

# Desenvolvimento de um sistema de avaliação e melhoria de desempenho no sector do retalho

Maria Clara Rodrigues Bento Vaz Fernandes

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto para  
obter o grau de Doutor em Engenharia Industrial e Gestão

## **Orientadores:**

Professora Ana Maria Cunha Ribeiro dos Santos Ponces Camanho

Professor Rui Manuel Campos Guimarães

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

2007



# Resumo

Nesta tese desenvolve-se uma metodologia de análise do desempenho de organizações no sector de retalho, baseada na técnica de *Data Envelopment Analysis*. A investigação tem como finalidade contribuir para a melhoria de desempenho das lojas de grande retalho. No sentido de garantir que os métodos, modelos e medidas propostos possam ser utilizados em situações reais, utilizou-se uma empresa como caso de estudo.

As lojas analisadas agregam várias secções associadas à comercialização de produtos de diferentes naturezas (isto é, produtos alimentares, perecíveis, bazar ligeiro, bazar pesado, têxteis). Assim, nesta tese desenvolveu-se um modelo de DEA multi-nível que permite avaliar as lojas adoptando duas perspectivas complementares, correspondentes a análises ao nível das secções e das lojas.

Junto das lojas de retalho de base alimentar (supermercados e hipermercados) existem frequentemente lojas de base não alimentar. Na empresa em estudo, os produtos de bazar pesado são comercializados em lojas específicas, organizadas segundo dois tipos de estruturas alternativas designadas por megastores e superstores. Nesta tese comparou-se o desempenho destes dois formatos de lojas utilizando índices de Malmquist. Fez-se uma análise estatística para avaliar a significância das diferenças de desempenho entre os dois grupos.

Tendo em conta que a actividade das lojas é criticamente influenciada pelos factores da envolvente externa (tais como a população e a concorrência), desenvolveu-se um modelo de DEA que avalia o desempenho das lojas tendo em conta as características da envolvente. Este modelo garante que cada loja é comparada apenas com outras com uma envolvente semelhante ou mais desfavorável.

Em termos de avaliação de desempenho ao longo do tempo, avaliou-se a evolução da produtividade das lojas entre 2002 e 2004 utilizando o índice de Malmquist. Esta análise foi complementada com a definição de testes estatísticos adequados, para averiguar a significância das diferenças captadas pelo índice e pelas suas componentes.

A metodologia de avaliação de desempenho desenvolvida nesta tese constitui um instrumento de apoio à gestão das lojas de retalho uma vez que permite avaliar a sua eficiência e identificar áreas com potencial de melhoria.



# Abstract

This thesis develops a methodology for performance assessment and improvement in retailing organisations, based on the Data Envelopment Analysis technique. The research objective is to contribute for the performance improvement of the retailing stores. To assure that the methods, models and measures developed can be used in real world situations, a company was used as a case study.

The stores analyzed aggregate several sections that commercialize different lines of products (e.g., groceries, perishables, light bazaar, heavy bazaar, textiles). This thesis developed a multi-level (Network) DEA model that enables evaluating the stores using two complementary perspectives corresponding to a store level and section level analysis.

It is common having non-food based stores close to hypermarkets and supermarkets. For example, in the organization used as case study, the heavy bazaar products are sold in separate stores outside the supermarkets and hypermarkets. These can have two different formats, named megastores and superstores. This thesis compared the performance of these two store formats using a method based on the Malmquist index. Statistical tests were developed to test the significance of the differences between the performance profiles of the two groups.

As the store activity is critically affected by external non-controllable factors, such as population and competition, a DEA model was developed to assess store performance taking into account the effect of these factors. This model assures that each store is compared only with others whose environmental conditions are similar or less favourable than those of the store under assessment.

In terms of performance assessment over time, the Malmquist index was used to evaluate the evolution of store performance between 2002 and 2004. This analysis was complemented with the definition of adequate statistical tests to explore the significance of the differences in performance measured by the index and its components.

The methodology of performance assessment developed in this thesis represents a decision support tool for management of retailing stores. This methodology enables evaluating store efficiency and identifying areas of potential improvement.



# Résumé

Dans cette thèse on développe une méthodologie pour analyser l'efficience de l'organisation, dans le cadre des magasins de grande distribution (supermarchés et hypermarchés), basé sur la technique *Data Envelopment Analysis*. Le principal objectif est améliorer la performance de ces magasins. Pour assurer que les méthodes, modèles et mesures proposés puissent être utilisés dans des situations réelles, on a utilisé une société comme cas d'étude.

Les magasins analysés incluent plusieurs sections associées à la commercialisation de produits de différentes natures (ceci est, produits alimentaires, périssables, bazar léger, bazar lourd, textiles). Pour cette raison on a développé un modèle de DEA multi niveau (Network) qui permet d'évaluer les magasins en adoptant deux perspectives complémentaires, une correspondante à l'analyse au niveau des sections et l'autre au niveau des magasins.

Fréquemment à coté des magasins en étude (supermarchés et hypermarchés) coexistent différents formats de magasins de base non alimentaire. Par exemple, les produits de bazar lourd sont vendus dans différents formats de magasin comme les megastores et superstores. Ainsi, on a également comparé la performance de ces deux type de magasins a travers des indices de Malmquist. On a fait une analyse statistique pour évaluer l'importance des différences de performance entre les deux groupes de magasins.

Vu que l'activité de magasins de grande distribution est très influencée par des facteurs provenant du milieu extérieures, comme par exemple la population et la concurrence, on a développé un modèle qui évalue la performance des magasins d'accord avec les caractéristiques encadrantes. Ce modèle garantit que chaque magasin est comparé seulement avec d'autres dont l'encadrement est semblable ou plus défavorable.

Relativement à l'évaluation de la performance au long du temps, on a étudié l'évolution de la productivité des magasins entre 2002 et 2004 en utilisant l'indice de Malmquist. Cette analyse a été complétée avec la proposition d'essais statistiques, pour vérifier l'importance des différences captées par les indices et leurs composantes.

La méthodologie d'étude de performance développée dans cette thèse constitue un instrument important pour la gestion des magasins de grande distribution. Elle permet évaluer l'efficience du magasin ainsi que identifier les secteurs potentiellement améliorables.



# Agradecimentos

O meu primeiro agradecimento vai para a Professora Ana Camanho, cuja orientação foi crucial para o meu trabalho de doutoramento, nomeadamente na colocação de questões pertinentes e na condução da investigação. Agradeço também pelo seu apoio, tempo e paciência demonstrados durante todo este longo percurso. Em particular, o seu conselho para que esta tese fosse escrita em *Latex* foi fundamental na fase de redacção desta tese.

Agradeço também ao Professor Rui Guimarães pelo seu empenho e comentários ao trabalho de doutoramento. O seu empenho na criação das condições conducentes à utilização de uma empresa como caso de estudo foi essencial na realização dos trabalhos de doutoramento.

O meu agradecimento à empresa Sonae Distribuição e aos seus colaboradores, nomeadamente ao Dr. Rui Almeida, ao Dr. Luís Azevedo e à Dr.<sup>a</sup> Marina Maia, pela disponibilização de dados e de informações complementares, pelo tempo dispensado e por todos os comentários realizados nas várias reuniões efectuadas.

Agradeço à Professora Conceição Portela pelas suas opiniões e observações prestadas no âmbito das comunicações científicas que efectuei.

O meu agradecimento a outras pessoas que de alguma forma me ajudaram a resolver alguns problemas durante a realização desta tese. Em particular, agradeço o tempo e apoio dispensados pelo Miguel Gomes, Carlos Balsa e Ernesto Vaz.

Agradeço aos colegas do departamento de Gestão Industrial, à direcção da Escola Superior de Tecnologia e de Gestão e à direcção do Instituto Politécnico de Bragança os apoios concedidos a nível da logística e da gestão de recursos, nomeadamente a obtenção da bolsa PRODEP. Esta bolsa possibilitou a minha dedicação exclusiva à realização da tese de doutoramento nos últimos quase três anos, o que foi imprescindível para a conclusão desta investigação.

O meu agradecimento ao Director do programa de Doutoramento em Engenharia Industrial e Gestão pelo apoio e incentivo evidenciados na realização dos trabalhos de doutoramento. Agradeço também ao secretariado da secção de Gestão e Engenharia Industrial pelo auxílio prestado.

Finalmente, agradeço a toda a minha família em geral o apoio manifestado durante este longo percurso da minha vida, especialmente aos meus pais. Em particular agradeço à Joana e ao César, que mais de perto me acompanharam, a ajuda, a compreensão e o carinho demonstrados nesta fase. A eles dedico esta tese.



# Acrónimos

- DEA: Análise da envolvente de dados (*Data Envelopment Analysis*)
- DMU: Unidade de decisão (*Decision Making Unit*)
- PPS: Conjunto de possibilidades de produção (*Production Possibility Set*)
- FDH: *Free Disposal Hull*
- CRS: Rendimentos à escala constantes (*Constant Returns to Scale*)
- VRS: Rendimentos à escala variáveis (*Variable Returns to Scale*)
- IRS: Rendimentos à escala crescentes (*Increasing Returns to Scale*)
- DRS: Rendimentos à escala decrescentes (*Decreasing Returns to Scale*)
- NIRS: Rendimentos à escala não crescentes (*Non-increasing Returns to Scale*)
- NDRS: Rendimentos à escala não decrescentes (*Non-decreasing Returns to Scale*)
- MPSS: Dimensão com produtividade máxima (*Most Productive Scale Size*)
- TE: Eficiência técnica (*Technical Efficiency*)
- PTE: Eficiência técnica pura (*Pure Technical Efficiency*)
- SE: Eficiência de escala (*Scale Efficiency*)
- DGP: Processo de geração de dados (*Data Generating Process*)
- ND: não-discrecionário (*Non-discretionary*)
- Teste K-S: teste de Kolmogorov-Smirnov
- Teste K-W: teste de Kruscall-Wallis
- Teste M-W: teste de Mann-Whitney
- $H_0$ : hipótese nula do teste de hipóteses
- APED: Associação Portuguesa das Empresas de Distribuição
- BM: Banker and Morey (1986a)
- FGNZ: Färe et al. (1994c)
- RD: Ray and Desli (1997)

---

WW: Wheelock and Wilson (1999)

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Introdução . . . . .	1
1.1.1	Motivação da investigação . . . . .	1
1.1.2	Enquadramento do tema de investigação . . . . .	3
1.1.3	Objectivo global da investigação . . . . .	6
1.1.4	Objectivos de investigação específicos . . . . .	6
1.1.5	Resumo da tese . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Avaliação de desempenho com a técnica de DEA</b>	<b>9</b>
2.1	Introdução . . . . .	9
2.2	Enquadramento histórico da técnica de DEA . . . . .	10
2.3	Técnica de DEA . . . . .	12
2.3.1	Ilustração gráfica da técnica de DEA . . . . .	15
2.4	Definição do PPS e da fronteira de eficiência . . . . .	17
2.5	Modelos lineares de DEA . . . . .	19
2.5.1	Modelo de DEA com rendimentos à escala constantes . . . . .	19
2.5.2	Modelo de DEA com rendimentos à escala variáveis . . . . .	22
2.6	Análise do desempenho ao longo do tempo com o índice de <i>Malmquist</i> . . . . .	32
2.6.1	Decomposição do índice de <i>Malmquist</i> . . . . .	36
2.7	Aplicação da técnica de DEA . . . . .	37
2.8	Conclusão . . . . .	50
<b>3</b>	<b>Revisão bibliográfica da avaliação de desempenho no retalho</b>	<b>51</b>
3.1	Introdução . . . . .	51

3.2	Caracterização do sector do retalho Europeu . . . . .	51
3.3	Caracterização do sector do retalho Português . . . . .	53
3.4	Desafios actuais do sector do retalho Português e Europeu . . . . .	60
3.5	Métodos tradicionais para avaliar desempenho no retalho . . . . .	61
3.6	Utilização de DEA para avaliar desempenho no sector do retalho . . . . .	64
3.7	Conclusão . . . . .	69
<b>4</b>	<b>Caracterização da cadeia de lojas utilizada como caso de estudo</b>	<b>71</b>
4.1	Introdução . . . . .	71
4.2	Descrição da empresa . . . . .	71
4.3	Estrutura da empresa . . . . .	74
4.4	Método de avaliação de desempenho utilizado pela empresa . . . . .	76
4.5	Caracterização da amostra a estudar . . . . .	78
4.6	Conclusão . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Avaliação de desempenho com modelos de DEA multi-nível</b>	<b>79</b>
5.1	Introdução . . . . .	79
5.2	Avaliação de desempenho das secções comerciais . . . . .	80
5.2.1	Definição dos inputs e outputs . . . . .	80
5.2.2	Resultados . . . . .	82
5.3	Abordagem para avaliar a eficiência das lojas . . . . .	86
5.3.1	Modelo de DEA com <i>Fixed but Allocative Inputs</i> (Färe et al., 1997a) . . . . .	88
5.3.2	Adaptação do Modelo de <i>Network</i> DEA às lojas de retalho . . . . .	90
5.4	Avaliação das lojas com o modelo de <i>Network</i> DEA . . . . .	92
5.4.1	Definição de inputs e outputs . . . . .	92
5.4.2	Resultados . . . . .	94
5.4.3	Microanálise para a gestão individual das lojas . . . . .	97
5.5	Conclusões . . . . .	99
<b>6</b>	<b>Avaliação do efeito do formato das lojas no desempenho</b>	<b>101</b>
6.1	Introdução . . . . .	101

6.2	Métodos para comparação do desempenho entre grupos . . . . .	102
6.2.1	<i>Program efficiency</i> . . . . .	102
6.2.2	Comparação de distribuições de eficiência usando testes de hipóteses . . . . .	108
6.2.3	Índice <i>Malmquist</i> para comparação de dois grupos . . . . .	112
6.2.4	Desenvolvimentos de testes estatísticos para o índice de <i>Malmquist</i>	117
6.3	Aplicação do método do índice de <i>Malmquist</i> com avaliação estatística	121
6.4	Resultados . . . . .	122
6.5	Conclusões . . . . .	125
<b>7</b>	<b>Avaliação do impacto da envolvente na actividade das lojas</b>	<b>127</b>
7.1	Introdução . . . . .	127
7.2	Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis .	128
7.2.1	Modelos de separação de fronteira para variáveis ND externas .	129
7.2.2	Modelos para variáveis ND internas . . . . .	134
7.2.3	Modelo de duas fases para variáveis ND externas . . . . .	140
7.2.4	Modelos de múltiplas fases para variáveis ND externas . . . . .	141
7.3	Desenvolvimento do novo modelo . . . . .	143
7.3.1	Avaliação de desempenho com o novo modelo (7.14) . . . . .	147
7.4	Aplicação do modelo desenvolvido . . . . .	148
7.4.1	Definição dos factores da envolvente, inputs e outputs . . . . .	148
7.4.2	Abordagem de avaliação do desempenho das lojas . . . . .	150
7.4.3	Análise de desempenho . . . . .	151
7.5	Comparação de resultados de DEA com a análise da empresa . . . . .	156
7.6	Conclusões . . . . .	158
<b>8</b>	<b>Evolução do desempenho das lojas ao longo do tempo</b>	<b>161</b>
8.1	Introdução . . . . .	161
8.2	Obtenção da componente de escala no índice de <i>Malmquist</i> . . . . .	162
8.3	Análise detalhada do índice de mudança da tecnologia . . . . .	176
8.4	Análise estatística das componentes do índice <i>Malmquist</i> . . . . .	179
8.5	Avaliação da evolução do desempenho das lojas de retalho . . . . .	181

8.5.1	Avaliação da evolução do desempenho das lojas . . . . .	182
8.6	Conclusão . . . . .	187
<b>9</b>	<b>Conclusões e desenvolvimentos futuros</b>	<b>191</b>
9.1	Introdução . . . . .	191
9.2	Conclusões para a cadeia de lojas . . . . .	191
9.3	Contribuições para a literatura de DEA . . . . .	194
9.4	Desenvolvimentos futuros . . . . .	197
	<b>Referências bibliográficas</b>	<b>199</b>
<b>A</b>	<b>Apêndice ao capítulo 4</b>	<b>209</b>
A.1	Resultados da avaliação de desempenho realizada pela empresa . . . . .	209
<b>B</b>	<b>Apêndice ao capítulo 5</b>	<b>211</b>
B.1	Resultados da avaliação das lojas . . . . .	211
<b>C</b>	<b>Apêndice ao capítulo 7</b>	<b>213</b>
C.1	Resultados do modelo com envolvente e sem envolvente . . . . .	213

# Lista de Tabelas

2.1	Critérios para identificar os rendimentos à escala no modelo dos pesos	28
2.2	Critérios para identificar os rendimentos à escala no modelo da envolvente . . . . .	29
3.1	Evolução das quotas de mercado por conceito . . . . .	56
5.1	Média dos inputs e outputs de cada secção comercial . . . . .	82
5.2	Eficiência das secções . . . . .	82
5.3	Avaliação individual das secções de quatro lojas consideradas como exemplo . . . . .	85
5.4	Média e desvio padrão dos inputs e outputs das lojas . . . . .	93
5.5	Avaliação da eficiência técnica utilizando o modelo (2.11) . . . . .	94
5.6	Resultados dos ganhos da alocação dos recursos (5.4) . . . . .	95
6.1	Resultados do teste M-W utilizado no método <i>Program efficiency</i> relativos aos casos I a IV: $(H_o : \eta_{A_{E_{pooled}}} = \eta_{B_{E_{pooled}}})$ . . . . .	107
6.2	Resultados da comparação de distribuições de eficiência usando o teste de M-W relativos aos casos I a IV . . . . .	111
6.3	Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras $(IF^{AB})$ . . . . .	118
6.4	Testes estatísticos para comparar a dispersão de eficiência dentro dos grupos $(IE^{AB})$ . . . . .	118
6.5	Resultados do índice de <i>Malmquist</i> relativos aos casos I a IV . . . . .	120
6.6	Testes estatísticos para comparar dispersão de eficiência dentro dos grupos . . . . .	123

6.7	Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras . . .	124
6.8	Análise do rácio $\frac{D^S(X^i, Y^i)}{D^M(X^i, Y^i)}$ . . . . .	124
7.1	Exemplo . . . . .	132
7.2	Resultados relativos ao exemplo da Tabela 7.1 obtidos com o modelo de Ruggiero (1996) com VRS e CRS . . . . .	133
7.3	Resultados dos modelos de DEA standard e do modelo BM relativos ao exemplo da Tabela 7.1 obtidos com CRS e VRS . . . . .	137
7.4	Média e desvio padrão dos inputs e outputs das lojas . . . . .	150
7.5	Resultados do modelo da envolvente . . . . .	153
7.6	Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996)	153
7.7	Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996) da Loja L78 (rácio população sobre concorrência=6.7) . . . . .	154
7.8	Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996) da Loja L67 (rácio população sobre concorrência=11.7) . . . . .	154
7.9	Análise de DEA versus análise da empresa . . . . .	157
7.10	Análise dos <i>peers</i> da loja L78 . . . . .	158
8.1	Resultados do exemplo da Figura 8.1 . . . . .	173
8.2	Teste estatístico para comparar o posicionamento das fronteiras (VRS) $t$ e $t + 1$ ( $IF_V^{t+1,t}$ ) . . . . .	180
8.3	Teste estatístico para comparar a escala da tecnologia entre os períodos $t$ e $t + 1$ ( $SE_{tec}^{t+1,t}$ ) . . . . .	180
8.4	Testes estatísticos para comparar a dispersão da eficiência técnica pura entre os períodos $t$ e $t + 1$ ( $IE_V^{t+1,t}$ ) . . . . .	181
8.5	Testes estatísticos para comparar a dispersão da eficiência de escala entre os períodos $t$ e $t + 1$ ( $SE_{Fare}^{t+1,t}$ ) . . . . .	181
8.6	Resultados da eficiência técnica pura relativos aos períodos 2002 e 2004	183
8.7	Evolução do desempenho das lojas entre 2002 e 2004 . . . . .	184
8.8	Cálculo de $SE_{tec}^{t+1,t}$ entre 2002 e 2004 . . . . .	184
8.9	Testes estatísticos para comparar a dispersão de eficiência técnica pura e de eficiência de escala entre os períodos 2002 e 2004 . . . . .	185

## LISTA DE TABELAS

---

8.10	Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras VRS e a escala da tecnologia, entre os períodos 2002 e 2004 . . . . .	185
8.11	Estudo das lojas . . . . .	186
A.1	Resultados da avaliação da empresa relativos à análise de <i>clusters</i> . .	209
B.1	Resultados da eficiência técnica (modelo (2.11)) e do ganho da alocação de recursos (expressão (5.4)) . . . . .	211
C.1	Resultados dos modelos (2.18) e (7.14) para a rede de lojas . . . . .	213



# Lista de Figuras

2.1	Processo de produção . . . . .	9
2.2	Ilustração gráfica da técnica de DEA . . . . .	15
2.3	Ilustração gráfica da diferença entre eficiência e produtividade . . . . .	23
2.4	Ilustração gráfica das fronteiras VRS e CRS . . . . .	24
2.5	Identificação de rendimentos à escala com o modelo de Färe et al. (1985) . . . . .	30
2.6	Ilustração gráfica dos índices de <i>Malmquist</i> . . . . .	35
2.7	Aplicação da técnica de DEA . . . . .	38
2.8	Classificação dos métodos paramétricos e não-paramétricos . . . . .	39
4.1	Estrutura matricial da empresa . . . . .	75
5.1	Inputs e outputs de cada secção comercial da loja . . . . .	80
5.2	Distribuições de eficiência das secções comerciais das lojas . . . . .	83
5.3	Distribuições de eficiência da secção comercial de bazar pesado adjacente à zona alimentar, das superstores e das megastores . . . . .	84
5.4	Modelo de <i>Network</i> DEA . . . . .	93
5.5	Área total da cadeia de lojas . . . . .	96
5.6	Vendas totais da cadeia de lojas . . . . .	97
5.7	Quebra, nº de referências e stock total da cadeia de lojas . . . . .	97
5.8	Vendas por secção, área por secção, quebra total, nº de referências total e stock total da loja L16 . . . . .	98
6.1	Ilustração gráfica do método <i>Program efficiency</i> . . . . .	103
6.2	Casos I, II, III e IV . . . . .	107

6.3	Ilustração da comparação de distribuições de eficiência usando o teste M-W . . . . .	109
6.4	Ilustração de $IE^{AB}$ . . . . .	114
6.5	Ilustração de $IF^{AB}$ . . . . .	116
6.6	Inputs e outputs da secção comercial de bazar pesado . . . . .	121
6.7	Cálculo dos índice $IE^{MS}$ . . . . .	122
6.8	Eficiência das megastores . . . . .	123
6.9	Eficiência das superstores . . . . .	123
6.10	Cálculo dos índice $IF^{MS}$ . . . . .	124
6.11	Cálculo dos índices $I^{MS}$ , $IE^{MS}$ e $IF^{MS}$ . . . . .	125
7.1	Ilustração das diferentes fronteiras VRS construídas para as várias DMUs através do modelo de Ruggiero (1996) . . . . .	132
7.2	Ilustração gráfica do exemplo da Tabela 7.1 . . . . .	137
7.3	Fronteira de eficiência para avaliar a unidade C . . . . .	138
7.4	Fronteira de eficiência para avaliar a unidade B . . . . .	138
7.5	Modelo com envolvente . . . . .	149
7.6	Distribuições de eficiência segundo CRS e VRS . . . . .	152
7.7	Distribuições de eficiência obtidas com os modelos com e sem envolvente .	155
7.8	Diferença de eficiência entre o modelo com e sem envolvente . . . . .	155
8.1	Exemplo do cruzamento das fronteiras VRS dos períodos $t$ e $t + 1$ . .	165

# Capítulo 1

## Introdução

### 1.1 Introdução

O ambiente de grande competitividade e de crescente globalização existente em praticamente todos os sectores da actividade económica pressiona as empresas a melhorarem a sua produtividade, inovando os seus processos industriais e administrativos.

Em particular, no sector da distribuição e venda a retalho verifica-se uma crescente internacionalização e uma concentração ao nível dos principais operadores. Neste contexto de crescente complexidade concorrencial, a competitividade das organizações terá de ser reforçada quer pela crescente focalização no consumidor, através do desenvolvimento de propostas de valor ajustadas às suas necessidades, quer pelo reforço dos níveis de eficiência operativa. Neste enquadramento, a avaliação e a melhoria de eficiência das empresas requer o uso de técnicas analíticas que forneçam informações mais precisas e objectivas do que as obtidas através de indicadores financeiros ou análises de rentabilidade. O objectivo global da investigação de doutoramento descrita nesta tese é o desenvolvimento de um sistema de avaliação e melhoria de desempenho no sector do retalho.

#### 1.1.1 Motivação da investigação

Na maioria das organizações, o desempenho é avaliado com base em rácios financeiros e operacionais, utilizando frequentemente o lucro como o principal indicador

do nível de desempenho, ou ainda através da comparação entre objectivos definidos e aquilo que efectivamente se atingiu. No entanto, estas abordagens de avaliação do desempenho têm as seguintes limitações:

- No caso da análise de rácios, cada rácio só tem uma interpretação inequívoca se incluir apenas um recurso e um resultado da organização. Assim, uma análise abrangente implicará a utilização simultânea de vários rácios. Isto pode dificultar a obtenção de uma visão global e coerente da organização, pois cada rácio poderá dar uma indicação diferente, ou mesmo contraditória, relativamente ao desempenho dos vários aspectos da organização. Por outro lado, o recurso à agregação de rácios para se obter uma medida única de desempenho envolve uma componente subjectiva considerável na definição do peso que deve ser atribuído a cada rácio, podendo ainda perder-se informação importante no processo. Por último, os rácios assumem, implicitamente, a existência de rendimentos à escala constantes, isto é, que um aumento nos recursos (inputs) gera um aumento proporcional nos resultados (outputs).
- A utilização do lucro como o único indicador de desempenho pode ser enganadora, uma vez que há vários factores externos que influenciam a actividade das empresas (Dyson et al., 1990). Por exemplo, um supermercado sujeito a uma grande concorrência terá provavelmente menos lucro do que outro com uma localização mais favorável. No entanto, o facto de o lucro obtido ser mais baixo não implica que o desempenho relativamente ao aproveitamento dos recursos disponíveis seja inferior.
- A comparação entre os objectivos definidos e os efectivamente obtidos também tem algumas limitações como método de avaliação de desempenho. Como a actividade das organizações inclui um conjunto alargado de funções interrelacionadas, afectadas por uma multiplicidade de factores externos, a definição de objectivos recorre frequentemente a um grande número de hipóteses simplificadoras que, por vezes, os afastam da realidade.

As limitações destas abordagens de avaliação do desempenho motivaram a utilização de novos instrumentos, entre os quais a técnica de *Data Envelopment Analysis*

(DEA) (Charnes et al., 1978). A DEA avalia a eficiência relativa de um conjunto de unidades organizacionais semelhantes, em que cada uma utiliza múltiplos recursos (inputs) para a produção de múltiplos resultados (outputs). A comparação entre as várias unidades permite identificar as mais eficientes e quantificar de forma objectiva as ineficiências existentes nas restantes unidades. Esta técnica permite ainda estabelecer objectivos de melhoria de desempenho para as unidades consideradas ineficientes, o que é uma vantagem de relevo em comparação com as abordagens tradicionais anteriormente descritas.

### 1.1.2 Enquadramento do tema de investigação

A ideia subjacente à técnica de DEA pode associar-se ao artigo de Farrell (1957). Este artigo sugeriu que a eficiência de uma unidade fosse avaliada através da comparação com outras unidades semelhantes efectivamente observadas, em vez da confrontação com algo teoricamente definido (e eventualmente inatingível). Esta noção de avaliação da eficiência através da comparação com algo efectivamente existente conduz à noção de eficiência relativa, o que contrasta com as abordagens económicas tradicionais, que avaliam a eficiência por comparação com uma função de produção teoricamente definida (com uma forma rígida, baseada na estimação de determinados parâmetros). Esta abordagem de Farrell introduziu o conceito de função de produção empírica.

Apesar de descrever os conceitos subjacentes à avaliação de eficiência, Farrell não operacionalizou um método que permitisse avaliar a eficiência de unidades que utilizam diversos recursos na obtenção de diversos resultados. A técnica de DEA surgiu alguns anos mais tarde, com o trabalho de Charnes et al. (1978). A DEA é uma técnica baseada na utilização de programação linear (PL), que permite medir a eficiência relativa de unidades organizacionais semelhantes, cada uma das quais utilizando múltiplos recursos (inputs) para a produção de múltiplos resultados (outputs).

No caso mais simples, em que a unidade a avaliar tem apenas um input e um output, a eficiência pode ser definida como:

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{output}}{\text{input}} \quad (1.1)$$

A generalização deste conceito para o caso em que existem múltiplos recursos e resultados é traduzida pela utilização da soma ponderada dos inputs e dos outputs:

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{soma ponderada dos outputs}}{\text{soma ponderada dos inputs}} \quad (1.2)$$

O resultado chave do modelo de DEA é a medida de eficiência relativa, que atingirá o valor 100% quando a unidade avaliada for considerada eficiente, enquanto valores inferiores indicam a existência de ineficiências. As unidades com um nível de eficiência de 100% estão situadas na fronteira do conjunto das possibilidades de produção identificadas pelo modelo de DEA. Uma unidade ineficiente é definida como aquela em que existe evidência de que é capaz de produzir pelo menos o mesmo nível de todos os outputs, mas com menos recursos (inputs) do que os que actualmente emprega, ou que, utilizando um nível igual ou inferior de todos os inputs, poderia produzir um maior nível de outputs do que o que actualmente produz. A técnica de DEA permite ainda definir os objectivos de melhoria de desempenho para as unidades ineficientes, através da sua projecção na fronteira de eficiência, numa direcção de contracção proporcional dos inputs, mantendo o nível actual dos outputs, ou, alternativamente, numa direcção que leve à expansão proporcional dos outputs, mantendo o nível de inputs actual.

A técnica de DEA começou por ser utilizada em organizações sem fins lucrativos (escolas), em virtude de permitir considerar directamente vários inputs e outputs, expressos em diferentes unidades sem ser necessário convertê-los em unidades monetárias para avaliar o desempenho. No entanto, a sua aplicação evoluiu rapidamente para outras áreas, tais como hospitais, bancos, universidades, companhias aéreas, desenvolvimento sócio-económico de regiões e retalho.

Em relação aos estudos de eficiência que utilizaram a técnica de DEA, a maioria refere-se à análise de organizações de prestação de serviços (saúde, educação, banca), comparando-as com outras organizações semelhantes, o que pode permitir uma avaliação do estado de um sector. A razão pela qual os estudos de DEA analisam frequentemente empresas de serviços poderá estar ligada ao facto de nestas empresas ser

## 1.1 Introdução

---

muito complexo avaliar a quantidade eficiente de recursos necessários à obtenção de resultados. As dificuldades de avaliação de eficiência estão associadas ao facto de os recursos necessários à prestação de um serviço dependerem criticamente das características dos clientes, assim como a quantificação dos resultados ser dificultada pela sua natureza intangível. Por estes motivos, justifica-se a utilização de uma técnica como a DEA, que permite incluir simultaneamente vários inputs e outputs medidos em várias unidades, dos quais decorre uma caracterização adequada do funcionamento das unidades em análise (Sherman, 1984).

A análise da literatura de DEA relativa à avaliação da eficiência na prestação de serviços a clientes mostrou que são mais frequentes os estudos que comparam organizações de um determinado sector do que os que comparam unidades semelhantes de uma mesma empresa. A predominância dos estudos a nível sectorial poderá estar relacionada com o interesse actual dos governos dos países desenvolvidos e em vias de desenvolvimento no funcionamento de sectores chave para um desenvolvimento sustentável, tais como a saúde, a educação e o sector financeiro. A razão da escassez de estudos de DEA que comparam unidades semelhantes de uma mesma empresa é o receio das empresas na disponibilização a terceiros de dados internos relativos ao funcionamento das suas unidades. Verifica-se que as análises de desempenho de unidades semelhantes de uma mesma empresa recorrem mais frequentemente a métodos tradicionais, tais como análises de rácios económico-financeiros, que podem ser efectuadas pelos funcionários da empresa sem necessidade de recorrer a entidades externas. Por exemplo, no caso do sector bancário, de acordo com o estudo de Berger and Humphrey (1997), dos 130 artigos analisados relativos à avaliação de eficiência de instituições financeiras recorrendo às técnicas de DEA e de fronteiras estocásticas (Aigner et al., 1977), apenas 16 comparavam os vários balcões pertencentes a um mesmo banco. No retalho, o número de estudos que usam a técnica de DEA para avaliar lojas pertencentes a uma determinada organização é ainda mais reduzido.

Em síntese, o estado actual da literatura revelou, por um lado, que a aplicação da técnica de DEA como instrumento para avaliação da eficiência de unidades de uma mesma organização é reduzida, e, por outro lado, que os estudos de organizações de retalho são também raros. Estas debilidades reforçam a necessidade do desenvolvimento

desta área de investigação.

Neste trabalho de doutoramento analisa-se o desempenho de lojas de grande retalho de base alimentar (hipermercados e supermercados), tendo por base as contribuições mais significativas da literatura sobre a utilização da técnica de DEA neste sector. Pretende-se que a análise de eficiência tenha em conta as características específicas das organizações de retalho. O desenvolvimento da metodologia de análise de desempenho será orientado no sentido de apoiar as decisões dos responsáveis pela gestão das lojas, permitindo-lhes definir objectivos de melhoria de eficiência realistas.

### **1.1.3 Objectivo global da investigação**

O trabalho de doutoramento aqui proposto pretende desenvolver uma metodologia de análise do desempenho de organizações com múltiplas lojas no sector de grande retalho, com a finalidade de contribuir para a melhoria de desempenho das organizações. Na investigação a desenvolver utilizar-se-á uma empresa de retalho de base alimentar como caso de estudo, com o objectivo de garantir que os métodos, modelos e medidas propostos possam ser utilizados em situações reais. A análise do desempenho incidirá principalmente sobre a eficiência das lojas, avaliada com base na técnica de DEA.

### **1.1.4 Objectivos de investigação específicos**

Nesta secção resumem-se os objectivos de investigação específicos. Estes estão ligados aos vários capítulos da tese, de forma que é indicado para cada objectivo o capítulo onde é abordado na tese.

Tendo em conta que cada loja de retalho constitui uma organização complexa, agregando várias sub-unidades relativas às várias linhas de produtos vendidos (isto é, venda de carne, frutas e legumes, produtos de limpeza, têxteis, electrodomésticos, etc.), a metodologia de avaliação de eficiência deve permitir a comparação da mesma sub-unidade (linhas de produtos vendidos) entre todas as lojas, bem como a avaliação das lojas como unidades integradoras das diversas sub-unidades, que disputam os recursos escassos da loja (capítulo 5).

Ao nível da configuração da loja, verifica-se que a colocação de sub-unidades não

## 1.1 Introdução

---

alimentares num espaço adjacente à loja, com marca e sinalética próprias, melhora os resultados. Isto decorre da percepção de maior especialização das lojas não alimentares (têxteis e bazar pesado) por parte dos clientes, o que os predispõe a efectuar aí as suas compras. Especificamente na organização analisada, existem dois formatos de lojas de bazar pesado: as megastores e as superstores. Estas distinguem-se essencialmente pela área de venda, gama de produtos oferecidos e pelo posicionamento. As megastores localizam-se maioritariamente junto dos hipermercados enquanto que as superstores situam-se junto dos supermercados. A metodologia a desenvolver deve verificar se o formato da loja (megastore ou superstore) influencia o desempenho da venda de bazar pesado e qual o formato mais vantajoso (capítulo 6).

As lojas gerem recursos para obter resultados, sofrendo o impacto das condições socio-económicas da envolvente (isto é, nível de competição existente e densidade populacional). Neste enquadramento, pretende-se avaliar o desempenho das lojas de retalho tendo em conta as condições da envolvente na área de influência de cada loja. É também importante identificar a dimensão que conduz à maximização da produtividade de cada loja. Tal é conseguido através da caracterização do tipo de rendimentos à escala das lojas, identificando as lojas cuja dimensão deve ser aumentada ou reduzida (capítulo 7).

Os objectivos de investigação específicos até agora descritos referem-se à avaliação do desempenho das lojas num determinado ano (no caso desta tese utilizaram-se dados relativos ao ano de 2002). A metodologia a desenvolver deve também permitir uma análise da evolução do desempenho das lojas ao longo do tempo. Nesta tese explorou-se a evolução do desempenho entre os anos de 2002 e 2004 (capítulo 8).

### 1.1.5 Resumo da tese

Esta tese de doutoramento inclui oito capítulos, que se resumem em seguida.

O capítulo 2 apresenta uma revisão da literatura sobre a técnica de DEA, descrevendo os conceitos e modelos básicos para avaliar o desempenho de uma unidade organizacional. No âmbito da aplicação da técnica de DEA, descrevem-se as várias fases dando ênfase ao estado de arte desta técnica.

O capítulo 3 caracteriza o sector do retalho Europeu e Português. Neste contexto,

a avaliação e melhoria da eficiência das organizações é apresentada como uma solução para responder a alguns dos desafios actuais do sector de retalho. Descrevem-se ainda os estudos existentes para avaliar o desempenho no retalho, com ênfase nos que utilizam a técnica de DEA.

O capítulo 4 descreve a empresa de retalho utilizada como caso de estudo e define a amostra de lojas sobre as quais incidirá a avaliação de desempenho.

O capítulo 5 propõe um novo modelo de DEA multi-nível (designado por *Network DEA*) para avaliar as lojas como unidades que agregam várias sub-unidades. O modelo proposto permite compatibilizar os objectivos entre as várias sub-unidades (secções) de uma mesma loja.

O capítulo 6 utiliza o índice de Malmquist (Färe et al., 1994a) para comparar o desempenho da sub-unidade de bazar pesado associado a dois formatos de loja distintos, isto é, megastores e superstores. São utilizados testes estatísticos para avaliar a significância das diferenças detectadas entre os dois grupos. Este capítulo avalia também as diferentes abordagens da literatura de DEA para comparar o desempenho de dois grupos, recorrendo a exemplos típicos para evidenciar as vantagens e desvantagens destes métodos em relação ao método baseado no índice de Malmquist utilizado nesta tese.

O capítulo 7 analisa os factores externos às lojas, que influenciam o seu desempenho, mas que não são controláveis pelos gestores. Define-se um modelo de avaliação do desempenho das lojas de retalho que tem em conta o efeito dos factores da envolvente. Neste capítulo, os resultados obtidos são comparados com os fornecidos pelo método de avaliação de desempenho utilizado actualmente pela empresa.

O capítulo 8 analisa a evolução do desempenho das lojas entre os anos 2002 e 2004, utilizando índices de Malmquist. É feita uma análise estatística das diferenças captadas pelas componentes do índice de Malmquist relativas às alterações de eficiência das lojas e à evolução tecnológica ao longo do tempo. Apresenta-se também uma revisão da literatura sobre as várias abordagens para medir a componente da mudança de escala do índice de Malmquist.

O capítulo 9 apresenta as conclusões do trabalho realizado e as propostas para desenvolvimentos futuros.

# Capítulo 2

## Avaliação de desempenho com a técnica de *Data Envelopment Analysis*

### 2.1 Introdução

O objectivo deste capítulo é descrever os conceitos básicos e os principais modelos da técnica de *Data Envelopment Analysis* (DEA). A técnica de DEA permite avaliar a eficiência relativa de um conjunto de unidades similares, designadas por *Decision Making Units* (DMUs) que convertem múltiplos inputs em múltiplos outputs. Os inputs correspondem aos recursos utilizados enquanto os outputs são os bens ou serviços obtidos como resultado do processo produtivo (Figura 2.1).

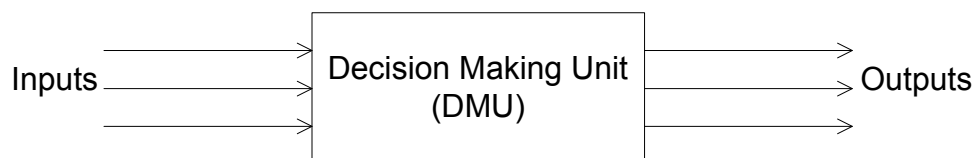


Figura 2.1: Processo de produção

O nível máximo de outputs obtido a partir de um determinado nível de inputs define a fronteira da tecnologia de produção. A eficiência avalia em que medida cada DMU realiza as suas operações sem desperdício, o que significa comparar os níveis observados de inputs e outputs da DMU com a fronteira. A técnica de DEA define a

fronteira da tecnologia de produção a partir da localização das DMUs da amostra consideradas eficientes, em vez de definir teoricamente a sua posição. Assim, a fronteira é constituída por um conjunto de segmentos de recta que ligam as DMUs efectivamente observadas, em vez de assumir uma forma funcional teoricamente definida (como no caso das funções de produção *Cobb-Douglas* (Cobb and Douglas, 1928) ou *translog* (Christensen et al., 1971)). Como a identificação das DMUs eficientes resulta da comparação entre DMUs similares, o resultado imediato da técnica de DEA é uma medida de eficiência relativa e não absoluta.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Começa por fazer uma breve introdução à origem da técnica de DEA. Apresentam-se os principais modelos de DEA e ilustram-se graficamente alguns conceitos. Em seguida, descreve-se a teoria subjacente à definição da tecnologia de produção e da fronteira de eficiência. Finalmente, apresentam-se as várias fases da aplicação da técnica de DEA.

## 2.2 Enquadramento histórico da técnica de DEA

Esta secção descreve os principais marcos da literatura que conduziram ao aparecimento da técnica de DEA.

As abordagens económicas tradicionais definem teoricamente a função de produção como sendo a representação matemática da fronteira da tecnologia de produção. Aigner et al. (1977) observaram que apesar da definição teórica da função de produção, aceite durante muitas décadas, ser a quantidade *máxima* de outputs obtida com uma dada quantidade de inputs, os economistas estimavam as funções de produção *médias*, provavelmente devido à dificuldade em estimar a função de produção teórica. O facto de se comparar cada unidade com a função de produção média e não com a função representativa do melhor desempenho, sem desperdícios, levou ao afastamento da literatura do conceito de eficiência.

As bases da avaliação de eficiência foram propostas por Pareto (1906), Debreu (1951) e Koopmans (1951). Debreu (1951) propôs a primeira medida radial de eficiência produtiva, designada por "coeficiente de utilização de recursos". Pareto (1906) estabeleceu as bases de avaliação de políticas sociais. Uma política social é conside-

## 2.2 Enquadramento histórico da técnica de DEA

---

rada correcta se beneficiar algumas pessoas sem prejudicar ninguém. Este conceito evita a necessidade de atribuir pesos à importância relativa de cada política. A generalização deste conceito a outros contextos designa-se por "critério de *Pareto*". Mais tarde, Koopmans (1951) propôs o conceito de eficiência técnica adaptando o "critério de *Pareto*" ao contexto produtivo. O conceito de eficiência de Koopmans (1951), designado frequentemente por eficiência de *Pareto-Koopmans*, define que uma unidade de produção é tecnicamente eficiente se o aumento de qualquer output requer a redução de pelo menos um outro output ou o aumento de pelo menos um input, ou se a diminuição de qualquer input requer o aumento de pelo menos um outro input ou a diminuição de pelo menos um output. Este conceito evita a atribuição de pesos aos inputs e outputs das unidades de produção.

Farrell (1957) foi o primeiro autor que sugeriu uma forma de avaliar a eficiência sem recurso à utilização de funções de produção definidas teoricamente. O seu trabalho estendeu as contribuições dos estudos dos economistas Pareto (1906), Koopmans (1951) e Debreu (1951), e foi inovador pelas seguintes razões:

- O trabalho de Farrell (1957) permitiu evitar a definição prévia de uma forma funcional rígida para a função de produção. Segundo Farrell, a eficiência pode ser avaliada com base em dados empíricos. Isto é conseguido através da definição de DMUs "hipotéticas" com base nas combinações convexas de DMUs observadas. Daqui resultam funções de produção empíricas formadas por vários segmentos de recta que ligam as DMUs eficientes observadas.
- Farrell (1957) definiu o conceito de eficiência técnica radial, admitindo uma orientação pelos inputs, como a máxima redução equiproporcional de todos os inputs mantendo os outputs constantes. Se a eficiência de uma DMU for igual a um significa que a DMU é relativamente eficiente em termos radiais. Similarmente, um valor de eficiência inferior a um significa que existe pelo menos uma combinação de DMUs que utiliza a mesma proporção entre os inputs e obtém os mesmos outputs que a DMU avaliada, mas que utiliza menos quantidade dos inputs. De forma similar, é possível avaliar a eficiência técnica segundo uma orientação pelos outputs.

- Farrell (1957) definiu o conceito de eficiência total que pode ser decomposto em duas medidas: eficiência técnica e eficiência alocativa. A eficiência alocativa avalia a DMU em relação à utilização das melhores proporções dos factores de produção tendo em conta os respectivos preços.

Apesar de reconhecer a existência de funções de produção que deveriam ser definidas com base em múltiplos inputs e outputs, Farrell (1957) não operacionalizou um método que permitisse avaliar a eficiência das unidades nestas condições.

Após o estudo de Farrell (1957), a evolução dos métodos de avaliação de eficiência conduziu a duas linhas de investigação paralelas, que se distinguem na forma como a fronteira é especificada e estimada: o método das fronteiras estocásticas (Aigner et al., 1977) e o método de DEA (Charnes et al., 1978). As fronteiras estocásticas são abordagens paramétricas que definem a tecnologia de produção através de uma função matemática, habitualmente *Cobb-Douglas* ou *translog*. Nesta abordagem, a forma da função tem de ser especificada *a priori* e os seus parâmetros são estimados através dos dados empíricos. A DEA é uma abordagem não-paramétrica e determinística, que não assume qualquer pressuposto sobre a forma da função de produção. Assim, a tecnologia de produção é definida através de um conjunto de propriedades que os pontos que pertencem ao conjunto de possibilidades de produção (PPS) têm de satisfazer.

### 2.3 Técnica de DEA

Charnes et al. (1978) definiram um modelo de programação linear para medir a eficiência relativa de unidades organizacionais semelhantes, cada uma das quais utilizando múltiplos recursos (inputs) para a produção de múltiplos resultados (outputs). Considere-se um conjunto de  $n$  DMUs,  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ), em que cada uma transforma  $m$  inputs,  $x_{ij}, i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) para produzir  $s$  outputs,  $y_{rj}, r$  ( $r = 1, \dots, s$ ). Para cada DMU  $j_o$  avaliada, é possível obter uma medida de eficiência relativa definida pelo rácio entre a soma ponderada de todos os outputs ( $y_{rj_o}$ ) e a soma ponderada de todos os inputs ( $x_{ij_o}$ ). Desta forma, os múltiplos inputs e outputs são reduzidos respectivamente a um único valor virtual de input e de output através da afectação

## 2.3 Técnica de DEA

---

de pesos a cada input  $i$ ,  $\nu_i$ , ( $i = 1, \dots, m$ ) e a cada output  $r$ ,  $\mu_r$ , ( $r = 1, \dots, s$ ). O modelo orientado pelos inputs para avaliar a eficiência da DMU  $j_o$ , admitindo a existência de rendimentos à escala constantes (CRS), é definido pelo modelo (2.1) (Charnes et al., 1978).

$$\max \left\{ e_{j_o} = \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_o}}{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij_o}} \mid \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj}}{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij}} &\leq 1, & j = 1, \dots, n, \\ \nu_i &\geq \epsilon, & i = 1, \dots, m, \\ \mu_r &\geq \epsilon, & r = 1, \dots, s \end{aligned} \right\} \quad (2.1)$$

O modelo (2.1) tem por objectivo maximizar o valor de eficiência da DMU  $j_o$ , estando sujeito a restrições que garantem que os pesos utilizados conduzem a valores de eficiência menores ou iguais a 100% para todas as unidades da amostra.

Note-se que os pesos óptimos identificados pelo modelo de programação linear utilizado na avaliação de uma determinada unidade  $j_o$  poderão ser diferentes dos pesos óptimos obtidos nos outros modelos construídos para avaliar cada uma das restantes unidades. Esta flexibilidade na escolha dos pesos garante que uma unidade é considerada ineficiente apenas quando não há nenhum conjunto de pesos que permita obter uma avaliação mais favorável, o que é uma forte evidência de que a sua actividade pode efectivamente ser melhorada.

O valor de  $\epsilon$  é infinitesimal, o que assegura que os pesos são estritamente positivos. O valor  $\epsilon$  é utilizado no modelo para assegurar que todos os inputs e outputs são considerados na avaliação de eficiência. No entanto, como  $\epsilon$  é infinitesimal e os inputs e os outputs são de uma ordem de grandeza muito superior a  $\epsilon$ , o modelo pode conduzir a um peso virtual que na prática é aproximadamente nulo.

A medida de eficiência obtida no modelo (2.1) resulta da comparação do desempenho actual de cada unidade com o melhor desempenho observado noutras unidades, tendo por base os níveis de recursos utilizados e resultados obtidos. Na perspectiva de avaliação orientada pelos inputs, a eficiência é definida como o factor mínimo com que todos os inputs da DMU avaliada podem ser reduzidos proporcionalmente sem diminuir o nível de nenhum output e corresponde a  $e_{j_o}^*$  (o símbolo \* associado a uma variável representa o valor óptimo obtido no modelo utilizado para gerar a solução). O modelo de DEA permite distinguir as DMUs eficientes e as ineficientes. As DMUs eficientes são consideradas *benchmarks* (isto é, unidades organizacionais que são exemplos de bom desempenho) e definem a fronteira de eficiência. No caso das DMUs ineficientes, a técnica permite definir objectivos (*targets*) de melhoria de desempenho para cada recurso (input) e para cada resultado (output) através da comparação com as DMUs eficientes. Adicionalmente, a definição de DMUs *benchmarks* para cada unidade ineficiente permite identificar boas práticas que devem ser adoptadas nas unidades ineficientes (Boussofiene et al., 1991).

A medida de eficiência pode ser obtida segundo uma orientação pelos outputs, cuja formulação é definida pelo modelo (2.2) (Charnes et al., 1978).

$$\min \left\{ h_{j_o} = \frac{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij_o}}{\sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj_o}} \mid \right.$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^m \nu_i x_{ij}}{s} &\geq 1, & j &= 1, \dots, n, \\ \sum_{r=1}^s \mu_r y_{rj} & & & \\ \nu_i &\geq \epsilon, & i &= 1, \dots, m, \\ \mu_r &\geq \epsilon, & r &= 1, \dots, s \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

A eficiência relativa da DMU  $j_o$  é dada por  $1/h_{j_o}^*$  no modelo (2.2). A perspectiva da orientação pelos outputs define a eficiência como o inverso do factor máximo com

## 2.3 Técnica de DEA

que todos os outputs podem ser igualmente aumentados sem aumentar o nível de inputs utilizados. No caso de se assumir a existência de CRS, as medidas de eficiência segundo a orientação dos inputs ou dos outputs são equivalentes, verificando-se que  $e_{j_o}^* = 1/h_{j_o}^*$ . A escolha da orientação da avaliação de eficiência depende do contexto da avaliação do desempenho e dos objectivos da organização.

A secção seguinte ilustra graficamente a técnica de DEA.

### 2.3.1 Ilustração gráfica da técnica de DEA

A técnica de DEA pode ser ilustrada através da Figura 2.2, em que se representam várias DMUs que utilizam dois inputs ( $x_1$  e  $x_2$ ) para produzir um output ( $y$ ). Para permitir a representação gráfica, representam-se os valores dos inputs normalizados pelo valor do output.

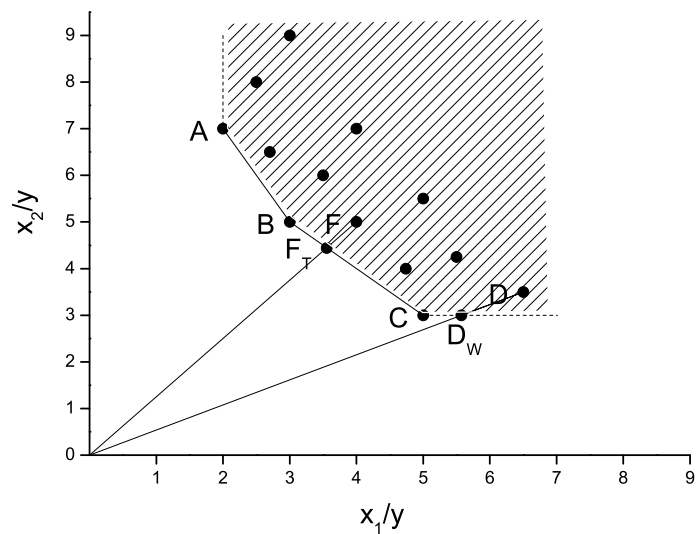


Figura 2.2: Ilustração gráfica da técnica de DEA

A fronteira de eficiência técnica é definida pelos segmentos de recta que ligam as DMUs A, B e C. Estas DMUs são tecnicamente eficientes porque mantendo o nível de outputs produzido, não é possível reduzir um dos inputs sem aumentar o outro input. Note-se que os segmentos que unem as unidades eficientes definem o limite de uma superfície que envolve todas as outras unidades. O conjunto de possibilidades de produção (PPS) é definido pela fronteira de eficiência constituída pelos segmentos

de recta que unem as DMUs A, B e C, e pelo espaço interior da fronteira convexa, a tracejado na Figura 2.2.

A fronteira eficiente é constituída no ponto A por uma extensão vertical e no ponto C por uma extensão horizontal, que representam ineficiências de origem não radial. Por exemplo, uma DMU localizada em qualquer ponto da extensão vertical com início no ponto A pode produzir uma unidade do output  $y$  utilizando a mesma quantidade do input  $x_1$  e menos quantidade do input  $x_2$  até igualar o valor de  $x_2$  observado na DMU A. De acordo com a definição de *Pareto-Koopmans* esse ponto é considerado ineficiente. Esta ineficiência corresponde à redução do input  $x_2$  que permita projectar o ponto ineficiente no ponto A e é designada por slack associada ao input  $x_2$ . Assim, a redução do input  $x_2$  na quantidade definida pela slack, torna a DMU tecnicamente eficiente projectando-a no ponto A. Similarmente, a mesma situação ocorre em qualquer ponto situado ao longo da linha horizontal definida a partir do ponto C.

A diferença entre o conceito de eficiência técnica radial proposto por Farrell (1957), descrito na secção 2.2, e o conceito utilizado por Charnes et al. (1978), baseado na definição de *Pareto-Koopmans*, pode ser ilustrada através da DMU D. Segundo Farrell, a DMU D para ser eficiente tem de diminuir os seus inputs para os níveis observados no ponto  $D_W$ . A técnica de DEA utiliza o conceito de eficiência *Pareto-Koopmans* que corresponde à eficiência radial e não radial. Segundo este conceito, a DMU D para ser eficiente tem de diminuir os seus inputs para os níveis observados no ponto C. Neste caso, o ponto  $D_W$  é ineficiente porque mantendo o valor do output, é ainda possível reduzir um dos inputs sem aumentar o outro input, até atingir o ponto C. Esta ineficiência é de origem não radial.

As unidades D e F são tecnicamente ineficientes porque é possível reduzir os inputs e ainda produzir o mesmo nível de output. Por exemplo, para que a DMU F seja eficiente, é necessário reduzir os seus inputs desde o ponto F até ao ponto  $F_T$ . Esta redução de inputs é radial, o que significa que não se altera a proporção entre os inputs utilizados. A eficiência técnica de F ( $TE_F$ ) é calculada através da seguinte expressão:

$$TE_F = \frac{OF_T}{OF} \quad (2.3)$$

## 2.4 Definição do PPS e da fronteira de eficiência

---

As quantidades ótimas de inputs que tornam F eficiente, correspondentes a  $F_T$ , podem ser obtidas pela combinação linear dos inputs utilizados pelas DMUs B e C, que constituem os *peers* de F. Note-se que B contribui mais do que C para a definição do nível eficiente dos inputs de F porque está mais próximo de  $F_T$ . As unidades de referência B e C podem fornecer à DMU F informação útil sobre as melhores práticas para produzir o mesmo nível de outputs utilizando menos recursos.

Após a ilustração gráfica da técnica de DEA, descrevem-se os axiomas subjacentes à definição do conjunto das possibilidades de produção e da fronteira de eficiência.

## 2.4 Definição do conjunto das possibilidades de produção e da fronteira de eficiência

A teoria de produção subjacente à técnica de DEA é definida com base na abordagem axiomática proposta por Koopmans (1951), Debreu (1951) e Shephard (1970). Esta abordagem define o conjunto de possibilidades de produção e o conjunto de DMUs eficientes.

Considere-se que um conjunto de  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) DMUs, que transformam os inputs  $X \in \mathbb{R}_+^m$  nos outputs  $Y \in \mathbb{R}_+^s$ . As DMUs  $j$  utilizam as quantidades  $x_{ij}$  dos inputs  $i$  ( $i = 1, \dots, m$ ) para produzir as quantidades  $y_{rj}$  dos outputs  $r$  ( $r = 1, \dots, s$ ). O conjunto de possibilidades de produção ( $\phi$ ) corresponde ao conjunto de todas as combinações possíveis entre os múltiplos inputs e os múltiplos outputs associadas ao processo de produção.  $\phi$  pode ser representado por: (ver Banker et al., 1984, Banker and Thrall, 1992)

$$\phi = \{(X, Y) \mid \text{Vector de inputs } X \text{ que pode produzir o vector de outputs } Y\} \quad (2.4)$$

O conjunto de possibilidades de produção  $\phi$  tem as seguintes propriedades:

**Propriedade 1 (Inclusão de observações)** *Todas as DMUs observadas são incluídas no conjunto de referência, tal que  $(X_j, Y_j) \in \phi$ ,  $\forall_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ).*

**Propriedade 2 (Ineficiência)** *Se uma DMU  $(X, Y)$  pertencente a  $\phi$ , então qualquer DMU  $(X', Y')$ , tal que  $X' \geq X$  e  $Y' \leq Y$ , pertence também a  $\phi$ . Tal significa que, qualquer DMU com input  $i$  não inferior a  $x_i$  observado e com output  $r$  não superior a  $y_r$  observado é possível.*

**Propriedade 3 (Variação radial ilimitada)** *Se uma DMU  $(X, Y)$  pertence a  $\phi$ , então a DMU  $(tX, tY)$  pertence também a  $\phi$ , para qualquer valor positivo de  $t$ . Esta propriedade representa a existência de rendimentos à escala constantes.*

**Propriedade 4 (Convexidade)** *Qualquer combinação linear não negativa das DMUs de  $\phi$  pertence também a  $\phi$ . Se  $(X_j, Y_j) \in \phi$ ,  $j = 1, \dots, n$ , e  $\lambda_j \geq 0$  tal que  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ , então  $(\sum_{j=1}^n \lambda_j X_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j) \in \phi$ .*

**Propriedade 5 (Extrapolação mínima)**  *$\phi$  é a intersecção de todos os conjuntos de possibilidades de produção  $\hat{\phi}$ , que satisfazem as propriedades 1, 2, 3 e 4.*

As propriedades 1, 2, 3, 4 e 5 definem o conjunto de possibilidades de produção com rendimentos à escala constantes (CRS), que é representado por  $\phi_{CRS}$ :

$$\phi_{CRS} = \left\{ (X, Y) \in \mathbb{R}^+ \mid X \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j, Y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j, \lambda_j \geq 0 \right\} \quad (2.5)$$

A exclusão da Propriedade 3 define o conjunto de possibilidades de produção com rendimentos à escala variáveis (VRS), que é representado por  $\phi_{VRS}$ :

$$\phi_{VRS} = \left\{ (X, Y) \in \mathbb{R}^+ \mid X \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j X_j, Y \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j Y_j, \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \lambda_j \geq 0 \right\} \quad (2.6)$$

Os conjuntos de possibilidades de produção  $\phi_{CRS}$  e  $\phi_{VRS}$  têm em comum a característica fundamental de considerar que qualquer combinação linear de pontos do PPS corresponde a um ponto que também faz parte do PPS.

A cada conjunto de possibilidades de produção corresponde uma fronteira eficiente, constituída por um subconjunto de DMUs que satisfazem a propriedade de eficiência. Charnes et al. (1978) utilizaram o conceito de eficiência *Pareto-Koopmans* baseado na expressão matemática seguinte:

$$E_{j_o}^k = \max \left\{ s_i + s_r \mid \begin{array}{l} X \leq X_{j_o} - s_i, Y \geq Y_{j_o} + s_r \\ (X, Y) \in \phi_{CRS}, s_i \in \mathbb{R}_+^m, s_r \in \mathbb{R}_+^s \end{array} \right\} \quad (2.7)$$

Um valor óptimo de  $E_{j_o}^k = s_i + s_r = 0$  significa que a unidade avaliada  $(X_{j_o}, Y_{j_o})$  é eficiente. As DMUs que satisfazem este critério correspondem ao subconjunto de DMUs que definem a fronteira do conjunto de possibilidades de produção.

## 2.5 Modelos lineares de DEA

Esta secção descreve os principais modelos lineares de DEA obtidos a partir dos modelos fraccionários propostos por Charnes et al. (1978). Admitindo a existência de rendimentos à escala constantes, a medida de eficiência obtida é designada como eficiência técnica (TE). Os modelos propostos por Banker et al. (1984), associados à existência de rendimentos à escala variáveis são descritos posteriormente.

### 2.5.1 Modelo de DEA com rendimentos à escala constantes

Como os modelos (2.1) e (2.2) são fraccionários, devem ser convertidos em modelos lineares para que possam ser resolvidos pelas técnicas de programação linear (ver Charnes et al., 1978). A linearização dos modelos (2.1) e (2.2) conduzem aos modelos (2.8) e (2.9), orientados pelos inputs e pelos outputs, respectivamente. Ambos admitem rendimentos de escala constantes.

$$\begin{array}{ll} \max \left\{ e_{j_o} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_o} \mid \right. & \min \left\{ h_{j_o} = \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_o} \mid \right. \\ \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_o} = 1 & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_o} = 1 \\ \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n & \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \leq 0, j = 1, \dots, n \\ v_i \geq \epsilon, i = 1, \dots, m & v_i \geq \epsilon, i = 1, \dots, m \\ \left. u_r \geq \epsilon, r = 1, \dots, s \right\} & \left. u_r \geq \epsilon, r = 1, \dots, s \right\} \end{array} \quad (2.8) \quad (2.9)$$

As formulações dos modelos (2.8) e (2.9) são designadas por "formulações dos pesos" (*weights*) do modelo de DEA.  $u_r$  e  $v_i$  são as variáveis do modelo e correspondem aos pesos atribuídos aos inputs e outputs, respectivamente.

Devido à teoria da dualidade da programação linear, os modelos (2.8) e (2.9) podem ser convertidos na "formulação da envolvente" (*envelopment*) obtendo-se os modelos (2.10) e (2.11). O modelo (2.10) é orientado pelos inputs e o modelo (2.11) é orientado pelos outputs.

$$\begin{array}{ll}
 \min \left\{ e_{j_o} = \theta_o - \epsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right) \mid \right. & \max \left\{ h_{j_o} = \delta_o + \epsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right) \mid \right. \\
 \theta_o x_{ij_o} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i = 0, \quad i = 1, \dots, m & x_{ij_o} = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i, \quad i = 1, \dots, m \\
 y_{rj_o} = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r, \quad r = 1, \dots, s & \delta_o y_{rj_o} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r = 0, \quad r = 1, \dots, s \\
 \left. \lambda_j, s_i, s_r \geq 0, \quad \forall_{j,i,r} \right\} & (2.10) \quad \left. \lambda_j, s_i, s_r \geq 0, \quad \forall_{j,i,r} \right\} & (2.11)
 \end{array}$$

Em termos de implementação computacional, estes modelos podem ser resolvidos em duas fases (Ali and Seiford, 1993), o que evita a utilização da variável  $\epsilon$ . Como as slacks ( $s_i$  e  $s_r$ ) são multiplicadas por um valor infinitesimal  $\epsilon$ , os resultados dos modelos (2.10) e (2.11) não são alterados no caso de  $\epsilon$  ser nulo. Assim, é melhor utilizar o método de duas fases, que consiste em identificar primeiro o valor óptimo de eficiência radial, através da determinação de  $e_{j_o}$  ou  $h_{j_o}$ , considerando  $\epsilon = 0$ , e só posteriormente identificar o valor das slacks. Na primeira fase resolve-se o modelo (2.10) ou o modelo (2.11) com  $\epsilon = 0$  para obter respectivamente a  $\theta_{j_o}^*$  e  $\delta_{j_o}^*$ . Esta fase identifica a eficiência radial ( $\theta_{j_o}^*, 1/\delta_{j_o}^*$ ), que é também designada por eficiência no sentido de Farrell. Como se referiu anteriormente, é possível que uma DMU, após ser projectada radialmente para a fronteira do PPS, não seja ainda eficiente no sentido de *Pareto-Koopmans*. Nestes casos será necessário uma redução não radial de inputs,  $s_i$ , ou a expansão não radial de outputs,  $s_r$ , para projectar a DMU para a zona eficiente da fronteira. Na segunda fase resolve-se um segundo modelo de DEA em que a função objectivo é a maximização da soma das slacks ( $\sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r$ ) sujeita às restrições

## 2.5 Modelos lineares de DEA

---

do modelo de DEA utilizado na primeira fase em que substitui o valor de  $\theta_{j_o}$  ou de  $\delta_{j_o}$  pelos respectivos valores óptimos obtidos na primeira fase. A segunda fase permite identificar a ineficiência não radial representada pelas slacks relativas aos inputs, ( $s_i$ ) e outputs ( $s_r$ ). Se se verificar que  $s_i^* > 0$  ou  $s_r^* > 0$  para algum input  $i$  ou output  $r$ , então significa que a DMU  $j_o$  é projectada num segmento ineficiente da fronteira do conjunto de possibilidades de produção quando é feita a redução equiproporcional dos inputs ou a expansão equiproporcional dos outputs.

Como foi referido anteriormente, o conceito de eficiência utilizado nesta tese é o de *Pareto-Koopmans*. Assim, a DMU  $j_o$  é eficiente se e só se as duas condições seguintes se verificarem:

- A eficiência radial é igual a 1. No caso do modelo orientado pelos inputs (2.10), a eficiência radial é o factor mínimo com que todos os inputs da DMU  $j_o$  são igualmente reduzidos dentro do PPS, sem diminuir o nível de nenhum output ( $\theta^* = 1$ ). No caso do modelo orientado pelos outputs (2.11), a eficiência radial é o inverso do factor máximo com que todos os outputs da DMU  $j_o$  são igualmente expandidos dentro do PPS, sem aumentar o nível de nenhum input ( $1/\delta^* = 1$ ).
- Todas as slacks relativas aos inputs  $i$  e aos outputs  $r$  são nulas, isto é,  $s_i^* = s_r^* = 0, \forall_{ir}$ .

Para cada DMU  $j$  avaliada, a solução dos modelos (2.10) e (2.11) determina a DMU virtual que resulta da combinação linear das DMUs eficientes  $\left(\sum_{j=1}^n \lambda_j^* x_{ij}, \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}\right)$ , com  $i = 1, \dots, m$  e  $r = 1, \dots, s$ . Se  $\lambda_j^* > 0$ , então a DMU  $j$  é uma unidade de referência de  $j_o$ . Tal significa que as DMUs eficientes  $j_o$  se podem comparar com elas próprias, sendo o valor de  $\lambda_{j_o}^*$  igual a 1. No caso das DMUs ineficientes  $j_o$  é possível definir objectivos de forma a que se tornem eficientes, seguindo o exemplo das unidades do seu conjunto de referência. Nestas condições, os objectivos da DMU  $j_o$  são determinados através das expressões (2.12), no caso do modelo da envolvente orientado pelos inputs, e das expressões (2.13), no caso do modelo da envolvente orientado pelos outputs. O valor de  $\lambda_j^*$  das expressões (2.12) e (2.13) define a variável de intensidade associada à DMU  $j$  de referência, permitindo medir a contribuição dessa DMU para a definição dos objectivos da DMU avaliada.

$$\begin{aligned}
 x_{ij_o}^{IT} &= \theta_o^* x_{ij_o} - s_i^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* x_{ij}, & x_{ij_o}^{OT} &= x_{ij_o} - s_i^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* x_{ij}, \\
 y_{rj_o}^{IT} &= y_{rj_o} + s_r^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}. & (2.12) & \quad y_{rj_o}^{OT} &= \delta_o^* y_{rj_o} + s_r^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}. & (2.13)
 \end{aligned}$$

## 2.5.2 Modelo de DEA com rendimentos à escala variáveis

### Eficiência e produtividade

No caso da fronteira ser caracterizada por rendimentos à escala variáveis, nem todos os pontos localizados sobre a fronteira de eficiência são igualmente produtivos. Enquanto a eficiência é um conceito relativo, a produtividade de uma DMU é um conceito absoluto. No caso em que se considera apenas um input e um output, a produtividade é definida pelo quociente entre o output e o input. A diferença entre a eficiência e a produtividade pode ser ilustrada pela Figura 2.3 (Coelli et al., 1998). Considere-se um processo produtivo no qual um input é utilizado para produzir um output. A linha escurecida  $OF'$  representa a fronteira da tecnologia de produção. As DMUs que operam nessa fronteira são tecnicamente eficientes, enquanto que as DMUs que operam abaixo da fronteira são tecnicamente ineficientes porque poderiam obter mais output para o nível de input utilizado. Se uma DMU opera no ponto A e se move para o ponto tecnicamente eficiente B, verifica-se um aumento de eficiência e de produtividade. No entanto, se a DMU passar do ponto B para o ponto C, apesar de ambos serem tecnicamente eficientes, a produtividade máxima só é obtida em C. Note-se que a produtividade, medida pelo rácio *output/input*, atinge o valor máximo no ponto C, onde é possível definir uma recta tangente à fronteira que passa pela origem. A produtividade de um ponto é igual ao declive da recta que passa pela origem e pelo ponto considerado. Assim, as empresas para além de procurarem ser tecnicamente eficientes, devem também tentar aumentar a produtividade, o que é possível explorando os rendimentos à escala que caracterizam a fronteira do conjunto de possibilidades de produção.

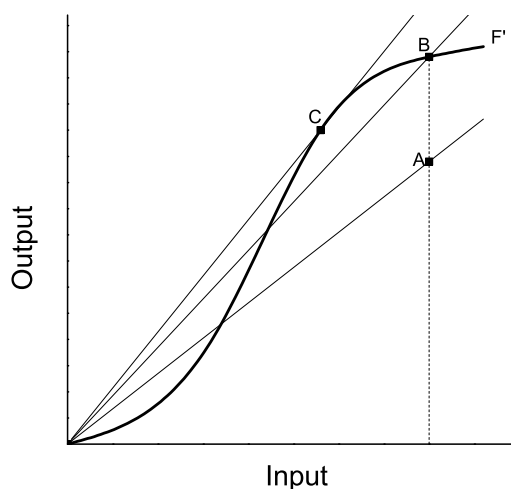


Figura 2.3: Ilustração gráfica da diferença entre eficiência e produtividade

### Efeito dos rendimentos à escala

Os rendimentos à escala são uma característica da fronteira da tecnologia de produção. Os rendimentos à escala indicam a taxa a que a produção aumenta (output) face a um aumento proporcional igual de todos os inputs. Esta noção só se aplica a DMUs eficientes. No caso das DMUs serem ineficientes, os rendimentos à escala são medidos com referência às respectivas projecções na fronteira. A caracterização dos rendimentos à escala no caso de existirem múltiplos inputs e outputs é a seguinte (Banker et al., 1984):

- A DMU exhibe rendimentos à escala constantes (CRS) se o aumento (ou diminuição) proporcional nos inputs causar um aumento (ou diminuição) proporcional igual nos outputs.
- A DMU exhibe rendimentos à escala crescentes (IRS) se o aumento (ou diminuição) proporcional nos inputs causar um aumento (ou diminuição) maior do que proporcional nos outputs.
- A DMU exhibe rendimentos à escala decrescentes (DRS) se o aumento (ou diminuição) proporcional nos inputs causar um aumento (ou diminuição) menor do que proporcional nos outputs.

Estes conceitos podem ser ilustrados através da Figura 2.4 que contrasta as fronteiras de eficiência assumindo rendimentos à escala constantes (CRS) e rendimentos à escala variáveis (VRS), considerando quatro DMUs (A, B, C e D).

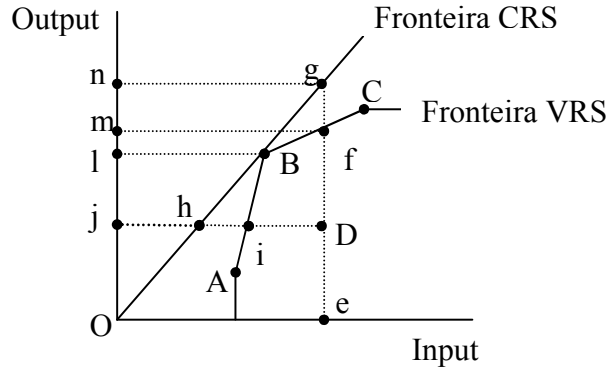


Figura 2.4: Ilustração gráfica das fronteiras VRS e CRS

A fronteira CRS é representada pela recta que passa na origem e na DMU B. A DMU B tem CRS porque é o ponto de produtividade máxima.

A fronteira VRS é constituída pelos segmentos que unem os pontos A, B e C. As DMUs A e C operam numa dimensão menos produtiva do que B, e por isso são ineficientes em termos de escala. A DMU A exhibe rendimentos à escala crescentes (IRS) porque uma alteração do nível do input causa uma alteração maior do que proporcional no output. A DMU C exhibe rendimentos à escala decrescentes (DRS) porque uma alteração do nível do input causa uma alteração menor do que proporcional no output.

A intersecção entre as fronteiras CRS e VRS identifica as DMUs que exibem rendimentos à escala constantes, isto é, aquelas que têm a dimensão que maximiza a produtividade, como é o caso da DMU B. Segundo Banker et al. (1984), a zona da fronteira em que a produtividade é maximizada corresponde à tangente que passa na origem com maior declive e é designada por *Most Productive Scale Size* (MPSS). A definição de MPSS pode ser formalmente definida como:

- A possibilidade de produção  $(x, y) \in \phi_{VRS}$  pertence à região de MPSS, se e só se para todas as possibilidades de produção definidas por  $(\alpha x, \beta y) \in \phi_{VRS}$  se verificar  $\alpha \geq \beta$ .

## 2.5 Modelos lineares de DEA

---

Todos os pontos da fronteira VRS que não operam na região de MPSS, são ineficientes em termos de escala.

### Eficiência técnica pura e eficiência de escala

A medida de eficiência medida em relação à fronteira VRS é designada por eficiência técnica pura (PTE). A medida de eficiência medida em relação à fronteira CRS é designada por eficiência técnica (TE). A eficiência de escala (SE) é a medida do impacto da escala de operação da DMU, e reflecte a capacidade de obter a produtividade máxima. A eficiência de escala (SE) é definida pela razão entre a eficiência técnica (TE) e a eficiência técnica pura (PTE):

$$SE = \frac{TE}{PTE} \quad (2.14)$$

A expressão (2.14) é equivalente a  $TE = PTE \times SE$ , o que evidencia que as fontes de ineficiência de uma DMU, podem ser uma operação ineficiente (PTE) ou, uma dimensão desvantajosa em termos de produtividade (SE), ou ambas (PTE e SE).

O conceito de eficiência de escala pode ser ilustrado recorrendo novamente à Figura 2.4. A medida de eficiência segundo VRS é afectada pela orientação da avaliação (input ou output). A orientação influencia a área de projecção da fronteira e consequentemente altera a medida de eficiência. No exemplo da Figura 2.4, adoptando a orientação pelos inputs, a eficiência técnica da DMU D é igual a  $jh/jD$ , a eficiência técnica pura é igual a  $ji/jD$  e a eficiência de escala é definida pelo rácio  $jh/ji$ . Adoptando a orientação pelos outputs, a eficiência de escala da DMU D é igual a  $ef/eg$  ( $= \frac{TE}{PTE} = \frac{eD}{eg} / \frac{eD}{ef}$ ).

### Modelos VRS

Banker et al. (1984) adaptou o modelo original de DEA para permitir estimar a eficiência segundo VRS. A "formulação dos pesos" dos modelos de DEA admitindo VRS com orientação pelos inputs (2.15) e com orientação pelos outputs (2.16) é a seguinte:

$$\max \left\{ \hat{e}_{j_o} = \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_o} + \omega \mid \right. \quad (2.15)$$

$$\left. \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_o} = 1 \right.$$

$$\left. \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \omega \leq 0 \right.$$

$$\omega \in \mathbb{R}$$

$$v_i \geq \epsilon, \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_r \geq \epsilon, \quad r = 1, \dots, s$$

$$j = 1, \dots, n \}$$

Para obter NIRS altera-se  $\omega \in \mathbb{R}$

para  $\omega \leq 0$

Para obter NDRS altera-se  $\omega \in \mathbb{R}$

para  $\omega \geq 0$

$$\min \left\{ \hat{h}_{j_o} = \sum_{i=1}^m v_i x_{ij_o} + \varpi \mid \right. \quad (2.16)$$

$$\left. \sum_{r=1}^s u_r y_{rj_o} = 1 \right.$$

$$\left. - \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} + \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + \varpi \geq 0 \right.$$

$$\varpi \in \mathbb{R}$$

$$v_i \geq \epsilon, \quad i = 1, \dots, m$$

$$u_r \geq \epsilon, \quad r = 1, \dots, s$$

$$j = 1, \dots, n \}$$

Para obter NIRS altera-se  $\varpi \in \mathbb{R}$

para  $\varpi \geq 0$

Para obter NDRS altera-se  $\varpi \in \mathbb{R}$

para  $\varpi \leq 0$

A eficiência técnica pura (PTE) da DMU  $j_o$  é dada por  $\hat{e}_{j_o}^*$  no modelo (2.15) e por  $1/\hat{h}_{j_o}^*$  no modelo (2.16). O conjunto de DMUs eficientes é o mesmo, independentemente da orientação utilizada, embora a eficiência avaliada com a orientação pelos inputs possa ser diferente da eficiência avaliada com a orientação pelos outputs ( $\hat{e}_{j_o}^* \neq 1/\hat{h}_{j_o}^*$ ).

Devido à teoria da dualidade, os modelos (2.15) e (2.16), podem ser definidos na "formulação da envolvente" obtendo-se os modelos (2.17) e (2.18), respectivamente, ambos com rendimentos à escala variáveis. O modelo (2.17) é orientado pelos inputs e o modelo (2.18) é orientado pelos outputs.

## 2.5 Modelos lineares de DEA

---

$$\min \left\{ \hat{e}_{j_o} = \hat{\theta}_o - \epsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right) \mid \right. \quad (2.17)$$

$$\max \left\{ \hat{h}_{j_o} = \hat{\delta}_o + \epsilon \left( \sum_{i=1}^m s_i + \sum_{r=1}^s s_r \right) \mid \right. \quad (2.18)$$

$$\hat{\theta}_o x_{ij_o} - \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} - s_i = 0, \quad i = 1, \dots, m$$

$$x_{ij_o} = \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} + s_i, \quad i = 1, \dots, m$$

$$y_{rj_o} = \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} - s_r, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\hat{\delta}_o y_{rj_o} - \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} + s_r = 0, \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\lambda_j, s_i, s_r \geq 0, \quad \forall_{j,i,r}$$

$$\lambda_j, s_i, s_r \geq 0, \quad \forall_{j,i,r}$$

Para obter NIRS altera-se  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$

Para obter NIRS altera-se  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$

para  $\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$

para  $\sum_{j=1}^n \lambda_j \leq 1$

Para obter NDRS altera-se  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$

Para obter NDRS altera-se  $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$

para  $\sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1$

para  $\sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 1$

Note-se que a adaptação do modelo de DEA original para obter o modelo com VRS é realizada na formulação dos pesos através de uma variável adicional ( $\omega$  ou  $\varpi$ ) enquanto que na formulação da envolvente corresponde a uma restrição adicional ( $\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$ ).

Na formulação da envolvente segundo VRS, a soma de  $\lambda_i$  é igual a 1 para  $j = 1, \dots, n$ , o que impede que a fronteira seja definida por extrapolação dos segmentos de recta que unem as DMUs, sendo apenas permitidas interpolações.

Os modelos (2.15), (2.16), (2.17) e (2.18) para além de determinarem a eficiência técnica pura permitem identificar os rendimentos à escala das DMUs eficientes. De seguida são apresentados os vários métodos para identificar os rendimentos à escala.

## Métodos para identificação de rendimentos à escala

Os rendimentos à escala são uma característica da fronteira da tecnologia de produção. Assim, só as DMUs eficientes, que definem a fronteira do PPS, podem ser caracterizadas quanto aos rendimentos à escala. Consequentemente, a classificação de uma unidade ineficiente deve ser baseada na sua projecção sobre a fronteira (Seiford and Zhu, 1999, Banker et al., 2004a;b). Note-se que uma unidade ineficiente pode ser projectada para zonas da fronteira com rendimentos à escala diferentes consoante a orientação do modelo.

Vários autores têm apresentado métodos para identificar o tipo de rendimentos à escala exibido em qualquer ponto da fronteira VRS, tais como Banker and Thrall (1992), Färe et al. (1985) e Banker et al. (1996a;b).

Banker and Thrall (1992) definiram critérios para identificação da natureza dos rendimentos à escala utilizando o modelo dos pesos (com rendimentos à escala variáveis) ou o modelo da envolvente (com rendimentos à escala constantes), com o pressuposto que a DMU está na fronteira de eficiência. Ambos os modelos requerem a determinação de todas as soluções óptimas alternativas e foi demonstrado que os resultados obtidos são iguais (ver Banker and Thrall, 1992).

Nos modelos dos pesos, (2.15) e (2.16), os sinais das variáveis  $\omega$  e  $\varpi$  podem ser usados para identificar a natureza dos rendimentos à escala das DMUs com eficiência técnica pura igual a 1. A Tabela 2.1 apresenta os critérios propostos por Banker and Thrall (1992) para identificar a natureza dos rendimentos à escala.

Tabela 2.1: Critérios para identificar os rendimentos à escala no modelo dos pesos

Modelo orientado pelos inputs (2.15)	Tipo de rendimentos à escala
$\omega^* > 0$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala crescentes
$\omega^* = 0$ em pelo menos uma solução óptima	Rendimentos à escala constantes
$\omega^* < 0$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala decrescentes
Modelo orientado pelos outputs (2.16)	Tipo de rendimentos à escala
$\varpi^* < 0$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala crescentes
$\varpi^* = 0$ em pelo menos uma solução óptima	Rendimentos à escala constantes
$\varpi^* > 0$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala decrescentes

Nos modelos da envolvente, (2.17) e (2.18), a natureza dos rendimentos à escala da DMU é identificada através da análise da soma dos valores de  $\lambda_j$  obtidos nos res-

## 2.5 Modelos lineares de DEA

pectivos modelos da envolvente com rendimentos à escala constantes, (2.10) e (2.11). A Tabela 2.2 apresenta os critérios propostos por Banker and Thrall (1992) para identificar a natureza dos rendimentos à escala.

Tabela 2.2: Critérios para identificar os rendimentos à escala no modelo da envolvente

Modelo da envolvente (2.10) e (2.11)	Tipo de rendimentos à escala
$\sum_{j=1}^n \lambda_j^* < 1$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala crescentes
$\sum_{j=1}^n \lambda_j^* = 1$ em pelo menos uma solução óptima	Rendimentos à escala constantes
$\sum_{j=1}^n \lambda_j^* > 1$ em todas as múltiplas soluções óptimas	Rendimentos à escala decrescentes

Os métodos propostos por Banker and Thrall (1992) podem conduzir a erros na caracterização dos rendimentos à escala no caso de não se identificarem todas as soluções óptimas alternativas (Seiford and Zhu, 1999). Nestas circunstâncias, DMUs com CRS podem ser erradamente classificadas como tendo IRS ou DRS. Assim, a principal limitação do método de Banker and Thrall (1992) é não explicar como se podem determinar todas as soluções óptimas alternativas. Para tratar este problema têm sido propostas extensões dos métodos apresentados por Banker and Thrall (1992). Banker et al. (1996b) propõem métodos simplificados para testar a natureza dos rendimentos à escala, que evitam a determinação de todas as soluções óptimas alternativas do modelo dos pesos. Similarmente, Banker et al. (1996a) propõem métodos simplificados para testar a natureza dos rendimentos à escala utilizando o modelo da envolvente. Os métodos propostos por Banker and Thrall (1992) e suas extensões podem ser aplicados aos modelos radiais, aditivos e multiplicativos (Banker et al., 2004a;b).

Färe et al. (1985) propõe um método alternativo para identificar o tipo de rendimentos à escala das DMUs que se baseia na comparação das fronteiras de eficiência CRS, VRS e NIRS (rendimentos à escala não crescentes). Este método requer a resolução de três modelos de DEA, com CRS, VRS e NIRS. Os rendimentos à escala de cada DMU são identificadas através da comparação dos valores óptimos dos três modelos. Este método é descrito detalhadamente recorrendo ao exemplo da Figura 2.5.

Se  $\theta_{CRS}^*$ ,  $\theta_{VRS}^*$  e  $\theta_{NIRS}^*$ , representarem as eficiências obtidas com os modelos CRS, VRS e NIRS, respectivamente, a sua comparação permite identificar o tipo de rendi-

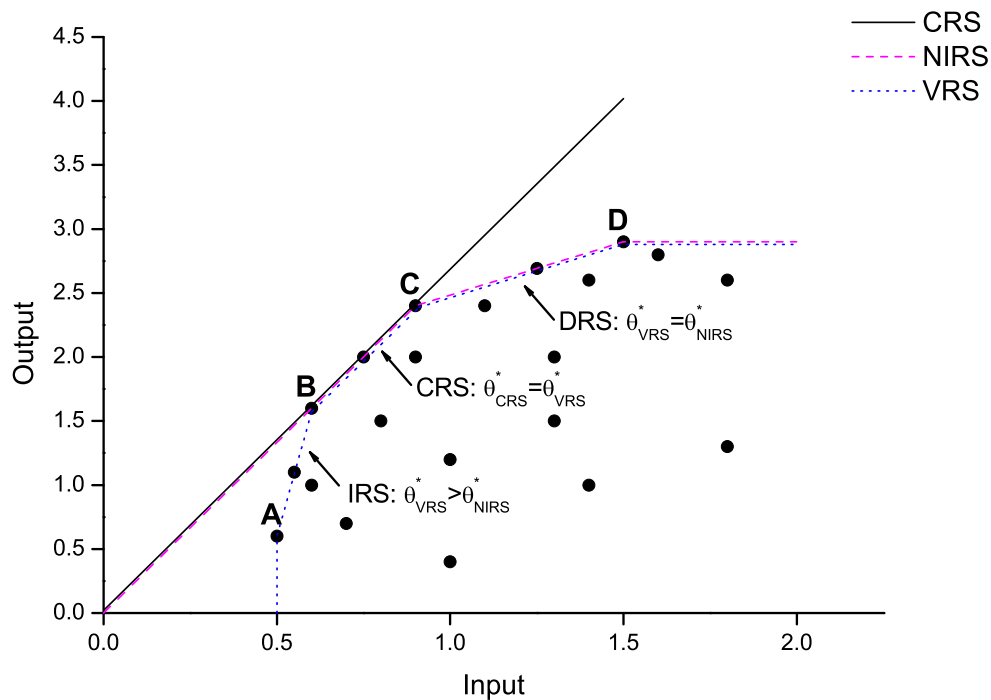


Figura 2.5: Identificação de rendimentos à escala com o modelo de Färe et al. (1985)

mentos à escala relativas às unidades eficientes. Em relação às unidades ineficientes, estas deverão ser previamente projectadas na fronteira de eficiência. Se  $\theta_{CRS}^* = \theta_{VRS}^*$  implica que a DMU exibe CRS, o que corresponde ao segmento da fronteira  $BC$ . Este segmento constitui a intersecção entre as fronteiras CRS e VRS. No caso de  $\theta_{VRS}^* > \theta_{NIRS}^*$  (ou alternativamente  $\theta_{CRS}^* = \theta_{NIRS}^*$ ) implica que a DMU exibe IRS, o que corresponde ao segmento da fronteira  $AB$ , em que as fronteiras CRS e NIRS coincidem, sendo distintas da VRS. No caso de  $\theta_{VRS}^* = \theta_{NIRS}^*$  (ou alternativamente  $\theta_{CRS}^* < \theta_{NIRS}^*$ ) a DMU exibe DRS, o que corresponde ao segmento da fronteira  $CD$ , em que as fronteiras VRS e NIRS coincidem, sendo distintas da fronteira CRS.

A existência de soluções óptimas alternativas não afecta o método de Färe et al. (1985) (Seiford and Zhu, 1999). As desvantagens deste método são a necessidade de resolver três modelos de DEA diferentes e o facto de a sua aplicação estar restringida aos modelos radiais.

Banker et al. (1996a) e Seiford and Zhu (1999) provaram a equivalência dos resul-

tados obtidos com os métodos propostos por Banker and Thrall (1992) e Färe et al. (1985).

Os métodos de identificação de rendimentos à escala podem ser consultados mais detalhadamente em Seiford and Zhu (1999), Banker et al. (2004a) e Banker et al. (2004b).

### **Escolha do tipo de rendimentos à escala a utilizar nos modelos de DEA**

Uma questão crucial na utilização dos modelos de DEA é conhecer o tipo de rendimentos à escala que caracterizam a tecnologia de produção para ser possível seleccionar o modelo mais adequado. No caso das DMUs terem todas dimensões similares devem utilizar-se modelos com o pressuposto da existência de rendimentos à escala constantes (CRS). No entanto, quando existem DMUs com escalas diferentes, o pressuposto da existência de CRS pode não ser o mais adequado. Deste modo, quando se desconhece *a priori* se a tecnologia de produção exhibe CRS ou VRS, é necessário explorar os rendimentos à escala das DMUs e usar o modelo VRS apenas nos casos em que os efeitos de escala possam ser demonstrados (Dyson et al., 2001). Para isso, podem utilizar-se os testes de hipóteses propostos por Banker (1996). Segundo Banker (1996) quando não há qualquer pressuposto relativo à distribuição de ineficiência das DMUs da amostra, deve utilizar-se o teste não-paramétrico de Kolmogorov-Smirnov (Siegel and Castellan, 1988). Este teste permite avaliar se duas amostras independentes, uma relativa à ineficiência calculada segundo CRS e outra calculada segundo VRS, provêm de duas populações idênticas (ou com a mesma distribuição).

A hipótese nula ( $H_o$ ) do teste consiste em assumir que as duas distribuições de ineficiência, obtidas segundo o modelo CRS e VRS, são idênticas. A hipótese alternativa consiste em assumir que as duas distribuições de ineficiência são diferentes. A estatística de teste consiste em calcular a máxima diferença entre a distribuição acumulada de ineficiência segundo o modelo CRS e o modelo VRS. No caso de  $H_o$  não ser rejeitada, indica que as duas fronteiras (CRS e VRS) estão muito próximas, o que implica que a ineficiência de escala seja pouco significativa, podendo concluir-se que a tecnologia de produção é caracterizada por rendimentos à escala constantes. No caso de existir evidência estatística para rejeitar  $H_o$ , pode concluir-se que as distribuições

de ineficiência são diferentes e portanto a ineficiência de escala é significativa. Neste caso, conclui-se que a tecnologia de produção é caracterizada por rendimentos à escala variáveis.

## 2.6 Avaliação do desempenho ao longo do tempo através do índice de *Malmquist*

Os modelos de DEA apresentados anteriormente avaliam a eficiência das DMUs num determinado período temporal. Quando se consideram vários períodos pode-se analisar a evolução do desempenho de cada DMU ao longo do tempo. O método mais utilizado para avaliar o desempenho ao longo do tempo é o índice de produtividade de Malmquist. O índice de *Malmquist* foi introduzido por Caves et al. (1982) e foi utilizado pela primeira vez na literatura de DEA por Berg et al. (1992) e desenvolvido por Färe et al. (1994a). Este nome foi escolhido devido ao facto de Malmquist (1953) ter introduzido o conceito de "função distância" para análises económicas, tendo proposto a construção de índices como rácios de funções distância.

O índice de *Malmquist* tem-se tornado uma abordagem muito popular para medir produtividade. As razões da sua grande popularidade prendem-se com o facto de facilmente poder acomodar tecnologias de produção com múltiplos inputs e outputs e não necessitar da informação relativa aos preços dos recursos utilizados e resultados produzidos. Outra razão relaciona-se com o facto de a decomposição do índice fornecer informações sobre as causas de variação da produtividade.

Caves et al. (1982) introduziram dois índices de *Malmquist* que podem ser orientados pelos inputs ou pelos outputs. Por uma questão de simplicidade de exposição vai ser dada ênfase apenas a uma das orientações, tendo-se escolhido a orientação pelos outputs, pois é a que vai ser utilizada nesta tese. Considere-se a existência de  $n$  DMUs no período  $t$ , que utilizam os inputs  $x^t \in \mathbb{R}_+^m$  para produzir os outputs  $y^t \in \mathbb{R}_+^s$ , e que no período  $t + 1$  utilizam os inputs  $x^{t+1} \in \mathbb{R}_+^m$  para produzir  $y^{t+1} \in \mathbb{R}_+^s$ . Segundo Caves et al. (1982), o objectivo do índice de produtividade de *Malmquist* é comparar o desempenho das DMUs entre o período  $t$  ( $x^t, y^t$ ) e o período  $t + 1$  ( $x^{t+1}, y^{t+1}$ ). As-

## 2.6 Análise do desempenho ao longo do tempo com o índice de *Malmquist*

sim, no período  $t$  a tecnologia de produção ( $\phi^t$ ) é definida por todas as combinações possíveis de inputs e outputs, tal que:

$$\phi^t = \{(x^t, y^t) : x^t \text{ pode produzir } y^t\} \quad (2.19)$$

A função distância orientada pelos outputs para a DMU  $j$  com referência à tecnologia  $\phi^t$  é definida de acordo com a expressão (2.20) (Shephard, 1953).

$$D_o^t(x^t, y^t) = \min \left\{ \theta : \left( x^t, \frac{y^t}{\theta} \right) \in \phi^t \right\}, \theta \leq 1 \quad (2.20)$$

A função distância da DMU  $j$  é o inverso da máxima expansão equiproporcional dos outputs ( $y^t$ ) necessária para que  $(x^t, y^t)$  pertença à tecnologia  $\phi^t$ , que se obtém através do modelo de DEA orientado pelos outputs (Färe et al., 1994c; 1998). Tal significa que  $D_o^t(x^t, y^t)$  corresponde à eficiência de cada DMU no período  $t$ , de forma que  $D_o^t(x^t, y^t) \leq 1$ . O cálculo do índice de *Malmquist* deve ser baseado na tecnologia CRS (Färe and Grosskopf, 1996, Färe et al., 1997c; 1998, Griffel-Tatjé and Lovell, 1995). Segundo Griffel-Tatjé and Lovell (1995), caso o índice de *Malmquist* seja calculado segundo VRS a decomposição obtida ignora a mudança de escala e distorce o índice de *Malmquist*.

Assim, o índice de produtividade de *Malmquist* orientado pelos outputs para a DMU  $j$  no período  $t$  é definido com base no rácio entre a função distância da DMU no período  $t+1$ ,  $(x^{t+1}, y^{t+1})$ , calculada com referência ao período  $t$ , e a função distância da DMU no período  $t$  ( $x^t, y^t$ ) calculada com referência ao período  $t$ , de acordo com a expressão (2.21).

$$M_o^t = \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \quad (2.21)$$

Valores de  $M_o^t$  maiores do que 1 significam melhoria de produtividade. O índice de produtividade da DMU  $j$  tendo como referência o período  $t+1$  é definido analogamente pela expressão (2.22).

$$M_o^{t+1} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \quad (2.22)$$

Em geral os índices de produtividade da DMU  $j$ ,  $M_o^t$  e  $M_o^{t+1}$ , são diferentes no caso das fronteiras do PPS não coincidirem em  $t$  e  $t + 1$ . Como não há razão para se utilizar como referência a fronteira de apenas um dos períodos, ignorando o outro, Färe et al. (1994a) definiram o índice de produtividade total de *Malmquist* orientado pelos outputs para a DMU  $j$  como a média geométrica de  $M_o^t$  e  $M_o^{t+1}$ , de acordo com a expressão (2.23).

$$I_C^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.23)$$

Em termos de interpretação, valores do índice de produtividade total  $M_o^{t+1,t}$  superiores a 1 correspondem a melhoria da produtividade.

As funções distância das DMUs num determinado período calculadas com referência a outro período,  $D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})$  e  $D_o^{t+1}(x^t, y^t)$ , podem ter um valor superior, igual ou inferior a 1. Por exemplo, a função distância com referência ao período  $t + 1$  de uma DMU do período  $t$  é inferior a 1 se o vector input-output desta DMU estiver dentro do PPS relativa ao período  $t + 1$ , é superior a 1 se o vector input-output desta DMU em  $t$  estiver fora do PPS do período  $t + 1$ , e é igual a 1 se coincidir com a fronteira do PPS.

Os índices de *Malmquist*,  $M_o^t$ ,  $M_o^{t+1}$  e  $I_C^{t+1,t}$ , podem ser ilustrados graficamente através do exemplo da Figura 2.6, onde estão representadas duas tecnologias, uma para o período  $t$  ( $\phi^t$ ) e outra para o período  $t + 1$  ( $\phi^{t+1}$ ). Considere-se uma DMU  $j$  que utiliza um input  $x$  para produzir um output  $y$ . Os inputs e outputs utilizados pela DMU  $j$  nos períodos  $t$  e  $t + 1$  correspondem respectivamente a  $(x^t, y^t)$  e  $(x^{t+1}, y^{t+1})$ .

Observe-se que a tecnologia  $\phi^{t+1}$  contém  $\phi^t$ , uma vez que ocorreu progresso técnico. Tal significa que para um dado nível de input utilizado é possível produzir um maior nível de output no período  $t + 1$  do que no período  $t$ . Verifica-se ainda que  $(x^t, y^t)$  está dentro da tecnologia  $\phi^t$  mas  $(x^{t+1}, y^{t+1})$  está fora da tecnologia  $\phi^t$ . Tal significa que  $D_o^t(x^t, y^t) < 1$  e  $D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) > 1$ .

No exemplo, a função distância com referência ao período  $t$  da DMU do período  $t$  corresponde a  $oa/ob$  ( $< 1$ ) enquanto que a função distância com referência ao período  $t$  da DMU do período  $t + 1$  corresponde a  $od/oe$  ( $> 1$ ). Assim, o índice de produtividade

## 2.6 Análise do desempenho ao longo do tempo com o índice de *Malmquist*

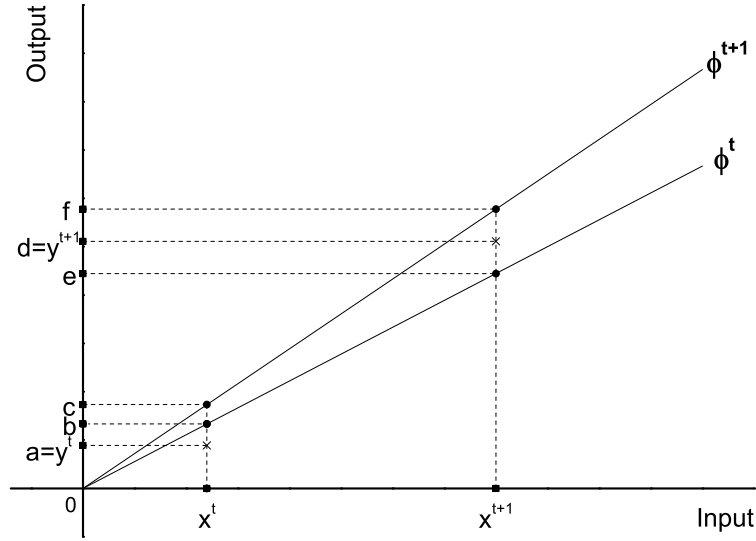


Figura 2.6: Ilustração gráfica dos índices de *Malmquist*

da DMU  $j$  tendo como referência o período  $t$  ( $M_o^t$ ) calculado de acordo com a expressão definida em (2.21) é o seguinte:

$$M_o^t = \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} = \frac{\frac{od}{oe}}{\frac{oa}{ob}} > 1 \quad (2.24)$$

Como o valor de  $M_o^t$  é superior a 1, significa que a produtividade da DMU aumentou entre  $t$  e  $t + 1$ . Analogamente, o índice de produtividade da DMU  $j$  tendo como referência o período  $t + 1$  ( $M_o^{t+1}$ ) calculado de acordo com a expressão definida em (2.22) é o seguinte:

$$M_o^{t+1} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} = \frac{\frac{od}{of}}{\frac{oa}{oc}} > 1 \quad (2.25)$$

Como o valor de  $od/of$  é superior a  $oa/oc$  então  $M_o^{t+1}$  é superior a 1, o que significa que a produtividade aumentou. Finalmente, o índice de produtividade total de *Malmquist* de Färe et al. (1994c) para a DMU  $j$  é calculado pela expressão (2.26).

$$I_C^{t+1,t} = \left( \frac{\frac{od}{oe} \frac{od}{of}}{\frac{oa}{ob} \frac{oa}{oc}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.26)$$

Por uma questão de simplicidade de exposição o índice de produtividade total de

*Malmquist*, definido em (2.23), será designado por índice de *Malmquist* nas restantes secções.

### 2.6.1 Decomposição do índice de *Malmquist*

Färe et al. (1994a) demonstraram que o índice de *Malmquist* pode ser decomposto em duas partes: uma componente que mede a mudança de eficiência técnica e outra que mede a mudança da tecnologia, assumindo o pressuposto de que a tecnologia de produção apresenta rendimentos à escala constantes, de acordo com a expressão (2.27).

$$I_C^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \right) \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.27)$$

A mudança da eficiência técnica é igual ao rácio da eficiência da unidade  $j$  quando avaliada em dois períodos de tempo diferentes, sendo igual à expressão (2.28):

$$IE_C^{t+1,t} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \quad (2.28)$$

Este índice avalia em que medida o desempenho da DMU se aproxima dos melhores valores observados em cada período, isto é, se a sua eficiência aumenta entre  $t$  e  $t + 1$ . Por esta razão, essa componente é designada por factor de "catch up". Valores de  $IE_C^{t+1,t}$  superior a 1 significam que a eficiência relativa da DMU  $j$  em  $t + 1$  é melhor do que em  $t$ , no sentido de que a produção da DMU em análise em  $t + 1$  está mais próxima da fronteira do que em  $t$ . No exemplo da Figura 2.6, a mudança da eficiência técnica é igual a  $(od/of)/(oa/ob)$ .

A mudança de tecnologia mede radialmente a distância entre as fronteiras relativas aos períodos  $t$  e  $t + 1$ , sendo igual à expressão (2.29):

$$IF_C^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.29)$$

Caso o índice  $IF_C^{t+1,t}$  seja maior do que 1 significa que a produtividade da fronteira em  $t + 1$  é superior à produtividade da fronteira  $t$ , isto é, ocorreu progresso técnico (ou tecnológico). O rácio da esquerda da expressão (2.29) mede o desvio radial da fronteira de produção através dos dados do período  $t$ . O rácio da direita mede o desvio radial

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

da fronteira de produção através dos dados do período  $t + 1$ . No caso do exemplo da Figura 2.6, o rácio da esquerda corresponde à razão entre  $(oa/ob)$  e  $(oa/oc)$  e é igual a  $(oc/ob)$ . O rácio da direita corresponde à razão entre  $(od/oe)$  e  $(od/of)$  e é igual a  $(of/oe)$ . Assim, a mudança de tecnologia é igual a  $((oc/ob)(of/oe))^{(1/2)}$ .

Em síntese, a melhoria da produtividade pode ocorrer devido a dois efeitos: a melhoria da eficiência técnica e/ou a melhoria da tecnologia. Assim, melhorias da componente da mudança de eficiência técnica são consideradas como evidência de "catch up" enquanto que melhorias da tecnologia são consideradas como evidência de inovação.

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

Esta secção sintetiza as várias fases de um processo de avaliação de desempenho utilizando a técnica de DEA (Camanho, 1999), que se representam na Figura 2.7. Esta secção descreve as várias fases dando ênfase ao estado de arte da técnica de DEA. Observe-se que a Figura 2.7 é uma representação simplificada da aplicação da técnica de DEA, onde foram omitidos alguns processos de decisão e de refinamento de modelos que resultam da interacção e do *feedback* entre as várias fases.

### Identificação da necessidade de avaliação de desempenho e definição dos objectivos da análise

A técnica de DEA começou por ser utilizada em organizações sem fins lucrativos (escolas, hospitais) em virtude de permitir considerar directamente vários inputs e outputs expressos em diferentes unidades sem recurso à sua homogeneização através dos preços. No entanto, no contexto actual das empresas, caracterizado por uma concorrência elevada, as empresas do sector privado sentem a necessidade de utilizar técnicas sofisticadas capazes de avaliar com rigor os níveis de eficiência. Assim, a aplicação da técnica de DEA evoluiu rapidamente para inúmeras áreas, tais como bancos, restaurantes, companhias aéreas e desenvolvimento sócio-económico de regiões. No entanto, a revisão bibliográfica efectuada no contexto desta tese revelou, por um lado, que a aplicação da técnica de DEA à avaliação da eficiência de unidades de uma mesma

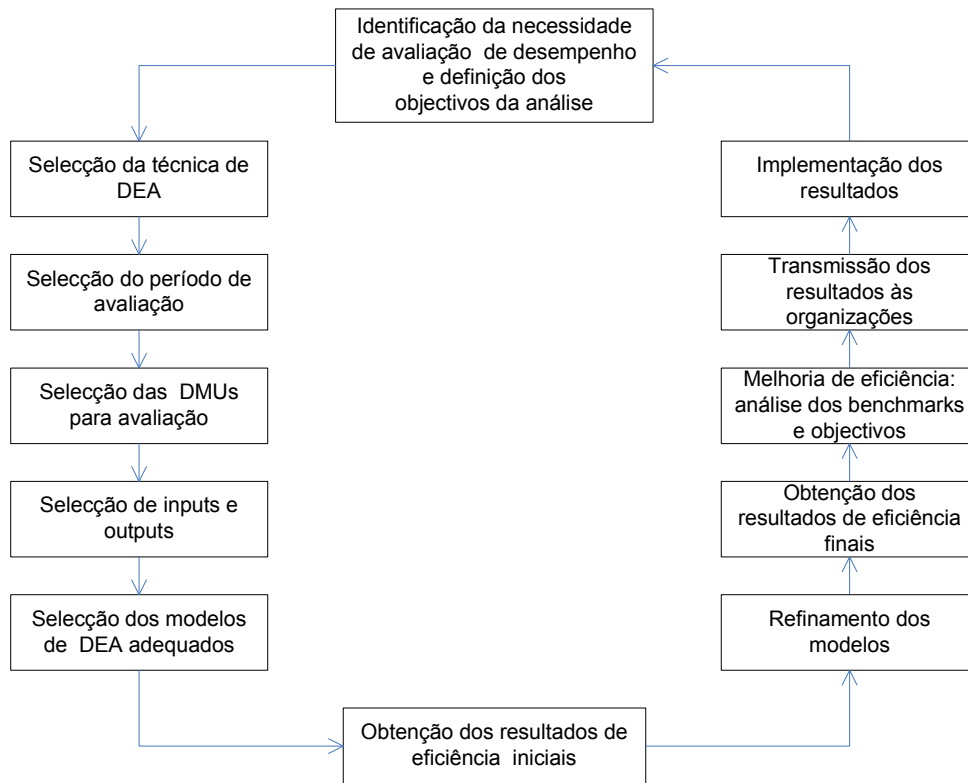


Figura 2.7: Aplicação da técnica de DEA

organização é reduzida e, por outro lado, que os estudos de lojas de retalho são ainda escassos, o que reforça a necessidade de desenvolvimento desta área de investigação.

O objectivo principal da avaliação de desempenho no contexto de DEA é a definição de uma medida sumária da eficiência na transformação de inputs em outputs. Esta avaliação permite detectar áreas de excesso de utilização de recursos ou de produção deficiente de resultados. A medida de eficiência resultante da aplicação de DEA visa complementar, ou até substituir a utilização de múltiplos indicadores de avaliação de desempenho, que por vezes são difíceis de articular numa única perspectiva integrada e sem contradições.

### Seleccção da técnica de DEA

Na literatura existe uma diversidade de métodos de avaliação de eficiência com base numa definição de fronteiras. Os métodos podem ser classificados em paramétricos e não-paramétricos. Os métodos paramétricos definem matematicamente a forma da fronteira de produção. Para isso, é necessário escolher *a priori* a forma funcio-

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

nal da fronteira e estimar os parâmetros que melhor se ajustam aos dados empíricos. Os métodos não-paramétricos baseiam-se num conjunto de propriedades que os pontos que pertencem ao conjunto de possibilidades de produção têm de obedecer, não sendo necessário especificar a forma da função de produção. Estes métodos têm como vantagens o facto de assumirem poucos pressupostos e serem mais flexíveis.

Os métodos paramétricos e não-paramétricos podem ser classificados em determinísticos ou estocásticos como se representa na Figura 2.8.

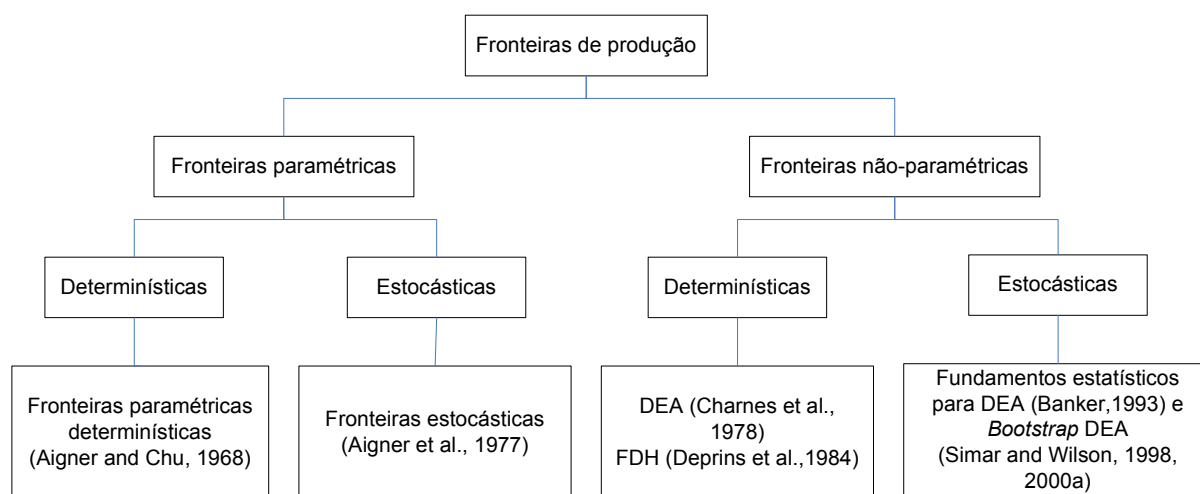


Figura 2.8: Classificação dos métodos paramétricos e não-paramétricos

Segundo a abordagem determinística assume-se que os dados não contêm erros. Tal significa que qualquer desvio observado em relação à fronteira é exclusivamente atribuído à ineficiência, o que torna o método mais sensível a *outliers*. Segundo a abordagem estocástica, assume-se que os dados podem incluir erros resultantes de factores aleatórios tais como erros de medição. Assim, qualquer desvio observado em relação à fronteira pode ser devido a ineficiência ou a factores aleatórios. O problema associado a esta abordagem é a dificuldade em distinguir os erros aleatórios da ineficiência.

A abordagem paramétrica determinística foi introduzida por Aigner and Chu (1968) que desenvolveu um modelo baseado na estimação matemática da função de produção *Cobb-Douglas*.

A abordagem das fronteiras estocásticas proposta por Aigner et al. (1977) especifica a forma da função de produção, separando a componente da diferença entre os

dados observados e a função de produção em duas componentes: ineficiência e erro aleatório.

A abordagem das fronteiras não-paramétricas determinísticas inclui o DEA e o *Free Disposal Hull* (FDH) proposto por Deprins et al. (1984). A diferença entre estas duas abordagens reside no facto de a técnica FDH não assumir a convexidade entre as observações da fronteira. Consequentemente, as avaliações de eficiência projectam as DMUs para unidades eficientes observadas e não para pontos que resultam da combinação convexa entre essas unidades. Assim, a fronteira FDH assume a forma de uma função em "degrau", cujos degraus são formados pela intersecção entre segmentos de recta paralelos aos eixos definidos nas observações da fronteira. Nestas abordagens (DEA e FDH) a medida de eficiência é obtida através da aplicação de técnicas de programação matemática. O facto de estes métodos serem determinísticos requer um conjunto de precauções na recolha de dados e na selecção dos inputs e outputs dos modelos de forma a obter dados fiáveis e modelos que captem adequadamente o objectivo da produção das unidades.

Para ultrapassar a limitação das fronteiras não-paramétricas determinísticas, que assumem que os dados não têm erros, Banker (1993; 1996) propôs as bases estatísticas para DEA. Paralelamente Simar and Wilson (1998; 2000a) desenvolveram o *bootstrap* para DEA.

Banker (1993; 1996) definiu as bases teóricas para identificar as condições em que os estimadores de DEA são estatisticamente consistentes e maximizam a probabilidade de replicar os valores de eficiência reais. De acordo com as propriedades do conjunto de possibilidades de produção subjacentes à técnica de DEA (descritas na secção 2.4), Banker (1993) provou que a distribuição empírica dos estimadores de ineficiência apenas converge para a verdadeira distribuição de ineficiência no caso das amostras de grandes dimensões. O estimador de ineficiência é definido pelo desvio entre cada posição observada e a posição eficiente definida pela fronteira da tecnologia de produção. Considere-se o estimador da ineficiência de cada DMU  $j$  obtido pelo factor de expansão dos outputs, no modelo de DEA orientado pelos outputs (CRS ou VRS), tal que  $\hat{\delta}_j = \max\{\delta | (X_j, \delta Y_j) \in \phi\}$ . Os estimadores de ineficiência são consistentes se existe uma probabilidade estritamente positiva de se observar DMUs quase

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

eficientes. Isto significa que a distribuição de probabilidade de ineficiência é maior do que zero qualquer que seja o valor da ineficiência. No caso em que a ineficiência é uma variável estocástica com uma função de densidade de probabilidade monotonamente decrescente Banker (1993) verificou que os estimadores de ineficiência obtidos também maximizam a probabilidade de obter os dados observados. Conclui-se que o estimador de ineficiência ( $\hat{\delta}_j$ ) tem as propriedades desejadas uma vez que que é estatisticamente consistente e a sua distribuição de probabilidade empírica representa a verdadeira distribuição da ineficiência. Com base nas propriedades dos estimadores, Banker (1993; 1996) definiu testes de hipóteses para avaliar as diferenças entre as distribuições de ineficiência de dois ou mais grupos de observações utilizando as distribuições empíricas dos estimadores. Quando não há qualquer pressuposto relativo à distribuição de ineficiência das DMUs dos dois grupos, deve utilizar-se o teste não-paramétrico de Kolmogorov-Smirnov (ver Siegel and Castellan, 1988). No caso em que a distribuição de ineficiência dos dois grupos segue uma distribuição exponencial negativa ou normal truncada é possível também definir testes adequados para testar a diferença entre as distribuições de ineficiência dos grupos.

De acordo com Simar and Wilson (1998; 1999; 2000a;b), os resultados obtidos nos modelos de DEA correspondem a estimativas pontuais de ineficiência, sendo necessário analisar a sensibilidade desses valores à variação da amostra. Para isso, Simar and Wilson (1998; 2000a) propõem o método de *bootstrap* aplicado à técnica de DEA para proceder à inferência estatística e aplicar testes de hipóteses. O *bootstrap* foi inicialmente proposto por Efron and Tibshirani (1993) para simular repetidamente o processo de geração de dados (DGP) e aproximar distribuições amostrais. O processo de geração de dados é caracterizado pela função a partir da qual os dados são gerados e pelo método de amostragem a partir do qual os dados são obtidos a partir dessa função. Assim, o *bootstrap* aplicado à técnica de DEA consiste em gerar sucessivas amostras através do processo de geração de dados e aplicar a medida de eficiência de DEA a cada amostra simulada. Desta forma obtêm-se estimativas da eficiência de cada DMU que imitam a distribuição amostral do estimador original. Conhecida a distribuição é possível definir o intervalo de confiança da eficiência associada a cada DMU. No entanto, como o *bootstrap* original é inconsistente no caso dos métodos

que estimam a fronteira de produção, Simar and Wilson (1998; 2000a) propuseram o *smooth bootstrap* adaptado às características da técnica de DEA.

Desenvolvimentos recentes oferecem uma alternativa aos métodos propostos, permitindo combinar as vantagens das abordagens paramétricas e não-paramétricas. Estes métodos são designados como semi-paramétricos e incluem duas fases (ver Florens and Simar, 2005). Na primeira fase utiliza-se um modelo não-paramétrico para localizar a fronteira de produção e numa segunda fase ajusta-se um modelo paramétrico à fronteira não paramétrica obtida na primeira fase.

Em síntese, todos os métodos têm vantagens e desvantagens e a escolha do método mais adequado depende do tipo de dados disponíveis, da natureza do problema e do conhecimento prévio do analista sobre o problema em análise.

### Seleção do período de avaliação

Como se referiu anteriormente, quando se consideram vários períodos pode-se analisar a evolução do desempenho de cada DMU ao longo do tempo. Os métodos baseados na utilização da técnica de DEA que permitem avaliar o desempenho ao longo do tempo incluem o índice de produtividade de Malmquist (Färe et al., 1994a), que foi descrito na secção 2.6, e a "análise de janelas" (*windows analysis* (Charnes et al., 1985)).

O método de "análise de janelas" define uma janela como um conjunto de períodos, tendo cada período um conjunto de observações relativas às DMUs em análise. Após a definição da janela, avalia-se a eficiência das DMUs da primeira janela temporal. O processo prossegue com a definição de uma nova janela, em que se eliminam as observações relativas ao primeiro período e se adicionam as observações do período seguinte. O processo continua até que não sejam criadas mais janelas. A comparação dos valores de eficiência da mesma DMU em vários períodos permite analisar a evolução da eficiência ao longo do tempo. No entanto, como as DMUs que compõem cada janela são diferentes, a fronteira de eficiência pode-se alterar. Tal significa, que o acréscimo de eficiência de uma DMU pode significar apenas que a fronteira se aproximou da DMU (isto é, alteração dos *benchmarks*) e não ser o resultado de um esforço de melhoria de eficiência por parte da DMU. Assim, a falta de um ponto de referência

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

comum a todas as janelas pode comprometer a análise da evolução de desempenho das DMUs com este método. Por outro lado, existe ainda o problema da escolha do número de períodos de cada janela, o que pode influenciar os resultados obtidos.

Actualmente, o índice de produtividade de Malmquist (Färe et al., 1994a) é considerado melhor, tendo sido escolhido para avaliar a evolução do desempenho das lojas de retalho analisadas nesta tese (Capítulo 8). Com este método é possível determinar se a alteração no desempenho de cada DMU se deve à alteração da sua eficiência e/ou à alteração da fronteira da tecnologia.

### Seleccção das DMUs para avaliação

Os modelos originalmente apresentados por Charnes et al. (1978) e por Banker et al. (1984) assumem que as DMUs avaliadas são homogéneas, o que significa que realizam as mesmas operações consumindo os mesmos inputs para produzir os mesmos outputs, têm objectivos similares e estão inseridas em envoltentes semelhantes. No entanto, estas condições não se verificam na maioria das situações reais. O pressuposto de homogeneidade entre as DMUs não se verifica, por exemplo, no caso das DMUs estarem sujeitas à aplicação de políticas ou programas diferentes.

Uma forma de melhorar a homogeneidade das DMUs seria definir inicialmente grupos de DMUs homogéneas e posteriormente avaliar a eficiência de cada grupo. Têm sido propostos vários métodos que permitem comparar o desempenho entre grupos, tais como o método de *Program Efficiency* (Charnes et al., 1981), a comparação das distribuições de eficiência dos grupos usando testes de hipóteses (Elyasiani and Mehdian, 1992; 1995) e o método baseado no índice de Malmquist (Camanho and Dyson, 2006). A discussão destes métodos será realizada no Capítulo 6. Estes métodos podem conduzir na prática a que o número total de DMUs pertencentes a cada grupo seja muito reduzido, o que limita a sua utilização.

### Seleccção de inputs e outputs

Os resultados de eficiência dos modelos de DEA são fortemente dependentes da seleccção de inputs e de outputs incluídos na avaliação e da forma como são medidos.

O conjunto de inputs e de outputs utilizados para definir a tecnologia de produção deve ter as seguintes características (ver Dyson et al., 2001):

- Representar o conjunto de recursos utilizados e de resultados obtidos, tendo em conta a relevância para os objectivos da avaliação de desempenho. No entanto, quando o modelo inclui um grande número de inputs e outputs e há um pequeno número de unidades organizacionais a avaliar, a técnica de DEA perde algum do seu poder discriminatório. Nestas circunstâncias, a maioria das unidades são avaliadas como eficientes devido à liberdade existente na escolha de pesos. Na literatura têm surgido algumas regras que visam obter um nível de discriminação razoável. Por exemplo, Dyson et al. (2001) sugere que o número de DMUs deve ser no mínimo o dobro do produto entre inputs e outputs. No sentido de aumentar a discriminação dos modelos, poderá também ser necessário eliminar variáveis que, representando o mesmo factor, estão fortemente correlacionadas (ver Dyson et al., 2001). Para avaliar a significância da introdução de factores adicionais (inputs e outputs) no modelo poderá ser vantajoso utilizar testes estatísticos (ver Banker, 1996, Pastor et al., 2002).
- Reflectir os objectivos de gestão dos vários níveis hierárquicos da empresa e as medidas de desempenho utilizadas.
- Ser constituído por inputs e outputs comuns a todas as DMUs.
- Caracterizar as diferentes condições da envolvente a que podem estar sujeitas as DMUs.

Após a selecção dos factores a incluir no modelo é necessário analisar como devem ser medidos. Os inputs e outputs devem ser medidos de forma compatível com o objectivo de minimização dos inputs e de maximização dos outputs. Quando isto não é possível, como por exemplo no caso dos outputs indesejáveis de processos industriais tais como os níveis de poluição (que são outputs a minimizar), deve ser dado um tratamento especial a estas variáveis (Dyson et al., 2001). Existem duas abordagens para tratar os outputs indesejáveis: (i) alterar a escala ou (ii) alterar a definição do modelo de DEA. Em relação à primeira abordagem pode-se inverter o valor do

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

output indesejável ou fazer uma transformação linear da variável através da subtração do seu valor a um valor suficientemente grande. Em ambos os casos a escala dos dados é alterada o que dificulta a interpretação dos resultados obtidos. Em relação às alterações à definição do modelo, é possível considerar os outputs indesejáveis como inputs (o que evita a sua maximização), ou alternativamente, usar uma formulação do modelo de DEA que admita *weak disposability* para o output indesejável. Os modelos com *weak disposability* são descritos na página seguinte, no ponto "Seleção dos modelos de DEA adequados".

Os inputs e outputs podem ser de natureza qualitativa (ver Dyson et al., 2001). Este tipo de variáveis podem ser incluídas nos modelos de duas formas. Em algumas situações estes factores podem ser traduzidos em medidas quantitativas. No entanto, noutras situações os factores qualitativos podem ser melhor representados através da sua posição ordinal do que através de um valor quantitativo. Na literatura de DEA existem várias abordagens para manipular dados de natureza ordinal/qualitativa (ver Banker and Morey, 1986b, Cook et al., 1993; 1996, Cooper et al., 1999b).

Note-se que apesar dos inputs e outputs poderem ser definidos em diferentes unidades de medida, não se devem misturar medidas de índices (isto é, rácios ou percentagens) com medidas de volume no mesmo modelo (ver Dyson et al., 2001).

No caso de existirem factores (inputs ou outputs) que não podem ser controlados pelos gestores, o seu efeito tem sido avaliado adoptando vários modelos de DEA (Banker and Morey, 1986a, Ray, 1988; 1991, Ruggiero, 1996; 1998; 2004, Fried et al., 1999, Muñiz, 2002) cuja discussão é apresentada no Capítulo 7.

### Seleção dos modelos de DEA adequados

Desde o desenvolvimento dos modelos de DEA originais, a literatura expandiu-se rapidamente no sentido de responder às necessidades específicas de avaliação do desempenho. Actualmente existe um elevado número de modelos alternativos que podem ser classificados de acordo com:

- Orientação. Os modelos de DEA podem ser radiais, aditivos ou podem ser baseados na função distância direccional. Os modelos radiais podem ser orientados

pelos inputs ou pelos outputs como foi referido anteriormente. Os modelos aditivos (ver Charnes et al., 1985, Thrall, 1996, Cooper et al., 1999a) maximizam os outputs e minimizam os inputs simultaneamente. Os modelos baseados na função distância direccionada projectam cada DMU na fronteira segundo a direcção definida por um vector pré-especificado (ver Chambers et al., 1998, Färe and Grosskopf, 2000b).

- Rendimentos à escala. Os modelos de DEA podem incluir diferentes características de rendimentos à escala, tais como CRS, VRS, NIRS ou NDRS (rendimentos à escala não decrescentes). No caso em que se desconhece *a priori* se a tecnologia de produção exhibe CRS ou VRS, é necessário testar os efeitos de escala nos dados e usar o modelo VRS apenas nos casos em que os efeitos de escala possam ser demonstrados.
- Pressuposto de convexidade associada à forma da fronteira. No caso de se excluir o pressuposto da convexidade do modelo de DEA original obtém-se o modelo *Free Disposal Hull* (FDH) proposto por Deprins et al. (1984).
- O modelo de DEA pode assumir *strong* ou *free disposability* (disponibilidade forte) ou *weak disposability* (disponibilidade fraca) relativamente a inputs e/ou outputs (ver Färe et al., 1994b). *Strong disposability* de um input modela situações em que o aumento desse input não causa a redução de nenhum output nem o aumento de outro input. *Strong disposability* de um output modela situações em que a redução desse output não causa a redução de outro output nem o aumento de nenhum input. Esta propriedade é assumida pelos modelos de DEA standard com CRS (Charnes et al., 1978) e VRS (Banker et al., 1984). *Weak disposability* de um input modela situações em que o aumento desse input causa a redução de um output ou o aumento de outro input. *Weak disposability* de um output modela situações em que a redução desse output requer a redução de um outro output ou o aumento de um input. Por exemplo, esta propriedade permitiria modelar o caso do output indesejável da poluição, uma vez que a sua redução implica a diminuição do output desejável ou o aumento do custo da adopção de uma tecnologia mais ecológica. A propriedade de *weak disposability*

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

pode ser incluída nos modelos de DEA através da utilização de restrições (relativas aos inputs ou aos outputs) sem slacks (igualdades) referentes às formulações da envolvente dos modelos de DEA com CRS ou VRS.

### **Obtenção dos resultados de eficiência iniciais**

Nesta fase obtêm-se os resultados de eficiência iniciais para o conjunto das DMUs. Como a técnica de DEA requer a resolução de um programa linear para cada DMU, é necessário resolver uma sequência de problemas lineares que diferem nos inputs utilizados e outputs produzidos de cada DMU em análise. A utilização da técnica de DEA requer a utilização de software específico, como por exemplo, EMS (<http://www.wiso.uni-dortmund.de/lsg/or/scheel/ems/>), Frontier Analyst, IDEAS, Warwick DEA (<http://www.deasoftware.co.uk/>) ou a utilização de software de programação linear standard, como por exemplo AIMMS, GAMS, EXCEL, MATLAB, QSB ou LINDO. A análise empírica levada a cabo nesta tese foi obtida com EMS, Warwick DEA e AIMMS.

### **Refinamento dos modelos**

Os resultados de eficiência iniciais devem ser interpretados e discutidos com os elementos da organização em análise ou com os responsáveis pelo estudo, com o objectivo de refinar e ajustar os métodos e modelos utilizados. Esta fase pode conduzir a alterações na selecção do período de avaliação, das DMUs a avaliar, dos inputs e outputs utilizados no modelo ou dos modelos de DEA utilizados. No âmbito desta tese, os resultados da investigação foram já apresentados à empresa, tendo recebido uma apreciação positiva por parte das pessoas ligadas ao projecto.

### **Obtenção dos resultados de eficiência final**

Após o refinamento dos modelos obtêm-se os resultados de eficiência finais. Estes resultados devem ser novamente interpretados e discutidos com os elementos da organização em análise ou com os responsáveis pelo estudo, com o objectivo de validar os métodos e modelos utilizados. Após a validação dos resultados de eficiência final é necessário analisar as suas implicações para a melhoria de eficiência das DMUs.

### Melhoria de eficiência: análise dos *benchmarks* e objectivos

A identificação das DMUs eficientes permite identificar estratégias vencedoras. Para cada unidade ineficiente é possível identificar as unidades eficientes de referência (*benchmarks*) e definir os objectivos de melhoria que a tornariam eficiente. A análise dos *benchmarks* permite identificar boas práticas de operação que podem ser adoptadas pelas DMUs ineficientes.

No caso dos modelos radiais, a definição de objectivos de melhoria para as unidades ineficientes é realizada através da sua projecção na fronteira de eficiência, numa direcção que maximize a contracção proporcional dos inputs, mantendo o nível actual dos outputs, ou alternativamente, numa direcção que maximize a expansão dos outputs, mantendo o nível de inputs actual. Após a projecção radial das unidades na fronteira de eficiência, pode ser ainda necessário eliminar as ineficiências não-radiais representadas pelas slacks. Desta forma, as unidades são projectadas para a zona eficiente da fronteira da tecnologia de produção.

### Transmissão dos resultados às organizações

A avaliação de desempenho com a técnica de DEA deve permitir a obtenção de resultados válidos para as organizações. A capacidade de explicar os resultados obtidos é crucial para validar as conclusões da investigação e transferir conhecimentos úteis que possam auxiliar a tomada de decisões nas empresas. Apesar de poucos artigos de DEA referirem esforços neste sentido, pode citar-se o exemplo de Thomas et al. (1998), que relata a estratégia de envolver permanentemente os gestores de topo na definição dos modelos de DEA e na interpretação dos resultados.

No âmbito desta tese, desenvolveram-se também acções com o objectivo de facilitar a transmissão dos resultados à empresa utilizada como caso de estudo, nomeadamente:

- Numa primeira fase foram explicados aos elementos da empresa envolvidos no projecto os conceitos base da técnica de DEA e a utilidade potencial dos seus resultados para a organização. Nesta fase compararam-se os resultados obtidos com a técnica de DEA e com algumas técnicas de avaliação de desempenho utilizadas pela empresa, nomeadamente a análise de rácios. Estas acções foram

## 2.7 Aplicação da técnica de DEA

---

desenvolvidas no sentido dos gestores confiarem nos resultados produzidos pela técnica.

- Numa segunda fase, analisou-se cuidadosamente o funcionamento das lojas de retalho, o que incluiu visitas a algumas das lojas representativas da rede, e fez-se um levantamento dos objectivos da empresa. Esta fase permitiu identificar as variáveis que influenciam de forma mais significativa o desempenho das lojas e seleccionar a informação necessária para definir os modelos de DEA. A informação foi recolhida através de reuniões com elementos da empresa. Nesta fase foi importante o envolvimento dos elementos da organização, nomeadamente os gestores responsáveis pelo controlo do desempenho e pela gestão das lojas.
- Nas fases posteriores foi necessário envolver os gestores em todo o processo da aplicação da técnica de DEA, nomeadamente na selecção das DMUs para avaliação, definição de inputs e outputs, escolha do período de avaliação, escolha da orientação do modelo e caracterização da envolvente das lojas.
- Na fase de obtenção de resultados foi feito um esforço no sentido de os transmitir à organização com vista à sua implementação.

### Implementação dos resultados

Existem poucos estudos que descrevam em detalhe os resultados da implementação de alterações propostas pela análise de DEA. Por exemplo, segundo o artigo de Sherman and Ladino (1995), um banco que usou a técnica de DEA conseguiu melhorar a produtividade e o lucro dos seus 33 balcões, mantendo a qualidade de serviço ao cliente. Tal foi realizado pela implementação das boas práticas observadas nos *benchmarks*. Especificamente, os resultados da técnica de DEA permitiram que o banco poupasse cerca de seis milhões de dólares através da eliminação de ineficiências que não foram identificadas pela análise tradicional de rácios financeiros e operacionais. No caso desta tese em particular, ainda não foi possível implementar na empresa os resultados obtidos pela metodologia desenvolvida.

## 2.8 Conclusão

Este capítulo descreve a técnica de DEA, nomeadamente a teoria de produção subjacente aos modelos de DEA, os modelos básicos e as medidas de eficiência associadas (eficiência técnica, eficiência técnica pura, eficiência de escala). Desde a origem da técnica de DEA em 1978 (Charnes et al., 1978), surgiram na literatura mais de 2000 artigos (Cooper et al., 2004). Segundo os resultados divulgados no 30.º aniversário do *European Journal of Operations Research*, dos 30 artigos considerados mais importantes na área da investigação operacional nos últimos 30 anos, três são relativos à técnica de DEA: Charnes et al. (1978), Banker and Thrall (1992) e Berger and Humphrey (1997). O critério de selecção utilizado baseou-se no número de citações de cada artigo recolhidas nas bases de dados *Elsevier* e *ISI*. O rápido crescimento e a aceitação da técnica de DEA por investigadores provenientes das mais variadas áreas é testemunha das suas vantagens e aplicabilidade.

O próximo capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre a avaliação de desempenho no sector do retalho com ênfase nos estudos que utilizam a técnica de DEA.

## Capítulo 3

# Revisão bibliográfica sobre a avaliação de desempenho no sector do retalho

### 3.1 Introdução

Este capítulo caracteriza o sector do retalho alimentar Europeu e Português. A avaliação da eficiência das organizações de retalho é aqui apresentada como uma solução para responder a alguns dos desafios actuais do sector. Descrevem-se sucintamente os estudos existentes para avaliar desempenho no retalho, com ênfase nos que utilizam a técnica de DEA.

### 3.2 Caracterização do sector do retalho Europeu

Nas últimas décadas, as mudanças económicas e sociais ocorridas na Europa transformaram radicalmente o sector do retalho (Cliquet, 2000, Flavián et al., 2002). Em particular, o estilo de oferta das empresas e as relações entre os consumidores, retalhistas e fornecedores alteraram-se profundamente. Ao nível dos consumidores, as mudanças incluem a alteração da distribuição etária da população, o crescimento substancial dos níveis de rendimento *per capita* e do consumo, o aumento da penetração da mulher no mercado de trabalho, a crescente utilização de electrodomésticos como forma de automatizar tarefas e a alteração da proporção do orçamento familiar gasto nos diferentes tipos de produtos (alimentação, tempos livres, comunicações). Adicio-

nalmente, o desenvolvimento de novos meios de comunicação (TV, Internet, etc) e o aumento do nível de educação e conhecimento tornaram os consumidores mais sensíveis para as questões da saúde e da ecologia, e mais exigentes quanto à informação disponível nas embalagens dos produtos.

Estas mudanças forçaram os retalhistas a adaptar a sua oferta às expectativas do consumidor relacionadas com o tipo de loja, o horário de abertura, a qualidade do serviço e a prestação de informações na loja. Isto levou ao aparecimento dos hipermercados e à utilização de inovações tecnológicas nas lojas (*Electronic Point Of Sale*, código de barras, *Electronic Data Interchange*). A introdução de inovações tecnológicas para além de permitir que os consumidores passem nas caixas de pagamento mais rapidamente, permite também obter grandes volumes de informação. Isto possibilita o conhecimento detalhado do comportamento do consumidor, a melhoria do serviço prestado a clientes, a redução dos custos operacionais associados ao controlo dos stocks, e a internacionalização do negócio.

Em relação à estrutura do sector de retalho nos países europeus, verifica-se que os países do norte da Europa têm uma grande concentração da actividade de retalho num pequeno número de grandes operadores. Daqui resulta a existência de um número pequeno de lojas por habitante. Estes países têm estruturas de retalho mais desenvolvidas, nas quais as novas tecnologias desempenham um papel fundamental. Em oposição, os países do Mediterrâneo têm uma actividade de retalho mais fragmentada em relação ao número de operadores e de lojas (Flavián et al., 2002).

Os grandes operadores do retalho europeu por ordem decrescente de vendas são: Carrefour (Francês), Metro (Alemão), Tesco (Britânico), Rewe (Alemão), Auchan (Francês), ITM (Francês), Schwarz (Alemão), Aldi (Alemão), Edeka (Alemão) e Casino (Francês) (HiperSuper, 2006a). No conjunto dos países europeus, o sector movimenta cerca de 1173 mil milhões de euros por ano, cabendo aos dez primeiros operadores cerca de 37% deste valor.

Actualmente observa-se no sector do retalho europeu uma progressiva concentração em grandes operadores de retalho e uma reestruturação ou encerramento das pequenas lojas de retalho tradicional. Os grandes operadores de retalho têm também expandido a sua actividade para os mercados emergentes (Europa Central e de Leste)

### 3.3 Caracterização do sector do retalho Português

---

e desenvolvidos (HiperSuper, 2006a). Nos mercados emergentes, os grandes retalhistas têm conquistado quota de mercado aos operadores locais através da implantação dos formatos modernos de retalho (hipermercados e supermercados) enquanto nos mercados mais desenvolvidos a expansão da actividade é conseguida através da abertura de lojas com dimensões relativamente pequenas, com formato de lojas de desconto, como por exemplo lojas Lidl (pertencentes ao grupo Schwarz), Aldi, Plus (pertencentes ao grupo Tengelmann), Penny (pertencentes ao grupo Rewe) e ED (pertencentes ao grupo Carrefour). Estas lojas baseiam a sua oferta essencialmente em produtos com marca própria vendidos a preços baixos.

### 3.3 Caracterização do sector do retalho Português

Até à década de 80, o sector de retalho alimentar Português era caracterizado pela existência de múltiplas mercearias de pequena dimensão, relativamente poucos supermercados e nenhum hipermercado. O mercado era caracterizado por pouca concorrência, sendo constituído maioritariamente por empresas de cariz familiar, com pouca capacidade de inovação e reduzido poder negocial junto dos fornecedores.

Esta situação começou a alterar-se em 1986, tendo ocorrido um conjunto de mudanças que potenciaram o desenvolvimento do sector, nomeadamente a entrada de Portugal para a Comunidade Europeia, a alteração do comportamento do consumidor e o desenvolvimento da tecnologia.

Ao nível sócio-económico, a integração de Portugal na Comunidade Europeia permitiu que o país iniciasse um período de crescimento e desenvolvimento económico com vista a uma aproximação aos níveis europeus. Esta conjuntura mostrou-se favorável ao desenvolvimento dos novos formatos de retalho e à entrada de concorrentes estrangeiros. Neste período, verificaram-se as seguintes alterações de carácter sócio-económico: o aumento do rendimento disponível das famílias, a diminuição dos níveis de inflação e da taxa de juro nominal (com impacto directo no crédito ao consumo principalmente na componente não alimentar), o aumento do endividamento médio das famílias (acompanhado por uma queda abrupta da taxa de poupança nacional), a alteração da estrutura de despesa do consumo privado (redução da despesa em bens

alimentares, bebidas, tabaco, vestuário e calçado como consequência do aumento das despesas com habitação, transportes e comunicação), a estagnação e envelhecimento da população e a alteração do papel social da mulher, designadamente em termos de inserção no mercado de trabalho. Estas mudanças alteraram profundamente os hábitos do consumidor, o que teve repercussões directas na definição da oferta das empresas do sector de retalho (Sonae, 2001).

Face a estas alterações ao nível socio-económico, os retalhistas implementaram novas estratégias, o que alterou drasticamente o panorama do sector do retalho em Portugal. Estas estratégias consistiram na racionalização e integração da cadeia de abastecimentos, no desenvolvimento de parcerias com fornecedores, na centralização do aprovisionamento, no desenvolvimento de marcas próprias e exclusivas e na gestão por categorias de produtos. Estas alterações permitiram às empresas Portuguesas ganhar competências internas capazes de sobressaírem em muitos exercícios de *benchmarking* internacional.

O sector de retalho em Portugal é dominado por cinco grupos empresariais, dos quais dois são Portugueses (Sonae e Jerónimo Martins) e três são Franceses (Os Mosqueteiros, Auchan e Carrefour) (HiperSuper, 2006c).

A Sonae Distribuição é o maior grupo de retalho português. No sector do retalho, a Sonae tem a cadeia de supermercados Modelo (70 lojas), uma cadeia mais pequena de supermercados de menor dimensão, os Modelo Bonjour (25 lojas), a cadeia de hipermercados Continente (18 lojas) e algumas cadeias de lojas de retalho especializado: Worten, Modalfa, Sport Zone, Vobis, Max Mat e Zippy Kidstore.

O grupo Jerónimo Martins é o segundo maior operador e possui a cadeia de supermercados Pingo Doce (191 lojas), a cadeia de Hipermercados Feira Nova (31 lojas) e a cadeia de cash-and-carry Recheio.

O grupo Os Mosqueteiros é o terceiro maior operador e possui uma cadeia de 179 lojas com as insígnias Intermaché e Ecomarché.

O grupo Carrefour é o quarto maior operador e gere uma cadeia de hipermercados (7 lojas) com o seu próprio nome e uma cadeia de lojas de desconto Dia/Minipreço (355 lojas).

O grupo Auchan é o quinto maior operador e detém uma cadeia de 17 hipermer-

### 3.3 Caracterização do sector do retalho Português

---

cados Jumbo.

Para além destes cinco grandes grupos de retalho, operam também em Portugal a cadeia Leclerc com 12 lojas e as cadeias de lojas de desconto, tais como a cadeia Lidl (grupo Schwarz) com 162 lojas e a cadeia Plus com 48 lojas (grupo Tengelmann).

Actualmente, o sector de retalho de base alimentar Português atingiu um certo grau de maturidade, tendo os formatos modernos de retalho (hipermercados e supermercados) uma quota de mercado muito elevada (cerca de 85%, de acordo com os dados publicados pela empresa ACNielsen em 2005). Isto foi conseguido através de uma redução significativa no número de lojas de retalho tradicional. O equilíbrio entre o número de lojas de retalho tradicional e lojas com grandes superfícies tem-se aproximado dos níveis europeus. Em Portugal, o sector movimenta cerca de 10 mil milhões de euros por ano, cabendo aos 5 primeiros operadores cerca de 75% desse total. A evolução do sector em termos de quotas de mercado para os vários tipos de lojas é apresentada na Tabela 3.1 compilada pela empresa ACNielsen em 2005. Os valores dos hipermercados referem-se a todas as categorias de produtos comercializados neste tipo de formato (alimentares e não alimentares). Os valores dos supermercados incluem também as lojas de desconto.

Segundo os dados da Tabela 3.1, verificou-se um crescimento significativo da quota dos hipermercados até 1995. A partir daí, houve uma retracção da quota de mercado, com uma conquista de posição por parte dos supermercados. Assim, a evolução do retalho moderno em Portugal pode ser classificada em três fases: aparecimento de formas de retalho moderno na década de oitenta; o crescimento intenso dos hipermercados até 1995 e o crescimento intenso dos supermercados a partir de 1995.

#### **Aparecimento de formas de retalho moderno em meados da década de oitenta**

O conceito francês de hipermercado, inicialmente experimentado nas duas principais cidades, Lisboa e Porto, rapidamente foi passado com sucesso para outras cidades. Segundo Farhangmehr et al. (2000), os factores que contribuíram para o sucesso dos hipermercados foram o posicionamento estratégico, os factores sociológicos e o crescimento intenso e renovação do mercado automóvel. O posicionamento estratégico

Tabela 3.1: Evolução das quotas de mercado por conceito

	Hiper ( $\geq 2500 m^2$ )	Supers	Supers Grandes (1000-2499 $m^2$ )	Supers Pequenos (400-999 $m^2$ )	Tradicionalis	Volume Vendas Global (Milhões de euros)
1987	5.4	20.4	N/D	N/D	74.2	2225
1988	11.7	18.8	N/D	N/D	69.5	2634
1989	16.8	19.5	N/D	N/D	63.7	3167
1990	21.1	19.1	N/D	N/D	59.8	3841
1991	25	20.7	N/D	N/D	54.3	4404
1992	30.9	21.5	N/D	N/D	47.6	4978
1993	36.2		10.2	12.3	41.3	5532
1994	40.4		12.4	12.8	34.4	5786
1995	42.4		14.8	13.9	28.9	6140
1996	39.9		17.9	16.5	25.7	6659
1997	37.8		20	17.8	24.4	7188
1998	37.5		21.7	18.2	22.3	7726
1999	37.2		24.1	18.3	20.4	8220
2000	35.8		25.3	19.9	19	8569
2001	35.4		24.4	22.4	17.8	9060
2002	34.7		24.6	24	16.7	9637
2003	34.1		24	25.6	16.5	10086
2004	32.8		24.3	26.5	16.4	10398
Prev 2005	32.1		25.8	26.7	15.4	10710

Tabela compilada pela empresa ACNielsen em 2005

N/D: indisponível

dos hipermercados é caracterizado por uma oferta de grande diversidade de produtos com preços baixos, que é assegurada através de vastos espaços de venda, parque grátis e uma pequena área comercial, designada por centro comercial (*small shopping centre*). Os factores sociológicos estão relacionados com a forma como os consumidores são tratados nos hipermercados. Os consumidores sentem que são tratados sem discriminação social, usufruem de uma sensação de liberdade de escolha e contactam directamente com os produtos, o que, em alguns casos, nunca lhes tinha sido permitido. Simultaneamente, o crescimento intenso e a renovação do mercado automóvel asseguraram aos consumidores a mobilidade necessária para se deslocarem aos hipermercados, geralmente localizados na periferia das grandes cidades.

Neste período assistiu-se também ao crescimento e modernização dos supermercados, que se posicionaram como lojas com uma boa oferta de produtos, com várias alternativas de escolha.

### **3.3 Caracterização do sector do retalho Português**

---

Paralelamente, os formatos de lojas de retalho mais tradicionais e de menor dimensão começaram a sofrer o impacto negativo da entrada dos hipermercados no sector do retalho. Tal repercutiu-se no fecho massivo de muitas lojas e numa perda considerável de quota de mercado.

#### **Crescimento intenso dos hipermercados até 1995**

O ritmo intenso de crescimento das vendas dos hipermercados conduziu a que estas lojas se tornassem líderes de mercado em 1994. O período de ouro dos hipermercados ocorreu entre 1988 e 1992, durante o qual se verificaram as taxas de crescimento das quotas de mercado mais elevadas. Este crescimento foi sustentado através da inovação, de estratégias de marketing, da imagem da loja e da disponibilização de serviços. Nesta fase, a oferta de produtos começou a ter em conta outros factores para além do preço e da variedade, tais como a satisfação do cliente no processo de compra. Por outro lado, os hipermercados tornaram-se lojas especiais de retalho, localizadas em grandes centros comerciais com uma grande variedade de lojas e com marcas de prestígio, utilizadas como lojas âncora. Os centros comerciais conseguiram também atrair os clientes pela oferta de serviços adicionais de restauração e de lazer (cinemas, centros de jogos, ginásios).

O crescimento e a consolidação dos hipermercados continuaram ao longo da década de 90, obtendo a sua quota de mercado máxima de 42.4% em 1995. No entanto, a taxa de crescimento anual começou a abrandar depois de 1994 devido a um conjunto de factores. A orientação das forças políticas e a legislação tornaram-se mais proteccionistas em relação ao comércio tradicional, através da imposição de barreiras à aprovação de novas unidades, principalmente com grandes superfícies, e à definição de restrições ao seu funcionamento. A nova legislação definiu limites de área das grandes superfícies em função da densidade populacional, reduziu o licenciamento de novos hipermercados e restringiu o horário de funcionamento para as grandes superfícies aos domingos e feriados.

#### **Crescimento intenso de supermercados a partir de 1995**

Esta fase caracterizou-se por uma mudança do comportamento de compra do consumidor, que neste período se tornou mais receptivo ao comércio moderno mais pró-

ximo. A partir de 1997, observou-se que os hipermercados não acompanharam a evolução do sector, assistindo-se a uma redução da sua quota de mercado, possivelmente devido às restrições legislativas. Paralelamente, as lojas tradicionais continuaram a diminuir a sua quota de mercado nas vendas globais.

Uma das características mais marcantes no sector de retalho Português neste período foi o crescimento do conceito *discount*. Por exemplo, a cadeia de lojas Lidl rapidamente consolidou a sua presença, tendo actualmente 162 lojas em funcionamento (HiperSuper, 2006c). Outras cadeias de *discount* que marcaram presença no mercado português foram o Dia/Minipreço e o Plus. A entrada deste novo formato no mercado obrigou os outros formatos a repensarem as suas políticas comerciais, nomeadamente em relação à oferta de marcas próprias. Observe-se que a cadeia Pingo Doce se tem aproximado claramente de uma lógica *discount* após uma inversão de estratégia ocorrida nos últimos anos (HiperSuper, 2006c). Após terem ultrapassado um período inicial de suspeita, as lojas de desconto foram-se transformando cada vez mais numa opção importante para os consumidores, especialmente como loja complementar.

A partir de 2001 verificou-se a tendência para o aparecimento de lojas com dimensões mais pequenas (400-999  $m^2$ ), que ganharam quota de mercado aos supermercados de maiores dimensões, à semelhança do que aconteceu na Europa. Assim, o aparecimento dos médios formatos marcou o início de uma nova fase de expansão ao nível das insígnias de supermercados, sendo frequentemente este o formato adoptado pelas lojas de *discount*.

Apesar das dificuldades associadas ao cenário de contracção económica verificado em Portugal desde há alguns anos, o sector de distribuição baseado em lojas de formato moderno tem vindo a crescer de forma sustentada, absorvendo uma parte significativa do consumo antes realizado nas lojas tradicionais.

### Situação actual

O sector de retalho atravessa actualmente uma fase particularmente favorável devido à modificação do enquadramento legal, que se tem mostrado propícia à abertura de novas unidades, à comercialização de medicamentos não sujeitos a receita médica em grandes superfícies, e à instalação de postos de combustível junto das superfi-

### 3.3 Caracterização do sector do retalho Português

---

cies comerciais (HiperSuper, 2006c). Até finais de 2004, a legislação condicionava o crescimento das grandes superfícies comerciais ou dos grupos com quotas de mercado significativas. Desde a abolição dessa legislação<sup>1</sup>, assistiu-se ao crescimento das insígnias já instaladas, nomeadamente as de menor dimensão, e à entrada de alguns dos mais importantes retalhistas internacionais, como por exemplo a Aldi. Assim, o futuro do retalho moderno em Portugal ainda parece risonho, pelo menos no curto prazo. Paralelamente, verifica-se a saturação das tipologias de loja de maior dimensão correspondentes aos hipermercados (com área superior a 2000 m<sup>2</sup>) cujo funcionamento continua a ser restringido pela legislação, o que tem conduzido ao aparecimento de poucos pedidos de licenciamento com este formato.

O sucesso dos conceitos *discount*, tal como tem acontecido na Europa, é uma realidade omnipresente e em franco crescimento (HiperSuper, 2006c). De acordo com a última actualização da listagem oficial da Direcção-Geral da Empresa estão licenciados mais 44 Lidl, 44 Plus, 39 Minipreço, 5 Netto (pertencentes ao grupo Os Mosqueteiros) e 2 lojas Aldi, o que significa que é previsível a abertura de 134 novas unidades *discount* no país.

Apesar da expansão prevista, o potencial de crescimento do sector não poderá atingir os níveis de fases anteriores devido à situação de maturidade em que o sector de retalho alimentar se encontra. Assim, pode prever-se um efeito de canibalização entre as lojas existentes, reduzindo o potencial de vendas por m<sup>2</sup>.

De acordo com os últimos indicadores da APED (Associação Portuguesa das Empresas de Distribuição), o ramo não alimentar está a evoluir a ritmos bem mais elevados do que o alimentar (HiperSuper, 2006b), proporcionando também margens de rentabilidade mais atractivas. Por outro lado, verifica-se uma maior facilidade de implantação destes formatos, sem grandes restrições por parte das entidades governamentais ou autárquicas. Assim, o retalho especializado assume-se como uma forte possibilidade de crescimento para os diferentes operadores, o que tem sido uma estratégia preconizada pela Sonae.

---

<sup>1</sup>Apesar da alteração da legislação, as lojas com mais de 2000 m<sup>2</sup> devem estar fechadas durante as tardes de Domingo e Feriados.

### 3.4 Desafios actuais do sector do retalho Português e Europeu

Nesta secção descrevem-se alguns desafios do sector de retalho, em relação aos quais a avaliação de eficiência das lojas pode desempenhar um papel importante. O sector de retalho enfrenta actualmente vários desafios, nomeadamente a estagnação do consumo alimentar, a dificuldade de gestão de grandes volumes de informação, e a concorrência intensa.

Tendo em conta a estagnação do consumo alimentar, a oferta dos retalhistas deve proporcionar ao consumidor escolhas simples tendo em conta as suas exigências de tempo, comodidade e melhor preço (produtos congelados e refrigerados, *hot meal solutions*). Neste contexto, elementos como o valor acrescentado, o serviço, a satisfação dos diferentes segmentos de compradores e a gestão por linhas de produtos serão aspectos chave da estratégia de retalho nos próximos anos. Devido à estagnação do consumo alimentar, a associação da loja à oferta de produtos de origem não alimentar é fundamental para fidelizar os diferentes segmentos de clientes e despoletar oportunidades de compra de produtos distintos.

As empresas têm actualmente uma capacidade de armazenar informação quase ilimitada. No entanto, o desafio que se coloca é a capacidade de utilizar essa informação para melhorar o negócio em três vertentes: ao nível do ajustamento da oferta às necessidades específicas dos vários segmentos (marketing), ao nível da gestão estratégica e ao da operacional.

Em relação à concorrência, em Portugal as cadeias de retalho operam num mercado oligopolista com concorrência intensa, onde as pequenas unidades competem para atrair clientes e para se tornarem economicamente viáveis. Prevê-se que a pressão sobre o preço, que tem sido agravada pela oferta de produtos a preços baixos nas lojas de desconto, será intensificada no futuro, uma vez que os níveis de margens praticados ainda estão acima da média europeia (HiperSuper, 2006c). A intensa concorrência exige a melhoria do serviço prestado a clientes, a fidelização do consumidor, a racionalização dos processos, o aumento do controlo sobre as operações das empresas e o aumento da produtividade.

### 3.5 Métodos tradicionais para avaliar desempenho no retalho

---

Neste contexto, a avaliação de eficiência das lojas é um factor chave na eliminação do desperdício ao nível da gestão das operações e no apoio à tomada de decisões importantes. Constata-se que as bases de dados das empresas disponibilizam informação detalhada referente aos recursos utilizados e resultados obtidos ao nível da loja e respectivas secções. Isto possibilita uma avaliação rigorosa do seu desempenho com vista a eliminar ineficiências. Apesar da importância da avaliação de eficiência de múltiplas lojas das cadeias de retalho, existe uma escassez na literatura sobre este assunto. De seguida faz-se uma revisão da literatura sobre os métodos tradicionais para avaliar desempenho no retalho.

### 3.5 Métodos tradicionais para avaliar desempenho no retalho

Esta secção apresenta uma revisão dos estudos de avaliação de desempenho no sector de retalho. A revisão bibliográfica mostrou que a avaliação do desempenho no sector de retalho tem recorrido a diversos métodos, dando ênfase a assuntos tais como a identificação dos factores que afectam o desempenho das lojas, a definição do marketing mix dos produtos disponíveis (variedade de produtos, preço, promoção, serviço), a avaliação da produtividade e a identificação dos factores críticos de sucesso das lojas. Os estudos descritos nesta secção estão agrupados com base no método utilizado.

Relativamente à utilização de testes de hipóteses como método de análise principal, os estudos existentes analisaram os factores que podem melhorar o desempenho dos gestores das lojas (Lush and Jaworski, 1991) e o impacto da envolvente interna e externa no desempenho dos supermercados em vários segmentos do mercado (Kumar and Karande, 2000).

Lush and Jaworski (1991) apresentaram algumas conclusões sobre os elementos que podem melhorar o desempenho dos gestores das lojas: a avaliação de resultados, a motivação do gestor e o ambiente social da empresa. A avaliação dos resultados obtidos constitui o mecanismo de controlo mais comum no retalho. A sua característica mais

importante é o *feedback* que fornece aos gestores quando o desempenho é pobre ou inadequado. No entanto, esta análise de resultados *per se* não dá indicação sobre os recursos que foram utilizados para atingir os resultados alcançados sendo insuficiente para avaliar o desempenho. A motivação intrínseca do gestor e o ambiente social da organização são factores que têm um efeito indirecto no desempenho do gestor.

Kumar and Karande (2000) defenderam que os modelos de avaliação de desempenho devem incorporar as diferentes condições internas (isto é, existência de serviços ao consumidor, número de produtos de base não alimentar) e externas (isto é, pressão da concorrência, rendimento *per capita*, densidade populacional) a que estão sujeitos os supermercados, uma vez que estes factores podem influenciar o desempenho das lojas.

Em relação à utilização da técnica de regressão, os estudos avaliaram o efeito da estratégia das empresas de serviços sobre o seu desempenho a nível financeiro, de mercado e de risco (Bharadwaj and Menon, 1993), os factores do serviço ao cliente que afectam o desempenho das lojas ao nível das vendas (Weitzel et al., 1989) e os principais factores que afectam a produtividade (Doutt, 1984, Lush and Moon, 1984).

Os factores estratégicos analisados no estudo de Bharadwaj and Menon (1993) foram o grau de integração vertical, a qualidade do serviço, a imagem, a diversificação da actividade, a publicidade, o nível de promoções, a força de venda, o preço, a diversidade de produtos oferecidos, a adaptação do produto ao cliente, a ordem de entrada no mercado, a quota de mercado e a concorrência. Uma das conclusões deste estudo foi que os factores estratégicos afectam diferentemente o desempenho financeiro, de mercado e de risco. Este estudo analisou apenas o desempenho médio das empresas de serviços e não considerou a grande variedade de desempenhos individuais observados.

Segundo Weitzel et al. (1989), os resultados indicaram que os factores, que têm o efeito mais pronunciado no desempenho das lojas ao nível das vendas, se referem à qualidade da prestação de serviço ao cliente.

Doutt (1984) estudou os principais factores que afectam a produtividade total: o capital, o trabalho e a quantidade de serviços prestados. No caso particular de uma cadeia de restaurantes de *fast-food*, concluiu-se que o capital e o trabalho têm efeitos significativos na produtividade, contrariamente à quantidade de serviços prestados.

### 3.5 Métodos tradicionais para avaliar desempenho no retalho

---

Lush and Moon (1984) verificaram que os principais factores que influenciam a produtividade do trabalho são a dimensão, a localização, o formato da loja<sup>2</sup> e os salários dos funcionários.

Em relação à utilização de rácios, os estudos compararam a produtividade de lojas de retalho (Good, 1984) e avaliaram a evolução da produtividade total (Ratchford and Brown, 1985). Apesar da definição de rácios ser largamente utilizada para medir a produtividade, este método tem levantado várias críticas (Kamakura et al., 1996).

Good (1984) comparou a produtividade de lojas de retalho definindo rácios entre medidas de output e de input. Este autor salientou a dificuldade dos estudos publicados em definir medidas de input e output para determinar a produtividade no retalho, sugerindo algumas medidas possíveis. Os outputs podem ser medidos pelo número de transacções, a quantidade vendida, valor acrescentado ou vendas. Os inputs podem ser medidos pelo número de horas trabalhadas, número de empregados, salários pagos, área de venda, custo de investigação e desenvolvimento ou despesa em publicidade. Para explicar as diferenças de produtividade detectadas entre lojas utilizou-se a técnica de regressão para analisar a influência de vários factores (isto é, rendimentos à escala, taxa de utilização de capacidade, tecnologia, horas trabalhadas, tipo de gestão).

Ratchford and Brown (1985) recorreram à definição de vários rácios entre inputs e outputs para avaliar a evolução da produtividade total. Os inputs considerados foram o trabalho, o capital e as despesas com os produtos vendidos (fornecedores, reparação). Os outputs incluíram as vendas totais e as vendas desagregadas por categoria de produtos comercializados.

Verifica-se que têm sido propostos vários métodos para avaliar as diferentes vertentes do desempenho das organizações. Descrevem-se em seguida os estudos que aplicaram a técnica de DEA para avaliar o desempenho de múltiplas lojas pertencentes a uma mesma organização. Refere-se também um caso particular da avaliação de desempenho do sector de retalho no Reino Unido, que compara o desempenho de diversas cadeias de supermercados.

---

<sup>2</sup>O formato da loja caracteriza a variedade de serviços disponibilizados.

### 3.6 Utilização da técnica de DEA para avaliar desempenho no sector do retalho

Na área de grande retalho, em particular no caso de lojas vocacionadas para a venda de produtos aos clientes finais, o número de estudos que usaram a técnica de DEA é muito reduzido. Como esta tese é sobre a utilização da técnica de DEA no sector do retalho, estes vão ser referidos com algum detalhe, nomeadamente em relação ao tipo de lojas avaliadas, ao tipo de inputs e outputs utilizados, às características da metodologia de avaliação desenvolvida e à incorporação de factores não controláveis.

Os estudos de Barros and Alves (2004), Ket and Chu (2003) e Korhonen and Syrjänen (2004) avaliaram especificamente o desempenho de supermercados da mesma cadeia, enquanto o estudo de Athanassopoulos and Ballantine (1995) avaliou a eficiência relativa de várias cadeias de supermercados no Reino Unido.

Barros and Alves (2004) utilizaram a técnica de DEA para estimar o índice de Malmquist para avaliar a evolução da produtividade ao longo do tempo, desagregando-o nas componentes de mudança de eficiência técnica pura, mudança de eficiência de escala e mudança da tecnologia. Este estudo avaliou uma rede de 47 supermercados de uma empresa Portuguesa entre os anos 1999 e 2000. Segundo os autores, a actividade das empresas de retalho é orientada para o mercado, constituindo a orientação pelos outputs uma escolha natural decorrente da sua posição competitiva no mercado. Assim, o modelo de DEA utilizado foi orientado pelos outputs e foi constituído apenas por inputs e outputs controláveis. Os inputs considerados foram o número de empregados em *full-time* ou equivalente, os custos de pessoal, o número de caixas, o valor em stock e outros custos (custos gerais excluindo custos de pessoal). Os outputs incluíram as vendas e os resultados operacionais. Apesar do modelo não incluir factores não controláveis, os autores defenderam que este tipo de variáveis, quando disponíveis, devem ser consideradas na análise da eficiência e produtividade das lojas de retalho.

Ket and Chu (2003) avaliaram a eficiência de 13 supermercados durante 10 anos através de um modelo com três estágios, incluindo apenas factores controláveis. No primeiro estágio os inputs trabalho (encargos com pessoal) e capital (despesas ope-

### 3.6 Utilização de DEA para avaliar desempenho no sector do retalho

---

racionais, gerais, de manutenção e renda) foram relacionados com um conjunto de outputs intermédios (serviços de distribuição). O segundo estágio relacionou os serviços de distribuição com o output final (vendas). No terceiro estágio analisou-se a relação directa entre os inputs e o output final. Verificou-se que as lojas estudadas apresentavam maioritariamente rendimentos à escala crescentes. O confronto da avaliação de desempenho com a envolvente permitiu concluir que o mau desempenho de algumas lojas poderia ser devido ao efeito desfavorável da envolvente.

Korhonen and Syrjänen (2004) avaliaram o desempenho de uma cadeia de 25 supermercados situados na Finlândia. Os inputs considerados foram o trabalho dos funcionários (número de horas trabalhadas) e a área total do supermercado. Os outputs incluíram as vendas e o lucro. A ênfase deste estudo foi definir modelos para realocar os recursos totais da cadeia entre os supermercados que a integram, assumindo que o total de inputs da cadeia pode aumentar no máximo até um valor limite. O primeiro modelo determina a alteração equiproporcional dos inputs e outputs actuais, mantendo o valor de eficiência das DMUs e o seu actual mix entre inputs e outputs. No segundo modelo, considera-se que se mantém constante a área total da cadeia, e que apenas aumenta o total de horas trabalhadas dos funcionários da cadeia, o que significa que apenas este input é realocado. Este modelo determina a alteração dos outputs e input, mantendo o valor de eficiência das DMUs, podendo alterar o actual mix entre inputs e outputs através da realocação do input relacionado com as horas trabalhadas em cada loja.

Athanassopoulos and Ballantine (1995) desenvolveram modelos de DEA para identificar as cadeias de supermercados mais eficientes no Reino Unido. Os inputs utilizados foram o capital empregue, o montante aplicado em activos fixos, o número de empregados, o número de lojas e área de venda. Estes inputs reflectiram os níveis de actividade e os recursos utilizados. O output considerado no modelo foi o valor de vendas totais. No entanto, segundo os autores as vendas totais deveriam ser desagregadas em vendas de géneros alimentares e de géneros não alimentares, no caso de haver disponibilidade de dados.

De seguida descrevem-se os estudos de avaliação de desempenho de múltiplas lojas pertencentes a uma mesma organização de retalho não alimentar.

O estudo de Donthu and Yoo (1998) teve por base uma revisão da literatura com o objectivo de identificar o tipo de inputs e outputs considerados relevantes para a avaliação da produtividade no retalho. Segundo estes autores, a escolha dos inputs e outputs é fundamental na aplicação da técnica de DEA, devendo representar todos os objectivos e políticas da organização. Relativamente aos inputs, devem considerar-se além dos factores controláveis, factores não controláveis e os factores associados aos clientes. Nos factores não controláveis consideram-se as condições de concorrência, as características do mercado onde a empresa actua (tais como rendimento *per capita*, crescimento da população e densidade populacional) e as condições específicas associadas à estrutura e à tecnologia da empresa. Nos factores associados aos clientes incluem-se aspectos socioeconómicos e demográficos, aspectos psicológicos relacionados com desejos e necessidades, e a disponibilidade de tempo para despender em compras. Os autores verificaram que os inputs não controláveis tendem a ser ignorados na avaliação da eficiência no retalho. Os outputs do retalho consistem no lucro e na qualidade de serviço. No entanto, segundo os autores, o lucro é uma medida a evitar porque inclui simultaneamente as vendas e os custos, que correspondem respectivamente a outputs e inputs. Os outputs que medem a qualidade de serviço a clientes não devem ser ignorados porque são bons indicadores da capacidade da unidade obter bons resultados. Finalmente, os autores aplicaram a técnica de DEA a uma amostra de 24 restaurantes de *fast-food*, usando quatro inputs (3 controláveis e 1 não controlável) e dois outputs (1 financeiro e 1 comportamental). Os inputs utilizados foram a dimensão da loja, a experiência do gestor da loja (anos), a localização da loja e as despesas de promoção, que representam, respectivamente, aspectos relacionados com a capacidade, o pessoal, a envolvente (não controlável) e o marketing. Os outputs incluíram as vendas e a satisfação do cliente (comportamental).

O estudo de Thomas et al. (1998) descreveu uma metodologia de avaliação de desempenho de lojas de retalho cujo desenvolvimento contou com o envolvimento permanente dos gestores ao nível da definição dos modelos de DEA e da interpretação dos resultados. Neste estudo, a estrutura do modelo de DEA foi definida de modo a fazer a distinção entre os factores controláveis e os não controláveis. Os inputs considerados foram classificados em quatro categorias: trabalho (número médio de funcionários em

### 3.6 Utilização de DEA para avaliar desempenho no sector do retalho

---

*full-time* por  $m^2$  de área de venda, salários), experiência (tempo de permanência médio dos funcionários na empresa), custos relacionados com a localização (valor da renda e outras despesas de ocupação divididos pela área de venda) e processos internos (custo total do stock médio, valor médio das transacções). Os outputs incluíram as vendas e o lucro. Os inputs não controláveis utilizados foram a idade da loja (definida pelos anos da loja), a população (população residente na zona envolvente de cada loja), a concorrência (distância à loja concorrente mais próxima), número de agregados familiares na zona envolvente da loja (definida no raio de 2 milhas) e o rendimento médio anual dos agregados familiares na zona envolvente da loja. A opinião dos gestores sobre a importância relativa dos recursos e dos resultados na actividade das lojas foi introduzida no modelo de DEA através da restrição dos valores admissíveis dos pesos a atribuir a cada input e output. O valor máximo e mínimo dos pesos relativos aos inputs e outputs foi estabelecido pelos gestores. Thomas et al. (1998) aplicaram a metodologia a uma cadeia de 520 pontos de venda de mobílias.

Outra característica observada dos estudos de DEA na área de retalho foi a utilização de múltiplos modelos para avaliar as várias vertentes de gestão das lojas (Norman and Stoker, 1991, Ket and Chu, 2003). Norman and Stoker (1991) desenvolveram três modelos de DEA para analisar diversas vertentes do desempenho das lojas. O primeiro modelo permitiu avaliar a eficiência de controle de custos de cada loja, o segundo permitiu avaliar a eficiência de mercado e o último permitiu avaliar a eficiência de geração de receitas. O primeiro modelo avaliou a capacidade de cada loja para reduzir custos (input do modelo), tendo em conta as receitas actuais e o crescimento da receita relativamente ao ano anterior (outputs do modelo). O modelo de eficiência de mercado determinou o crescimento potencial das receitas de cada loja (output), tendo em conta as características de mercado (isto é, a concorrência e a concentração de população) e o nível actual das receitas (inputs). O terceiro modelo permitiu determinar a eficiência de cada loja na geração de receitas (output), considerando como inputs a idade da loja, a qualidade da localização e a concentração de população. O estudo de Norman and Stoker (1991), que foi pioneiro na utilização de DEA no sector do retalho, analisou o desempenho de uma organização de retalho com 45 lojas.

Outra tendência dos estudos de DEA é a desagregação das vendas totais da loja por

categoria de produtos vendidos. Grewal et al. (1999) utilizou um modelo que desagrega o output vendas por categoria de produtos com o objectivo de compreender melhor o papel que a diversidade de produtos tem no desempenho da loja. Grewal et al. (1999) avaliaram a eficiência de 59 lojas de componentes de automóvel, localizadas em três regiões. Os inputs considerados foram os custos da loja (custos de operação e salários, excluindo custos de stock e publicidade), a área e o stock. A primeira análise consistiu em determinar a eficiência relativa das lojas individuais tendo em conta o output agregado que consiste na quantidade total dos produtos vendidos. A segunda análise consistiu em desagregar as vendas por categoria de produtos. A terceira análise foi similar à segunda análise mas introduz o factor localização no modelo como input não controlável, de tal forma que a comparação entre lojas foi limitada às lojas da mesma região. Este estudo utilizou modelos orientados pelos outputs.

No que diz respeito ao tratamento da envolvente, conclui-se que a maioria dos estudos tende a incorporar factores não controláveis nos modelos (localização e idade da loja, densidade populacional, rendimento da população e concorrência da zona envolvente da loja). Donthu and Yoo (1998) e Thomas et al. (1998) modelaram os factores não controláveis através do modelo de Banker and Morey (1986a) enquanto que Grewal et al. (1999) utilizaram o modelo de Banker and Morey (1986b). Os modelos de Banker and Morey (1986a;b) são descritos no capítulo 7. Norman and Stoker (1991) utilizaram modelos de DEA que definiram os factores não controláveis como inputs e utilizaram a orientação pelos outputs de forma a manter fixa a envolvente. Existem ainda estudos de avaliação de eficiência no sector de retalho que não incorporaram os factores não controláveis no modelo de DEA. No entanto, confrontaram *a posteriori* os resultados da avaliação com as condições de envolvente (Ket and Chu, 2003). Relativamente a estes estudos, as razões apresentadas na literatura para a não inclusão dos factores da envolvente directamente nos modelos estão relacionadas com a falta de dados para definir medidas que captem a essência desses factores (Kumar and Karande, 2000).

A metodologia de avaliação do desempenho desenvolvida nesta tese é definida tendo em conta as contribuições existentes na literatura relativas ao envolvimento dos gestores na definição da metodologia (Thomas et al., 1998), à definição das variáveis

### 3.7 Conclusão

---

a incorporar nos modelos (Donthu and Yoo, 1998, Athanassopoulos and Ballantine, 1995, Ket and Chu, 2003, Barros and Alves, 2004, Korhonen and Syrjänen, 2004), à incorporação de factores não controláveis no modelo de DEA (Donthu and Yoo, 1998, Thomas et al., 1998, Grewal et al., 1999) e à utilização de múltiplos modelos para avaliar as várias vertentes de gestão das lojas (Norman and Stoker, 1991, Ket and Chu, 2003). Adicionalmente, para melhor se compreender o papel que a diversidade de produtos tem no desempenho das lojas a investigação efectuada também desagregou os outputs por categoria de produtos (Grewal et al., 1999).

### 3.7 Conclusão

Conclui-se que o sector do retalho enfrenta vários desafios, nomeadamente a estagnação do mercado alimentar, a dificuldade em gerir grandes volumes de informação e a concorrência intensa. A avaliação da eficiência pode desempenhar um papel importante para superar estes desafios com sucesso. A revisão da literatura revelou que o número de estudos baseados em DEA para avaliar lojas de retalho é ainda muito escasso. É mais frequente a utilização de técnicas baseadas na análise de rácios, regressão ou testes de hipóteses. A metodologia desenvolvida nesta tese tem por base o conhecimento descrito nos estudos de DEA sobre empresas de retalho, nomeadamente o tipo de inputs e outputs a utilizar, a necessidade de envolvimento dos gestores, a utilização de múltiplos modelos e a incorporação de factores não controláveis. Para definir uma metodologia de avaliação e melhoria de desempenho no retalho foi necessário conhecer as características particulares da cadeia de lojas utilizada como caso de estudo. O próximo capítulo pretende fazer uma introdução à empresa utilizada como caso de estudo.



# Capítulo 4

## Caracterização da cadeia de lojas utilizada como caso de estudo

### 4.1 Introdução

Neste capítulo apresenta-se a cadeia de lojas utilizada como caso de estudo, com o objectivo de garantir que os métodos, modelos e medidas desenvolvidos possam ser utilizados em situações reais. Este capítulo descreve a posição da empresa no mercado, o tipo de lojas existentes, a estrutura organizacional e o método de avaliação de desempenho utilizado actualmente pela empresa. Finalmente, define-se a amostra de lojas sobre as quais incidirá a avaliação de desempenho.

### 4.2 Descrição da empresa

A empresa estudada é líder no mercado de retalho alimentar em Portugal e ocupa um lugar de referência no retalho de base não alimentar. Ao nível da base alimentar, a empresa surge com três formatos de lojas: hipermercados, supermercados e supermercados pequenos. Estes formatos distinguem-se essencialmente pela gama e preço de produtos oferecidos, pela área de venda, pela dimensão da cidade onde se localizam e pela natureza da zona onde se inserem.

Os supermercados pequenos comercializam produtos relativos às secções comerciais designadas por alimentar, perecíveis e bazar ligeiro, enquanto os hipermercados

e os supermercados comercializam produtos relativos às secções de bazar pesado e têxtil para além dos bens das secções alimentar, perecíveis e bazar ligeiro. A secção alimentar inclui componentes de refeição não perecíveis, tais como mercearias e bebidas. Esta secção também inclui os artigos de limpeza e higiene. A secção de perecíveis comercializa os artigos relativos ao talho, peixaria, fruta, legumes, padaria e pasteleria. A secção de bazar ligeiro inclui os artigos relativos a casa e decoração, cultura e outras utilidades domésticas. A secção de bazar pesado inclui electrodomésticos, materiais de fotografia, vídeo, informática e televisores. A secção têxtil caracteriza-se pela oferta de linhas de vestuário, calçado e acessórios de moda. A loja, para além de ser o local de comercialização de produtos, é constituída pelos postos de armazém, zona de recepção e reposição de produtos, áreas de comercialização, zona de atendimento de perecíveis, zona de apoio ao cliente e caixas.

Os hipermercados e supermercados apresentam diferentes configurações relativamente às secções de bazar pesado e têxtil: podem estar inseridas na loja em corredores adjacentes às secções alimentar, perecíveis ou bazar ligeiro, ou funcionarem em lojas adjacentes, com identidade, marca e sinalética próprias. No caso dos hipermercados existem três configurações possíveis: hipermercados que incluem têxtil e bazar pesado, hipermercados que incluem têxtil, tendo uma loja de bazar pesado adjacente, ou hipermercados com duas lojas adjacentes, uma para o bazar pesado e outra para os têxteis. No caso dos supermercados podem existir quatro tipos de configurações: supermercados que incluem têxtil e bazar pesado, supermercados que apenas incluem bazar pesado (tendo a loja têxtil adjacente), supermercados que apenas incluem têxtil (tendo a loja de bazar pesado adjacente) e supermercados com os dois tipos de lojas adjacentes.

Em seguida descrevem-se as principais características dos vários formatos (hipermercados, supermercados e supermercados pequenos) e das lojas têxteis e bazar pesado com marcas próprias, tendo por base os critérios de classificação da empresa. No final de Setembro de 2002, a empresa operava 14 hipermercados, 66 supermercados, 44 lojas têxteis, 55 lojas de bazar pesado e 24 supermercados pequenos.

## 4.2 Descrição da empresa

---

### Hipermercados

Os hipermercados são lojas de grande dimensão, normalmente com áreas entre 8000 a 12000  $m^2$ . No entanto, existem excepções como é o caso de uma loja com dimensão superior igual a 16000  $m^2$  e de dois hipermercados pequenos com 5000  $m^2$ . A oferta dos hipermercados caracteriza-se por uma base predominantemente alimentar a preços muito competitivos. As lojas deste formato localizam-se nos principais centros urbanos do país, normalmente junto aos principais centros comerciais.

### Supermercados<sup>1</sup>

Os supermercados são lojas com uma área que pode oscilar entre 800 e 4400  $m^2$ , embora a zona alimentar tenha frequentemente uma área inferior a 2000  $m^2$ . A empresa designa os supermercados que têm as duas lojas não alimentares adjacentes por Centro Comercial, que é constituído por uma loja alimentar com cerca de 2000  $m^2$ , uma loja têxtil com cerca de 500  $m^2$  e uma loja de bazar pesado com cerca de 500  $m^2$ . Os supermercados são lojas com uma oferta predominantemente alimentar, de qualidade e a preços competitivos. Nos centros urbanos de maior dimensão as lojas deste formato localizam-se principalmente junto a pequenos centros comerciais. Nos centros urbanos de menor dimensão estas lojas operam isoladamente.

### Lojas de têxteis

As lojas de têxteis caracterizam-se pela oferta de linhas de vestuário, calçado e acessórios de moda de qualidade a preços acessíveis, dirigidas aos segmentos de bebé, criança, homem e senhora.

### Lojas de bazar pesado

As lojas de bazar pesado caracterizam-se pela oferta de produtos no domínio dos electrodomésticos e da electrónica de consumo (isto é, material de fotografia, vídeo, som, informática e televisores). A marca associada a estas lojas é actualmente líder de mercado e constitui uma referência na área do retalho especializado em Portugal.

---

<sup>1</sup>Estes supermercados são designados pela empresa por mini-hipermercados.

A cadeia de lojas de bazar pesado apresenta três tipologias de lojas que se distinguem pela dimensão, gama e posicionamento: as megastores com uma área média de  $1225 m^2$  situam-se nos grandes aglomerados urbanos e junto de hipermercados e de supermercados de grande dimensão; as superstores com cerca de  $375 m^2$  localizam-se junto de supermercados e servem centros populacionais de menor dimensão e as lojas "Stand Alone", que não estão associadas a outros negócios da empresa.

### Supermercados pequenos

Os supermercados pequenos são lojas com uma área que pode oscilar entre  $460 m^2$  e  $1400 m^2$ , embora seja mais frequente terem cerca de  $800 m^2$ . Estas lojas dirigem-se a consumidores que procuram a proximidade e a conveniência, e que valorizam a qualidade dos produtos frescos e o ambiente cuidado e agradável das lojas. Estes clientes devem estar dispostos a pagar um preço um pouco mais elevado pelos produtos. Os supermercados pequenos são lojas com uma oferta de base alimentar com ênfase nos produtos perecíveis. Estas lojas concentram-se nas áreas metropolitanas de Lisboa e Porto, em bairros residenciais ou em zonas de elevado tráfego populacional, assumindo-se como a "loja de todos os dias".

## 4.3 Estrutura da empresa

A empresa tem uma estrutura matricial constituída por um departamento comercial central para cada secção de produtos, e um departamento operacional central. A estrutura está esquematizada na Figura 4.1. A operação de uma loja é gerida pelo departamento operacional e pelos responsáveis da loja. A actividade de cada secção comercial da loja é gerida pelo respectivo departamento comercial central e pelos responsáveis locais pela secção da loja.

O departamento operacional define a estrutura de funcionamento comum a todas as lojas, com o objectivo de garantir que as operações decorram de acordo com o planeado. Cada loja é responsável pelos resultados que obtém e pela gestão de recursos disponíveis (área, stock, mão-de-obra e encargos gerais). Devido ao diferente posicionamento e dimensão dos hipermercados e supermercados, os dois formatos de

### 4.3 Estrutura da empresa

Actividade Comercial		Departamento Comercial Alimentar	Departamento Comercial Perecíveis	Departamento Comercial Bazar ligeiro	Departamento Comercial Bazar pesado	Departamento Comercial Têxteis
Actividade operacional	LOJA <sub>1</sub>	SECÇÃO A <sub>1</sub> Componentes de refeição, bebidas ...	SECÇÃO P <sub>1</sub> Talho, peixaria, fruta/ legumes, padaria/pastelaria ...	SECÇÃO BL <sub>1</sub> Casa, decoração, Bricolage ...	SECÇÃO BP <sub>1</sub> Electrodomésticos., fotografia, informática ...	SECÇÃO T <sub>1</sub> Vestuário, calçado, acessórios ...
	LOJA <sub>2</sub>	A <sub>2</sub>	P <sub>2</sub>	BL <sub>2</sub>	BP <sub>2</sub>	T <sub>2</sub>
	...	...	...	...	...	...
	LOJA <sub>n</sub>	A <sub>n</sub>	P <sub>n</sub>	BL <sub>n</sub>	BP <sub>n</sub>	T <sub>n</sub>

Figura 4.1: Estrutura matricial da empresa

lojas são geridos por departamentos distintos. O mesmo acontece para as lojas que comercializam os produtos de bazar pesado com marca e sinalética próprias, uma vez que as megastores requerem uma gestão mais complexa do que as superstores.

O departamento comercial de cada secção é responsável pela negociação dos contratos com os fornecedores (incluindo a negociação dos descontos concedidos) e pela política promocional. Também define a gama de artigos a comercializar pela empresa, as lojas onde deverão ser comercializados e os respectivos preços (com excepção dos produtos da secção de perecíveis e dos produtos de maior visibilidade para os clientes).

No caso da secção de perecíveis, a loja tem mais margem para tomar decisões relativamente à gestão comercial dos produtos. Neste caso, o departamento comercial central apenas fornece uma lista orientadora com os preços base fixados para cada produto. A secção da loja é responsável pela selecção dos artigos a encomendar, pela definição da quantidade encomendada e pela fixação do preço ao cliente. A maior autonomia na gestão dos perecíveis é motivada pela necessidade de tomar decisões em tempo útil dada a natureza dos produtos. Por exemplo, a secção pode decidir baixar os preços de alguns produtos para os escoar antes da sua deterioração.

Apesar da gestão comercial ser centralizada, é da responsabilidade da loja despoletar campanhas promocionais, ajustar a dimensão da exposição do produto nas prateleiras, alertar para desajustamentos ao nível da diversidade e preço dos produ-

tos, vigiar os indicadores de gestão do negócio ao nível das rupturas, dos excessos de stock, dos índices de quebra, fazer o recrutamento de pessoal e cuidar da imagem da loja. Para os perecíveis e produtos com maior visibilidade para os clientes, a loja é responsável pela margem obtida na venda dos produtos. Conclui-se que a loja tem margem para melhorar a actividade das suas secções comerciais.

### 4.4 Método de avaliação de desempenho utilizado pela empresa

A análise do desempenho da empresa é baseada numa política de gestão por objectivos, definidos actualmente por um procedimento designado por orçamentação. Recorre também a uma análise do histórico das lojas e a procedimentos de *benchmarking*. Os indicadores de desempenho utilizados pela empresa consistem em rácios ou indicadores de desvios que comparam os valores efectivamente obtidos por cada loja com o histórico, com os objectivos definidos pelo plano do orçamento e com os valores obtidos pelos *benchmarks*. Ao nível da loja, as variáveis de desempenho utilizadas são as vendas brutas, a margem (vendas líquidas<sup>2</sup> deduzidas do custo de compra dos produtos), o stock, os encargos com pessoal, encargos gerais, o número de referências disponíveis, o número de transacções e a quebra. Ao nível das secções, as variáveis de desempenho utilizadas são as vendas brutas, o stock, o número de referências, a margem e a quebra.

Genericamente, o orçamento da loja (ou objectivo relativo ao volume de vendas para o ano seguinte) é definido tendo em conta o histórico do volume de vendas, a idade da loja, a previsão macroeconómica e a pressão da envolvente. A empresa define uma taxa de crescimento para o volume de vendas da loja que depende da idade da loja. No entanto, a taxa de crescimento das vendas para uma loja pode ser reduzida no caso da loja estar sujeita a uma pressão da envolvente mais elevada do que a média. A pressão da envolvente é definida pelo rácio entre a população e a concorrência existentes na zona de influência de cada loja. Este rácio é medido

---

<sup>2</sup>O valor das vendas líquidas é obtido retirando a taxa de IVA ao valor das vendas brutas.

#### 4.4 Método de avaliação de desempenho utilizado pela empresa

---

pelo número de pessoas (isto é, população equivalente<sup>3</sup>) por  $m^2$  de área de venda total (incluindo a própria loja e a concorrência). A concorrência relativa à zona de influência de cada loja é medida através do indicador concorrência equivalente<sup>4</sup>. O orçamento definido para cada loja constitui um ponto de partida para a negociação dos objectivos a atingir. Essa negociação é feita entre os responsáveis das lojas e os representantes dos administradores. No processo do orçamento, a empresa define também anualmente 6 grupos designados por *clusters* (A, B, C, D, E, F). Cada *cluster* agrupa lojas com características semelhantes ao nível das vendas líquidas e da área de venda.

A análise por *clusters* permite o *benchmarking* entre as lojas para cada variável de desempenho, identificando as melhores e as piores lojas, respectivamente designadas por *best in class* e críticas. As restantes lojas do *cluster* têm desempenho considerado médio. Por exemplo, os relatórios de encargos gerais e de margem bruta definem que o *best in class* é definido como sendo a loja de um determinado *cluster* com o menor desvio face ao orçamentado, em valor monetário. Tal significa que em cada *cluster* podem existir vários *best in class*, um para cada uma das variáveis de desempenho consideradas. No ano de 2002, a avaliação da empresa classificou o desempenho global das lojas em 17 *best in class*, 20 lojas críticas e 33 lojas com desempenho médio<sup>5</sup>. Esta classificação resultou da análise conjunta das várias variáveis de desempenho. Os resultados detalhados da avaliação de desempenho para a rede de lojas estão no Apêndice A.1.

---

<sup>3</sup>A população equivalente é obtida através de um modelo designado "modelo de gravidade". Este modelo possui a informação relativa à localização das lojas, às freguesias na área de influência da loja, e à população afectada a cada freguesia. Permite determinar a população que reside nas freguesias que estão a 30 minutos de cada loja, com base numa velocidade média.

<sup>4</sup>A concorrência equivalente é calculada com base nas características das lojas concorrentes, tais como a área, o poder de atracção de clientes, a dimensão da área alimentar e a distância à loja da empresa. Este factor considera que a loja concorrente exercerá maior impacto quanto menor for a sua distância à loja em análise. As lojas concorrentes distam até 30 minutos de cada loja em análise. A concorrência equivalente é expressa em  $m^2$ .

<sup>5</sup>Apenas são referidas as classificações das lojas consideradas na amostra estudada nesta tese.

## 4.5 Caracterização da amostra a estudar

Esta tese incide sobre a avaliação do desempenho de 70 lojas, tendo sido utilizados dados referentes ao ano de 2002. Foi também avaliada a evolução do desempenho das lojas ao longo do tempo através da comparação entre os dados relativos aos anos de 2002 e 2004. Os critérios utilizados para seleccionar as 70 lojas da cadeia foram: (i) estarem a operar há pelo menos um ano, (ii) serem unidades similares e (iii) terem disponibilidade de dados para todas as várias variáveis utilizadas. Assim, excluíram-se da avaliação 10 supermercados. Oito destas lojas não tinham dados para todas as variáveis e duas tinham idade inferior a 1 ano. Apesar da amostra incluir 14 hipermercados e 56 supermercados, considerou-se que a operação dos dois formatos é similar. Note-se que os hipermercados e supermercados são ambos constituídos pelas cinco secções comerciais referidas anteriormente. Relativamente à localização das 70 secções de bazar pesado nas lojas, 18 estão em corredores adjacentes à zona alimentar, 34 correspondem a lojas superstores e 18 correspondem a lojas megastores.

## 4.6 Conclusão

Este capítulo descreve as principais características das lojas da empresa utilizada como caso de estudo. Verifica-se que a avaliação do desempenho feita pela empresa implica a preparação e análise de múltiplos relatórios relativos a vários indicadores de desempenho. Como os indicadores de desempenho reflectem aspectos diferentes da loja, será conveniente definir uma medida sumária que tenha em conta as várias vertentes do desempenho. Assim, nesta tese pretende-se explorar o potencial de DEA como ferramenta de análise e de melhoria de desempenho das lojas de retalho.

No próximo capítulo desenvolve-se um método de avaliação de eficiência das lojas de retalho tendo em conta que estas agregam várias sub-unidades relativas às várias linhas de produtos vendidos.

# Capítulo 5

## Avaliação de desempenho das lojas e respectivas secções comerciais com modelos de DEA multi-nível

### 5.1 Introdução

Neste capítulo desenvolve-se um método de avaliação de desempenho de lojas de retalho. Tendo em conta que cada loja constitui uma organização complexa, que agrega várias sub-unidades (secções) relativas às várias linhas de produtos vendidos (isto é, venda de carne, frutas e legumes, produtos de limpeza, têxteis, electrodomésticos, etc.), o método deve permitir a comparação das sub-unidades entre as várias lojas. Esta análise é importante para verificar se existe disparidade no desempenho das secções nas várias lojas e identificar as secções mais eficientes, cujo funcionamento possa servir de exemplo relativamente às melhores práticas. Posteriormente, procede-se à avaliação das lojas, consideradas como unidades integradoras das diversas secções. Esta análise integradora é importante para identificar objectivos realistas para cada secção, já que estas partilham os recursos limitados das lojas, como por exemplo a área. Para isso, recorre-se a um modelo de DEA multi-nível (*Network DEA*) que permite compatibilizar os objectivos individuais de cada secção com o objectivo primordial das lojas, que consiste na maximização do volume global de vendas.

O modelo de *Network* DEA desenvolvido neste capítulo é baseado no modelo de Färe et al. (1997a). O capítulo termina com a apresentação das conclusões relativas ao desempenho das lojas e das secções que as constituem.

## 5.2 Avaliação de desempenho das secções comerciais

O desempenho de cada secção comercial é avaliado através da comparação com secções similares localizadas noutras lojas da cadeia em análise.

O modelo de DEA utilizado para a avaliação das secções comerciais é o modelo original de Charnes et al. (1978), com rendimentos à escala constantes e orientação pelos outputs, o que decorre do objectivo primordial do retalho, correspondente à maximização das vendas.

### 5.2.1 Definição dos inputs e outputs

Os inputs e outputs utilizados para avaliar o desempenho das secções são os mesmos para as cinco secções (alimentar, perecíveis, bazar ligeiro, bazar pesado, têxteis) que constituem cada loja. Os inputs do modelo de DEA são a área da secção, o valor dos produtos em stock, o número de referências disponíveis na loja (isto é, número de produtos diferentes) e o valor da quebra verificada na secção (isto é, produtos roubados ou deteriorados devido a mau manuseamento ou expiração do prazo de validade). O output do modelo é o valor das vendas brutas da secção, como se apresenta na Figura 5.1.

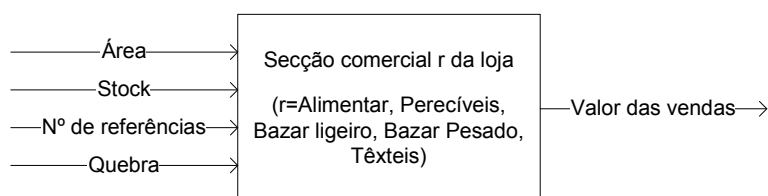


Figura 5.1: Inputs e outputs de cada secção comercial da loja

A área da secção representa a dimensão da secção na loja e influencia criticamente as vendas. O facto de uma secção ter uma área maior permitiria, se fosse eficiente, obter maiores vendas e atrair mais clientes. Como o investimento em equipamento

## 5.2 Avaliação de desempenho das secções comerciais

---

produtivo (isto é, prateleiras, equipamento de frio, máquinas de corte e de embalagem) é proporcional à área das secções não é necessário acrescentar um novo input ao modelo para representar esse factor de produção.

O stock reflecte o valor dos produtos que cada secção tem disponíveis para vender. Quanto maior for o investimento em stock maior poderá ser o volume de vendas.

O número de referências representa o número de produtos distintos disponíveis para venda em cada secção. O facto de uma secção ter um número de referências maior pode melhorar os seus resultados, uma vez que tenderá a satisfazer as necessidades de um número mais elevado de clientes.

A quebra é o montante perdido pela secção relativo aos produtos que não se venderam por razões de furto, mau manuseamento ou expiração do prazo de validade. O valor da quebra é importante porque penaliza os resultados da secção. Apesar desta variável ser um resultado da actividade da secção é um output que se deseja minimizar ("mau comportado"). Existem três alternativas para a inclusão deste tipo de dados nos modelos de DEA: mover o factor para o lado dos inputs, subtrair o factor a um valor suficientemente grande ou inverter o factor. A inversão ou subtracção do valor da quebra levaria a uma alteração na escala de medição da variável, o que dificulta a interpretação dos resultados do modelo. Assim, nesta análise optou-se por não transformar os dados e definir a quebra como um input do modelo.

A venda bruta da secção representa o valor total dos produtos vendidos. Uma secção eficiente será aquela que obtenha o máximo de vendas tendo em conta os níveis de recursos utilizados. O valor das vendas será tanto maior quanto mais elevado for o preço dos produtos vendidos e a quantidade vendida.

A Tabela 5.1 apresenta a média dos inputs e dos outputs das secções alimentar, perecíveis, bazar ligeiro, bazar pesado e têxteis, nas 70 lojas analisadas. Estas incluem 14 hipermercados e 56 supermercados.

O modelo ilustrado na Figura 5.1 não inclui o custo das vendas porque está muito correlacionado com as vendas de cada secção (o coeficiente de correlação entre as variáveis varia entre 0.996 e 1.000). Verifica-se que ao incluir o custo de vendas no modelo, o peso atribuído a este input é muito mais elevado do que o peso dos restantes inputs, de onde resulta uma perda de capacidade de discriminação da técnica de DEA,

Tabela 5.1: Média dos inputs e outputs de cada secção comercial

	Alimentar	Perecíveis	Bazar Ligeiro	Bazar Pesado	Têxteis
<b>Inputs</b>					
Área da secção ( $m^2$ )	1 592	668	774	522	614
Stock da secção (euros)	811 155	113 630	586 168	781 670	348 003
Nº de referências da secção	10 177	1 394	9 447	7 171	5 979
Quebra da secção (euros)	63 115	263 911	47 194	60 003	51 512
<b>Outputs</b>					
Vendas da secção (euros)	16 043 999	6 697 937	4 147 911	4 684 169	2 781 558

uma vez que os restantes inputs são quase ignorados pelo modelo. A forte correlação entre o valor das vendas e o seu custo resulta dos preços de venda dos produtos serem definidos centralmente com base na aplicação de uma percentagem sobre o seu custo. A negociação de preços com os fornecedores é feita centralmente, com excepção da secção dos perecíveis, onde a loja tem alguma margem para tomar decisões. No caso dos perecíveis, as secções são responsáveis pela margem obtida na venda dos produtos. Isto é motivado pela necessidade de tomar decisões em tempo útil dada a natureza dos produtos.

## 5.2.2 Resultados

O modelo de DEA utilizado para a avaliação das secções comerciais foi a "formulação da envolvente" apresentada em (2.11), com rendimentos à escala constantes e orientação pelos outputs. As distribuições de eficiência obtidas para cada uma das cinco secções são apresentadas na Figura 5.2. A Tabela 5.2 apresenta a média e o desvio padrão da eficiência das secções e o número de secções eficientes na amostra constituída por 70 lojas.

Tabela 5.2: Eficiência das secções

	Alimentar	Perecíveis	Bazar Ligeiro	Bazar Pesado	Têxteis
Média	0.60	0.76	0.61	0.53	0.60
Desvio padrão	0.20	0.16	0.23	0.24	0.23
Nº de unidades eficientes	3	7	6	6	6

Globalmente, o número de secções consideradas eficientes é muito reduzido. A eficiência média das secções também é relativamente baixa, variando entre 53% e

## 5.2 Avaliação de desempenho das secções comerciais

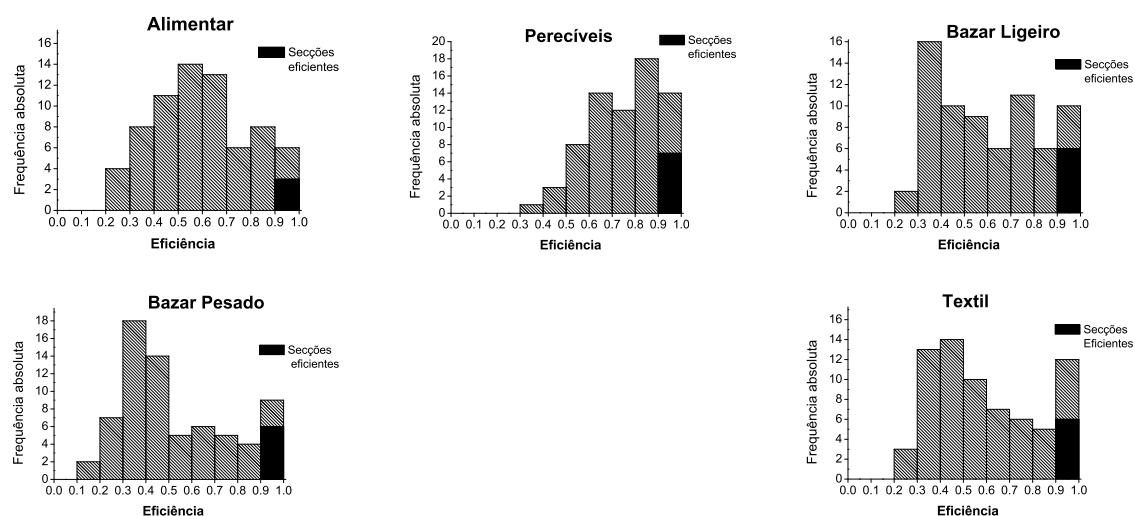


Figura 5.2: Distribuições de eficiência das secções comerciais das lojas

76%. Conclui-se, que as secções apresentam disparidades nos níveis de desempenho. Para as secções ineficientes, o potencial de melhoria de eficiência resultante da adopção das melhores práticas de gestão observadas nas secções eficientes (*benchmarks*) parece ser elevado.

Em termos do formato da loja, as secções localizadas nos hipermercados têm, em média, eficiência mais elevada do que as secções dos supermercados, embora existam unidades eficientes em ambos os formatos.

A secção de perecíveis apresenta o valor de eficiência média mais elevado, o menor desvio padrão e o maior número de unidades eficientes, o que pode estar relacionado com a gestão especial desta secção. A menor dispersão da eficiência nesta secção parece indicar que a maior autonomia das lojas na tomada de decisões pode ser benéfica.

A secção de bazar pesado apresenta o valor de eficiência média mais baixo. A grande dispersão observada nos valores de eficiência do bazar pesado está relacionada com o facto de existirem várias configurações diferentes para esta secção, como mostram os gráficos da Figura 5.3.

Em alguns casos, a secção corresponde apenas a corredores adjacentes à zona alimentar, enquanto noutros aparece em lojas individuais do tipo megastore ou superstore integradas na zona comercial onde se localizam os supermercados ou hipermercados. As secções de bazar pesado adjacentes à zona alimentar têm o maior número

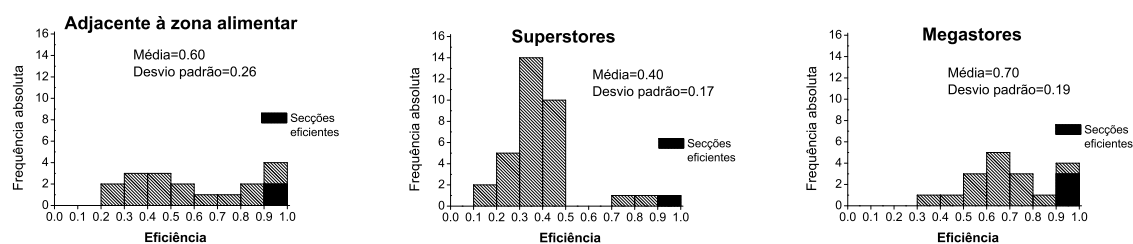


Figura 5.3: Distribuições de eficiência da secção comercial de bazar pesado adjacente à zona alimentar, das superstores e das megastores

de unidades com valor de eficiência elevado. Tal pode ser atribuído ao facto de estas secções comercializarem apenas os produtos que mais se vendem devido à sua reduzida dimensão. As superstores apresentaram os valores da eficiência mais baixos. Isto pode ser atribuído ao facto de se observar dentro deste formato uma grande diversidade de lojas que acomodam diferentes gamas de produtos. Globalmente, observa-se que as megastores têm uma menor dispersão no desempenho do que as superstores. O impacto do formato da loja (megastores e superstores) no desempenho da venda de produtos de bazar pesado será objecto de estudo pormenorizado no capítulo 6.

Relativamente à secção alimentar, as três unidades consideradas eficientes correspondem a hipermercados. Estas lojas têm a dimensão óptima, correspondendo a valores máximos da produtividade. A fronteira da tecnologia de produção da secção alimentar é caracterizada por rendimentos à escala crescentes<sup>1</sup>. Esta propriedade foi detectada através do teste não-paramétrico Kolmogorov-Smirnov (K-S) proposto por Banker (1996).<sup>2</sup> Como o modelo de DEA utilizado inclui a eficiência técnica pura e a eficiência de escala, apenas as secções de maior dimensão conseguem ser avaliadas como eficientes considerando estes dois aspectos do desempenho. Note-se que a secção alimentar é a única que apresenta rendimentos à escala variáveis.

A avaliação individual das secções também permite retirar conclusões sobre o desempenho de uma loja, vista como unidade integradora das várias secções. Verifica-

<sup>1</sup>Identificou-se apenas uma secção com rendimentos à escala decrescentes, cuja área era significativamente superior à das restantes (cerca de 6000 m<sup>2</sup>). As secções identificadas como eficientes à escala têm entre 3100 m<sup>2</sup> e 3600 m<sup>2</sup>.

<sup>2</sup>Banker (1996) propôs o teste K-S no caso de não haver qualquer pressuposto relativo à distribuição de ineficiência. O teste K-S avalia se duas amostras independentes, uma relativa à ineficiência calculada segundo CRS e outra calculada segundo VRS, provêm de duas populações idênticas. Este teste foi descrito na secção 2.5.2.

## 5.2 Avaliação de desempenho das secções comerciais

---

se que algumas lojas apresentam bom ou mau desempenho na generalidade das secções enquanto outras apresentam um perfil híbrido. Considere-se a Tabela 5.3 em que se apresenta, a título de exemplo, o valor da eficiência das 5 secções das lojas L12, L16, L18 e L25.

Tabela 5.3: Avaliação individual das secções de quatro lojas consideradas como exemplo

	Alimentar	Perecíveis	Bazar Ligeiro	Bazar Pesado	Têxteis	Eficiência média
L12	100%	100%	100%	81%	92%	95%
L16	45%	55%	48%	30%	44%	44%
L18	65%	100%	85%	63%	53%	73%
L25	83%	95%	75%	44%	50%	69%

Verifica-se que a loja L12 tem bom desempenho em todas as secções pois tem valores de eficiência elevados na generalidade das secções. Tal significa que pode ser considerada como *benchmark*.

A loja L16 é um exemplo de mau desempenho em todas as secções. Isto poderá significar que a loja não está a vigiar correctamente os indicadores de gestão de negócio das secções comerciais ou que está a ser penalizada por factores da envolvente, tais como baixa densidade populacional ou elevada concorrência. Nestes casos, a viabilidade da loja deverá ser avaliada tendo em conta o impacto da envolvente e deverão ser empreendidas as acções consideradas necessárias com vista à melhoria do desempenho. O impacto da envolvente na actividade das lojas será objecto de estudo pormenorizado no capítulo 7.

A loja L25 tem bom desempenho nas secções alimentar e perecíveis e mau desempenho nas secções bazar pesado e têxteis. A loja 18 é outro exemplo de perfil híbrido com mau desempenho em todas as secções à excepção dos perecíveis e bazar ligeiro. Os gestores destas lojas deverão explorar as razões para o mau desempenho de algumas secções, pois este poderá ser imputado à direcção comercial central ou à gestão local. As políticas de gestão da secção deverão ser reajustadas tendo em conta as melhores práticas observadas noutras secções consideradas *benchmarks*.

Globalmente, da análise da eficiência da cadeia de lojas, verifica-se que existem apenas 5 lojas (L10, L12, L13, L15, L20) que são exemplos das melhores práticas (*benchmarks*) nas cinco secções comerciais (o critério utilizado para considerar a loja

como *benchmark* foi ter a eficiência média das cinco secções igual ou superior a 85% e a eficiência individual de todas as secções igual ou superior a 80%).

### 5.3 Abordagem para avaliar a eficiência das lojas

A análise individual das secções permite avaliar a eficiência por comparação com secções semelhantes. No entanto, quando se pretende definir objectivos para cada secção de uma loja, é necessário ter em conta que essa secção partilha recursos com as restantes secções da loja. Por exemplo, a diminuição da área de uma secção permite o aumento da área das restantes secções da loja ou o aumento da área não comercial (área de circulação, área de stock, área promocional). Desta forma, os objectivos de uma secção devem ser definidos tendo em conta as interações com as restantes secções da loja. Para isso, é necessário um modelo que para além de incluir a informação relativa aos inputs e outputs das secções, considere a informação adicional sobre a partilha de recursos associados a uma determinada loja, os quais podem ser redistribuídos entre secções. Para atingir esse objectivo será desenvolvido um modelo de DEA que permita a realocação de recursos de uma DMU (loja) entre as sub-DMUs (secções) que a constituem.

A literatura de DEA inclui diversos trabalhos relacionados com a análise de organizações cujas DMUs têm interdependências, constituindo redes que obrigam a uma análise integrada entre uma DMU e as suas componentes (sub-DMUs) ou entre uma organização global e as suas DMUs. Beasley (2003), Lozano et al. (2004) e Korhonen and Syrjänen (2004) desenvolveram modelos para realocar os recursos de uma organização entre as DMUs que a integram. Färe et al. (1997a) desenvolveram modelos para realocar os recursos de uma DMU entre as suas componentes, as sub-DMUs. Cook and Green (2005) consideraram também as DMUs e as suas sub-DMUs para avaliar a eficiência. Neste caso, o modelo considera que uma DMU deverá ser classificada como eficiente se todas as sub-DMUs também o forem, o que corresponde a um grau de exigência superior ao DEA tradicional.

Beasley (2003), Lozano et al. (2004) e Korhonen and Syrjänen (2004) utilizaram uma abordagem centralizada para definir objectivos relativos aos outputs das DMUs

### 5.3 Abordagem para avaliar a eficiência das lojas

---

e realocar os recursos limitados da organização entre as várias DMUs. Beasley (2003) utilizou um único modelo de DEA, não linear, que permite realocar os recursos da organização de forma a maximizar a eficiência média das DMUs. Lozano et al. (2004) utilizaram um único modelo (linear) de DEA que permite realocar os recursos limitados de uma organização com o objectivo de maximizar o valor total do output da organização. Korhonen and Syrjänen (2004) utilizaram um único modelo de DEA (linear) multi-objectivo que permite realocar os recursos limitados de uma organização com o objectivo de maximizar simultaneamente o valor de vários outputs da organização. Assim, a principal diferença entre os três modelos é que enquanto em Beasley (2003) a realocação de recursos é baseada na maximização da eficiência média das DMUs, em Lozano et al. (2004) e Korhonen and Syrjänen (2004) não se calcula a eficiência de cada DMU. Em Lozano et al. (2004) a realocação de recursos é feita com o objectivo de maximizar a soma do output de todas as DMUs, e em Korhonen and Syrjänen (2004) a realocação de recursos é feita com o objectivo de maximizar simultaneamente o valor dos vários outputs das DMUs.

Cook and Green (2005) consideram simultaneamente as DMUs e as suas sub-DMUs. Neste contexto, define-se um modelo de DEA que avalia a eficiência de cada DMU na obtenção de outputs tendo em conta os níveis de inputs e outputs observados nos dois níveis: DMUs e sub-DMUs. Assim, cada DMU só será eficiente se as suas sub-DMUs também o forem. O modelo considera que os inputs estão associados a cada sub-DMU, enquanto que relativamente aos outputs, em alguns casos conhece-se o valor produzido por cada sub-DMU e noutros apenas o valor global ao nível da DMU. Neste último caso, o modelo terá de efectuar uma subdivisão do output global pelas sub-DMUs para obter uma estimativa de eficiência das DMUs e sub-DMUs. Para isso, o modelo inclui uma restrição que define o valor mínimo e o valor máximo do output produzido por cada sub-DMU. Este modelo foi aplicado a um conjunto de centrais eléctricas (DMUs) e às respectivas unidades geradoras (sub-DMUs).

Färe et al. (1997a) propuseram um modelo de *Network* DEA, que permite uma realocação dos inputs partilhados pelas sub-DMUs com vista à maximização do output de cada DMU. Especificamente, o modelo de Färe et al. (1997a) foi utilizado para avaliar o desempenho de unidades agrícolas. O objectivo da análise era estabelecer a

melhor forma de dividir a área global da unidade agrícola por zonas afectas ao cultivo de cada cereal, com vista à maximização da quantidade de cereais produzidos. Tal significa que a área identificada como excessiva para o cultivo de um determinado cereal pode ser realocada para o cultivo de outros cereais. Esse modelo foi designado por modelo de DEA com *Fixed but Allocative Inputs*. Este modelo pode ser adaptado às lojas de retalho, de forma a otimizar a distribuição da área pelas várias secções, com vista à maximização das vendas da loja. Este capítulo desenvolve um modelo de *Network* DEA baseado em Färe et al. (1997a) para definir objectivos para as secções compatíveis com os recursos totais disponíveis na loja.

A designação *Network* DEA também é usada na literatura para referir outro tipo de modelos, como por exemplo modelos que permitem representar processos produtivos com mais do que uma fase, em que os outputs de uma fase (designados por produtos intermédios) são inputs da fase seguinte (ver Färe and Whittaker, 1995, Löthgren and Tambour, 1999, Färe and Grosskopf, 2000a). Também se utiliza esta designação para representar situações com uma natureza dinâmica, na qual alguns outputs no período  $t$  são inputs no período seguinte,  $t + 1$  (ver Sengupta, 1995, Färe and Grosskopf, 2000a).

A secção seguinte descreve em detalhe o modelo *Fixed but Allocative Inputs* proposto por Färe et al. (1997a) que posteriormente será adaptado às lojas de retalho.

### 5.3.1 Modelo de DEA com *Fixed but Allocative Inputs* (Färe et al., 1997a)

Färe et al. (1997a) apresentaram o modelo *Fixed but Allocative Inputs* para avaliar a eficiência de unidades agrícolas assumindo que é permitida a redistribuição da área de cultivo dos cereais de forma a aumentar a produção total. Este modelo caracteriza uma situação muito específica da tecnologia de produção, na qual a quantidade de um determinado input é unicamente utilizada para a produção de um determinado output. Por exemplo, a área atribuída ao cultivo de milho é apenas utilizada para a produção deste cereal e não de outros cereais. Esta situação difere por exemplo de um input como o investimento em máquinas agrícolas, pois estas podem ser utilizadas

### 5.3 Abordagem para avaliar a eficiência das lojas

---

para o cultivo dos vários cereais. O modelo permite ainda que a área atribuída à produção de um determinado cereal possa ser superior ou inferior à área de cultivo inicial, desde que a área global da DMU afecta à produção de todos os cereais não aumente.

A metodologia utilizada por Färe et al. (1997a) consiste em comparar os resultados da avaliação de eficiência técnica usando o modelo de DEA standard com os resultados do modelo de *Network*. Esta comparação permite determinar qual o aumento proporcional da produção de cereais que pode ser obtido pela redistribuição da área.

Em seguida, apresenta-se a formulação matemática do modelo de Färe et al. (1997a) que foi utilizado na avaliação de desempenho de  $n$  unidades agrícolas (DMUs) designadas por  $j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) que transformam os recursos  $x_{ij}$  ( $x_{1j}, \dots, x_{mj}$ )  $\in \mathbb{R}_+^m$  nos cereais  $y_{rj}$  ( $y_{1j}, \dots, y_{sj}$ )  $\in \mathbb{R}_+^s$ . Assume-se que apenas o recurso área ( $x_{1j}$ ) pode ser distribuído para produção dos vários cereais. O valor da área utilizado para a produção do cereal  $r$  é definido por  $x_{1rj}$ . A área total de cada unidade agrícola é dada por  $\sum_{r=1}^s x_{1rj_o}$ . O modelo *Fixed but Allocative Inputs* permite determinar, para cada unidade  $j_o$ , a máxima expansão proporcional da produção dos cereais e a nova reafectação da área ( $x_{1rj_o}$ ). Note-se que as variáveis do modelo (5.1) são  $\theta$ ,  $x_{1rj_o}$  e  $\lambda_j$ .

$$\begin{aligned}
 & \max \left\{ A_o = \theta \mid \right. & (5.1) \\
 & \theta y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & x_{1rj_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{1rj}, \quad r = 1, \dots, s, \\
 & x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 2, \dots, m, \\
 & x_{1j_o} = \sum_{r=1}^s x_{1rj_o}, \\
 & \left. \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \right\}
 \end{aligned}$$

Posteriormente, os ganhos conseguidos pela redistribuição da área para cada unidade, ( $G_o$  na expressão (5.2)) são determinados pelo rácio entre a máxima expansão

da produção dos cereais ( $\theta^*$ ) obtida no modelo (5.1), que admite a possibilidade de redistribuição da área, e a máxima expansão da produção dos cereais ( $\delta^*$ ) obtida no modelo standard de DEA, com orientação pelos outputs (2.11), que não permite a realocação das áreas, de acordo com a expressão seguinte:

$$G_o = \frac{\theta^*}{\delta^*} \quad (5.2)$$

Verifica-se que  $\theta^* \geq \delta^*$ ,  $\forall_{j=1,\dots,n}$ , o que implica que  $G_o \geq 1$ ,  $\forall_{j=1,\dots,n}$ . Se o ganho é 1 então as realocações de área já não trazem benefícios adicionais em relação aos objectivos definidos pelo modelo de DEA standard. Se o ganho é superior a 1, então significa que é possível aumentar proporcionalmente os outputs da DMU através da redistribuição das áreas.

### **5.3.2 Adaptação do Modelo de *Network* DEA às lojas de retalho**

Esta secção define um novo modelo *Network* DEA adaptado às lojas de retalho. Pretende-se fazer uma realocação da área de venda da loja pelas várias secções, com o objectivo de maximizar as vendas. O novo modelo *Network* DEA, baseado no modelo de Färe et al. (1997a), considera que a área atribuída a uma determinada secção que comercializa uma determinada linha de produtos é unicamente utilizada para a obtenção das vendas destes mesmos produtos.

O novo modelo de *Network* DEA, ao permitir que a loja possa redistribuir a área pelas secções de forma a melhorar as vendas totais, possibilita a definição de objectivos de melhoria de desempenho. A metodologia utilizada para aplicar o modelo de *Network* DEA é análoga à de Färe et al. (1997a). Assim, comparam-se os resultados da avaliação de eficiência técnica usando o modelo de DEA standard com os resultados do novo modelo de *Network* DEA. Desta forma é possível determinar o aumento adicional das vendas da loja que pode ser conseguido pela redistribuição da área. Como consequência desta análise é possível definir a área que deverá ser atribuída a cada secção, bem como os objectivos para os restantes inputs da loja.

No novo modelo de *Network* DEA, como as vendas das lojas estão associadas a

### 5.3 Abordagem para avaliar a eficiência das lojas

---

secções comerciais de natureza diferenciada, não há razão para que a proporção do aumento das vendas seja igual em todas as secções. Assim, associa-se a cada secção  $r$  uma proporção do aumento das vendas específica ( $\theta_r$ ) sendo necessário garantir que a função objectivo a maximizar corresponde às vendas totais da loja definidas por  $\sum_{r=1}^s \theta_r y_{rj_o}$ . Esta expressão garante que as vendas totais da loja nunca são inferiores às vendas actuais. A igualdade da restrição do recurso que é realocado (4<sup>a</sup> restrição do modelo (5.1)) é alterada para uma desigualdade de forma a permitir uma afectação da área da loja para fins comerciais ou não comerciais (como por exemplo a área de circulação, a área de stock ou a área promocional). Tecnicamente, tal significa que a restrição em análise não terá folga se a área for redistribuída só pelas secções comerciais. Se tiver folga significa que alguma área pode ser atribuída a zonas não comerciais. Nestas condições, a formulação do novo modelo de *Network* DEA é a seguinte:

$$\begin{aligned} \max \left\{ AN_o = \sum_{r=1}^s \theta_r y_{rj_o} \right. & \quad (5.3) \\ \theta_r y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s, & \\ x_{1rj_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{1rj}, \quad r = 1, \dots, s, & \\ x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i = 2, \dots, m, & \\ x_{1j_o} \geq \sum_{r=1}^s x_{1rj_o}, & \\ \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \left. \right\} & \end{aligned}$$

Contrariamente ao modelo de Färe et al. (1997a), o novo modelo não determina eficiência, mas sim vendas totais. O ganho da alocação dos recursos ( $GN_o$  na expressão (5.4)) é determinado pela razão entre a soma das vendas totais obtidas com o modelo de *Network* DEA (5.3) e a soma das vendas totais (vendas eficientes  $DEA_o$ <sup>3</sup>),

---

<sup>3</sup>Vendas eficientes  $DEA_o = \sum_{r=1}^s \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}$ , onde  $\lambda^*$  é o valor óptimo obtido no modelo (2.11).

correspondentes a uma situação eficiente, obtidas com o modelo de DEA (2.11), de acordo com a expressão seguinte:

$$GN_o = \frac{AN_o}{\text{Vendas eficientes DEA}_o} \quad (5.4)$$

Se o valor do ganho  $GN_o$  for igual a 1 significa que a realocação da área entre as secções não consegue melhorar as vendas relativamente à situação óptima associada ao modelo de DEA standard. Se o valor do ganho for superior a 1 indica que o aumento adicional das vendas relativamente aos objectivos definidos no modelo de DEA standard é conseguido através da realocação da área entre as secções. Para se obter uma estimativa da eficiência da alocação de recursos inverte-se o valor do ganho ( $GN_o$ ). Assim, as lojas ineficientes em termos alocativos (com  $1/GN_o < 1$ ) são aquelas que podem beneficiar da realocação da área entre as secções. Nestas lojas, o objectivo definido pelo modelo *Network* DEA para as vendas de uma determinada secção pode ser superior ou inferior ao valor inicial, sendo no entanto garantido que as vendas totais da loja, correspondentes ao somatório das vendas das secções, aumentam relativamente à situação observada no modelo de DEA standard.

## 5.4 Avaliação das lojas com o modelo de *Network* DEA

### 5.4.1 Definição de inputs e outputs

Para aplicar o modelo de *Network* DEA (5.3) ao caso de estudo, considerou-se que cada DMU corresponde a uma loja, que está por sua vez subdividida em 5 secções comerciais  $r = 1, \dots, 5$ , tal como representado na Figura 5.4. O output de cada loja representa o valor das vendas brutas, e está subdividido pelas cinco secções definidas ( $y_r$  com  $r = 1, \dots, 5$ ). Os inputs da loja são a área, estando esta também subdividida em cinco secções ( $x_{1r}$ ,  $r = 1, \dots, 5$ ), e os restantes inputs são a quebra total ( $x_2$ ), o stock total ( $x_3$ ) e o número total de referências ( $x_4$ ). Estes inputs correspondem à soma dos valores das cinco secções da loja. A agregação destes inputs é necessária

## 5.4 Avaliação das lojas com o modelo de *Network* DEA

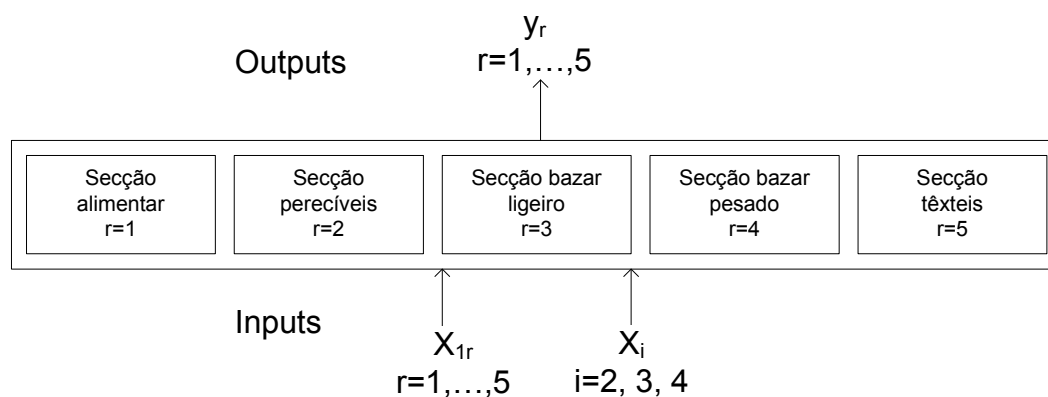


Figura 5.4: Modelo de *Network* DEA

porque se todos os factores fossem referenciados por secção, o modelo de DEA perderia a sua capacidade de discriminação entre as DMUs eficientes e as ineficientes. Assim, optou-se por referenciar por secção apenas o input mais determinante na obtenção de resultados, que neste caso é a área<sup>4</sup>. A Tabela 5.4 apresenta a média e o desvio padrão relativos aos inputs e outputs do modelo.

Tabela 5.4: Média e desvio padrão dos inputs e outputs das lojas

	Média	Desvio padrão
<b>Inputs</b>		
Área da alimentar ( $m^2$ )	1 592	976
Área de perecíveis ( $m^2$ )	668	541
Área de bazar ligeiro ( $m^2$ )	774	813
Área de bazar pesado ( $m^2$ )	522	523
Área de têxteis ( $m^2$ )	614	429
Stock da loja (euros)	2 640 626	2 204 854
Nº de referências da loja	34 167	15 043
Quebra da loja (euros)	485 735	495 937
<b>Outputs</b>		
Vendas de alimentar (euros)	16 043 999	16 114 723
Vendas de perecíveis (euros)	6 697 937	6 297 184
Vendas de bazar ligeiro (euros)	4 147 911	4 983 125
Vendas de bazar pesado (euros)	4 684 169	6 258 993
Vendas de têxteis (euros)	2 781 558	2 803 898

<sup>4</sup>A área é o recurso mais importante e crítico para os retalhistas, tal como argumentam Campo and Gijbrecchts (2004) e Desmet and Renaudin (1998).

## 5.4.2 Resultados

### 1ª fase: Utilização do modelo de DEA standard

A primeira fase da definição de objectivos consistiu em avaliar o desempenho da loja com o modelo de DEA standard com orientação pelos outputs (2.11) para avaliar a eficiência técnica. Os inputs e os outputs utilizados foram os definidos na Tabela 5.4. Os resultados obtidos relativos à eficiência técnica de cada loja são apresentados na primeira coluna da Tabela B.1 do Apêndice B.1.

Os resultados relativos à avaliação das lojas, resumidos na Tabela 5.5, identificaram 23 lojas eficientes, o que mostra que esta análise é menos exigente do que a avaliação individual das secções, na qual se identificaram apenas 5 lojas como exemplos das melhores práticas nas cinco secções (ver conclusão da secção 5.2.2).

Tabela 5.5: Avaliação da eficiência técnica utilizando o modelo (2.11)

	Eficiência técnica
Nº de lojas eficientes	23
Média da eficiência das lojas da cadeia	83%

Como a eficiência técnica média das lojas é igual a 83%, isto significa que o potencial de aumento das vendas é 20%, em média. Na prática este valor pode ser conseguido através da implementação de políticas de *benchmarking*.

Na secção seguinte analisa-se a possibilidade de aumentar ainda mais as vendas através da realocação da área entre as secções de cada loja.

### 2ª fase: Utilização do modelo de *Network* DEA

A segunda fase consistiu na aplicação do modelo de *Network* DEA (5.3). Especificamente, o modelo de *Network* DEA permitiu determinar a alocação óptima da área a partilhar pelas várias secções, bem como os objectivos relativos às vendas e aos restantes inputs.

Em seguida, discutem-se detalhadamente os resultados da aplicação do modelo de *Network* DEA ao caso de estudo. Nomeadamente, apresenta-se o ganho nas vendas resultante da realocação dos recursos e os valores dos inputs que permitiriam esses ganhos.

### Ganho da alocação dos recursos

Os resultados relativos aos ganhos da alocação dos recursos obtidos com o modelo de *Network* DEA estão resumidos na Tabela 5.6. Os resultados relativos a cada loja apresentam-se na segunda coluna da Tabela B.1 do Apêndice B.1.

Tabela 5.6: Resultados dos ganhos da alocação dos recursos (5.4)

Ganho da alocação dos recursos (5.4)	
Nº de lojas com ganho igual 1	5
Média	1.23
Desvio padrão	0.23

Verifica-se que existem apenas 5 lojas (L03, L10, L12, L18 e L20) com ganho igual a 1 no modelo de *Network* DEA, o que significa que a realocação da área entre as secções não consegue melhorar as vendas relativamente aos objectivos definidos pelo modelo de DEA standard, isto é, as lojas são eficientes na alocação dos recursos. Como as 5 lojas são também tecnicamente eficientes, o seu desempenho não pode ser melhorado. Nas 65 lojas com ganhos superiores a 1 (ineficientes do ponto de vista alocativo), é possível obter um aumento adicional das vendas através de uma melhoria na distribuição da área total da loja.

Estes resultados confirmam as conclusões relativas ao desempenho das lojas analisado na secção 5.2.2, já que três destas lojas tinham sido anteriormente identificadas como eficientes em todas as secções (L10, L12, e L20). As restantes duas lojas (L13, L15) identificadas na secção anterior como também sendo eficientes em todas as secções têm ganho superior a 1, o que significa que podem aumentar ainda mais as vendas através da redistribuição da área total pelas secções.

A loja L18 aparece nesta análise ao nível da loja como eficiente (tecnicamente e a nível da realocação de recursos) embora tenham sido identificadas ineficiências na análise prévia a nível das secções (ver Tabela 5.3). O mesmo acontece com a loja L03, que aparece nesta análise como eficiente, tendo sido verificado na análise ao nível das secções, um desempenho bastante elevado nas várias secções com a excepção da secção de bazar pesado (eficiência igual a 75%). Isto pode ocorrer pois a análise individual das secções é mais exigente, de forma que quando se considera uma análise integrada ao nível da loja verifica-se que não é possível melhorar simultaneamente todas as

secções.

## Área

A Figura 5.5 compara o valor inicial da área total da cadeia de lojas com os objectivos propostos pelo modelo de DEA e pelo modelo de *Network* DEA<sup>5</sup>. O modelo de *Network* DEA mostra que o aumento das vendas da cadeia de lojas é possível utilizando menos área ( $-11\%$ ) do que a utilizada actualmente. Embora a realocação da área entre as secções permita aumentar as vendas relativamente aos valores eficientes identificados com o modelo de DEA standard, isso só é possível com um aumento da área ( $+2\%$ ) relativamente ao valor de área eficiente definido pelo modelo de DEA standard.

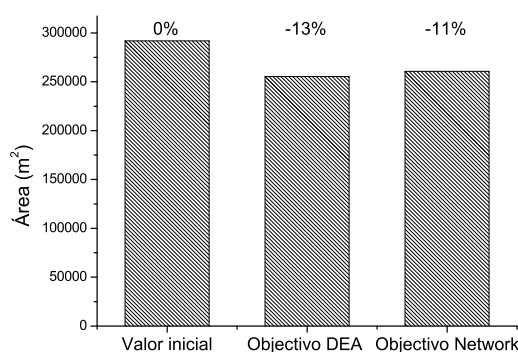


Figura 5.5: Área total da cadeia de lojas

Note-se que embora o modelo de DEA tenha orientação pelos outputs, a redução da área ( $-13\%$ ) é possível através dos ajustamentos correspondentes às slacks.

## Vendas

A Figura 5.6 apresenta o valor inicial das vendas totais da cadeia de lojas e os objectivos propostos pelo modelo de DEA e pelo modelo de *Network* DEA<sup>6</sup>.

O modelo de *Network* DEA mostra que após a realocação de áreas entre as secções das lojas é possível aumentar  $17\%$  às vendas totais da cadeia de lojas face às vendas totais propostas pelo modelo de DEA.

<sup>5</sup>Em cima de cada coluna indica-se a variação percentual em relação ao valor inicial da área.

<sup>6</sup>Em cima de cada coluna indica-se a variação percentual em relação ao valor inicial das vendas.

## 5.4 Avaliação das lojas com o modelo de *Network* DEA

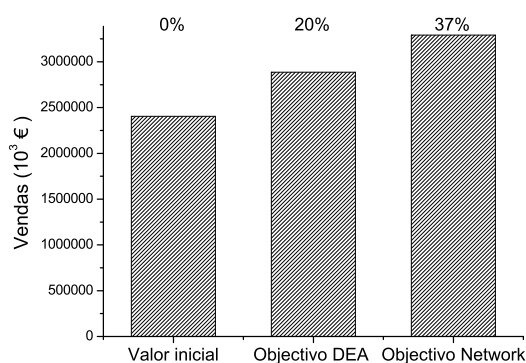


Figura 5.6: Vendas totais da cadeia de lojas

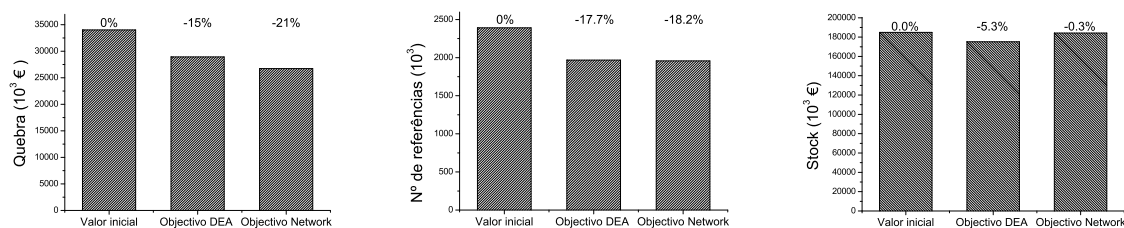


Figura 5.7: Quebra, nº de referências e stock total da cadeia de lojas

Relativamente aos recursos, verifica-se que o aumento das vendas totais de cada loja pode ser acompanhado por uma redução da quebra, do número de referências e do stock relativamente ao valor inicial (Figura 5.7). Note-se que a realocação da área entre as secções permite também diminuir ainda mais a quebra e o número de referências relativamente aos valores eficientes identificados com o modelo de DEA. No entanto, a realocação da área entre as secções necessita de um valor em stock superior ao valor eficiente do modelo de DEA. Conclui-se que o aumento das vendas da cadeia de lojas poderá ser conseguido através da oferta de uma menor diversidade de produtos acompanhada de um aumento de stock de cada produto.

De seguida pretende-se analisar em detalhe os resultados da aplicação do modelo de *Network* DEA a uma loja em particular.

### 5.4.3 Microanálise para a gestão individual das lojas

Pretende-se nesta secção analisar em detalhe os resultados da aplicação do modelo de *Network* DEA à loja L16, uma vez que tem mau desempenho generalizado a todas

as secções comerciais (ver Tabela 5.3). A Figura 5.8 apresenta o valor inicial para os inputs e outputs das várias secções da loja, e os objectivos propostos pelo modelo de DEA e pelo modelo de *Network* DEA<sup>7</sup> (5.3).

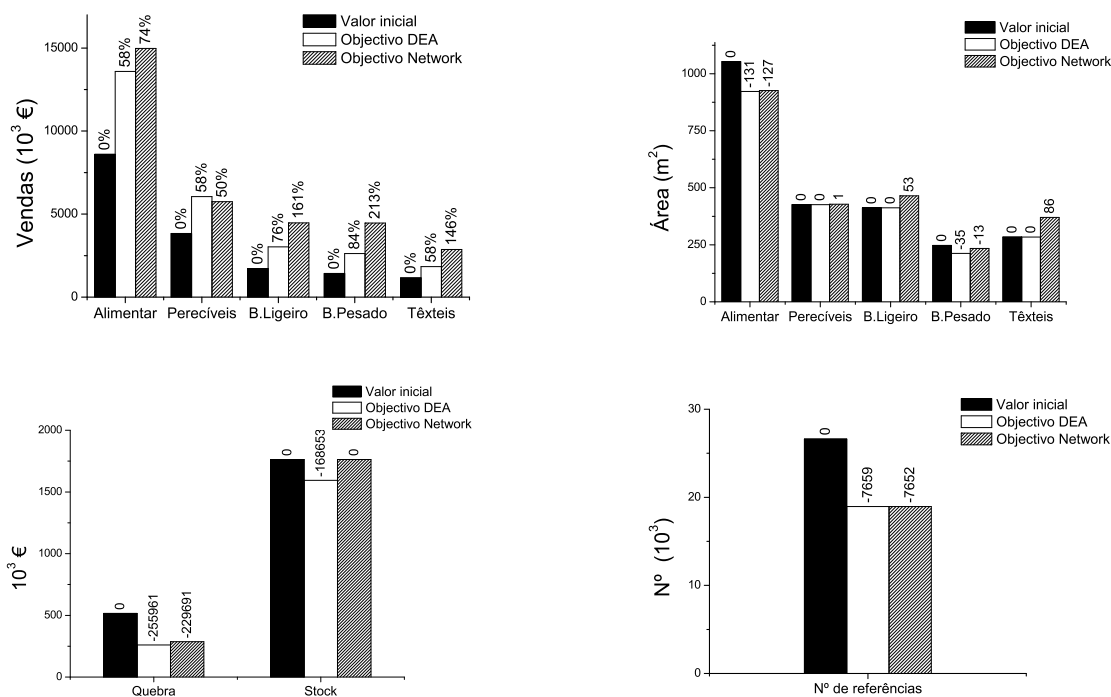


Figura 5.8: Vendas por secção, área por secção, quebra total, nº de referências total e stock total da loja L16

A loja L16 tem um valor de eficiência técnica igual a 63.3%. Isto significa que, admitindo que não se fazem realocações da área entre as secções, as vendas de todas as secções podem aumentar proporcionalmente pelo menos 58% ( $1/0.633 = 1.58$ ). Nestas condições, as vendas totais da loja podem aumentar de 16 729 206 para 27 128 780 euros. Para isso, a área poderá ser reduzida apenas nas secções alimentar e bazar pesado. Globalmente, a área comercial da loja poderá passar de 2423 m<sup>2</sup> para 2257 m<sup>2</sup>. Relativamente aos restantes recursos, a quebra, o valor de stock e o número de referências podem diminuir.

Utilizando o modelo de *Network* DEA, verifica-se que o ganho da alocação dos recursos da loja é 1.20, o que significa que, se a loja realocar a área das secções de acordo com o que é proposto pelo modelo, as vendas totais da loja aumentarão

<sup>7</sup>Em cima de cada coluna indica-se a variação percentual em relação ao valor inicial.

## 5.5 Conclusões

---

20% relativamente às propostas pelo modelo de DEA standard. Para isso, a área do bazar ligeiro e têxteis deverá aumentar, enquanto que a área alimentar e bazar pesado poderá diminuir em relação aos valores actuais. No caso particular desta loja, a área comercial total necessária após a realocação da área pelas secções é igual à área inicial ( $2423 m^2$ ), não sendo possível aumentar zonas não comerciais destinadas por exemplo à circulação dos clientes.

Relativamente aos restantes recursos, o número de referências e a quebra podem diminuir e o stock deve manter-se face aos valores observados inicialmente.

Em relação ao output, as vendas devem aumentar em todas as secções, sendo assegurado que as vendas totais da loja aumentam, passando de 16 729 206 para 32 517 263 euros.

Verifica-se que o modelo de *Network* DEA pode propor para determinadas secções uma diminuição na área acompanhada por um aumento das vendas, como acontece com a secção alimentar e o bazar pesado para a loja L16. Isto é possível devido ao aumento de eficiência permitido pela nova distribuição das áreas pelas secções.

## 5.5 Conclusões

Em termos de desenvolvimentos da técnica de DEA, este capítulo propõe um método para avaliar DMUs complexas constituídas por várias sub-DMUs. Este novo modelo foi aplicado a lojas (DMUs) constituídas por diversas secções (sub-DMUs). O método consiste em avaliar o desempenho em dois níveis. No primeiro nível, recorre-se à utilização do DEA para avaliar o desempenho de cada secção comercial através da comparação com secções similares localizadas noutras lojas. A avaliação das secções permitiu verificar a existência de alguma disparidade nos níveis de desempenho, tendo os piores níveis de eficiência sido observados nas secções dos supermercados. Apenas 5 lojas demonstraram ser exemplos das melhores práticas em todas as secções.

No segundo nível, procurou-se definir objectivos de melhoria de desempenho das secções, permitindo uma redistribuição da área da loja entre as secções com vista a maximizar as vendas totais da loja. Para isso, desenvolveu-se um novo modelo de *Network* DEA adaptado ao sector de retalho. A comparação dos resultados obtidos

com o modelo de *Network* DEA e com o modelo de DEA standard permitiu avaliar os ganhos potenciais resultantes da realocação de recursos em cada loja. A avaliação das lojas com o modelo de DEA standard permitiu concluir que as vendas totais da cadeia de lojas podem aumentar cerca de 20% caso não exista realocação de área entre as secções. Caso haja realocação de área entre as secções, o modelo de *Network* DEA demonstrou que as vendas podem ter um aumento adicional de 17%.

A secção de bazar pesado apresentou a maior dispersão nos valores de eficiência, o que está relacionado com o facto de existirem configurações diferentes para esta secção. O capítulo seguinte compara o desempenho de duas configurações distintas desta secção, correspondentes aos formatos de lojas megastores e superstores. Estes formatos correspondem a lojas individuais com marca própria.

## Capítulo 6

# Avaliação do efeito do formato das lojas no desempenho da secção de bazar pesado

### 6.1 Introdução

Neste capítulo pretende-se explorar em pormenor a relação entre o formato da secção de bazar pesado e o desempenho na venda de produtos. Esta análise apenas inclui as secções que correspondem a lojas com marca própria que comercializam os produtos do bazar pesado, fora dos supermercados e hipermercados. Existem dois formatos de lojas de bazar pesado, as megastores e as superstores, que se distinguem pela gama de produtos oferecidos, pela área de venda, pela dimensão da cidade onde se localizam e pelo tipo de loja alimentar à qual estão agregadas. Enquanto as megastores se situam nos grandes aglomerados urbanos e junto de hipermercados e supermercados de grande dimensão, as superstores localizam-se junto de supermercados mais pequenos e servem centros populacionais de menor dimensão. Quando se compara o desempenho da secção de bazar pesado entre os dois formatos de lojas é necessário ter em conta que as diferenças no nível de desempenho podem estar relacionadas com a gestão local da loja e/ou com as características relacionadas com o formato da loja (megastore ou superstore), que afectam igualmente todas as lojas do mesmo tipo.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. Inicialmente descrevem-se as várias abordagens da literatura que recorrem à técnica de DEA para comparar dois grupos de DMUs: (i) *Program efficiency*, (ii) comparação das distribuições de eficiência de cada grupo usando testes de hipóteses e (iii) método baseado nos índices de *Malmquist*. As vantagens e desvantagens das várias abordagens são ilustradas com recurso a exemplos. A comparação do desempenho entre as megastores e superstores é feita com recurso ao método baseado nos índices de *Malmquist*. O capítulo termina com a apresentação das conclusões.

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

### 6.2.1 *Program efficiency*

O método de *Program efficiency* foi proposto inicialmente por Charnes et al. (1981) para comparar dois tipos de escolas: as que seguiam um programa específico (*Program Follow through*) e as outras que não seguiam esse programa. O método *Program efficiency* é ilustrado através da Figura 6.1 em que se considera que existem dois grupos de DMUs sujeitas aos programas A e B, respectivamente. Considere-se que cada DMU utiliza dois inputs ( $X_1$  e  $X_2$ ) para produzir um output ( $Y$ ). Para simplificar a representação gráfica, cada input é normalizado pelo valor do output, obtendo-se  $X_1/Y$  e  $X_2/Y$ .

O primeiro passo do método consiste em aplicar o modelo de DEA às DMUs que operam segundo cada programa. O valor de eficiência de cada DMU resultante da comparação com as melhores DMUs (unidades eficientes) do mesmo programa é designado por *managerial efficiency*. No exemplo ilustrado na Figura 6.1, o valor da *managerial efficiency* para a DMU  $b$  do programa B é igual a  $Ob'/Ob$ . O segundo passo consiste em eliminar a ineficiência detectada na avaliação da *managerial efficiency* das DMUs em cada programa. Isto implica eliminar ineficiências radiais e não radiais de forma que cada DMU é projectada numa zona eficiente (no sentido de *Pareto-Koopmans*) da fronteira do PPS. Finalmente, avalia-se em conjunto a efi-

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

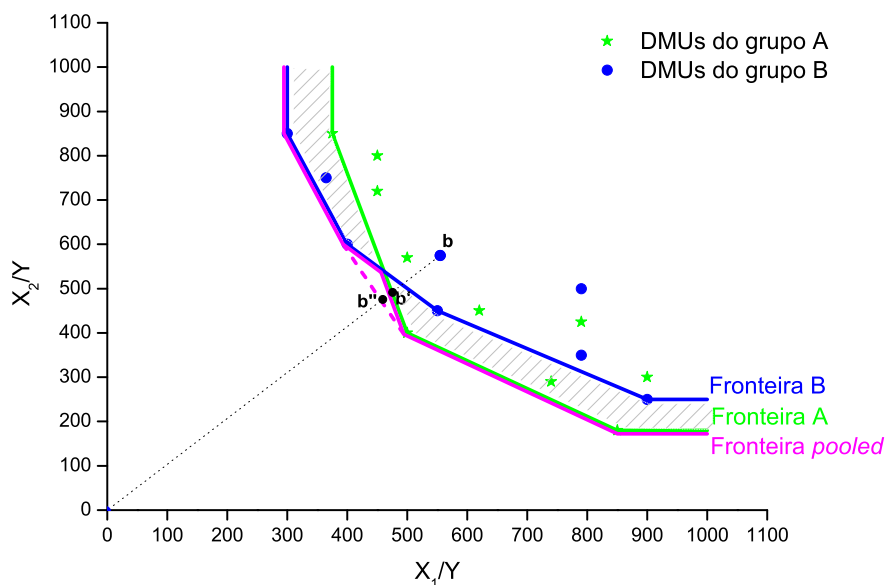


Figura 6.1: Ilustração gráfica do método *Program efficiency*

ciência das DMUs de todos os programas livres de ineficiência relativa à *managerial efficiency* (isto é, após projecção na fronteira do respectivo programa). A fronteira utilizada nesta avaliação (fronteira *pooled*) obtém-se considerando todas as DMUs, independentemente do grupo a que pertencem. Nesta fase, o valor de eficiência obtido para cada unidade, medido em relação à fronteira *pooled*, é apenas atribuído às características do programa e não à actividade de gestão interna da unidade, e é designado por *program efficiency*. Por exemplo, para a unidade *b*, o valor da *program efficiency* é igual a  $Ob''/Ob'$ . A eficiência global de uma DMU corresponde ao produto de duas componentes: *program efficiency* e *managerial efficiency*. Para a unidade *b*, a eficiência global é  $Ob''/Ob$  que é equivalente a  $(Ob''/Ob').(Ob'/Ob)$ . O valor da *program efficiency* de um grupo de DMUs (ou programa) é igual à média aritmética dos valores de *program efficiency* relativos a cada DMU. Este valor mostra em que medida a fronteira de um grupo está próxima da fronteira *pooled*. Valores médios de *program efficiency* próximos de 100% indicam que o desempenho das unidades desse grupo não é prejudicado pelas características do programa.

Da apreciação do método *Program efficiency* conclui-se que não fornece uma medida sumária para quantificar conjuntamente as diferenças entre os grupos relativas

ao posicionamento das fronteiras e à dispersão da eficiência dentro dos grupos.

Mais tarde Cooper et al. (2000) melhoraram o método de *Program Efficiency* ao definir a fronteira *pooled* excluindo o pressuposto de convexidade entre DMUs que pertencem a grupos diferentes (representada na Figura 6.1 pelo segmento a tracejado da fronteira). Segundo Cooper et al. (2000), estas zonas da fronteira *pooled*, definidas por duas unidades pertencentes a programas diferentes, podem não ser válidas, em virtude das unidades utilizarem tecnologias diferentes.

Outro desenvolvimento do método de *Program efficiency* foi a utilização de testes de hipóteses não-paramétricos para comparar a significância estatística das diferenças entre o posicionamento das fronteiras dos dois grupos (Brockett and Golany, 1996).

A utilização de testes não-paramétricos em vez de procedimentos paramétricos é consistente com a natureza da técnica de DEA (Cooper et al., 2000, Brockett and Golany, 1996). No entanto, a aplicação de testes estatísticos deve fazer-se apenas no caso em que o número de DMUs avaliadas é elevado, como referido por Banker (1993; 1996). As razões para a não utilização de testes paramétricos na análise dos resultados de eficiência obtidos pela técnica de DEA são as seguintes: (i) a distribuição dos valores de eficiência é geralmente desconhecida, sendo difícil descrevê-la através de uma distribuição estatística, (ii) os diferentes modelos de DEA podem calcular valores de eficiência distintos, de forma que se devem utilizar testes estatísticos menos sensíveis à variabilidade dos resultados de eficiência de cada DMU, como é o caso dos testes não-paramétricos. Em particular, Brockett and Golany (1996) defendem a utilização de testes não-paramétricos baseados em números de ordem (*rankings*).

Relativamente ao método de *program efficiency*, Brockett and Golany (1996) propuseram o teste de Mann-Whitney (M-W)<sup>1</sup> (ver detalhe em Guimarães and Sarsfield Cabral, 1999, Siegel and Castellan, 1988) para comparar o posicionamento das fronteiras dos dois grupos. Especificamente pretende-se comparar se os dois programas têm a mesma distribuição de *program efficiency* ou se têm distribuições idênticas com a mesma mediana. O teste de M-W foi também utilizado por Brockett et al. (1998) e

---

<sup>1</sup>No caso em que existem mais do que dois grupos, Brockett and Golany (1996) sugeriram a utilização do teste K-W. Este teste compara se  $k$  amostras provêm da mesma população ou se provêm de populações idênticas com a mesma mediana (ver Siegel and Castellan, 1988).

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

---

Cooper et al. (2000). O teste de M-W compara duas amostras independentes relativas aos valores da *program efficiency* dos dois grupos, A e B, de dimensões  $N_A$  e  $N_B$ , respectivamente. Considere-se que  $A_{E_{pooled_j}}$  é o valor de *program efficiency* de cada DMU  $j$  do grupo A (calculada com referência à fronteira *pooled*).  $B_{E_{pooled_j}}$  tem o mesmo significado para as DMUs do grupo B. A hipótese nula do teste é definida pela igualdade da mediana da *program efficiency* dos dois grupos, isto é,  $H_o : \eta_{A_{E_{pooled}}} = \eta_{B_{E_{pooled}}}$ . Na hipótese alternativa considera-se a desigualdade entre as medianas dos dois grupos. Para calcular a estatística de teste, os valores da *program efficiency* de cada grupo são substituídos pelos respectivos números de ordem da seguinte forma: (i) ordenar por ordem crescente e em conjunto todas as observações relativas aos dois grupos; (ii) atribuir um número de ordem a cada observação, começando por 1, na que se encontra em primeiro lugar no vector ordenado por ordem crescente, e terminando em  $N$ , na que se encontra em último<sup>2</sup>. Note-se que o teste assume que pode ser atribuído qualquer número de ordem a cada valor de cada amostra, o que conduz a que todas as sequências entre os valores das duas amostras sejam igualmente prováveis. A estatística de teste corresponde à soma dos números de ordem relativos à amostra de menor dimensão<sup>3</sup>. Caso a estatística de teste tenha um valor muito baixo (ou muito alto), significa que as observações referentes à amostra de menor dimensão são predominantemente inferiores (superiores) às observações da outra amostra. Isto significa que a  $H_o$  é rejeitada, o que permite concluir que há evidência estatística de que a mediana da *program efficiency* dos dois grupos é diferente. Tal implica que o posicionamento das fronteiras dos dois grupos é diferente.

Para verificar se o teste de M-W funciona na comparação do posicionamento das fronteiras de dois grupos no método de *Program efficiency*, utilizam-se os exemplos apresentados na Figura 6.2. Estes representam diferentes cenários relativos ao posicionamento das fronteiras e à dispersão de eficiência dentro dos grupos:

- Caso I: fronteiras similares cruzadas e eficiências diferentes.

---

<sup>2</sup>No caso de duas ou mais observações serem iguais, atribui-se-lhes a média aritmética dos números de ordem que essas observações receberiam caso não fossem iguais.

<sup>3</sup>Observe-se que a soma de todos os números de ordem atribuídos às duas amostras é uma constante igual a  $N(N+1)/2$ .

- Caso II: fronteiras diferentes não cruzadas e eficiências similares.
- Caso III: fronteiras diferentes cruzadas e eficiências similares.
- Caso IV: fronteiras similares não cruzadas e eficiências diferentes.

Assim, os casos I e IV referem-se a fronteiras similares e eficiências diferentes e variam relativamente ao cruzamento das fronteiras. Os casos II e III referem-se a fronteiras diferentes e eficiências similares e variam relativamente ao cruzamento das fronteiras.

Nos exemplos considera-se que cada grupo tem 20 unidades e que a tecnologia de produção é caracterizada por dois inputs ( $X_1, X_2$ ) e um output ( $Y$ ). Para simplificar a representação gráfica, cada input é normalizado pelo valor do output obtendo-se  $X_1/Y$  e  $X_2/Y$ . Considera-se que a fronteira da tecnologia de produção exhibe rendimentos à escala constantes e a fronteira *pooled* é definida sem permitir convexidade entre DMUs de grupos distintos.

Na aplicação do método de *program efficiency* aos exemplos vai-se eliminar apenas a ineficiência radial dentro dos grupos, o que facilita a comparação com outros métodos radiais, tais como a comparação de distribuições de eficiência usando testes de hipóteses e o método baseado no índice de Malmquist. O cálculo de valores de *program efficiency* baseado apenas na remoção de ineficiência radial foi também utilizado por Portela and Thanassoulis (2001).

Os resultados do teste M-W, com um nível de significância de 5%, obtidos utilizando o software SPSS para os vários casos da Figura 6.2 são apresentados na Tabela 6.1. Para cada caso, apresenta-se a média da *program efficiency* de cada grupo ( $\bar{A}_{E_{pooled}}, \bar{B}_{E_{pooled}}$ ), o valor de prova do teste ( $p_{MW}$ ) e a conclusão da análise.

Nos casos em que as fronteiras são similares (I e IV), o teste M-W conduziu a conclusões erradas. No caso IV, a fronteira *pooled* coincide com a fronteira do grupo A, o que significa que  $\bar{A}_{E_{pooled}}$  é igual a 100%. Todas as DMUs deste grupo têm valores de eficiência iguais a 100%, o que implica que todos os números de ordem estão empatados, sendo-lhes atribuído o número de ordem mais elevado. Em oposto, nas DMUs do grupo B, foram observados os menores valores de eficiência, aos quais foram atribuídos os números de ordem mais baixos. Isto conduziu a que a hipótese nula

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

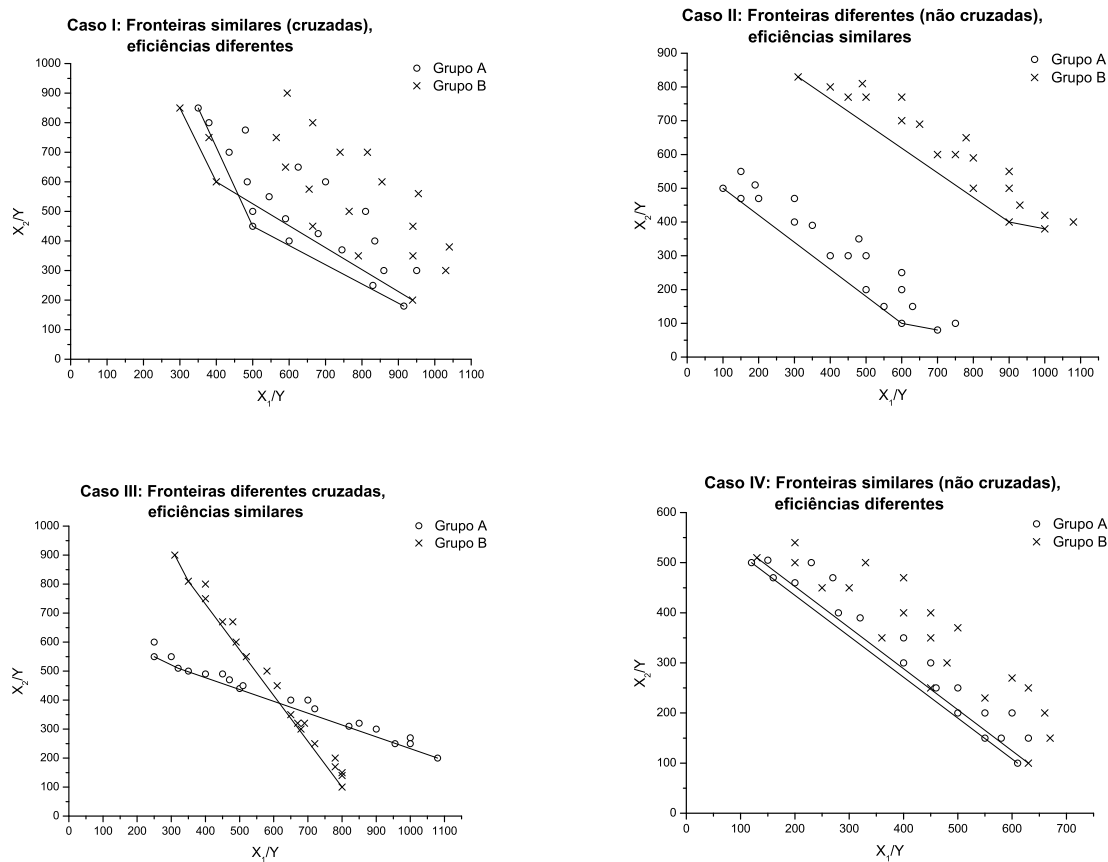


Figura 6.2: Casos I, II, III e IV

Tabela 6.1: Resultados do teste M-W utilizado no método *Program efficiency* relativos aos casos I a IV: ( $H_o : \eta_{A_{E_{pooled}}} = \eta_{B_{E_{pooled}}}$ )

Caso I	Caso II	Caso III	Caso IV
Fronteiras similares	Fronteiras diferentes	Fronteiras diferentes	Fronteiras similares
Eficiências diferentes	Eficiências similares	Eficiências similares	Eficiências diferentes
$\bar{A}_{E_{pooled}} = 99\%$	$\bar{A}_{E_{pooled}} = 100\%$	$\bar{A}_{E_{pooled}} = 92\%$	$\bar{A}_{E_{pooled}} = 100\%$
$\bar{B}_{E_{pooled}} = 95\%$	$\bar{B}_{E_{pooled}} = 52\%$	$\bar{B}_{E_{pooled}} = 90\%$	$\bar{B}_{E_{pooled}} = 97\%$
$p_{MW} = 0.023 \Rightarrow$	$p_{MW} = 0 \Rightarrow$	$p_{MW} = 0.603 \Rightarrow$	$p_{MW} = 0 \Rightarrow$
$H_o$ rejeitada	$H_o$ rejeitada	$H_o$ não rejeitada	$H_o$ rejeitada
Conclui-se que as fronteiras são diferentes	Conclui-se que as fronteiras são diferentes	Não há evidência estatística que as fronteiras sejam diferentes	Conclui-se que as fronteiras são diferentes

fosse rejeitada. No caso I, a fronteira *pooled* coincide com a fronteira do grupo A para a maioria dos mixes entre inputs e outputs. De forma similar ao caso IV, a maioria das DMUs do grupo A têm valores de eficiência iguais a 100%, o que implica que existem vários valores empatados, aos quais foi atribuído o mesmo número de ordem mais elevado, o que conduziu à rejeição da hipótese nula. Verifica-se que a eliminação da ineficiência dentro de cada programa e o facto de a fronteira *pooled* coincidir com a fronteira de um dos programas para a maioria dos mixes entre inputs e outputs conduzem à existência de muitos empates com valores de eficiência igual a 100% nesse programa, aos quais se atribui o número de ordem mais elevado. Isto influencia o número de ordem atribuído a cada DMU projectada, pondo em causa o pressuposto básico do teste M-W, de que todas as sequências entre os valores das duas amostras devem ser igualmente prováveis. Observe-se que esta situação não aconteceria se não tivesse sido eliminada previamente a ineficiência dentro de cada programa (Simpson, 2005). Assim, a conclusão errada do teste estatístico seria evitada se se comparasse o valor da eficiência das DMUs dos dois programas calculado com referência à fronteira *pooled* e utilizando os dados originais observados nas DMUs. A utilização do teste M-W para comparar a *program efficiency* de dois programas foi também criticada por Simpson (2004; 2005) nos casos em que os grupos têm dimensões diferentes.

De acordo com os resultados obtidos para o teste M-W baseado na comparação da *program efficiency* dos dois grupos, conclui-se que o teste não deverá ser utilizado para avaliar o posicionamento das fronteiras no método de *program efficiency*.

### 6.2.2 Comparação de distribuições de eficiência usando testes de hipóteses

Enquanto que o método *Program efficiency* dá ênfase à comparação do posicionamento das fronteiras dos grupos, o método da comparação de distribuições de eficiência usando testes de hipóteses (Elyasiani and Mehdián, 1992; 1995, Golany and Storbeck, 1999) compara também a dispersão de eficiência dentro dos grupos. Neste método, a comparação do posicionamento das fronteiras dos grupos não obriga à eliminação da ineficiência dentro dos grupos. A Figura 6.3 ilustra o método da comparação de

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

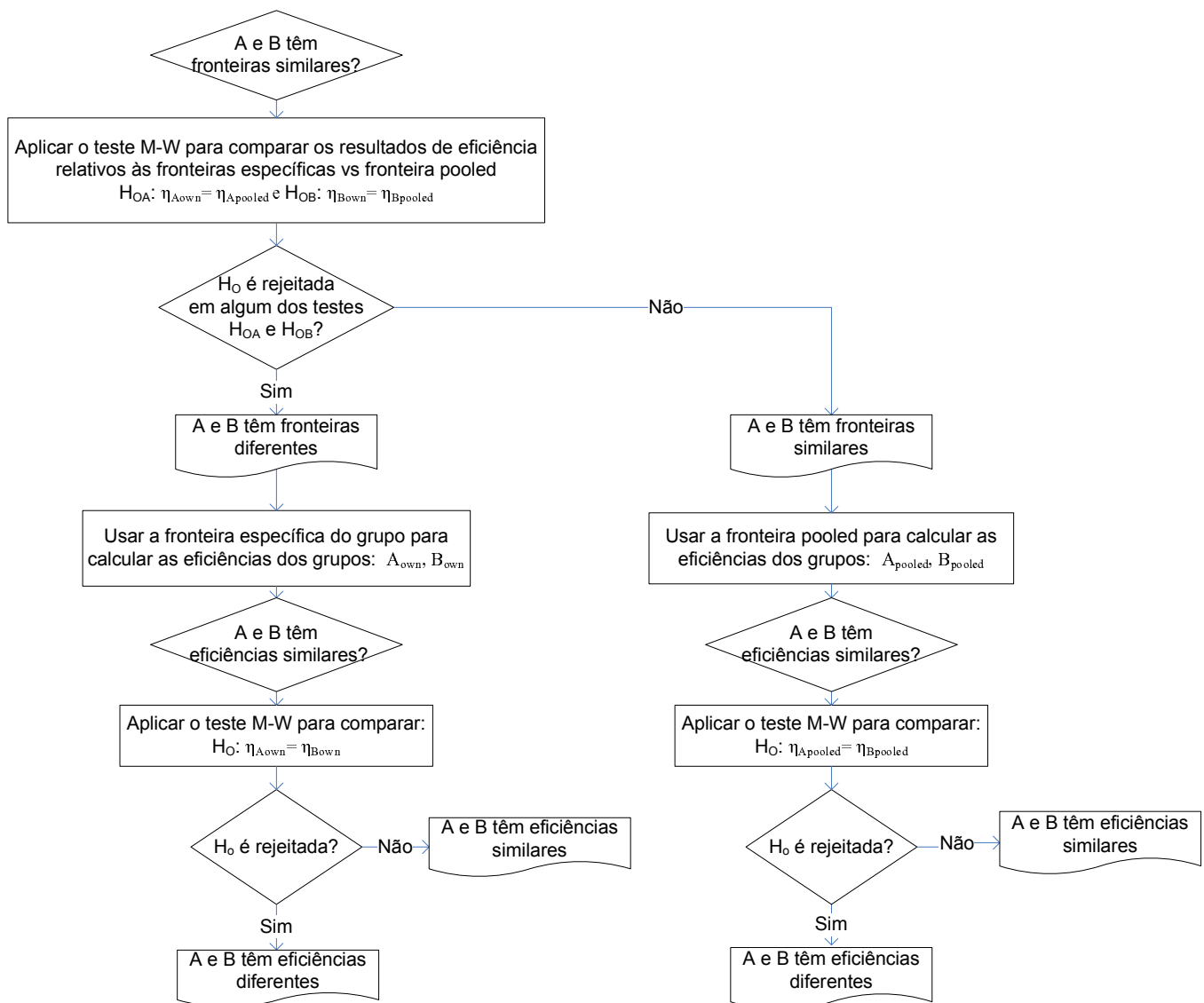


Figura 6.3: Ilustração da comparação de distribuições de eficiência usando o teste M-W

distribuições de eficiência entre dois grupos utilizando o teste de M-W.

Considere-se que  $A_{own_j}$  representa a eficiência de cada DMU  $j$  do grupo A calculada com referência à sua própria fronteira e que  $A_{pooled_j}$  representa a eficiência de cada DMU  $j$  do grupo A calculada com referência à fronteira *pooled*. O primeiro passo do método consiste em averiguar se o posicionamento das fronteiras é similar. Para isso, utiliza-se para cada grupo o teste de M-W. Por exemplo para o grupo A, a hipótese nula compara a mediana de  $A_{own_j}$  com a mediana de  $A_{pooled_j}$ , tal que  $H_0 : \eta_{A_{own}} = \eta_{A_{pooled}}$ . Se em alguns dos testes relativos às amostras A e B, a hipótese nula for rejeitada significa que os dois grupos têm fronteiras significativamente diferentes. Neste caso,

a fronteira específica do grupo deve ser utilizada como referência para calcular a eficiência dentro do grupo. No caso da hipótese nula não ser rejeitada nos dois testes significa que os dois grupos têm fronteiras similares, o que possibilita a utilização da fronteira *pooled* como referência para calcular a eficiência dentro do grupo. O segundo passo do método consiste em averiguar se a dispersão de eficiência dentro dos grupos é similar. No caso das fronteiras serem diferentes, a hipótese nula do teste é igual a  $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$ . No caso das fronteiras serem similares, a hipótese nula do teste é igual a  $H_o : \eta_{A_{pooled}} = \eta_{B_{pooled}}$ .

O método foi ilustrado com o teste de M-W, embora se possam utilizar outros testes de hipóteses para comparar o posicionamento das duas fronteiras e a dispersão da eficiência dentro dos grupos. Elyasiani and Mehdian (1992; 1995) utilizaram os testes Anova, K-W e M-W. Elyasiani and Mehdian (1995) utilizaram o teste da Mediana e Golany and Storbeck (1999) utilizaram os testes M-W e K-W (ver a descrição destes testes em Guimarães and Sarsfield Cabral, 1999, Siegel and Castellan, 1988).

Pela apreciação do método da comparação de distribuições de eficiência entre grupos usando testes de hipóteses, verifica-se que o método não fornece uma medida sumária para quantificar conjuntamente as diferenças de posicionamento das fronteiras e de dispersão de eficiência dentro dos grupos.

Em seguida ilustra-se este método com base nos exemplos da Figura 6.2. Os resultados do método correspondentes à aplicação do teste M-W com um nível de significância de 5% apresentam-se na Tabela 6.2. A construção da fronteira *pooled* subjacente a este método pode ou não excluir a convexidade entre DMUs que pertencem a grupos diferentes, tal como no método de *Program efficiency*. Nos exemplos descritos nesta tese utilizou-se a fronteira *pooled* não convexa. O método pode ser estendido ao caso em que se exclui a convexidade entre DMUs que pertencem a grupos diferentes, tal como no método de *Program efficiency*. Para cada caso, apresenta-se a média das eficiências de  $A_{own_j}$ ,  $B_{own_j}$ ,  $A_{pooled_j}$  e  $B_{pooled_j}$  ( $\bar{A}_{own}$ ,  $\bar{B}_{own}$ ,  $\bar{A}_{pooled}$  e  $\bar{B}_{pooled}$ ), o valor de prova ( $p_{MW}$ ) e a conclusão para cada teste.

Para os casos I e IV, os testes indicaram que as fronteiras são similares. Assim, a fronteira *pooled* é utilizada como referência para calcular a eficiência dentro do grupo. Finalmente, concluiu-se que a dispersão de eficiência dentro dos grupos é

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

Tabela 6.2: Resultados da comparação de distribuições de eficiência usando o teste de M-W relativos aos casos I a IV

Caso	Comparação de fronteiras	Comparação da eficiência
I: Fronteiras similares Eficiências diferentes	$\bar{A}_{own} = 91\%$ , $\bar{A}_{pooled} = 89\%$ $\bar{B}_{own} = 83\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 79\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{A_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.578 \Rightarrow H_o$ não rejeitada $H_o : \eta_{B_{own}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.273 \Rightarrow H_o$ não rejeitada Conclui-se que as fronteiras são similares	$\bar{A}_{pooled} = 89\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 79\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{pooled}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.007 \Rightarrow H_o$ rejeitada Conclui-se que as eficiências são diferentes
II: Fronteiras diferentes Eficiências similares	$\bar{A}_{own} = 90\%$ , $\bar{A}_{pooled} = 90\%$ $\bar{B}_{own} = 93\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 49\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{A_{pooled}}$ $p_{MW} = 1.0 \Rightarrow H_o$ não rejeitada $H_o : \eta_{B_{own}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.0 \Rightarrow H_o$ rejeitada Conclui-se que as fronteiras são diferentes	$\bar{A}_{own} = 90\%$ , $\bar{B}_{own} = 93\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$ $p_{MW} = 0.098 \Rightarrow H_o$ não rejeitada Conclui-se que as eficiências são similares
III: Fronteiras diferentes Eficiências similares	$\bar{A}_{own} = 98\%$ , $\bar{A}_{pooled} = 90\%$ $\bar{B}_{own} = 98\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 88\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{A_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.034 \Rightarrow H_o$ rejeitada $H_o : \eta_{B_{own}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.008 \Rightarrow H_o$ rejeitada Conclui-se que as fronteiras são diferentes	$\bar{A}_{own} = 98\%$ , $\bar{B}_{own} = 98\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$ $p_{MW} = 0.817 \Rightarrow H_o$ não rejeitada Conclui-se que as eficiências são similares
IV: Fronteiras similares Eficiências diferentes	$\bar{A}_{own} = 94\%$ , $\bar{A}_{pooled} = 94\%$ $\bar{B}_{own} = 88\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 86\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{A_{pooled}}$ $p_{MW} = 1 \Rightarrow H_o$ não rejeitada $H_o : \eta_{B_{own}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.317 \Rightarrow H_o$ não rejeitada Conclui-se que as fronteiras são similares	$\bar{A}_{pooled} = 94\%$ , $\bar{B}_{pooled} = 86\%$ Teste M-W $H_o : \eta_{A_{pooled}} = \eta_{B_{pooled}}$ $p_{MW} = 0.001 \Rightarrow H_o$ rejeitada Conclui-se que as eficiências são diferentes

significativamente diferente.

Para os casos II e III, os testes indicaram que as fronteiras são significativamente diferentes. Assim, a fronteira específica do grupo é utilizada como referência para calcular a eficiência dentro do grupo. Finalmente, concluiu-se que a dispersão de eficiência dentro dos grupos não é significativamente diferente.

Conclui-se que os testes indicaram correctamente o posicionamento das fronteiras dos grupos e a situação da eficiência dentro dos grupos para todos os casos considerados.

### 6.2.3 Índice *Malmquist* para comparação de dois grupos

Camanho and Dyson (2006) desenvolveram um método para comparar o desempenho entre dois ou mais grupos, que se baseia no índice de *Malmquist*. Este método compara o desempenho dos grupos, distinguindo dois aspectos: (i) a dispersão de eficiência dentro dos grupos e (ii) o posicionamento das fronteiras dos grupos. Neste método, a comparação tem por base as fronteiras específicas de cada grupo, não sendo necessário definir uma fronteira comum a todos os grupos (fronteira *pooled*), o que constitui uma vantagem deste método (Camanho and Dyson, 2006). Tal significa que nunca se constroem combinações convexas entre DMUs que pertencem a grupos diferentes. A utilização do índice de *Malmquist* para comparar o desempenho de DMUs pertencentes a grupos distintos foi inicialmente proposta por Berger et al. (1993) e Pastor et al. (1997).

Enquanto o índice de *Malmquist* compara o desempenho das DMUs entre dois períodos de tempo distintos, o índice desenvolvido por Camanho and Dyson (2006) compara o desempenho das DMUs que pertencem a dois grupos distintos numa base estática, isto é, no mesmo período de tempo.

O índice de desempenho de Camanho and Dyson (2006) baseia-se em medidas radiais definidas pelas funções distância que se passam a descrever. O índice é apresentado neste capítulo com uma orientação pelos outputs. O valor da função distância orientada pelos outputs  $D(X_j, Y_j)$  é igual ao da eficiência calculada pelos modelos de DEA. Assim,  $D(X_j, Y_j) \leq 1$ . Considerando a existência de  $\delta_A$  DMUs do grupo A, que utilizam os inputs  $X^A \in \mathbb{R}_+^m$  para produzir  $Y^A \in \mathbb{R}_+^s$ , e  $\delta_B$  DMUs do grupo B,

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

---

que utilizam os inputs  $X^B \in \mathbb{R}_+^m$  para produzir  $Y^B \in \mathbb{R}_+^s$ , a medida para comparar o desempenho dos dois grupos é definida pela expressão (6.1).

$$I^{AB} = \left[ \frac{[\prod_{j=1}^{\delta_A} D^A(x_j^A, y_j^A)]^{\frac{1}{\delta_A}}}{[\prod_{j=1}^{\delta_B} D^A(x_j^B, y_j^B)]^{\frac{1}{\delta_B}}} \frac{[\prod_{j=1}^{\delta_A} D^B(x_j^A, y_j^A)]^{\frac{1}{\delta_A}}}{[\prod_{j=1}^{\delta_B} D^B(x_j^B, y_j^B)]^{\frac{1}{\delta_B}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.1)$$

O índice é a média geométrica de dois rácios. O primeiro rácio avalia a distância média relativamente à fronteira do grupo A das DMUs do grupo A ( $D^A(x_j^A, y_j^A)$ ), dividida pela média da distância das DMUs do grupo B relativamente à fronteira do grupo A ( $D^A(x_j^B, y_j^B)$ ). Valores deste rácio superiores a 1 significam que as DMUs do grupo A estão mais próximas da fronteira do que as DMUs do grupo B. O segundo rácio é calculado de forma similar mas tendo como referência a fronteira do grupo B. Como não há razão para se utilizar como referência a fronteira individual de apenas um dos grupos, utiliza-se a média geométrica das distâncias médias obtidas tendo como referência as duas fronteiras (Camanho and Dyson, 2006). Em termos de interpretação, o índice de desempenho  $I^{AB}$  com valores superiores a 1 significa que o grupo A tem um desempenho melhor do que o do grupo B.

De forma análoga ao índice de *Malmquist*, o índice de desempenho que permite a comparação entre grupos  $I^{AB}$  pode ser decomposto na componente que compara a dispersão de eficiência dentro dos grupos ( $IE^{AB}$ ) e na componente que compara o posicionamento das duas fronteiras ( $IF^{AB}$ ) tal que:

$$I^{AB} = IE^{AB} \times IF^{AB} \quad (6.2)$$

A decomposição do índice  $I^{AB}$  significa que o melhor desempenho de um grupo se pode dever a dois factores. Por um lado à menor dispersão dos valores de eficiência das DMUs dentro do seu próprio grupo, e/ou à maior produtividade da fronteira desse grupo.

O índice que compara a dispersão de eficiência dentro dos grupos,  $IE^{AB}$ , é dado pelo rácio entre as médias geométricas das distâncias das DMUs às respectivas fronteiras (6.3).

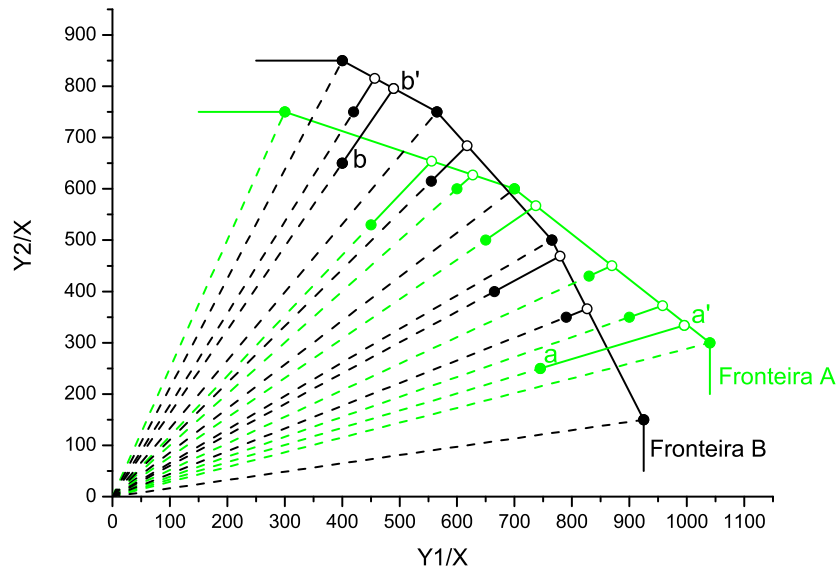


Figura 6.4: Ilustração de  $IE^{AB}$

$$IE^{AB} = \frac{[\prod_{j=1}^{\delta_A} D^A(x_j^A, y_j^A)]^{\frac{1}{\delta_A}}}{[\prod_{j=1}^{\delta_B} D^B(x_j^B, y_j^B)]^{\frac{1}{\delta_B}}} \quad (6.3)$$

O índice  $IE^{AB}$  pode ser ilustrado através da Figura 6.4 em que se considera que existem dois grupos de DMUs A e B. Considere-se que cada DMU utiliza um input ( $X$ ) para produzir dois outputs ( $Y_1, Y_2$ ). Para simplificar a representação gráfica, cada output é normalizado pelo valor do input obtendo-se,  $Y_1/X$  e  $Y_2/X$ .

No caso da unidade  $a$  pertencente ao grupo A, a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao próprio grupo é  $oa/oa' < 1$ , o que corresponde ao valor de eficiência. Para a unidade  $b$  pertencente ao grupo B, a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao próprio grupo é  $ob/ob' < 1$ , o que corresponde ao valor de eficiência. O índice  $IE^{AB}$  corresponde ao rácio entre a média geométrica das distâncias das unidades pertencentes ao grupo A e a média geométrica das distâncias das unidades pertencentes ao grupo B. Se o valor obtido de  $IE^{AB}$  for superior a 1 significa que o valor médio da eficiência relativa é maior nas DMUs do grupo A do que nas DMUs do grupo B. Isto significa que a dispersão nos níveis de eficiência das DMUs é menor no grupo A do que no grupo B.

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

---

O índice que compara o posicionamento das fronteiras dos dois grupos de DMUs,  $IF^{AB}$ , mede a distância entre as duas fronteiras no mesmo período de tempo. Este índice (6.4) resulta da média geométrica de dois rácios. O primeiro rácio é a média geométrica da distância entre as fronteiras A e B avaliada para as DMUs do grupo A. O segundo rácio é calculado de forma similar para as DMUs do grupo B.

$$IF^{AB} = \left[ \frac{[\prod_{j=1}^{\delta_A} D^B(x_j^A, y_j^A)]^{\frac{1}{\delta_A}}}{[\prod_{j=1}^{\delta_A} D^A(x_j^A, y_j^A)]^{\frac{1}{\delta_A}}} \frac{[\prod_{j=1}^{\delta_B} D^B(x_j^B, y_j^B)]^{\frac{1}{\delta_B}}}{[\prod_{j=1}^{\delta_B} D^A(x_j^B, y_j^B)]^{\frac{1}{\delta_B}}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (6.4)$$

O índice  $IF^{AB}$  pode ser ilustrado através da Figura 6.5. No caso da unidade  $a$ , a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao grupo B é  $oa/oa''$  e a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao próprio grupo é  $oa/oa'$ . Para a unidade  $a$ , o rácio obtido é  $(oa/oa'')/(oa/oa') = oa'/oa'' > 1$ . Tal significa que neste ponto, a fronteira A tem maior produtividade do que a fronteira B. No caso da unidade  $b$ , a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao próprio grupo é  $ob/ob'$  e a distância orientada pelos outputs calculada com referência ao grupo A é  $ob/ob''$ . Para a unidade  $b$  o rácio obtido é  $(ob/ob')/(ob/ob'') = ob''/ob' < 1$ . Tal significa que neste ponto, a fronteira B tem maior produtividade do que a fronteira A. O índice  $IF^{AB}$  corresponde à média geométrica entre estas medidas das distâncias entre as fronteiras, avaliadas para o mix entre inputs e outputs de todas as DMUs dos dois grupos. Se este rácio for superior a 1 para todas as unidades dos dois grupos, então a fronteira A tem sempre maior produtividade do que a fronteira B e as fronteiras não se cruzam. Neste caso, verifica-se que  $IF^{AB} > 1$ . Se o rácio for sempre inferior a 1 para todas as unidades, então a fronteira B tem maior produtividade do que a fronteira A e as fronteiras não se cruzam. Neste caso, verifica-se que  $IF^{AB} < 1$ . Caso exista pelo menos uma DMU com o rácio inferior a 1 e outra DMU com o rácio superior a 1, verifica-se que as fronteiras são cruzadas. Tal significa que para um determinado mix entre inputs e outputs, a fronteira do grupo A tem maior produtividade e para outro mix entre inputs e outputs a fronteira do grupo B tem maior produtividade. Neste caso, verifica-se que  $IF^{AB}$  é uma média entre rácios superiores a 1 e rácios inferiores a 1. Conclui-se que a análise isolada do valor de  $IF^{AB}$  não é suficiente para identificar o posicionamento relativo das fronteiras dos grupos, pois apenas dá uma indicação do

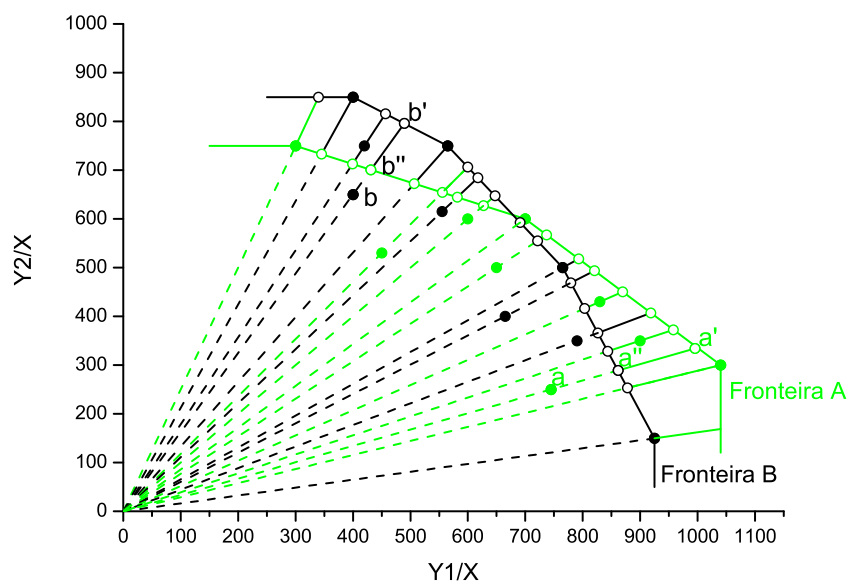


Figura 6.5: Ilustração de  $IF^{AB}$

valor médio das distâncias entre as fronteiras.

O índice  $I^{AB}$  não deve ser usado para comparações que envolvam mais do que dois grupos, uma vez que nesse caso a comparação do desempenho é dependente do grupo de referência escolhido. Caso a comparação envolva mais do que dois grupos é necessário calcular um índice de desempenho ajustado (ver Camanho and Dyson, 2006).

O método proposto por Camanho and Dyson (2006) fornece informações relativas à comparação do desempenho global dos grupos, o que inclui o posicionamento relativo das fronteiras e a dispersão de eficiência dentro dos grupos. É fornecida uma medida sumária para quantificar as diferenças de desempenho entre os grupos, que pode ser decomposta nos dois efeitos referidos. Neste método ainda não se desenvolveu a análise da significância estatística das diferenças entre grupos captadas pelo índice. A secção seguinte desenvolve testes estatísticos para este índice, com o objectivo de dar mais confiança aos resultados obtidos.

### 6.2.4 Desenvolvimentos de testes estatísticos para o índice de *Malmquist*

O objectivo desta secção é definir uma metodologia de avaliação que permita identificar quais são os efeitos estatisticamente significativos que explicam o melhor desempenho de um grupo relativamente a outro. A escolha dos testes estatísticos mais adequados a cada componente do índice de Malmquist complementa a metodologia de comparação entre grupos. Assim, numa primeira fase calculam-se os índices  $I^{AB}$ ,  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$ , e numa segunda fase, utilizam-se testes estatísticos não-paramétricos para averiguar a significância estatística das diferenças entre os grupos A e B captadas pelos valores obtidos nos índices  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$ .

Em relação ao índice  $IF^{AB}$  pretende-se avaliar se o posicionamento das fronteiras dos grupos é significativamente diferente utilizando o teste K-S<sup>4</sup>. Este teste foi também utilizado por Banker (1996) para comparar o posicionamento das fronteiras CRS e VRS. Assim, propõe-se a realização de um teste K-S para as DMUs de cada grupo, considerando apenas as comparações entre as medidas de eficiência em relação à fronteira do grupo A e do grupo B para o mix entre inputs e outputs das DMUs de um dado grupo. Tal justifica-se pelo facto de ser necessário comparar para as DMUs de cada grupo se há diferenças significativas entre a distribuição de eficiência calculada com referência à fronteira específica do grupo e a distribuição de eficiência calculada com referência à fronteira do outro grupo<sup>5</sup>. No caso das DMUs do grupo A, a hipótese nula compara a distribuição dos valores obtidos para  $D^A(x_j^A, y_j^A)$  designada abreviadamente por  $A_{own_j}$  com a distribuição dos valores obtidos para  $D^B(x_j^A, y_j^A)$  designada por  $A_{other_j}$  ( $H_0 : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.A_{other_j}$ ). De forma similar realiza-se o teste K-S para o grupo B. Esta estratégia também foi utilizada por Cummins et al. (1999) ao considerarem o caso de dois grupos cujas fronteiras se interceptam<sup>6</sup>. A

---

<sup>4</sup>O teste K-S teste permite avaliar se duas amostras independentes provêm de duas populações idênticas (ou com a mesma distribuição). Este teste foi descrito na secção 2.5.2 do capítulo 2.

<sup>5</sup>O teste K-S foi também utilizado de forma similar por Banker (1996) para comparar as distribuições de ineficiência obtidas com base na fronteira VRS e CRS. A ineficiência (estimador) de cada DMU  $j$  é definido pelo factor de expansão dos outputs obtido no modelo de DEA com orientação pelos outputs (2.18). Como os resultados do teste K-S quando aplicados aos valores de ineficiência são exactamente iguais aos obtidos quando se utilizam os respectivos valores de eficiência (inverso do valor da ineficiência), utiliza-se o teste K-S para comparar directamente as distribuições de eficiência.

<sup>6</sup>Os testes estatísticos utilizados por estes autores foram K-W, Savage, Van Der Waeden e ANOVA.

Tabela 6.3 resume os testes para comparar o posicionamento das fronteiras.

Tabela 6.3: Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras ( $IF^{AB}$ )

Teste	$H_o$
Teste K-S para as DMUs do grupo A	$H_o : Dist.Efic. A_{own_j} = Dist.Efic. A_{other_j}$
Teste K-S para as DMUs do grupo B	$H_o : Dist.Efic. B_{own_j} = Dist.Efic. B_{other_j}$

Em termos de resultados obtidos nos dois testes K-S, podem ocorrer as seguintes situações: (i) Rejeitar a hipótese nula nos dois testes. Neste caso, verifica-se que a diferença entre as fronteiras dos dois grupos é significativa; (ii) Não rejeitar a hipótese nula em nenhum dos testes. Neste caso, verifica-se que as fronteiras dos dois grupos são similares; (iii) Rejeitar a hipótese nula só num dos grupos. Neste caso, verifica-se que para o mix entre os inputs e outputs de um dos grupos as fronteiras são semelhantes, enquanto que para o mix observado nas DMUs do outro grupo as fronteiras estão mais afastadas.

Em relação ao índice  $IE^{AB}$  pretende-se avaliar se a dispersão de eficiência dentro dos grupos é significativamente diferente. Neste caso propõe-se a utilização dos testes de M-W e de K-S para comparar a dispersão de eficiência das DMUs dentro de cada grupo, isto é, confronta-se  $D^A (x_j^A, y_j^A)$  designada por  $A_{own_j}$  com  $D^B (x_j^B, y_j^B)$  designada por  $B_{own_j}$ . O teste M-W foi o utilizado na secção 6.2.2 para comparar as medianas de  $A_{own_j}$  e de  $B_{own_j}$ . A utilização do teste K-S permite obter informação complementar sobre a distribuição de eficiência dentro dos grupos. A Tabela 6.4 resume os testes para comparar a dispersão de eficiência dentro dos grupos.

Tabela 6.4: Testes estatísticos para comparar a dispersão de eficiência dentro dos grupos ( $IE^{AB}$ )

Teste	$H_o$
Teste M-W	$H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$
Teste K-S	$H_o : Dist.Efic. A_{own_j} = Dist.Efic. B_{own_j}$

Em termos dos resultados dos testes M-W e K-S, conclui-se que a dispersão da eficiência dentro dos grupos será significativamente diferente se a hipótese nula for rejeitada em pelos menos um dos testes.

Os resultados do índice de *Malmquist* e dos testes de hipóteses descritos nesta secção são apresentados na Tabela 6.5 para os vários casos da Figura 6.2 . Para cada

## 6.2 Métodos para comparação do desempenho entre grupos

---

caso, apresentam-se os valores dos índices  $I^{AB}$ ,  $IF^{AB}$  e  $IE^{AB}$ , a média das eficiências de  $A_{own,j}$ ,  $B_{own,j}$ ,  $A_{other,j}$  e  $B_{other,j}$  ( $\bar{A}_{own}$ ,  $\bar{B}_{own}$ ,  $\bar{A}_{other}$  e  $\bar{B}_{other}$ ), o valor de prova dos testes ( $p_{MW}$ ,  $p_{KS}$ ) e a conclusão para cada teste.

Para o caso I os testes indicaram que apenas a diferença na dispersão de eficiência dentro dos grupos é estatisticamente significativa. Tal significa que o melhor desempenho do grupo A ( $I^{AB} = 1.13$ ) se deve à menor dispersão de eficiência verificada neste grupo ( $IE^{AB} = 1.10$ ). Esta situação ocorreu também no caso IV.

Para o caso II os testes indicaram que apenas a diferença no posicionamento das fronteiras é estatisticamente significativa. Tal significa que o melhor desempenho do grupo A ( $I^{AB} = 2.04$ ) se deve à maior produtividade da fronteira deste grupo ( $IF^{AB} = 2.12$ ).

Para o caso III verifica-se que todos os índices  $I^{AB}$ ,  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$  estão muito próximos de 1. No entanto, os testes indicaram que apenas a diferença no posicionamento das fronteiras é estatisticamente significativa. Se analisarmos os rácios utilizados para calcular  $IF^{AB}$ , verifica-se que alguns são superiores a 1 e outros são inferiores a 1. Tal significa que para um determinado mix entre inputs e output, a fronteira do grupo A tem maior produtividade e para outro mix entre inputs e output a fronteira do grupo B tem maior produtividade, concluindo-se que as fronteiras são diferentes e cruzadas.

Pela análise dos quatro casos considerados verificou-se que o método do índice de *Malmquist* complementado com os testes de hipóteses conduziu sempre a conclusões correctas.

Pela análise comparativa dos resultados das três abordagens para comparar o desempenho entre dois grupos nos vários casos da Figura 6.2, todos os métodos conduziram a conclusões correctas com excepção do teste de M-W utilizado na avaliação de *Program efficiency*, o que desaconselha o seu uso neste contexto. Verificou-se ainda que o método do índice de *Malmquist* complementado com os testes de hipóteses é a abordagem mais completa para comparar o desempenho entre dois grupos. Tal deve-se ao facto de fornecer uma medida do desempenho global, que quantifica conjuntamente as diferenças de posicionamento das fronteiras e a dispersão de eficiência dentro dos grupos. Esta medida pode ser posteriormente decomposta para isolar os dois efeitos através do cálculo dos índices  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$ . Para analisar a significância estatística

Tabela 6.5: Resultados do índice de *Malmquist* relativos aos casos I a IV

Caso	Comparação de eficiência	Comparação de fronteiras
I:Fronteiras similares	$IE^{AB} = 1.10$	$IF^{AB} = 1.03$
Eficiências diferentes	$\bar{A}_{own} = 91\%$ , $\bar{B}_{own} = 83\%$	$\bar{A}_{own} = 0.91$ , $\bar{A}_{other} = 0.94$
$I^{AB} = 1.13$	Teste M-W	$\bar{B}_{own} = 0.83$ , $\bar{B}_{other} = 0.81$
	$H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$	Teste K-S
	$p_{MW} = 0.031 \Rightarrow H_o$ rejeitada	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.A_{other_j}$
	Teste K-S	$p_{KS} = 0.56 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.B_{own_j}$	$H_o : Dist.Efic.B_{own_j} = Dist.Efic.B_{other_j}$
	$p_{KS} = 0.035 \Rightarrow H_o$ rejeitada	$p_{KS} = 0.56 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
	Conclui-se que as	Conclui-se que as
	eficiências são diferentes	fronteiras são similares
II:Fronteiras diferentes	$IE^{AB} = 0.96$	$IF^{AB} = 2.12$
Eficiências similares	$\bar{A}_{own} = 90\%$ , $\bar{B}_{own} = 93\%$	$\bar{A}_{own} = 0.90$ , $\bar{A}_{other} = 2.24$
$I^{AB} = 2.04$	Teste M-W	$\bar{B}_{own} = 0.93$ , $\bar{B}_{other} = 0.49$
	$H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$	Teste K-S
	$p_{MW} = 0.098 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.A_{other_j}$
	Teste K-S	$p_{KS} = 0.0 \Rightarrow H_o$ rejeitada
	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.B_{own_j}$	$H_o : Dist.Efic.B_{own_j} = Dist.Efic.B_{other_j}$
	$p_{KS} = 0.082 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$p_{KS} = 0.0 \Rightarrow H_o$ rejeitada
	Conclui-se que as	Conclui-se que as
	eficiências são similares	fronteiras são diferentes
III:Fronteiras diferentes	$IE^{AB} = 0.997$	$IF^{AB} = 1.011$
Eficiências similares	$\bar{A}_{own} = 98\%$ , $\bar{B}_{own} = 98\%$	$\bar{A}_{own} = 0.98$ , $\bar{A}_{other} = 1.03$
$I^{AB} = 1.007$	Teste M-W	$\bar{B}_{own} = 0.98$ , $\bar{B}_{other} = 1.03$
	$H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$	Teste K-S
	$p_{MW} = 0.817 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.A_{other_j}$
	Teste K-S	$p_{KS} = 0.013 \Rightarrow H_o$ rejeitada
	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.B_{own_j}$	$H_o : Dist.Efic.B_{own_j} = Dist.Efic.B_{other_j}$
	$p_{KS} = 0.819 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$p_{KS} = 0.013 \Rightarrow H_o$ rejeitada
	Conclui-se que as	Conclui-se que as
	eficiências são similares	fronteiras são diferentes
IV:Fronteiras similares	$IE^{AB} = 1.07$	$IF^{AB} = 1.03$
Eficiências diferentes	$\bar{A}_{own} = 94\%$ , $\bar{B}_{own} = 88\%$	$\bar{A}_{own} = 0.94$ , $\bar{A}_{other} = 0.97$
$I^{AB} = 1.10$	Teste M-W	$\bar{B}_{own} = 0.88$ , $\bar{B}_{other} = 0.86$
	$H_o : \eta_{A_{own}} = \eta_{B_{own}}$	Teste K-S
	$p_{MW} = 0.01 \Rightarrow H_o$ rejeitada	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.A_{other_j}$
	Teste K-S	$p_{KS} = 0.329 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
	$H_o : Dist.Efic.A_{own_j} = Dist.Efic.B_{own_j}$	$H_o : Dist.Efic.B_{own_j} = Dist.Efic.B_{other_j}$
	$p_{KS} = 0.035 \Rightarrow H_o$ rejeitada	$p_{KS} = 0.560 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
	Conclui-se que as	Conclui-se que as
	eficiências são diferentes	fronteiras são similares

### 6.3 Aplicação do método do índice de *Malmquist* com avaliação estatística

das diferenças detectadas por  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$  foram propostos testes não-paramétricos que tornaram o método do índice de *Malmquist* mais completo e robusto do que as outras duas abordagens.

### 6.3 Aplicação do método do índice de *Malmquist* com avaliação estatística

Pretende-se aplicar o método proposto por Camanho and Dyson (2006) para comparar o desempenho da secção de bazar pesado nos dois formatos de loja, isto é, megastores e superstores. Posteriormente, são efectuados testes estatísticos para detectar se as diferenças captadas pelos índices  $IE^{AB}$  e  $IF^{AB}$  são significativas. Mais especificamente, o posicionamento das fronteiras e a dispersão de eficiência dentro dos grupos são analisados através dos testes definidos nas Tabelas 6.3 e 6.4.

O modelo utilizado para avaliar a secção de bazar pesado nos dois formatos de loja, megastores (grupo M) e superstores (grupo S), foi o modelo de DEA (2.11) com rendimentos à escala constantes e orientação pelos outputs, que já se utilizou no ponto 5.2.1 e que é reproduzido na Figura 6.6.

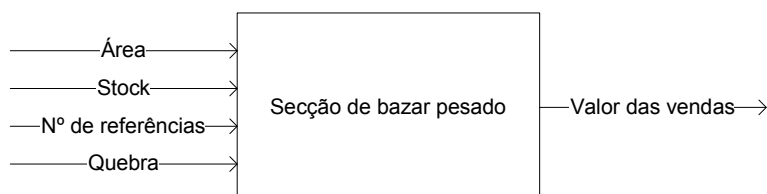


Figura 6.6: Inputs e outputs da secção comercial de bazar pesado

Os inputs do modelo de DEA são a área da secção, o valor dos produtos em stock, o número de referências disponíveis (isto é, número de produtos diferentes) e o valor da quebra na secção (isto é, produtos roubados e produtos deteriorados devido a mau manuseamento). O output do modelo é o valor das vendas brutas da secção. Verifica-se que o número de megastores (18) é inferior ao das superstores (34). De forma a assegurar que valor do índice de Malmquist e dos seus componentes não são afectados pelo número de DMUs em cada grupo, o que pode influenciar o nível discriminatório da técnica de DEA, considerou-se o mesmo número de DMUs

nos dois grupos. No caso das megastores consideraram-se as 18 unidades. No caso das superstores, seleccionaram-se 18 unidades com área entre 440 e 475  $m^2$  e que se localizam junto de supermercados com área entre 2800 e 2855  $m^2$ . Este critério de selecção das DMUs foi definido com a colaboração dos gestores da empresa com o objectivo de garantir a homogeneidade entre as DMUs no grupo superstore.

## 6.4 Resultados

### Dispersão de Eficiência dentro dos grupos

O valor obtido para o índice  $IE^{MS}$  (6.3) relativo à comparação do desempenho entre as megastores (Grupo M) e as superstores (Grupo S) foi igual a 0.827 (ver Figura 6.7). Os testes estatísticos apresentados na Tabela 6.6 indicaram que a diferença na dispersão de eficiência dentro dos grupos é significativa, tendo as superstores menor dispersão de eficiência do que as megastores. Note-se que um valor do índice  $IE^{MS}$  menor do que 1 significa que a eficiência relativa das DMUs é menor no grupo M do que no S.

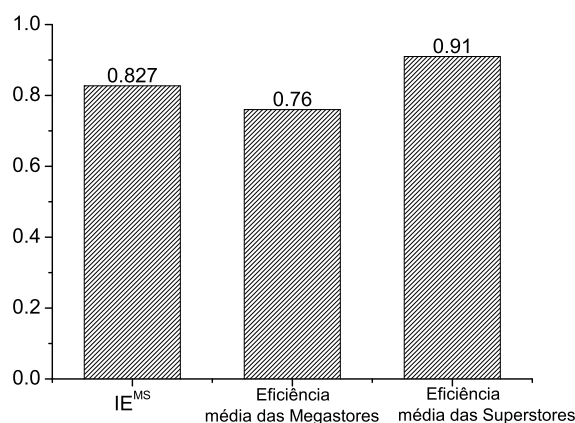


Figura 6.7: Cálculo dos índice  $IE^{MS}$

Como o modelo de DEA utilizado inclui a eficiência técnica pura e a eficiência de escala, averiguou-se o impacto da escala no valor de eficiência observado. Como mostram as Figuras 6.8 e 6.9, as megastores apresentam maior variabilidade na dimensão das lojas, cuja área varia entre 470  $m^2$  e 2565  $m^2$ , enquanto a área das superstores

## 6.4 Resultados

Tabela 6.6: Testes estatísticos para comparar dispersão de eficiência dentro dos grupos

Comparação da dispersão de eficiência ( $IE^{MS} = 0.827$ )

$\bar{M}_{own} = 76\%$ ,  $\bar{S}_{own} = 91\%$

Teste Mann-Whitney

$H_o : \eta_{M_{own}} = \eta_{S_{own}}$

$p_{MW} = 0.014 \Rightarrow H_o$  rejeitada

Teste Kolmogorov-Smirnov

$H_o : Dist.Efic. M_{own_j} = Dist.Efic. S_{own_j}$

$p_{KS} = 0.022 \Rightarrow H_o$  rejeitada

**Conclui-se que a dispersão de eficiência é diferente.**

varia entre 440 e 475  $m^2$ . Verificou-se que a média da eficiência de escala para as megastores é 97.2% enquanto que a média da eficiência de escala para as superstores é 96.7%. Isto significa que a maior dispersão dos valores da eficiência nas megastores é atribuível à ineficiência da operação das lojas (ineficiência técnica) e não à dimensão das lojas.

Figura 6.8: Eficiência das megastores

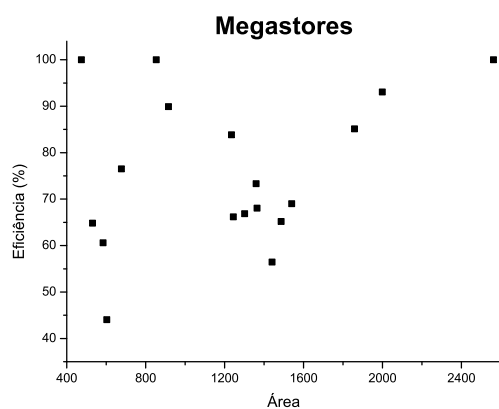
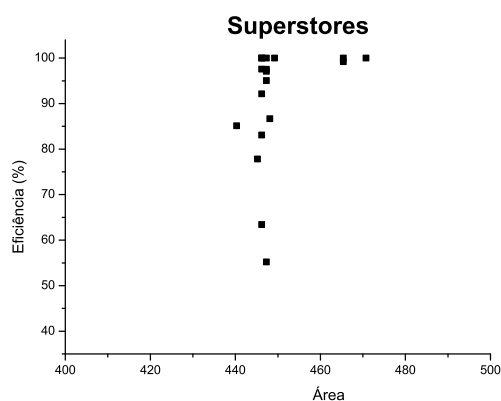


Figura 6.9: Eficiência das superstores



### Posicionamento das fronteiras dos grupos

O valor do índice que compara o posicionamento das fronteiras dos dois grupos,  $IF^{MS}$  (6.4), é igual a 2.418 (ver Figura 6.10). Neste caso, os testes estatísticos apresentados na Tabela 6.7 indicaram que o posicionamento das fronteiras dos grupos é significativamente diferente.

Para averiguar se as fronteiras são cruzadas analisam-se os rácios que determinam as distâncias entre a fronteira das superstores e das megastores para cada DMU

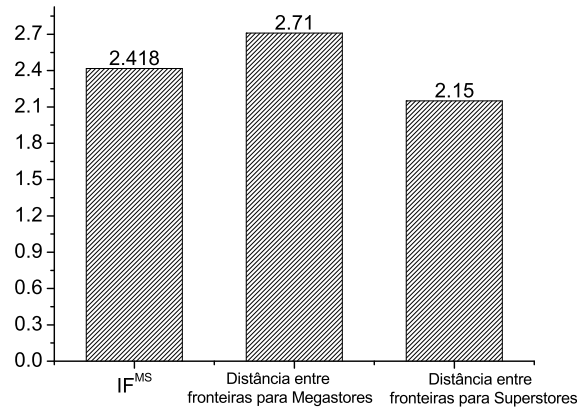


Figura 6.10: Cálculo dos índice  $IF^{MS}$

Tabela 6.7: Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras

Comparação de fronteiras ( $IF^{MS} = 2.418$ )
$\bar{M}_{own} = 0.76$ e $\bar{M}_{other} = 2.13$
$\bar{S}_{own} = 0.91$ e $\bar{S}_{other} = 0.43$
Teste Kolmogorov-Smirnov para as Megastores
$H_o : Dist.Efic. M_{own_j} = Dist.Efic. M_{other_j}$
$p_{KS} = 0.0 \Rightarrow H_o$ rejeitada
Teste Kolmogorov-Smirnov para as Superstores
$H_o : Dist.Efic. S_{own_j} = Dist.Efic. S_{other_j}$
$p_{KS} = 0.0 \Rightarrow H_o$ rejeitada
<b>Conclui-se que as fronteiras são diferentes.</b>

$(\frac{D^S(X^i, Y^i)}{D^M(X^i, Y^i)}, \forall i)$ . Os resultados apresentam-se na Tabela 6.8.

Verifica-se que o rácio é superior a 1 para todas as lojas, o que significa que as fronteiras não se cruzam e que a produtividade da fronteira das megastores é significativamente superior à da fronteira das superstores. Tal significa que para o mesmo nível de inputs as megastores conseguem obter mais vendas do que as superstores. Provavelmente a existência de maior diversidade de produtos nas megastores permite

Tabela 6.8: Análise do rácio  $\frac{D^S(X^i, Y^i)}{D^M(X^i, Y^i)}$

$\frac{D^S(X^i, Y^i)}{D^M(X^i, Y^i)}$	Percentil	Média	Percentil	Nº de lojas	Nº de lojas
Lojas avaliadas	5%	geométrica	95%	com rácio > 1	com rácio < 1
Todas as lojas ( $i = M, S$ )	1.839	2.418	3.369	36	0
Megastores ( $i = M$ )	2.095	2.715	3.646	18	0
Superstores ( $i = S$ )	1.800	2.153	2.960	18	0

## 6.5 Conclusões

---

atrair mais clientes.

### Avaliação de desempenho global dos grupos

O índice de desempenho global  $I^{MS}$  (6.2) que compara os dois formatos de lojas é igual a 2.000. A Figura 6.11 resume os índices obtidos.

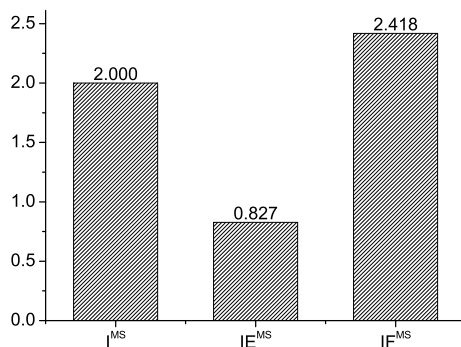


Figura 6.11: Cálculo dos índices  $I^{MS}$ ,  $IE^{MS}$  e  $IF^{MS}$

Conclui-se que o melhor desempenho das megastores se deve à maior produtividade da fronteira deste grupo. No entanto, verifica-se que há ainda um potencial de melhoria de eficiência nas megastores. Devem desenvolver-se esforços no sentido de eliminar ineficiências, o que pode ser conseguido através de um exercício de *benchmarking* de forma a adoptar as melhores práticas observadas noutras lojas megastores da mesma empresa. Os *benchmarks* das megastores identificados pelo modelo de DEA são as lojas L01, L10 e L70.

## 6.5 Conclusões

Este capítulo analisou os diversos métodos existentes na literatura de DEA para comparar o desempenho entre grupos. Conclui-se que o método baseado no índice de *Malmquist* (Camanho and Dyson, 2006) é o mais completo, uma vez que permite obter uma medida de desempenho global que quantifica conjuntamente os efeitos da dispersão de eficiência dentro dos grupos e do posicionamento relativo das fronteiras. Esta medida pode ser decomposta em dois sub-índices para isolar cada um dos

efeitos. Este capítulo desenvolveu um método que permite efectuar uma análise da significância estatística dos valores obtidos nos índices.

O método de *Malmquist* com avaliação estatística foi utilizado para comparar o desempenho da secção de bazar nos dois formatos de loja existentes na empresa utilizada como caso de estudo, as megastores e as superstores. O método desenvolvido tem por objectivo apoiar a empresa na tomada de decisões ao nível da configuração das lojas correspondentes à secção de bazar pesado.

Globalmente, concluiu-se que as megastores têm melhor desempenho do que as superstores devido à maior produtividade da sua fronteira. Possivelmente a maior produtividade das megastores está relacionada com a existência de uma maior diversidade de produtos, o que permite atrair mais clientes.

Por outro lado, verificou-se que a dispersão de níveis de eficiência é maior nas megastores do que nas superstores. Esta dispersão é atribuída à ineficiência da operação observada em algumas lojas. Para eliminar estas ineficiências, a empresa deverá promover políticas de *benchmarking* no sentido de implementar as boas práticas de gestão em todas as megastores. Isto poderá levar a alterações na diversidade de artigos disponíveis nas lojas, na gestão de aprovisionamentos e na imagem das lojas.

O impacto da envolvente na actividade das lojas será objecto de estudo pormenorizado no capítulo seguinte.

# Capítulo 7

## Avaliação do impacto da envolvente na actividade das lojas

### 7.1 Introdução

Tendo em conta que as lojas gerem recursos para obter resultados e que sofrem o impacto das condições sócio-económicas da envolvente (isto é, nível de competição existente, densidade populacional), este capítulo desenvolve um modelo de avaliação de desempenho de lojas de retalho que tem em consideração as condições da envolvente na área de influência das lojas.

Este capítulo está organizado da seguinte forma. A secção seguinte apresenta uma revisão da literatura sobre os modelos de DEA mais relevantes para tratar os factores não controláveis a que estão sujeitas as DMUs. Com base nesta análise, define-se um novo modelo de DEA que permite a avaliação do desempenho das DMUs tendo em conta a existência de factores não controláveis. Este modelo é uma extensão do modelo de Ruggiero (1996) e permite representar adequadamente as características das lojas de retalho que se pretende avaliar. Os resultados da avaliação do desempenho das lojas utilizando o novo modelo de DEA são apresentados para o ano de 2002. Em seguida, os resultados obtidos para as lojas são comparados com os da avaliação de desempenho realizada pela empresa. Este capítulo termina com a apresentação das conclusões.

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis em modelos de DEA

Verifica-se que as unidades organizacionais estão muitas vezes sujeitas a factores que estão fora do controle dos gestores, mas que condicionam a sua actividade. Estes factores são designados por não discricionários (ND). A avaliação de eficiência das DMUs deve incluir os factores ND porque permite uma comparação mais justa entre as unidades observadas. Assim, as DMUs em ambientes mais desfavoráveis não devem ser penalizadas pela produção de menos outputs ou eventualmente consumo de mais inputs.

Os factores ND podem ser externos ou internos. Os factores internos relacionam-se com as características específicas associadas à estrutura interna e à tecnologia das DMUs, como por exemplo a existência de quotas de produção e de áreas de cultivo associadas às explorações agrícolas. Os factores externos caracterizam a envolvente das DMUs. No caso de aplicações no sector privado (isto é, restaurantes, bancos, supermercados, etc), a densidade populacional e a pressão da concorrência são factores ND externos que influenciam os resultados obtidos. Em aplicações no sector público (isto é, escolas, hospitais, tribunais, etc), a densidade populacional e as características sócio-económicas da envolvente são factores ND externos cruciais na avaliação de desempenho.

Os factores ND internos e externos requerem um tratamento diferenciado. Os factores internos devem definir o conjunto de possibilidades de produção (PPS), uma vez que são considerados inputs ou outputs do processo de transformação. Os factores externos não devem definir o conjunto de possibilidades de produção (PPS), uma vez que são exteriores ao processo de transformação de inputs em outputs.

Os modelos de DEA standard, originalmente apresentados por Charnes et al. (1978) para CRS e por Banker et al. (1984) para VRS, são definidos para a situação em que os inputs e outputs são controlados pelas DMUs. No entanto, estes modelos podem incluir factores ND internos em determinadas condições. O modelo orientado pelos inputs pode ser utilizado com outputs ND, uma vez que a avaliação de eficiência admite que todos os outputs mantêm o seu valor original. O mesmo

## **7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis**

acontece nos modelos orientados pelos outputs, que pelas mesmas razões podem incluir inputs ND internos. Alguns exemplos de estudos que incluem factores ND nos modelos de DEA standard e que satisfazem as condições descritas são Norman and Stoker (1991), Paradi and Schaffnit (2004), Lozano et al. (2004). Na prática, o tratamento de factores ND internos é crítico nos casos em que (i) modelos orientados pelos inputs incluem inputs ND e (ii) modelos orientados pelos outputs incluem outputs ND. Nestes casos, os modelos de DEA standard não são os mais indicados porque podem propor ajustamentos aos factores ND e relativamente aos quais a DMU não tem qualquer controle.

Na literatura existem várias abordagens que tratam os factores ND de forma diferenciada dos restantes factores controláveis. Nesta tese, as várias abordagens foram classificadas em: (i) Modelos de separação da fronteira para variáveis ND externas, (ii) Modelos para variáveis ND internas, (iii) Modelos de duas fases para variáveis ND externas e (iv) Modelos de múltiplas fases para variáveis ND externas.

### **7.2.1 Modelos de separação de fronteira para variáveis ND externas**

Esta abordagem agrupa as unidades de produção de acordo com as características dos factores ND a que estão sujeitas e realiza separadamente avaliações de eficiência para cada um destes grupos. Os factores ND externos podem ter uma natureza quantitativa ou qualitativa. Os factores qualitativos podem ser definidos através de categorias (nominais ou ordinais). De acordo com a natureza dos factores ND externos existem vários métodos de separação da fronteira.

#### **Variáveis ND externas categóricas**

Para o tratamento das variáveis ND externas categóricas, pode utilizar-se o método de *Program efficiency*, a comparação das distribuições de eficiência de cada grupo usando testes de hipóteses e o método baseado nos índices de *Malmquist*, descritos no capítulo anterior. Nestas abordagens cada grupo corresponde às DMUs de uma dada categoria.

Para o tratamento de variáveis ND externas categóricas que são ordenadas hierarquicamente, pode utilizar-se o modelo de Banker and Morey (1986b). Esta abordagem consiste na introdução de um conjunto de variáveis binárias relacionadas com o factor ND categórico, de forma a garantir que as DMUs com um determinado nível de factor categórico apenas possam ser comparadas com outras com um valor idêntico desse factor, ou com outras cujo factor ND tem um valor correspondente a uma envolvente mais desfavorável. Assim, as DMUs que pertencem ao grupo com envolvente mais desfavorável (categoria 1) apenas são comparadas com unidades deste grupo, mas unidades da categoria 2 são comparadas com unidades das categorias 1 e 2. Este procedimento repete-se até à última categoria, na qual cada unidade pode ser comparada com todas as unidades de todas as categorias. Isto implica a construção de um conjunto de fronteiras, devendo cada DMU ser avaliada em relação à fronteira definida por DMUs pertencentes à mesma categoria e a categorias mais desfavoráveis. Segundo Banker and Morey (1986b), o modelo pode também ser usado para factores ND contínuos, uma vez que qualquer variável contínua pode ser transformada numa variável categórica.

Os modelos de separação de fronteiras para tratar variáveis ND externas categóricas apresentam algumas desvantagens (Coelli et al., 1998). Verifica-se que o número de unidades relativas a cada grupo pode ser reduzido, o que conduz a que a técnica de DEA tenha pouca capacidade de discriminação da eficiência entre as DMUs. Por outro lado, estes modelos estão limitados aos casos em que existe apenas um factor ND.

### Variáveis ND externas contínuas

No caso em que os factores ND externos são variáveis contínuas, pode-se utilizar o modelo de Ruggiero (1996). Esta abordagem é similar ao modelo proposto por Banker and Morey (1986b) para variáveis categóricas. Ruggiero (1996) sugere que cada DMU seja apenas comparada com unidades que operam numa envolvente igual ou mais desfavorável, o que assegura uma comparação justa entre as unidades. Considera-se que  $x_{ij}$ ,  $i \in ND$ , tem uma influência positiva nos resultados da DMU, sendo um factor ND favorável. As formulações do modelo de Ruggiero (1996) segundo a

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

orientação pelos inputs e considerando a existência de factores ND favoráveis, com VRS e com CRS são (7.1) e (7.3), respectivamente.

Neste modelo, apenas os factores controláveis definem o conjunto de possibilidades de produção (PPS). Assim, pode considerar-se que a tecnologia de produção exhibe convexidade selectiva, como foi designada por Podinovski (2005), uma vez que a convexidade só é imposta para os inputs e outputs controláveis do modelo.

$$\min \left\{ \theta \mid \right. \quad (7.1) \quad \min \left\{ \theta \mid \right. \quad (7.3)$$

$$\theta x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D,$$

$$\theta x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D,$$

$$y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s,$$

$$y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s,$$

se  $\lambda_j > 0$  então  $x_{ij} \leq x_{ij_o}$ ,  $i \in ND$ ,

se  $\lambda_j > 0$  então  $x_{ij} \leq x_{ij_o}$ ,  $i \in ND$ ,

(7.2)

(7.4)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1,$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad \left. \vphantom{\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1} \right\}$$

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \quad \left. \vphantom{\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1} \right\}$$

O modelo (7.1) avalia a eficiência de cada unidade em relação à fronteira VRS que é definida pelas unidades que têm uma envolvente igual ou pior à da unidade avaliada, tal como é imposto pela restrição (7.2). Na prática, o modelo constrói um conjunto de fronteiras definidas de acordo com o valor dos factores ND da DMU avaliada. Esta situação pode ser ilustrada graficamente pelo exemplo da Tabela 7.1, em que existem oito DMUs (A a H) que produzem um output  $y$ , utilizando o input discricionário  $x_1$  e que estão sujeitas ao input não discricionário  $x_2$ . A Figura 7.1 apresenta as diferentes fronteiras VRS que são sucessivamente construídas para avaliar a eficiência de cada DMU. A Tabela 7.2 apresenta os resultados dos modelos de Ruggiero (1996) considerando CRS e VRS.

No caso VRS, verifica-se por exemplo que a DMU B (localizada na fronteira 3) é eficiente, uma vez que é comparada com as unidades com envolvente igual ou mais

Tabela 7.1: Exemplo

	Input $x_1$	Input $x_2$	Output $y$
A	8	8	8
B	6	4.6	5
C	3	1.9	2
D	10	9	9
E	6	3.6	4.5
F	8	3.6	4.5
G	8	9	7
H	4	1.9	2

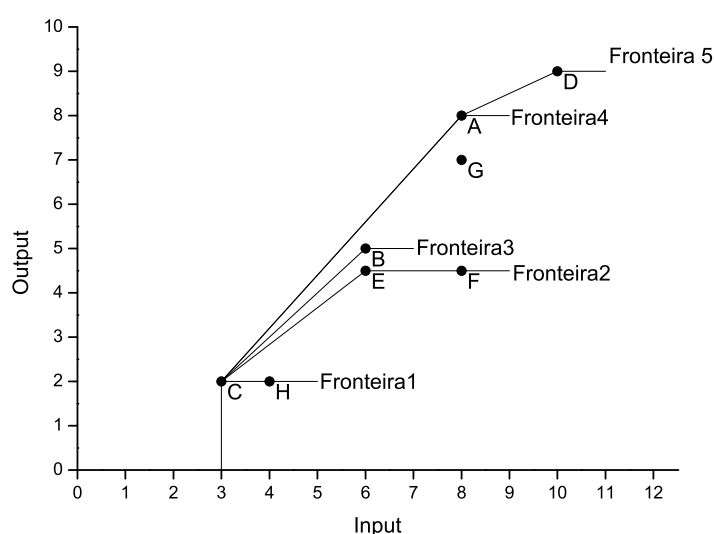


Figura 7.1: Ilustração das diferentes fronteiras VRS construídas para as várias DMUs através do modelo de Ruggiero (1996)

desfavorável (C, E, F e H). O modelo de CRS funciona da mesma forma que o modelo de VRS, diferindo apenas na condição relativa à convexidade da fronteira.

O modelo de Ruggiero (1996) avalia as DMUs cuja envolvente é a mais favorável (por exemplo a unidade D) com o mesmo valor de eficiência que o modelo de DEA standard. No entanto, no caso das DMUs cuja envolvente é mais desfavorável (por exemplo a unidade C), o modelo reduz o número de unidades com que potencialmente a DMU avaliada pode ser comparada. Isto conduz a que este modelo de DEA tenha menor capacidade de discriminação da eficiência nestes casos.

Observe-se que no caso de se incluírem muitos factores ND, o modelo de Ruggiero (1996) pode conduzir a valores de eficiência próximos de 1 para quase todas as unida-

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

Tabela 7.2: Resultados relativos ao exemplo da Tabela 7.1 obtidos com o modelo de Ruggiero (1996) com VRS e CRS

DMU	Modelo com VRS		Modelo com CRS	
	Eficiência	<i>peers</i>	Eficiência	<i>peers</i>
A	100%	A	100%	A
B	100%	B	100%	B
C	100%	C	100%	C
D	100%	D	90%	A
E	100%	E	100%	E
F	75%	E	75%	E
G	89.58%	A, C	87.5%	A
H	75%	C	75%	C

des e a um número elevado de unidades eficientes (Ruggiero, 1998). Parte deste efeito é explicado pelo reduzido número de unidades de referência com que cada DMU, com envolvente desfavorável, é comparada. Isto conduz também a uma menor discriminação da eficiência entre as DMUs. Outra limitação do modelo de Ruggiero é que não reconhece a existência de *tradeoffs* entre os factores ND. Por exemplo uma DMU pode estar inserida numa envolvente favorável, porque a maioria dos factores ND são favoráveis, mas pode ter um conjunto de referência reduzido porque apresenta um nível baixo (desfavorável) apenas num factor ND. Para ultrapassar este problema, Ruggiero (1998) apresentou uma alteração ao modelo de Ruggiero (1996) que se descreve em seguida.

Ruggiero (1998) representou a importância dos vários factores ND de cada DMU  $j$  através de um coeficiente agregado  $Z_j$ . Este coeficiente é determinado utilizando um modelo de duas fases<sup>1</sup>. Numa primeira fase calcula-se os valores de eficiência do modelo de DEA que inclui apenas factores controláveis. Na segunda fase utiliza-se um modelo de regressão para regredir os valores de eficiência obtidos na fase anterior em função dos factores ND. Nesta fase, obtém-se para cada DMU  $j$ , o coeficiente da regressão  $\beta_i$  para cada factor ND  $i$  ( $x_{ij}$ ), que mede a sua importância relativa. O valor de  $Z_j$  é obtido através de  $\sum_i \beta_i x_{ij}$ ,  $i \in ND$ . Finalmente a restrição (7.2) do modelo de Ruggiero (1996) é substituída pela seguinte: se  $\lambda_j > 0$  então  $Z_j \leq Z_{j_0}$ . Observe-se que o modelo Ruggiero (1998) tem de especificar *a priori* a forma da função

<sup>1</sup>As duas fases do modelo de Ruggiero (1998) são idênticas às do modelo de Ray (1991) que posteriormente será descrito.

paramétrica da regressão.

Mais recentemente, Ruggiero (2004) propôs outra alteração ao modelo de Ruggiero (1996), permitindo que cada DMU avaliada pudesse ser comparada com outras unidades com envolvente mais favorável até um determinado limite. Este limite estabelece para cada input ND  $i$  o valor máximo até ao qual é aceitável a comparação de DMUs. Finalmente a restrição (7.2) do modelo de Ruggiero (1996) é substituída pela seguinte: se  $\exists x_{ij} > x_{ij_0} + \delta(x_i)$  então  $\lambda_j = 0$ ,  $i \in ND$ . Esta restrição significa que uma DMU só podem ser comparada com a unidade avaliada, se a diferença verificada entre os respectivos níveis do input ND  $i$  não for superior a um valor limite definido por  $\delta(x_i)$ . Ruggiero (2004) sugere que o valor de  $\delta(x_i)$  pode ser estimado por técnicas paramétricas tal como a regressão.

Conclui-se que o modelo de Ruggiero (1996) parece adequado para tratar os factores ND externos contínuos, considerando que estes não devem ser incluídos na definição do PPS. Os modelos de Ruggiero (1998; 2004) são abordagens que melhoram a discriminação do modelo original de Ruggiero. No entanto, estes modelos têm sempre menor poder de discriminação do que o modelo de DEA standard. Esta limitação é agravada no caso das amostras serem pequenas ou se se incluírem muitos factores ND no modelo.

### 7.2.2 Modelos para variáveis ND internas

No caso em que os factores ND internos são variáveis contínuas, o modelo de Banker and Morey (1986a) (BM) permite a introdução num único modelo de DEA de todos os factores controláveis e incontroláveis (ND). A utilização deste modelo exige conhecer *a priori* se o factor tem um efeito positivo (favorável) ou negativo (desfavorável) sobre os resultados da DMU.

Banker and Morey (1986a) foi o primeiro estudo a propor um modelo de DEA para tratar factores ND<sup>2</sup>. Neste modelo, os factores ND definem o conjunto de possibilidades de produção (PPS). Considere-se que cada DMU  $j$  consome um conjunto de

---

<sup>2</sup>Os autores apresentaram a formulação de dois modelos de DEA: (i) um modelo com orientação pelos outputs para a situação caracterizada pela existência de factores ND desfavoráveis (outputs ND) e (ii) um modelo com orientação pelos inputs para a situação caracterizada pela existência de factores ND favoráveis (inputs ND).

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

inputs discricionários  $x_{ij}$  ( $i \in D$ ) para produzir um conjunto de outputs discricionários  $y_{rj}$  ( $r \in D$ ) e que está sujeita ao efeito dos factores ND favoráveis  $x_{ij}$  ( $i \in ND$ ). Neste caso, Banker and Morey (1986a) admite que cada factor ND é definido de forma que o seu aumento tem um impacto positivo sobre os resultados da DMU, sendo incluído no modelo como input ND. As formulações do modelo de Banker and Morey (1986a) segundo a orientação pelos inputs, com VRS e com CRS são (7.5) e (7.6), respectivamente<sup>3</sup>.

$$\begin{aligned}
 \min \left\{ \theta \mid \right. & \quad (7.5) & \quad \min \left\{ \theta \mid \right. & \quad (7.6) \\
 \theta x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D, & & \theta x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D, & \\
 y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s, & & y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r = 1, \dots, s, & \\
 x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in ND, & & \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in ND, & \\
 \left. \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad j = 1, \dots, n \right\} & & \left. \sum_{j=1}^n \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \right\} & \quad (7.7)
 \end{aligned}$$

Os modelos de DEA (7.5) e (7.6) consistem na associação de um factor de contracção apenas aos inputs discricionários na primeira fase, e pela maximização da soma das slacks associadas apenas aos factores discricionários na segunda fase (que não está aqui representado). Tal significa que os factores ND não são considerados no cálculo do factor óptimo de contracção nem no cálculo dos valores óptimos das slacks.

No modelo VRS (7.5), o conjunto de possibilidades de produção (PPS) é igual ao modelo de DEA standard que considera os inputs ND como controláveis. Isto implica, que as unidades eficientes em termos de *Pareto-Koopmans* são as mesmas. A única diferença em relação ao modelo de DEA standard está na medida de eficiência usada

<sup>3</sup>Observe-se que o modelo de Banker and Morey (1986a) (7.6) tem sido referenciado na literatura (Cooper et al., 2000, Ruggiero, 1996; 1998, Muñiz, 2002, Muñiz et al., 2006) com uma formulação ligeiramente diferente, que corresponde a substituir a restrição (7.7) por  $x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}$ ,  $i \in ND$ .

para atingir o PPS. Como esta medida de eficiência está apenas associada aos factores discricionários (e não aos inputs ND), a eficiência das DMUs só poderá diminuir. Tal implica que apenas as unidades ineficientes em termos de *Pareto-Koopmans* podem ver a sua avaliação penalizada devido à utilização do modelo VRS (7.5).

No modelo CRS (7.6), o PPS é diferente do modelo de DEA standard que considera os factores ND como controláveis (Thanassoulis et al., 2007). A diferença está associada ao facto de a restrição (7.7) ligada aos inputs ND não permitir que estes factores sejam escalados para cima ou para baixo com a unidade de referência fictícia utilizada na avaliação. Estes factores estão apenas restringidos ao facto de o valor da média dos *peers*, ponderada pelo factor  $\lambda_j$  não exceder o nível do input ND da unidade avaliada, uma vez que a restrição (7.7) pode ser reescrita como  $\frac{\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}}{\sum_{j=1}^n \lambda_j} \leq x_{ij_o}$ . Tal significa que a DMU não pode alterar o nível de factores ND para explorar os rendimentos à escala, o que é correcto. Note-se ainda que a restrição (7.7) pode ser reescrita como  $\sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} - x_{ij_o}) \leq 0$ . Nesta restrição, a convexidade não é imposta para os inputs ND, mas apenas para a nova variável que resulta da diferença entre o nível do input ND  $i$  das DMUs de referência e o respectivo valor da unidade avaliada  $j_o$ . Como consequência da alteração do PPS, a medida de eficiência do modelo CRS (7.6) pode ser igual, inferior ou superior à do modelo de DEA standard que considera os inputs ND como controláveis.

Para ilustrar as implicações descritas dos modelos de Banker and Morey (1986a), (7.6) e (7.5), recorre-se ao exemplo da Tabela 7.1. Na Figura 7.2, as DMUs são representadas graficamente através da normalização do valor dos inputs  $x_1$  e  $x_2$  pelo valor do output  $y$ .

Os resultados de eficiência obtidos nos modelos de DEA standard VRS (2.17) e CRS (2.10) que consideram  $x_1$  e  $x_2$  como controláveis e os resultados de eficiência obtidos nos modelos de Banker and Morey (1986a) VRS e CRS em que  $x_2$  é considerado não discricionário, são apresentados na Tabela 7.3.

No caso de VRS, todas as DMUs eficientes em termos de *Pareto-Koopmans* no modelo de DEA, são também eficientes no modelo de Banker and Morey (1986a) (7.5). Observe-se que as DMUs F e H são ineficientes, uma vez que apresentam folgas relativamente a  $x_1$  em relação a E e C, respectivamente (ver dados da Tabela 7.1). O

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

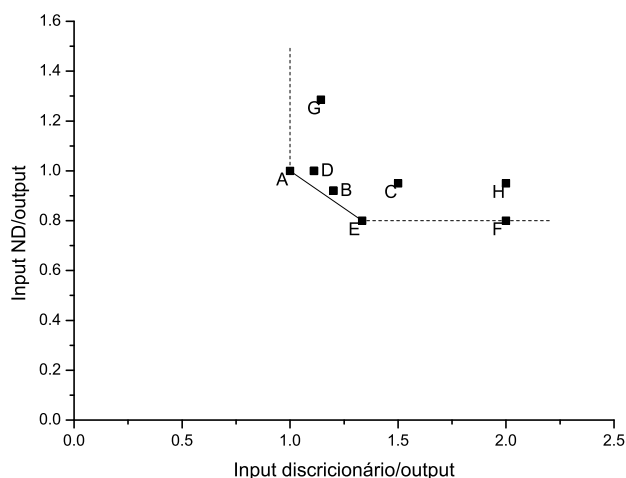


Figura 7.2: Ilustração gráfica do exemplo da Tabela 7.1

Tabela 7.3: Resultados dos modelos de DEA standard e do modelo BM relativos ao exemplo da Tabela 7.1 obtidos com CRS e VRS

DMU	Modelo de DEA: $x_1$ e $x_2$ discricionários				Modelo de BM: $x_1$ discricionário e $x_2$ não discricionário			
	CRS	$peers_{crs}$	VRS	$peers_{vrs}$	CRS	$peers_{crs}$	VRS	$peers_{vrs}$
A	100.00%	A	100.00%	A	100.00%	A	100.00%	A
B	97.56%	A, E	98.92%	A, C, E	93.31%	A, C	98.02%	A, C, E
C	86.49%	A, E	100.00%	C	100.00%	C	100.00%	C
D	96.00%	A, E	100.00%	D	90.00%	A	100.00%	D
E	100.00%	E	100.00%	E	89.73%	A, C	100.00%	E
F	100.00%	E	100.00%	E	67.30%	A, C	75.00%	E
G	87.50%	A	89.58%	A, C	87.50%	A	89.58%	A, C
H	84.21%	E	100.00%	C	75.00%	C	75.00%	C

modelo de Banker and Morey (1986a) (7.5), ao manter a restrição de convexidade para os inputs ND, não altera a fronteira de eficiência. Apenas, os valores de eficiência relativos às unidades ineficientes podem ser reduzidos (em G mantém-se o valor enquanto que em B, F e H reduz o valor).

No caso do modelo de Banker and Morey (1986a) com CRS, verifica-se que a fronteira de eficiência se altera quando se considera o input  $x_2$  como não discricionário (Thanassoulis et al., 2007). Como consequência, algumas DMUs ineficientes tornam-se eficientes (C) e outras eficientes tornam-se ineficientes (E). Sempre que se avalia uma DMU, a fronteira altera-se uma vez que a restrição de convexidade é fixada para a nova variável (dada pela diferença  $x_{2j} - x_{2o}$ ). As fronteiras de eficiência CRS obtidas

quando se avaliam as DMUs C e B e se considera o input  $x_2$  como não discricionário são representadas graficamente pelas Figuras 7.3 e 7.4, respectivamente.

Figura 7.3: Fronteira de eficiência para avaliar a unidade C

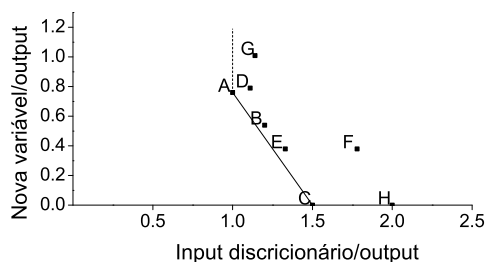
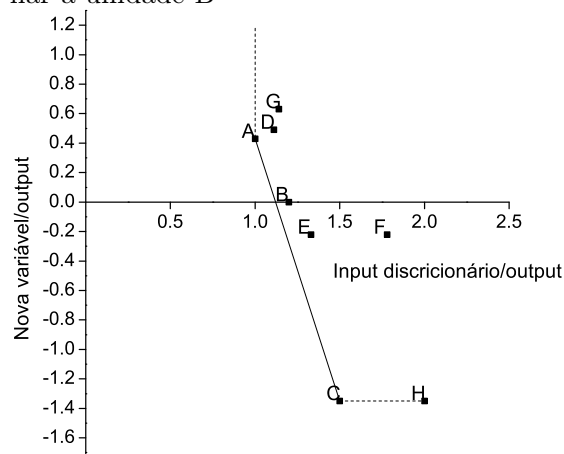


Figura 7.4: Fronteira de eficiência para avaliar a unidade B



Para todos os casos, a nova fronteira de eficiência é constituída pelas mesmas DMUs, A e C, apesar dos valores da nova variável ( $x_{2j} - x_{2o}$ ) serem diferentes para cada unidade avaliada. Note-se que os *peers* da DMU avaliada podem ter factores ND superiores (neste caso  $x_{2j} - x_{2o} > 0$ ) ou inferiores (neste caso  $x_{2j} - x_{2o} < 0$ )<sup>4</sup> aos valores observados na unidade avaliada, desde que o valor médio da nova variável ponderado por  $\lambda$  correspondente aos *peers* seja menor ou igual a zero.<sup>5</sup> ( $\sum_{j=1}^n \lambda_j (x_{ij} - x_{ijo}) \leq 0$ ).

Os valores de eficiência obtidos nos modelos de Banker and Morey (1986a) são medidas não radiais. Por exemplo, a avaliação da eficiência da unidade B na fronteira representada na Figura 7.4, implica o movimento horizontal desde o nível do input discricionário 6/5 (medido através de  $x_1/y$ ) ao nível de input discricionário (medido através de  $x_1/y$ ) da combinação linear das DMUs A e C (A tem mais input ND e então  $x_{2A} - x_{2B} > 0$  enquanto que C tem menos input ND e então  $x_{2C} - x_{2B} < 0$ ). O ponto A corresponde a (1, 0.43) enquanto o ponto C corresponde a (1.5, -1.35). O segmento linear AC é dado pela expressão  $z/y = -3.56 x_1/y + 3.99$  em que  $z = x_{2j} - x_{2B}$ . Portanto para um nível de  $z/y$  igual a 0 para a unidade B, o valor eficiente na fronteira AC é 1.121, e portanto a eficiência de B é igual ao rácio entre o valor eficiente (1.121)

<sup>4</sup>O facto de a nova variável poder tomar valores negativos não afecta o cálculo do factor de contracção radial, uma vez que este factor não está ligado aos factores ND.

<sup>5</sup>Observe-se que a nova variável,  $x_{2j} - x_{2o}$ , toma sempre o valor 0 para a DMU avaliada.

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

e o valor observado (1.20), isto é,  $1.121/1.20 = 93.31\%$ .

As razões para que a fronteira de eficiência apenas se altere no caso do modelo de CRS (7.6) é que neste modelo as comparações dos valores observados entre a DMU avaliada e as suas unidades de referência são realizadas considerando que os factores ND não são escalados. Como o modelo VRS não escala os factores não é necessário fazer ajustamentos aos factores ND com vista a impedir que o modelo de DEA faça extrapolação da sua escala.

O modelo de Banker and Morey (1986a) tem suscitado diversas críticas na literatura (Ruggiero, 1996; 1998, Muñiz, 2002, Muñiz et al., 2006).

Ruggiero (1996; 1998) defende que o modelo de Banker and Morey (1986a) não restringe adequadamente as unidades do conjunto de referência da DMU avaliada, permitindo incluir unidades com envolvente igual, mais ou menos favorável. Assim, o autor defende que se devem excluir da comparação as unidades com envolvente mais favorável. Outra crítica de Ruggiero (1996; 1998) é o facto de o modelo de Banker and Morey (1986a) admitir a condição de convexidade para os factores discricionários e ND, o que conduz a conjuntos de possibilidades de produção impróprios e à conseqüente distorção da medida de eficiência. Observe-se que o modelo de Banker and Morey (1986a) apenas admite a condição de convexidade para os factores ND no caso do modelo ser VRS.

Muñiz (2002) e Muñiz et al. (2006) criticam os modelos propostos por Banker and Morey (1986a), pelo facto de a fronteira resultante ser exactamente a mesma caso os factores ND fossem considerados controláveis. Assim, o modelo de Banker and Morey (1986a) não representa o impacto real que os factores ND têm sobre o desempenho de uma unidade, porque as unidades que são ineficientes podem ser penalizadas pela consideração de alguns factores como sendo ND. No entanto, isto só é verdade no caso do modelo VRS como se referiu anteriormente. Note-se que a penalização de algumas DMUs resulta de comparar os resultados dos dois modelos nas seguintes condições: (i) incluir todos os factores (incluindo controláveis e ND) como controláveis e (ii) incluir os factores controláveis e os factores ND como incontroláveis. No entanto, devem ser comparados os modelos nas seguintes condições: (i) incluir apenas os factores controláveis e (ii) incluir os factores controláveis e os factores ND como incontroláveis.

Isto significa que a inclusão dos factores ND no modelo favorece as DMUs. Observe-se que a inclusão de mais variáveis no modelo de DEA permite aumentar a eficiência das DMUs.

Apesar das críticas ao modelo de Banker and Morey (1986a), este parece adequado para tratar os factores ND internos, considerando que estes devem ser incluídos na definição do PPS. Alguns estudos recentes que utilizam o modelo de Banker and Morey (1986a) são Lozano-Vivas et al. (2002) e Korhonen and Syrjänen (2003). O modelo de Banker and Morey (1986a) foi posteriormente estendido por Golany and Roll (1993) para tratar o caso em que existem simultaneamente factores ND favoráveis e desfavoráveis e o caso em que estes factores são parcialmente controlados.

### 7.2.3 Modelo de duas fases para variáveis ND externas

Nos modelos de duas fases, o objectivo é explicar as diferenças entre as medidas de eficiência obtidas pelas DMUs com base nos efeitos dos factores não discricionários.

Ray (1988; 1991) propôs o uso de um modelo de duas fases, segundo o qual os factores ND não devem ser incluídos no modelo de DEA. Assim, numa primeira fase utiliza-se um modelo de DEA para avaliar a eficiência tendo em conta apenas os factores discricionários. Numa segunda fase recorre-se a um modelo de regressão *Tobit* definido por  $y = \alpha + \beta_1 x_1 + \dots + \beta_z x_z + u$ , definindo como variável dependente ( $y$ ) o valor de eficiência do modelo de DEA, e considerando como variáveis independentes ( $x_1, \dots, x_z$ ) os factores ND. O modelo de regressão estima o valor da eficiência que é explicado pela influência dos factores ND, tendo em conta que os valores residuais devem ser não-positivos ( $u \leq 0$ )<sup>6</sup> e que a variável dependente não deve ser maior que 1. O coeficiente de regressão de cada factor ND ( $\beta_1, \dots, \beta_z$ ) indica o seu sentido de influência sobre os resultados das DMUs. A diferença entre o valor de eficiência estimada pelo modelo de regressão e o valor de eficiência obtido no modelo de DEA é interpretado por Ray (1991) como a medida da ineficiência de gestão não causada pelos factores ND. Observe-se que o modelo de regressão *Tobit* proposto em Ray (1991) permite resolver o problema do valor da variável dependente, correspondente

---

<sup>6</sup>Ray (1991) resolveu este problema pela adição do maior valor residual à equação de regressão.

## 7.2 Revisão bibliográfica sobre o tratamento dos factores não controláveis

à eficiência, não ser maior do que 1.

Os modelos de duas fases têm sido criticados na literatura devido às seguintes razões: (i) a especificação *a priori* da forma da função do modelo de regressão pode distorcer os resultados obtidos (Ruggiero, 1998), (ii) se existir correlação entre os inputs e outputs usados para calcular os valores de eficiência e os factores ND utilizados no modelo da regressão, os resultados podem ser distorcidos (Coelli et al., 1998), e (iii) a inferência estatística com base nos parâmetros estimados na regressão é inválida (Simar and Wilson, 2006b), uma vez que são violados os pressupostos da análise da regressão, como por exemplo a independência dos dados da amostra.

Para ultrapassar os problemas destas abordagens, Simar and Wilson (2006b) propuseram um novo modelo de duas fases, no qual a inferência estatística é baseada no método de *bootstrap*.

### 7.2.4 Modelos de múltiplas fases para variáveis ND externas

Nestes modelos, o objectivo é ajustar os níveis dos factores controláveis das DMUs com base no efeito dos factores não discricionários. Nestes modelos destacam-se os estudos de Fried et al. (1999) e Muñiz (2002).

#### **Fried et al. (1999)**

O modelo de Fried et al. (1999) é constituído por quatro fases. Na primeira fase resolve-se um modelo de DEA (orientado pelos inputs) que inclui apenas os inputs e outputs discricionários. Na segunda fase, utiliza-se um modelo de regressão *Tobit*, para estimar uma equação de regressão para cada input discricionário, em que a variável dependente é o valor total da slack (ineficiência radial e não-radial) e as variáveis independentes são os factores ND. Esta fase estima o valor da slack que é explicado pelo efeito dos factores ND. Na terceira fase procede-se ao ajustamento do nível inicial de cada input de cada unidade somando ao seu valor inicial a diferença entre a slack máxima desse input observado na amostra e a slack da unidade avaliada, estimadas pela regressão. Isto ajusta os inputs controláveis das unidades, de forma a assegurar que o efeito da envolvente seja idêntico para todas as DMUs. Assim, às DMUs que têm a envolvente mais favorável, é-lhes adicionado mais input de forma a exigir delas a

produção de mais outputs na avaliação de eficiência. Finalmente calcula-se novamente a eficiência de cada DMU com os inputs discricionários ajustados e os outputs. Os valores de eficiência obtidos medem a ineficiência de gestão não causada pelos factores ND. De acordo com Fried et al. (1999), este procedimento tem a vantagem de ter em conta as ineficiências radiais e não radiais no modelo de regressão e de não ser necessário definir os factores ND como favoráveis ou desfavoráveis como acontece nos modelos de fase única (ver também Fried et al., 2002).

Este modelo também tem sido criticado, uma vez que a inferência estatística com base nos parâmetros estimados na regressão é inválida (Simar and Wilson, 2006b).

### **Muñiz (2002)**

Muñiz (2002) utiliza um modelo de três fases. Na primeira fase resolve-se um modelo de DEA que inclui apenas os inputs e outputs discricionários. O valor total da slack (radial e não radial) obtido incorpora o efeito da ineficiência de gestão e dos factores ND. Na segunda fase, utiliza-se um modelo de DEA orientado pelos inputs para analisar o valor total da slack (radial e não radial) de cada factor controlável (input e output). Nesta fase, o valor total da slack corresponde ao input e os factores ND correspondem aos outputs. Esta fase determina para cada factor controlável o valor mínimo da slack condicionada pelo efeito dos factores ND. A diferença entre o valor total da slack obtida na primeira fase, obtida sem os factores ND, e o valor mínimo da slack obtido na segunda fase, considerando a influência dos factores ND, determina a ineficiência que não é atribuída aos factores ND. Na terceira fase os níveis de inputs e outputs iniciais são ajustados de forma a deduzir o efeito desfavorável dos factores ND. Após o ajustamentos de dados utiliza-se novamente o modelo de DEA para obter os valores de eficiência para as várias DMUs.

O modelo de Muñiz (2002) tem também sido criticado pelo facto de as unidades que são eficientes em termos de *Pareto-Koopmans* na primeira fase não poderem ser incluídas na segunda fase. Para estas unidades não é possível ajustar os níveis de inputs e outputs controláveis com base no efeito dos factores não discricionários (Fried et al., 2002).

### 7.3 Desenvolvimento do novo modelo

Nesta secção pretende-se seleccionar o modelo mais adequado para avaliar o desempenho das lojas de retalho tendo em conta os factores não discricionários em que operam, tais como o nível de competição existente e a densidade populacional. Estes factores caracterizam a envolvente externa das lojas. Nestas condições, os factores ND não devem definir o conjunto de possibilidades de produção, uma vez que são exteriores ao processo de transformação de inputs em outputs. Seria possível optar por modelos de separação de fronteira, modelos de duas fases ou múltiplas fases. Como os modelos de duas fases e de múltiplas fases têm sido bastante criticados na literatura e têm uma interpretação dos resultados pouco intuitiva, nesta tese optou-se por utilizar um modelo de separação de fronteiras. Como as variáveis ND são contínuas, escolheu-se o modelo de Ruggiero (1996) como ponto de partida da análise.

No entanto, verifica-se que o modelo de Ruggiero (1996) tende a reduzir o número de unidades com que cada DMU, com envolvente desfavorável, pode ser comparada, o que conduz a valores de eficiência elevados para DMUs que operam em ambientes desfavoráveis. Isto diminui o poder discriminatório do modelo. Esta situação é pertinente no caso de estudo, uma vez que o número de lojas não é elevado. Para melhorar a discriminação do modelo desenvolveu-se a ideia de relaxar a condição de selecção de *peers* para cada DMU avaliada, tal como proposto pelo modelo de Ruggiero (2004).

#### **Generalização do modelo de Ruggiero (1996) a situações com outputs ND**

O modelo de Ruggiero (1996) pode ser alargado ao caso da existência simultânea de factores não discricionários favoráveis e desfavoráveis. Considera-se que  $x_{ij}$ ,  $i \in ND$  tem uma influência positiva nos resultados da DMU (considere-se um input ND) enquanto que  $y_{rj}$ ,  $r \in ND$ , tem uma influência negativa nos resultados da DMU (considere-se um output ND). Pretende-se que cada DMU seja comparada apenas com DMUs com envolvente igual ou menos favorável, isto é,  $x_{ij} \leq x_{ij_o} \wedge y_{rj} \geq y_{rj_o}$   $i \in ND$ ,  $r \in ND$ . Assim, a nova formulação do modelo de Ruggiero (1996) com VRS é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 & \min \left\{ \theta \mid \right. & (7.8) \\
 & \theta x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D, \\
 & y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r \in D, \\
 & \text{se } \lambda_j > 0 \text{ então } x_{ij} \leq x_{ij_o} \wedge y_{rj} \geq y_{rj_o}, \quad i \in ND, \quad r \in ND, \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \\
 & \left. \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \right\}
 \end{aligned}$$

Como se pretende utilizar a orientação pelos outputs para avaliar as lojas, obtém-se o seguinte modelo (7.9):

$$\begin{aligned}
 & \max \left\{ \theta \mid \right. & (7.9) \\
 & x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D, \\
 & \theta y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r \in D, \\
 & \text{se } \lambda_j > 0 \text{ então } x_{ij} \leq x_{ij_o} \wedge y_{rj} \geq y_{rj_o}, \quad i \in ND, \quad r \in ND, & (7.10) \\
 & \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \\
 & \left. \lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \right\}
 \end{aligned}$$

### Relaxação da condição de selecção de *peers*

Para relaxar a condição de selecção de *peers* para cada DMU, utilizou-se a ideia proposta pelo modelo de Ruggiero (2004). Especificamente, pretende-se que cada DMU avaliada possa ser comparada com unidades com envolvente mais favorável até um determinado limite. Este limite deve ser especificado de forma a assegurar que as DMUs sejam comparáveis para cada factor da envolvente e o seu valor deverá ser

### 7.3 Desenvolvimento do novo modelo

definido pelo agente de decisão. Assuma-se que se define uma margem de comparação ( $\alpha$ ) para os factores ND favoráveis ( $x_{ij}$ ,  $i \in ND$ ) e outro limite ( $\beta$ ) para os factores ND desfavoráveis ( $y_{rj}$ ,  $r \in ND$ ). Tal significa que é possível a comparação da DMU  $j_o$  com outras unidades com um factor ND favorável  $\alpha\%$  superior, o que corresponde a substituir a expressão da restrição (7.10) relativa aos inputs ND por  $x_{ij} \leq x_{ij_o}(1 + \alpha)$ ,  $0 \leq \alpha < 1$ ,  $i \in ND$ . Da mesma forma é possível a comparação da DMU  $j_o$  com outras com factor ND desfavorável  $\beta\%$  vezes inferior. Assim, a expressão da restrição (7.10) relativa aos outputs ND é substituída por  $y_{rj} \geq y_{rj_o}(1 - \beta)$ ,  $0 \leq \beta < 1$ ,  $r \in ND$ . A formulação do novo modelo é a seguinte:

$$\begin{aligned} \max \left\{ \theta \mid \right. & \quad (7.11) \\ x_{ij_o} & \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D, \\ \theta y_{rj_o} & \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r \in D, \end{aligned}$$

$$\text{se } \lambda_j > 0 \text{ então } x_{ij} \leq x_{ij_o} (1 + \alpha) \wedge y_{rj} \geq y_{rj_o} (1 - \beta), \quad i \in ND, \quad r \in ND \quad (7.12)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^n \lambda_j & = 1, \\ 0 \leq \alpha < 1, \quad 0 \leq \beta < 1, \quad \lambda_j & \geq 0, \quad j = 1, \dots, n \end{aligned} \right\}$$

#### Implementação de um modelo de programação inteira mista

Verifica-se que a restrição (7.12) é não linear. Existem duas alternativas para resolver o modelo (7.11): (i) definir previamente as DMUs com que a unidade avaliada pode ser comparada de acordo com os limites definidos pela restrição (7.12) e resolver o modelo de DEA (7.11) apenas considerando as DMUs identificadas como *peers* potenciais, ou (ii) transformar a restrição condicional (7.12) numa forma linear através da utilização de variáveis binárias que permitam seleccionar adequadamente as DMUs de referência da unidade avaliada. Para isso, usa-se a técnica descrita por Podinovski (2005), que se passa a descrever. Para cada  $j = 1, \dots, n$  introduzem-se as variáveis

binárias  $\delta_j$ . Deve existir a seguinte correspondência entre as variáveis  $\delta_j$  e  $\lambda_j$ :

$$\delta_j = \begin{cases} 0 & \text{se } \lambda_j = 0 \\ 1 & \text{se } \lambda_j > 0 \end{cases} \quad (7.13)$$

Para especificar esta correspondência numa forma linear, introduz-se um valor positivo muito pequeno  $\underline{\lambda}$  (no modelo utiliza-se o valor  $\underline{\lambda} = 0.001$ ) para todas as variáveis  $\lambda_j$ . A correspondência (7.13) é agora assegurada pela seguinte desigualdade:  $\underline{\lambda} \delta_j \leq \lambda_j \leq \delta_j$ . Notar que se  $\delta_j = 1$  então  $\lambda_j$  pode variar entre  $\underline{\lambda}$  e 1, o que na prática é equivalente a ter  $\lambda \in ]0, 1]$ . O modelo (7.11) pode ser reescrito segundo programação linear inteira mista da seguinte forma:

$$\max_{\theta, \lambda_j, \delta_j} \left\{ \theta \mid \right. \quad (7.14)$$

$$x_{ij_o} \geq \sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij}, \quad i \in D,$$

$$\theta y_{rj_o} \leq \sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj}, \quad r \in D,$$

$$y_{rj} \geq y_{rj_o} \delta_j (1 - \beta), \quad \forall_j, \quad r \in ND, \quad (7.15)$$

$$x_{ij} \delta_j \leq x_{ij_o} (1 + \alpha), \quad \forall_j, \quad i \in ND, \quad (7.16)$$

$$\underline{\lambda} \delta_j \leq \lambda_j \leq \delta_j, \quad \forall_j, \quad (7.17)$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1, \quad (7.18)$$

$$0 \leq \alpha < 1, \quad 0 \leq \beta < 1, \quad \lambda_j \geq 0, \quad \delta_j \in \{0, 1\}, \quad j = 1, \dots, n \quad \left. \right\}$$

Neste modelo, toda a variável  $\lambda_j$  é igual a 0 ou está no intervalo  $[\underline{\lambda}, 1]$ . O modelo não permite que os valores  $\lambda_j$  estejam entre 0 e  $\underline{\lambda}$ , mas considera-se que esta aproximação não é importante do ponto de vista prático. De acordo com (7.17) se  $\delta_j = 1$  então  $\lambda_j \geq \underline{\lambda}$ , o que assegura que a restrição (7.12) é equivalente à conjunção das restrições (7.15) e (7.16). No novo modelo (7.14), as variáveis binárias seleccionam as unidades de referência de cada unidade que está a ser avaliada.

O modelo (7.14) assume a existência de VRS. Para obter um modelo com CRS,

### 7.3 Desenvolvimento do novo modelo

---

a condição de convexidade (7.18) deve ser eliminada e a restrição (7.17) substituída por  $\underline{\lambda} \delta_j \leq \lambda_j \leq \bar{\lambda} \delta_j$ , sendo  $\underline{\lambda}$  um valor pequeno (por exemplo  $\underline{\lambda} = 0.001$ ) e  $\bar{\lambda}$  um valor elevado (por exemplo  $\bar{\lambda} = 100$ ). Assim, garante-se que se  $\delta_j = 0$  então  $\lambda = 0$  e se  $\delta_j = 1$  então  $\lambda$  varia entre 0.001 e 100. Note-se que se as restrições (7.17) e (7.18) fossem substituídas apenas por  $\lambda \geq \underline{\lambda} \delta_j$ , o modelo atribuiria o valor zero a  $\delta_j$ ,  $\forall_j$ , e as restrições (7.15) e (7.16) seriam sempre verificadas. Neste caso, as variáveis binárias ( $\delta_j$ ) não seleccionariam os *peers*, sendo a formulação resultante equivalente a um modelo de DEA standard (2.18), em que o PPS é definido apenas pelos factores controláveis, ignorando o efeito dos factores ND.

Conclui-se que as diferenças entre o novo modelo (7.14) e o modelo de Ruggiero (1996) são: (i) o novo modelo permite incluir simultaneamente factores favoráveis e desfavoráveis, (ii) o novo modelo relaxa a restrição de selecção de *peers* dentro dos limites definidos pelo agente de decisão/analista que se traduzem nos valores de  $\alpha$  e  $\beta$ , (iii) o novo modelo propõe uma formulação de programação inteira mista que se obtém pela substituição da restrição condicional de selecção de *peers* por um conjunto de restrições lineares e utilização de variáveis binárias. Assim, se se considerar no novo modelo (7.14) apenas os factores favoráveis e se atribuir o valor de zero a  $\alpha$ , obtém-se o modelo (7.1) proposto por Ruggiero (1996) com uma formulação de programação inteira mista.

#### 7.3.1 Avaliação de desempenho com o novo modelo (7.14)

O valor de eficiência obtido no novo modelo (7.14) mede a capacidade de cada DMU em obter resultados tendo em conta o nível de recursos utilizado e a influência conjunta dos factores da envolvente. O modelo determina as unidades eficientes e ineficientes, definindo para estas o potencial para aumentar os resultados, uma vez que o efeito da envolvente já foi contabilizado. Para as unidades ineficientes  $j_o$ , os objectivos de melhoria para os inputs e outputs discricionários são definidos através das expressões (7.19). Note-se que a função dos inputs e outputs não discricionários no modelo (7.14) é restringir as unidades de referência com que cada DMU é comparada.

$$\begin{aligned}
 x_{ij_o}^* &= x_{ij_o} - s_i^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* x_{ij}, \quad i \in D \\
 y_{rj_o}^* &= \theta_o^* y_{rj_o} + s_r^* = \sum_{j=1}^n \lambda_j^* y_{rj}, \quad r \in D.
 \end{aligned}
 \tag{7.19}$$

## 7.4 Aplicação do modelo desenvolvido

### 7.4.1 Definição dos factores da envolvente, inputs e outputs

Pretende-se utilizar o modelo desenvolvido (7.14) para avaliar o desempenho das lojas de retalho tendo em conta a sua envolvente. A empresa considera que os factores da envolvente que mais influenciam a actividade das lojas são a população e a concorrência. A população influencia positivamente os resultados da loja, uma vez que uma elevada densidade populacional potencia a obtenção de maiores volumes de vendas. Por outro lado, a pressão da concorrência influencia negativamente os resultados da loja, pois esta necessita de mais esforços (promoções, redução de preços ou diversidade de produtos) para atrair os clientes e manter o volume de vendas.

Verifica-se que existe uma forte correlação entre a população e a concorrência (igual a 0.98 no caso das lojas em análise) uma vez que nas áreas com maior densidade populacional tende a existir maior concorrência. Apesar destes factores da envolvente estarem fortemente correlacionados, a inclusão de apenas uma destas variáveis no modelo não representaria adequadamente a envolvente de todas as DMUs da amostra. Para representar a envolvente das lojas, a empresa analisada no caso de estudo utiliza o rácio da população sobre a concorrência. Assim, optou-se por incluir no modelo (7.14) o rácio da população sobre a concorrência como factor ND favorável, o que permitirá restringir o conjunto de unidades de referência para cada unidade avaliada. Esta opção teve o acordo dos gestores da empresa. Note-se que o modelo resultante é uma simplificação do modelo genérico que considera simultaneamente factores ND favoráveis e desfavoráveis.

Em relação ao critério de selecção de *peers*, foi atribuído a  $\alpha$  o valor de 20%. Este valor foi discutido com os gestores da empresa de forma a garantir que os *peers* de

## 7.4 Aplicação do modelo desenvolvido

---

cada loja têm condições da envolvente comparáveis às da loja avaliada. O valor de  $\alpha = 20\%$  significa que cada loja será comparada com unidades que tenham um rácio população sobre concorrência igual ou inferior a 1.2 vezes o valor do rácio observado na loja avaliada.

A avaliação do desempenho das lojas analisa a sua capacidade em gerar vendas com o mínimo de recursos, tendo em conta o efeito conjunto dos factores da envolvente definido pelo rácio população sobre concorrência. Especificamente, pretende-se saber em que medida cada loja utiliza os seus recursos de forma a maximizar as suas vendas. Para isso, define-se um modelo de DEA em que a DMU é a loja, os inputs são a área, o stock, os encargos gerais, os encargos de pessoal e a quebra, e o output é o valor das vendas brutas. Observe-se que a quebra da loja é um output "mau comportado" que se deseja minimizar, sendo considerado como input do modelo. O modelo é orientado pelos outputs. O modelo de avaliação de desempenho das lojas tendo em conta a sua envolvente é representado na Figura 7.5.

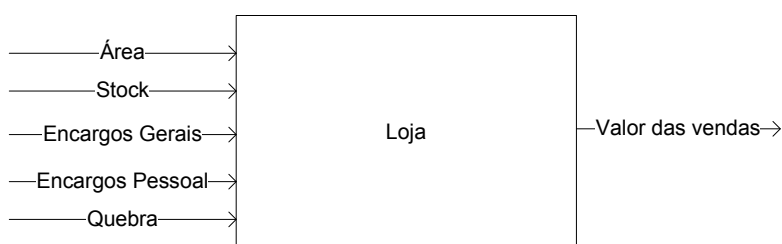


Figura 7.5: Modelo com envolvente

Comparativamente ao modelo para avaliar as lojas definido na secção 5.4.1 do capítulo 5, o modelo (7.14) inclui dois inputs adicionais, correspondentes aos encargos gerais e de pessoal, e retira o número de referências. Os restantes factores (área, stock, quebra e valor de vendas) são idênticos nos dois modelos. Estes factores referem-se à actividade da loja, e incluem não só os valores associados aos produtos comercializados nas cinco secções comerciais como também os valores relacionados com outros produtos de insígnias do retalho especializado, como o desporto.

Os encargos gerais e de pessoal devem ser incluídos no modelo da loja porque são utilizados para obter as vendas dos produtos de todas as categorias. Os encargos gerais referem-se aos custos que cada loja incorre nas rubricas Veículos e Deslocações,

Publicidade, Consumo de Materiais, Manutenção, Energia, Gastos Administrativos, Comunicação, Segurança e Limpeza. Os encargos com pessoal referem-se aos custos dos funcionários que trabalham na operação na loja.

O modelo não inclui o número de referências porque esta variável é gerida fundamentalmente pelas direcções comerciais centrais. Apesar do maior número de referências poder melhorar as vendas da loja, essa variável está já reflectida na maior área da loja, uma vez que o coeficiente de correlação entre a área e o número de referências é igual a 0.946.

A Tabela 7.4 apresenta a média e o desvio padrão dos inputs, outputs e factores ND externos relativos às 70 lojas.

Tabela 7.4: Média e desvio padrão dos inputs e outputs das lojas

	Média	Desvio padrão
<b>Inputs discricionários</b>		
Área ( $m^2$ )	4 171	3 199
Stock (euros)	2 640 902	2 205 246
Encargos gerais (euros)	1 307 480	1 439 545
Encargos de pessoal (euros)	1 965 931	1 935 089
Quebra (euros)	476 187	486 497
<b>Input não discricionário</b>		
População <sup>a</sup> /Concorrência <sup>b</sup>	13.8	9.9
<b>Output discricionário</b>		
Vendas brutas (euros)	34 345 028	35 829 888

---

<sup>a</sup>A população tem média igual a 54 109 e desvio padrão igual a 61 497 (nº de pessoas).

<sup>b</sup>A concorrência tem média igual a 4 428 e desvio padrão igual a 4 804 ( $m^2$ ).

Observe-se que no modelo (7.14) não se mistura a medida do índice (rácio) dos factores ND com as medidas de volume dos factores discricionários, uma vez que o rácio só é utilizado para restringir o conjunto de unidades de referência. O modelo (7.14), com o factor ND definido pelo rácio da população sobre a concorrência e com  $\alpha = 20\%$ , é designado abreviadamente por "modelo da envolvente" nas secções seguintes.

### 7.4.2 Abordagem de avaliação do desempenho das lojas

Nesta secção define-se a abordagem para avaliar o desempenho das lojas tendo em conta a envolvente em que operam.

## 7.4 Aplicação do modelo desenvolvido

---

Numa primeira análise caracterizam-se os rendimentos à escala da tecnologia de produção definida pelos inputs e outputs discricionários das lojas, utilizando os testes de hipóteses propostos por Banker (1996).

Numa segunda análise avalia-se o desempenho das lojas com o "modelo da envolvente", identificando as lojas eficientes e ineficientes. É feita uma comparação com os resultados que seriam obtidos utilizando o modelo de Ruggiero (1996), evidenciando as vantagens do novo modelo.

Na terceira análise, compara-se os resultados obtidos com o modelo de DEA apenas com factores controláveis e com o "modelo da envolvente". Esta análise permite avaliar o efeito da envolvente (caracterizada pelo rácio população/concorrência) no desempenho de cada loja. Verifica-se que as DMUs cujo valor de eficiência é diferente nos dois modelos são penalizadas pelo efeito dos factores da envolvente. As DMUs da amostra são classificadas em dois grupos: (i) DMUs que mantiveram o mesmo valor de eficiência nos dois modelos e (ii) DMUs que melhoraram a eficiência no "modelo da envolvente", o que significa que são penalizadas pelo efeito dos factores da envolvente.

Finalmente, comparam-se os resultados de avaliação de desempenho obtidos no "modelo da envolvente" com os da avaliação de desempenho realizada pela empresa.

### 7.4.3 Análise de desempenho

Nesta secção apresentam-se os resultados relativos à identificação dos rendimentos à escala e à avaliação do desempenho das lojas.

#### Identificação dos rendimentos à escala

Banker (1996) propôs o teste K-S para avaliar se duas amostras independentes, uma relativa à ineficiência calculada segundo CRS e outra calculada segundo VRS, provêm de duas populações idênticas. Este teste foi descrito na secção 2.5.2. Na avaliação de eficiência com os inputs e os outputs discricionários definidos na secção anterior, os resultados do teste K-S permitiram rejeitar  $H_0$  ( $p \simeq 0$ ) e concluir que a actividade das lojas exhibe rendimentos à escala variáveis. Tal significa, que as diferenças entre as distribuições de ineficiência obtidas com o modelo CRS e o modelo

VRS são estatisticamente significativas. Tal pode ser observado na Figura 7.6, que apresenta as distribuições de eficiência obtidas com os modelos CRS e VRS.

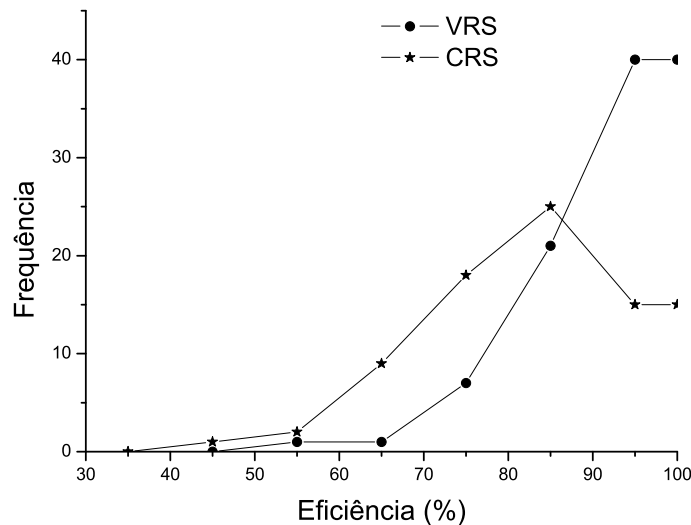


Figura 7.6: Distribuições de eficiência segundo CRS e VRS

No modelo VRS identificaram-se 17 lojas eficientes, das quais 6 são hipermercados e 11 são supermercados. Os resultados da eficiência técnica pura para a rede de lojas obtidos no modelo de DEA com VRS (2.18) estão na primeira coluna da Tabela C.1 no Apêndice C.1. Para identificar o tipo de rendimentos à escala das lojas eficientes, utilizou-se o método proposto por Färe et al. (1985) descrito na secção 2.5.2 no capítulo 2. No caso dos hipermercados, 1 é demasiado grande (loja com DRS: L01) e 5 têm a dimensão óptima (lojas com CRS: L03, L06, L07, L10, L12). Tal significa que a maioria dos hipermercados eficientes atingem a sua máxima produtividade. Relativamente aos supermercados, 8 são demasiado pequenos (lojas com IRS: L15, L32, L39, L42, L43, L59, L61, L63) e 3 têm a dimensão óptima (lojas com CRS: L18, L20, L70). Tal significa que a maioria dos supermercados eficientes devia aumentar a sua dimensão.

### Conclusões gerais sobre a eficiência das lojas, dado o contexto em que operam

Os resultados da eficiência obtidos com o "modelo da envolvente" resumem-se na Tabela 7.5. Os resultados obtidos para a rede de lojas apresentam-se na segunda coluna da Tabela C.1 no Apêndice C.1.

## 7.4 Aplicação do modelo desenvolvido

---

Tabela 7.5: Resultados do modelo da envolvente

	Modelo da envolvente
Eficiência média do total de unidades	95%
Eficiência média das unidades ineficientes	91%
Desvio padrão	7%
Nº unidades eficientes	29

O "modelo da envolvente" avalia a capacidade de cada loja em obter vendas tendo em conta o nível de recursos utilizado e a influência da envolvente em que opera. Verifica-se que existem 41 lojas ineficientes e 29 lojas eficientes. Destas 29 lojas, 7 são hipermercados e 22 são supermercados.

As 41 lojas ineficientes têm uma eficiência média igual a 91.1% o que significa que o seu potencial de aumento das vendas é em média 9.7%. É possível definir objectivos de melhoria para os inputs e outputs discricionários de cada loja ineficiente através das expressões (7.19). Na prática a melhoria de eficiência pode ser conseguida através da adopção das melhores práticas observadas nos *benchmarks*. Note-se que as lojas de referência (*benchmarks*) de cada unidade ineficiente têm uma envolvente semelhante ou mais desfavorável e um nível de recursos igual ou inferior aos da loja avaliada. Isto demonstra que as lojas ineficientes podem efectivamente melhorar as vendas.

### Comparação de resultados do novo "modelo da envolvente" com o modelo de Ruggiero (1996)

A tabela 7.6 apresenta os resultados do novo "modelo da envolvente" e do modelo de Ruggiero (1996).

Tabela 7.6: Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996)

	Modelo da envolvente	Modelo de Ruggiero (1996)
Eficiência média do total de unidades	95%	96%
Eficiência média das unidades ineficientes	91%	93%
Desvio padrão	7%	5%
Nº unidades eficientes	29	34
Valor mínimo de eficiência	60%	81%

O modelo de Ruggiero (1996) conduz sempre a valores de eficiência das unidades iguais ou superiores aos do novo "modelo da envolvente". Isto é evidenciado na

Tabela 7.6 pelo aumento da eficiência média das lojas e pelo aumento do número de lojas eficientes quando se utiliza o modelo de Ruggiero (1996). Para ilustrar as diferenças entre os dois modelos, considere-se a título de exemplo o que se passa com as lojas L78 e L67. As Tabelas 7.7 e 7.8 apresentam para as lojas L78 e L67, respectivamente, o valor da eficiência obtido, o rácio limite permitido para os *peers* potenciais e os rácios dos *peers*, relativos a cada modelo. No "modelo da envolvente" o limite do rácio permitido para os *peers* potenciais é igual a 1.2 vezes o rácio da loja avaliada, enquanto que no modelo de Ruggiero (1996) esse limite é igual ao rácio da loja avaliada.

Tabela 7.7: Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996) da Loja L78 (rácio população sobre concorrência=6.7)

	Eficiência	Peers			
		Rácio limite	Lojas	$\lambda$	Rácio do <i>peer</i>
Modelo da envolvente	89%	8.0 ( $\alpha=20\%$ )	L43	0.636	6.5
			L71	0.364	7.9
Modelo de Ruggiero (1996)	97%	6.7	L43	0.428	6.5
			L35	0.572	6.1

O aumento das vendas proposto pelo modelo Ruggiero (1996) para a loja L78 é igual a 103% ( $\frac{1}{97\%} = 103\%$ ), que é inferior ao proposto pelo "modelo da envolvente" cujo o aumento das vendas é igual a 112% ( $\frac{1}{89\%} = 112\%$ ). Isto é devido ao facto de o "modelo da envolvente" permitir comparar a loja L78 com a L71, que tem uma envolvente mais favorável e obtém mais vendas do que os *peers* associados ao modelo de Ruggiero (1996).

Tabela 7.8: Resultados do modelo da envolvente e do modelo de Ruggiero (1996) da Loja L67 (rácio população sobre concorrência=11.7)

	Eficiência	Peers			
		Rácio limite	Lojas	$\lambda$	Rácio do <i>peer</i>
Modelo da envolvente	60%	14 ( $\alpha=20\%$ )	L18	0.385	12.3
			L43	0.603	7.9
			L59	0.012	11.8
Modelo de Ruggiero (1996)	100%	11.7	L67	1	11.7

O modelo de Ruggiero (1996) avalia a loja L67 como eficiente enquanto que o "modelo da envolvente" propõe um aumento das vendas igual a 167% ( $\frac{1}{60\%} = 167\%$ ),

## 7.4 Aplicação do modelo desenvolvido

que corresponde ao valor máximo observado na cadeia de lojas. Isto deve-se ao facto de o "modelo da envolvente" permitir comparar a loja L67 com um número de *peers* superior, correspondentes a unidades com um rácio população sobre concorrência até 14. No modelo de Ruggiero (1996) os *peers* potenciais devem ter um rácio inferior ou igual a 11.7, o que conduziu a que a loja L67 fosse avaliada como eficiente. Observe-se que esta loja também tem uma rentabilidade negativa.

Conclui-se que a avaliação realizada pelo "modelo da envolvente" tem um poder de discriminação do nível de eficiência superior à avaliação resultante do modelo de Ruggiero (1996). Isto resulta do "modelo da envolvente" ter aumentado o número de *peers* potenciais para cada loja avaliada em relação ao modelo de Ruggiero (1996).

### Microanálise sobre o impacto da envolvente

A comparação entre os resultados obtidos no modelo de DEA com factores controláveis (2.18) (modelo sem envolvente) e o "modelo da envolvente" permite avaliar o efeito da envolvente (isto é, população e concorrência) no desempenho de cada loja. Verifica-se que a utilização do modelo (7.14) com o factor ND medido pelo rácio população sobre concorrência altera significativamente os valores de eficiência das lojas obtidos no modelo de DEA (2.18). A Figura 7.7 ilustra as distribuições de eficiência obtidas nos modelos com e sem envolvente e a Figura 7.8 mostra a diferença percentual entre os dois modelos.

Figura 7.7: Distribuições de eficiência obtidas com os modelos com e sem envolvente

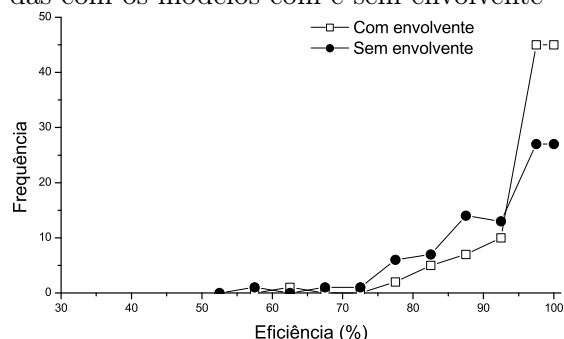
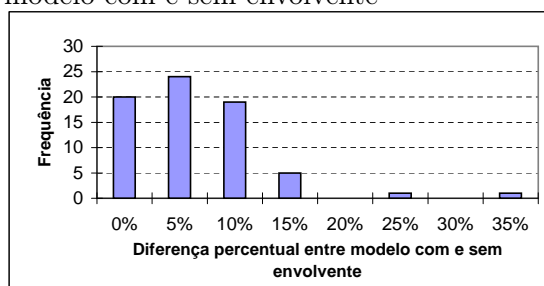


Figura 7.8: Diferença de eficiência entre o modelo com e sem envolvente



Pela análise da Figura 7.8 verifica-se que o valor de eficiência aumentou em 50 lojas, o que significa que estas lojas são penalizadas pelo efeito da envolvente. Destas

lojas, 12 passaram a ter valores de eficiência iguais a 100%, o que significa que não há evidência que as vendas actuais possam aumentar devido à influência desfavorável das condições sócio-económicas. Note-se que o aumento do valor de eficiência entre os dois modelos não ultrapassou 15% com excepção das lojas L14 e L44, cuja medida de eficiência aumentou 32% e 23%, respectivamente. Estas duas lojas passaram a ter valores de eficiência iguais a 100% no "modelo da envolvente" embora a eficiência no modelo de DEA standard fosse apenas igual a 68% e 77%, respectivamente. Observou-se que a loja L14 tinha uma envolvente muito desfavorável<sup>7</sup>, o que permitiu que apenas fosse comparada com ela própria e com outras duas lojas. Neste caso, o novo modelo pode ter avaliado esta loja como eficiente devido ao reduzido número de *peers* potenciais (isto é, falta de capacidade de discriminação). No entanto, esta situação não ocorreu no caso da loja L44 porque tem uma envolvente relativamente favorável<sup>8</sup>, o que possibilita que seja comparada com ela própria e com 56 lojas. Neste caso, o "modelo da envolvente" não considerou a loja eficiente devido à falta de poder de discriminação, mas porque efectivamente não há evidência que seja possível obter valores de vendas mais elevados com os recursos actuais de loja.

Verifica-se ainda que o valor de eficiência não se alterou para 20 lojas, das quais 17 eram eficientes no modelo de DEA standard e 3 eram ineficientes. Isto significa que nestas 3 lojas, os *peers* do modelo de DEA standard já eram lojas com envolventes comparáveis às da loja em análise.

## 7.5 Comparação de resultados de DEA com a análise da empresa

Nesta secção pretende-se confrontar os resultados obtidos na análise de DEA com o *benchmarking* das lojas realizado actualmente pela empresa. Para isso, fazem-se algumas simplificações, considerando lojas *benchmarks* as que têm um valor de eficiência no "modelo da envolvente" superior a 95%, lojas de desempenho médio as que

---

<sup>7</sup>Esta loja tem um rácio igual a 5.8, o que a coloca no 3º lugar relativamente ao efeito do rácio população sobre concorrência.

<sup>8</sup>Esta loja tem um rácio igual a 16.4, o que a coloca no 57º lugar relativamente ao efeito do rácio população sobre concorrência.

## 7.5 Comparação de resultados de DEA com a análise da empresa

têm eficiência entre 90% e 95% inclusive, e lojas críticas as que têm eficiência inferior a 90%. Observe-se que na análise da empresa 20 lojas foram avaliadas como *benchmarks* (*best in class*), 17 lojas foram consideradas críticas e as restantes lojas tinham um desempenho médio, como se referiu na secção 4.4 do capítulo 4. A Tabela 7.9 compara os resultados obtidos na análise de DEA e na avaliação da empresa.

Tabela 7.9: Análise de DEA versus análise da empresa

		Análise de DEA			
		<i>Benchmarks</i>	Lojas médias	Lojas críticas	
<b>Análise da empresa</b>	Lojas <i>Benchmarks</i>	16	0	<b>1</b>	17
	Lojas médias	21	8	4	33
	Lojas críticas	<b>8</b>	2	10	20
		45	10	15	70

Existem poucas contradições entre as duas análises. A Tabela 7.9 apresenta a negrito as principais contradições entre os resultados das duas análises.

Ao nível das lojas avaliadas pela empresa como *benchmarks*, a análise de DEA mostrou que uma loja tem ainda potencial (L78) para melhorar o desempenho tendo em consideração os factores da envolvente. Esta loja (L78) tem um valor de eficiência igual a 89%. A Tabela 7.10 apresenta os inputs e output iniciais da loja L78 e os objectivos definidos de acordo com o "modelo da envolvente" (através das expressões (7.19)). Estes objectivos tornam a loja L78 eficiente e são obtidos pela combinação linear dos valores observados nas lojas L43 e L71 (ver Tabela 7.10). Note-se que L43 contribui com 63.6% para a definição do nível eficiente de vendas enquanto que a loja L71 contribui apenas com 36.4%, que correspondem aos valores de  $\lambda$ .

Ao nível das oito lojas avaliadas como críticas pela empresa e como *benchmarks* por DEA verifica-se o seguinte:

- Constata-se que as seis lojas consideradas eficientes no "modelo da envolvente" seriam classificadas como ineficientes se os factores da envolvente fossem ignorados (isto é, se se utilizasse o modelo de DEA standard). Isto sugere que a envolvente tem um efeito penalizante para estas lojas e que eventualmente foi subavaliado pela empresa.
- Em relação às outras duas lojas, uma é a maior da amostra (L01) e a outra é das

Tabela 7.10: Análise dos *peers* da loja L78

Loja L78	Valor inicial	Objectivo	<i>Peers</i>	
			Loja L43 $\lambda_{L43} = 0.636$	Loja L71 $\lambda_{L71} = 0.364$
Área	2 273	2 058	1 787	2 531
Stock	1 331 782	963 404	568 878	1 651 974
Encargos gerais	575 512	512 014	298 459	884 735
Encargos pessoais	829 772	825 730	421 312	1 531 565
Quebra	150 951	150 951	80 345	274 179
Vendas	11 595 860	13 022 954	4 732 109	27 493 045
População/Concorrência	6.7	-	6.5	7.9

mais pequenas<sup>9</sup> (L43). Como o modelo de DEA utilizado assume a existência de VRS, seria de esperar que as unidades com dimensões mais extremas (muito grandes ou muito pequenas) fossem consideradas eficientes devido à falta de DMUs com dimensão comparável. Assim, os valores elevados obtidos em DEA podem ter sobrestimado o valor de eficiência destas unidades.

Ao nível das lojas avaliadas pela empresa com desempenho médio, a análise de DEA permitiu também identificar que 21 lojas são *benchmarks*, 8 lojas têm desempenho médio e 4 lojas são críticas.

## 7.6 Conclusões

Este capítulo apresenta uma revisão da literatura sobre modelos de DEA para tratar factores não discricionários, que podem ser internos ou externos. Os factores internos devem definir o PPS, uma vez que são considerados inputs ou outputs do processo produtivo. Nestas condições, o modelo de Banker and Morey (1986a) parece o mais adequado para tratar os factores ND internos. Em oposto, os factores externos não devem definir o PPS, uma vez que são exteriores ao processo de transformação de inputs em outputs. Neste caso, podem ser utilizados os modelos de separação da fronteira, os modelos de duas fases ou os modelos de múltiplas fases. Quando as variáveis ND externas são categóricas existem quatro métodos alternativos: o método

<sup>9</sup>Esta loja tem uma área de 1 787 m<sup>2</sup>, o que a coloca no 5º lugar relativamente à dimensão da loja.

## 7.6 Conclusões

---

de *Program efficiency*, a comparação das distribuições de eficiência de cada grupo usando testes de hipóteses, o método baseado nos índices de *Malmquist* ou o modelo de Banker and Morey (1986b). No caso dos factores ND externos serem contínuos existem três abordagens possíveis: modelo de Ruggiero (1996) em que a avaliação de eficiência resulta da comparação de DMUs cuja envolvente é comparável, modelos de duas fases que explicam os valores de eficiência tendo em conta a envolvente, e modelos de múltiplas fases que avaliam a eficiência com base nos níveis ajustados dos factores controláveis das DMUs. Neste caso, o ajustamento é feito de forma a reflectir o efeito dos factores não discricionários.

Para avaliar o desempenho das lojas de retalho tendo em conta as variáveis ND externas (população e concorrência), seleccionou-se o modelo de Ruggiero (1996) como ponto de partida da análise. Assim, desenvolveu-se um novo modelo (7.14) de programação inteira mista que permite incluir simultaneamente factores ND favoráveis e desfavoráveis, e que relaxa a restrição de selecção de *peers* do modelo de Ruggiero (1996). A discriminação do novo modelo (7.14) é melhorada ao permitir que dentro de certos limites definidos pelos agentes de decisão, as DMUs usadas como *peers* podem ter envolventes mais favoráveis do que a DMU avaliada.

Relativamente ao caso de estudo, conclui-se que a actividade das lojas é afectada pela sua dimensão, o que implica a existência de rendimentos à escala variáveis. Verifica-se que a maioria dos hipermercados eficientes atingem a sua máxima produtividade enquanto a maioria dos supermercados eficientes deviam aumentar a dimensão.

Da avaliação do desempenho das lojas tendo em conta o efeito da envolvente conclui-se que existem 41 lojas ineficientes e 29 lojas eficientes. Verifica-se que as unidades ineficientes podem ainda aumentar as vendas 9.7%, em média. Verificou-se também que o novo modelo (7.14) reflecte melhor o nível do desempenho das lojas do que o modelo de Ruggiero (1996). Tal é devido ao facto de cada unidade poder ser comparada com outras lojas com envolvente mais favorável até um determinado limite definido pelo agente de decisão. A comparação entre os resultados obtidos no novo modelo (7.14) e no modelo de DEA standard permitiu identificar que 50 lojas são penalizadas pelo efeito da envolvente. Conclui-se que a avaliação feita pelo modelo de DEA standard seria demasiado exigente, pois os *peers* teriam condições da envolvente

muito mais favoráveis do que as da unidade avaliada.

Globalmente os resultados de DEA obtidos com o novo modelo estão em consonância com o *Benchmarking* realizado actualmente pela empresa. Tal significa que a abordagem proposta reflecte os factores mais determinantes na avaliação do desempenho das lojas.

Neste capítulo avaliou-se o desempenho das lojas no ano de 2002 tendo em conta o impacto da envolvente. No capítulo seguinte pretende-se avaliar a evolução do desempenho das lojas entre os anos 2002 e 2004.

## Capítulo 8

# Evolução do desempenho das lojas ao longo do tempo

### 8.1 Introdução

Neste capítulo pretende-se avaliar a evolução do desempenho das lojas entre os anos 2002 e 2004. A análise efectuada tem por base o índice de produtividade total de *Malmquist*.

No capítulo 6 apresentou-se uma adaptação do índice de *Malmquist* para comparar o desempenho de dois grupos de lojas (megastores e superstores) num determinado momento temporal (ano de 2002). Neste capítulo, o índice de Malmquist original é utilizado para comparar a evolução do desempenho das lojas (hipermercados e supermercados) ao longo do tempo, entre os anos 2002 e 2004.

Na avaliação de desempenho ao longo do tempo há que ter em conta dois efeitos: a variação de eficiência técnica de cada DMU e a alteração da fronteira da tecnologia. O índice de *Malmquist*, proposto por Caves et al. (1982), permite captar correctamente estes dois efeitos. A variação da eficiência técnica mede a evolução da capacidade de cada DMU em aproximar-se dos melhores níveis observados nas unidades de referência. A alteração da fronteira da tecnologia traduz a mudança tecnológica verificada no processo de produção entre dois períodos, resultante por exemplo da introdução de um novo equipamento ou melhorias do sistema de produção.

Neste capítulo pretende-se analisar a evolução do desempenho das lojas entre os

anos 2002 e 2004 utilizando o índice de Malmquist. Este capítulo está organizado da seguinte forma. Uma vez que o índice de Malmquist já foi apresentado na secção 2.6.1, este capítulo apenas descreve as várias abordagens para medir a mudança de escala no índice de *Malmquist*. Esta componente é necessária porque se detectou no capítulo 7 que a fronteira da tecnologia de produção das lojas é caracterizada por rendimentos à escala variáveis. A secção 8.2 descreve as várias abordagens propostas na literatura para medir a produtividade das DMUs recorrendo a um exemplo onde ocorre o cruzamento das fronteiras VRS relativas aos períodos  $t$  e  $t + 1$ . A secção 8.3 apresenta uma análise detalhada do índice de mudança de tecnologia. A secção 8.4 propõe testes não-paramétricos para analisar se as diferenças detectadas entre os dois períodos ao nível das várias componentes do índice de *Malmquist* são estatisticamente significativas. Finalmente, descrevem-se os resultados da evolução do desempenho das lojas entre os anos 2002 e 2004 e apresentam-se as conclusões.

## 8.2 Abordagens para obter a componente de escala do índice de *Malmquist*

Na secção 2.6.1 apresentou-se a decomposição original do índice de *Malmquist* ( $I_C^{t+1,t}$ ) (Färe et al., 1994a) que inclui uma componente que mede a mudança de eficiência técnica ( $IE_C^{t+1,t}$ ) e outra que mede a mudança da tecnologia ( $IF_C^{t+1,t}$ ), definidas através das expressões (8.2) e (8.3), respectivamente.

$$I_C^{t+1,t} = IE_C^{t+1,t} IF_C^{t+1,t} \quad (8.1)$$

$$IE_C^{t+1,t} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^t(x^t, y^t)} \quad (8.2)$$

$$IF_C^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (8.3)$$

Como se referiu na secção 2.6 do capítulo 2, o índice de *Malmquist* deve ser calculado com base na tecnologia CRS (Färe and Grosskopf, 1996, Färe et al., 1997c;

1998, Griffel-Tatjé and Lovell, 1995). Segundo Griffel-Tatjé and Lovell (1995), caso o índice de *Malmquist* seja calculado segundo VRS e seja decomposto na mudança de eficiência técnica pura e na mudança de tecnologia, a decomposição obtida ignora a mudança de escala e distorce o índice de *Malmquist*.

O assunto da decomposição do índice de *Malmquist* para obter a componente relativa à mudança de escala tem gerado controvérsia na literatura. Destacam-se três abordagens na literatura (Färe et al., 1994c, Ray and Desli, 1997, Wheelock and Wilson, 1999) para definir a componente de mudança de escala entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  do índice de *Malmquist*, medido segundo CRS, que se descrevem de seguida.

### Abordagem de Färe et al. (1994c) - FGNZ

Färe et al. (1994c) propuseram uma decomposição do índice de mudança da eficiência técnica ( $IE_C^{t+1,t}$ ) apresentado em (8.2) nas componentes de *mudança de eficiência técnica pura* e de *mudança de eficiência de escala*. Assim, o índice de *Malmquist* seria constituído por três componentes: (i) índice de mudança da eficiência técnica pura, medida segundo VRS ( $IE_V^{t+1,t}$ ); (ii) índice de mudança de tecnologia, medida segundo CRS ( $IF_C^{t+1,t}$ ) e (iii) índice de mudança de eficiência de escala ( $SE_{Färe}^{t+1,t}$ ). A decomposição resultante é apresentada na expressão (8.4)<sup>1</sup>.

$$I_C^{t+1,t} = IE_V^{t+1,t} IF_C^{t+1,t} SE_{Färe}^{t+1,t} \quad (8.4)$$

As fórmulas de cálculo de cada componente  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_C^{t+1,t}$  e  $SE_{Färe}^{t+1,t}$  são apresentadas nas expressões (8.5), (8.6) e (8.7), respectivamente. As distâncias que estão no numerador e denominador da componente da mudança da eficiência técnica pura são medidas admitindo a existência de rendimentos à escala variáveis. Isto é representado pela notação  $|v$ .

$$IE_V^{t+1,t} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D_o^t(x^t, y^t|v)} \quad (\text{mudança de eficiência técnica pura}) \quad (8.5)$$

---

<sup>1</sup>Existe outra decomposição do índice de Malmquist (2.23), descrita em Färe and Grosskopf (1996) e Färe et al. (1997b) em que se decompõe a mudança de tecnologia ( $IF_C^{t+1,t}$ ) nas componentes mudança de tecnologia enviesada pelo output (*output biased technical change*), mudança de tecnologia enviesada pelo input (*input biased technical change*) e mudança da magnitude da tecnologia (*magnitude of technical change*). Esta decomposição não será utilizada nesta tese.

$$IF_C^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{mudança de tecnologia}) \quad (8.6)$$

$$SE_{Fare}^{t+1,t} = \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t)} = \frac{\frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}}{\frac{D_o^t(x^t, y^t)}{D_o^t(x^t, y^t|v)}} \quad (\text{mudança de eficiência de escala}) \quad (8.7)$$

A mudança da eficiência técnica pura (8.5) avalia em que medida a produção da DMU se aproxima dos melhores valores observados da fronteira VRS em cada período, isto é, se a sua eficiência técnica pura aumenta entre  $t$  e  $t + 1$ . Assim, valores maiores do que 1 indicam que a produção da DMU em análise em  $t + 1$  está mais próxima da fronteira VRS do que em  $t$ .

Como se referiu na secção 2.6.1 do capítulo 2, a mudança de tecnologia (8.6) mede radialmente a distância entre as fronteiras CRS relativas aos períodos  $t$  e  $t + 1$ . Caso o índice  $IF_C^{t+1,t}$  seja maior do que 1 significa que a produtividade da fronteira em  $t + 1$  é superior à produtividade da fronteira  $t$ , isto é, ocorreu progresso técnico (ou tecnológico).

A mudança de eficiência de escala (8.7) de uma DMU  $j$  é definida pelo rácio entre as eficiências de escala verificadas nos períodos  $t + 1$  e  $t$ . A eficiência de escala mede o impacto da escala na operação da DMU e avalia a capacidade de obtenção da produtividade máxima. É definida pela razão entre a eficiência técnica e a eficiência técnica pura (Banker et al., 1984). Assim,  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  avalia em que medida a DMU  $j$  se aproxima dos valores da produtividade máxima (MPSS) entre o período  $t$  e o  $t + 1$ . Caso o índice  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  seja maior do que 1 significa que a posição da DMU em  $t + 1$  está mais próxima dos valores de MPSS do que no período  $t$ .

O cálculo de  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  pode ser ilustrado pela Figura 8.1, que representa o caso mais genérico de alteração da tecnologia, que consiste no cruzamento das fronteiras VRS dos períodos  $t$  e  $t + 1$ . Assume-se que cada DMU utiliza um input  $x$  para produzir um output  $y$ , e que as DMUs  $B^t, C^t, D^t, E^t, F^t, A_1^t, A_2^t$  e  $A_3^t$  no período  $t$  se deslocam para as posições  $B^{t+1}, C^{t+1}, D^{t+1}, E^{t+1}, F^{t+1}, A_1^{t+1}, A_2^{t+1}$  e  $A_3^{t+1}$  no período  $t + 1$ ,

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

respectivamente. Em relação à medida de mudança de eficiência de escala ( $SE_{Fare}^{t+1,t}$ ), verifica-se que teria um valor superior a 1 para a DMU  $A_1$  ( $SE_{Fare}^{t+1,t} = \frac{(oi/of)/(oi/oh)}{(ok/ob)/(ok/oa)} = \frac{oh/of}{oa/ob} = 1.607$ ), o que significa que se aproximou dos valores de MPSS entre o período  $t$  e o  $t + 1$ . A DMU  $B$  ilustra uma situação oposta, em que a eficiência de escala piora ( $SE_{Fare}^{t+1,t} < 1$ ), pois afastou-se dos valores de MPSS entre o período  $t$  e o  $t + 1$ .

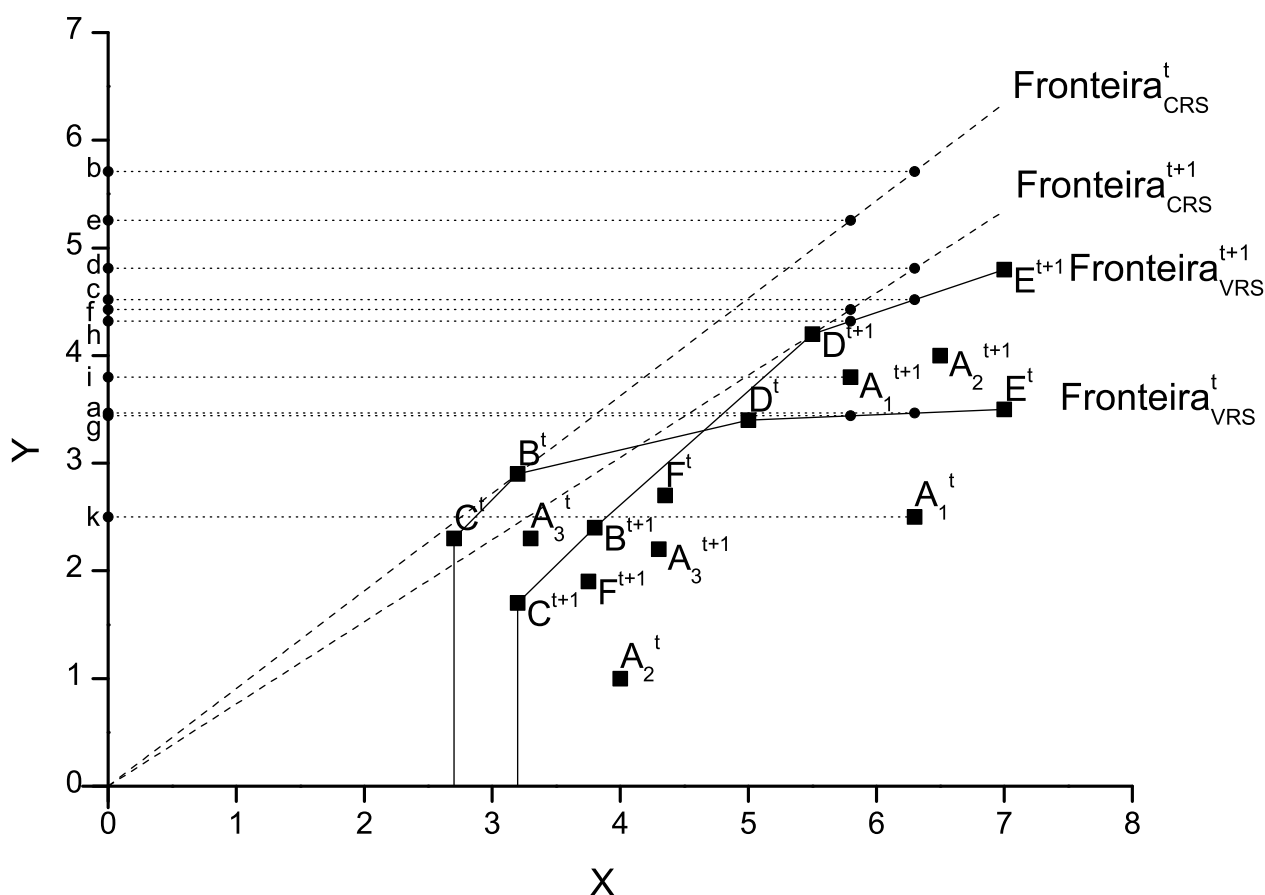


Figura 8.1: Exemplo do cruzamento das fronteiras VRS dos períodos  $t$  e  $t + 1$

### Abordagem de Ray and Desli (1997) - RD

Ray and Desli (1997) foram os primeiros a criticar a decomposição de FGNZ porque levanta um problema de inconsistência da fórmula (8.4), uma vez que, na mesma expressão, a mudança de eficiência é calculada segundo VRS e a mudança de tecnologia é calculada segundo CRS. Segundo Ray and Desli (1997), no caso de existirem

rendimentos à escala constantes, deve ser utilizada a decomposição do índice proposta por Färe et al. (1994c) (8.1). No entanto, caso existam rendimentos à escala variáveis, Ray and Desli (1997) propõem que o índice que estima a mudança de tecnologia também seja calculado segundo VRS. Assim, estes autores sugeriram que o índice de *Malmquist* (8.1) fosse decomposto nos índices de mudança de eficiência técnica pura ( $IE_V^{t+1,t}$ ) e de mudança de tecnologia ( $IF_V^{t+1,t}$ ), ambos medidos segundo VRS, e no índice de mudança de escala<sup>2</sup> ( $SE_{Ray}^{t+1,t}$ ), de acordo com a expressão (8.8).

$$I_C^{t+1,t} = IE_V^{t+1,t} IF_V^{t+1,t} SE_{Ray}^{t+1,t} \quad (8.8)$$

Os índices  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$  e  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  são definidos pelas expressões (8.9), (8.10) e (8.11), respectivamente.

$$IE_V^{t+1,t} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D_o^t(x^t, y^t|v)} \quad (\text{mudança de eficiência técnica pura}) \quad (8.9)$$

$$IF_V^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t|v)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)} \frac{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{mudança de tecnologia}) \quad (8.10)$$

$$SE_{Ray}^{t+1,t} = \left( \frac{S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t)} \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{mudança de escala}) \quad (8.11)$$

O índice da mudança da eficiência técnica pura (8.9) é o mesmo nas abordagens de FGNZ e RD. O índice da mudança da tecnologia,  $IF_V^{t+1,t}$ , mede radialmente a distância entre as fronteiras VRS relativas aos períodos  $t$  e  $t+1$ . Caso o índice  $IF_V^{t+1,t}$  seja maior do que 1 significa que a produtividade da fronteira VRS em  $t+1$  é superior à produtividade da fronteira VRS em  $t$ , isto é, ocorreu progresso técnico.

O índice da mudança de escala corresponde à média geométrica de dois rácios de eficiência de escala, um medido na fronteira do período  $t$  e outro medido na fronteira

---

<sup>2</sup>Ray and Desli (1997) designaram  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  por *mudança de eficiência de escala* e mais tarde Mukherjee et al. (2001) e Lovell (2003) designaram esta componente por factor de *mudança de escala*.

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

do período  $t + 1$ .

Segundo Ray and Desli (1997), caso o índice  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  seja inferior a 1 significa que a eficiência de escala da DMU diminui. O cálculo de  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  pode ser ilustrado pela Figura 8.1. Verifica-se que a DMU  $A_1$  melhorou a eficiência de escala o que é detectado por  $SE_{Ray}^{t+1,t} = \left( \frac{(oi/oe)/(oi/og)}{(ok/ob)/(ok/oa)} \frac{(oi/of)/(oi/oh)}{(ok/od)/(ok/oc)} \right)^{1/2} = \left( \frac{(og/oe)(oh/of)}{(oa/ob)(oc/od)} \right)^{1/2}$ , que é superior a 1 (1.058). No entanto, a DMU B piorou a eficiência de escala o que não é detectado por  $SE_{Ray}^{t+1,t}$ , que é superior a 1 (1.029). Assim, verifica-se que  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  não capta correctamente o efeito da mudança de eficiência de escala. Esta posição é defendida pelo artigo Mukherjee et al. (2001) em que Ray é um dos co-autores, no qual se afirma que  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  não tem uma interpretação económica óbvia e simples (ver Mukherjee et al., 2001). Também Färe et al. (1997c; 1998) referem que a componente de escala de RD pode identificar incorrectamente a mudança de eficiência de escala verificada entre dois períodos.

Com vista a uma análise mais detalhada de  $SE_{Ray}^{t+1,t}$ , a fórmula (8.11) pode ser reescrita de acordo com a expressão (8.12).

$$SE_{Ray}^{t+1,t} = \left( \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t) S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right)^{\frac{1}{2}} = (SE_{Fare}^{t+1,t} SE_{tec}^{t+1,t})^{(1/2)} \quad (8.12)$$

Assim, verifica-se que  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  resulta da média geométrica de dois rácios:  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$ . O rácio  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  corresponde à mudança da eficiência de escala da abordagem de FGNZ. Como  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é calculado com base na distância entre as fronteiras CRS e VRS dos dois períodos, qualquer alteração captada pode ser atribuída à mudança de escala da tecnologia. O cálculo de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  pode ser ilustrado pela Figura 8.1. No caso da DMU  $A_1$ ,  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é igual a  $\frac{(oi/oe)/(oi/og)}{(ok/od)/(ok/oc)} = \frac{og/oe}{oc/od}$ , o que é inferior a 1 (0.697). Valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  inferiores a 1 indicam que a fronteira VRS está mais próxima da fronteira CRS no período  $t + 1$  para a posição da DMU em  $t$  do que a fronteira VRS relativamente à fronteira CRS do período  $t$  para a posição da DMU em  $t + 1$ . No entanto, note-se que valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  inferiores a 1 podem ocorrer porque a produtividade da fronteira CRS do período  $t + 1$  é inferior à produtividade da fronteira CRS do período  $t$  (efeito designado por *Piorar a fronteira CRS*), ou porque a pro-

dutividade da fronteira VRS do período  $t + 1$  (avaliada no input mix do ponto  $t$ ) é superior à produtividade da fronteira VRS do período  $t$  (avaliada no input mix do ponto  $t + 1$ ) (efeito designado por *Melhorar a fronteira VRS*), ou ambos os efeitos. Observe-se que na DMU  $A_1$  ocorreram os dois efeitos. No caso da unidade B da Figura 8.1, verifica-se que  $SE_{tec}^{t+1,t} = 1.280$ . Valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  superiores a 1 indicam que a fronteira VRS está mais afastada da fronteira CRS no período  $t + 1$  para a posição da DMU em  $t$  do que a fronteira VRS relativamente à fronteira CRS do período  $t$  para a posição da DMU em  $t + 1$ . Valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  superiores a 1 podem acontecer porque a produtividade da fronteira CRS do período  $t + 1$  é superior à produtividade da fronteira CRS do período  $t$  (efeito designado por *Melhorar a fronteira CRS*) ou porque a fronteira VRS do período  $t + 1$  (avaliada no input mix do ponto  $t$ ) é inferior à produtividade da fronteira VRS do período  $t$  (avaliada no input mix do ponto  $t + 1$ ) (efeito designado por *Piorar a fronteira VRS*), ou ambos os efeitos. Observe-se que na DMU B ocorreram os efeitos designados por *Piorar a fronteira CRS* e *Piorar a fronteira VRS*, o que significa que o valor de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  podia ser menor ou maior do que 1, conforme o efeito que predomina (medido pela magnitude de alteração do nível da produtividade). Como o efeito *Piorar a fronteira VRS* foi predominante em relação ao efeito *Piorar a fronteira CRS*,  $SE_{tec}^{t+1,t}$  foi superior a 1. Verifica-se que os valores captados por  $SE_{tec}^{t+1,t}$  podem ter subjacentes alterações de produtividade das fronteiras CRS e VRS com sentido contrário. Isto significa que valores inferiores, superiores ou iguais a 1 não têm uma leitura trivial em termos de melhoria ou de declínio da produtividade. Assim, o valor de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é atribuído à alteração da escala da tecnologia, captando apenas se as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$ , medidas para a posição da DMU em  $t$ , estão mais afastadas ( $SE_{tec}^{t+1,t} > 1$ ), mais próximas ( $SE_{tec}^{t+1,t} < 1$ ) ou equidistantes ( $SE_{tec}^{t+1,t} = 1$ ) do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição da DMU em  $t + 1$ . Como  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  resulta da média geométrica de  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$ , o seu valor não tem uma interpretação simples, como referido anteriormente, porque  $SE_{tec}^{t+1,t}$  não tem leitura em termos de produtividade.

Na decomposição RD, as funções distância das DMUs de um período calculadas em referência ao outro período ( $D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)$  e  $D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$ ) podem conduzir a soluções impossíveis quando se utiliza a técnica DEA. Por exemplo no caso da unidade

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

---

$C^t$  da Figura 8.1, verifica-se que  $D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)$  é impossível, uma vez que na fronteira  $t+1$  não existe uma unidade que tenha os mesmos inputs de  $C^t$  com quem esta DMU possa ser comparada. Segundo Ray and Desli (1997), este é um problema da técnica DEA que pode ser ultrapassado pela utilização de modelos econométricos.

### Abordagem de Wheelock and Wilson (1999)<sup>3</sup> - WW

Wheelock and Wilson (1999) propuseram uma decomposição híbrida entre FGZ e RD. Nesta abordagem o índice de *Malmquist* é decomposto na mudança de eficiência técnica pura e na mudança da tecnologia medidas segundo VRS, na mudança de eficiência de escala  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e na mudança de escala da tecnologia  $SE_W^{t+1,t}$ , de acordo com a expressão (8.13).

$$I_C^{t+1,t} = IE_V^{t+1,t} IF_V^{t+1,t} SE_{Fare}^{t+1,t} SE_W^{t+1,t} \quad (8.13)$$

Em que  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$ ,  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_W^{t+1,t}$  são definidos respectivamente pelas expressões (8.14), (8.15), (8.16) e (8.17).

$$IE_V^{t+1,t} = \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D_o^t(x^t, y^t|v)} \quad (\text{mudança de eficiência técnica pura}) \quad (8.14)$$

$$IF_V^{t+1,t} = \left( \frac{D_o^t(x^t, y^t|v)}{D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)} \frac{D_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{mudança de tecnologia}) \quad (8.15)$$

$$SE_{Fare}^{t+1,t} = \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t)} \quad (\text{mudança de eficiência de escala}) \quad (8.16)$$

$$SE_W^{t+1,t} = \left( \frac{S_o^t(x^t, y^t)}{S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{mudança de escala da tecnologia}) \quad (8.17)$$

---

<sup>3</sup>Esta abordagem também foi apresentada paralelamente por Zofio and Lovell (1999).

Em síntese,  $IE_V^{t+1,t}$  é a mudança de eficiência técnica pura das abordagens de FGZ e de RD,  $IF_V^{t+1,t}$  é a mudança de tecnologia da abordagem de RD,  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  é a mudança de eficiência de escala de FGZ e  $SE_W^{t+1,t}$  é a mudança de escala da tecnologia.  $SE_W^{t+1,t}$  resulta da decomposição da mudança da tecnologia (8.3) do índice de *Malmquist*. Este índice corresponde à média geométrica de dois rácios. O numerador do primeiro rácio mede a distância entre as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição da DMU no período  $t$ . O denominador do primeiro rácio mede a distância entre as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  para a posição da DMU no período  $t$ . Assim, o primeiro rácio avalia (para a posição da DMU em  $t$ ) se as fronteiras CRS e VRS em  $t + 1$  estão mais próximas ou mais afastadas do que no período  $t$ . Valores deste rácio superiores a 1 significam que as fronteiras estão mais afastadas em  $t + 1$ . O segundo rácio é medido de forma similar para a posição da DMU no período  $t + 1$ . O cálculo de  $SE_W^{t+1,t}$  pode ser ilustrado pela Figura 8.1. No caso da DMU  $A_1$ ,  $SE_W^{t+1,t}$  é igual a  $\left(\frac{(ok/ob)/(ok/oa) (oi/oe)/(oi/og)}{(ok/od)/(ok/oc) (oi/of)/(oi/oh)}\right)^{1/2} = \left(\frac{(oa/ob) (og/oe)}{(oc/od) (oh/of)}\right)^{1/2}$ , o que é inferior a 1 (=0.658). Neste caso, as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  estão mais próximas para a posição da DMU no período  $t$  (primeiro rácio < 1) e para a posição da DMU no período  $t + 1$  (segundo rácio < 1) do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$ . Valores de  $SE_W^{t+1,t}$  inferiores a 1 podem ocorrer porque a produtividade da fronteira CRS do período  $t + 1$  é inferior à produtividade da fronteira CRS do período  $t$  (efeito designado por *Piorar a fronteira CRS*), ou porque a produtividade da fronteira VRS do período  $t + 1$  avaliada para a posição da DMU em  $t + 1$  é superior à produtividade da fronteira VRS do período  $t$  (efeito designado por *Melhorar a fronteira VRS em t+1*), ou porque a produtividade da fronteira VRS do período  $t + 1$  avaliada para a posição da DMU em  $t$  é superior à produtividade da fronteira VRS do período  $t$  (efeito designado por *Melhorar a fronteira VRS em t*), ou todos os efeitos. No caso da DMU  $A_1$  ocorreram todos os efeitos. Para a DMU B, o valor de  $SE_W^{t+1,t}$  é superior a 1. Neste caso, as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  estão mais afastadas para a posição da DMU no período  $t$  (primeiro rácio > 1) e para a posição da DMU no período  $t + 1$  (segundo rácio > 1) do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$ . Valores de  $SE_W^{t+1,t}$  superiores a 1 podem acontecer porque a produtividade da fronteira CRS do período  $t + 1$  é superior à produtividade da fronteira CRS do período  $t$  (efeito designado por *Melhorar*

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

a *fronteira CRS*), ou porque a *fronteira VRS* do período  $t + 1$  para a posição da DMU em  $t + 1$  é inferior à produtividade da *fronteira VRS* do período  $t$  (efeito designado por *Piorar a fronteira VRS em  $t+1$* ), ou porque a *fronteira VRS* do período  $t + 1$  para a posição da DMU em  $t$  é inferior à produtividade da *fronteira VRS* do período  $t$  (efeito designado por *Piorar a fronteira VRS em  $t$* ), ou todos os efeitos. No caso da DMU  $B$  os efeitos *Piorar a fronteira VRS em  $t+1$*  e *Piorar a fronteira VRS em  $t$*  foram predominantes em relação ao efeito *Piorar a fronteira CRS*. Isto conduziu a que  $SE_W^{t+1,t}$  fosse superior a 1 para a DMU  $B$ . Como os valores captados por  $SE_W^{t+1,t}$  podem ter subjacentes alterações de produtividade com sentido contrário, valores inferiores, superiores ou iguais a 1 não têm leitura trivial em termos de melhoria ou de declínio de produtividade. Também Simar and Wilson (2006a) referiram que  $SE_W^{t+1,t}$  descreve a mudança de escala da tecnologia e que o seu valor é difícil de interpretar. Assim, o valor de  $SE_W^{t+1,t}$  é atribuído à alteração da escala da tecnologia, captando apenas se as fronteiras *CRS* e *VRS* do período  $t + 1$  estão em média mais afastadas ( $SE_W^{t+1,t} > 1$ ), mais próximas ( $SE_W^{t+1,t} < 1$ ) ou equidistantes ( $SE_W^{t+1,t} = 1$ ) em relação às fronteiras *CRS* e *VRS* do período  $t$  para as posições definidas pela DMU nos períodos  $t + 1$  e  $t$ .

Observe-se que  $SE_{Ray}^{t+1,t}$  é igual ao produto dos dois efeitos de escala definidos pela abordagem de Wheelock and Wilson (1999) ( $SE_W^{t+1,t}$  e  $SE_{Fare}^{t+1,t}$ ) como se mostra pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 SE_{Ray}^{t+1,t} &= SE_{Fare}^{t+1,t} SE_W^{t+1,t} \\
 SE_{Ray}^{t+1,t} &= \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t)} \left( \frac{S_o^t(x^t, y^t)}{S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 SE_{Ray}^{t+1,t} &= \left( \frac{(S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}))^2}{(S_o^t(x^t, y^t))^2} \frac{S_o^t(x^t, y^t)}{S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \frac{S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 SE_{Ray}^{t+1,t} &= \left( \frac{S_o^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^t(x^t, y^t)} \frac{S_o^t(x^{t+1}, y^{t+1})}{S_o^{t+1}(x^t, y^t)} \right)^{\frac{1}{2}} \\
 SE_{Ray}^{t+1,t} &= (SE_{Fare}^{t+1,t} SE_{tec}^{t+1,t})^{\frac{1}{2}} \tag{8.18}
 \end{aligned}$$

Daqui se conclui que  $SE_{Fare}^{t+1,t} SE_W^{t+1,t} = (SE_{Fare}^{t+1,t} SE_{tec}^{t+1,t})^{\frac{1}{2}}$  e portanto  $SE_{tec}^{t+1,t} = SE_{Fare}^{t+1,t} (SE_W^{t+1,t})^2$ .

### Comparação das três abordagens

Segundo Grosskopf (2003), as três abordagens descritas estão correctas e conduzem à mesma medida total da mudança de produtividade apesar das suas diferenças. Assim, a escolha da decomposição depende da situação em análise.

Segundo Lovell (2003), a proposta de Ray and Desli (1997) é mais adequada do que a proposta de Färe et al. (1994c) porque decompõe as duas componentes do índice (mudança de eficiência técnica e mudança de tecnologia) na componente da mudança de escala. Lovell (2003) apresenta duas decomposições alternativas do índice de *Malmquist* baseadas na abordagem de Ray and Desli (1997). Uma abordagem detalha a mudança de escala e a outra abordagem decompõe a mudança de tecnologia. Balk (2001) apresenta uma decomposição alternativa do índice de *Malmquist* baseada na abordagem de Ray and Desli (1997), em que decompõe a mudança de escala.

Färe et al. (1997c) criticaram a abordagem RD, baseados no argumento que a mudança da tecnologia (8.10) mede o desvio relativo à fronteira VRS, o qual não corresponde ao máximo produto médio entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ , que só é verificado quando se assume a tecnologia CRS. Segundo Färe et al. (1997c; 1998) o ajustamento de eficiência é um problema de curto prazo, devendo ser medido em referência à fronteira VRS. Em oposição, a mudança de tecnologia é um problema de longo prazo, logo deve ser medida em relação à fronteira CRS que define os pontos de máxima produtividade (MPSS).

Para avaliar os dois efeitos de escala tem de se calcular individualmente um índice que capte a mudança de eficiência de escala e um índice que capte a mudança de escala da tecnologia. A mudança de eficiência de escala é avaliada pelo índice  $SE_{Fare}^{t+1,t}$ . O efeito da mudança de escala da tecnologia é avaliado por  $SE_W^{t+1,t}$  ou por  $SE_{tec}^{t+1,t}$ , conforme se adopte a abordagem de Wheelock and Wilson (1999) ou de Ray and Desli (1997), respectivamente.

Para comparar exactamente o que distingue a componente de escala das três abordagens recorre-se ao exemplo da Figura 8.1. Considere-se ainda que as DMUs  $A_1^t$ ,  $A_2^t$  e  $A_3^t$  do período  $t$  podem ter qualquer posição representada por  $A_1^{t+1}$ ,  $A_2^{t+1}$  e  $A_3^{t+1}$  no período  $t + 1$ . Por exemplo se  $A_1^t$  representa uma loja no período  $t$ , então a actividade

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

dessa loja pode ser representada por  $A_1^{t+1}$ ,  $A_2^{t+1}$ , ou  $A_3^{t+1}$  no período  $t + 1$ . Se, por exemplo, a loja  $A_1^t$  passar para  $A_2^{t+1}$ , essa evolução é designada por  $A_{12}$ . Os restantes movimentos estão representados na Tabela 8.1.

Assim, verifica-se que no período  $t + 1$ , as DMUs D, E,  $A_{11}$  (referida anteriormente como  $A_1$ ),  $A_{22}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{21}$  e  $A_{13}$  estão mais próximas dos valores de MPSS do que no período  $t$  ao contrário das restantes unidades (B, C,  $A_{33}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{32}$ ). Por outro lado, verificou-se que as fronteiras CRS e VRS se alteraram entre os dois períodos (isto é, a escala da tecnologia alterou-se), o que se repercutiu em todas as DMUs. A Tabela 8.1 apresenta os resultados do índice de *Malmquist* e das suas componentes segundo as três abordagens em análise.

Tabela 8.1: Resultados do exemplo da Figura 8.1

DMU	$I_C^{t+1,t}$	$IE_V^{t+1,t}$	$IF_V^{t+1,t}$	$SE_{Fare}^{t+1,t}$	$SE_W^{t+1,t}$	$SE_{Ray}^{t+1,t}$	$SE_{tec}^{t+1,t}$
B	0.697	1.000	0.677	0.827	1.244	1.029	1.280
C	0.624	1.000	impossível	0.740	impossível	impossível	impossível
D	1.123	1.000	1.151	1.333	0.732	0.976	0.715
E	1.371	1.000	1.371	1.628	0.614	1.000	0.614
F	0.882	1.045	0.843	1.001	1.000	1.001	1.001
$A_{11}$	1.651	1.219	1.280	1.607	0.658	1.058	0.697
$A_{22}$	2.462	2.715	1.052	1.076	0.801	0.862	0.690
$A_{33}$	0.734	0.956	0.753	0.911	1.119	1.020	1.141
$A_{12}$	1.551	1.205	1.314	1.527	0.641	0.979	0.628
$A_{23}$	2.047	2.345	0.874	1.036	0.964	0.998	0.962
$A_{21}$	2.621	2.746	1.025	1.132	0.822	0.931	0.765
$A_{31}$	0.940	1.120	0.883	0.996	0.955	0.951	0.908
$A_{32}$	0.883	1.107	0.906	0.947	0.930	0.880	0.818
$A_{13}$	1.289	1.041	1.092	1.470	0.772	1.134	0.876

Como seria de esperar, a mudança de eficiência de escala  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  capta sempre se a eficiência de escala melhora (D, E,  $A_{11}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{12}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{21}$  e  $A_{13}$ ), piora (B, C,  $A_{33}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{32}$ ) ou se se mantém (F) entre os dois períodos.

Em seguida os valores de  $SE_W^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$  obtidos para cada DMU foram explicados de acordo com os efeitos predominantes ocorridos entre os dois períodos.

Relativamente a  $SE_{tec}^{t+1,t}$  obtiveram-se os seguintes resultados:

- Os valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  são inferiores a 1 para as DMUs D, E,  $A_{12}$ ,  $A_{11}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{31}$  e  $A_{32}$ . Isto significa que nestas DMUs as fronteiras CRS e VRS do

período  $t + 1$ , medidas para a posição de cada DMU em  $t$ , estão mais próximas do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição de cada DMU em  $t + 1$ . Para as DMUs D, E,  $A_{12}$ ,  $A_{11}$  e  $A_{13}$ ,  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é inferior a 1 devido aos efeitos anteriormente referidos para  $A_{11}$  ( $A_1$ ), isto é, *Piorar a fronteira CRS e Melhorar a fronteira VRS*. Para as DMUs  $A_{22}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{31}$  e  $A_{32}$ ,  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é inferior a 1 porque o efeito *Piorar a fronteira CRS* foi predominante em relação ao efeito *Piorar a fronteira VRS*.

- Os valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  são superiores a 1 para as DMUs  $A_{33}$  e B. Isto significa que nestas DMUs as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$ , medidas para a posição de cada DMU em  $t$ , estão mais afastadas do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição de cada DMU em  $t + 1$ . Esta situação ocorreu para as DMUs  $A_{33}$  e B porque o efeito *Piorar a fronteira VRS* foi predominante em relação ao efeito *Piorar a fronteira CRS* (como referido anteriormente para B).
- O valor de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é igual a 1 para a DMU F porque a distância entre as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$ , medidas para a posição da DMU em  $t$ , é aproximadamente igual à distância entre as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição da DMU em  $t + 1$ .

Relativamente a  $SE_W^{t+1,t}$  obtiveram-se os seguintes resultados:

- Os valores de  $SE_W^{t+1,t}$  são inferiores a 1 para as DMUs D, E,  $A_{12}$ ,  $A_{11}$ ,  $A_{13}$ ,  $A_{22}$ ,  $A_{23}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{31}$  e  $A_{32}$ . Isto significa que as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  estão em média mais próximas em relação às fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para as posições definidas pela DMU nos períodos  $t + 1$  e  $t$ . Para as DMUs D, E,  $A_{12}$  e  $A_{11}$ ,  $SE_W^{t+1,t}$  é inferior a 1 devidos aos efeitos anteriormente referidos para  $A_{11}$ , isto é, *Piorar a fronteira CRS, Melhorar a fronteira VRS em  $t+1$  e Melhorar a fronteira VRS em  $t$* . Para a DMU  $A_{23}$ ,  $SE_W^{t+1,t}$  é inferior a 1 porque o efeito *Piorar a fronteira CRS* foi predominante em relação aos efeitos *Piorar a fronteira VRS em  $t+1$  e Piorar a fronteira VRS em  $t$* . Para as DMUs  $A_{22}$ ,  $A_{21}$ ,  $A_{31}$ ,  $A_{32}$ , obteve-se valores de  $SE_W^{t+1,t}$  inferiores a 1 porque os efeitos *Piorar*

## 8.2 Obtenção da componente de escala no índice de *Malmquist*

---

a *fronteira CRS* e *Melhorar a fronteira VRS em  $t+1$*  foram predominantes em relação a *Piorar a fronteira VRS em  $t$* . Para a DMU  $A_{13}$ , o valor de  $SE_W^{t+1,t}$  foi inferior a 1 porque os efeitos *Piorar a fronteira CRS* e *Melhorar a fronteira VRS em  $t$*  foram predominantes em relação ao efeito *Piorar a fronteira VRS em  $t+1$* .

- Os valores de  $SE_W^{t+1,t}$  são superiores a 1 para as DMUs  $A_{33}$  e B. Isto significa que as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  estão em média mais afastadas em relação às fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para as posições definidas pela DMU nos períodos  $t + 1$  e  $t$ . Esta situação ocorreu para as DMUs  $A_{33}$  e B porque os efeitos *Piorar a fronteira VRS em  $t+1$*  e *Piorar a fronteira VRS em  $t$*  foram predominantes em relação ao efeito *Piorar a fronteira CRS* (como referido anteriormente para B).
- O valor de  $SE_W^{t+1,t}$  é igual a 1 para a DMU F porque as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$  estão igualmente afastadas em relação às fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição da DMU no período  $t$  e para a posição da DMU no período  $t + 1$ .

Pela análise dos resultados obtidos no exemplo, verificou-se que os valores determinados por  $SE_{tec}^{t+1,t}$  e por  $SE_W^{t+1,t}$ , de uma forma geral, apenas captam a alteração da distância entre as fronteiras CRS e VRS ocorrida entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ .

A abordagem escolhida, neste capítulo, para analisar a evolução do desempenho das lojas ao longo do tempo é a de Ray and Desli (1997). Esta é a abordagem mais utilizada na literatura. A componente de escala da abordagem de RD ( $SE_{Ray}^{t+1,t}$ ) é composta pelos rácios  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$ . Estes sub-índices vão ser analisados individualmente de forma a verificar a influência do efeito da mudança de eficiência de escala e da mudança de escala da tecnologia. No entanto, persiste a dificuldade associada à possibilidade de ocorrência de soluções impossíveis associadas às funções distância  $D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)$  e  $D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  quando se utiliza a técnica DEA. Este problema pode ser ultrapassado pela utilização de modelos econométricos (Ray and Desli, 1997), ou pela atribuição do valor de 1 a essas soluções (Tone, 2004).

### 8.3 Análise detalhada do índice de mudança da tecnologia

A análise do índice de mudança de tecnologia ( $IF_V$ ) tem como objectivo comparar o posicionamento das fronteiras VRS nos dois períodos. Especificamente, pretende-se analisar se a produtividade da fronteira no período  $t + 1$  é superior, inferior ou igual à produtividade da fronteira no período  $t$ . É possível que a produtividade da fronteira progrida mais para determinados mixes entre inputs e outputs do que para outros, podendo inclusivamente ocorrer regressão em algumas zonas. Isto pode conduzir ao cruzamento das fronteiras correspondentes aos períodos  $t$  e  $t + 1$ .

Para avaliar se a fronteira do período  $t + 1$  relativamente à fronteira do período  $t$  progride, regride ou se se verificam simultaneamente as duas situações (fronteiras são cruzadas), é necessário analisar os dois rácios de  $IF_V$  ( $D^t(x^t, y^t|v)/D^{t+1}(x^t, y^t|v)$  e  $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)/D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$ ), apresentados em (8.10), para o conjunto de todas as DMUs. Isto acontece porque o índice  $IF_V$  corresponde a um valor médio, que pode não reflectir com rigor o que se passa quanto ao posicionamento das fronteiras dos períodos  $t$  e  $t + 1$ , tal como referido por Chen and Iqbal Ali (2004). Na prática, podem surgir as seguintes situações: (i) se os dois rácios são sempre superiores a um, significa que efectivamente ocorreu progresso técnico entre  $t$  e  $t + 1$ , verificando-se  $IF_V > 1$  para todas as DMUs, (ii) se os dois rácios são sempre inferiores a 1, significa que ocorreu retrocesso técnico, verificando-se  $IF_V < 1$  para todas as DMUs, e (iii) se existe na amostra pelo menos uma DMU com um dos rácios inferior a 1 e o outro superior a 1, ou se no conjunto das DMUs existe pelo menos uma DMU que tem os dois rácios inferiores a 1 e outra DMU que tem os dois rácios superiores a 1, verifica-se que as fronteiras são cruzadas. Neste caso,  $IF_V$  pode ser maior, menor ou igual a 1 para cada DMU.

No caso em que as fronteiras são cruzadas, pode ser interessante analisar o percurso das DMUs entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ . Este percurso corresponde à estratégia adoptada pela DMU em termos de mix entre inputs e outputs. O percurso de cada DMU pode ser caracterizado pela análise dos dois rácios que compõem o índice da mudança da tecnologia ( $IF_V$ ). Chen and Iqbal Ali (2004) apresentaram a análise dos dois

### 8.3 Análise detalhada do índice de mudança da tecnologia

---

rácios do índice da mudança da tecnologia avaliado segundo a tecnologia CRS. Nesta secção, pretende-se estender essa análise ao caso em que o índice  $IF_V$  é avaliado com rendimentos à escala variáveis.

Considere-se novamente a Figura 8.1, que ilustra o cruzamento das fronteiras (VRS)  $t$  e  $t + 1$ . O progresso técnico verifica-se quando a fronteira  $t + 1$  está para cima da fronteira  $t$ . Tal significa que para um dado nível de input é possível obter um maior nível de output no período  $t + 1$  do que no  $t$ , verificando-se um *desvio positivo* da fronteira. Analogamente o retrocesso técnico verifica-se quando a fronteira  $t + 1$  está para baixo da fronteira  $t$ , o que corresponde a um *desvio negativo* da fronteira. Considerem-se novamente as três DMUs  $A_1^t$ ,  $A_2^t$  e  $A_3^t$  no período  $t$ . No período  $t + 1$  a localização de cada uma destas DMUs pode ser qualquer posição representada por  $A_1^{t+1}$ ,  $A_2^{t+1}$  e  $A_3^{t+1}$ . Verifica-se que associados a estes seis pontos, podem definir-se nove movimentos entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ , anteriormente representados na Tabela 8.1. Os nove movimentos podem ser classificados em quatro casos possíveis que diferem nos valores dos rácios  $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)/D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  e  $D^t(x^t, y^t|v)/D^{t+1}(x^t, y^t|v)$  serem inferiores ou superiores à unidade.

1. Se  $\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} > 1$  e  $\frac{D^t(x^t, y^t|v)}{D^{t+1}(x^t, y^t|v)} > 1$ , então  $IF_V$  é sempre superior a 1, indicando que a DMU no período  $t$  estava numa zona onde ocorreu progresso técnico na posição da fronteira e no período  $t + 1$  passou para uma zona onde também ocorreu progresso técnico na fronteira. Tal corresponde aos movimentos de  $A_1^t$  para  $A_1^{t+1}$  e de  $A_1^t$  para  $A_2^{t+1}$ .
2. Se  $\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} < 1$  e  $\frac{D^t(x^t, y^t|v)}{D^{t+1}(x^t, y^t|v)} < 1$ , então  $IF_V$  é sempre inferior a 1, indicando que a DMU no período  $t$  estava numa zona com retrocesso técnico na fronteira e no período  $t + 1$  passou para uma zona onde ocorreu retrocesso técnico na fronteira. Tal corresponde aos movimentos de  $A_2^t$  para  $A_3^{t+1}$  e de  $A_3^t$  para  $A_3^{t+1}$ .
3. Se  $\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} > 1$  e  $\frac{D^t(x^t, y^t|v)}{D^{t+1}(x^t, y^t|v)} < 1$ , então  $IF_V$  pode ser superior ou inferior a 1. Neste caso, conclui-se que a DMU se moveu de uma zona com retrocesso técnico na fronteira no período  $t$  para uma zona com progresso técnico na fronteira no período  $t + 1$ . Um valor de  $IF_V > 1$  indica que a magnitude do progresso

foi superior ao retrocesso, de forma que se pode considerar que, em média, a tecnologia progrediu. Um valor de  $IF_V < 1$  indica que a magnitude do retrocesso foi superior ao progresso, de forma que se pode considerar que, em média, a tecnologia regrediu. Este caso corresponde aos movimentos de  $A_2^t$  para  $A_1^{t+1}$  e de  $A_2^t$  para  $A_2^{t+1}$  em que  $IF_V > 1$  e aos movimentos de  $A_3^t$  para  $A_1^{t+1}$  e de  $A_3^t$  para  $A_2^{t+1}$  em que  $IF_V < 1$ .

4. Se  $\frac{D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)}{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)} < 1$  e  $\frac{D^t(x^t, y^t|v)}{D^{t+1}(x^t, y^t|v)} > 1$ , então  $IF_V$  pode ser superior ou inferior a 1. Neste caso, conclui-se que a DMU se moveu de uma zona com progresso técnico na fronteira no período  $t$  para uma zona com retrocesso técnico na fronteira no período  $t + 1$ . Analogamente ao caso anterior, um valor de  $IF_V > 1$  indica que, em média, a tecnologia progrediu e um valor de  $IF_V < 1$  indica que, em média, a tecnologia regrediu. Tal corresponde ao movimento de  $A_1^t$  para  $A_3^{t+1}$  em que se verificou  $IF_V > 1$ . Em termos de produtividade o caso 3 é mais favorável para a DMU do que o caso 4.

A análise dos rácios que compõem a mudança de tecnologia ( $IF_V$ ) permite também identificar as DMUs inovadoras, ou seja aquelas que são responsáveis pelos desvios positivos da fronteira  $t + 1$ . Os critérios para identificar estas DMUs são: (i) as DMUs são eficientes (em termos de eficiência técnica pura) no período  $t + 1$  ( $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v) = 1$ ), e (ii) as DMUs têm  $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v) > 1$ , o que implica estarem classificadas nos casos 1 ou 3. Isto significa que as DMUs em  $t + 1$  estão fora do PPS definido para o período  $t$ .

Estes critérios correspondem a uma simplificação das condições definidas por Färe et al. (1994c) para identificar as DMUs inovadoras tal como sugerido por Mukherjee et al. (2001). Segundo Färe et al. (1994c), as DMUs inovadoras são identificadas por três condições: (i) as DMUs têm um índice de mudança da tecnologia superior a 1 ( $IF_C > 1$ ), (ii) as DMUs estão fora do PPS (CRS) no período  $t$  ( $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}) > 1$ ) e (iii) as DMUs são tecnicamente eficientes no período  $t + 1$  ( $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}) = 1$ ). O critério adicional de Färe, que obriga a que  $IF_C > 1$  poderia retirar algumas DMUs classificadas no caso 3 para as quais  $\frac{D^t(x^t, y^t)}{D^{t+1}(x^t, y^t)} < 1$ . No entanto, consideramos que a classificação de uma DMU como inovadora deve estar apenas relacionada com a sua

posição no período  $t + 1$ , independentemente da posição em  $t$ .

### 8.4 Análise estatística das componentes do índice *Malmquist*

Simar and Wilson (1999) estenderam o método *bootstrap* para estimar os intervalos de confiança relativamente ao índice de *Malmquist* e às suas componentes (mudança de eficiência técnica e mudança de tecnologia) associadas a cada DMU. Este método foi utilizado por Gilbert and Wilson (1998) para determinar para cada DMU os intervalos de confiança relativos às várias componentes do índice de *Malmquist* obtidas com a abordagem de Wheelock and Wilson (1999).

A estratégia subjacente a esta secção é diferente uma vez que consiste em determinar globalmente se as diferenças detectadas para o conjunto das DMUs, entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ , captadas pelos valores obtidos nas componentes do índice de Malmquist da abordagem de Ray and Desli (1997),  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$ ,  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$ , são estatisticamente significativas. Assim, as indicações dos índices obtidos com a abordagem de Ray and Desli (1997) apenas terão significado caso haja evidência estatística que os valores verificados para as DMUs em  $t$  são significativamente diferentes dos verificados em  $t + 1$ . Especificamente, pretende-se averiguar o posicionamento das fronteiras VRS, a mudança de escala da tecnologia, a dispersão de eficiência técnica pura e a dispersão de eficiência de escala entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ . Para isso, propõe-se a realização de testes não-paramétricos de forma análoga aos definidos na secção 6.2.4 do capítulo 6. A comparação entre a posição das fronteiras em  $t$  e  $t + 1$  medida pelo índice  $IF_V^{t+1,t}$  é feita com o teste K-S. Analogamente, a mudança de escala da tecnologia entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  medida pelo índice  $SE_{tec}^{t+1,t}$  é feita com o teste K-S. Os testes de M-W e K-S são utilizados para comparar a dispersão de eficiência técnica pura ( $IE_V^{t+1,t}$ ) e a dispersão da eficiência de escala ( $SE_{Fare}^{t+1,t}$ ) entre  $t$  e  $t + 1$ .

No caso de  $IF_V^{t+1,t}$ , pretende-se avaliar se o posicionamento das fronteiras (VRS) nos períodos entre  $t$  e  $t + 1$  é significativamente diferente. Para isso, propõe-se a

realização de um teste K-S, considerando as comparações efectuadas para o mix entre inputs e outputs das DMUs observadas no período  $t + 1$ . Esta perspectiva considera se globalmente a fronteira observada no período  $t + 1$  se afastou significativamente da fronteira observada no período  $t$  para a posição das DMUs em  $t + 1$ . A hipótese nula do teste compara a distribuição dos valores obtidos para as DMUs relativos a  $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  com a distribuição dos valores obtidos para  $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$ . Em termos de resultados obtidos no teste K-S podem ocorrer as seguintes situações: (i) no caso em que se rejeita a hipótese nula verifica-se que a diferença entre as fronteiras dos dois períodos é significativa, (ii) no caso em que não se rejeita a hipótese nula considera-se que não há evidência estatística de que as fronteiras dos dois períodos sejam diferentes. A tabela 8.2 resume o teste para comparar o posicionamento das fronteiras em  $t$  e  $t + 1$ .

Tabela 8.2: Teste estatístico para comparar o posicionamento das fronteiras (VRS)  $t$  e  $t + 1$  ( $IF_V^{t+1,t}$ )

Teste	$H_o$
Teste K-S para as DMUs do período $t + 1$	$H_o : Dist. D^t(x^{t+1}, y^{t+1} v) = Dist. D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1} v)$

No caso de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  que capta a mudança de escala da tecnologia entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ , pretende-se avaliar se o posicionamento entre as fronteiras VRS e CRS observadas no período  $t+1$ , para a posição das DMUs no período  $t$ , é significativamente diferente do posicionamento entre as fronteiras VRS e CRS observadas no período  $t$  para a posição das DMUs no período  $t + 1$ . Neste caso, utiliza-se também o teste K-S. Assim, compara-se a distribuição dos valores obtidos para as DMUs relativos a  $S^t(x^{t+1}, y^{t+1})$  com a distribuição dos valores obtidos para  $S^{t+1}(x^t, y^t)$ . A tabela 8.3 resume o teste K-S para comparar a escala da tecnologia entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ .

Tabela 8.3: Teste estatístico para comparar a escala da tecnologia entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  ( $SE_{tec}^{t+1,t}$ )

Teste	$H_o$
Teste K-S	$H_o : Dist. (S^t(x^{t+1}, y^{t+1})) = Dist. (S^{t+1}(x^t, y^t))$

As soluções impossíveis que podem ocorrer relativamente ao cálculo das funções distância  $D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)$  e  $D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  devem ser eliminadas das amostras antes de realizar os testes definidos anteriormente.

## 8.5 Avaliação da evolução do desempenho das lojas de retalho

---

No caso de  $IE_V^{t+1,t}$ , pretende-se confrontar a dispersão da eficiência técnica pura entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ . Neste caso, propõe-se a utilização dos testes K-S e M-W para comparar a eficiência técnica pura das DMUs dentro de cada período, isto é, comparar  $D^t(x^t, y^t|v)$  com  $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$ . Analogamente, no caso de  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  confronta-se a dispersão da eficiência de escala entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  com os testes K-S e M-W. As tabelas 8.4 e 8.5 resumem os testes para comparar a dispersão da eficiência técnica pura e a dispersão da eficiência de escala entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ .

Tabela 8.4: Testes estatísticos para comparar a dispersão da eficiência técnica pura entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  ( $IE_V^{t+1,t}$ )

Teste	$H_o$
Teste K-S	$H_o : Dist. (D^t(x^t, y^t v)) = Dist. (D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1} v))$
Teste M-W	$H_o : \eta_{D^t(x^t, y^t v)} = \eta_{D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1} v)}$

Tabela 8.5: Testes estatísticos para comparar a dispersão da eficiência de escala entre os períodos  $t$  e  $t + 1$  ( $SE_{Fare}^{t+1,t}$ )

Teste	$H_o$
Teste K-S	$H_o : Dist. (S^t(x^t, y^t)) = Dist. (S^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}))$
Teste M-W	$H_o : \eta_{S^t(x^t, y^t)} = \eta_{S^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})}$

## 8.5 Abordagem de avaliação da evolução do desempenho das lojas de retalho

Esta secção define uma abordagem integrada baseada na técnica DEA, para avaliar a evolução do desempenho das lojas entre o ano 2002, considerado como período  $t$ , e o ano 2004, considerado como período  $t + 1$ .

Numa primeira análise, deve identificar-se os rendimentos à escala da actividade das lojas. Na secção 7.4.3 do capítulo 7 concluiu-se que a actividade das lojas no período 2002 exibia rendimentos à escala variáveis. Neste capítulo, deverá identificar-se os rendimentos à escala das lojas em 2004.

Em seguida, vai ser calculado o índice de *Malmquist* e as suas componentes, seguindo a decomposição de Ray and Desli (1997). No caso da fronteira verificar VRS,

calcula-se o índice de *Malmquist*,  $I_C^{t+1,t}$ , e as suas componentes de acordo com a abordagem de Ray and Desli (1997). Isto corresponde a calcular  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$  e os rácios  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$  que compõem  $SE_{Ray}^{t+1,t}$ .

Na terceira análise, realizam-se os testes estatísticos para detectar se na cadeia de lojas as diferenças entre os dois períodos captadas pelas componentes do índice de *Malmquist* são significativas. Especificamente, é analisado o posicionamento das fronteiras VRS, a mudança de escala da tecnologia, a dispersão de eficiência técnica pura e a dispersão de eficiência de escala entre os períodos  $t$  e  $t+1$  através da utilização dos testes definidos nas Tabelas 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5.

Numa quarta análise, pretende-se avaliar se a fronteira do período  $t + 1$  relativamente à fronteira do período  $t$  progride, regride ou se se verificam simultaneamente as duas situações, isto é, se as fronteiras são cruzadas progredindo para determinados mixes de inputs e outputs e regredindo para outros. Para isso, analisam-se em detalhe os rácios que constituem o índice de mudança da tecnologia ( $IF_V^{t+1,t}$ ), isto é,  $D^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)/D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  e  $D^t(x^t, y^t|v)/D^{t+1}(x^t, y^t|v)$ .

Finalmente, estuda-se o percurso das lojas entre os dois períodos através da classificação das lojas nos quatro casos definidos na secção 8.3. Esta análise permite identificar as lojas inovadoras no caso de ter ocorrido progresso técnico na fronteira em  $t + 1$ .

### 8.5.1 Avaliação da evolução do desempenho das lojas

O modelo da actividade das lojas tem como inputs a área, o stock, os encargos gerais, os encargos de pessoal e a quebra, e como output o valor das vendas brutas, como foi definido no capítulo 7. Este modelo pretende analisar a capacidade de cada loja em maximizar as vendas com o nível de recursos existentes, o que corresponde a uma análise orientada pelos outputs. O modelo utilizado para avaliar a evolução do desempenho das lojas não considera o efeito da envolvente. Tal deve-se ao facto de a população se manter praticamente constante na envolvente das lojas e da concorrência se alterar apenas para um número reduzido de lojas em 2004.

Os resultados obtidos no teste K-S para comparar as fronteiras CRS e VRS permitiram concluir que a actividade das lojas no período 2004 continua a exhibir rendimentos

## 8.5 Avaliação da evolução do desempenho das lojas de retalho

à escala variáveis. Assim, os resultados relativos à avaliação da eficiência técnica pura nos períodos 2002 e 2004 obtidos com o modelo (2.18) são apresentados na Tabela 8.6.

Tabela 8.6: Resultados da eficiência técnica pura relativos aos períodos 2002 e 2004

	Período 2002	Período 2004
Nº de lojas eficientes	17 (6 hiper e 11 super)	16(5 hiper e 11 super)
Nº de lojas ineficientes	53	54
Nº de lojas que se mantêm na fronteira	11 (5 hiper e 6 super)	
Eficiência média das lojas ineficientes	87%	87%

Verifica-se que o número de lojas eficientes (eficiência técnica pura) nos dois períodos é aproximadamente igual. Há 11 lojas que se mantêm na fronteira entre 2002 e 2004 (5 são hipermercados e 6 são supermercados). Para além disso, a eficiência média das unidades ineficientes tem valores idênticos em 2002 e 2004.

Os resultados do índice de Malmquist  $I_C^{t+1,t}$  e das suas componentes, segundo a abordagem de Ray and Desli (1997),  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$  e  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  são apresentados na Tabela 8.7. Verificou-se que ocorreram soluções impossíveis no caso das lojas L39, L43 e L63 relativas à função distância  $D_o^t(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  e no caso das lojas L43 e L63 relativas à função distância  $D_o^{t+1}(x^t, y^t|v)$ . Tal significa que nesta abordagem não se pode avaliar  $IF_V^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$  em três lojas (L39, L43 e L63). Estas lojas são eficientes em 2004. Na Tabela 8.7 os resultados dos índices são apresentados de acordo com o número de vezes em que ocorreram valores superiores, inferiores ou iguais a 1. Para todos os índices um valor superior a 1 indica que o desempenho melhora e um valor inferior a 1 indica que o desempenho piora. Na Tabela 8.8, apresentam-se os resultados de  $SE_{tec}^{t+1,t}$ . Assim, valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  superiores a 1 indicam que as fronteiras CRS e VRS do período  $t + 1$ , medidas para a posição da DMU em  $t$ , estão mais afastadas do que as fronteiras CRS e VRS do período  $t$  para a posição da DMU em  $t + 1$ . Valores de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  inferiores a 1 indicam a situação oposta.

Verifica-se que em quase todos os hipermercados (à exceção de duas lojas) o desempenho melhorou enquanto que para mais de metade dos supermercados o desempenho piorou (32). Numa primeira análise, a melhoria de desempenho dos hipermercados ( $I_C^{t+1,t} > 1$  em 12 lojas) deve-se fundamentalmente à melhoria da eficiência técnica pura ( $IE_V^{t+1,t} > 1$  em 7 lojas) e da produtividade da fronteira ( $IF_V^{t+1,t} > 1$  em

Tabela 8.7: Evolução do desempenho das lojas entre 2002 e 2004

Nº de DMUs em que o desempenho		$I_C^{t+1,t}$	$IE_V^{t+1,t}$	$IF_V^{t+1,t}$	$SE_{Fare}^{t+1,t}$
70 lojas	Melhora	36	28	29	18
	Piora	34	31	38	47
	Mantém-se	0	11	0	5
		$I_C^{t+1,t}$	$IE_V^{t+1,t}$	$IF_V^{t+1,t}$	$SE_{Fare}^{t+1,t}$
14 hipermercados	Melhora	12	7	13	4
	Piora	2	2	1	6
	Mantém-se	0	5	0	4
		$I_C^{t+1,t}$	$IE_V^{t+1,t}$	$IF_V^{t+1,t}$	$SE_{Fare}^{t+1,t}$
56 supermercados	Melhora	24	21	16	14
	Piora	32	29	37	41
	Mantém-se	0	6	0	1

Tabela 8.8: Cálculo de  $SE_{tec}^{t+1,t}$  entre 2002 e 2004

		Nº de DMUs com $SE_{tec}^{t+1,t}$
70 lojas	>1 (afastamento das fronteiras)	59
	<1 (aproximação das fronteiras)	8
	Sem solução admissível	3
14 hipermercados	>1 (afastamento das fronteiras)	6
	<1 (aproximação das fronteiras)	8
	Sem solução admissível	0
56 supermercados	>1 (afastamento das fronteiras)	53
	<1 (aproximação das fronteiras)	0
	Sem solução admissível	3

13 lojas). Em relação aos supermercados, a deterioração do desempenho ( $I_C^{t+1,t} < 1$  em 32 lojas) em mais de metade dos supermercados pode ser atribuída nomeadamente ao declínio da eficiência técnica pura ( $IE_V^{t+1,t} < 1$  em 29 lojas), da eficiência de escala ( $SE_{Fare}^{t+1,t} < 1$  em 41 lojas), e da produtividade da fronteira ( $IF_V^{t+1,t} < 1$  em 37 lojas). Verifica-se também que a escala da tecnologia se alterou para todas as lojas, indicando que as fronteiras CRS e VRS do período 2004 estão mais afastadas<sup>4</sup> do que as fronteiras CRS e VRS do período 2002<sup>5</sup>.

Realizaram-se testes estatísticos para detectar se na cadeia de lojas as diferen-

<sup>4</sup>O afastamento é avaliado para o input mix das lojas em 2002.

<sup>5</sup>O afastamento é avaliado para o input mix das lojas em 2004.

## 8.5 Avaliação da evolução do desempenho das lojas de retalho

ças captadas pelas componentes do índice de *Malmquist* entre os dois períodos são significativas. O nível de significância considerado nos testes foi de 5%.

A Tabela 8.9 apresenta os resultados dos testes M-W e K-S que comparam a dispersão da eficiência técnica pura entre 2002 e 2004, sintetizada no valor do índice  $IE_V^{t+1,t}$  e a dispersão da eficiência de escala, sintetizada no valor do índice  $SE_{Fare}^{t+1,t}$ . Para simplificar, as funções distância  $D^t(x^t, y^t|v)$  e  $D^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1}|v)$  são representadas por  $D_v^{02}(02)$  e  $D_v^{04}(04)$ , respectivamente, e  $S^t(x^t, y^t)$  e  $S^{t+1}(x^{t+1}, y^{t+1})$  são representadas por  $S^{02}(02)$  e  $S^{04}(04)$ , respectivamente. Para cada teste, apresentam-se as médias aritméticas da função distância por  $\bar{D}_v$  e da eficiência de escala por  $\bar{S}$ .

Tabela 8.9: Testes estatísticos para comparar a dispersão de eficiência técnica pura e de eficiência de escala entre os períodos 2002 e 2004

<b>Eficiência técnica pura (<math>IE_V^{t+1,t}</math>)</b>	<b>Eficiência de escala (<math>SE_{Fare}^{t+1,t}</math>)</b>
$\bar{D}_v^{02}(02) = 90\%$ , $\bar{D}_v^{04}(04) = 90\%$	$\bar{S}^{02}(02) = 89\%$ , $\bar{S}^{04}(04) = 88\%$
Teste Mann-Whitney	Teste Mann-Whitney
$H_o : \eta_{D_v^{02}(02)} = \eta_{D_v^{04}(04)}$	$H_o : \eta_{S^{02}(02)} = \eta_{S^{04}(04)}$
$p_{MW} = 0.557 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$p_{MW} = 0.232 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
Teste Kolmogorov-Smirnov	Teste Kolmogorov-Smirnov
$H_o : Dist. D_v^{02}(02) = Dist. D_v^{04}(04)$	$H_o : Dist. S^{02}(02) = Dist. S^{04}(04)$
$p_{KS} = 0.751 \Rightarrow H_o$ não rejeitada	$p_{KS} = 0.052 \Rightarrow H_o$ não rejeitada
<b>Conclui-se que a dispersão de eficiência técnica pura é similar entre os dois períodos.</b>	<b>Conclui-se que a dispersão de eficiência de escala é similar entre os dois períodos.</b>

Conclui-se que a dispersão da eficiência técnica pura e da eficiência de escala das lojas entre os dois anos é similar.

A Tabela 8.10 apresenta os resultados dos testes K-S que comparam o posicionamento das fronteiras VRS entre 2002 e 2004, sintetizado no valor do índice  $IF_V^{t+1,t}$  e a mudança de escala da tecnologia, sintetizada no valor do índice  $SE_{tec}^{t+1,t}$ .

Tabela 8.10: Testes estatísticos para comparar o posicionamento das fronteiras VRS e a escala da tecnologia, entre os períodos 2002 e 2004

<b>Posicionamento das fronteiras (<math>IF_V^{t+1,t}</math>)</b>	<b>Mudança de escala da tecnologia (<math>SE_{tec}^{t+1,t}</math>)</b>
$\bar{D}_v^{04}(04) = 0.90$ , $\bar{D}_v^{02}(04) = 1.03$	$\bar{S}^{02}(04) = 89\%$ , $\bar{S}^{04}(02) = 85\%$
Teste Kolmogorov-Smirnov	Teste Kolmogorov-Smirnov
$H_o : Dist. D_v^{04}(04) = Dist. Efic. D_v^{02}(04)$	$H_o : Dist. S^{02}(04) = Dist. S^{04}(02)$
$p_{KS} = 0.004 \Rightarrow H_o$ rejeitada	$p_{KS} = 0.007 \Rightarrow H_o$ rejeitada
<b>Conclui-se que as fronteiras dos dois períodos são diferentes.</b>	<b>Conclui-se que a escala da tecnologia para os dois períodos é diferente.</b>

Conclui-se que a escala da tecnologia é diferente entre os dois períodos, o que indica que a distância entre as fronteiras CRS e VRS se alterou. Este efeito foi estatisticamente significativo ( $p_{KS} = 0.007$ ).

Verifica-se ainda que as fronteiras VRS dos dois períodos são também estatisticamente diferentes, quando comparadas com o mix entre inputs e outputs das lojas em 2004 ( $p_{KS} = 0.004$ ). Os rácios que constituem o índice de mudança da tecnologia ( $IF_V^{t+1,t}$ ) permitem avaliar o posicionamento relativo das fronteiras VRS em  $t$  e  $t + 1$ . Esta informação pode ser obtida através da classificação das lojas de acordo com os quatro casos identificados na secção 8.3. A Tabela 8.11 resume os resultados obtidos.

Tabela 8.11: Estudo das lojas

Caso	Nº de lojas	Lojas inovadoras
Caso 1: $\frac{D_v^{02}(04)}{D_v^{04}(04)} > 1$ e $\frac{D_v^{02}(02)}{D_v^{04}(02)} > 1$	4 (3 hiper e 1 super)	L03
Caso 2: $\frac{D_v^{02}(04)}{D_v^{04}(04)} < 1$ e $\frac{D_v^{02}(02)}{D_v^{04}(02)} < 1$	30 (1 hiper e 29 super)	-
Caso 3: $\frac{D_v^{02}(04)}{D_v^{04}(04)} > 1$ e $\frac{D_v^{02}(02)}{D_v^{04}(02)} < 1$	30 (10 hiper e 20 super)	L01, L07, L10, L12, L20, L21, L25, L27, L42
Caso 4: $\frac{D_v^{02}(04)}{D_v^{04}(04)} < 1$ e $\frac{D_v^{02}(02)}{D_v^{04}(02)} > 1$	3 (3 super)	-

Globalmente as fronteiras de 2002 e de 2004 cruzam-se, o que significa que houve progresso técnico para determinados mixes entre inputs e retrocesso técnico para outros. Isto pode verificar-se pela existência de DMUs classificadas nos casos 3 e 4. Note-se que também é evidência do cruzamento de fronteiras o facto de na mesma amostra existir pelo menos uma DMU no caso 1 e outra no caso 2.

Especificamente em 2004, 34 lojas dos casos 1 e 3 (13 hipermercados e 21 supermercados) estavam numa zona da fronteira onde ocorreu progresso técnico e as restantes 33 lojas, dos casos 2 e 4, (1 hipermercado e 32 supermercados) foram projectadas na zona da fronteira onde ocorreu retrocesso técnico. De seguida estuda-se o percurso das lojas entre os dois períodos.

Existem 4 lojas (caso 1) cujo input/output mix estava em 2002 numa zona com progresso técnico e em 2004 mantêm-se numa zona onde ocorreu progresso técnico. Tal significa que estas lojas mantêm uma estratégia de operação favorável. Verifica-se que a loja L03 é inovadora. Esta loja era também eficiente em 2002.

Verifica-se que 30 lojas (caso 2), das quais 29 são supermercados, tinham em

## 8.6 Conclusão

---

2002 um mix entre inputs e output para o qual se observou retrocesso técnico na fronteira, e que foram projectadas para uma zona da fronteira onde ocorreu retrocesso técnico. Como estas lojas tinham uma estratégia de operação desfavorável em 2002 e mantiveram esse comportamento em 2004, é necessário explorar as causas responsáveis por esta situação. Observe-se que 3 destas lojas (L56, L59 e L65) eram eficientes em 2004.

Relativamente aos 10 hipermercados e 20 supermercados associados ao caso 3, verificou-se que o seu mix entre inputs e output estava numa zona com retrocesso técnico em 2002 e que evoluíram para zonas com progresso técnico em 2004. Tal indica uma mudança favorável da estratégia de operação em que se destacaram as lojas inovadoras L01, L07, L10, L12, L20, L21, L25, L27 e L42. A maioria destas lojas também eram eficientes em 2002 (L01, L07, L10, L12, L20 e L42).

Finalmente, existem 3 supermercados (caso 4) cujo input/output mix em 2002 estava numa zona com progresso técnico e que passaram para uma zona com retrocesso técnico em 2004. Neste caso, os três supermercados adoptaram uma estratégia de operação desfavorável, sendo necessário averiguar as suas causas.

## 8.6 Conclusão

Neste capítulo compararam-se as abordagens de Färe et al. (1994c), Ray and Desli (1997) e Wheelock and Wilson (1999) para medir a componente de mudança de escala do índice de Malmquist. De acordo com Färe et al. (1994c), apenas se deve medir alteração de eficiência de escala. Nesta abordagem, a mudança de tecnologia deve ser avaliada segundo a fronteira de produtividade máxima (CRS), uma vez que a fronteira VRS apenas reflecte uma situação de curto prazo. Segundo Ray and Desli (1997) e Wheelock and Wilson (1999) no caso em que a fronteira da tecnologia de produção exhibe rendimentos à escala variáveis, a mudança de tecnologia deve ser avaliada com base na fronteira VRS. Isto significa que nestas abordagens é possível medir a mudança de escala da tecnologia e a mudança de eficiência de escala. As três abordagens conduzem à mesma medida total da mudança de produtividade (isto é, valor do índice de Malmquist), mas diferem no tipo de efeitos que medem relativamente

à mudança de escala entre os dois períodos.

Da revisão da literatura, conclui-se que o analista deve escolher a decomposição que permita medir os efeitos desejados. Para avaliar os dois efeitos de escala tem de se calcular individualmente um índice que capte a mudança de eficiência de escala e um índice que capte a mudança de escala da tecnologia. A mudança de eficiência de escala é avaliada pelo índice  $SE_{Fare}^{t+1,t}$ . O efeito da mudança de escala da tecnologia pode ser avaliado por  $SE_W^{t+1,t}$  ou por  $SE_{tec}^{t+1,t}$ .

Neste capítulo mostrou-se que a componente da mudança de escala da abordagem de Ray and Desli (1997) pode ser definida como a média geométrica entre o índice da mudança de eficiência de escala e o índice da mudança de escala da tecnologia. Verificou-se que os valores obtidos pelo índice de mudança de escala da tecnologia das abordagens de Wheelock and Wilson (1999) e Ray and Desli (1997) apenas captam a alteração da distância entre as fronteiras CRS e VRS. Isto significa que a sua interpretação não é trivial, pois valores superiores ou inferiores a 1 não têm uma leitura de melhoria ou de declínio de produtividade. Nesta tese, optou-se por utilizar a abordagem de Ray and Desli (1997) para avaliar a evolução do desempenho das DMUs ao longo do tempo. A componente de mudança de escala foi explorada utilizando os sub-índices  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$ .

Em relação ao posicionamento relativo das fronteiras nos dois períodos, este pode não ser identificado com rigor pela análise do valor médio do índice de mudança de tecnologia. Por isso, deve-se analisar os rácios que compõem o índice da mudança da tecnologia para todas as DMUs da amostra de forma a verificar se há cruzamento entre as fronteiras.

No caso em que as fronteiras são cruzadas, a DMU pode ter tido diferentes percursos entre os dois períodos. Este percurso resulta da estratégia adoptada pela DMU em termos de mix entre inputs e outputs. Para identificar o percurso para cada DMU é necessário analisar os rácios que compõem o índice da mudança da tecnologia. Esta abordagem estendeu a análise de Chen and Iqbal Ali (2004) ao caso em que o índice da mudança da tecnologia é avaliado segundo rendimentos à escala variáveis. Com base nesta análise, definiram-se os critérios para identificar as DMUs inovadoras, considerando que esta classificação deve estar apenas relacionada com a posição das DMUs

## 8.6 Conclusão

---

no período  $t + 1$ , independentemente da posição em  $t$ . Estes critérios correspondem a uma simplificação das condições anteriormente definidas por Färe et al. (1994c).

Finalmente propôs-se a realização de testes estatísticos para determinar globalmente se as diferenças detectadas nas DMUs, entre os períodos  $t$  e  $t + 1$ , captadas pelos valores obtidos nos índices  $IE_V^{t+1,t}$ ,  $IF_V^{t+1,t}$ ,  $SE_{Fare}^{t+1,t}$  e  $SE_{tec}^{t+1,t}$  são estatisticamente significativas. Assim, as indicações dos índices obtidos com a abordagem de Ray and Desli (1997) apenas terão significado caso haja evidência estatística de que os valores verificados para as DMUs em  $t$  são significativamente diferentes dos verificados em  $t + 1$ .

Da análise do caso de estudo conclui-se que a actividade das lojas nos períodos 2002 e 2004 exhibe rendimentos à escala variáveis e que a dispersão de eficiência média<sup>6</sup> tem valores idênticos nos dois períodos. Existem 11 lojas que se mantêm na fronteira entre 2002 e 2004. As fronteiras de 2004 e de 2002 são cruzadas. Quase todos os hipermercados (13 hipermercados) melhoraram o desempenho devido à melhoria da produtividade associada à fronteira. Quanto aos supermercados, a maioria piorou o desempenho devido ao decréscimo de produtividade da fronteira, embora se tenha verificado que as fronteiras do ano de 2002 e 2004 se cruzam, pois 21 supermercados melhoraram o desempenho devido à melhoria de produtividade da fronteira. Identificaram-se 10 lojas inovadoras, das quais 3 não eram eficientes em 2002. Verificou-se ainda que a escala da tecnologia se alterou significativamente entre os períodos 2002 e 2004.

No capítulo seguinte apresentam-se as conclusões da tese e propõem-se desenvolvimentos futuros.

---

<sup>6</sup>Eficiência técnica pura e de escala.



# Capítulo 9

## Conclusões e desenvolvimentos futuros

### 9.1 Introdução

Este capítulo apresenta as conclusões da investigação relativamente ao desempenho das lojas de retalho analisadas no âmbito do caso de estudo e descreve as contribuições desta tese para a literatura de DEA. Pretende-se também apresentar direcções para desenvolvimentos futuros na área da avaliação de desempenho de organizações.

### 9.2 Conclusões para a cadeia de lojas

Dada a escassez de estudos de aplicação da técnica de DEA no sector de retalho, esta tese desenvolveu uma metodologia inovadora de avaliação e melhoria de desempenho para avaliar supermercados e hipermercados que pode ser generalizada a lojas de outros tipos.

A metodologia de avaliação e melhoria de desempenho desenvolvida teve em conta os dois níveis de gestão que se sobrepõem na loja: gestão comercial e gestão operacional. O nível comercial está relacionado com a gestão de cada secção da loja que é efectuada fundamentalmente por um departamento central. O nível operacional está relacionado com a gestão de cada loja e corresponde à administração dos recursos para obter o máximo de vendas relativas a todas as linhas de produtos disponíveis nas

várias secções comerciais.

### Perspectiva comercial

Ao nível comercial, a direcção central de cada secção tem o dever de gerir um conjunto de variáveis relacionadas com o marketing-mix do produto para a respectiva secção da loja, nomeadamente o preço de venda e a diversidade de produtos a comercializar, com o objectivo de maximizar as vendas. Nesta perspectiva, foi definido um modelo de avaliação de eficiência para cada secção comercial afim de comparar os níveis de desempenho em secções similares localizadas em todas as lojas da cadeia. A avaliação das secções permitiu verificar a existência de alguma disparidade nos níveis de desempenho, tendo os piores níveis de eficiência sido observados nas secções dos supermercados. Apenas 5 lojas demonstraram ser exemplos das melhores práticas em todas as secções. Esta análise permitiu identificar os *benchmarks* de cada secção, que podem ser utilizados para definir as melhores práticas de gestão a implementar em toda a rede.

No caso particular da secção de bazar pesado, a grande dispersão observada nos valores de eficiência está relacionada com o facto de existirem várias configurações diferentes para esta secção. Assim, refinou-se a análise de DEA para a secção de bazar pesado, incluindo apenas as lojas mais homogéneas representativas dos formatos megastore e superstore. Especificamente, avaliou-se o impacto do formato da loja no desempenho da venda de produtos de bazar pesado. Globalmente, conclui-se que as megastores têm melhor desempenho do que as superstores devido à maior produtividade da sua fronteira. Possivelmente a maior produtividade está relacionada com a existência de maior diversidade de produtos, o que permite atrair mais clientes. Por outro lado, verificou-se que a dispersão de níveis de eficiência é maior nas megastores devido à ineficiência da sua operação. Com vista a aumentar as vendas das megastores, a empresa deverá promover políticas de *benchmarking* no sentido de implementar as melhores práticas de gestão observadas nas megastores em todas as lojas deste tipo.

Definiram-se ainda objectivos de melhoria de desempenho das secções, permitindo uma redistribuição da área da loja entre as secções com vista a maximizar as vendas totais da loja. Para isso, desenvolveu-se um novo modelo de *Network* DEA adaptado

## 9.2 Conclusões para a cadeia de lojas

---

ao sector de retalho. Verificou-se que a realocação de área entre as secções sugerida pelo modelo de *Network* DEA permitiria um aumento de vendas de 17% em relação ao nível eficiente identificado pelo modelo de DEA standard. Isto equivale a um aumento de 37% em relação aos valores actuais de vendas.

### Perspectiva operacional

Ao nível operacional, considera-se a loja como unidade que gere um conjunto de recursos para obter o máximo das vendas de todas as linhas de produtos. Como as lojas são criticamente afectadas pelas condições da envolvente foi definido um modelo para avaliar o desempenho de cada loja tendo em conta a densidade populacional e a pressão da concorrência na sua área de influência. Verificou-se que a actividade das lojas é afectada pela sua dimensão, o que se traduz na existência de rendimentos à escala variáveis. A avaliação do desempenho das lojas, tendo em conta o efeito conjunto da população e concorrência na sua área de influência, evidenciou que existem 41 lojas ineficientes e 29 lojas eficientes. Verificou-se que as unidades ineficientes podem ainda aumentar as vendas 9.7%, em média, sendo possível definir objectivos de melhoria de desempenho para cada loja. Na prática, a eliminação das ineficiências detectadas nestas lojas pode ser conseguida através da adopção das melhores práticas observadas nos *benchmarks*. Neste modelo de DEA garante-se que os *benchmarks* de cada loja ineficiente têm uma envolvente semelhante ou mais desfavorável do que a da loja avaliada, o que é uma evidência de que o valor das vendas das lojas ineficientes pode ser melhorado. Verificou-se que 50 lojas são penalizadas pelas factores da envolvente.

A avaliação das lojas ao longo do tempo, entre os anos 2002 e 2004, permitiu concluir que metade das lojas (13 hipermercados e 21 supermercados) melhorou o desempenho devido ao aumento da produtividade associada à tecnologia, enquanto que a outra metade (1 hipermercado e 32 supermercados) piorou o desempenho devido à diminuição da produtividade associada à tecnologia. Isto aconteceu porque as fronteiras de 2002 e 2004 se cruzaram. Identificaram-se 10 lojas inovadoras que foram responsáveis pelo progresso técnico. Verificou-se ainda que os níveis de dispersão de eficiência eram idênticos em 2002 e 2004. Em 2004, o número de lojas eficientes (eficiência técnica pura) era aproximadamente igual ao verificado em 2002.

### 9.3 Contribuições para a literatura de DEA

Esta tese resulta de uma combinação entre a aplicação de modelos de DEA já existentes e o desenvolvimento de novos métodos e modelos adaptados à realidade observada na cadeia de lojas de retalho utilizada como caso de estudo. Trata-se de um conceito de "*Application Driven Theory*" que se considera ser de extrema importância na área da Engenharia Industrial e Gestão e, em particular, na Investigação Operacional.

Propôs-se um novo método de avaliação de DMUs complexas constituídas por várias sub-DMUs. O método consiste em avaliar o desempenho em dois níveis. No primeiro nível, recorre-se à utilização do DEA para avaliar o desempenho de cada sub-DMU através da comparação com sub-DMUs similares localizadas noutras DMUs. Esta avaliação das sub-DMUs permite verificar se existe disparidade nos níveis de desempenho. No segundo nível, desenvolveu-se um novo modelo *Network* para definir objectivos de melhoria de desempenho das sub-DMUs, permitindo uma redistribuição dos inputs da DMU entre as sub-DMUs com vista a maximizar os outputs totais. Este modelo caracteriza uma situação muito específica das DMUs, na qual a quantidade de um determinado input é unicamente utilizada para a produção de um determinado output da DMU.

Desenvolveu-se o método do índice de Malmquist para comparação de grupos (Camanho and Dyson, 2006) no sentido de incorporar a análise da significância estatística das indicações fornecidas pelos índices. Os diversos métodos existentes na literatura de DEA para comparar o desempenho entre grupos foram analisados e comparados através de exemplos construídos sobre situações típicas relativas ao posicionamento das fronteiras e à dispersão de eficiência dentro dos grupos. Nesta análise mostrou-se que o método baseado no índice de *Malmquist* tem vantagens em relação aos outros métodos, uma vez que permite obter uma medida do desempenho global que quantifica conjuntamente os efeitos da dispersão de eficiência dentro dos grupos e do posicionamento das fronteiras. Esta medida pode ser posteriormente decomposta para isolar os dois efeitos.

Da análise dos vários modelos de DEA propostos na literatura que permitem incluir

### 9.3 Contribuições para a literatura de DEA

---

o efeito de factores não controláveis na avaliação de desempenho, conclui-se que o modelo de Banker and Morey (1986a) é o mais adequado para tratar os factores ND internos (contínuos), uma vez que estes devem ser incluídos na definição do PPS. O modelo de Ruggiero (1996) constitui uma boa alternativa para tratar os factores ND externos (contínuos), considerando que estes não devem ser incluídos na definição do PPS. No entanto, a utilização dos modelos de Banker and Morey (1986a) e Ruggiero (1996) requer que se conheça *a priori* o sentido de influência dos factores ND sobre os resultados das DMUs. Quando esta condição não é satisfeita, os modelos de duas fases e de múltiplas fases podem ser úteis para identificar o sentido de influência dos factores ND, embora tenham limitações relativamente à especificação estatística das regressões.

Para o tratamento de factores ND externos contínuos, definiu-se um novo modelo com base nos modelos de Ruggiero (1996; 2004). O novo modelo permite avaliar o desempenho das DMUs tendo em conta o efeito de factores ND favoráveis e desfavoráveis, e utiliza programação inteira mista. Especificamente, o novo modelo define o conjunto de possibilidades de produção (PPS) com base apenas nos factores discricionários e implementa um procedimento para a selecção de *peers* de acordo com os valores dos factores ND externos. Os critérios relativos à selecção de *peers* devem ser definidos pelos agentes de decisão. O novo modelo tem um poder de discriminação superior ao modelo de Ruggiero (1996) uma vez que pode aumentar o número de *peers* com que cada DMU pode ser comparada. As diferenças do modelo desenvolvido (7.14) relativamente ao de Ruggiero (1996) consistem em permitir incluir factores ND desfavoráveis, permitir incluir na avaliação de cada DMU *peers*, que têm envolvente mais favorável dentro dos limites definidos pelos agentes de decisão, e utilizar um modelo de programação inteira mista.

Em relação à análise da evolução do desempenho ao longo do tempo, a comparação das várias abordagens para decompor o índice de *Malmquist* de forma a obter uma componente de mudança de escala permitiu concluir que todas conduzem à mesma medida da mudança de produtividade total, embora difiram no tipo de efeitos que medem relativamente à mudança de escala (isto é, a mudança de eficiência de escala e a mudança de escala da tecnologia). Para avaliar estes dois efeitos, deve-se calcular

individualmente um índice para captar a mudança de eficiência de escala e um índice para captar a mudança de escala da tecnologia. Como as abordagens de Ray and Desli (1997) e Wheelock and Wilson (1999) medem a mudança de tecnologia segundo a fronteira VRS permitem calcular a mudança de escala da tecnologia e a mudança de eficiência de escala. Isto não acontece na abordagem de Färe et al. (1994c) que apenas calcula a mudança de eficiência de escala, pois considera que a mudança de tecnologia deve ser avaliada segundo a fronteira de produtividade máxima (CRS).

Nesta tese mostrou-se que a componente da mudança de escala da abordagem de Ray and Desli (1997) pode ser decomposta em dois sub-índices, que medem a mudança de eficiência de escala e a mudança de escala da tecnologia. Verificou-se que os valores obtidos pelo índice de mudança de escala da tecnologia das abordagens de Wheelock and Wilson (1999) e Ray and Desli (1997) apenas captam a alteração da distância entre as fronteiras CRS e VRS ocorrida entre os dois períodos. Note-se que esta alteração poder ter subjacente mudanças de produtividade com sentido contrário. Por isso, o valor do índice de mudança de escala da tecnologia das abordagens referidas não tem leitura de melhoria ou de declínio de produtividade. Nesta tese, utilizou-se a abordagem de Ray and Desli (1997) para avaliar a evolução do desempenho das DMUs ao longo do tempo. Isto permitiu explorar a mudança de eficiência de escala e a mudança de escala da tecnologia.

Em relação ao posicionamento relativo das fronteiras nos dois períodos, este não pode ser caracterizado com rigor pela análise do valor médio do índice de mudança de tecnologia. Assim, é necessário analisar os rácios que compõem o índice da mudança da tecnologia para todas as DMUs da amostra de forma a averiguar se há cruzamento entre as fronteiras.

No caso em que as fronteiras são cruzadas pode justificar-se a análise do percurso das DMUs. O percurso ideal de uma DMU seria terminar numa zona em que ocorreu progresso da fronteira. Para identificar o percurso de cada DMU é necessário analisar os rácios que compõem o índice da mudança da tecnologia. Esta tese estendeu a análise de Chen and Iqbal Ali (2004) ao caso em que o índice da mudança da tecnologia é avaliado segundo rendimentos à escala variáveis. Definiram-se também os critérios para identificar as DMUs inovadoras que correspondem a uma simplificação das con-

dições anteriormente definidas por Färe et al. (1994c). Considerou-se que as DMUs inovadoras são eficientes em  $t + 1$  e estão numa zona fora do PPS do período  $t$ .

Propôs-se a realização de testes estatísticos para determinar se as diferenças de desempenho detectadas pelas componentes do índice de Malmquist são estatisticamente significativas. Esta análise é realizada para o conjunto de DMUs. Desta forma é possível caracterizar a evolução do desempenho para o conjunto de DMUs considerando apenas os efeitos estatisticamente significativos.

## 9.4 Desenvolvimentos futuros

A metodologia desenvolvida nesta tese permitiu diagnosticar a situação actual relativa ao desempenho das lojas de retalho da empresa utilizada como caso de estudo. Foram consideradas duas perspectivas, correspondentes à actividade comercial e operacional. Especificamente, procedeu-se ao levantamento de alguns problemas das lojas e identificaram-se áreas com potencial de melhoria. No futuro pretende-se que esta metodologia seja utilizada na empresa como um instrumento de apoio à gestão da cadeia de lojas, contribuindo para implementar uma cultura de melhoria contínua.

Nesta tese definiram-se testes de hipóteses com base nos fundamentos estatísticos para DEA propostos por Banker (1993; 1996). Em termos de desenvolvimentos futuros, pretende-se utilizar o método de *bootstrap* desenvolvido por Simar and Wilson (1998; 2000a) para testar a significância estatística dos resultados obtidos no índice de Malmquist, quer no caso em que é utilizado para comparar dois grupos de DMUs, quer no caso em que se comparam as mesmas DMUs entre dois períodos.

Nesta tese demonstrou-se que a técnica de DEA é bastante poderosa na avaliação de desempenho de múltiplas lojas de retalho. No futuro pretende-se aplicar a técnica de DEA a outras áreas em que a avaliação de desempenho seja também crucial para as organizações. As áreas que poderão ser objecto de estudo no futuro abrangem o sector privado (bancos, seguros, cadeias de restaurantes) bem como o sector público (hospitais, escolas, repartições de finanças). A necessidade de avaliação de desempenho decorre das empresas estarem sujeitas a pressões internas e externas que exigem um controlo rigoroso dos custos e/ou um aumento das receitas, o que obriga à eliminação

de desperdícios. Assim, a técnica de DEA pode desempenhar um papel importante nas empresas, pois permite a avaliação de ineficiências, definição de objectivos de melhoria e identificação das melhores práticas de gestão.

# Referências bibliográficas

Aigner, D. and Chu, S. (1968). On estimating the industry production function. *American Economic Review*, 58:826–839.

Aigner, D., Lovell, C. A. K., and Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of Econometrics*, 6(1):21–37.

Ali, A. and Seiford, L. (1993). The mathematical programming approach to efficiency analysis. In Fried, H. O., Lovell, C. A. K., and Schmidt, S. S. P., editors, *The measurement of productive efficiency: techniques and applications*, pages 120–159. Oxford University Press, New York.

Athanassopoulos, A. D. and Ballantine, J. A. (1995). Ratio and frontier analysis for assessing corporate performance: Evidence from the grocery industry in the UK. *Journal of the Operational Research Society*, 46:427–440.

Balk, B. M. (2001). Scale efficiency and productivity change. *Journal of Productivity Analysis*, 15:159–183.

Banker, R. D. (1993). Maximum likelihood, consistency and Data Envelopment Analysis: a statistical foundation. *Management Science*, 39(10):1265–1273.

Banker, R. D. (1996). Hypothesis tests using Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 7(2-3):139–159.

Banker, R. D., Bardhan, I., and Cooper, W. W. (1996a). A note on returns to scale in DEA. *European Journal of Operational Research*, 88:583–585.

Banker, R. D., Chang, H., and Cooper, W. W. (1996b). Equivalence and implementation of alternative methods for determining returns to scale in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 89:473–481.

Banker, R. D., Charnes, A., and Cooper, W. W. (1984). Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 30(9):1078–1092.

Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., Thrall, R. M., and Zhu, J. (2004a). Returns to scale in different DEA models. *European Journal of Operational Research*, 154:345–362.

- Banker, R. D., Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J. (2004b). Returns to scale in DEA. In Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J., editors, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, pages 41–73. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Banker, R. D. and Morey, R. C. (1986a). Efficiency analysis for exogenously fixed inputs and outputs. *Operations Research*, 34(4):513–521.
- Banker, R. D. and Morey, R. C. (1986b). The use of categorical variables in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 32(12).
- Banker, R. D. and Thrall, R. M. (1992). Estimation of returns to scale using Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 62(1):74–84.
- Barros, C. P. and Alves, C. (2004). An empirical analysis of productivity growth in a portuguese retail chain using Malmquist productivity index. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 11:269–278.
- Beasley, J. E. (2003). Allocating fixed costs and resources via Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 147(1):198–216.
- Berg, S. A., Førsund, F. R., and Jansen, E. S. (1992). Malmquist indices of productivity growth during the deregulation of Norwegian banking, 1980-89. *Scandinavian Journal of Economics*, 94(Supplement):S211–S228.
- Berger, A. and Humphrey, D. (1997). Efficiency of financial institutions: International survey and directions for future research. *European Journal of Operational Research*, 98:175–212.
- Berger, S. A., Førsund, F. R., Hjalmarsson, L., and Suominen, M. (1993). Banking efficiency in the Nordic countries. *Journal of Banking and Finance*, 17:371–388.
- Bharadwaj, S. and Menon, A. (1993). Determinants of success in service industries. *Journal of Services Marketing*, 7(4):19–40.
- Boussofiane, A., Dyson, R. G., and Thanassoulis, E. (1991). Applied Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 52(1):1–15.
- Brockett, P. L., Cooper, W. W., Golden, L. L., Rousseau, J. J., and Wang, Y. (1998). DEA evaluations of the efficiency of organizational forms and distribution systems in the US property and liability insurance. *International Journal of Systems Science*, 29(11):1235–1247.
- Brockett, P. L. and Golany, B. (1996). Using rank statistics for determining programmatic efficiency differences in Data Envelopment Analysis. *Management Science*, 42(3):466–472.
- Camanho, A. S. (1999). *Performance measurement and improvement in the management of bank branch networks using Data Envelopment Analysis*. Phd, University of Warwick.

- Camanho, A. S. and Dyson, R. G. (2006). Data envelopment analysis and Malmquist indices for measuring group performance. *Journal of Productivity Analysis*, 26(1):35–49.
- Campo, K. and Gijsbrechts, E. (2004). Should retailers adjust their micro-marketing strategies to type of outlet? An application to location-based store space allocation in limited and full-service grocery stores. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 11:369–383.
- Caves, D. W., Christensen, L. R., and Diewert, W. E. (1982). The economic theory of index numbers and the measurement of input, output and productivity. *Econometrica*, 50:1393–1414.
- Chambers, R. G., Chung, Y., and Färe, R. (1998). Profit, directional distance functions, and nerlovian efficiency. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 98:351–364.
- Charnes, A., Clark, C. T., Cooper, W. W., and Golany, B. (1985). A development study of Data Envelopment Analysis in measuring the efficiency of maintenance units in the US air forces. *Annals Of Operations Research*, 2:95–112.
- Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 2(6):429–444.
- Charnes, A., Cooper, W. W., and Rhodes, E. (1981). Evaluating program and managerial efficiency: an application of Data Envelopment Analysis to program follow through. *Management Science*, 27(6):668–697.
- Chen, Y. and Iqbal Ali, A. (2004). DEA Malmquist productivity measure: new insights with an application to computer industry. *European Journal of Operational Research*, 159:239–249.
- Christensen, L. R., Jorgenson, D. W., and Lau, L. J. (1971). Transcendental logarithmic production frontiers. *Review of Economics and Statistics*, 65:28–45.
- Cliquet, G. (2000). Large format retailers: a french tradition despite reactions. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 7(4):183–195.
- Cobb, C. and Douglas, P. (1928). A theory of production. *American Economic Review*, Supplement to vol.18:139–165.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., and Battese, G. E. (1998). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. Kluwer Academic Publishers, Boston/Dordrecht/London.
- Cook, W. D. and Green, R. H. (2005). Evaluating power plant efficiency: a hierarchical model. *Computers & Operations Research*, 32(4):813–823.
- Cook, W. D., Kress, M., and Seiford, L. M. (1993). On the use of ordinal data in Data Envelopment Analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 44(2):133–140.

- Cook, W. D., Kress, M., and Seiford, L. M. (1996). Data Envelopment Analysis in the presence of both quantitative and qualitative factors. *Journal of the Operational Research Society*, 47(7):945–953.
- Cooper, W. W., Park, K. S., and Pastor, J. T. (1999a). RAM: A range adjusted measure of inefficiency for use with additive models and relation to other models and measures in DEA. *Journal of Productivity Analysis*, 11:5–42.
- Cooper, W. W., Park, K. S., and Yu, G. (1999b). IDEA and AR-IDEA: models for dealing with imprecise data in DEA. *Management Science*, 45(4):597–607.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Tone, K. (2000). *Data Envelopment Analysis: A Comprehensive Text with Models, Applications, References and DEA-Solver Software*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J. (2004). Data Envelopment Analysis: history, models and interpretations. In Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J., editors, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, pages 2–39. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Cummins, J. D., Weiss, M. A., and Zi, H. (1999). Organizational form and efficiency: The coexistence of stock and mutual property-liability insurers. *Management Science*, 45(9):1254–1269.
- Debreu, G. (1951). The coefficient of resource utilization. *Econometrica*, 19(3):273–292.
- Deprins, D., Simar, L., and Tulkens, H. (1984). Measuring labour efficiency in post-offices. In Marchand, M., Pestieau, P., and Tulkens, H., editors, *The performance of public enterprises: concepts and measurement*, pages 243–267. Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, North Holland.
- Desmet, P. and Renaudin, V. (1998). Estimation of product category sales responsiveness to allocated shelf space. *International Journal of Research in Marketing*, 15(5):443–457.
- Donthu, N. and Yoo, B. (1998). Retail productivity assessment using Data Envelopment Analysis. *Journal of Retailing*, 74(1):89–105.
- Doutt, J. T. (1984). Comparative productivity performance in fast-food retail distribution. *Journal of Retailing*, 60(3):98–106.
- Dyson, R. G., Allen, R., Camanho, A. S., Podinovski, V. V., Sarrico, C. S., and Shale, E. A. (2001). Pitfalls and protocols in DEA. *European Journal of Operational Research*, 132:245–259.
- Dyson, R. G., Thanassoulis, E., and Boussofiane, A. (1990). Data Envelopment Analysis. In Henry L. C., Eglese, R., editor, *Operational Research Tutorial Papers*, pages 13–28. The Operational Research Society.

- Efron, B. and Tibshirani, R. J. (1993). *An introduction to the Bootstrap*. Chapman and Hall, London.
- Elyasiani, E. and Mehdián, S. (1992). Productive efficiency performance of minority and nonminority-owned banks: A nonparametric approach. *Journal of Banking and Finance*, 16:933–948.
- Elyasiani, E. and Mehdián, S. (1995). The comparative efficiency performance of small and large US commercial banks in the pre- and post-deregulation eras. *Applied Economics*, 27:1069–1079.
- Färe, R., Grabowski, R., Grosskopf, S., and Kraft, S. (1997a). Efficiency of a fixed but allocatable input: A non-parametric approach. *Economics Letters*, 56:187–193.
- Färe, R., Griffel-Tatjé, E., Grosskopf, S., and Lovell, C. A. K. (1997b). Biased technical change and the Malmquist productivity index. *Scandinavian Journal of Economics*, 99(1):119–127.
- Färe, R. and Grosskopf, S. (1996). *Intertemporal production frontier: with dynamic DEA*. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Färe, R. and Grosskopf, S. (2000a). Network DEA. *Socio-Economic Planning Sciences*, 34:35–49.
- Färe, R. and Grosskopf, S. (2000b). Theory and application of directional distance functions. *Journal of Productivity Analysis*, 13:93–103.
- Färe, R., Grosskopf, S., Lindgren, B., and Roos, P. (1994a). Productivity developments in swedish hospitals: a Malmquist output index approach. In Charnes, A., Cooper, W. W., Lewin, A., and Seiford, L., editors, *Data envelopment analysis: theory, methodology and applications*, pages 253–272. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Färe, R., Grosskopf, S., and Lovell, C. A. K. (1985). *The measurement of efficiency of production*. Kluwer Nijhoff Publishing, Boston.
- Färe, R., Grosskopf, S., and Lovell, C. A. K. (1994b). *Production frontiers*. Cambridge University Press, Cambridge.
- Färe, R., Grosskopf, S., and Norris, M. (1997c). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries: Reply. *American Economic Review*, 87(5):1040–1043.
- Färe, R., Grosskopf, S., Norris, M., and Zhang, Z. (1994c). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries. *The American Economic Review*, 84(1):66–83.
- Färe, R., Grosskopf, S., and Roos, P. (1998). Malmquist productivity indexes: A survey of theory and practice. In Fare, R., Grosskopf, S., and Russell, R. R., editors, *Index Numbers: Essays in Honour of Sten Malmquist*, pages 127–190. Kluwer Academic Publishers, Boston.

- Färe, R. and Whittaker, G. (1995). An intermediate input model of dairy production using complex survey data. *Journal of Agricultural Economics*, 46(2):201–223.
- Farhangmehr, M., Marques, S., and Silva, J. (2000). Consumer and retailer perceptions of hypermarkets and traditional retail stores in Portugal. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 7:197–206.
- Farrell, M. J. (1957). The measurement of productive efficiency. *Journal of the Royal Statistical Society, Series A, general* 120(3):253–281.
- Flavián, C., Haberberg, A., and Polo, Y. (2002). Food retailing strategies in the European Union. a comparative analysis in the UK and Spain. *Journal of Retailing and Consumer Services*, 9(3):125–138.
- Florens, J. P. and Simar, L. (2005). Parametric approximations of nonparametric frontiers. *Journal of Econometrics*, 124(1):91–116.
- Fried, H. O., Lovell, C. A. K., Schmidt, S. S., and Yaisawarng, S. (2002). Accounting for environmental effects and statistical noise in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 17:157–174.
- Fried, H. O., Schmidt, S. S., and Yaisawarng, S. (1999). Incorporating the operating environment into a nonparametric measure of technical efficiency. *Journal of Productivity Analysis*, 12:249–267.
- Gilbert, R. A. and Wilson, P. W. (1998). Effects of deregulation on the productivity of Korean banks. *Journal of Economics and Business*, 50(2):133–155.
- Golany, B. and Roll, Y. (1993). Some extensions of techniques to handle non-discretionary factors in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 4:419–432.
- Golany, B. and Storbeck, J. (1999). A Data Envelopment Analysis of the operational efficiency of bank branches. *Interfaces*, 29(3):14–26.
- Good, W. S. (1984). Productivity in the retail grocery trade. *Journal of Retailing*, 60(3):81–97.
- Grewal, D., Levy, M., Mehrotra, A., and Sharma, A. (1999). Planning merchandising decisions to account for regional and product assortment differences. *Journal of Retailing*, 75(3):405–424.
- Griffel-Tatjé, E. and Lovell, C. A. K. (1995). A note on the Malmquist productivity index. *Economics Letters*, 47(2):169–175.
- Grosskopf, S. (2003). Some remarks on productivity and its decompositions. *Journal of Productivity Analysis*, 20:459–474.
- Guimarães, R. C. and Sarsfield Cabral, J. A. (1999). *Estatística*. McGraw-Hill.
- HiperSuper (2006a). Concentração marca retalho europeu. 167(Março):16– 19.

- HiperSuper (2006b). Retalho especializado em expansão. 167(Março):22–24.
- HiperSuper (2006c). Sector alimentar em Portugal. 167(Março):10–14.
- Kamakura, W., Lenartowicz, T., and Ratchford, B. T. (1996). Productivity assessment of multiple retail outlets. *Journal of Retailing*, 72(4):333–356.
- Ket, H. T. and Chu, S. (2003). Retail productivity and scale economies at the firm level: a DEA approach. *Omega*, 31:75–82.
- Koopmans, T. C. (1951). *Activity analysis of production and allocation*. John Wiley and Sons, New York.
- Korhonen, P. and Syrjänen, M. J. (2004). Resource allocation based on efficiency analysis. *Management Science*, 50(8):1134–1144.
- Korhonen, P. J. and Syrjänen, M. J. (2003). Evaluation of cost efficiency in finnish electricity distribution. *Annals of Operations Research*, 121:105–122.
- Kumar, V. and Karande, K. (2000). The effect of retail store environment on retailer performance. *Journal of Business Research*, 49:167–181.
- Löthgren, M. and Tambour, M. (1999). Productivity and customer satisfaction in Swedish pharmacies: A DEA network model. *European Journal of Operational Research*, 115:449–458.
- Lovell, C. A. K. (2003). The decomposition of Malmquist productivity indexes. *Journal of Productivity Analysis*, 20:437–458.
- Lozano, S., Villa, G., and Adenso-Díaz, B. (2004). Centralised target setting for regional recycling operations using DEA. *Omega*, 32:101–110.
- Lozano-Vivas, A., Pastor, J. T., and Pastor, J. M. (2002). An efficiency comparison of European banking systems operating under different environmental conditions. *The Journal of Productivity Analysis*, 18:59–77.
- Lush, R. and Jaworski, B. (1991). Management controls, role stress and retail store manager. *Journal of Retailing*, 67(4):397–419.
- Lush, R. F. and Moon, S. Y. (1984). An exploratory analysis of the correlates of labor productivity in retailing. *Journal of Retailing*, 60(3):37–61.
- Malmquist, S. (1953). Index numbers and indifference surfaces. *Trabajos de Estadística*, 4:209–242.
- Muñiz, M., Paradi, J., Ruggiero, J., and Yang, Z. (2006). Evaluating alternative DEA models used to control for non-discretionary inputs. *Computers & Operations Research*, 33(5):1173–1183.
- Muñiz, M. A. (2002). Separating managerial inefficiency and external conditions in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 143:625–643.

- Mukherjee, K., Ray, S. C., and Miller, S. M. (2001). Productivity growth in large US commercial banks: the initial post-deregulation experience. *Journal of Banking & Finance*, 25:913–939.
- Norman, M. and Stoker, B. (1991). *Data Envelopment Analysis: The Assessment of Performance*. John Wiley and Sons, Chichester.
- Paradi, J. C. and Schaffnit, C. (2004). Commercial branch performance evaluation and results communication in a Canadian bank - a DEA application. *European Journal of Operational Research*, 156:719–735.
- Pareto, V. (1906). *Manual of political economy*.
- Pastor, J. M., Pérez, F., and Quesada, J. (1997). Efficiency analysis in banking firms: an international comparison. *European Journal of Operational Research*, 98:395–407.
- Pastor, J. T., Ruiz, J. L., and Sirvent, I. (2002). A statistical test for nested radial DEA models. *Operations Research*, 50(4):728–735.
- Podinovski, V. V. (2005). Selective convexity in DEA models. *European Journal of Operational Research*, 161(2):552–563.
- Portela, M. C. and Thanassoulis, E. (2001). Decomposing school and school-type efficiency. *European Journal of Operational Research*, 132:357–373.
- Ratchford, B. T. and Brown, J. R. (1985). A study of productivity changes in food retailing. *Marketing Science*, 4(4):292–311.
- Ray, S. C. (1988). Data Envelopment Analysis, nondiscretionary inputs and efficiency: an alternative interpretation. *Socio-Economic Planning Sciences*, 22(4):167–176.
- Ray, S. C. (1991). Resource-use efficiency in public-schools - a study of Connecticut data. *Management Science*, 37(12):1620–1628.
- Ray, S. C. and Desli, E. (1997). Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries: Comment. *The American Economic Review*, 87(5):1033–1039.
- Ruggiero, J. (1996). On the measurement of technical efficiency in the public sector. *European Journal of Operational Research*, 90:553–565.
- Ruggiero, J. (1998). Non-discretionary inputs in Data Envelopment Analysis. *European Journal of Operational Research*, 111:461–469.
- Ruggiero, J. (2004). Performance evaluation when non-discretionary factors correlate with technical efficiency. *European Journal of Operational Research*, 159(1):250–257.

- Seiford, L. M. and Zhu, J. (1999). An investigation of returns to scale in Data Envelopment Analysis. *Omega, International Journal of Management Science*, 27:1–11.
- Sengupta, J. (1995). *Dynamics of DEA*. Kluwer Academics Publishers, Dordrecht.
- Shephard, R. W. (1953). *Cost and production functions*. Princeton University Press, Princeton.
- Shephard, R. W. (1970). *Theory of Cost and Production Functions*. Princeton University Press, Princeton.
- Sherman, H. D. (1984). Improving the productivity of service business. *Sloan Management Review*, 25(3):11–23.
- Sherman, H. D. and Ladino, G. (1995). Managing bank productivity using Data Envelopment Analysis (DEA). *Interfaces*, 25(2):60–73.
- Siegel, S. and Castellan, N. J. (1988). *Non-parametric statistics for the Behavioral Sciences*. McGraw-Hill, 2nd edition.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (1998). Sensitivity analysis of efficiency scores: How to bootstrap in nonparametric frontier models. *Management Science*, 44(1):49–61.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (1999). Estimating and bootstrapping Malmquist indices. *European Journal of Operational Research*, 115:459–471.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (2000a). A general methodology for bootstrapping in non-parametric frontier models. *Journal of Applied Statistics*, 27(6):779–802.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (2000b). Statistical inference in nonparametric frontier models: The state of the art. *Journal of Productivity Analysis*, 13(1):49–78.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (2006a). *Efficiency analysis: the statistical approach (Syllabus of the Summer School in Advance Quantitative Methods for Productivity and Efficiency Analysis)*. University of Pisa, Pisa.
- Simar, L. and Wilson, P. W. (2006b). Estimation and inference in two-stage, semi-parametric models of production processes. *Journal of Econometrics*, in press.
- Simpson, G. (2004). Programmatic efficiency comparisons between unequally sized groups of DMUs in DEA, working paper.
- Simpson, G. (2005). Programmatic efficiency comparisons between unequally sized groups of DMUs in DEA. *Journal of the Operational Research Society*, 56:1431–1438.
- Sonae (2001). Retalho em Portugal. Technical report, Departamento de Planeamento e Controlo de Gestão da Modelo e Continente SGPS SA.

- Thanassoulis, E., Portela, M., and Despic, O. (2007). DEA - the mathematical programming approach to efficiency analysis. In Fried, H., Lovell, C., and Schmidt, S., editors, *The measurement of productive efficiency: Techniques and Applications*, volume 2. Oxford University Press (forthcoming).
- Thomas, R. R., Barr, R. S., Cron, W. L., and Slocum, J. W. (1998). A process for evaluating retail store efficiency: a restricted DEA approach. *International Journal of Research in Marketing*, 15(5):487–503.
- Thrall, R. M. (1996). Duality, classification and slacks in DEA. *Annals Of Operation Research*, 66:109–138.
- Tone, K. (2004). Malmquist productivity index. In Cooper, W. W., Seiford, L. M., and Zhu, J., editors, *Handbook on Data Envelopment Analysis*, pages 203–227. Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Weitzel, W., Schwarzkopf, A. B., and Peach, E. B. (1989). The influence of employee perceptions of customer service on retail store sales. *Journal of Retailing*, 65(1):27–39.
- Wheelock, D. C. and Wilson, P. W. (1999). Technical progress, inefficiency and productivity change in U.S. banking 1984-1993. *Journal of Money, Credit and Banking*, 31:212–234.
- Zofio, J. L. and Lovell, C. A. K. (1999). Yet another Malmquist productivity index decomposition. Department of Economics, Universidad Autónoma de Madrid School of Economics, University of New South Wales, Sidney.

# Apêndice A

## Apêndice ao capítulo 4

### A.1 Resultados da avaliação de desempenho realizada pela empresa

A Tabela A.1 apresenta os resultados da avaliação de desempenho das lojas realizada pela empresa. A empresa define anualmente 6 *clusters* (A, B, C, D, E, F), que agrupam lojas com características semelhantes ao nível das vendas líquidas e da área de venda. A análise por *clusters* permite o *benchmarking* entre as lojas, identificando as melhores e as piores lojas, respectivamente designadas por *best in class* e críticas. As restantes lojas do *cluster* têm médio desempenho.

Tabela A.1: Resultados da avaliação da empresa relativos à análise de *clusters*

<i>Cluster</i>	Classificação	DMU
A	Loja crítica	LOJA01
		LOJA02
	<i>Best in class</i>	LOJA04
		LOJA05
		LOJA10
		LOJA11
		LOJA12
B	<i>Best in class</i>	LOJA03
		LOJA06
		LOJA07
	Loja crítica	LOJA08
	Loja crítica	LOJA09
	Loja crítica	LOJA13
		LOJA14
		LOJA69

continua

continuação			
<i>Cluster</i>	<i>Classificação</i>	<i>DMU</i>	
C		LOJA15	
		LOJA17	
	<i>Best in class</i>	LOJA20	
		LOJA21	
	Loja crítica	LOJA25	
	Loja crítica	LOJA27	
		LOJA31	
	<i>Best in class</i>	LOJA32	
		LOJA33	
		LOJA34	
		LOJA50	
	Loja crítica	LOJA68	
		LOJA70	
	<i>Best in class</i>	LOJA71	
		LOJA72	
	D		LOJA22
			LOJA24
Loja crítica		LOJA26	
Loja crítica		LOJA28	
<i>Best in class</i>		LOJA38	
		LOJA40	
Loja crítica		LOJA41	
<i>Best in class</i>		LOJA42	
<i>Best in class</i>		LOJA54	
		LOJA57	
		LOJA59	
		LOJA60	
<i>Best in class</i>		LOJA61	
Loja crítica		LOJA64	
		LOJA65	
		LOJA66	
Loja crítica		LOJA76	
	LOJA77		
E	Loja crítica	LOJA16	
	<i>Best in class</i>	LOJA18	
	Loja crítica	LOJA19	
		LOJA35	
		LOJA37	
		LOJA51	
	Loja crítica	LOJA52	
	<i>Best in class</i>	LOJA73	
	LOJA75		
F	<i>Best in class</i>	LOJA23	
	Loja crítica	LOJA29	
		LOJA39	
	Loja crítica	LOJA43	
	Loja crítica	LOJA44	
		LOJA53	
		LOJA56	
		LOJA58	
	<i>Best in class</i>	LOJA62	
		LOJA63	
	Loja crítica	LOJA67	
	<i>Best in class</i>	LOJA74	
<i>Best in class</i>	LOJA78		

# Apêndice B

## Apêndice ao capítulo 5

### B.1 Resultados da avaliação das lojas

Os resultados relativos à eficiência técnica de cada loja, obtidos com o modelo de DEA (2.11) são apresentados na primeira coluna da Tabela B.1. Os resultados relativos ao ganho da alocação de recursos para cada loja estimado com o modelo *Network* DEA (5.3), são apresentados na segunda coluna da Tabela B.1.

Tabela B.1: Resultados da eficiência técnica (modelo (2.11)) e do ganho da alocação de recursos (expressão (5.4))

DMU	Eficiência técnica	Ganho da alocação de recursos
L01	100%	1.15
L02	93%	1.04
L03	100%	1.00
L04	90%	1.13
L05	91%	1.07
L06	100%	1.05
L07	100%	1.10
L08	67%	1.03
L09	81%	1.05
L10	100%	1.00
L11	98%	1.04
L12	100%	1.00
L13	100%	1.24
L14	70%	1.16
L15	100%	1.05
L16	63%	1.20
L17	84%	1.13
L18	100%	1.00
L19	50%	1.07

continua

continuação

DMU	Eficiência técnica	Ganho da alocação de recursos
L20	100%	1.00
L21	100%	1.26
L22	70%	1.14
L23	100%	1.75
L24	66%	1.26
L25	100%	1.25
L26	77%	1.54
L27	100%	1.35
L28	66%	1.46
L29	61%	1.41
L31	98%	1.12
L32	100%	1.23
L33	80%	1.26
L34	100%	1.22
L35	98%	1.32
L37	64%	1.23
L38	88%	1.10
L39	61%	1.07
L40	73%	1.04
L41	48%	1.15
L42	90%	1.28
L43	100%	2.26
L44	100%	1.86
L50	93%	1.19
L51	82%	1.33
L52	61%	1.17
L53	67%	1.65
L54	64%	1.09
L56	49%	1.30
L57	59%	1.21
L58	65%	1.53
L59	70%	1.08
L60	69%	1.17
L61	87%	1.09
L62	64%	1.17
L63	100%	1.20
L64	72%	1.20
L65	77%	1.29
L66	68%	1.16
L67	64%	1.11
L68	62%	1.05
L69	100%	1.04
L70	100%	1.14
L71	100%	1.14
L72	100%	1.32
L73	90%	1.28
L74	100%	1.79
L75	78%	1.17
L76	78%	1.57
L77	96%	1.31
L78	76%	1.13

# Apêndice C

## Apêndice ao capítulo 7

### C.1 Resultados do modelo com envolvente e sem envolvente

Os resultados da eficiência técnica pura para a rede de lojas obtidos com o modelo de DEA com VRS (2.18) estão na primeira coluna da Tabela C.1.

Os resultados de eficiência das lojas tendo em conta o efeito da envolvente obtidos com o modelo (7.14) e com a selecção de *peers* baseada no rácio população sobre concorrência e  $\alpha = 20\%$ , apresentam-se na segunda coluna da Tabela C.1.

Para cada loja apresenta-se o resultado do desempenho avaliado pela empresa de acordo com os níveis *best in class*, crítico e médio.

Para cada loja estão também indicados os valores da população e concorrência representados através das posições relativas no vector da população com ordem decrescente e no vector concorrência com ordem decrescente, respectivamente. Por exemplo, o valor de população igual a 1 significa que a loja tem o valor máximo observado no conjunto das lojas. Analogamente, o valor de concorrência igual a 1 significa que a loja está sujeita à máxima concorrência observada na amostra.

Tabela C.1: Resultados dos modelos (2.18) e (7.14) para a rede de lojas

DMU	Eficiência (2.18)	Eficiência (7.14)	Avaliação da empresa	População	Concorrência
L01	100%	100%	crítico	2	3
L02	92%	96%	médio	11	13
L03	100%	100%	<i>best in class</i>	30	27

continua

continuação

DMU	Eficiência (2.18)	Eficiência (7.14)	Avaliação da empresa	População	Concorrência
L04	87%	93%	médio	13	12
L05	91%	96%	crítico	1	1
L06	100%	100%	<i>best in class</i>	38	71
L07	100%	100%	<i>best in class</i>	48	68
L08	76%	83%	crítico	6	9
L09	87%	92%	crítico	63	47
L10	100%	100%	<i>best in class</i>	18	31
L11	93%	97%	médio	23	52
L12	100%	100%	médio	3	2
L13	82%	87%	médio	10	10
L14	68%	100%	crítico	16	16
L15	100%	100%	médio	59	35
L16	76%	83%	crítico	42	53
L17	89%	100%	médio	35	28
L18	100%	100%	<i>best in class</i>	53	45
L19	87%	89%	crítico	45	49
L20	100%	100%	<i>best in class</i>	67	66
L21	88%	91%	médio	46	38
L22	89%	89%	médio	12	11
L23	97%	100%	<i>best in class</i>	61	65
L24	85%	91%	médio	57	51
L25	95%	99%	crítico	28	26
L26	82%	84%	crítico	14	14
L27	90%	96%	crítico	15	15
L28	79%	85%	crítico	22	18
L29	77%	78%	crítico	24	19
L31	90%	93%	médio	20	17
L32	100%	100%	<i>best in class</i>	17	22
L33	87%	91%	médio	51	50
L34	96%	99%	médio	43	33
L35	89%	100%	médio	49	34
L37	83%	88%	médio	62	54
L38	93%	100%	<i>best in class</i>	4	4
L39	100%	100%	médio	27	29
L40	87%	100%	médio	68	61
L41	89%	90%	crítico	41	57
L42	100%	100%	<i>best in class</i>	66	32
L43	100%	100%	crítico	44	44
L44	77%	100%	crítico	29	43
L50	93%	93%	médio	39	25
L51	87%	97%	médio	47	59
L52	82%	84%	crítico	36	30
L53	81%	87%	médio	58	70
L54	96%	96%	<i>best in class</i>	32	36
L56	93%	100%	médio	55	63
L57	92%	92%	médio	34	24
L58	89%	100%	médio	19	23
L59	100%	100%	médio	54	64
L60	96%	100%	médio	70	67
L61	100%	100%	<i>best in class</i>	5	7
L62	97%	97%	<i>best in class</i>	69	69
L63	100%	100%	médio	71	58
L64	99%	100%	crítico	40	39
L65	97%	98%	médio	26	21
L66	95%	100%	médio	21	20
L67	56%	60%	crítico	25	46
L68	73%	80%	crítico	65	62
L69	97%	100%	médio	31	60
L70	100%	100%	médio	9	8
L71	98%	100%	<i>best in class</i>	7	6
L72	92%	100%	médio	33	40
L73	91%	98%	<i>best in class</i>	8	5
L74	91%	100%	<i>best in class</i>	56	55
L75	83%	91%	médio	50	42
L76	84%	91%	crítico	60	56
L77	90%	96%	médio	52	37
L78	77%	89%	<i>best in class</i>	37	41
Média	90%	95%			