Este episódio permite, por um lado, questionar a prática docente, em termos da preocupação que é necessário ter com as percepções dos alunos, fundamentais quando se deseja fomentar uma perspectiva construtivista da aprendizagem, por outro, motivar professores e alunos a analisarem cada situação matemática de vários pontos de vista, procurando aprofundar cada vez mais a complexidade associada a cada conceito.

Glaserfeld (1999: 20) refere que a orientação construtivista poderá "trazer à superfície a compreensão de que os estudantes percebem o seu ambiente de modos que podem ser bastante diferentes daqueles que os educadores pretendiam". O mesmo autor acrescenta que "(...) a aprendizagem é uma actividade construtiva que os próprios alunos têm de realizar. Deste ponto de vista, a tarefa do educador não é a de dispensar o conhecimento, mas sim a de proporcionar aos alunos oportunidades e incentivos para o construir". Esta ideia também é traduzida por Lester (1999: 209) quando afirma "passo a vida a pensar sobre o que é que eu quero que, as crianças aprendam e acabo por elaborar uma questão ou um problema que vai engendrar a construção desse conceito".

Considerar que um conceito é complexo é diferente de considerá-lo complicado. Complexidade não pode ser confundida com complicação, enquanto que a complexidade pressupõe relações bem estruturadas entre as partes e o todo, embora nem sempre sejam possíveis de identificar ou compreender, a complicação pressupõe relações aleatórias e pouco estruturadas entre as partes e o todo e impossíveis de identificar ou descrever.

Outra situação que evidencia a preocupação que se deve ter com a complexidade dos conceitos matemáticos prende-se com a interpretação que pode ser dada à expressão: " $2x : 2x = 1$ ". Orienta-se a discussão a partir da questão: quais são os números reais que transformam a condição numa proposição com o valor lógico verdade?

Se encontrou para solução da condição anterior mais do que dois

números, questione-se. Pois, em \mathcal{R} , apenas 1 e -1 satisfazem a condição. Para além dos dois números salientados, qualquer que seja o valor real atribuído a x , dá origem a uma proposição com valor lógico falsidade, por exemplo, substituindo x por 5 na expressão $2x : 2x = 1$, verifica-se que se obtém a proposição $25=1$.

Das muitas questões que podem ser formuladas acerca da equação referida, sugerem-se as seguintes:

- a omissão do sinal " \times ", embora seja uma convenção correcta e cientificamente aceite, será sempre adequada?
- o sinal ":" para traduzir a divisão será adequado em todos os níveis de ensino?
- a ordem das operações, quando figura mais do que uma operação na mesma expressão, está a ser convenientemente enfatizada?
- o modo como se apresentam as questões aos alunos condiciona as suas respostas?

Estas e outras questões poderão estar na origem de muitos dos aspectos considerados óbvios em matemática mas que, para além de o não serem, podem condicionar toda a carreira académica de muitos estudantes.

Não se defende a criação ou utilização de *armadilhas* para ensinar Matemática, mas apenas uma reflexão aprofundada nos conceitos, extraíndo deles o maior número possível, em cada momento e em cada contexto, de relações entre as partes e o todo e entre estes e outros conceitos, ou seja, defende-se que cada conceito seja estudado no seio da complexidade que o envolve.

Enquanto que, tanto no problema proposto como na equação apresentada se reflectiu sobre perspectivas e interpretações, assentes em pontos de vista aceites como coerentes à luz das regras cientificamente aceites, que permitem compreender a Matemática em função da sua complexidade, existem outras expressões que são apresentadas e utilizadas a partir de uma aparente simplificação e que quando se reflecte nelas pouco mais resta do que uma infundável complicação.

Propõe-se a reflexão sobre a expressão "e/ou" que, pelo excesso de uso, não parece representar qualquer ambiguidade, mas que se considera, à falta de melhor classificação, como uma expressão complicada, e se for contextualizada matematicamente apenas parece ser possível classificá-la como uma expressão sem significado.

A Matemática não pode ser considerada uma ilha isolada, pois se os conceitos matemáticos não pudessem ser utilizados no dia a dia, deveria ser questionado o valor formativo e utilitário da Matemática. Assim, "e" está associado à conjunção, enquanto que "ou" está associado à disjunção e "/" à divisão. Neste sentido, a expressão "e/ou" evidencia,

pele menos, a codificação de três operações distintas. A complicação manifesta-se nas questões, para as quais não parece ter sentido procurar resposta: qual é a operação que prevalece na expressão? Que sentido se

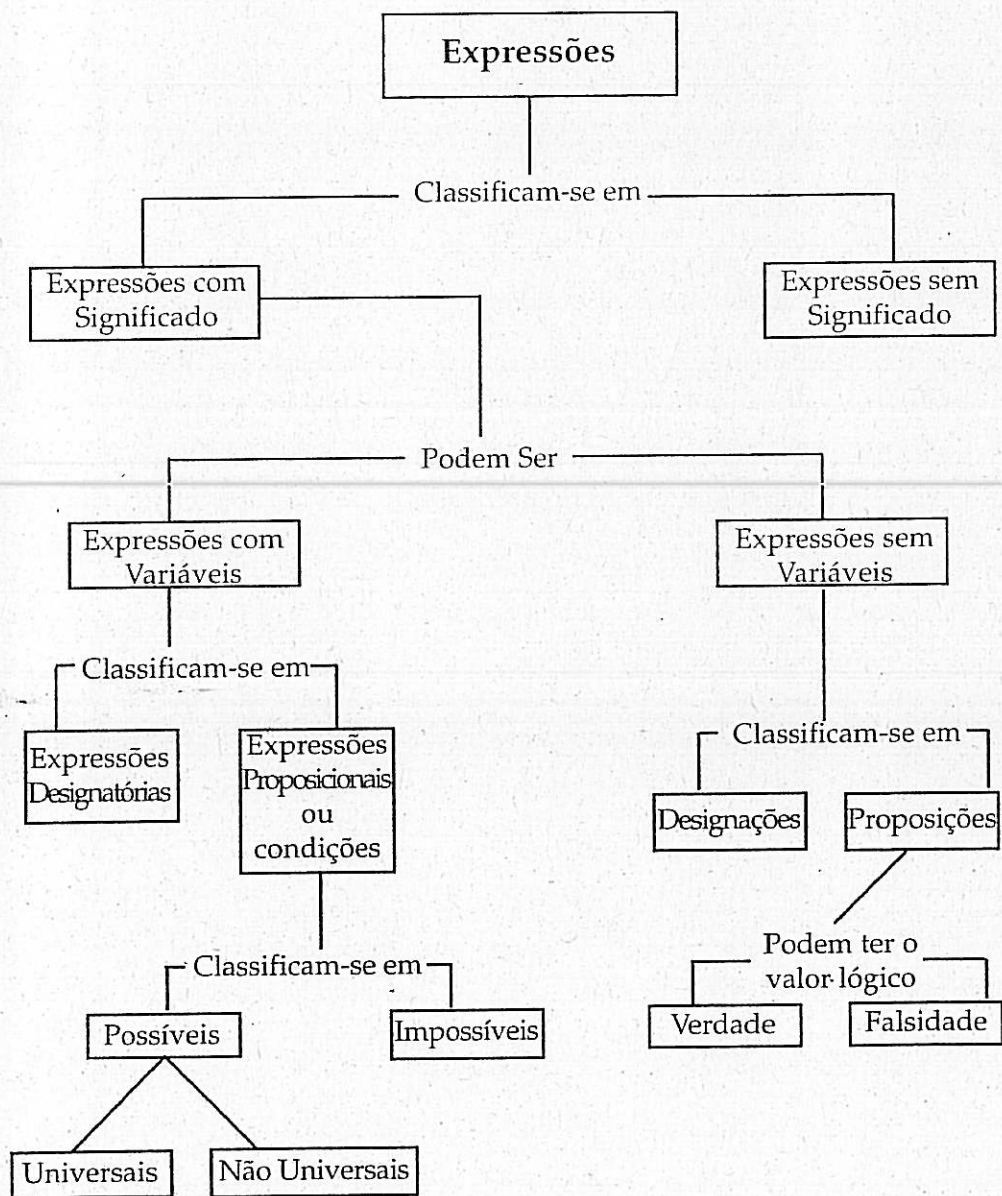


Figura 1 – Classificação das expressões.

atribui à proposição que resulta da associação de duas proposições através da expressão “e/ou”? Mas em Matemática a conjunção tem propriedades distintas da disjunção. E no uso da língua o que acontece?

No sentido de contextualizar a opinião anterior, apresenta-se na figura 1, uma possível classificação, em termos matemáticos, das expressões.

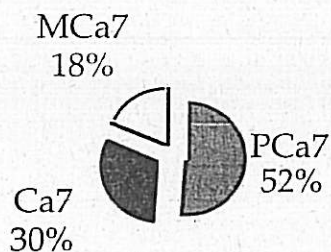
Pelo exposto, talvez se deva reflectir no significado a atribuir à expressão "e/ou", parecendo adequado evitar a sua utilização. Propõe-se em sua substituição a expressão "ou".

6. Resultados da classificação dos conceitos matemáticos relativamente à sua complexidade

Admitindo-se que a complexidade de cada conceito pode interferir no seu ensino e aprendizagem partiu-se da ideia intuitiva que os professores e os alunos têm do termo complexidade para trazer para o contexto do ensino e da aprendizagem da Matemática opiniões e discussões que favorecem a negociação entre o conhecimento da complexidade dos conceitos sentida pelos alunos e pelos professores.

Da análise das respostas aos questionários referidos resultou a iden-

Respostas dos alunos a7



Respostas dos professores p7

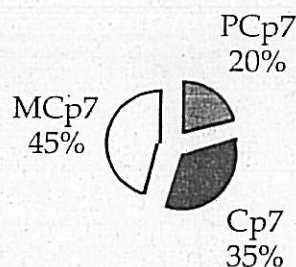


Figura 2 – Distribuições das percentagens das respostas, dos alunos de 7º ano e das dos professores, relativas à classificação dos conceitos de 7º ano.

tificação de tendências dos professores e dos alunos acerca da complexidade dos conceitos sobre números e cálculo do programa de Matemática do 3ºCEB, tendo cada conceito sido classificado em: pouco complexo, complexo e muito complexo.

Na figura 2, apresentam-se graficamente as distribuições das percentagens das respostas dos alunos de 7º ano (a7) e as dos professores (p7) relativamente à classificação dos conceitos em pouco complexos (PC), complexos (C) e muito complexos (MC).

As distribuições das percentagens de respostas dos professores e dos alunos mostram grandes diferenças entre as respectivas classificações dos conteúdos, enquanto que apenas 18% dos alunos de 7º ano consideram os conteúdos de 7º ano como muito complexos, tais conteúdos são

considerados como muito complexos por 45% dos professores. As percentagens relativas à classificação dos conteúdos em pouco complexos, também reforçam a ideia de que os professores consideram os conceitos mais complexos do que os consideram os alunos, pois à percentagem de 52% das respostas dos alunos neste nível de classificação corresponde,

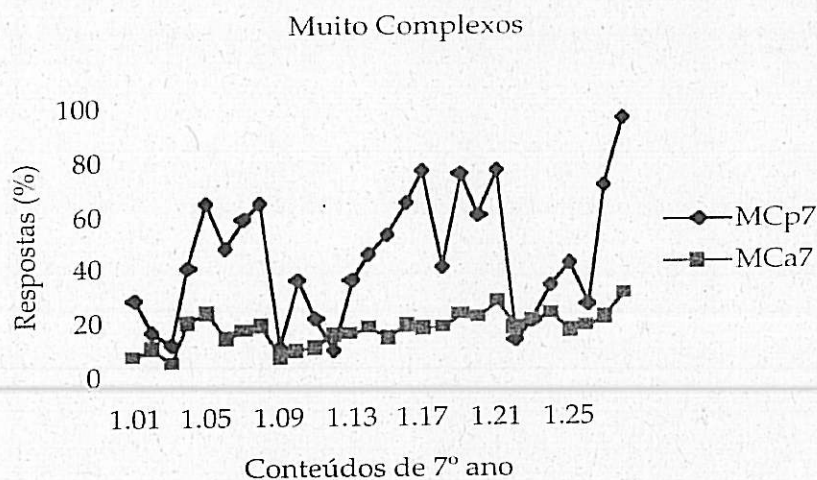


Figura 3 - Distribuições das percentagens de respostas dos alunos de 7º ano (MCA7) e das dos professores (MCp7) relativas à classificação dos conteúdos de 7º ano em muito complexos.

apenas, 20 % das respostas dos professores.

A tendência dos professores considerarem os conteúdos mais complexos do que os consideram os alunos verifica-se tanto na distribuição da totalidade das respostas como em quase todas as situações em que se comparam as percentagens de respostas, questão a questão, como se evidencia, na figura 3, na representação das distribuições das percentagens das respostas dos professores e dos alunos de 7º ano, sobre a classificação dos conteúdos em muito complexos.

As questões e respectivos conteúdos de 7º ano que foram considerados muito complexos pela maioria dos professores, mais de 50%, foram: 1.05 - potências, 1.07 - raiz cúbica, 1.08 - expressões com variáveis, 1.15 - subtração de números inteiros relativos, 1.16 - adição de números racionais, 1.17 - simplificação de expressões com letras, 1.19 - divisão de números racionais, 1.20 - utilização de parênteses, 1.21 - potências de números racionais, 1.27 - equações com parênteses e 1.28 - resolução de problemas que envolvem equações. Destes onze conteúdos, apenas os referenciados por 1.07, 1.15 e 1.17 não figuram nos onze classificados como muito complexos, correspondentes às onze percentagens mais elevadas de respostas dos alunos, figurando em vez destes, os conteúdos 1.04 - critérios de divisibilidade, 1.23 - equações do tipo $a+x=b$ e 1.24 -

Respostas dos alunos a8

Respostas dos professores p8



Figura 4 - Distribuições das percentagens das respostas dos alunos de 8º ano e das dos professores relativas à classificação dos conteúdos de 8º ano equações do tipo $ax=b$.

Analisando as respostas dos alunos de 8º ano, de 9º ano e as dos professores, relativas à classificação dos conteúdos dos programas destes anos, obtêm-se resultados idênticos aos obtidos relativamente à classificação dos conteúdos de 7º ano. Na figura 3, apresentam-se graficamente as distribuições das percentagens das respostas dos alunos de 8º ano e as dos professores, relativamente à classificação dos conteúdos em pouco complexos (PC), complexos (C) e muito complexos (MC).

As distribuições das percentagens de respostas dos professores e as dos alunos de 8º ano, também mostram diferenças acentuadas entre as respectivas classificações dos conteúdos, à percentagem de 29% dos alunos de 8º ano que considera os conteúdos de 8º ano como muito complexos corresponde a percentagem de 56% das respostas dos professores.

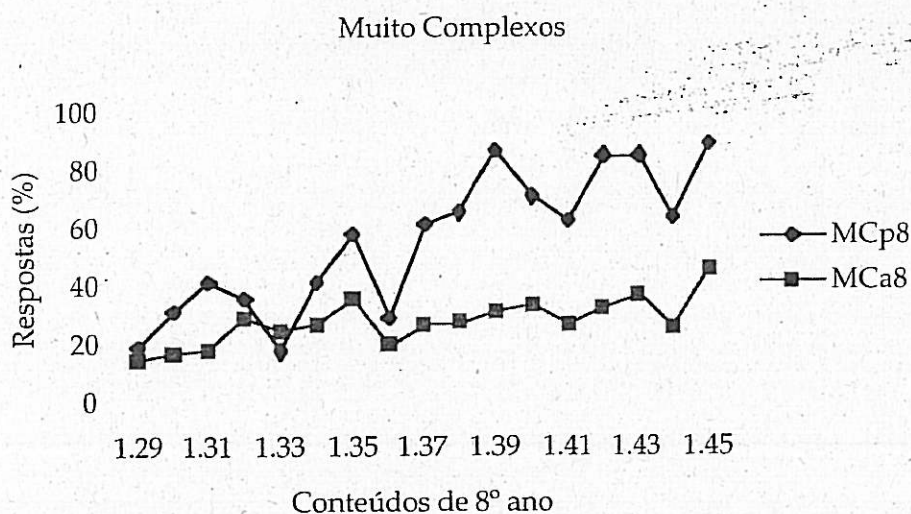


Figura 5 - Distribuições das percentagens de respostas dos alunos de 8º ano (MCa8) e das dos professores (MCp8) relativas à classificação dos conteúdos de 8º ano em muito complexos

Na figura 5, apresentam-se as distribuições das respostas dos professores e as dos alunos de 8º ano sobre a classificação dos conteúdos em muito complexos.

Os conteúdos do programa de Matemática de 8º ano, considerados como muito complexos por mais de 50% dos professores foram: 1.35 - multiplicação de um monómio por um polinómio, 1.37 - equações literais, 1.38 - multiplicação de polinómios, 1.39 - casos notáveis da multiplicação de polinómios, 1.40 - equações de 2º grau, 1.41 - lei do anulamento do produto, 1.42 - factorização de polinómios, 1.43 - aplicações da factorização de polinómios, 1.44 - aplicação da lei do anulamento do produto e 1.45 - resolução de problemas que envolvem equações de 2º grau. Destes conteúdos, apenas o referenciado por 1.44 não consta

Respostas dos alunos a9

Respostas dos professores p9

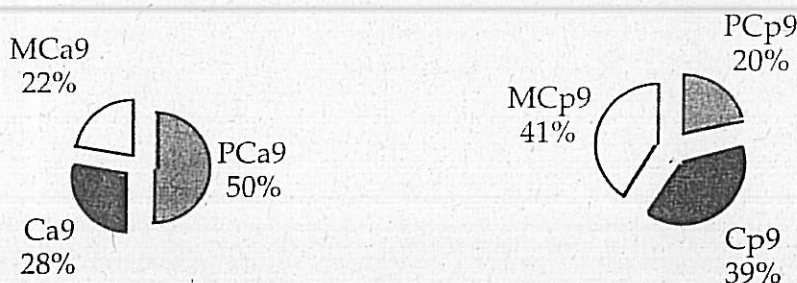


Figura 6 - Distribuições das percentagens de respostas dos alunos de 9º ano e das dos professores relativas à classificação dos conteúdos de 9º ano

nos dez conteúdos classificados como muito complexos, correspondentes às dez percentagens mais elevadas de respostas dos alunos, constando em vez deste o conteúdo 1.32 - operações com monómios e polinómios.

Na figura 6, apresentam-se graficamente as distribuições das respostas dos alunos de 9º ano e dos professores relativamente à classificação dos conteúdos em pouco complexos (PC), complexos (C) e muito complexos (MC).

As distribuições das percentagens de respostas dos professores e dos alunos de 9º ano, também evidenciam diferenças acentuadas entre as respectivas classificações dos conteúdos, 22% dos alunos de 9º ano considera os conteúdos de 9º ano como muito complexos, enquanto que a percentagem de professores que fez idêntica classificação foi de 41%.

Na figura 7, apresentam-se as distribuições das respostas dos professores e as dos alunos de 9º ano sobre a classificação dos conteúdos em muito complexos.

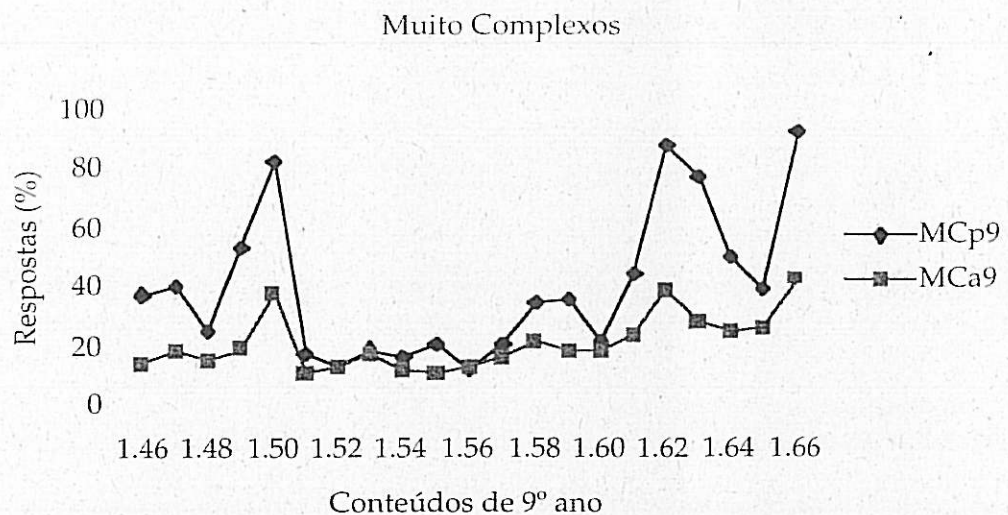


Figura 7 - Distribuições das percentagens de respostas dos alunos de 9º ano (MCa9) e das dos professores (MCp9) relativas à classificação dos conteúdos de 9º ano em muito complexos

A tendência verificada nos 7º e 8º anos relativamente à classificação dos conteúdos em muito complexos, manteve-se no 9º ano, ou seja, a percentagem de professores que considera os conteúdos de 9º ano como muito complexos é muito superior à percentagem dos alunos.

A referência às questões e aos respectivos conteúdos de 9º ano considerados como muito complexos pela maioria dos professores, mais de 50%, foram: 1.49 - resolução gráfica de sistemas, 1.50 - resolução de problemas que envolvem sistemas de equações, 1.62 - resolução de problemas que envolvem inequações, 1.63 - conjuntos definidos por condições, 1.64 - equações incompletas de 2º grau e 1.66 - resolução de problemas que envolvem equações de 2º grau. Destes conteúdos, apenas o referenciado por 1.49 não faz parte dos seis conteúdos considerados muito complexos, correspondentes às seis percentagens mais elevadas de respostas dos alunos de 9º ano, constando em vez deste, o conteúdo 1.65 - equações completas de 2º grau.

Conjugando as classificações efectuadas pelos professores com as efectuadas pelos alunos nos níveis pouco complexo, complexo e muito complexo, verifica-se, em qualquer um dos anos considerados, uma forte tendência para os professores considerarem os conteúdos mais complexos do que os consideram os alunos.

7. Interacção entre os alunos em ambientes de aprendizagem com comunicação síncrona mediada por computador

A comunicação síncrona mediada por computador suportada pela Internet surge no ambiente de aprendizagem como uma estratégia de

ensino e aprendizagem caracterizada pelas possibilidades da interacção de cada aluno com os colegas e com o professor, proporcionando a construção do conhecimento a partir do significado atribuído à experiência individual de cada aluno e ao esforço em compreender e interpretar o conhecimento dos colegas e o do professor.

Para Silva (2001: 857) “as características das actuais TIC proporcionam um espaço de profunda renovação da escola, permitindo pensá-la como uma verdadeira comunidade de aprendizagem. Para o sistema educativo e seus agentes reside aqui o grande desafio: compreender a chegada do tempo destas tecnologias que permitem passar de um modelo que privilegia a lógica da instrução, da transmissão e memorização da informação para um modelo cujo funcionamento se baseia na construção colaborativa de saberes, na abertura aos contextos sociais e culturais, à diversidade dos alunos, aos seus conhecimentos, experimentações e interesses”.

Os resultados relativos ao tema II, comunicação síncrona mediada por computador, incidem na interacção desenvolvida pelos alunos durante as sessões que decorreram com a estratégia de ensino e aprendizagem baseada na comunicação mediada por computador através de um programa de *chat* na Internet e nas opiniões dos alunos acerca dessas sessões.

A interacção escrita, entre os alunos, agrupou-se em duas categorias: uma constituída pelas intervenções relacionadas com a tarefa proposta pelo professor, designada por “interacção relacionada com a tarefa” e a outra, constituída pelas intervenções que aparentemente não estavam relacionadas com as actividades propostas pelo professor, designada por “interacção não relacionada com a tarefa”.

Na figura 8, apresentam-se as distribuições das percentagens de interacção entre os alunos, interacção relacionada com a tarefa (IRT) e

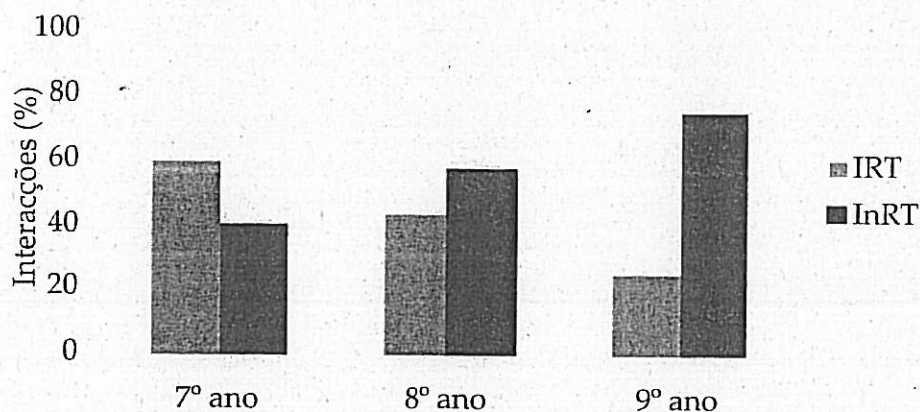


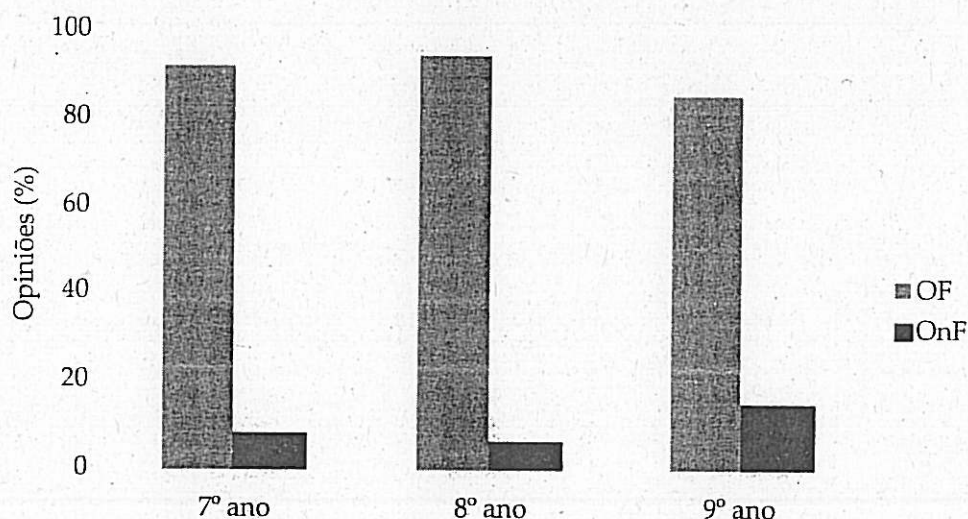
Figura 8 - Distribuições das percentagens de interacção entre os alunos

interacção não relacionada com a tarefa (InRT).

As percentagens de interacção relacionadas com a tarefa diminuem do 7º para o 9º ano. Enquanto que no 7º ano 60 % da interacção entre os alunos foi relacionada com a tarefa, no 8º foi 43 % e no 9º ano apenas 25 %. Fica em aberto investigar as causas que influenciam a diminuição do 7º para o 9º ano das percentagens de interacção relacionada com a tarefa, na aprendizagem da Matemática, indiciando que à medida que o nível etário dos alunos aumenta, também aumenta o seu afastamento em termos de conversação sobre as tarefas que lhe são propostas na aula. Esta investigação exhibe indicadores que permitem admitir que grande parte da discussão que se desenvolve nas aulas, entre os alunos, pode não estar relacionada com os assuntos previstos, pelo professor, para a aula.

Após a constatação do tipo de interacção desenvolvida entre os alunos no ambiente de aprendizagem referido, procurou-se conhecer que opiniões manifestam os alunos acerca da estratégia utilizada. Neste sentido, as opiniões dos alunos, sobre cada sessão que decorreu com comunicação mediada por computador, foram categorizadas em "opiniões favoráveis", que incluem todas as opiniões de agrado relativamente à estratégia de ensino e aprendizagem baseada na utilização da comunicação mediada por computador, e "opiniões não favoráveis" que incluem todas as opiniões não integradas na categoria das opiniões favoráveis.

As opiniões consideradas favoráveis incidiram em aspectos relacio-



nados com: o desenvolvimento global de cada sessão, a utilização do computador, a aprendizagem da Matemática e a própria interacção entre os alunos.

Na figura 9 apresentam-se as distribuições das percentagens das

opiniões dos alunos acerca das sessões de ensino e aprendizagem que decorreram com a estratégia de ensino e aprendizagem baseada na comunicação mediada por computador, opiniões favoráveis (OF) e opiniões não favoráveis (OnF).

As percentagens de opiniões favoráveis foram nos 7º, 8º e 9º anos, respectivamente, 92%, 94% e 85 %, enquanto que as percentagens de opiniões não favoráveis foram nos 7º, 8º e 9º anos, respectivamente 8%, 6% e 15 %.

A existência de percentagens tão elevadas de opiniões favoráveis indicia que a utilização da comunicação mediada por computador suportada pela Internet é muito bem aceite pelos alunos em contexto formal de ensino e aprendizagem, podendo deste modo, tal estratégia constituir um bom meio para a criação, enriquecimento ou complementaridade dos ambientes de ensino e de aprendizagem da Matemática.

8. Considerações Finais

O conhecimento da complexidade dos conceitos e a procura de consensos sobre tal complexidade entre os professores e os alunos pode ter, entre outras, as seguintes vantagens: partilha de opiniões entre os professores e os alunos, reciprocidade entre o conhecimento dos alunos e o dos professores, estabelecimento de sequências de ensino e aprendizagem de acordo com a complexidade dos conceitos, definição de estratégias adequadas aos interesses dos alunos para abordar cada conceito, selecção dos temas mais adequados para serem desenvolvidos de forma colaborativa ou individualmente, realização de projectos que envolvam conceitos com níveis de complexidade conhecidos pelos intervenientes no projecto.

Verifica-se que nos três anos considerados 7º, 8º e 9º as percentagens de respostas dos professores na classificação dos conteúdos em muito complexos são muito superiores às correspondentes percentagens de respostas dos alunos, o que indicia uma forte tendência para os professores considerarem os conteúdos dos programas curriculares analisados mais complexos do que os consideram os alunos.

O tipo de interacção desenvolvida pelos alunos, nas aulas que decorreram com a estratégia de ensino e aprendizagem baseada na comunicação mediada por computador suportada pela Internet, indicia que esta estratégia permite conhecer o envolvimento do aluno nas tarefas propostas e proporciona condições com as quais os alunos podem cultivar novas formas de estar, de aprender e de se relacionarem.

Na manifestação das opiniões favoráveis acerca das aulas desenvolvidas com a estratégia de ensino e aprendizagem baseada na comunicação mediada por computador, os alunos utilizaram com muita frequência os termos importantes, úteis, divertidas e inovadoras, o que reforça

a ideia da boa aceitação da estratégia referida. Tais opiniões traduzem que os alunos, para além de terem gostado das sessões de ensino e aprendizagem com comunicação suportada pela Internet, também sentiram que tais sessões foram inovadoras e úteis para a sua realização. Esta estratégia teve, entre outras, a vantagem de manter os alunos motivados e interessados, com opiniões muito favoráveis acerca de todas as sessões, o que permite admitir que a sua utilização abre perspectivas que podem alterar as atitudes dos alunos face à Matemática e contribuir para que melhorem o seu desempenho na sua aprendizagem.

Bibliografia

- Almeida, C., Dias, P., Morais, C., & Miranda, L. (2000). Aprendizagem colaborativa em ambientes baseados na web. In A. Barca & M. Peralbo (Eds.), *V Congreso Galego-Portugués de Psicopedagogía - Actas (Comunicacións e posters), N° 4, (vol 6) Ano 4º - 2000*, pp. 193 - 202.
- Becker, F. (2001). *Educação e construção do conhecimento*. Porto Alegre: Artmed Editora.
- Cobb, P. & Yackel, E. (1998). A constructivism perspective on the culture of the mathematics classroom. In Falk Seeger, Jörg Voigt & Ute Waschescio (Orgs.), *The culture of the mathematics classroom*, pp. 158 - 190. New York: Cambridge University Press.
- Fosnot, C. T. (1999). *Construtivismo e educação: Teoria, perspectivas e prática*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Glaserfeld, E. V. (1999). Introdução: Aspectos do construtivismo. In C. T. Fosnot (Org.). *Construtivismo e educação: Teoria, perspectivas e prática*, pp. 15 - 21 . Lisboa: Instituto Piaget.
- Lester, J. B. (1999). O algoritmo é tudo que existe. In C. T. Fosnot (Org.). *Construtivismo e educação: Teoria, perspectivas e prática*, pp. 209 - 220 . Lisboa: Instituto Piaget.
- Miranda, L., Morais, C., Dias, P., & Almeida, C. (2001). Ambientes de aprendizagem na web: Uma experiência com fóruns de discussão. In P. Dias & C. de Freitas (Orgs.), *Actas do Challenges 2001, II Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação*, pp. 585 - 593. Braga: Centro de Competência Nónio da Universidade do Minho.
- Morais, C. (1994). *Tecnologia hipermedia no ensino recorrente de adultos em tarefas de transferência e aplicação de informação*. Tese de Mestrado em Educação na Especialidade de Informática no Ensino. Braga: Universidade do Minho.
- Morais, C. (2000). *Complexidade e comunicação mediada por computador na aprendizagem de conceitos matemáticos: Um estudo no 3º ciclo do ensino básico*. Tese de Doutoramento em Educação - Área do

- Conhecimento de Metodologia do Ensino da Matemática. Braga: Universidade do Minho.
- Morais, C. (2001). Da complexidade dos conceitos matemáticos à utilização da comunicação mediada por computador. In Comissão organizadora do ProfMat 2001 - XII Encontro Nacional de Professores de Matemática - Associação dos Professores de Matemática (Eds.), *Actas do ProfMat 2001*, pp. 53 - 60. Vila Real: Associação dos Professores de Matemática.
- Morais, C., Almeida, C. & Dias, P. (2000). Interacção e aprendizagem de conceitos numéricos complexos. In C. Monteiro, F. Tavares, J. Almiro, J. Ponte, J. Matos & L. Menezes (Orgs.), *Interacções na aula de Matemática*, pp. 107 - 114. Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática.
- Morais, C., Miranda, L., Dias, P., & Almeida, C. (1999). Tecnologias de informação na construção de ambientes de aprendizagem. In P. Dias & C. de Freitas, (Orgs.), *Actas do Challenges'99*, pp. 221 - 231. Braga: Centro de Competência Nónio da Universidade do Minho.
- Ponte, J. (1997). *As novas tecnologias e a educação*. Lisboa: Texto Editora.
- Porlán, R. (1998). *Constructivismo y escuela* (5th ed.). Sevilla: Diada Editora S. L..
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. In Luis Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15 - 38). Barcelona: ICE / HORSORI, Universitat de Barcelona.
- Silva, B. (2001). A tecnologia é uma estratégia. In P. Dias & C. de Freitas, (Orgs.), *Actas do Challenges 2001, II Conferência Internacional de Tecnologias de Informação e Comunicação na Educação*, pp. 839 - 859. Braga: Centro de Competência Nónio da Universidade do Minho.
- Sutherland, P. (1996). *O desenvolvimento cognitivo actual*. Lisboa: Instituto Piaget.
- Veloso, E. (2001). Tecnologias na educação: a discussão não está esgotada... Algemética, Lin McMullin. *Educação e Matemática*, nº 62, pp. 21-22.
- Vidiella, A. (1999). *Enfoque globalizador y pensamiento complejo: Una respuesta para la comprensión e intervención en la realidad*. Barcelona: Editorial GRAÓ, de Serveis Pedagògics.
- Voigt, J. (1998). The culture of mathematics classroom: Negotiating the mathematical meaning of empirical phenomena. In Falk Seeger, Jörg Voigt & Ute Waschescio (Orgs.), *The culture of the mathematics classroom*, pp. 191 - 220. New York: Cambridge University Press.