



CiemaE UCM

Centro de Investigación en
Educación Matemática y Estadística
Universidad Católica del Maule

Investigaciones sobre libros de texto para el desarrollo de la cultura estadística y probabilística



Editores:

Danilo Díaz-Levicoy - Audy Salcedo

INVESTIGACIONES SOBRE LIBROS DE TEXTO PARA EL
DESARROLLO DE LA CULTURA ESTADÍSTICA Y
PROBABILÍSTICA

INVESTIGACIONES SOBRE LIBROS DE TEXTO PARA EL DESARROLLO DE LA CULTURA ESTADÍSTICA Y PROBABILÍSTICA

Editores

Danilo Díaz-Levicoy (*Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule*)

Audy Salcedo (*Grupo Interdisciplinario de Investigación en Educación para la primera infancia, Universidad Autónoma de Chile*)

Autores

Edvonete Souza de Alencar (*Universidad de Brasília, Brasil*) • Pedro Arteaga (*Universidad de Granada, España*) • Elizabeth H. Arredondo (*Universidad de Los Lagos, Chile*) • Paula Maria Barros (*Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*) • Carmen Batanero (*Universidad de Granada, España*) • Ana Paula Bolsan Sagrilo (*Secretaria Municipal de Educación de la Prefeitura de Santiago, Brasil*) • Jaime Andrés Camaño Meza (*Universidad de Sucre, Colombia*) • Caroline Contreras Osorio (*Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile*) • Macarena Elgueta-Ibarra (*Universidad de Granada, España*) • José António Fernandes (*Universidade do Minho, Portugal*) • Jaime I. García-García (*Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile*) • María M. Gea Serrano (*Universidad de Granada, España*) • Gilda Lisbôa Guimarães (*Universidade Federal de Pernambuco, Brasil*) • Javier Enrique Hernández Pino (*Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile*) • Ane Izagirre Korta (*Universidad del País Vasco/Euskal Herriko Unibertsitatea, España*) • María del Mar López-Martín (*Universidad de Almería, España*) • Lizzet Morales Garcia (*Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México*) • Catalina Navarro Sandoval (*Universidad Autónoma de Guerrero, México*) • Ailton Paulo de Oliveira Júnior (*Universidade Federal do ABC, Brasil*) • Ana Meire de Oliveira Morais (*Universidade Federal do ABC, Brasil*) • Jocelyn D. Pallauta (*Universidad de Los Lagos, Chile*) • Juan Luis Piñeiro G. (*Universidad Metropolitana de Ciencias de la Educación, Chile*) • André Fellipe Queiroz Araújo (*Secretaria de Educação do Estado de Pernambuco, Brasil*) • Francisco Rodríguez-Alveal (*Universidad del Bío-Bío, Chile*) • Blanca Ruiz Hernández (*Tecnológico de Monterrey, México*) • Nicolás Sánchez Acevedo (*Universidad Central de Chile, Chile*) • Luzia Roseli da Silva Santos (*Universidade Federal do ABC, Brasil*) • Chia Shih Su (*Universidad Católica del Maule, Chile*) • Anita Sundrani (*Northwestern University, Estados Unidos*) • Víctor Torres-Escoriza (*Universidad de Almería, España*) • Osmar D. Vera (*Universidad de Cádiz, España*) • Travis Weiland (*University of North Carolina Charlotte, Estados Unidos*).



**Facultad
de Ciencias
Básicas**



CiemaeUCM
Centro de Investigación en
Educación Matemática y Estadística
Universidad Católica del Maule

CRÉDITOS

Publicación del Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística.

Directora: Dra. María Aravena Díaz.

Investigaciones sobre libros de texto para el desarrollo de la cultura estadística y probabilística.

Editores: Danilo Díaz-Levicoy • Audy Salcedo.

ISBN: 978-956-6067-95-5

Todos los capítulos que conforman el libro fueron seleccionados por arbitraje externo, mediante el sistema doble ciego.

Diseño y diagramación: Danilo Díaz-Levicoy

Portada: Luis A. Espinoza Sepúlveda (lespinoz@ucm.cl)

Libro de acceso libre. Noviembre 2024

Este libro se distribuye bajo los términos de Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International (CC BY-NC 4.0 - <http://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/>), que permite cualquier uso no comercial, duplicación, adaptación, distribución y reproducción en cualquier medio o formato, siempre que dé el crédito apropiado al autor(es) original(es) y a la fuente.

Publicado por:

Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística

Facultad de Ciencias Básicas de la Universidad Católica del Maule

Campus San Miguel, Avenida San Miguel 3605, Talca, Chile

Teléfono: +56 71 298 6000

ÍNDICE

Prólogo	7
La probabilidad en los libros de texto: investigación desde el enfoque ontosemiótico	13
Medidas de tendencia central en los libros de texto: una mirada desde la alfabetización y pensamiento estadístico.....	41
Livros didáticos do novo ensino médio brasileiro: uma análise sobre a abordagem do conceito de amostragem e curva normal.....	69
Análisis del significado de la probabilidad en los libros de texto de quinto y sexto de Educación Primaria	99
Estudo de dados e probabilidades em manuais escolares portugueses dos primeiros anos escolares	129
Representación de género en tareas de estadística y probabilidad de los libros de matemática de 3° y 4° de Educación Secundaria en Chile	159
Gráficos estadísticos y su aproximación de accesibilidad en textos escolares chilenos de 4° básico para estudiantes con discapacidad visual	185
Acercamiento a la concordancia entre programas de estudio y libros de texto en estadística en Chile. Aproximación desde inferencia informal	205
Análisis del nivel de lectura y contexto de tablas estadísticas en textos de secundaria españoles para desarrollar el sentido estocástico	239
La presencia de conceptos estadísticos en el proyecto editorial (paradidáctico) “actividades y juegos con estadística”	259
Medidas de tendencia central en libros de Educación Secundaria de la nueva escuela mexicana.....	281
Conocimiento especializado para enseñar estadística en manuales didácticos brasileños en la Educación Infantil	307
Skew the script: A study of how teachers use a relevant and electronic statistics curriculum in the U.S.	321
Análisis de la distribución normal en libros de texto de Educación Media de Chile.....	343

ESTUDO DE DADOS E PROBABILIDADES EM MANUAIS ESCOLARES PORTUGUESES DOS PRIMEIROS ANOS ESCOLARES

José António Fernandes

Paula Maria Barros

RESUMO

Neste capítulo analisam-se manuais escolares portugueses de matemática, do 5.º e 6.º ano de escolaridade, no tema Dados e Probabilidades, tendo-se estabelecido as duas seguintes questões de investigação: 1) Quais as orientações dos manuais escolares portugueses dos primeiros anos na exploração do tema Dados e Probabilidades? e 2) Os manuais escolares dos primeiros anos, no tema Dados e Probabilidades, refletem as diretrizes curriculares portuguesas? Para tal, foram selecionados seis manuais escolares, três do 5.º ano e três do 6.º ano, que correspondiam aos três manuais mais adotados pelas escolas nos respetivos anos. A análise dos manuais desenvolveu-se através da análise de conteúdo, partindo de categorias e subcategorias pré-estabelecidas. Em termos de resultados, verificou-se que os manuais incluem tarefas em contextos variados, em que se salientam os relacionados com alunos e os relativos a jogos de sorte e azar (no tópico Probabilidades), sugerem com pouca frequência o uso de tecnologias digitais na exploração das tarefas e propõem poucas tarefas de investigação. Já quanto às diretrizes curriculares, a maior discrepância aconteceu nas investigações estatísticas, em que a grande relevância que lhes é dada nos programas escolares não se repercute plenamente nos manuais escolares.

Palavras-chave: manuais escolares, Dados e Probabilidades, primeiros anos escolares.

INTRODUÇÃO

Em Portugal, as diretrizes curriculares dos programas escolares oficiais, que se aplicam a todo o país, estabelecem o que deve ser ensinado nas escolas portuguesas do ensino básico e secundário (Ministério da Educação, 2021, 2023). Por sua vez, tais diretrizes curriculares são também influenciadas, direta ou indiretamente, por orientações curriculares defendidas por associações profissionais de professores e de investigadores, e mesmo por pedagogos e investigadores individualmente. No caso da matemática, salientam-se as intervenções da Associação de Professores de Matemática e da Sociedade Portuguesa de Matemática, ambas portuguesas, o National Council of Teachers of Mathematics, nos Estados Unidos da América e Canadá, e da American Statistical Association, esta última focada no ensino da Estatística e Probabilidades.

Uma vez estabelecidas as diretrizes curriculares oficiais pelas autoridades educacionais, o passo seguinte consiste em transpor essas prescrições curriculares para as salas de aula. Nesse processo, os professores desempenham um papel fundamental que, por sua vez, é também condicionado pelas suas referências pedagógicas e pelos materiais didáticos que têm à sua disposição.

De entre os materiais didáticos, destacam-se os manuais escolares, que em Portugal são de uso obrigatório pelos alunos. Ora, tal obrigatoriedade, obviamente, confere aos manuais uma grande importância no ensino e na aprendizagem das diferentes disciplinas curriculares (Carvalho, 1999; Díaz-Levicoy e Roa, 2014). Adicionalmente, os professores encontram nos manuais escolares sugestões da sequencialização dos conteúdos, os objetivos de aprendizagem e, mais recentemente, propostas de estratégias de ensino a serem desenvolvidas na sala de aula, permitindo dar resposta às recomendações dos programas escolares (Ministério da Educação, 2021, 2023).

O caráter acentuadamente prescritivo de certas dimensões dos programas escolares, como seja ao nível dos conteúdos e objetivos, terá certamente um grande impacto sobre o ensino e a aprendizagem nas diferentes disciplinas do currículo, em que se inclui a matemática, influenciando o ensino dos professores, os manuais escolares, os exames e a aprendizagem dos alunos (Vergnes, 2001).

Face ao exposto, no presente estudo analisam-se as orientações de manuais escolares portugueses dos primeiros anos escolares, especificamente do 2.º ciclo do ensino básico (5.º e 6.º ano), relativas ao tema Dados e Probabilidades, bem como a forma como neles são modeladas as diretrizes curriculares oficiais. Desta problemática, derivaram-se as duas seguintes questões de

investigação: 1) Quais as orientações dos manuais escolares portugueses dos primeiros anos na exploração do tema Dados e Probabilidades? e 2) Os manuais escolares dos primeiros anos, no tema Dados e Probabilidades, refletem as diretrizes curriculares portuguesas?

Uma vez apresentada a problemática do estudo e a sua importância, nas secções seguintes refere-se e discute-se o enquadramento teórico, focado nos manuais escolares e nas diretrizes curriculares do tema Dados e Probabilidades dos primeiros anos escolares (do 1.º ao 6.º ano), descrevem-se os aspetos metodológicos do estudo e relata-se a análise realizada ao tema Dados e Probabilidades dos manuais escolares do 2.º ciclo do ensino básico (5.º e 6.º ano), confrontando-se esses resultados com a literatura publicada no âmbito do tema. Por fim, na secção de conclusão sintetizam-se e discutem-se os principais resultados da análise efetuada e extraem-se algumas implicações para o ensino do tema Dados e Probabilidades.

ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Face à problemática do estudo, o seu enquadramento teórico desenvolve-se em três subsecções: na primeira, intitulada “Os manuais escolares no ensino”, trata-se a relação entre os manuais e os programas escolares, bem como a importância e o enquadramento da problemática dos manuais escolares; na segunda, intitulada “Prescrições curriculares no tema Dados e Probabilidades dos primeiros anos escolares (do 1.º ao 6.º ano)”, analisam-se e registam-se essas prescrições referentes ao tema em estudo; e na terceira, intitulada “As prescrições curriculares face às recentes recomendações para o ensino de Probabilidades e Estatística”, discutem-se e comparam-se as prescrições curriculares com as recentes recomendações para o ensino do tema em estudo.

Os manuais escolares no ensino

Do ponto de vista político e legislativo, evidentemente que os manuais escolares devem estar de acordo com as diretrizes curriculares oficiais (Herbel, 2007), pois estas devem informar aqueles e não o recíproco. Corroborando esta perspetiva, é habitual existirem nos diferentes países, em que se inclui Portugal, comissões de avaliação dos manuais escolares para estudar a conformidade dos manuais com os programas escolares.

Os manuais escolares ao funcionarem como elemento estruturador dos conteúdos de uma determinada disciplina e dos processos da sua transmissão, constituem-se como importantes instrumentos de regulação da prática pedagógica (Carvalho, 1999; Díaz-Levicoy e Roa, 2014). No

mesmo sentido, Vieira et al. (1999) defendem que estes instrumentos de trabalho desempenham “uma função fortemente reguladora das práticas institucionais e sociais na sala de aula” (p. 539), sendo que tal regulação resulta também de a obrigatoriedade das escolas portuguesas adotarem manuais escolares que, por sua vez, os alunos deverão adquirir.

Por outro lado, os manuais escolares são também valorizados por oferecerem uma organização do currículo e propostas de trabalho, assumindo-se como um instrumento necessário e útil no trabalho de professores e alunos (Pereira e González, 2011). Complementarmente, uma análise criteriosa permite “traçar planos de intervenção para além do manual, incluindo a seleção ou elaboração de outros materiais que expandem, complementam ou, se necessário, contrariam as orientações nele propostas” (Vieira et al., 1999, p. 539).

Embora haja a convicção muito generalizada de que o manual escolar tem uma importância considerável no trabalho do professor, incluindo o de matemática, talvez, em alguns casos, se verifique uma excessiva dependência do manual, resultante de um uso incondicional e acrítico. Esta visão é sustentada pelos resultados de um estudo sobre a utilização do manual escolar pelo professor de matemática, onde se concluiu que “este instrumento, tudo indica, continua a ter um papel fundamental no processo de ensino/aprendizagem – não obstante prolifere cada vez mais a oferta de outras alternativas nos mais variados suportes” (Cabrita, 1999, p. 160).

O uso de materiais diversos no ensino é também preconizado por Brito (1999) e, no caso dos livros de texto, deve ser feita uma seleção cuidada (Ortiz, 1999), pois, no caso do Estatística (que aqui é objeto de estudo), embora existam livros de texto excelentes, a investigação didática começa a revelar que alguns erros conceituais e uma pedagogia inadequada acontecem com alguma frequência, maior do que seria desejável (Ortiz, 1999; Sánchez-Cobo, 1996).

Prescrições curriculares do tema Dados e Probabilidades dos primeiros anos escolares (do 1.º ao 6.º ano)

As prescrições curriculares oficiais de matemática, em vigor em Portugal, são reguladas pelo documento Aprendizagens Essenciais (AE) de matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2021) e do ensino secundário (Ministério da Educação, 2023). No caso do ensino básico (que decorre do 1.º ao 9.º ano), o programa organiza-se em temas, tópicos, subtópicos, conteúdos, objetivos de aprendizagem e ações estratégicas de ensino do professor a serem desenvolvidos no estudo da disciplina.

Na análise, apresentada a seguir, organizam-se os subtópicos do tópico Dados, em cada um dos anos escolares, a partir das etapas do processo investigativo especificadas no programa: 1) questões de investigação; 2) dados; 3) organização e análise; 4) interpretação e conclusão; e 5) comunicação e divulgação. Já no tópico Probabilidades organiza-se a sua análise a partir dos subtópicos seguintes: 1) experiência aleatória; 2) acontecimentos; e 3) probabilidade. Em qualquer dos tópicos tem-se que um dado subtópico é referido apenas no ano escolar em que são introduzidos pela primeira vez novos conteúdos, sendo que nos anos escolares seguintes a sua alusão implica necessariamente algum aprofundamento do seu estudo.

Seguidamente analisam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos em cada ano escolar, do 1.º ao 6.º do ensino básico. Na Tabela 1 registam-se os tópicos, subtópicos e conteúdos introduzidos pela primeira vez do 1.º ao 6.º ano no tema Dados e Probabilidades. Embora se estudem apenas manuais do 5.º e 6.º ano, a inclusão também do 1.º ao 4.º ano permite-nos obter uma melhor visão dos programas.

Tabela 1.

Tópicos, subtópicos e conteúdos introduzidos pela primeira vez em cada ano escolar do 1.º ao 6.º ano do ensino básico

Ano	Tópicos	Subtópicos e conteúdos
1.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Questões de investigação •Dados: características qualitativas; limpeza de dados; fontes primárias de dados •Organização e análise: tabela de contagem; pictograma (correspondência um para um); gráfico de pontos •Interpretação e conclusão •Comunicação e divulgação: apresentações orais.
2.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: tabela de frequências absolutas; diagrama de Carroll; pictograma (correspondência um para vários); gráfico de barras (uso de recursos tecnológicos para construir gráficos de barras); moda •Interpretação e conclusão: relações entre duas características qualitativas; gráficos/infográficos reais (estudo em grupo) •Comunicação e divulgação: elaborar um poster
3.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: variáveis quantitativas discretas; fontes secundárias •Organização e análise: diagrama de caule-e-folhas (simples); valores extremos (mínimo e máximo); valores atípicos •Comunicação e divulgação: elaborar um infográfico
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: “impossível”; “possível” e “certo” •Probabilidade: grau de convicção sobre a ocorrência de acontecimentos para fazer previsões e tomar decisões

Ano	Tópicos	Subtópicos e conteúdos
4.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Organização e análise: diagrama de caule-e-folhas (duplo); gráfico de barras duplas (justapostas) •Interpretação e conclusão: gráficos presentes nos <i>media</i> •Comunicação e divulgação: preparação de infográficos; realização de uma exposição sobre um estudo efetuado
	Probabilidades	•Acontecimentos: “impossível”; “improvável”; “igualmente provável”; “provável” e “certo”
5.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: recolher dados por questionário •Organização e análise: tabela de frequências relativas (em percentagem); gráfico circular (utilizar tecnologia na construção de gráficos circulares); média (interpretação equitativa ou ponto de equilíbrio, medida sensível a cada um dos dados) •Interpretação e conclusão: análise de gráficos da vida quotidiana •Comunicação e divulgação: elaboração de um poster digital
	Probabilidades	•Probabilidade: probabilidade de um acontecimento como valor compreendido entre 0% e 100%; frequência relativa como estimativa de probabilidade
6.º ano	Dados	<ul style="list-style-type: none"> •Dados: valores de características quantitativas contínuas •Organização e análise: elaborar infográficos digitais, construção de classes (de igual amplitude); gráfico de linha; histograma; classe modal •Comunicação e divulgação: efetuar um relatório do estudo; recorrer a infográficos digitais
	Probabilidades	<ul style="list-style-type: none"> •Acontecimentos: identificar acontecimentos aleatórios equiprováveis •Probabilidade: acontecimentos aleatórios equiprováveis têm igual probabilidade

Fonte: Elaboração dos autores a partir do programa escolar (Ministério da Educação, 2021).

Comece-se por analisar o tópico Dados, considerando as diferentes etapas do processo investigativo. Na etapa *formulação de questões de investigação* espera-se que os alunos tenham uma participação ativa, eventualmente com a colaboração do professor, sugerindo temas do seu interesse, com eles relacionados, envolvendo outras disciplinas ou da atualidade e próximos dos alunos. Naturalmente, com o progresso de ano escolar, o aluno deve revelar uma maior autonomia na formulação das questões de investigação.

Na etapa *dados*, os alunos devem decidir, eventualmente com a colaboração do professor, sobretudo nos primeiros anos, que dados devem recolher para responder a uma questão estatística e como os obter, se por observação/medição ou por inquirição. Nos primeiros anos (1.º e 2.º ano), os dados são valores de características qualitativas e de fontes primárias, o que implica que esses dados são obtidos por observação/medição ou inquirição. Posteriormente (3.º e 4.º ano), os dados

podem ser obtidos de fontes secundárias, significando que podem ser obtidos a partir de publicações ou de sítios confiáveis da internet. Agora, os dados podem também ser valores de variáveis quantitativas discretas e recomenda-se a limpeza dos dados no sentido de identificar valores atípicos e decidir sobre a sua aceitação ou rejeição. Finalmente, os dados podem ser obtidos através da construção e aplicação de um questionário simples (5.º ano) e incluindo valores de características quantitativas contínuas (6.º ano). Os questionários devem incluir questões de resposta fechada e advoga-se o uso de tecnologias digitais no processo de construção dos questionários.

Na etapa *organização e análise de dados* recorre-se a tabelas, gráficos e estatísticas descritivas. Na representação tabular, introduz-se a tabela de contagem (1.º ano), a tabela de frequências absolutas (2.º ano) e a tabela de frequências relativas (em percentagem) (5.º ano); na representação gráfica, introduz-se o pictograma (correspondência um para um) e o gráfico de pontos (ambos no 1.º ano), o pictograma (correspondência um para vários) e o diagrama de Carroll (ambos no 2.º ano), o diagrama de caule-e-folhas (simples) (no 3.º ano), o diagrama de caule-e-folhas (duplo) e o gráfico de barras duplas (justapostas) (ambos no 4.º ano), o gráfico circular (5.º ano) e a construção de classes (de igual amplitude), o gráfico de linhas, histograma e infográficos (todos no 6.º ano); e nas medidas estatísticas, introduz-se a moda (2.º ano) e valores extremos (mínimo e máximo) e valores atípicos (ambos no 3.º ano), a estatística média, a partir de uma interpretação equitativa ou ponto de equilíbrio e observando que se trata de uma medida sensível a cada um dos dados (5.º ano) e a classe modal (6.º ano). Nesta etapa sugere-se o uso de recursos tecnológicos para construir gráficos de barras e gráficos circulares.

Relativamente aos gráficos, salienta-se a necessidade de usar escalas adequadas (quando for pertinente) e de incluir o título, legendas, rótulos das variáveis envolvidas e a fonte dos dados representados. Toda esta informação desempenha um papel importante ao relevar o contexto dos dados e, portanto, facilitar a sua interpretação.

Ainda na etapa *organização e análise de dados*, ao longo de todos os anos, advoga-se a análise crítica de gráficos, incluindo a escolha dos tipos de gráficos adequados às situações de estudo e a justificação dessa escolha, quer se trate de gráficos por eles construídos ou publicados em suporte de papel ou digital. Nas representações gráficas dos *media*, sugere-se que os alunos analisem e comparem essas representações, discutindo a sua adequabilidade e reconhecendo possíveis manipulações gráficas tendo em vista prosseguir propósitos ilegítimos.

Uma vez organizados os dados em tabelas e gráficos e determinados os valores das estatísticas, na etapa *interpretação e conclusão* espera-se que os alunos atribuam significado às representações tabelares e gráficas construídas e aos valores obtidos das estatísticas para extraírem conclusões. Ainda nesta etapa, recomenda-se a análise de representações gráficas/infográficos já construídos e presentes nos *media*, inclusive referentes à vida quotidiana, eventualmente em pequenos grupos de alunos.

Por fim, na etapa *comunicação e divulgação*, advoga-se que os alunos façam apresentações orais (1.º ano), acrescentando-se a elaboração de um poster (2.º ano), a elaboração de um infográfico (3.º ano), a realização de uma exposição sobre o estudo realizado (4.º ano), a elaboração de um poster digital (5.º ano) e um relatório do estudo realizado e infográficos digitais para divulgação do estudo (6.º ano).

O tópico Probabilidades surge apenas a partir do 3.º e nele introduz-se o estudo de *acontecimentos* a partir do uso das expressões “impossível”, “possível” e “certo” (3.º ano), acrescentando-se as expressões “improvável”, “igualmente provável” e “provável” (4.º ano), para exprimir o grau de convicção na realização de acontecimentos de um fenómeno aleatório, a *probabilidade* de um acontecimento como um valor compreendido entre 0% e 100% e a frequência relativa (ambos no 5.º ano) e identificação de acontecimentos equiprováveis e suas iguais probabilidades (6.º ano).

As prescrições curriculares face às recentes recomendações para o ensino de Probabilidades e Estatística

Da análise das prescrições curriculares, antes efetuada no tema Dados e Probabilidades, destacam-se aqui os três aspetos seguintes: 1) a relevância do tema; 2) as tarefas e seu contexto; e 3) o uso da tecnologia digital.

Relevância do tema. Nas últimas décadas, vem-se assistindo a um aprofundamento sistemático do estudo de Probabilidades e Estatística nas escolas (GAISE, 2005; NCTM; 2000). Ainda no século passado, estas temáticas começaram por ser introduzidas pela primeira vez no ensino secundário, para posteriormente serem também inseridas no ensino básico. Atualmente, constata-se que estas temáticas são estudadas ao longo de toda a escolaridade (básica e secundária) na generalidade dos países, reconhecendo-se a sua importante contribuição para a formação de cidadãos esclarecidos, críticos e integrados nas sociedades atuais (Carvalho e César, 2001).

Seguindo a tendência de aprofundamento do estudo do tema, nas novas prescrições curriculares do subtema Dados verifica-se um estudo mais sistemático e abrangente dos diferentes tipos de gráficos estatísticos, alguns dos quais são mesmo introduzidos mais precocemente, como acontece com os histograma que é introduzido no 6.º ano e antes era introduzido no 9.º ano, a validação de dados, a análise crítica de gráficos publicados nos *media*, a seleção de gráficos adequados para a representação de dados e a comunicação e divulgação de interpretações e resultados estatísticos.

Analogamente, nas Probabilidades também se assiste a uma introdução mais precoce deste tópico. Enquanto antes este tópico estava concentrado no 9.º ano, nas novas prescrições curriculares ele começa a ser estudado logo no 3.º ano e continua a ser estudado em todos os anos subsequentes do ensino básico (do 4.º ao 9.º ano).

Tarefas e seu contexto. Na literatura, relativamente às tarefas propostas no ensino de Estatística, consideram-se importantes os dois seguintes aspetos: 1) o tipo de tarefas propostas e 2) o contexto das tarefas. No tipo de tarefas, advoga-se cada vez mais o recurso a tarefas abertas, nas quais os alunos têm de escolher as ferramentas estatísticas adequadas para o tratamento dos dados, particularmente as chamadas investigações estatísticas ou projetos estatísticos de natureza investigativa (Batanero et al., 2011; MacGillivray e Pereira-Mendonza, 2011).

Nas prescrições curriculares atuais dá-se um grande destaque à utilização de investigações estatísticas ao longo de todos os anos do ensino básico, tal como acontece em outros países. Por exemplo, no Brasil, as investigações estatísticas são igualmente muito valorizadas na Base Nacional Comum Curricular (Brasil, 2018), como é bem patente na análise realizada por Fernandes e Diniz (2022). Acrescenta-se que a importância dada às investigações nos programas escolares vem reforçada pela estruturação dos próprios programas, na medida em que os subtópicos do tópico Dados coincidem com as etapas de uma investigação estatística.

O contexto das tarefas constitui outro aspeto a que a investigação em Educação Estatística e de Probabilidades tem dado atenção. Em particular, preconiza-se o recurso a tarefas envolvendo dados reais, relativos aos alunos, com eles relacionados e do seu interesse ou que promovam a interdisciplinaridade (Damin et al., 2016; Fernandes et al., 2007; MacGillivray e Pereira-Mendonza, 2011), as quais, por sua vez, estão amplamente presentes em todos os programas escolares de matemática do ensino básico. Ora, estes contextos das tarefas, em que o contexto é

especialmente saliente, são muito importantes para o desenvolvimento de significado e da própria Estatística.

Tecnologias digitais. De entre as diferentes áreas da matemática, talvez seja na área da Estatística e Probabilidades que maior consenso existe acerca do uso das tecnologias digitais no ensino e aprendizagem. Segundo Jolliffe (2007), as maiores alterações no ensino da Estatística resultaram da chamada revolução tecnológica, ao permitir a resolução de problemas com dados reais e relatar resultados de uma forma que não era possível no passado e, em consequência, contribuir para a motivação dos alunos em aprenderem Estatística e de gostarem de o fazer.

Já, para Ben-Zvi (2000), os atributos dos computadores contribuem para promover o desenvolvimento do sentido e significados dos alunos, como sejam: operar de forma rápida e precisa; exibir e relacionar dinamicamente múltiplas representações; simplificar procedimentos; fornecer feedback instantâneo; e transformar uma representação como um todo num objeto manipulável. Pratt et al. (2011) apontam também potencialidades do uso de tecnologia no estudo da Estatística, como sejam: usar representações como instrumentos dinâmicos de análise; expressar modelos pessoais; explorar modelos; armazenar e processar dados; e compartilhar e comunicar. Batanero (2004) reforça e acrescenta outras vantagens ao uso das tecnologias digitais no ensino da Estatística, como sejam: a redução do tempo gasto com cálculos; explorar na aula aplicações reais, a simulação e a criação de micromundos estocásticos virtuais que permitem explorar os conceitos de probabilidade e inferência; e valorizar raciocínios mais intuitivos face a demonstrações formais.

Nas prescrições curriculares de matemática do ensino básico recomenda-se a utilização pontual de tecnologias digitais no tópico de Estatística, designadamente, na construção de gráficos estatísticos, na elaboração de questionários e na preparação de relatórios de investigações estatísticas.

METODOLOGIA

Este estudo tem por propósito analisar as orientações de manuais escolares do 2.º ciclo do ensino básico (5.º e 6.º ano) no tema Dados e Probabilidades, confrontando-as com as diretrizes curriculares oficiais (Ministério da Educação, 2021). Na sequência, formularam-se as duas seguintes questões de investigação: 1) Quais as orientações dos manuais escolares portugueses dos primeiros anos na exploração do tema Dados e Probabilidades? e 2) Os manuais escolares dos

primeiros anos, no tema Dados e Probabilidades, refletem as diretrizes curriculares portuguesas? No estudo adotou-se uma abordagem quantitativa numa vertente descritiva (Gall et al., 2003).

Os dados do estudo foram obtidos através da análise do tema Dados e Probabilidades, estudado em manuais escolares de matemática do 2.º ciclo do ensino básico (5.º e 6.º ano). Concretamente, foi analisado o referido tema em seis manuais escolares, três do 5.º ano e três do 6.º ano. Na sua seleção teve-se em conta o facto de serem os manuais adotados por mais escolas e haver continuidade, em termos editoriais, entre os manuais do 5.º e do 6.º ano.

A escolha do 2.º ciclo resultou do facto dos respetivos manuais estarem já elaborados de acordo com os novos programas escolares e estarem a ser utilizados nas escolas (5.º ano, em 2022/2023 e 6.º ano, em 2023/24). Já no 1.º ciclo (do 1.º ao 4.º ano) e no 3.º ciclo (do 7.º ao 9.º ano) a elaboração dos novos manuais escolares não estava ainda concluída em todos os anos escolares (Despacho n.º 12055/2021; Despacho n.º 10389/2022). Tal processo de publicação e introdução dos manuais escolares nas escolas explica-se pela recente aprovação dos programas escolares de matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2021) e pela aplicação sequencial dos programas escolares, ano após ano escolar, dentro de cada ciclo. A seguir, na Tabela 2, apresentam-se os manuais escolares selecionados para o estudo.

Tabela 2.

Manuais escolares utilizados no estudo e respetivas designações abreviadas

Designação original	Designação abreviada
Neves, M. A., Ribeiro, B., Roque, B., & Faria, L. (2022). <i>MX - Matemática - 5.º Ano</i> . Porto Editora.	M5A
Faneco, C., & Valério, N. (2022). <i>Missão 5 – Vol. II, Matemática – 5.º Ano</i> . Texto Editores.	M5B
Conceição, A., Almeida, M., Castanheira, I., & Cebolo, V. (2022). <i>MSI 5 – Matemática Sob Investigação 5</i> . Areal Editores.	M5C
Neves, M. A., Ribeiro, B., & Roque, B. (2023). <i>MX - Matemática - 6.º Ano</i> . Porto Editora.	M6A
Faneco, C., & Valério, N. (2023). <i>Missão 5 – Vol. II, Matemática – 6.º Ano</i> . Texto Editores.	M6B
Conceição, A., Almeida, M., Castanheira, I., & Cebolo, V. (2022). <i>MSI 6 – Matemática Sob Investigação 6</i> . Areal Editores.	M6C

Nota: As siglas M5A, M5B e M5C designam os três manuais do 5.º ano e as siglas M6A, M6B e M6C designam os três manuais do 6.º ano.

Em termos de análise de dados, procedeu-se à análise de conteúdo do tema Dados e Probabilidades nos seis manuais escolares selecionados (Bardin, 2002). Assim, para permitir

confrontar as orientações dos manuais escolares com as diretrizes curriculares dos programas escolares, estabeleceram-se as seguintes categorias de análise: estrutura do tema; contexto das tarefas; uso de tecnologias digitais e tópicos. Na categoria tópicos consideraram-se ainda várias subcategorias. No tópico de Estatística fez-se coincidir essas subcategorias com as várias etapas de um estudo estatístico, que estruturam o respetivo tópico no programa escolar oficial: 1) questões de investigação, 2) dados, 3) organização e análise, 4) interpretação e conclusão e 5) comunicação e divulgação; já no tópico de Probabilidades consideraram-se as subcategorias: 6) experiência aleatória, 7) acontecimentos e 8) probabilidade. Concluída a análise do tema Dados e Probabilidades nos manuais escolares, registaram-se as ocorrências dos vários atributos de cada categoria ou subcategoria, determinaram-se as respetivas frequências e sintetizou-se essa informação em tabelas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados da análise dos manuais escolares, que se apresentam nesta secção, organizam-se a partir das categorias e das subcategorias, estas últimas, referentes aos subtópicos da categoria tópicos, foram antes referidas.

Estrutura do tema

Nesta subsecção apresentam-se os dados referentes aos vários aspetos considerados na categoria “Estrutura do tema”, que se registam na Tabela 3.

Tabela 3.

A estrutura do tema Dados e Probabilidades nos manuais escolares

Estrutura do tema	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
N.º total de páginas do tema	71	51	52	60	51	41
Tarefas de revisão sobre aprendizagens anteriores	8	6	4	8	6	4
Tarefas de introdução de novos conteúdos	15	8	11	7	6	6
Tarefas de aplicação/consolidação de conteúdos	53	67	73	39	49	32
Tarefas avaliação/autoavaliação	40	10	17	23	7	11
Tarefas de investigação	4	1	3	4	3	1
Total de tarefas	120	92	108	81	71	54

O número total de páginas do tema Dados e Probabilidades em todos os manuais varia entre 41 e 71, destacando-se os manuais M5A e M6A com o maior número de páginas. Verifica-se também uma tendência de maior número de páginas nos manuais do 5.º ano do que do 6.º ano, excetuando o caso dos manuais M5B e M6B, que têm o mesmo número de páginas.

Em termos gerais, os manuais iniciam com tarefas de revisão sobre as aprendizagens de anos anteriores, sendo depois propostas tarefas iniciais para introdução dos conteúdos, logo seguidas de tarefas para a sua aplicação e consolidação. Normalmente, após a abordagem dos subtópicos, é apresentada uma síntese dos principais conceitos introduzidos, seguida por um novo conjunto de tarefas para a consolidação dos conteúdos e finaliza-se com tarefas de avaliação /autoavaliação. Por fim, apresentam-se as soluções de todas as tarefas propostas.

Todos os manuais analisados têm pelo menos uma proposta de tarefa de investigação. Especialmente, nos manuais M5B e M6B existem também algumas tarefas que pressupõem recolha de dados pelos alunos e algum tratamento dessa informação, mas as sugestões de exploração ou são limitadas ou são demasiado vagas, pelo que podem não abarcar as diferentes fases de um estudo estatístico (integraram-se na categoria aplicação/consolidação de conteúdos). Porém, tais tarefas, com mais algumas sugestões de exploração, que podem ser debatidas na própria aula, podem ser aproveitadas como tarefas de investigação estatística pelo professor.

Sendo que o número de tarefas de investigação varia entre um e quatro, conclui-se que esse tipo de tarefas não é muito explorado nos manuais escolares, contrastando com a valorização de tais tarefas na literatura e nos programas escolares portugueses (Ministério da Educação, 2021). Como foi antes referido, os programas escolares organizam-se a partir das etapas de uma investigação estatística e pressupõem a introdução de conteúdos através dessas investigações, enquanto nos manuais escolares as investigações são essencialmente de aplicação/consolidação de conteúdos antes abordados.

Contextos das tarefas

Nesta subsecção apresentam-se os dados referentes aos vários contextos subjacentes às tarefas na categoria “Contextos das tarefas”, que se registam na Tabela 2.

Pela Tabela 4 observa-se que os contextos das tarefas são diversificados, notando-se que em alguns manuais há uma preocupação com a abordagem de temas atuais, como os problemas

ambientais ligados à reciclagem, ou desperdício/consumo de água (M5B, M5C, M6B, M6C), assim como à utilização do telemóvel e das redes sociais (M5B).

Tabela 4.

Os contextos das tarefas do tema Dados e Probabilidades nos manuais escolares

Contextos das tarefas	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Pessoas/alunos	52	39	59	38	30	36
Saúde e desporto	19	9	11	20	11	7
Alimentação	14	8	13	7	2	1
Telecomunicações e redes sociais	—	6	—	—	—	—
Cultura	7	6	3	4	9	2
Jogos de sorte e azar e outros jogos	14	11	6	10	10	8
Clima, natureza e ambiente	4	8	10	6	16	2
Animais e plantas	3	8	3	5	6	4
Vendas e finanças	—	6	3	—	5	3
Veículos, trânsito e transportes	5	2	—	3	5	—
Sem contexto	20	13	15	9	12	4
Outros	12	3	6	12	2	2

É também de realçar que, em todos os manuais, uma grande parte das tarefas se centra em contextos que envolvem pessoas ou, particularmente, alunos. No caso dos alunos, uma parte significativa das tarefas reporta-se a características próprias dos alunos ou relativas à escola. Este contexto reveste-se de grande importância, na medida em que se relaciona com os interesses dos alunos e facilita a aquisição de significados (Wild e Pfannkuch, 1999), tendo sido também referido pelas três professoras do 7.º ano que participaram no estudo de Fernandes et al. (2007).

No caso específico das Probabilidades, o contexto predominante é o de jogos de sorte e azar, sendo o recurso a tarefas com bolas, ou sacos com bolas, comuns a todos os manuais. Assim, a prevalência deste contexto implica que os manuais escolares optaram por valorizar tarefas simples e mais objetivas, o que é especialmente pertinente nos primeiros anos escolares (Fernandes e Diniz, 2022).

Por fim, as tarefas sem contexto aparecem em todos os manuais e constituem um número relevante na maior parte deles. Nestas tarefas não se clarifica a proveniência dos dados, correspondendo, por exemplo, a tarefas de cálculo mental, cálculo de médias, identificação da moda, cálculo de percentagens, construção de tabelas de frequências e comparação de gráficos.

Consideraram-se aqui também as tarefas que remetem para um contexto mais matemático, incluindo números sem contexto e definições de conceitos, que envolvem a exploração de grandezas como, por exemplo, medida de ângulos (cálculo de amplitudes de setores) ou comprimento (relação milhas/quilômetros ou polegadas/centímetros), permitindo, assim, estabelecer conexões com o tema de Proporcionalidade direta.

Uso de tecnologias digitais

Em todos os manuais são propostas tarefas para as quais é pedido explicitamente que se recorra a tecnologias digitais para a sua concretização, como, por exemplo, usar a folha de cálculo para construir gráficos circulares (M5A, M5B, M5C, M6C), gráficos de barras/barras justapostas (M5A, M6C, M6A), gráficos de linhas (M6A) ou histogramas (M6A); para calcular as frequências relativas (M5A, M6A) ou determinar a média/moda (M5A, M6A).

No caso do subtópico Organização e análise, também há manuais que propõem recorrer a outro *software* como o Geogebra, para construir um histograma (M6A), ou o Scratch, para construir um gráfico circular (M6A). No âmbito de trabalhos de projeto, também é recomendado, de forma explícita, o uso de meios tecnológicos para recolha de dados recorrendo a formulários online (M5A), para a organização e tratamento de dados (M5A, M5B, M6A, M6C), por vezes sugerindo a folha de cálculo, e para divulgar os resultados, como a elaboração de um poster digital (M5B, M5C), de um vídeo (M6B) ou apresentações multimédia (M5A). Esta tendência também está presente no tópico Probabilidades de alguns manuais, na medida em que há tarefas em que é sugerida a realização de um projeto no *Scratch* para gerar números ao acaso (M6B), gerar números aleatórios usando o Geogebra (M6A) ou o recurso ao *Kahoot* para criar jogos (M5B). Resumindo, na globalidade dos manuais escolares analisados, varia entre duas e seis (sendo algumas constituídas por mais do que um item) o número de tarefas em que é solicitado explicitamente o recurso a tecnologias digitais para a sua resolução.

Por outro lado, ao longo das suas páginas, todos os manuais são acompanhados de orientações (notas laterais) para a consulta da componente digital, acessíveis a partir de hiperligações existentes no manual digital. Nessas hiperligações pode-se visualizar animações, vídeos (por exemplo, remetendo para instruções para criar questionários ou construir gráficos na folha de cálculo), simuladores (por exemplo, com base no Geogebra), testes interativos, quizzes, jogos ou outro tipo de exercícios, apresentações/explicações, dependendo da respetiva editora.

Porém, excetuando algumas tarefas pontuais em alguns manuais (M5A, M6A, M5B, M6B), não há indicações diretas no “manual físico” para a utilização desses recursos para resolver as tarefas propostas.

Embora, atualmente, o uso de tecnologias digitais seja muito recomendado internacionalmente (e.g., Ben-Zvi, 2000; Jolliffe, 2007; MacGillivray e Pereira-Mendonza, 2011), constata-se que, nos manuais escolares analisados, a proposta explícita de tarefas cuja resolução se apoie nesses recursos ainda não é muito frequente. Assim, um maior aprofundamento do uso das tecnologias digitais neste tema é deixado ao cuidado do professor e dos alunos.

Tópicos

Tal como foi referido anteriormente, no estudo consideraram-se cinco subtópicos referentes ao tópico Dados, que coincidem com as etapas de uma investigação estatística estabelecidas no programa escolar, e três subtópicos relativos ao tópico Probabilidades. Seguidamente, apresentam-se os resultados da análise dos manuais nesses subtópicos.

Questões de investigação

No que se refere ao subtópico Questões de investigação, são poucas as tarefas propostas em que se pede que sejam os alunos a formulá-las, o que acontece nos manuais M5B (1 tarefa), M5C (4 tarefas) e M6C (1 tarefa), havendo casos em que as questões de investigação são apresentadas explicitamente nas tarefas (M5A). Noutras situações (por exemplo, nos manuais, M5B e M6B) é apresentado o tema do estudo, mas não é muito claro se se pretende que os alunos explicitem as questões de investigação, para além da formulação das questões de inquirição para a recolha de dados, ou apenas é pedida a formulação destas últimas, ficando assim ao critério do professor alargar ou não a discussão à formulação das questões de investigação. Portanto, conclui-se que a formulação de questões de investigação não é muito valorizada nos manuais escolares, o que também reflete as poucas tarefas de investigação propostas nos manuais, pois é nesse tipo de tarefas que a formulação dessas questões é especialmente relevante.

Dados

Neste subtópico estudou-se a origem dos dados nas tarefas do tópico Dados nos manuais escolares, cujos resultados se encontram registados na Tabela 5.

Pela Tabela 5 verifica-se que, em todos os manuais escolares, muitas das tarefas propostas fornecem os dados brutos sobre os quais os alunos devem trabalhar, seguindo-se o número de tarefas em que os dados devem ser obtidos ou fornecidos pelos próprios alunos, recorrendo a medição, inquirição ou pesquisa. Nem todos os manuais escolares apresentam tarefas que questionam os alunos sobre a fonte dos dados e a forma como obter tais dados; já a limpeza de dados é residual em três manuais (M5B, M5C e M6C). Finalmente, na maioria das tarefas dos manuais escolares os dados já se encontram classificados, organizados principalmente em tabelas ou gráficos.

Tabela 5.

Origem dos dados das tarefas do tópico Dados nos manuais escolares

Dados	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Fornecidos na tarefa	20	16	22	12	21	7
Obtidos/Fornecidos pelos alunos	6	9	3	4	7	4
Fonte dos dados/Como obter os dados	—	3	12	—	2	1
Limpeza de dados	—	3	1	—	—	1

Portanto, tal como no caso das questões de investigação, também no caso dos dados são poucas as tarefas em que é solicitado aos alunos a sua recolha, forma de obtenção de dados que está especialmente presente nas tarefas de tipo investigativo.

Organização e análise

O estudo do subtópico Organização e análise nos manuais escolares, referente ao tópico Dados, produziu os resultados que se encontram registados na Tabela 6.

No que concerne ao subtópico Organização e análise (ver Tabela 4), verifica-se que calcular frequências, construir tabelas de frequências e construir/completar gráficos são os conteúdos que têm mais itens associados, em quase todos manuais. De entre esses itens, destaca-se o número daqueles que envolvem frequências relativas, tabelas de frequências relativas e gráficos circulares no 5.º ano, pois é nesse ano que esses conteúdos são introduzidos, e a organização em classes e os gráficos de linhas e histogramas no 6.º ano, que são conteúdos introduzidos nesse ano. Também se observam nos manuais alguns itens em que se requer a transformação de representações (tabela↔gráfico e gráfico↔gráfico), o que contribui para o

aprofundamento da aprendizagem dos alunos (Duval, 2006; Wild e Pfannkuch, 1999) e para atenuar as suas dificuldades (Fernandes e Freitas, 2019).

Tabela 6.

Resultados da análise dos itens do subtópico Organização e análise nos manuais escolares

Organização e análise	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Organizar em classes	—	—	—	11	9	4
Calcular frequências	16	6	23	8	6	14
Construir tabelas de frequências	18	12	17	15	9	17
Construir/completar gráficos	26	12	31	14	12	15
Análise crítica de gráficos e de erros cometidos em gráficos	—	—	11	—	6	4
Selecionar um gráfico adequado	—	4	3	4	5	2
Calcular a média/possibilidade de cálculo	14	11	44	6	6	6
Indicar a moda	13	10	12	14	1	11
Indicar valores extremos/amplitude	2	—	4	1	6	7
Sugestões para o estudo das investigações estatísticas	4	1	1	3	1	1

Apesar de pouco frequentes, em três manuais (M5C, M6A e M6C) propõem-se itens em que é solicitado a escolha de gráficos adequados para representar os dados. Este tipo de item reveste-se de grande importância em tarefas abertas porque os alunos sentem dificuldades na seleção dos gráficos adequados à situação em estudo (Fernandes e Freitas, 2019).

Há, porém, alguma diferenciação em relação à relevância que os manuais dão a alguns conteúdos desta etapa. Por exemplo, nos gráficos são propostos, em alguns manuais (M5C, M6B e M6C), itens envolvendo a análise crítica de gráficos e de erros cometidos em gráficos, indo, assim, ao encontro das recomendações dos programas escolares. O manual M5C apresenta mais itens que envolvem o cálculo da média, que, pelas orientações curriculares, deve ser introduzida no 5.º ano, do que para qualquer outro conteúdo. De realçar que, este e o manual M6C são os únicos que contemplam itens que implicam a discussão sobre a impossibilidade de calcular a média aritmética em dados de variáveis qualitativas. Estas questões são importantes porque os alunos tendem a determinar a média mesmo nestas situações, ignorando os valores da variável e recorrendo apenas às suas frequências (Fernandes e Barros, 2005).

Também se constata que a média é essencialmente pedida a partir dos dados brutos, sendo apenas em dois manuais do 5.º ano (M5A e M5C) que aparecem itens que implicam o recurso à média ponderada. Destaca-se também o manual M5B que apresenta 4 itens em que solicita o

cálculo da média sem recorrer ao algoritmo, trabalhando assim a média na perspectiva de interpretação equitativa ou ponto de equilíbrio.

No caso da moda, considerou-se, neste subtópico, apenas os casos em que ela é pedida em dados brutos, sendo a referência implícita ou explícita à moda em tabelas de frequências e gráficos avaliada em termos de interpretação dessas representações. Atente-se que o manual M6B dedica menos atenção à moda, provavelmente por já ser um conceito trabalhado nos anos escolares anteriores.

Por último, em todos os manuais escolares são apresentadas sugestões ao nível da organização e análise das investigações estatísticas. Apesar do número dessas sugestões ser reduzido, deve ter-se em conta que a atividade investigativa é pouco frequente nos manuais escolares.

Interpretação e conclusão

No estudo do subtópico Interpretação e conclusão, nos manuais escolares, referente ao subtema Dados, obtiveram-se os resultados que se encontram registados na Tabela 5.

Tabela 7.
Resultados da análise dos itens do subtópico Interpretação e conclusão nos manuais escolares

Interpretação e conclusão	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Frequências/Tabelas de frequências	12	19	17	2	28	17
Gráficos	43	32	42	39	46	33
Infográficos	—	7	—	5	14	—
Moda/classe modal	—	—	7	—	6	6
Média/algoritmo invertido	12	4	20	—	—	1
Valores extremos/amplitude	—	—	2	—	—	—
Tirar conclusões	—	—	3	—	—	3
Sugestões para o estudo das investigações estatísticas	4	1	1	3	2	—

Pela Tabela 7, verifica-se que a maior incidência dos itens de interpretação ocorre nos conteúdos frequências/tabelas de frequências e gráficos. Já nos infográficos são muito menos os itens de interpretação e são relativos apenas a três manuais escolares (M5B, M6A e M6B).

Também os itens de interpretação do conteúdo moda/classe modal aparecem com alguma frequência em apenas três manuais escolares (M5C, M6B e M6C). Nestes itens espera-se que os

alunos atribuam significado à moda/classe modal, eventualmente a partir do contexto dos dados, que constitui um aspeto valorizado nos programas escolares.

Comparativamente com os infográficos e moda/classe modal, nos itens de interpretação da média assiste-se a um aumento do seu número e praticamente todos eles ocorrem nos manuais do 5.º ano, que é o ano em que é introduzido o conceito de média. Incluímos, aqui, itens que envolviam o significado da média e itens que implicavam a inversão do algoritmo da média. Neste último caso, considera-se que a inversão do algoritmo da média assume-se como um nível de compreensão superior do conceito de média, o que se traduz numa maior dificuldade de os alunos explorarem esse tipo de itens (Fernandes e Barros, 2005).

Aquando da análise dos itens de interpretação de tabelas de frequências e gráficos registamos os níveis de leitura e interpretação desses itens segundo Curcio (1987). Dessa análise, verifica-se uma grande predominância do nível 2, *ler entre os dados*, em todos os manuais escolares, sendo o nível 1, *ler os dados*, e o nível 3, *ler para além dos dados*, muito marginais. Portanto, nesses itens, muito poucas vezes os alunos são confrontados sobre a leitura de dados explícitos em tabelas ou gráficos (nível 1) e a inferência de informação total e o conhecimento prévio aprofundado do contexto dos dados (nível 3), enquanto, quase sempre, se espera que os alunos combinem e integrem informação e identifiquem relações matemáticas a partir de algum conhecimento prévio sobre o assunto tratado na tabela ou gráfico (nível 2). Esta tendência de destaque do nível 2 tem também sido observada em outros estudos (e.g., Fernandes e Morais, 2011; Friel et al., 2001).

Por fim, observa-se que a apresentação de sugestões ao nível da interpretação e conclusão das investigações estatísticas ocorre em cinco dos manuais escolares e em pequeno número, analogamente ao que aconteceu no subtópico Organização e análise.

Comunicação e divulgação

O estudo do subtópico Comunicação e divulgação nos manuais escolares, referente ao tópico Dados, deu origem aos resultados que se encontram assinalados na Tabela 8.

Por observação da Tabela 8, destaca-se imediatamente um menor número de itens no subtópico Comunicação e divulgação, muito inferior ao número de itens que se verificaram nos subtópicos Organização e análise e Interpretação e conclusão. Além disso, não se verificam muitas coincidências nesses tipos de itens entre os manuais escolares, ou seja, observa-se que tais itens, à

exceção da elaboração de um texto/relatório e de um poster digital/cartaz, referidos em quatro manuais, são comuns a apenas três manuais ou menos.

Tabela 8.

Resultados da análise dos itens do subtópico Comunicação e divulgação nos manuais escolares

Comunicação e divulgação	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Realizar debates na aula	—	4	—	—	—	—
Produzir um comentário/explicação	7	3	—	7	—	—
Elaborar um poster digital/cartaz	—	1	2	—	1	2
Elaborar infográficos	—	—	—	—	1	2
Elaborar um vídeo	—	—	—	—	1	—
Elaborar um texto/relatório	—	3	—	2	7	3
Sugestões para o estudo das investigações estatísticas	4	—	1	2	—	—

De entre as formas de comunicação e divulgação, na globalidade dos manuais escolares, destaca-se produzir um comentário/explicação e elaborar um texto/relatório, seguindo-se as sugestões para o estudo das investigações estatísticas, elaborar um poster digital/cartaz, realizar debates na aula, elaborar um infográfico e um vídeo.

Finalmente, embora em número um pouco menor, continua a apresentarem-se sugestões para o estudo das investigações estatísticas, agora no que toca à comunicação e divulgação. As sugestões referidas neste subtópico e as que são também mencionadas nos subtópicos Organização e análise e Interpretação e conclusão, sendo demasiado orientadoras, podem limitar o papel dos alunos na tomada de decisões implicadas nas investigações estatísticas.

Experiência aleatória

Na Tabela 9 registam-se os resultados do estudo do subtópico Experiência aleatória, relativo ao tópico Probabilidades.

Como se pode observar na Tabela 9, o tipo de experiência aleatória que está mais presente nas tarefas dos manuais escolares é a extração/seleção aleatória, sendo mais frequentes as experiências aleatórias que envolvem urnas, ou sacos com bolas, e pessoas. Os modelos de urna ou roleta constituem modelos concretos universais para a exploração do conceito de probabilidade, o que destaca a sua importância. Apesar disso, Steinbring (1991) afirma que usar no ensino um

modelo exclusivo comporta o risco do modelo escolhido se tornar ele próprio o único objeto de ensino para a construção concetual estocástica, levando o aluno a confundir objeto e modelo.

Tabela 9.

Resultados da análise das tarefas do subtópico Experiência aleatória nos manuais escolares

Experiência aleatória	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Girar uma roleta	4	4	3	5	1	1
Lançar um (ou dois) dado (s)/moeda	4	3	1	5	2	6
Extração/seleção aleatória	16	6	20	10	7	10
Lançar um copo/carta	—	—	—	—	1	—

Simultaneamente, verifica-se que os manuais escolares valorizam o recurso aos jogos de sorte e azar no ensino de Probabilidades. Esta escolha parece adequada para as primeiras aprendizagens de Probabilidades (Fernandes e Diniz, 2022), pois trata-se de situações simples e objetivas.

Acontecimentos

O estudo do subtópico Acontecimentos nos manuais escolares, referente ao tópico Probabilidades, produziu os resultados que se apresentam na Tabela 10.

Tabela 10.

Resultados da análise dos itens do subtópico Acontecimentos nos manuais escolares

Acontecimentos	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Certo, possível, provável, improvável, impossível	9	19	7	—	9	4
Mais prováveis e menos prováveis	3	13	7	1	10	4
Equiprováveis	3	2	3	12	8	20
Envolvendo potenciais crenças	2	—	—	5	—	1

Comparando os manuais escolares da mesma editora, constata-se que o número de itens de tarefas relativas à classificação, identificação e comparação de acontecimentos diminui do 5.º ano para 6.º ano, e aumenta no caso dos acontecimentos equiprováveis. Este último resultado, possivelmente, deve-se ao facto de o estudo dos acontecimentos equiprováveis ser introduzido no 6.º ano.

No estudo dos acontecimentos destacam-se duas atividades distintas: a classificação de acontecimentos dados e a formulação de acontecimentos, que são igualmente importantes. Todavia, nos manuais escolares está praticamente ausente a formulação de diferentes tipos de acontecimentos, o que pode ser considerado uma lacuna desses manuais. Essa ausência é negativa porque a investigação tem mostrado que os alunos revelam mais dificuldades na formulação do que na classificação de acontecimentos (Fernandes e Barros, 2005; Fischbein et al., 1991).

Finalmente, em dois manuais escolares (M6A e M6C) são propostos alguns itens que podem desencadear potenciais crenças dos alunos, como sejam os efeitos recentes negativo (numa experiência aleatória, depois de obter várias vezes o mesmo resultado é mais provável obter um resultado distinto na próxima experiência) e positivo (numa experiência aleatória, depois de obter várias vezes o mesmo resultado é mais provável obter o mesmo resultado na próxima experiência) (Fischbein, 1975). Embora mais esporadicamente, nesses manuais também se questiona o papel das habilidades pessoais na obtenção de um certo resultado aleatório (Falk et al. 1981). A explicitação e avaliação dessas crenças, frequentemente erradas, são de primordial importância para a aquisição de um adequado conceito de probabilidade.

Probabilidade

No estudo do subtópico Probabilidade nos manuais escolares, referente ao tópico Probabilidades, obtiveram-se os resultados que se encontram registados na Tabela 11.

Tabela 11.

Resultados da análise dos itens do subtópico Probabilidade nos manuais escolares

Probabilidade	Manuais escolares					
	M5A	M5B	M5C	M6A	M6B	M6C
Sob a forma de percentagem (entre 0 e 100%)	12	8	14	15	1	4
Sob a forma de fração	5	—	—	1	—	3
Representar probabilidades na reta numérica	3	5	4	—	4	—
Interpretar probabilidades	9	6	7	—	1	—
Envolvendo potenciais crenças	1	—	—	1	—	—

No 2.º ciclo do ensino básico (5.º e 6.º ano), o cálculo da probabilidade de um acontecimento é, essencialmente, efetuado através da frequência relativa, representando essa probabilidade por um valor compreendido entre 0 e 100%. Assim, seria expectável que os itens mais frequentes estivessem integrados nesta categoria, como acontece em quase todos os manuais

escolares analisados. Há, no entanto, alguns itens nos manuais escolares M5A, M6A e M6C em que a determinação da probabilidade é mais óbvia através de uma fração, embora tal não seja impeditivo do recurso a uma percentagem.

Já a representação de probabilidades na reta numérica ou na escala de probabilidades, como é designada por alguns manuais, é menos explorada, mas tem ainda alguma expressão em quatro dos manuais (M5A, M5B, M5C, M6B), incluindo todos os do 5.º ano.

A interpretação de probabilidades é um pouco mais explorada, sobretudo nos manuais escolares do 5.º ano. Nessa interpretação, maioritariamente, os alunos são inquiridos sobre o significado de valores de probabilidade em determinados contextos. Naturalmente, estas tarefas contribuem para melhor compreender o conceito de probabilidade.

Por último, os itens envolvendo potenciais crenças são muito residuais em dois manuais escolares (M5A e M6A) e diferem dos correspondentes itens do subtópico anterior na medida em que se focam na noção de probabilidade e não na de acontecimento.

CONCLUSÃO

No estudo dos manuais escolares dos primeiros anos estabeleceram-se as duas questões de investigação: 1) Quais as orientações dos manuais escolares portugueses dos primeiros anos na exploração do tema Dados e Probabilidades? e 2) Os manuais escolares dos primeiros anos, no tema Dados e Probabilidades, refletem as diretrizes curriculares portuguesas?

Em relação à primeira questão de investigação do estudo, salientam-se as seguintes orientações na globalidade dos manuais estudados: são poucas as investigações estatísticas propostas que, em geral, são apresentadas depois de introduzidos os conteúdos, assumindo, assim, um papel de aplicação e consolidação de conteúdos e, algumas vezes, são dadas sugestões para a realização dessas investigações; os contextos das tarefas são variados e enfatizam características e interesses dos alunos, o que promove a construção de significados; apesar de incentivarem o uso das tecnologias digitais, são poucas as tarefas em que se pede para utilizar essas tecnologias; e, por último, nos vários subtópicos destaca-se a quase ausência da formulação de questões de investigação, os dados são, quase sempre, fornecidos nas tarefas, raramente se pede a escolha de gráficos estatísticos adequados e a impossibilidade de determinação da média em caracteres qualitativos, mais vezes se trata a inversão do algoritmo da média e poucas vezes se questiona sobre potenciais crenças em Probabilidades.

Na segunda questão de investigação do estudo deve considerar-se que as orientações dos manuais escolares não são sempre coincidentes, variando, mais ou menos, de manual escolar para manual escolar. Daqui decorre que, nem sempre, os manuais escolares incorporam todas as diretrizes curriculares dos programas escolares. No mesmo sentido, outra fragilidade das orientações dos manuais escolares, relativamente às diretrizes curriculares, resulta da pouca ênfase que é dada a algumas dessas orientações, como foi mencionado no primeiro objetivo.

Em conclusão, embora, em geral, as orientações dos manuais escolares tenham em conta as diretrizes curriculares, torna-se necessário, em futuras edições, desenvolver e enfatizar algumas dessas orientações, o que constitui a principal contribuição do presente estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Bardin, L. (2002). *Análise de conteúdo*. Edições 70.
- Batanero, C. (2004). Retos para la formación estadística de los profesores. Em J.A. Fernandes, M.V. Sousa e S.A. Ribeiro (Eds.), *I Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 7-21). Universidade do Minho.
- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M. e Arteaga, P. (2011). Enseñanza de la estadística a través de proyectos. Em C. Batanero e C. Díaz (Eds.), *Estatística con proyectos* (pp. 9-46). Universidad de Granada.
- Ben-Zvi, D. (2000). Toward understanding the role of technological tools in statistical learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(1-2), 127-155.
- Brasil (2018). *Base Nacional Comum Curricular — Educação é a Base*. Ministério da Educação.
- Brito, A. (1999). A problemática da adopção dos manuais escolares. Critérios e reflexões. Em R. V. Castro, A. Rodrigues, J.L. Silva e M.L. Sousa (Eds.), *Manuais escolares: estatuto, funções, história – Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares* (pp. 139-148). Universidade do Minho.
- Cabrita, I. (1999). Utilização do manual escolar pelo professor de Matemática. Em R.V. Castro, A. Rodrigues, J.L. Silva e M.L. Sousa (Eds.), *Manuais escolares: estatuto, funções, história – Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares* (pp. 149-160). Universidade do Minho.
- Carvalho, C. e César, M. (2001). Interagir para aprender: Um caso de trabalho colaborativo em estatística. En B. Silva e L. Almeida (Eds.), *Actas do VI Congresso Galaico Português de Psicopedagogia* (vol. 2, pp. 65-80). Universidade do Minho.
- Carvalho, J.A. (1999). A escrita nos manuais escolares de Língua Portuguesa: Objecto de ensino/aprendizagem ou veículo de comunicação? Em R.V. Castro, A. Rodrigues, J.L. Silva e M.L. Sousa (Eds.), *Manuais escolares: estatuto, funções, história – Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares* (pp. 179-187). Universidade do Minho.

- Curcio, F.R. (1989). *Developing graph comprehension: elementary and middle school activities*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Damin, W., Santos Junior, G. e Pereira, R.S.G. (2016). Desenvolvimento de competências estatísticas: análise de um caso de ensino por investigação. *Góndola*, 11(1), 55-69.
- Despacho n.º 10389/2022 de Educação. (2022). Diário da República: II Série, n.º 164/2022.
- Despacho n.º 12055/2021 de Educação. (2021). Diário da República: II Série, n.º 238/2021.
- Díaz-Levicoy, D. e Roa, R. (2014). Análisis de actividades sobre probabilidad en libros de texto para un curso de básica chilena. *Revista Chilena de Educación Científica*, 13(1), 9-19.
- Duval, R. A. (2006). Cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 103-131.
- Falk, R., Falk, R. e Levin, I. (1980). A potential for learning probability in young children. *Educational Studies in Mathematics*, 11, 181-204.
- Fernandes, J.A. e Barros, P.M. (2005). Dificuldades de futuros professores do 1.º e 2.º ciclos em estocástica. *Actas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática (V CIBEM)* (pp. 1-13). Faculdade de Ciências da Universidade do Porto.
- Fernandes, J.A. e Diniz, L.N. (2022). Ensino de Probabilidade e Estatística na Educação Fundamental da Base Nacional Comum Curricular do Brasil. *Góndola*, 17(2), 392-406.
- Fernandes, J.A. e Freitas, A. (2019). Selection and Application of graphical and numerical statistical tools by prospective primary school teachers. *Acta Scientiae*, 21(6), 82-97.
- Fernandes, J.A. e Morais, P.C. (2011). Leitura e interpretação de gráficos estatísticos por alunos do 9.º ano de escolaridade. *Educação Matemática Pesquisa*, 13(1), 95-115.
- Fernandes, J.A., Carvalho, C. e Ribeiro, S.A. (2007). Caracterização e implementação de tarefas de Estatística: um exemplo no 7.º ano de escolaridade. *Zetetiké*, 15(28), 27-61.
- Fischbein, E. (1975). *The intuitive sources of probabilistic thinking in children*. D. Reidel Publishing Company.
- Fischbein, E., Nello, M.S. e Marino, M.S. (1991). Factors affecting probabilistic judgments in children and adolescents. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 523-549.
- Friel, S., Curcio, F. e Bright, G. (2001). Making sense of graphs: critical factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2), 124-158.
- GAISE (2005). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education: A Pre-K-12 Curriculum Framework*. The American Statistical Association.
- Gall, M.D., Gall, J.P. e Borg, W.R. (2003). *Educational research: An introduction (7.ª ed.)*. A & B Publications.
- Herbel, B.A. (2007). From intended curriculum to written curriculum: Examining the "voice" of a mathematics textbook. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(4), 344-369.
- Jolliffe, F. (2007). The changing brave new world of statistics assessment. Em B. Phillips e L. Weldon (Eds.), *The Proceedings of the ISI/IASE Satellite on Assessing Student Learning in Statistics* (pp. 1-6). International Statistical Institute.

- MacGillivray, H. e Pereira-Mendonza, L. (2011). Teaching statistical thinking through investigative projects. Em C. Batanero, G. Burril e C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 109-120). Springer.
- Ministério da Educação (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática: Ensino Básico*. Direção-Geral da Educação.
- Ministério da Educação (2023). *Aprendizagens Essenciais de Matemática: Ensino Secundário, Matemática A*. Direção-Geral da Educação.
- National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. NCTM.
- Ortiz, J.J. (1999). *Significado de conceptos probabilísticos en los textos de Bachillerato*. [Tese de Doutorado, Universidade de Granada]. <https://digibug.ugr.es/handle/10481/55166>
- Pereira, F. e González, G. (2011). Análisis descriptivo de textos escolares de Lenguaje y Comunicación. *Literatura y Lingüística*, 24, 161-182.
- Pratt, D., Davies, N. e Connor, D. (2011). The role of technology in teaching and learning statistics. Em C. Batanero, G. Burril e C. Reading, (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics – Challenges for teaching and teacher education: A joint ICMI/IASE study* (pp. 97-107). Springer.
- Sánchez-Cobo, F.T. (1996). *Análisis de la exposición teórica y de los ejercicios de correlación y regresión en los textos de Bachillerato*. [Memoria de Tercer Ciclo, Universidade de Granada].
- Steinbring, H. (1991). The theoretical nature of probability in the classroom. Em R. Kapadia e M. Brorvcnik (eds.), *Chance encounters: probability in education* (pp. 135-167). Kluwer Academic Publishers.
- Vergnes, D. (2001). Effets d'un stage de formation en géométrie. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 21(2), 99-121.
- Vieira, F., Marques, I. e Moreira, M.A. (1999). Para o desenvolvimento da autonomia com o manual escolar. Em R.V. Castro, A. Rodrigues, J.L. Silva e M.L. Sousa (Eds.), *Manuais escolares: estatuto, funções, história – Actas do I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares* (pp. 527-544). Universidade do Minho.
- Wild, C. e Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67(3), 223-248,

STUDY OF DATA AND PROBABILITY IN PORTUGUESE SCHOOL TEXTBOOKS FOR THE EARLY SCHOOL YEARS

Abstract

This chapter analyzes Portuguese mathematics textbooks for the 5th and 6th years of schooling, on the theme of Data and Probabilities, establishing the following two research questions: 1) What are the guidelines of Portuguese textbooks for the early years in exploring the theme of Data and Probability? and 2) Do textbooks for the early years, on the theme of Data and Probability, reflect Portuguese curricular guidelines? To this end, six school manuals were selected, three from the 5th year and three from the 6th year, which corresponded to the three manuals most chosen by schools in the respective years. The analysis of the manuals was developed through content analysis, starting from pre-established categories and subcategories. In terms of results, it was found that the textbooks include tasks in varied contexts, in which they highlight those related to students and those related to games of chance (in the Probability topic), infrequently suggest the use of digital technologies in exploration of tasks, and they propose few research tasks. As for curricular guidelines, the biggest discrepancy occurred in statistical investigations, where the great importance given to them in school programs is not fully reflected in textbooks.

Keywords: textbooks, Data and Probability, early school years.

ESTUDIO DE DATOS Y PROBABILIDAD EN LOS LIBROS DE TEXTO ESCOLARES PORTUGUESES PARA LOS PRIMEROS AÑOS ESCOLARES

Resumen

Este capítulo analiza los libros de texto portugueses de matemáticas para el 5.º y 6.º año de escolaridad, sobre el tema Datos y Probabilidad, estableciendo las siguientes dos preguntas de investigación: 1) ¿Cuáles son las directrices de los libros de texto portugueses para los primeros años al explorar el tema de Datos y Probabilidad? y 2) ¿Los manuales escolares de los primeros años, sobre el tema de Datos y Probabilidad, reflejan las directrices curriculares portuguesas? Para ello se seleccionaron seis libros de texto, tres de 5.º año y tres de 6.º año, los cuales correspondieron a los tres textos más elegidos por las escuelas en los respectivos años. El análisis de los libros de texto se desarrolló a través del análisis de contenido, con base en categorías y subcategorías preestablecidas. En cuanto a los resultados, se encontró que los manuales incluyen tareas en contextos variados, incluyendo aquellas relacionadas con los estudiantes y aquellas relacionadas con los juegos de azar (en el tópico Probabilidad), sugieren raramente el uso de tecnologías digitales en la exploración de tareas y proponen pocas tareas de investigación. En cuanto a las directrices curriculares, la mayor discrepancia se da en las investigaciones estadísticas, donde la gran importancia que se les otorga en los programas escolares no se refleja plenamente en los manuales escolares.

Palabras clave: libros de texto. Datos y Probabilidad, primeros años escolares.

José António Fernandes

Universidade do Minho, Braga, Portugal.

jfernandes@ie.uminho.pt

<https://orcid.org/0000-0003-2015-160X>

Doutor em Educação, área de conhecimento de Metodologia do Ensino da Matemática, pela Universidade do Minho (UM). Professor associado aposentado do Instituto de Educação da Universidade do Minho (UM) e membro do Centro de Investigação em Educação (CIEE), Braga, Portugal.

Paula Maria Barros

Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.

pbarros@ipb.pt

<https://orcid.org/0000-0002-6297-0868>

Doutora em Ciências da Educação, especialidade de Educação Matemática, pela Universidade do Minho (UM). Professora Adjunta do Instituto Politécnico de Bragança (IPB) e membro do Centro de Investigação em Educação Básica (CIEB), Bragança, Portugal.