



● CNB2015

● Portuguesa

■ Antropometria

■ Biofabricação

■ Biomateriais

■ Cardiovascular

■ Lesão/Impacto

■ Reabilitação

■ Desportiva

■ Crânio e Coluna

■ Músculo-esquelético

■ Tecidos

■ Ocupacional

■ Orofacial

■ Ortopédica

■ Respiratória

■ Eng. Tecidos

■ Experimental

■ Mecanobiologia

● English

### Biomecânica cardiovascular, biofluidos e hemodinâmica

#### Simulação ótima da hemodinâmica da carótida baseada em imagens de ultrassonografia

*José P. R. Gonçalves, Catarina F. Castro, Carlos C. António, Luísa C. Sousa, Rosa Santos, Pedro Castro, Elsa Azevedo*

#### Influence of blood elasticity in the hemodynamics along a stenotic bifurcated coronary artery

*S.I.S. Pinto, E. Doutel, J.M. Miranda, J.B.L.M. Campos*

#### Visualização e quantificação da estenose carotídea usando imagens de ultrassonografia

*Helena A.M. Henriques, Luísa C. Sousa, Catarina F. Castro, Carlos C. António, Rosa Santos, Pedro Castro, Elsa Azevedo*

#### Microfluidic modules for clinical diagnosis devices

*Ricardo Santos, Joel Vasco, Daniela C. Vaz*

#### Optimização paramétrica de um Stent coronário

*Nelson Ribeiro, João Folgado, Hélder Rodrigues*

#### Análise computacional do escoamento sanguíneo nas artérias renais principais

*Kaio Lourenço Teixeira Barbosa, Keyll Carlos Ribeiro Martins, Alexandre Sousa Nascimento, Evandro Martins Araujo Filho, Lídia Santos Pereira Martins*

#### Flow in proximal ventricular catheters

*Célio Vancine Jr, Edson R.D.R. Vieira, Emanuel R. Woiski, Sérgio S. Mansur, Edson D. R. Vieira, José Ricardo Camilo Pinto, Angelo L. Masset*

#### Influência das propriedades reológicas do sangue em microcanal com contração simétrica

*Solange M. Caetano, Susana F. T. Silva, Joana A. C. Calejo, Carla S. Fernandes*

#### Modelação matemática da camada de plasma em microcanaís

*A. Cachada, A. I. Pereira, R. Lima*

#### Análise do fluxo sanguíneo não newtoniano em fístulas arteriovenosas término-laterais utilizadas no procedimento de hemodiálise

*J. A. Silva, J. Karam Filho, C. C. H. Borges*

[[CNB2015](#)] [[Portuguesa](#)] [[Antropometria](#)] [[Biofabricação](#)] [[Biomateriais](#)] [[Cardiovascular](#)] [[Lesão/Impacto](#)] [[Reabilitação](#)] [[Desportiva](#)] [[Crânio e Coluna](#)] [[Músculo-esquelético](#)] [[Tecidos](#)] [[Ocupacional](#)] [[Orofacial](#)] [[Ortopédica](#)] [[Respiratória](#)] [[Eng. Tecidos](#)] [[Experimental](#)] [[Mecanobiologia](#)] [[English](#)]

## MODELAÇÃO MATEMÁTICA DA CAMADA DE PLASMA EM MICROCANAIS

A. Cachada<sup>1</sup>, A. I. Pereira<sup>2</sup> e R. Lima<sup>3</sup>

<sup>1</sup> IPB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal; ana.ml.cachada@alunos.ipb.pt

<sup>2</sup> IPB, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal, e

Centro Algoritmi, Universidade do Minho; apereira@ipb.pt

<sup>3</sup> UMinho, Universidade do Minho, Portugal; ruimec@ipb.pt

**PALAVRAS CHAVE:** Otimização não linear. Otimização global. Algoritmo genético. Camada de plasma.

**RESUMO:** Neste estudo apresenta-se uma proposta de modelação matemática da camada de plasma observada em escoamentos sanguíneos. Numa fase inicial, a resolução do problema fez uso da otimização não linear para encontrar o modelo matemático que minimiza o erro quadrático não linear entre o modelo e os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma. Para tal, foram testados os algoritmos *Simulated Annealing*, *Pattern Search*, *Algoritmo Genético* e *Quasi-Newton*. Neste estudo conclui-se que o método de otimização que obteve melhores resultados foi o *Algoritmo Genético*. Também foi possível concluir que o melhor modelo para aproximar os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma presente em escoamentos sanguíneos é baseado na soma de funções trigonométricas.

### 1 INTRODUÇÃO

O escoamento sanguíneo na microcirculação é crucial para o normal funcionamento dos tecidos e órgãos [4]. É do conhecimento geral, que o movimento dos glóbulos vermelhos em capilares e microcanais depende de diversos fatores, como o hematócrito e a geometria [5].

Assim, neste estudo é feita uma modelação matemática para definir o modelo matemático que melhor caracteriza a camada de plasma presente num escoamento sanguíneo. Os escoamentos sanguíneos em estudo foram realizados numa rede de microcanais que apresenta bifurcações e confluências [6]. Nestes escoamentos foi identificada a camada de plasma e a mesma foi caracterizada em vinte regiões diferentes do microcanal. Em cada região foi estudada a camada de plasma na parte superior e inferior do canal.

Inicialmente, foram usados os dados numéricos que caracterizam a camada de plasma obtidos por um escoamento sanguíneo com caudal 500nl/min e hematócrito 10%. Para resolução deste problema foram usados os métodos de otimização *Simulated Annealing*, *Pattern Search*, *Algoritmo Genético* e *Quasi-Newton*, disponíveis no *software Matlab*. Através dos métodos referidos foram testados diversos modelos matemáticos. Foi também usada a ferramenta *cftool*, presente no *software Matlab*, de modo a identificar o melhor modelo matemático. Na fase final deste estudo, foram analisados mais três conjuntos de dados referentes a três escoamentos com diferentes características. Este trabalho dá seguimento ao estudo já efetuado em [6].

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Secção 1 descreve-se a motivação

do trabalho e a estrutura deste artigo. Na Secção 2 são caracterizados os microcanaís e as regiões onde foram realizadas as medições da camada de plasma. São, também, apresentados os diversos modelos matemáticos testados para ajustar os dados obtidos. Na Secção 3 são apresentados e discutidos os resultados para o primeiro escoamento. Na Secção 4 são apresentados e discutidos os resultados referentes aos restantes escoamentos. Por fim, na Secção 5 são descritas as conclusões bem como o trabalho futuro.

## 2 MODELAÇÃO DO PROBLEMA

### 2.1 CARACTERIZAÇÃO DOS MICROCANAI

Os escoamentos foram efetuados numa rede de microcanaís com várias bifurcações e confluências [1, 6]. A camada de plasma foi medida nas regiões indicadas na Fig. 1.

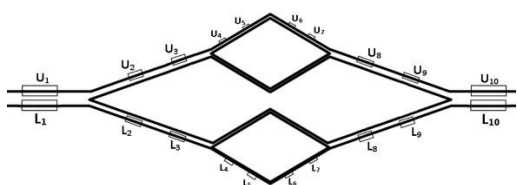


Fig. 1 Geometria da rede de trabalho e representação das regiões onde foi medida a camada de plasma [1, 6].

### 2.2 TRABALHO ANTERIOR

Este estudo dá seguimento ao trabalho já efetuado em [6], onde os modelos matemáticos testados foram:

- $g_1(y, x) = y_1 x^2 + y_2 x + y_3$
- $g_2(y, x) = y_1 x + y_2$
- $g_3(y, x) = \sin(y_1 x) + \cos(y_2 x) + y_3$

Neste estudo, os modelos foram testados recorrendo ao Algoritmo Genético.

Na avaliação dos resultados obtidos, concluiu-se que o modelo  $g_3$  é o que melhor caracterizava a camada de plasma, no

sentido dos mínimos quadrados não lineares. Para mais detalhes consulte [6].

### 2.3 MODELAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de otimização não linear sem restrições, aplicado a cada região estudada, encontra-se definido em (1),

$$\min f(y) \equiv \sum_{k=1}^{N_R} (h_k - g_h(y, x_k))^2 \quad (1)$$

onde  $(x_k, h_k)$ , para  $k=1, \dots, N_R$ , correspondem às medições de cada região  $R$ . As regiões são definidas por  $U_i$  e  $L_i$ , para  $i=1, \dots, 10$ , como podemos verificar na Fig. 1.

Para identificar o melhor tipo de modelo matemático que caracteriza os dados da camada de plasma, foi usada a ferramenta *cftool* (*Curve Fitting Tool*). Esta ferramenta possui mais de quarenta modelos matemáticos para ajustar dados numéricos, sendo estes baseados em funções polinomiais, de potência, racionais e somas de senos. De todos os modelos ajustados os que apresentaram resultados satisfatórios correspondem às somas de senos. Assim, os modelos matemáticos testados neste trabalho definem-se por:

- $g_4(y, x) = \sin(y_1 x)^2 + \cos(y_2 x)^2 + y_3$
- $g_5(y, x) = \sin(y_1 x)^2 + \cos(y_2 x)^2 + \sin(y_3 x) + \cos(y_4 x) + y_5$
- $g_6(y, x) = \sin(y_1 x + y_2)^2 + \cos(y_3 x + y_4)^2 + \sin(y_5 x + y_6) + \cos(y_7 x + y_8) + y_9$
- $g_7(y, x) = y_{10} \sin(y_1 x + y_2)^2 + y_{11} \cos(y_3 x + y_4)^2 + y_{12} \sin(y_5 x + y_6) + y_{13} \cos(y_7 x + y_8) + y_9$
- $g_8(y, x) = y_1 \sin(y_2 x + y_3) + y_4 \sin(y_5 x + y_6) + y_7 \sin(y_8 x + y_9)$
- $g_9(y, x) = y_1 \sin(y_2 x + y_3) + y_4 \sin(y_5 x + y_6) + \dots + y_{22} \sin(y_{23} x + y_{24})$

### 2.4 MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

Neste trabalho foram considerados dois métodos de procura local, os métodos

*Pattern Search* e *Quasi-Newton*, e dois métodos de procura global, os métodos *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético [3]. Foram usadas as implementações dos métodos predefinidas no *software Matlab* presentes nas *Toolboxes Optimization* e *Global Optimization* [2]. Os métodos estocásticos, *Simulated Annealing* e Algoritmo Genético, foram aplicados 30 vezes em cada região.

### 3 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA O 1º ESCOAMENTO

Nesta secção são apresentados e discutidos os resultados obtidos referentes ao 1º escoamento. O escoamento sanguíneo considerado possui um caudal de 500 nl/min e hematócrito de 10% (500/10).

O problema (1) foi testado com todas as funções apresentadas na Secção 2.3 e resolvido com todos os métodos de otimização apresentados na Secção 2.4. O problema de otimização (1) obteve melhores resultados com o método Algoritmo Genético. Nas tabelas seguintes são apresentados os resultados obtidos por este algoritmo e considerando todos os modelos apresentados nas secções anteriores. Na Tab. 1 são apresentados os modelos matemáticos que obtiveram melhores resultados em cada região superior.

Tab. 1 Melhores resultados para o escoamento de 500 nl/min e hematócrito de 10% considerando todas as regiões superiores.

Região	Modelo	Mínimo
U <sub>1</sub>	g <sub>7</sub>	8.82145×10 <sup>2</sup>
U <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	5.38480×10 <sup>2</sup>
U <sub>3</sub>	g <sub>4</sub>	9.15090×10 <sup>2</sup>
U <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	7.25945×10 <sup>2</sup>
U <sub>5</sub>	g <sub>8</sub>	7.96167×10 <sup>2</sup>
U <sub>6</sub>	g <sub>3</sub>	3.31380×10 <sup>2</sup>
U <sub>7</sub>	g <sub>3</sub>	5.27640×10 <sup>2</sup>
U <sub>8</sub>	g <sub>3</sub>	1.33840×10 <sup>3</sup>
U <sub>9</sub>	g <sub>3</sub>	8.29820×10 <sup>2</sup>
U <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	9.76654×10 <sup>2</sup>

Através da análise dos dados presentes na Tab. 1 verificou-se que os modelos matemáticos que melhor ajustam os dados numéricos no sentido dos mínimos

quadrados não lineares são g<sub>3</sub>, g<sub>4</sub>, g<sub>7</sub> e g<sub>8</sub>. Em termos globais é possível concluir que, para o escoamento em questão, o melhor modelo é o g<sub>3</sub>. De referir que a diferença entre o valor mínimo obtido pelo modelo g<sub>3</sub> e pelo modelo g<sub>7</sub> não é significativa.

Na Tab. 2 apresentam-se os modelos matemáticos que obtiveram melhores resultados em cada região inferior.

Tab. 2 Melhores resultados para o escoamento de 500 nl/min e hematócrito de 10% considerando todas as regiões superiores.

Região	Modelo	Mínimo
L <sub>1</sub>	g <sub>8</sub>	7.12918×10 <sup>2</sup>
L <sub>2</sub>	g <sub>7</sub>	1.56274×10 <sup>3</sup>
L <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	1.10731×10 <sup>3</sup>
L <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	5.67882×10 <sup>2</sup>
L <sub>5</sub>	g <sub>8</sub>	9.40026×10 <sup>2</sup>
L <sub>6</sub>	g <sub>6</sub>	6.39617×10 <sup>2</sup>
L <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	1.21853×10 <sup>3</sup>
L <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	5.28751×10 <sup>2</sup>
L <sub>9</sub>	g <sub>2</sub>	9.07880×10 <sup>2</sup>
L <sub>10</sub>	g <sub>8</sub>	6.89524×10 <sup>2</sup>

Pela análise da Tab. 2 podemos averiguar que o modelo g<sub>8</sub> apresenta melhores resultados para as regiões L<sub>1</sub>, L<sub>5</sub>, L<sub>7</sub> e L<sub>10</sub>. Em termos globais é possível concluir que, os melhores modelos para caracterizar as regiões inferiores da camada de plasma são os modelos g<sub>7</sub> e g<sub>8</sub>.

Assim, é possível identificar os modelos que melhor caracterizam a camada de plasma, inferior e superior, sendo eles os modelos g<sub>3</sub>, g<sub>7</sub> e g<sub>8</sub>.

### 4 DISCUSSÃO DOS RESULTADOS NUMÉRICOS PARA DIFERENTES ESCOAMENTOS

Nesta secção são apresentados os resultados obtidos para os restantes escoamentos estudados.

Assim, foram testados dados referentes a três escoamentos diferentes com os modelos g<sub>3</sub>, g<sub>7</sub> e g<sub>8</sub>.

O primeiro conjunto de dados define um escoamento com caudal 500 nl/min e hematócrito (HTC) de 5%. O segundo conjunto de dados refere-se a um escoamento com caudal de 1000 nl/min e

hematócrito de 5%. Por fim, o terceiro conjunto de dados estudados define um escoamento com caudal de 1000 nl/min e hematócrito de 10%.

Nas tabelas que se seguem são apresentados os modelos matemáticos que melhor aproximam, no sentido dos mínimos quadrados não lineares, a camada de plasma. Nas tabelas seguintes também são apresentados os modelos matemáticos cujo o erro quadrático possui uma distância inferior a 0.5, isto é,

$$|g^* - g_k^*| \leq 0.5 \quad (2)$$

onde  $g^*$  representa o mínimo do melhor modelo matemático e  $g_k^*$  o mínimo do modelo matemático  $g_k$ .

O primeiro conjunto de dados refere-se a um escoamento com caudal de 500 nl/min e hematócrito de 5% (500/5).

Na Tab. 3 encontram-se os resultados referentes à camada superior de plasma.

Tab. 3 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 5% HTC 500nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U <sub>1</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>2</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
U <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	---
U <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	---
U <sub>5</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	---
U <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>9</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>

Como se observa na Tab. 3 o modelo g<sub>7</sub> é o que melhor aproxima os dados das regiões U<sub>3</sub> até U<sub>10</sub>. As regiões U<sub>1</sub> e U<sub>2</sub> apresentam melhores resultados para o modelo g<sub>8</sub>, no entanto verifica-se que o modelo g<sub>7</sub> satisfaz a condição (2).

A Tab. 4 contém os resultados referentes à camada de plasma inferior.

Tab. 4 - Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 5% HTC 500nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L <sub>1</sub>	g <sub>7</sub>	---

L <sub>2</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>3</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>5</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>6</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>	---
L <sub>9</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>10</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub>

Na Tab. 4 podemos constatar que o modelo que, de forma global, apresenta melhores resultados é a g<sub>8</sub>. Para a região L<sub>5</sub> a melhor função é a g<sub>3</sub> mas o mínimo desta encontra-se muito próximo dos mínimos dos modelos g<sub>7</sub> e g<sub>8</sub>. Por outro lado, nas regiões L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub>, L<sub>4</sub> e L<sub>7</sub> os dados numéricos são melhor ajustados pelo modelo matemático g<sub>7</sub>.

Note-se que, para o escoamento em causa, 5% HTC 500nl/min, existe maior coerência nos resultados das regiões superiores.

Os resultados que se seguem são relativos ao segundo conjunto de dados relativos a um escoamento com hematócrito de 5% e caudal de 1000nl/min (1000/5).

A Tab. 5 contém os resultados correspondentes ao estudo da camada superior de plasma.

Tab. 5 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 5% HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U <sub>1</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>2</sub>	g <sub>7</sub>	---
U <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>4</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>5</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
U <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	---
U <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>9</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
U <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>

A Tab. 5 mostra que, para as regiões superiores do escoamento 5% HTC 1000nl/min, o modelo g<sub>7</sub> é o que melhor define mais de metade das regiões, sendo que o modelo g<sub>8</sub> define apenas quatro regiões (U<sub>1</sub>, U<sub>4</sub>, U<sub>5</sub> e U<sub>9</sub>). Todas as regiões que são definidas pelo modelo g<sub>8</sub> admitem o modelo g<sub>7</sub> como um bom modelo.

Na Tab. 6 são apresentados os resultados referentes à camada inferior de plasma.

Tab. 6 Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 5%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L <sub>1</sub>	g <sub>7</sub>	---
L <sub>2</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>5</sub>	g <sub>7</sub>	---
L <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	---
L <sub>9</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>

Nas regiões inferiores, tal como nas superiores, o modelo que melhor define a maioria das regiões é o g<sub>7</sub>, sendo as restantes regiões (L<sub>2</sub>, L<sub>7</sub> e L<sub>9</sub>) definidas pelo modelo g<sub>8</sub>. As três regiões que são definidas pelo modelo g<sub>8</sub> também admitem o modelo g<sub>7</sub> como um bom modelo.

A Tab. 7 contém os resultados relativos ao estudo da camada de plasma superior do escoamento 10%HTC 1000nl/min (1000/10).

Tab. 7 Melhores modelos para a camada de plasma superior de escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
U <sub>1</sub>	g <sub>8</sub>	---
U <sub>2</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>5</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
U <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
U <sub>9</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
U <sub>10</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>

Pela análise da Tab. 7 verifica-se que, para o escoamento 10%HTC 1000nl/min, o modelo que melhor aproxima os dados numéricos de seis, das dez regiões superiores, é o g<sub>7</sub>, sendo os dados das restantes regiões (U<sub>1</sub>, U<sub>7</sub>, U<sub>9</sub> e U<sub>10</sub>) melhor aproximados pelo modelo g<sub>8</sub>. Mais uma vez, as regiões definidas pelo modelo g<sub>8</sub>

também admitem o modelo g<sub>7</sub> como um bom modelo.

Por fim, na Tab. 8 encontram-se os resultados do estudo da camada de plasma inferior do escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Tab. 8 Melhores modelos para a camada de plasma inferior de escoamento 10%HTC 1000nl/min.

Região	Melhor Modelo	Outros Modelos
L <sub>1</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub>
L <sub>2</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>5</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>6</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>7</sub>
L <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>9</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>3</sub> e g <sub>8</sub>
L <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>

Tal como as regiões superiores, a maioria das regiões inferiores são minimizadas pelo modelo g<sub>7</sub>, sendo que apenas os dados de duas regiões (L<sub>2</sub> e L<sub>7</sub>) são melhor aproximados pelo modelo g<sub>8</sub>, estas regiões também admitem o modelo g<sub>7</sub> como um bom modelo.

As tabelas seguintes apresentam um resumo dos melhores modelos matemáticos por escoamento sanguíneo.

Tab. 9 Melhores modelos para os escoamentos sanguíneos em estudo – regiões superiores.

R	500/10	500/5	1000/10	1000/5
U <sub>1</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>2</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>3</sub>	g <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>5</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>6</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>7</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>8</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
U <sub>9</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>
U <sub>10</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>

Na Tab. 9 verifica-se que o melhor modelo matemático é o g<sub>7</sub> sendo o melhor modelo em 23 regiões, das 40 regiões analisadas. Também é possível verificar que o escoamento sanguíneo com caudal 500nl/min e hematócrito 5% é aquele que apresenta dados numéricos mais irregulares,

não se podendo concluir sobre o melhor modelo.

Tab. 10 - Melhores modelos para os escoamentos sanguíneos em estudo – regiões inferiores.

R	500/10	500/5	1000/10	1000/5
L <sub>1</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>2</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>4</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>5</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>3</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>6</sub>	g <sub>6</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>
L <sub>9</sub>	g <sub>2</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>8</sub>
L <sub>10</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>8</sub>	g <sub>7</sub>	g <sub>7</sub>

Na Tab. 10 é possível concluir que o modelo g<sub>7</sub> aproxima melhor dados numéricos de escoamentos sanguíneos com caudal de 1000nl/min.

Em termos globais, verificou-se que o modelo que melhor caracteriza as camadas de plasma, é o g<sub>7</sub>. Neste estudo foram analisadas 80 regiões, superiores e inferiores, sendo que o modelo matemático g<sub>7</sub> aproximou melhor os dados em 33% das regiões consideradas. Também é possível concluir que o modelo g<sub>7</sub> aproxima melhor os dados das regiões de escoamentos sanguíneos com caudal de 1000nl/min.

### 3 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Com este trabalho conclui-se que, para o problema em estudo, dos métodos de otimização estudados, aquele que apresenta melhores resultados é o Algoritmo Genético.

Conclui-se ainda que, analisando todos os resultados de forma global, o modelo matemático que melhor caracteriza as camadas de plasma dos diferentes escoamentos é o modelo g<sub>7</sub>, modelo baseado na soma de funções trigonométricas.

Como trabalhos futuros sugere-se alargar o estudo a um maior número de escoamentos com características semelhantes aos apresentados.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à FCT, COMPETE, QREN e União Europeia (FEDER) no âmbito dos projetos PTDC/SAU-ENB/116929/2010 e EXPL/EMS-SIS/2215/2013.

### REFERÊNCIAS

- [1] R. Lima, Y. Imai, T. Ishikawa e M. Oliveira, "Visualization and Simulation of Complex Flows in Biomedical Engineering," Lecture Notes in Computational Vision and Biomechanics, Springer, 2014.
- [2] Matlab, "Global optimization toolbox," The MathWorks, Inc., 2012.
- [3] J. Nocedal e S. J. Wright, "Numerical optimization," Springer Series in Operations Research, Springer, 1999
- [4] D. Pinho, R. Lima, A. I. Pereira e F. Gayubo, "Automatic tracking of labeled red blood cells in microchannels," *Internacional Journal for Numerical Methods in Biomedical Engineering*, 2012.
- [5] D. Pinho, A. I. Pereira e R. Lima, "Red Blood Cells Motion in a Glass Microchannel," *Numerical Analysis and Applied Mathematics*, 2010.
- [6] B. Taboada, D. Bento, D. Pinho, A. I. Pereira e R. Lima, "Cell-free Layer Measurements in Bifurcating Microchannels: a global approach," XVI Congresso da Associação Portuguesa de Investigação Operacional, 2013.