

# ATAS DO XXVIII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

2017



## *Editores*

**Luís Menezes**  
**António Ribeiro**  
**Helena Gomes**  
**Ana Patrícia Martins**  
**Fernanda Tavares**  
**Hélia Pinto**

**Título:** Atas do XXVIII Seminário de Investigação em Educação Matemática

**Editores:** Luís Menezes, António Ribeiro, Helena Gomes, Ana Patrícia Martins, Fernanda Tavares, Hélia Pinto

**Revisão científica:**

Alexandra Gomes  
Ana Maria Boavida  
Ana Henriques  
Ana Patrícia Martins  
Ana Paula Canavarro  
António Domingues  
António Guerreiro  
António Ribeiro  
Carlos Miguel Ribeiro  
Carlos Morais  
Cátia Rodrigues  
Cecília Costa  
Conceição Costa  
Cristina Loureiro  
Cristina Martins  
Cristina Morais  
Dárida Fernandes  
Elvira Santos  
Fátima Mendes

Floriano Viseu  
Helena Gomes  
Helena Martinho  
Helena Rocha  
Hélia Oliveira  
Hélia Pinto  
Hugo Menino  
Isabel Cabrita  
Isabel Vale  
Joana Brocardo  
Joana Mata Pereira  
João Pedro da Ponte  
João Rocha  
José António Fernandes  
Leonor Santos  
Lina Brunheira  
Lina Fonseca  
Luciano Veia  
Luís Menezes

Lurdes Serrazina  
Manuel Saraiva  
Manuel Vara Pires  
Margarida Rodrigues  
Maria Manuel Nascimento  
Maria P. Figueiredo  
Marisa Quaresma  
Nélia Amado  
Neuza Branco  
Pablo Flores  
Paula Maria Catarino  
Paulo Afonso  
Pedro Palhares  
Rogério Matias  
Rosa Antónia Ferreira  
Susana Carreira  
Susana Colaço  
Teresa Pimentel

**ISBN:** 978-972-8768-67-6

**Capa:** Luís Menezes

**Edição:** 1.<sup>a</sup> edição - Viseu, abril de 2017

**Editora:** Associação de Professores de Matemática



Elvira Lázaro dos Santos, Leonor Santos	
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E EDUCAÇÃO FINANCEIRA: QUE RELAÇÕES?	<b>184</b>
Dárda Maria Fernandes, Maria Santos	
A RESOLUÇÃO DE TAREFAS MATEMÁTICAS EM CONTEXTOS NÃO FORMAIS POR ALUNOS DO 1º CEB	<b>202</b>
Fátima Fernandes, Isabel Vale, Pedro Palhares	
COMENTÁRIOS ESCRITOS PRODUZIDOS PELOS ALUNOS NA AULA DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO NO ENSINO BÁSICO	<b>217</b>
Cristiana Leite, Manuel Vara Pires	
ESTUDO ETNOMATEMÁTICO SOBRE DANÇAS FOLCLÓRICAS: SIMETRIA DOS TRAJES	<b>231</b>
Sara Ribeiro, Pedro Palhares, María Jesús Salinas	
A FLEXIBILIDADE DE CÁLCULO MULTIPLICATIVO: UM ESTUDO NO 3º ANO	<b>242</b>
Sónia Santos, Margarida Rodrigues	
UM CATÁLOGO DE TINTAS NA SALA DE AULA: UMA DISCUSSÃO SOBRE A AUTENTICIDADE DE PROBLEMAS DE MODELAÇÃO MATEMÁTICA	<b>261</b>
Ana Margarida Baioa, Susana Carreira	
O DESENVOLVIMENTO DO RACIOCÍNIO GEOMÉTRICO DOS ESTUDANTES E A LEITURA DE HISTÓRIAS EM QUADRINHOS: UMA ARTICULAÇÃO POSSÍVEL	<b>274</b>
Elias Santiago de Assis, Maria Helena Martinho	
AVALIAR ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS: ARTICULAÇÃO ENTRE INVESTIGAÇÃO, TEORIA E PRÁTICA	<b>292</b>
Louise dos Santos Lima, Ariana Cosme	
AS PRÁTICAS DE ENSINO DE GRANDEZAS E MEDIDA NO 1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO - UMA PERSPETIVA ONTOSSEMIÓTICA	<b>304</b>
Isabel Cláudia Nogueira	
O HUMOR EM MANUAIS ESCOLARES DE MATEMÁTICA	<b>315</b>
Luís Menezes, António Ribeiro, Ana Maria Oliveira, Véronique Delplancq, Helena Gomes, Ana Patrícia Martins, Isabel Aires de Matos, Floriano Viseu, Pablo Flores, João Paulo Balula	
AVALIAÇÃO E COMUNICAÇÃO NA AULA DE MATEMÁTICA: UM PROJETO DE INVESTIGAÇÃO	<b>330</b>
António Guerreiro, Cristina Martins	
INTEGRAÇÃO CURRICULAR: A FILOSOFIA NAS MALHAS DE UM PROBLEMA	<b>343</b>
Pedro Duarte, Dárda Maria Fernandes, António José Guedes	
A APRENDIZAGEM DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL NUM CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA	<b>377</b>
Álvaro Fernandes Serafim, Maria Helena Martinho	
EXTENSÃO DE CONHECIMENTOS: IMPLICAÇÕES NA COMPREENSÃO DE NUMERAL DECIMAL	<b>400</b>
Cristina Morais, Lurdes Serrazina	
ATITUDES FACE À MATEMÁTICA E À RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NUMA COMPETIÇÃO MATEMÁTICA	<b>417</b>
Nélia Amado, Susana Carreira	

## COMENTÁRIOS ESCRITOS PRODUZIDOS PELOS ALUNOS NA AULA DE MATEMÁTICA: UM ESTUDO NO ENSINO BÁSICO

*Cristiana Leite<sup>1</sup>, Manuel Vara Pires<sup>2</sup>*

<sup>1</sup>Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança,  
cristianapintoleite@gmail.com

<sup>2</sup>Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança,  
mvp@ipb.pt

**Resumo.** *No âmbito do relatório final de estágio do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico, foi desenvolvido um estudo exploratório centrado na capacidade de comunicação escrita dos alunos em sala de aula, envolvendo todas as áreas disciplinares do estágio profissional. O estudo teve o propósito de identificar e analisar aspetos da capacidade dos alunos comentarem, por escrito, trabalhos produzidos em grupo pelos colegas, sob a forma de galeria ou de diário de bordo. Este texto foca-se apenas na parte do estudo relacionada com a área da matemática. A investigação segue uma abordagem qualitativa e interpretativa, envolvendo os alunos de duas turmas, uma do 1.º ciclo e outra do 2.º ciclo. A recolha de dados foi feita através dos comentários escritos por cada grupo de alunos aos trabalhos apresentados pelos colegas. A análise dos dados baseou-se em quatro dimensões definidas previamente (clareza, fundamentação, lógica, profundidade) e em três níveis de desempenho (baixo, médio, elevado). Globalmente, a análise dos comentários escritos dos alunos aponta para melhores desempenhos em clareza e em lógica e para maiores dificuldades em fundamentação e em profundidade, especialmente na apresentação de justificações e argumentos para suportar as suas ideias e raciocínios e nas referências aos temas matemáticos trabalhados.*

**Abstract.** *In the context of the master final report in Teaching in the 1st and 2nd basic education cycles, it was developed an exploratory study focused on students' written communication abilities in the classroom, involving all the disciplinary areas of the professional internship. The purpose of the study was to identify and analyze aspects of students' ability to comment, in written form, work produced in groups by their colleagues and elaborated in the form of gallery or logbook. This paper presents the part of the study focused on the area of mathematics. The research follows a qualitative and interpretative approach, involving the students of two classes, one of the 1st cycle and the other of the 2nd cycle. Data collection was done through the comments written by each group of students about the presentations made by colleagues. Data analysis was based on four previously defined dimensions (clarity, reasoning, logic, depth) and three levels of performance (low, medium, high). The analysis of students' written comments points to better performances in both clarity and logic and to greater difficulties in both reasoning and depth, especially in the justifications and arguments to support their ideas and in the references to the mathematical topics worked.*

**Palavras-chave:** *Alunos do ensino básico; Comentários escritos; Comunicação matemática; Ensino e aprendizagem da matemática; Prática de ensino supervisionada.*

## **Contexto do estudo**

Este estudo resulta do trabalho produzido, pela primeira autora, no estágio profissional integrado na prática de ensino supervisionada [PES] do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico e registado no respetivo relatório final de estágio [RF] (Leite, 2016), orientado pelo segundo autor. No estágio profissional, desenvolvido ao longo de um ano letivo num agrupamento de escolas do norte do país, foi assumido o trabalho letivo em todas as áreas disciplinares do 1.º ciclo e em português, história e geografia de Portugal, ciências naturais e matemática do 2.º ciclo.

Desde o início da atividade letiva foram bastante visíveis as dificuldades, hesitações ou limitações dos alunos quando convidados a comunicar, oralmente ou por escrito, opiniões ou comentários acerca de trabalhos desenvolvidos pelos colegas ou mesmo a justificar os seus raciocínios seguidos nas tarefas realizadas. Por isso, por reconhecer como é importante para os alunos desenvolverem a sua capacidade crítica e argumentativa e, assim, melhorarem as suas aprendizagens, a comunicação dos alunos em sala de aula foi assumida como o “tema aglutinador” da prática letiva.

Na perspetiva de reforçar a dimensão investigativa do trabalho a realizar, foi delineado um estudo exploratório nas diversas áreas disciplinares do estágio profissional (matemática, no 1.º ciclo; português, história e geografia de Portugal, ciências naturais e matemática, no 2.º ciclo) centrado na capacidade de comunicação escrita dos alunos em sala de aula, com o propósito de identificar e analisar aspetos da capacidade dos alunos comentarem, em grupo e por escrito, trabalhos de grupo produzidos pelos restantes colegas. Para isso, definiram-se dois objetivos principais: (i) identificar aspetos dos trabalhos apresentados pelos colegas que os alunos têm em conta nos comentários escritos que produzem; e (ii) analisar os comentários escritos dos alunos, atendendo a quatro dimensões da comunicação: clareza, fundamentação, lógica e profundidade.

Neste texto, apresenta-se a investigação realizada apenas na área da matemática, em que estiveram envolvidas duas turmas: uma turma do 1.º ciclo (4.º ano de escolaridade) e uma turma do 2.º ciclo (5.º ano de escolaridade). Tal como nas restantes áreas disciplinares, a investigação foi enquadrada pelos pressupostos e orientações comuns, mas tendo em conta as características mais específicas desta área do saber.

## **Comunicação escrita na sala de aula**

O ser humano, enquanto ser social, é por natureza um comunicador e, por isso, comunicar é algo que lhe é essencial na qualidade de indivíduo pertencente a uma comunidade. A comunicação pode ser entendida como um processo de troca de informações ou ideias entre sujeitos, que envolve pensamentos e expressões, com o objetivo de interagir, informar, influenciar ou persuadir (Belo, 2005). A comunicação surge, então, como um processo complexo e ativo de interação entre sujeitos, que trocam informações, supondo um emissor, que codifica ou formula para transmitir uma mensagem, e um receptor, que a descodifica ou compreende (Caldas, 2000; Sim-Sim, 1998). Nas três etapas fundamentais deste processo (codificação, transmissão e descodificação da mensagem), é necessário que os intervenientes partilhem um código comum, ou seja, a língua e o conhecimento dela, e utilizem um canal de comunicação adequado, meio pelo qual a mensagem é transmitida. Para além disso, independentemente do tipo de sistema de comunicação (escrita ou fala), é necessário um suporte para a transmissão da mensagem que “na fala esse suporte é constituído pelo som, na escrita pelos símbolos gráficos” (Barbeiro, 1999, p. 114).

A formação escolar deve permitir dos alunos o desenvolvimento de uma boa competência comunicativa, entendida como a “capacidade que cada um possui para falar, escrever e saber selecionar as formas linguísticas mais adequadas às diferentes situações com que nos deparamos” (Monteiro, Viana, Moreira & Bastos, 2013, pp. 112-113). Para os autores, a ação pedagógica do professor deve centrar-se num trabalho que capacite as crianças para “a interação com os outros, com precisão, clareza, coerência, eficácia e adequação” (p. 112). As várias formas de comunicação usadas no ato comunicativo, em sala de aula, são caracterizadas pelo uso da linguagem oral e da linguagem escrita e a comunicação desenvolve-se, baseando-se na forma como o professor e os alunos estruturam e partilham o seu conhecimento (Guerreiro & Menezes, 2010; Guerreiro, Tomás Ferreira, Menezes & Martinho, 2015; NCTM, 2014; Ponte & Serrazina, 2000). A linguagem oral e a linguagem escrita, influenciando-se mutuamente, são duas realidades diferentes (Baptista, Viana & Barbeiro, 2011). Mas quer o discurso oral quer os registos escritos assumem-se primordiais no desenvolvimento e na capacidade de comunicar dos alunos (Menezes, Tomás Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014).

No Programa de Português do Ensino Básico [PPEB] (ME, 2009), a escrita é entendida como “o resultado, dotado de significado e conforme à gramática da língua, de um

processo de fixação linguística que provoca o conhecimento do sistema de representação gráfica adotado” e de “processos cognitivos e translinguísticos complexos (planeamento, textualização, revisão, correção e reformulação do texto)” (p. 16). A linguagem escrita compreende a produção escrita em concreto, englobando a competência gráfica, ortográfica e compositiva, assim como o conhecimento explícito da língua (ME, 2009). O bom domínio de ambas as dimensões é fundamental para os registos escritos dos alunos, demonstrando conhecimento e eficiente utilização do vocabulário, assim como a utilização e articulação dos termos, palavras e frases, de forma a dar coesão e coerência aos registos escritos produzidos.

Por outro lado, a comunicação escrita pode ser analisada tendo em conta diferentes perspectivas dadas as múltiplas dimensões envolvidas. Por exemplo, uma das dimensões importantes da comunicação escrita, a clareza, relaciona-se com o recurso a vocabulário (também matemático) e a representações adequadas (Costa & Pires, 2016). Na resolução das tarefas, os alunos podem utilizar diferentes representações (materiais manipuláveis, tabelas, figuras, desenhos, diagramas, vocabulário, linguagem simbólica, etc.), que têm a sua especificidade. Para Bruner (1999), podemos representar as ideias, recorrendo a diferentes formas: representações ativas, representações icónicas e representações simbólicas.

Ponte e Velez (2011) referem que as representações ativas estão associadas à ação. A importância deste modo de representação decorre do pressuposto de que a criança consegue melhor assimilar dados se estes chegarem por ação. Para Boavida, Paiva, Cebola, Vale e Pimentel (2008), a manipulação adequada de objetos propicia “oportunidades para criar modelos ilustrativos, contribuindo para a construção de conceitos” (p. 71). As representações icónicas “baseiam-se na organização [e memória] visual, no uso de figuras, imagens, esquemas, diagramas ou desenhos para ilustrar conceitos, procedimentos ou relações entre eles” (p. 71), distanciando-se do concreto e do físico. Finalmente, seguindo as mesmas autoras, as representações simbólicas, predominantes no presente estudo, consistem numa forma mais elaborada de captar e representar as ideias por linguagem simbólica ou vocabulário. No caso da matemática, “correspondem, não apenas aos símbolos que representam ideias matemáticas, mas a todas as linguagens que envolvem um conjunto de regras fundamentais quer para o trabalho com a matemática, quer para a sua compreensão” (p. 71). Evidentemente, as diferentes formas de representação não se querem “autónomas, independentes ou

alternativas umas às outras” (p. 71), mas antes utilizadas conjuntamente ou combinadas, nos vários momentos de comunicação escrita, ao longo de toda a vida.

### **Opções metodológicas do estudo**

O estudo seguiu uma abordagem qualitativa e interpretativa muito adequada à natureza do problema em análise e aos propósitos assumidos (Bogdan & Biklen, 2012). Esta abordagem, tendo por base a descrição e interpretação de uma dada realidade e o estudo da perspectiva dos participantes, permite verificar, de forma gradual, as intenções e interpretações destes perante as situações ou problemas, assim como captar os sentidos atribuídos, em lugar de fazer generalizações de resultados. É muito apropriada ao ambiente particular da PES, quer para o contexto da prática letiva quer para a realidade concreta investigada (neste caso, a comunicação escrita dos alunos). De facto, concordando com Pires (2005), ao assumir uma orientação interpretativa atentamos na compreensão do que é único e particular para o sujeito e, assim, a prática educativa é analisada a partir da intencionalidade e significado de forma a interpretar o que os participantes fazem no contexto onde acontece a ação.

No desenvolvimento da PES, a teoria e a prática assumiram-se como articuláveis perante as necessidades encontradas e a constante reflexão sobre as práticas. Por isso, o estudo também teve contornos de uma investigação-ação (Máximo-Esteves, 2008), dado ser “uma metodologia caracterizada por uma permanente dinâmica entre teoria e prática em que o professor interfere no próprio terreno de pesquisa, analisando as consequências da sua acção e produzindo efeitos directos sobre a prática” (Amaral, Moreira & Ribeiro, 1996, p. 116), ou seja, uma metodologia direccionada para a mudança, com intenção de transformar ou reformular práticas no sentido de as melhorar (Alonso & Silva, 2006). Neste sentido, também pode ser entendida como uma investigação sobre a própria prática (Ponte, 2002) já que se desenvolve identificando ou reconhecendo um problema, emergente da prática, reinventando a ação de forma a procurar resolvê-lo.

Com este enquadramento, foi desenvolvido um estudo exploratório realizado no âmbito de cinco áreas disciplinares (matemática, no 1.º ciclo; português, história e geografia de Portugal, ciências naturais e matemática, no 2.º ciclo) e centrado em aspetos da comunicação escrita dos alunos. O estudo orientou-se para a questão geral: “Como é que os alunos comunicam por escrito as suas ideias e comentários acerca de trabalhos de grupo apresentados pelos colegas?”, suportando-se em dois objetivos principais: (i)

identificar aspetos dos trabalhos apresentados pelos colegas que os alunos têm em conta nos comentários escritos que produzem; e (ii) analisar os comentários escritos dos alunos, atendendo a quatro dimensões da comunicação: clareza, fundamentação, lógica e profundidade.

Esta comunicação foca-se apenas na área disciplinar da matemática e nos comentários escritos produzidos por quatro grupos constituídos pelos vinte e um alunos do 1.º ciclo (4.º ano de escolaridade) e seis grupos formados com os vinte e dois alunos do 2.º ciclo (5.º ano de escolaridade). Conforme referido, o estudo desenrolou-se no âmbito do estágio profissional (1.º ciclo, de outubro a fevereiro, e 2.º ciclo, de fevereiro a junho), seguindo o desenvolvimento curricular normal das duas turmas, em que a comunicação dos alunos foi assumida como um eixo integrador da prática letiva. Nas aulas de matemática, no sentido de desenvolver as capacidades comunicativas individualmente ou em grupo, os alunos foram envolvidos em situações que, oralmente ou por escrito, exigiam a apresentação dos seus pontos de vista ou comentários às opiniões dos outros colegas. Como os alunos demonstravam (mais) dificuldades na comunicação escrita, ao longo das aulas e adaptadas aos tópicos matemáticos em estudo, foram sendo trabalhados aspetos que poderiam ser selecionados para os comentários escritos, como a apresentação do trabalho, a organização da informação, os processos de cálculos seguidos, as diversas representações apresentadas ou a justificação das afirmações, realçando a necessidade das opiniões serem claras, corretas, fundamentadas e compreensíveis para os outros.

A recolha de dados foi feita através dos comentários escritos que os grupos de alunos produziram em relação a trabalhos apresentados por outros grupos. No 1.º ciclo, no início do segundo período letivo, cada grupo escreveu, no final de duas aulas de noventa minutos, comentários ao trabalho desenvolvido pelos restantes grupos na resolução, apresentada em cartaz, de uma tarefa de natureza exploratória, envolvendo a descoberta de um padrão. No 2.º ciclo, no final terceiro período letivo, ao longo de quatro aulas de noventa minutos, cada grupo organizou um diário de bordo registando as resoluções das tarefas desenvolvidas num projeto relacionado com a organização e tratamento de dados. Na última aula, os diários circularam por todos os alunos e cada grupo comentou por escrito as resoluções dos restantes grupos.

A análise dos dados suportou-se num instrumento com quatro categorias, definidas previamente, e três níveis de desempenho em cada uma delas, tendo em conta aspetos já mencionados em outros estudos (Castanheira, 2014; Costa, 2015; Costa & Pires, 2016;

Vieira, 2013). Os comentários escritos produzidos por cada grupo relativamente ao trabalho dos restantes colegas foram analisados em todas as categorias e associados, no seu aspeto global, a um dos níveis de desempenho em cada uma delas. O instrumento de análise, adaptado de Costa e Pires (2016) e validado por três especialistas em didática, adotou quatro dimensões: clareza, fundamentação, lógica e profundidade, consideradas pertinentes para a caracterização da comunicação escrita, que foram apreciadas recorrendo a três níveis de desempenho: baixo, médio e elevado. Assim, na categoria “clareza”, analisa-se se o aluno expressa, por escrito, as suas ideias, recorrendo a vocabulário correto e a representações adequadas, considerando-se nível baixo quando o aluno apresenta ideias imprecisas, utiliza vocabulário incorreto ou incompreensível e recorre a representações inadequadas; nível médio quando o aluno apresenta ideias precisas, mas utiliza vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorre a representações pouco adequadas; e nível elevado quando o aluno apresenta ideias precisas, utiliza vocabulário preciso e correto e recorre a representações adequadas. Na categoria “fundamentação”, o aluno justifica, de forma escrita, os seus processos ou ideias, apresentando argumentos plausíveis, considerando-se nível baixo quando o aluno justifica os seus processos ou ideias de forma imprecisa; nível médio quando o aluno justifica razoavelmente os seus processos ou ideias; e nível elevado quando o aluno justifica adequadamente os seus processos ou ideias. Na categoria “lógica”, o aluno manifesta raciocínio e coerência nos registos escritos, apresentando conexões entre as ideias registadas, considerando-se nível baixo quando o aluno revela pouco raciocínio e coerência nos registos escritos, não mostrando conexão entre as ideias; nível médio quando o aluno revela algum raciocínio e coerência nos registos escritos, a par de alguma conexão entre as ideias; e nível elevado quando o aluno revela raciocínio e coerência nos registos escritos, manifestando conexão entre as ideias. Finalmente, na categoria “profundidade”, o aluno revela, de forma escrita, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto a trabalhar, considerando-se nível baixo quando o aluno revela, frequentemente, não dominar aspetos importantes sobre o assunto; nível médio quando o aluno revela, algumas vezes, o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto; e nível elevado quando o aluno revela, frequentemente, dominar os aspetos mais complexos sobre o assunto.

## Comentários escritos produzidos pelos alunos


Apresentam-se os principais resultados do estudo verificados nas duas turmas, adotando a ordem dos objetivos do estudo. Para cada uma delas, após a explicitação da tarefa matemática trabalhada, são referidos os aspectos das apresentações dos grupos focados nos comentários escritos pelos alunos ao trabalho dos outros colegas seguidos da respectiva análise atendendo às quatro categorias previamente definidas.

### Turma do 4.º ano do 1.º ciclo

No 1.º ciclo, os alunos do 4.º ano de escolaridade constituíram quatro grupos (Grupos 1, 2, 3 e 4) e comentaram, por escrito, os trabalhos dos colegas associados à resolução da tarefa “Descobre a sequência”, adaptada de Vaz (2012, p. 108), que foram apresentados na forma de cartaz e expostos na *galeria* de trabalhos (ver Figuras 1 e 2). Nesta tarefa, os alunos puderam, entre outros aspetos, desenvolver estratégias de resolução de problemas, justificar a escolha da estratégia de resolução, testar a validade dessa estratégia e estabelecer uma generalização para o número de pontos da figura numa posição qualquer.

“Descobre a Sequência”

1. Observa a sequência:



a) Desenha a próxima figura desta sequência.  
b) Como é que cada figura se transforma na seguinte?  
c) Quantos pontos terá a 6ª figura?  
d) E a 28ª figura quantos pontos terá?  
e) Quantos pontos tem uma figura numa posição qualquer?  
f) Completa:  
O número de pontos corresponde à \_\_\_\_\_ da figura.

Figura 1. Tarefa trabalhada pelos alunos do 1.º ciclo (Vaz, 2012, p. 108).

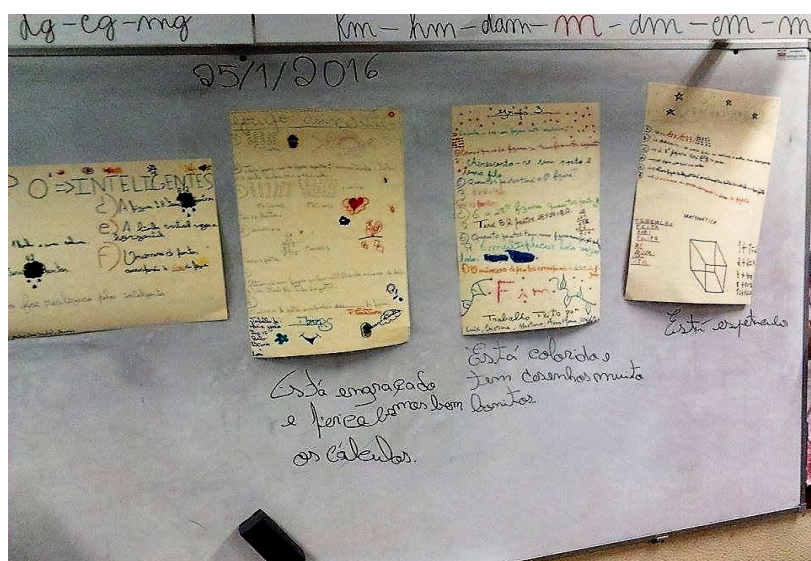


Figura 2. Galeria de trabalhos (1.º ciclo) com comentários de um dos grupos.

*Aspectos dos cartazes focados nos comentários escritos.* Os comentários registados pelos grupos revelaram-se bastante semelhantes e com formulações muito breves e diretas. Estes comentários debruçaram-se, sobretudo, sobre: (i) aspectos de natureza estética, referindo-se à decoração dos cartazes, aos desenhos e à cor (ver Figura 3); (ii) aspectos de organização das respostas; e (iii) aspectos relacionados com o cálculo, comentando sobre a presença ou ausência de cálculos auxiliares, a sua correção ou a respetiva compreensão (ver Figura 4).

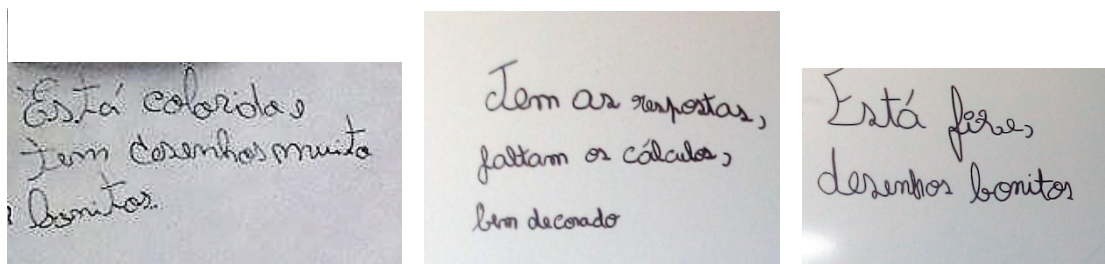


Figura 3. Comentários dos Grupos 1, 3 e 4 (1.º ciclo).

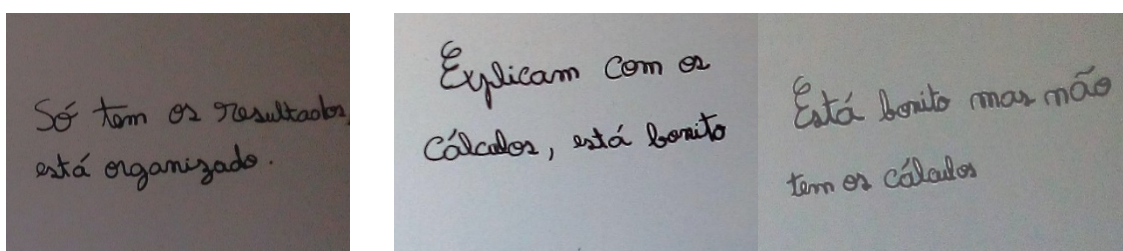


Figura 4: Comentários dos Grupos 2 e 3 (1.º ciclo).

*Análise dos comentários escritos atendendo às quatro dimensões da comunicação.* A Tabela 1 apresenta uma panorâmica global dos níveis de desempenho atribuídos aos quatro grupos resultantes dos três comentários que cada um deles formulou relativamente ao trabalho apresentado pelos outros grupos.

Tabela 1. Nível atribuído aos grupos do 1.º ciclo nas quatro categorias de análise.

Grupos	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	b	m	e	b	m	e	b	m	e	b	m	e
1		x		x			x			x		
2		x		x				x		x		
3		x		x			x			x		
4		x		x				x		x		
(total)	0	4	0	4	0	0	2	2	0	4	0	0

Legenda: b - nível baixo; m - nível médio; e - nível elevado.

Como se pode constatar na tabela, e também nos comentários das figuras anteriores, todos os grupos atingiram um nível médio em “clareza”, expressando bem as suas ideias e utilizando vocabulário bastante adequado. Em geral, em “lógica”, os níveis oscilaram entre o nível baixo e o nível médio, revelando, apesar da brevidade dos comentários,

algum raciocínio e coerência nos registos escritos, em especial na apreciação dos cálculos, como se pode ver no segundo comentário da Figura 4. Já em “fundamentação” e em “profundidade”, embora tivessem comentado sobre diversos aspetos, os grupos não apresentaram quaisquer justificações das suas apreciações nem fizeram qualquer referência envolvendo o assunto trabalhado (ver Figuras 3 e 4), resultando um nível geral baixo nas duas categorias.

#### *Turma do 5.º ano do 2.º ciclo*

Os alunos do 2.º ciclo distribuíram-se por seis grupos de trabalho (Grupos 1, 2, 3, 4, 5 e 6) para comentarem, por escrito, as resoluções dos colegas registadas no diário de bordo de cada grupo, elaborado ao longo do desenvolvimento do projeto estatístico “Organizar e tratar dados é cá comigo!”. Uma das tarefas trabalhadas, “Analisando lançamentos de um dado”, permitiu o trabalho estatístico relacionado com a recolha, organização, interpretação e apresentação dos resultados, cujo guião se apresenta no quadro seguinte.

#### **Guião de trabalho – “Analisando lançamentos de um dado”**



Cada elemento do grupo lança o dado três vezes, registando os acontecimentos no diário de bordo (quantas vezes sai cada número de pintas do dado).

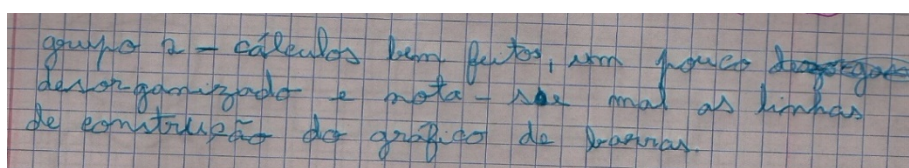
Construir uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas dos dados obtidos.

Qual é moda? Justificar a resposta.

Inserir os dados da tabela numa tabela *Excel*. Construir o gráfico de barras, no diário de bordo, que obtiveram no *Excel*. Não esquecer de colocar o título no gráfico.

Discutir, com os colegas, cuidados a ter na construção de um gráfico de barras e registar os resultados e conclusões obtidos.

*Aspetos dos diários de bordo focados nos comentários escritos.* Os comentários dos grupos, abrangendo diversas situações importantes para a abordagem dos tópicos (ver Figura 5), debruçaram-se, sobretudo, sobre: (i) a qualidade da organização e da apresentação e outros aspetos de natureza estética; (ii) o que os grupos não realizaram ou o que faltou nas resoluções registadas; (iii) a correção dos cálculos e dos processos de cálculo ou raciocínios seguidos; e (iv) a diversificação ou o rigor da construção dos gráficos apresentados. De forma mais residual, também foram escritos comentários sobre as justificações das respostas e referidos pontos positivos e pontos negativos dos trabalhos.



Grupo 4 - Dados bem feitos, foram originais ao fazerem o desenho de caule e folhas, faltou a resposta da pergunta 6.

Grupo 6 - Apresentação razoável, tem falta de títulos e não fizeram porque é que a moeda é 1.

Figura 5: Comentários dos Grupos 2, 4 e 6 (2.º ciclo) aos Grupos 5, 1 e 3, respetivamente.

*Análise dos comentários escritos atendendo às quatro dimensões da comunicação.* Na Tabela 2 estão sistematizados os níveis de desempenho globais atribuídos aos seis grupos relativos aos cinco comentários formulados por cada um deles sobre o trabalho apresentado pelos restantes grupos.

Tabela 2. Nível atribuído aos grupos do 2.º ciclo nas quatro categorias de análise.

Grupos	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	b	m	e	b	m	e	b	m	e	b	m	e
1		x			x			x			x	
2		x		x				x			x	
3		x		x				x		x		
4		x			x			x		x		
5		x		x				x		x		
6			x			x		x			x	
(total)	0	5	1	3	2	1	0	6	0	3	3	0

Legenda: b - nível baixo; m - nível médio; e - nível elevado.

As categorias “fundamentação” e “profundidade” recolheram os níveis mais baixos. Embora alguns grupos tivessem justificado, de forma bem adequada, as suas ideias (como, por exemplo, no segundo comentário da Figura 5) e revelassem, por vezes, um bom domínio dos tópicos estatísticos, houve outros em que as opiniões registadas não foram muito precisas nem justificadas (ver Figura 6), omitindo ou referindo-se pouco aos assuntos em estudo.

Grupo 3 - Excelente apresentação e bem apresentado.

Figura 6. Exemplo de comentário de nível baixo em “fundamentação” e em “profundidade”.

Já em “clareza” e “lógica”, foi atribuído, globalmente, o nível médio dado que todos os grupos ligaram e expressaram bem, embora alguns com erros ortográficos, as respetivas ideias, manifestando coerência nos registos escritos que produziram, conforme se pode verificar nas Figuras 5 e 6.

### Principais conclusões do estudo

Nos comentários escritos feitos pelos grupos dos dois ciclos de ensino é possível identificar uma boa quantidade de aspetos sobre os quais se debruçaram quando

apreciaram os trabalhos dos colegas, embora no segundo ciclo sejam mais diversificados e mais aprofundados. Como aspetos comuns, refiram-se os relacionados com a natureza estética das produções apresentadas, a apresentação dos trabalhos de grupo, a organização das respostas e os processos de cálculo seguidos, em especial a respetiva correção. No segundo ciclo, a apreciação sobre os diversos gráficos apresentados foi um aspeto bastante citado e, de forma mais residual, foram ainda referenciados pontos positivos e pontos negativos dos trabalhos e a justificação das respostas.

Globalmente, a análise dos comentários escritos dos alunos aponta para melhores desempenhos em clareza e em lógica e para maiores dificuldades em fundamentação e em profundidade. Em “clareza”, os grupos dos dois ciclos utilizam um vocabulário correto e expressam bem as suas ideias, de forma clara, precisa e com poucos erros ortográficos, acompanhando os resultados relatados por Castanheira (2014) e Costa e Pires (2016). No segundo ciclo, há mesmo um grupo que atinge o nível elevado nesta categoria. Igualmente, em “lógica”, a generalidade dos grupos apresenta uma razoável coerência nos registos escritos, com conexão entre as ideias apresentadas, tendo os desempenhos rondado o nível médio no segundo ciclo e oscilado entre o nível baixo e o nível médio no primeiro ciclo.

Os resultados nas outras duas categorias não são tão favoráveis, dado que os alunos revelam mais dificuldade em explicitar e justificar os seus pontos de vista e nem sempre referem ou integram os temas matemáticos em estudo, tal como verificado no estudo de Costa e Pires (2016). Em “fundamentação”, o nível dos desempenhos no primeiro ciclo é consistentemente baixo, destacando-se a ausência de justificações ou argumentos para as opiniões registadas. No segundo ciclo, metade dos grupos também revela um nível baixo, mas os restantes justificam ou fundamentam, de forma razoável, os comentários que fazem. Em “profundidade”, os desempenhos são semelhantes, mantendo-se o nível baixo para o primeiro ciclo e para metade dos grupos do segundo ciclo, pois praticamente não são feitas referências aos temas matemáticos trabalhados. Em contrapartida, os restantes grupos revelam dominar razoavelmente diferentes aspetos dos temas estatísticos em questão, comentando tópicos matemáticos como a média, a moda ou os gráficos de barras.

Face a estes resultados, o estudo aponta para a importância da valorização dos momentos da aula de matemática que possibilitem aos alunos desenvolver a sua capacidade de comunicação escrita (Guerreiro, Tomás Ferreira, Menezes & Martinho, 2015; NCTM, 2014; Ponte & Serrazina, 2000). Escrever sobre as suas ideias ou sobre os diversos temas

matemáticos potencia, nos alunos, a possibilidade de expressar e justificar as respetivas ideias e raciocínios, recorrendo a argumentos plausíveis e sabendo integrar, com profundidade, os tópicos matemáticos nessas justificações.

### Referências bibliográficas

- Alonso, L., & Silva, C. (2005). Questões críticas acerca da construção de um currículo formativo integrado. In L. Alonso & M. Roldão (Coords.), *Ser professor do 1.º ciclo: Construindo a profissão* (pp. 42-63). Coimbra: Edições Almeida.
- Amaral, M., Moreira, M., & Ribeiro, D. (1996). O papel do supervisor no desenvolvimento do professor reflexivo: Estratégias de supervisão. In I. Alarcão (Org.), *Formação reflexiva de professores: Estratégias de supervisão* (pp. 89-122). Porto: Porto Editora.
- Baptista, A., Viana, F., & Barbeiro, L. (2011). *O ensino da escrita: Dimensões gráfica e ortográfica*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.
- Barbeiro, L. (1999). *Jogos da escrita*. Lisboa: Ministério da Educação & Instituto de Inovação Educacional.
- Belo, J. (2005). Comunicação didática e competência de comunicação: A necessidade de emergência de novos modelos. In *Atas do Congresso da Associação Portuguesa de Ciências da Comunicação, 4.º SOPCOM* (pp. 305-316). Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, I. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (2012). *Qualitative research for education: An introduction to theories and methods* (6th Ed.). Boston: Pearson Education.
- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Lisboa: Relógio d'Água.
- Caldas, A. (2000). *A herança de Franz Joseph Gall: O cérebro ao serviço do comportamento humano*. Lisboa: Editora McGraw-Hill.
- Castanheira, G. (2014). *Um modelo de ensino para o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática em alunos do 5.º ano do ensino básico*. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viseu, Viseu, Portugal.
- Costa, E. (2015). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Costa, E., & Pires, M. V. (2016). Comunicar por escrito em matemática: Um estudo com alunos do 5.º ano. In M. H. Martinho, R. Tomás Ferreira, I. Vale & H. Guimarães (Eds.), *Atas do XXVII Seminário de investigação em educação matemática* (pp. 405-419). Porto: Associação de Professores de Matemática.
- Guerreiro, A., & Menezes, L. (2010). Comunicação matemática: Na busca de um entendimento comum. In H. Gomes, L. Menezes & I. Cabrita (Eds.), *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 137-143). Aveiro: Associação de Professores de Matemática.
- Guerreiro, A., Tomás Ferreira, R., Menezes, L., & Martinho, M. H. (2015). Comunicação na sala de aula: A perspetiva do ensino exploratório da matemática. *Zetetiké*, 23(4), 279-295.
- Leite, C. (2016). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-ação*. Porto: Porto Editora.
- Menezes, L., Tomás Ferreira, R., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de matemática. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais*

*dos professores de matemática* (pp. 135-161). Lisboa: Instituto de Educação, Universidade de Lisboa.

- Ministério da Educação [ME] (2009). *Programa de português do ensino básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Monteiro, C., Viana, F., Moreira, E., & Bastos, A. (2013). Avaliação da competência comunicativa oral no ensino básico: Um estudo exploratório. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(2), 111-138.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM] (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. Reston: NCTM.
- Pires, M. V. (2005). *Os materiais curriculares na construção do conhecimento profissional do professor de matemática. Três estudos de caso*. Tese de doutoramento, Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela, Espanha.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P., & Velez, I. (2011). Representações em tarefas algébricas no 1.º ciclo. *Educação e Matemática*, 113, 11-16.
- Sim-Sim, I. (1998). *Desenvolvimento da linguagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Vaz, C. (2012). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Vieira, F. (2013). As máximas conversacionais e a correção de textos. In *Anais da XXIV Jornada Nacional do Grupo de Estudos Linguísticos do Nordeste*. Natal, Brasil: GELNE.