

**ESTUDO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO A NORMA
ANSI/AGMA 2101-D04 E O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS**

NICOLLAS HAMON TREVISAN VERBANECK

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em:

Engenharia Mecânica

Março de 2025

**ESTUDO E ANÁLISE DE UM SISTEMA DE
TRANSMISSÃO UTILIZANDO A NORMA
ANSI/AGMA 2101-D04 E O MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS**

NICOLLAS HAMON TREVISAN VERBANECK

Dissertação apresentada à Escola Superior de Tecnologia e Gestão do
Instituto Politécnico de Bragança para obtenção do **Grau de Mestre em
Engenharia Mecânica**

Orientadores do Instituto Politécnico de Bragança:

Prof.º Dr. Luís Manuel Ribeiro Mesquita

Orientadores da Universidade Tecnológica Federal do Paraná:

Prof.º Dr. David Lira Nuñez

Março de 2025

*Aos meus pais,
pelos conselhos que sempre me guiaram,
pelo amor que nunca me faltou,
por cada esforço
que me permitiu chegar até aqui,
nesta etapa da minha vida.*

Agradecimentos

Gostaria de expressar minha profunda gratidão a todos que contribuíram para a realização deste trabalho e que, de alguma forma, agregaram à minha jornada acadêmica. Assim, deixo meus sinceros agradecimentos a cada pessoa que teve participação nesse ciclo.

Primeiramente, agradeço ao meu coorientador, David Lira Nunez, por toda dedicação, orientação e conselhos durante toda minha graduação, desde o início, o tive como uma grande referência na área. Ao meu orientador, Luís Manuel Ribeiro de Mesquita, por sua orientação constante, apoio e atenção durante toda a pesquisa.

Aos meus pais, Osvaldo Verbanek e Olivia Ap. T. Verbanek, pelo apoio e incentivo durante toda minha formação e ao longo da minha vida.

Ao meu irmão, Patrick, que esteve presente e acompanhou toda minha jornada e aos meus familiares.

Gostaria de agradecer também às universidades que possibilitaram a realização do programa de dupla diplomação, Universidade Tecnológica Federal do Paraná e Instituto Politécnico de Bragança, pela oportunidade de não somente desenvolver este trabalho, mas também de viver experiências únicas na minha vida pessoal, acadêmica e profissional.

Aos meus colegas e amigos, tanto os que compartilhei momentos e conhecimentos ao longo dos cinco anos de graduação na UTFPR quanto aos que fizeram parte do ciclo no IPB em Portugal. Agradeço pelo companheirismo, troca de conhecimentos e momentos que partilhamos juntos.

À Actus Soluções & Consultoria, que, sem dúvidas, foi o projeto mais enriquecedor no qual participei dentro da universidade, e a todos que contribuíram para meu crescimento profissional.

Por fim, agradeço a Deus por me guiar e dar forças para concluir e atingir mais essa conquista.

Resumo

Devido sua eficiência e confiabilidade, as engrenagens são elementos essenciais em sistemas mecânicos na engenharia, sendo usadas nas mais diversas máquinas. Devido sua alta aplicação, faz-se necessário aprofundar estudos sobre seus modos de falhas, melhorias e otimizações nos sistemas de engrenamento.

Com isso, a Associação Americana de Fabricantes de Engrenagens, AGMA (do inglês – *American Gear Manufacturers Association*) descreveu a norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) onde baseia-se em padrões desenvolvidos a partir de pesquisas e testes empíricos em que busca pontos de melhoria e redução de falhas em projetos. Definindo tensões de contato entre os dentes das engrenagens devido ao engrenamento e tensões de flexão.

O presente trabalho buscou avaliar e comparar os resultados de tensão de um sistema de transmissão de uma máquina de *pitting* do tipo FZG, fabricado com Aço SAE 4118, por meio de duas abordagens distintas: Uma análise baseada nas diretrizes da norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) e uma análise numérica de simulação utilizando o Método de Elementos Finitos no *software* ANSYS®. O método analítico baseia-se em equações e fórmulas que resultam de pesquisas, experimentos e testes desenvolvidos ao longo do tempo. Por outro lado, o método numérico emprega técnicas computacionais para resolver problemas práticos de simulação na engenharia e em outras áreas, utilizando a discretização de equações matemáticas. Também, entender como a mudança de alguns parâmetros geométricos e condições de contorno podem interferir na resistência do sistema.

Avaliando as vantagens e limitações de cada abordagem, concluindo na implicação da escolha do método apropriado em diferentes cenários de engenharia.

Palavras-chave: Engrenagens de dentes retos; ANSYS®; ANSI/AGMA 2101-D04 (2016); Elementos finitos; Máquina de “*pitting*” FZG.

Abstract

Due to their efficiency and reliability, gears are essential components in mechanical engineering systems, being used in a wide range of machines. Given their extensive application, it is necessary to deepen studies on their failure modes, improvements and optimizations in gearing systems.

In this context, the American Gear Manufacturers Association (AGMA) established the ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) standard, which is based on guidelines developed from research and empirical tests aimed at identifying areas for improvement and reducing failures in gear design. This standard defines contact stresses between gear teeth due to meshing and bending stresses.

This study aimed to evaluate and compare the stress results of a transmission system from an FZG-type pitting test rig, manufactured with SAE 4118 steel, using two different approaches: an analysis based on the guidelines of the ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) standard and a numerical simulation analysis using the Finite Element Method in ANSYS® software. The analytical method relies on equations and formulas derived from research, experiments, and tests developed over time. On the other hand, the numerical method employs computational techniques to solve practical simulation problems in engineering and other fields by discretizing mathematical equations. Additionally, this study seeks to understand how changes in certain geometric parameters and boundary conditions can affect the system's strength.

By evaluating the advantages and limitations of each approach, this work concludes with the implications of choosing the appropriate method for different engineering scenarios.

Keywords: Spur gears; ANSYS®; ANSI/AGMA 2101-D04; Finite elements; Pitting machine.

Índice

AGRADECIMENTOS	I
RESUMO	II
ABSTRACT	III
ÍNDICE	IV
LISTA DE FIGURAS	VII
LISTA DE TABELAS	IX
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	XI
NOMENCLATURA	XII
1 CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO	1
1.2 OBJETIVOS PROPOSTOS	3
1.3 CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DA TESE	4
2 CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE	5
2.1 A ENGRENAGEM	5
2.1.1 CARACTERÍSTICAS DE UMA ENGRENAGEM	5
2.2 PROCESSOS DE FABRICAÇÃO E MATERIAIS	7
2.3 LUBRIFICAÇÃO	9
2.3.1 CLASSIFICAÇÃO DE LUBRIFICANTES	10
2.3.1.1 <i>Inibidos (RO)</i>	11
2.3.1.2 <i>Anti-desgaste (AS)</i>	11
2.3.1.3 <i>Compostos</i>	12
2.3.1.4 <i>Seleção do lubrificante com base na aplicação</i>	12
2.4 ANÁLISE MECÂNICA	14
2.4.1 ESTÁTICA LINEAR	14
2.4.2 DINÂMICA	14
2.4.3 A FADIGA	15
2.5 EQUAÇÕES PARA CÁLCULO ANALÍTICO DE ENGRENAGENS (AGMA)	15
2.5.1 RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO	16
2.5.1.1 <i>Tensão ao contato AGMA</i>	16
2.5.1.2 <i>Tensão ao contato permitida</i>	17
2.5.1.3 <i>Fator de segurança ao contato</i>	17
2.5.2 RESISTÊNCIA À FLEXÃO	18
2.5.2.1 <i>Tensão à flexão AGMA</i>	18
2.5.2.2 <i>Tensão à flexão permitida</i>	19
2.5.2.3 <i>Fator de segurança à flexão</i>	20

2.5.3	FATORES UTILIZADOS NAS EQUAÇÕES AO CONTATO E À FLEXÃO	20
2.5.4	FATORES COMUNS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO E À FLEXÃO	21
2.5.4.1	<i>Carga tangencial transmitida, Ft</i>	21
2.5.4.2	<i>Fator de sobrecarga, Ko</i>	22
2.5.4.3	<i>Fator dinâmico, KV</i>	24
2.5.4.4	<i>Fator de tamanho, KS</i>	25
2.5.4.5	<i>Fator de distribuição de carga, KH</i>	27
2.5.4.6	<i>Fator de confiabilidade, YZ</i>	31
2.5.4.7	<i>Fator de temperatura, Yθ</i>	32
2.5.5	FATORES ESPECÍFICOS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO	32
2.5.5.1	<i>Coefficiente de elasticidade, ZE</i>	32
2.5.5.2	<i>Fator de condição superficial, ZR</i>	33
2.5.5.3	<i>Fator geométrico ao crateramento, ZI</i>	34
2.5.5.4	<i>Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento, ZN</i>	35
2.5.5.5	<i>Fator de proporção de dureza, ZW</i>	37
2.5.5.6	<i>Número de tensão ao contato permitido, σHP</i>	38
2.5.6	FATORES ESPECÍFICOS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO	41
2.5.6.1	<i>Fator de espessura de borda, KB</i>	41
2.5.6.2	<i>Fator geométrico para resistência à flexão, YJ</i>	42
2.5.6.3	<i>Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, YN</i>	43
2.5.6.4	<i>Número de tensão à flexão permitido, σFP</i>	44
2.6	ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS - SIMULAÇÃO NUMÉRICA	46
2.6.1	SOLID186	48
2.6.1.1	<i>Deslocamento</i>	48
2.6.1.2	<i>Deformação</i>	48
2.6.1.3	<i>Tensão</i>	49
2.6.2	ELEMENTOS DE CONTATO: CONTA174 E TARGE170	49
2.6.2.1	<i>Elemento CONTA174</i>	50
2.6.2.2	<i>Elemento TARGE170</i>	50
3	CAPÍTULO 3: ASPECTOS METODOLÓGICOS	51
3.1	SISTEMA DE REFERÊNCIA	53
3.1.1	TESTES REALIZADOS	54
3.2	IMPLEMENTAÇÃO DAS EQUAÇÕES ANALÍTICAS NO MATLAB®	55
3.2.1	DEFINIÇÃO DOS FATORES E PARÂMETROS	55
3.2.2	MÉTODO PARA CÁLCULO DAS TENSÕES DE CONTATO ENVOLVIDAS	57
3.2.2.1	<i>Tensão ao contato AGMA</i>	58

3.2.2.2	Fator de segurança ao contato AGMA	60
3.2.3	MÉTODO PARA CÁLCULO DAS TENSÕES À FLEXÃO ENVOLVIDAS	61
3.2.3.1	Tensão à flexão AGMA	61
3.2.3.2	Fator de segurança à flexão AGMA	64
3.3	IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NO ANSYS®	65
	Figura 33: Fluxograma para obtenção dos resultados a partir do MEF.	65
3.3.1	MÉTODO NUMÉRICO – METODOLOGIA.....	66
3.3.2	TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA.....	67
3.3.3	DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO.....	72
4	CAPÍTULO 4: FORMULAÇÃO DO PROBLEMA E RESULTADOS	73
4.1	RESULTADOS GERADOS DE FORMA ANALÍTICA	73
4.2	RESULTADOS GERADOS DE FORMA NUMÉRICA (ANSYS®).....	75
4.2.1	RESULTADOS TESTE PRINCIPAL.....	75
4.3	INFLUÊNCIA DA LARGURA DA FACE À TENSÃO À FLEXÃO.....	76
4.4	INFLUÊNCIA DO TORQUE DE ENTRADA	78
5	CAPÍTULO 5: CONCLUSÕES.....	82
5.1	CONCLUSÕES GERAIS	82
5.2	TRABALHOS FUTUROS.....	83
ANEXOS	88

Lista de Figuras

Figura 1: Principais tipos de engrenagens, [6].	5
Figura 2: Formas de engrenamento, (a) Externo; (b) Interno, [7].	6
Figura 3: Diâmetros de uma engrenagem cilíndrica, [8].	6
Figura 4: Nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos, [6].	7
Figura 5: Roteiro do projeto de engrenagens, [13].	8
Figura 6: Forças atuantes em um par de engrenagens acopladas, [25].	22
Figura 7: Curvas do nível de precisão para determinar o fator dinâmico KV , [21].	24
Figura 8: Dentes de engrenagem com coroamento, [26].	28
Figura 9: Fator de proporção do pinhão KH_{pf} , [21].	29
Figura 10: Posição da engrenagem no eixo de transmissão, [21].	29
Figura 11: Fator de alinhamento de engrenamento, [21].	30
Figura 12: Fator geométrico ao crateramento, ZI , para ângulo de pressão 20° , [23].	35
Figura 13: Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento, ZN , [21].	36
Figura 14: Fator de proporção de dureza, ZW , [21].	37
Figura 15: Fator de proporção de dureza, coroa com superfície endurecida, [21].	38
Figura 16: Número de tensão ao contato permitido, σ_{HP} , para aço, [21].	39
Figura 17: Conversão de dureza padronizada, [23].	40
Figura 18: Fator de espessura de borda, KB , [21].	42
Figura 19: Fator geométrico - engrenagens de dentes retos com ângulo de pressão 20° , [6].	43
Figura 20: Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, YN , para aços, [21].	44
Figura 21: Número de tensão à flexão permitido, σ_{FP} , para aços, [21].	45
Figura 22: Modelo estrutural de elementos, [27].	46
Figura 23: SOLID186, [28].	48
Figura 24: Tensões em um sólido 3D, [27].	49
Figura 25: Geometria CONTA174, [28].	50

Figura 26: Fluxograma das etapas do estudo.....	52
Figura 27: Fluxograma para cálculo da Tensão ao contato AGMA – Parte 1.....	58
Figura 28: Fluxograma para cálculo da Tensão ao contato AGMA – Parte 2.....	59
Figura 29: Fluxograma para cálculo do Fator de segurança ao contato, SH	60
Figura 30: Fluxograma para cálculo da Tensão à flexão AGMA - Parte 1.....	62
Figura 31: Fluxograma para cálculo da Tensão à flexão AGMA - Parte 2.....	63
Figura 32: Fluxograma para cálculo do Fator de segurança à flexão, SF	64
Figura 33: Fluxograma para obtenção dos resultados a partir do MEF.	65
Figura 34: Simplificação do modelo.	67
Figura 35: Refinamento de malha - Vista isométrica.....	68
Figura 36: Refinamento de malha - Face de contato do pinhão.....	69
Figura 37: Teste de convergência de malha – Análise ao contato.....	71
Figura 38: Teste de convergência de malha - Análise à flexão.....	72
Figura 39: Condições de contorno.....	72
Figura 40: Tensão de contato - ANSYS®.....	76
Figura 41: Tensão à flexão - ANSYS®.....	76
Figura 42: Influência da largura da face à tensão à flexão ($T = 250$ N-m).	77
Figura 43: Influência do torque à tensão ao contato.....	78
Figura 44: Resultados tensão ao contato - Variação no torque.	79
Figura 45: Influência do torque à tensão à flexão.	80
Figura 46: Resultados tensão à flexão - Variação no torque.	81

Lista de Tabelas

Tabela 1: Frequências modais do caso, [3].....	2
Tabela 2: Guia de classificação de lubrificante, [15].	12
Tabela 3: Exemplos de operação para unidades motriz, [15].....	12
Tabela 4: Modos de operação de unidades acionadas - engrenagens industriais, [15].	13
Tabela 5: Fatores que influenciam nas equações ao contato e à flexão.	21
Tabela 6: Fator de sobrecarga sugerido, [23].	23
Tabela 7: Condição para escolha de máquina acionada, [23].....	23
Tabela 8: Condição para escolha de fonte de alimentação, [23].	24
Tabela 9: Aplicação para encontrar o número de nível de precisão AV, [23].	25
Tabela 10: Valores do fator de forma Y de Lewis, [6].....	26
Tabela 11: Fator de tamanho KS em função do módulo, [23].....	27
Tabela 12: Constantes para cálculo do fator de alinhamento KHma, [21].	30
Tabela 13: Fator de confiabilidade YZ, [21].....	31
Tabela 14: Fator de confiabilidade: Falha por fadiga do material, [6].....	32
Tabela 15: Coeficiente de elasticidade padronizado para alguns materiais, [6].....	33
Tabela 16: Vida nominal em diferentes aplicações, [23].	36
Tabela 17: Número de tensão ao contato permitido, σ_{HP} , para aço, [21].	39
Tabela 18: Número de tensão à flexão permitido, σ_{FP} , para aços, [21].	45
Tabela 19: Sistema de referência, [4].	54
Tabela 20: Parâmetros do aço SAE 4118, [4].	54
Tabela 21: Parâmetros de teste, [4].	55
Tabela 22: Teste de convergência de malha - Tensão ao contato.	70
Tabela 23: Teste de convergência de malha - Tensão à flexão.	71
Tabela 24: Valores dos parâmetros para tensão ao contato AGMA.....	73
Tabela 25: Valores dos parâmetros para fator de segurança ao contato AGMA	74

Tabela 26: Valores dos parâmetros para tensões à flexão AGMA.....	74
Tabela 27: Valores dos parâmetros para fator de segurança à flexão AGMA	75
Tabela 28: Influência da largura da face à tensão à flexão.....	77
Tabela 29: Influência do torque à tensão ao contato.	78
Tabela 30: Influência do torque à tensão à flexão.	80

Lista de abreviaturas e siglas

AGMA	Associação Americana de fabricantes de Engrenagens (do inglês – <i>American Gear Manufacturers Association</i>)
ANSI	Instituto Americano de Normas Nacionais (do inglês – <i>American National Standards Institute</i>)
MEF	Método de Elementos Finitos (do inglês – <i>Finite Elements Method</i>)
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná

Nomenclatura

Letras Latinas Minúsculas

d_b	Diâmetro da base	[mm]
d_e	Diâmetro externo	[mm]
d_p	Diâmetro primitivo	[mm]
d_r	Diâmetro raiz	[mm]
b	Largura da face	[mm]
m_n	Módulo métrico normal	[mm]

Letras Latinas Maiúsculas

F_t	Carga tangencial	[N]
Z_E	Coefficiente de elasticidade	$[\text{N}/\text{mm}^2]^{0,5}$
Z_R	Fator de condição de superfície	-
Y_Z	Fator de confiabilidade	-
K_H	Fator de distribuição de carga	-
K_B	Fator de espessura de borda	-
Z_W	Fator de proporção de dureza	-
S_H	Fator de segurança ao contato	-
S_F	Fator de segurança à flexão	-
K_O	Fator de sobrecarga	-
K_S	Fator de tamanho	-
Y_θ	Fator de temperatura	-
K_V	Fator dinâmico	-
Z_N	Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento	-
Y_N	Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão	-
Z_I	Fator geométrico para resistência ao crateramento	-
Y_J	Fator geométrico para resistência à flexão	-
N	Número de dentes da engrenagem	-
p_0	Passo diametral	[mm]

Símbolos gregos

ε	Deformação	
σ_{HP}	Número de tensão ao contato permitido	[MPa]
σ_{FP}	Número de tensão à flexão permitido	[MPa]
σ	Tensão	[MPa]
σ_H	Tensão ao contato	[MPa]
σ_F	Tensão à flexão	[MPa]

1 Capítulo 1: Introdução

1.1 CONTEXTO E MOTIVAÇÃO

Desde a antiguidade as engrenagens são muito utilizadas, as quais, inicialmente, eram fabricadas em madeira e pedra e auxiliavam no funcionamento de máquinas, contribuindo significativamente para o avanço das tecnologias. Posteriormente as engrenagens passaram a ser fabricadas com metais, viabilizando o desenvolvimento de máquinas mais complexas e assegurando maior durabilidade ao equipamento, [1].

Devido sua eficiência e confiabilidade, as engrenagens são elementos altamente empregados nas mais diversas máquinas, veículos e equipamentos, onde são utilizadas para transmitir movimento e potência de um eixo para outro. Sendo um componente de roda dentada que atua conforme a direção do movimento sob determinadas condições de carga, [1]

Durante o passar do tempo e conforme a o sistema está em operação, o mesmo está sujeito a falhas, as quais podem ocasionar na falha do equipamento e normalmente ocorrem por tensões de flexão e tensões de contato. As tensões de flexão se desenvolvem na raiz do dente (região onde geralmente há uma concentração de tensão), por outro lado, as tensões de contato de desenvolvem na superfície do dente da engrenagem (região onde ocorre o engrenamento das duas engrenagens), [1].

Buscando minimizar as ações dos estresses gerados durante o engrenamento, tem-se intensificado os estudos em relação aos efeitos e consequências dos parâmetros geométricos e estruturais em relação à resistência mecânica do sistema.

A *American Gear Manufacturers Association* (AGMA) descreve uma série de normas técnicas a respeito de engrenagens e componentes de transmissão de potência mecânica, tais normas estabelecem padrões e equações as quais contribuem no uso do método analítico de análise de tensões em engrenagens, [2]. Por sua vez, o método numérico para análise computacional utiliza de *softwares* e simulações as quais empregam técnicas para resolver problemas da engenharia utilizando a discretização de equações matemáticas.

Em geral, para análises numéricas, o ANSYS® tem-se mostrado um programa que atende às demandas de cálculo de elementos mecânicos, trazendo resultados consistentes ao realizar certos comparativos. Pode-se observar, conforme a Tabela 1, que o *software* atingiu um erro máximo de apenas 0,77% em uma análise das frequências modais entre o modelo proposto

e o modelo desenvolvido no ANSYS[®], mostrando a exatidão do modelo de elementos finitos estabelecido no trabalho, [3].

Tabela 1: Frequências modais do caso, [3].

Ordem	Modelo ANSYS[®] (Hz)	Modelo proposto (Hz)	Erro (%)	Modo de forma
1	1538,9	1541,6	0,18	Acoplamento
2	1711,7	1715,6	0,23	Eixo acionado
3	2011,4	2008,9	-0,12	1º diâmetro nodal da engrenagem; Eixo acionado
4	2011,4	2008,9	-0,12	1º diâmetro nodal da engrenagem; Eixo acionado
5	2337,3	2342,0	0,20	Acoplamento
6	2768,9	2774,8	0,21	Eixo motriz
7	3794,1	3793,3	-0,02	1º círculo nodal da engrenagem
8	5006,3	4992,6	-0,27	2º diâmetro nodal da engrenagem
9	5009,2	4995,4	-0,28	2º diâmetro nodal da engrenagem
10	5403,7	5445,5	0,77	Acoplamento

Frente aos desafios encontrados no contexto prático do uso de engrenagens, estudos em relação ao tema tornam-se essenciais para garantir integridade e longevidade aos equipamentos. Buscando entender os principais fatores de risco e condições que favorecem falhas das engrenagens no campo da transmissão mecânica.

Por fim, possibilitar que estudos futuros sejam realizados a fim de propor otimizações e melhorias do sistema de transmissão, contribuindo para avanços no que tange a análises de falha devido ao crateramento e à flexão.

1.2 OBJETIVOS PROPOSTOS

Para o correto entendimento da proposta que este trabalho pretende apresentar, será descrito a seguir o que se busca com a realização da presente pesquisa.

O objetivo primordial deste trabalho é realizar uma análise aprofundada das distinções entre dois dos métodos fundamentais da engenharia: O método analítico e o método numérico. O método analítico baseia-se em equações e fórmulas que resultam de pesquisas, experimentos e teses desenvolvidas ao longo do tempo. Por outro lado, o método numérico emprega técnicas computacionais para resolver problemas práticos de simulação na engenharia e em outras áreas, utilizando a discretização de equações matemáticas por meio do Método de Elementos Finitos (MEF do inglês – *Finite Elements Method*).

Este trabalho busca destacar a importância de compreender as características únicas de cada abordagem e, mais crucialmente, a seleção criteriosa da abordagem mais adequada para cada caso específico. Ao fazer isso, é possível interpretar os resultados a partir de diferentes perspectivas analíticas e tomar decisões mais informadas ao abordar problemas de engenharia complexos.

Onde será realizado uma revisão literária do método analítico de cálculo de tensões em engrenagens (ANSI/AGMA 2101-D04 (2016)) e numérico (ANSYS® *Workbench*). Para realizar o comparativo, será utilizado os parâmetros geométricos e estruturais de um par de engrenagens presentes em uma máquina padrão de *pitting* do tipo FZG, do estudo de Nicholas David Leque, [4]. Tais parâmetros servirão para implementar as equações analíticas no *software* MATLAB® e modelagem do sistema para a simulação no ANSYS® *Workbench*. Ao realizar o comparativo proposto, será possível validar a assertividade e a confiabilidade da análise feita por elementos finitos, identificando possíveis discrepâncias com o modelo matemático, já que é necessário garantir confiabilidade, segurança e desempenho ao projeto.

Por fim, objetiva-se registrar e comparar os resultados sobre vantagens e limitações de cada abordagem. Entender a influência e como a mudança de alguns parâmetros geométricos e estruturais podem interferir a resistência do sistema.

Como o modelo proposto foi desenvolvido para apresentar falha por contato como seu principal modo de falha, foram realizadas pequenas alterações no projeto para ajustá-lo aos níveis de confiabilidade desejados. Essas modificações visam entender como a variação de determinados parâmetros influencia a confiabilidade do projeto, permitindo uma análise detalhada das suas implicações no desempenho e durabilidade do sistema.

1.3 CONTEÚDO E ORGANIZAÇÃO DA TESE

O presente trabalho é dividido em 5 capítulos. A seguir, será apresentado o conteúdo abordado em cada um.

O **Capítulo 1** apresenta uma ideia introdutória ao tema que será abordado ao longo do trabalho, salientando o contexto e a motivação da pesquisa, bem como os objetivos que se busca atingir ao final do trabalho. Juntamente com a estrutura da tese.

O **Capítulo 2** traz uma visão geral das características de uma engrenagem e do sistema de transmissão de movimento. Formas de fabricação de engrenagens, materiais e processo de lubrificação são tópicos que estarão presente no Capítulo 2, enriquecendo a abordagem sobre esse tipo de sistema. Por fim, será apresentado uma revisão da norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016) que será utilizada para realizar os cálculos analíticos a respeito da resistência ao crateramento e flexão e sobre o Método de Elementos Finitos (MEF do inglês – *Finite Elements Method*).

O **Capítulo 3** trata da metodologia aplicada para chegar ao objetivo proposto. Onde é detalhado a escolha de parâmetros, fatores e como foi feita a aplicação dos modelos nos *softwares* utilizados.

O **Capítulo 4** apresenta os resultados encontrados a partir da implementação proposta no Capítulo 3. Com esses resultados, torna-se possível realizar uma análise detalhada, que será explorada com mais profundidade no **Capítulo 5**, dedicado às conclusões finais do trabalho.

2 Capítulo 2: Estado da Arte

2.1 A ENGRENAGEM

2.1.1 CARACTERÍSTICAS DE UMA ENGRENAGEM

De uma forma geral, as engrenagens são componentes mecânicos utilizados para transmitir rotação, torque e potência de um eixo para outro, sendo responsáveis pelo funcionamento dos mais diversos equipamentos e máquinas mecânicas, seja em aplicações industriais, automotiva e científica. Em meio à algumas formas de transmissão de potência mecânica, a transmissão a partir de engrenagens se destaca, uma vez que sua eficiência na transmissão de potência pode atingir cerca de 98%, [5].

Há quatro tipos principais de engrenagens: as engrenagens que transmitem movimento entre eixos paralelos, chamadas de engrenagens cilíndricas de dentes retos (a), as engrenagens que transmitem movimento seja entre eixos paralelos ou não paralelos, denominada de engrenagens helicoidais (b), as engrenagens cônicas (c), as quais transmitem movimento entre eixos não paralelos e não intersectantes, e por fim as engrenagens sem fim (d), que transmitem movimento entre eixos não paralelos e não intersectantes, [6]. Conforme exemplificadas na Figura 1.

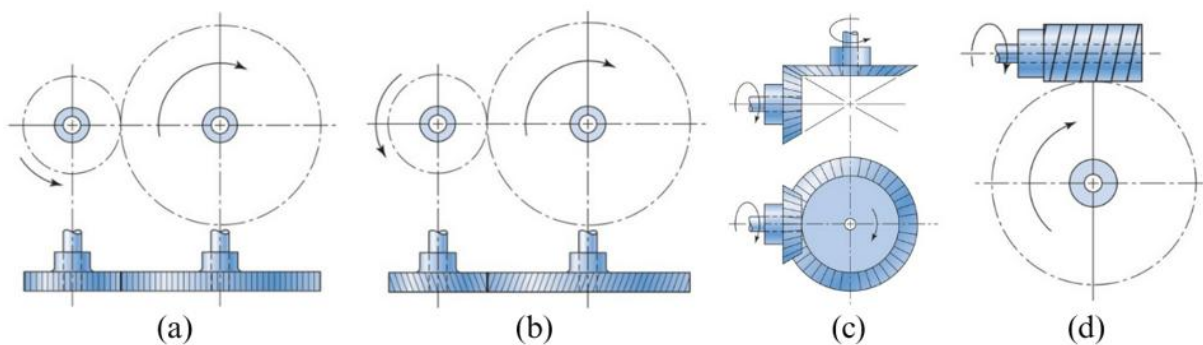


Figura 1: Principais tipos de engrenagens, [6].

As transmissões de engrenagens, por sua vez, podem acontecer de forma que o engrenamento aconteça pelo contato interno ou externo, de modo a ampliar as possibilidades de transmissão, como representado na Figura 2. Adota-se o termo pares de engrenagens quando duas engrenagens são unidas, onde a engrenagem menor é chamada de “pinhão” e a engrenagem maior é conhecida como “coroa”, onde, durante o engrenamento, os dentes das

engrenagens atuam de forma a prevenir o deslizamento e garantir que o atrito entre eles gere o movimento desejado, [7].

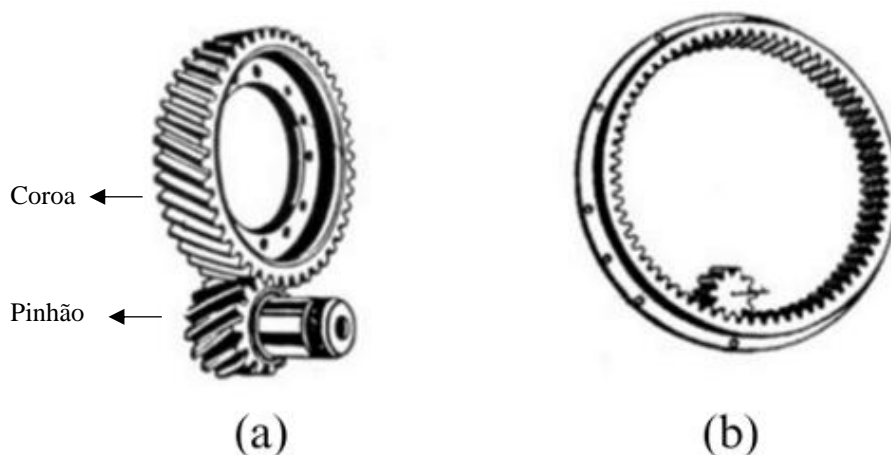


Figura 2: Formas de engrenamento, (a) Externo; (b) Interno, [7].

Esse sistema de engrenamento segue uma regra onde a razão de torque ou ganho mecânico é o inverso da relação de velocidade, de forma que um par de engrenagens atua na transformação de velocidade por torque ou vice-versa, podendo ser visto em aplicações onde deseja transmitir potência em velocidades relativamente baixas, [7].

As engrenagens cilíndricas de dentes retos, objeto de estudo do presente trabalho, possuem algumas nomenclaturas básicas a respeito de sua composição. É possível observar na Figura 3 o diâmetro primitivo d_p , o diâmetro externo d_e , o diâmetro de base d_b e o diâmetro raiz d_r , [8].

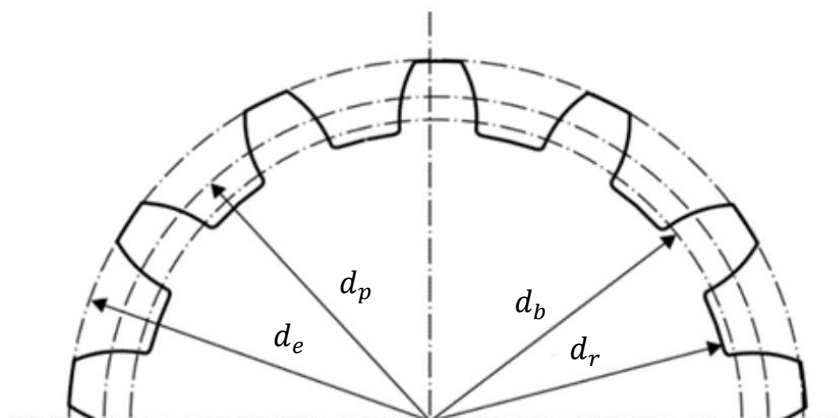


Figura 3: Diâmetros de uma engrenagem cilíndrica, [8].

Outras nomenclaturas essenciais para a fabricação e entendimento das engrenagens são descritas na Figura 4.

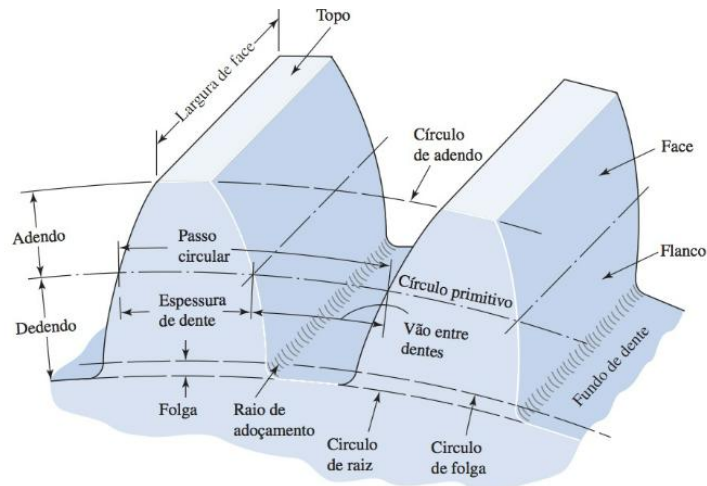


Figura 4: Nomenclatura para engrenagens cilíndricas de dentes retos, [6].

Bharat Gupta *et al.* realizou um estudo relacionado com a tensão de contato existente nos dentes de engrenagens, fazendo um comparativo entre as tensões encontradas no ANSYS® e com as equações de Hertz. Nesse contexto pode-se observar a importância do módulo no projeto de engrenagens, uma vez que a tensão máxima de contato diminuiu com o aumento do módulo, sendo maior no ponto primitivo, [9]. O módulo métrico pode ser calculado a partir da equação (1).

$$m = \frac{d_p}{N} \quad (1)$$

Onde:

m – Módulo métrico [mm];

d_p – Diâmetro primitivo [mm];

N – Número de dentes da engrenagem.

2.2 PROCESSOS DE FABRICAÇÃO E MATERIAIS

Dentre os processos de fabricação de engrenagens metálicas, há três processos de fabricação que se destacam e podem ser divididos em três grupos: (i) com remoção de material (usinagem), como fresagem, modelagem e brochamento; (ii) conformação, como estampagem e extrusão e (iii) processos aditivos, fundição sob pressão e metalurgia do pó. Onde a seleção do processo a ser utilizado dependerá das exigências de desempenho e aplicação que a engrenagem terá. De forma que, na indústria, o processo mais utilizado é o de usinagem por geração, utilizando uma fresa caracol, cremalheira de corte e engrenagem de corte, [8], [10].

Bouzakis *et al.* [11] realizou um trabalho referente a fabricação de engrenagens onde foi realizado uma síntese crítica de métodos de análise, onde para engrenagens de mesmo módulo “m”, a cremalheira básica utilizada é a mesma. Ou seja, utilizando uma ferramenta de corte com o formato de uma engrenagem é possível cortar dentes de engrenagem em uma engrenagem ou cremalheira.

A busca por melhorias no engrenamento das engrenagens é algo fundamental e necessário para determinadas aplicações. É comum que perdas de eficiência ocorram caso alguns parâmetros não estejam de acordo, seja independente da carga aplicada ou por conta da carga exercida devido o atrito no engate das engrenagens. Uma vez que o controle de tais parâmetros podem trazer benefícios para o engrenamento e eficiência do sistema, fatores relacionados a geometria, processos de fabricação e lubrificação tem potencial para melhorar o desempenho da transmissão, [12].

Em geral, a fabricação de engrenagens por processos tradicionais requer etapas posteriores de acabamento, como aparagem, raspagem, retificação, etc. para garantir a qualidade superficial das engrenagens produzidas, [10].

O estudo desenvolvido por Rikard Hjelm *et al.* [12] apresentou resultados, via testes experimentais, a respeito do desempenho de engrenagens devido ao tratamento superficial. Onde pode-se concluir que o acabamento superficial dos dentes das engrenagens pode ter um impacto na eficiência da transmissão. Uma vez que, para baixas velocidades, uma superfície polida apresentou maior eficiência, em que, possivelmente, essa melhoria se deu devido à melhoria da rugosidade da superfície.

O fluxograma apresentado pela Figura 5 mostra as etapas envolvidas no projeto de fabricação de uma engrenagem, o qual inicia pelas definições das exigências para a caixa de engrenagens do projeto até a realização de análises mais precisas das tensões envolvidas a fim de evitar e mitigar falhas no sistema.

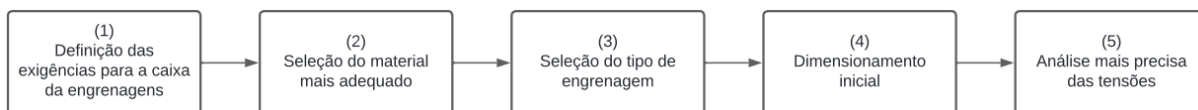


Figura 5: Roteiro do projeto de engrenagens, [13].

Na fase inicial do projeto de engrenagens (1), é fundamental definir certas exigências do projeto para que o sistema se adapte e seja projetado de acordo com os fatores de segurança apropriados. Sendo essencial estabelecer especificações realistas para o sistema de engrenamento nas condições que o mesmo irá atuar, onde, em muitas vezes, as engrenagens

estarão sujeitas a forças dinâmicas que podem ser difíceis determinar ainda na fase de projeto. Nesta etapa preliminar, parâmetros como torque nominal, velocidade de entrada, relação de transmissão, vida útil, confiabilidade, distância entre centros e fatores de segurança devem ser analisadas a fim de garantir que o sistema atenda aos requisitos estipulados, [13].

A seleção do material mais adequado (2) irá depender de alguns fatores, como potência e velocidade de operação, uma vez que as engrenagens podem ser fabricadas a partir de diversos materiais. Sendo que a maioria das engrenagens de transmissão de potência são fabricadas em aço endurecido ou cementado, outros materiais como ferro fundido ou não metálicos correspondem a uma quantidade menor.

Normalmente a seleção do material mais adequado ditará também o tratamento térmico posterior. O endurecimento da superfície é um dos principais tratamentos (cementação, nitretação, etc.) e as engrenagens com superfície endurecida apresentam maior resistência à fadiga de flexão e à fadiga de contato, [13].

A seleção do tipo de engrenagem (3) depende de diversos requisitos funcionais e aplicação do sistema de transmissão, onde cada uma possui características próprias de transmissão, capacidade de carga e eficiência. Após a definição do tipo de engrenagem (cilíndricas, cônicas, helicoidais, etc.) faz-se necessário a definição dos parâmetros para que seja possível realizar o dimensionamento inicial (4), onde com o auxílio de normas técnicas e diretrizes de projeto as principais dimensões são definidas.

Uma análise mais precisa das tensões envolvidas (5) é fundamental para verificar e prever o comportamento do sistema de transmissão em atuação, nesta etapa é possível realizar simulações e análises baseadas em normas para analisar o comportamento das engrenagens sob diferentes condições de trabalho. Essa etapa assegura que o componente atenderá às exigências de confiabilidade e vida útil esperada, uma vez que é possível identificar pontos de potencial falha e ajustar o dimensionamento ou material selecionado, [13].

2.3 LUBRIFICAÇÃO

Os lubrificantes desempenham um papel essencial na operação eficiente e na longevidade dos sistemas de engrenagens nas mais diversas aplicações. Ao atuar diretamente na interface dos dentes do par de engrenagens, o óleo lubrificante forma uma camada protetora que minimiza o contato direto entre os elementos, reduzindo o atrito, o desgaste e aumentando a eficiência e durabilidade. Onde, por sua vez, o lubrificante ideal deve ser capaz de promover a

separação dos dentes das engrenagens por meio da formação de um filme lubrificante adequado que minimize o atrito entre as superfícies em contato.

De acordo com a revisão realizada por Heli *et al.* [14], o desempenho a resistência à fadiga de contato é direta e proeminentemente impactado pelas condições da superfície, sendo significativamente influenciado por lubrificantes, condições de lubrificação e pelos métodos de aplicação utilizados. A seleção adequada e manutenção dos lubrificantes não apenas prolongam a vida útil do componente mecânico, mas também potencializam a eficiência do sistema de engrenamento.

Ainda segundo Heli *et al.* [14], os resultados indicam que o uso de lubrificantes de engrenagens com viscosidade mais alta apropriada podem reduzir a vibração e o ruído, proporcionando maior vida útil de fadiga da superfície da engrenagem.

Ao longo da subseção 2.3.1 será realizado uma pequena revisão da norma ANSI/AGMA 9005-F16:2016, a qual trata da Lubrificação de Engrenagens Industriais.

Durante a seleção do lubrificante ideal para o sistema de engrenamento, é fundamental considerar outros componentes do conjunto mecânico que também necessitam de lubrificação ou que podem ser influenciados pela escolha do lubrificante, como rolamentos, equipamentos auxiliares e trocadores de calor. Além disso, é importante verificar a compatibilidade e o comportamento do lubrificante na presença de umidade, [15].

2.3.1 CLASSIFICAÇÃO DE LUBRIFICANTES

Apesar de que as propriedades dos lubrificantes possam ser influenciadas pelos fluídos de base e pelos aditivos, o conjunto como um todo possui limitações de desempenho que devem ser levados em consideração.

Em um sistema onde há necessidade de partida em condições frias, propriedades melhoradas em baixas temperaturas são preferíveis, permitindo que o lubrificante mantenha fluidez mesmo em condições de baixa temperaturas. De outro modo, em temperaturas elevadas, é fundamental que a espessura do filme lubrificante se mantenha adequada, assegurando estabilidade térmica e proteção. Por sua vez, em casos onde há uma ampla faixa de temperaturas, é preferível que o lubrificante possua um alto índice de viscosidade, reduzindo o efeito da temperatura sobre a variação da viscosidade cinemática do lubrificante.

A norma ANSI/AGMA 9005-F16 define e classifica três classes distintas de lubrificantes, os quais possuem um conjunto específico de requisitos e propriedades direcionadas para aplicações particulares. De forma que essas classes são definidas para atender engrenagens fechadas (que estão completamente encapsuladas em uma proteção similar a uma caixa), para engrenagens abertas são utilizados lubrificantes do tipo residual ou graxas.

2.3.1.1 Inibidos (RO)

Esses lubrificantes são frequentemente denominados como lubrificantes inibidos por ferrugem e oxidação, sendo amplamente utilizados em aplicações industriais. Formulados a partir de petróleo altamente refinado ou fluidos de base sintética, apresentam aditivos que aumentam a estabilidade à oxidação, oferecendo proteção contra corrosão e possuem a capacidade de suprimir a formação de espuma.

A superioridade na estabilidade de oxidação é uma das características que os diferencia de outros tipos de óleos para engrenagens. Por sua vez, sua capacidade de carga normalmente é inferior a outras classes, o que torna a aplicação desse tipo mais recomendada a sistemas que operam em alta velocidade e com cargas mais leves.

2.3.1.2 Anti-desgaste (AS)

Os lubrificantes anti-desgaste, anteriormente conhecidos como lubrificantes de extrema pressão (EP), além de fornecer proteção contra corrosão e oxidação, esses lubrificantes são formulados com fluidos de base mineral ou sintética e contem aditivos específicos que proporcionam proteção contra desgaste severo e abrasão.

Essa classe de lubrificante foi especialmente desenvolvida para aplicações que envolvem cargas elevadas e condições mais severas de impacto ou reversão. Sob altas cargas contínuas e sobrecargas momentâneas, a pressão de contato nos dentes das engrenagens e a temperatura da superfície podem aumentar significativamente. Caso a espessura do filme lubrificante não seja adequada para suportar as cargas aplicadas, a adição de aditivos adicionais se torna necessária para prevenir o contato direto de metal com metal, a fim de assegurar a integridade do sistema.

2.3.1.3 Compostos

Os lubrificantes compostos para engrenagens são, em sua maioria, uma mistura de fluidos de base mineral com uma adição de três a dez por cento de óleos graxos naturais ou sintéticos. Lubrificantes estes são tradicionalmente utilizados em acionamentos de engrenagens do tipo sem-fim.

2.3.1.4 Seleção do lubrificante com base na aplicação

As Tabelas 2, 3 e 4 a seguir fornecem uma diretriz geral para auxiliar na seleção do lubrificante em uma determinada aplicação. As opções de lubrificantes foram mencionadas nos itens acima (2.4.1.1 Inibidos (RO) e 2.4.1.2 Anti-desgaste (AS)).

Tabela 2: Guia de classificação de lubrificante, [15].

Operação da unidade motriz	Operação da unidade acionada			
	Uniforme	Choque leve	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	RO	RO ou AS	AS	AS
Choque leve	RO ou AS	RO ou AS	AS	AS
Choque moderado	AS	AS	AS	AS
Choque pesado	AS	AS	AS	AS

Tabela 3: Exemplos de operação para unidades motriz, [15].

Modo de operação	Unidade motriz
Uniforme	Motor elétrico, turbina a vapor ou a gás operando de forma uniforme, ou seja, com troques de partida baixos e pouco frequentes.
Choque leve	Turbina a vapor ou a gás, motor hidráulico ou elétrico com troques de partida altos e frequentes.
Choque moderado	Motor de combustão de múltiplos cilindros.
Choque pesado	Motor de combustão de um único cilindro.

Tabela 4: Modos de operação de unidades acionadas - engrenagens industriais, [15].

Modo de operação	Unidade acionada
Uniforme	Geradores de energia, transportadores alimentados uniformemente ou alimentadores de sapatas, elevadores leves, máquinas de embalagem, acionadores de alimentação de máquinas-ferramentas, ventiladores, centrífugas leves, bombas rotativas, agitadores e misturadores para fluidos leves ou substâncias de densidade uniforme, cortadores, prensas, punções, unidades rotativas, unidades de acionamento.
Choque leve	Transportadores alimentados intermitentemente ou alimentadores de sapatas, acionamento principal de máquinas-ferramentas, elevadores pesados, unidades rotativas de guindastes, sistemas de ventiladores industriais e de mineração, centrífugas pesadas, bombas rotativas, agitadores e misturadores para fluidos viscosos ou substâncias de densidade variável, bombas de pistão multicilindros, bombas de alimentação, extrusoras em geral, calandras, fornos rotativos, laminadores.
Choque moderado	Extrusoras de borracha, misturadores de operação intermitente para borracha e materiais sintéticos, moinhos de bolas leves, máquinas para trabalhar madeira, moinhos de florescimento, unidades de elevação, bombas de pistão de cilindro único.
Choque pesado	Escavadeiras, rodas de caçamba e acionamentos de corrente, acionamentos de tela, pás de dragagem, amassadores de borracha, trituradores de pedra e minério, máquinas de mineração, bombas de alimentação pesadas, instalações de perfuração rotativa, prensas de tijolos, tambores de descascamento, máquinas de descasque, laminadores de correia fria, prensas de briquete, moinhos de borda.

2.4 ANÁLISE MECÂNICA

Para projetos voltados a área da engenharia, é fundamental realizar análises e estudos do comportamento mecânico de componentes e estruturas. Compreendendo assim, a resposta de determinadas condições de cargas e particularidades de projetos. Análises como a estática linear, análise dinâmica e análise a fadiga, se destacam pelos resultados e são comumente usadas para determinar e prever reações do sistema.

2.4.1 ESTÁTICA LINEAR

A análise estática linear é empregada para avaliar a resposta de um sistema a cargas ou forças estacionárias. De acordo com Budynas *et al.*, uma carga estática pode ser definida como uma força estacionária ou momento aplicado a um membro e, imutável em magnitude, ponto ou pontos de aplicação e direção, [6].

Nesse tipo de análise as deformações e deslocamentos são proporcionais às cargas aplicadas devido as condições de linearidade.

Em estudos computacionais esse tipo de análise apresenta certas particularidades, onde as cargas são aplicadas de forma lenta e gradativa, permitindo ignorar forças inerciais e de amortecimento. Após as forças atingirem sua totalidade, permanecem constantes com o passar do tempo, [16].

2.4.2 DINÂMICA

A análise dinâmica nos permite compreender como um sistema reage a variações de carga e demais fatores ao longo do tempo. já que em muitos casos as cargas se alteram com o tempo ou com a frequência, [16].

Diferente no modelo de análise estática linear, na análise dinâmica, sob efeito das acelerações presentes, forças inerciais são consideradas, resultando em fenômenos de vibrações, oscilações e ressonâncias que afetam o desempenho do sistema, sendo necessário recorrer a esse tipo de análise, [17].

2.4.3 A FADIGA

Esse tipo de análise é frequentemente empregada para determinar a resistência e a vida útil de um componente que está sujeito a cargas cíclicas. Onde é possível estimar o número de ciclos para que o material venha a falhar, fornecendo a possibilidade de adaptar o projeto às condições desejadas

A análise a fadiga em engrenagens é de suma importância, pois, conforme Zhang, *et al.* [18], falhas por fadiga de contato da engrenagem e fadiga por flexão estão dentre os principais modos de falhas envolvendo engrenagens. Já que, na grande maioria das vezes, esse tipo de falha acontece de forma repentina e inesperada, além de haver a possibilidade de ocorrer em um nível de tensão menor do que o limite de resistência à tração ou limite de escoamento para uma carga estática, [19].

2.5 EQUAÇÕES PARA CÁLCULO ANALÍTICO DE ENGRENAGENS (AGMA)

Métodos de análise para engrenagens são fundamentais para prever o comportamento de determinado sistema. Nesse contexto, o método analítico baseia-se em padrões desenvolvidos a partir de pesquisas e testes desenvolvidos ao longo do tempo, buscando encontrar pontos de melhorias e redução de falhas nos projetos. Onde os dois principais modos de falhas relacionados à fadiga presentes em um engrenamento são: falha devido à tensão de flexão e falha devido à pressão de contato entre os dentes. Devido a estes fatores, é fundamental que padrões sejam determinados para garantir a integridade e eficiência do sistema de engrenamento.

A Associação Americana de Fabricantes de Engrenagens, AGMA (do inglês – *American Gear Manufacturers Association*), formulou a norma ANSI/AGMA 2101-D04, que é um dos métodos analíticos de análise de tensões de engrenagens com base empírica mais utilizados para determinar tensões de contato (devido ao contato direto entre os dentes das engrenagens durante o engrenamento) e tensões de flexão (normalmente geradas no cordão raiz do dente) para engrenagens de dentes retos e helicoidais, [20].

Ao longo desta seção será apresentado uma revisão da norma ANSI/AGMA 2101-D04, [21], a qual contém equações e fatores fundamentais de classificação e métodos de cálculo para engrenagens de dentes retos e helicoidais. Onde inicialmente será apresentada as principais equações que são utilizadas para calcular as tensões e fatores de segurança e a seguir será

detalhado cada fator e item utilizado nas equações, possibilitando dar continuidade no trabalho a partir dos itens descritos.

2.5.1 RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO

A compreensão das distribuições de tensões no ponto de contato entre dos dentes das engrenagens durante o engrenamento é fundamental para entender quais as influências relacionadas a resistência ao crateramento podem ser mitigadas. Nos próximos tópicos serão apresentadas equações relacionadas à tensão ao contato AGMA, a tensão ao contato permitida e o fator de segurança ao contato.

2.5.1.1 Tensão ao contato AGMA

No caso de um sistema de transmissão por engrenagens, o contato entre os dentes faz com que uma engrenagem mova a outra. Após um certo número de ciclos, devido o deslizamento de uma superfície sobre a outra e com forças suficientes uma falha por crateramento pode ocorrer. Entende-se que quando duas superfícies são pressionadas uma contra a outra, como no caso de um par de engrenagens, há uma tensão de cisalhamento máxima gerada ligeiramente abaixo da superfície de contato, onde pode-se entender que esse seja o motivador de falhas por fadiga de superfície, [6].

Toni Jabbour e Ghazi Asmar [22] realizaram um trabalho que envolveu o cálculo da distribuição das tensões no contato, onde pode-se perceber que a posição do ponto de contato que sobre a maior tensão depende da relação de contato do par de engrenagens que aumenta com o número de dentes, sendo encontrada no raio do círculo primitivo.

A tensão exercida no ponto de contato das engrenagens influencia diretamente na durabilidade e performance do sistema de transmissão. Caso a tensão seja muito alta, haverá um desgaste excessivo na superfície do material ocasionando na falha prematura do dente da engrenagem. Sendo essa uma falha por fadiga superficial devido ao alto número de ciclos de tensões de contato, [6].

Segundo a norma, para o cálculo da tensão de contato deve-se utilizar a equação (2).

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{\frac{F_t K_O K_V K_S K_H Z_R}{d_p b Z_I}} \quad (2)$$

Onde:

σ_H – Tensão ao contato [N/mm²];

Z_E – Coeficiente de elasticidade [N/mm²]^{0.5};

F_t – Carga tangencial [N];

K_O – Fator de sobrecarga;

K_V – Fator dinâmico;

K_S – Fator de tamanho;

K_H – Fator de distribuição de carga;

Z_R – Fator de condição de superfície;

d_p – Diâmetro primitivo [mm];

b – Largura da face [mm];

Z_I – Fator geométrico para resistência ao crateramento.

2.5.1.2 Tensão ao contato permitida

A relação entre a tensão ao contato calculada e a tensão de contato permitida deve satisfazer a condição exposta na equação (3).

$$\sigma_H \leq \frac{\sigma_{HP} Z_N Z_W}{S_H Y_\theta Y_Z} \quad (3)$$

Onde:

σ_H – Tensão ao contato calculada [N/mm²];

σ_{HP} – Número de tensão ao contato permitido [N/mm²];

Z_N – Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento;

Z_W – Fator de proporção de dureza para resistência ao contato;

S_H – Fator de segurança ao contato;

Y_θ – Fator de temperatura;

Y_Z – Fator de confiabilidade.

2.5.1.3 Fator de segurança ao contato

O fator de segurança ao contato, segundo Robert L. Mott, [23], deve encontrar-se entre o intervalo de 1 a 1,5, onde dessa forma pode-se confiar mais que o sistema irá entregar o que

foi proposto pelo projeto, evitando falhas por fadiga de forma inesperada. O fator de segurança ao contato pode ser encontrado de acordo com a equação (4).

$$S_H = \frac{Z_N Z_W \sigma_{HP}}{Y_\theta Y_Z \sigma_H} \quad (4)$$

Onde:

S_H – Fator de segurança AGMA ao contato;

Z_N – Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento;

Z_W – Fator de proporção de dureza para resistência ao contato;

Y_θ – Fator de temperatura;

Y_Z – Fator de confiabilidade.

σ_{HP} – Número de tensão ao contato permitido [N/mm²];

σ_H – Tensão ao contato [N/mm²];

2.5.2 RESISTÊNCIA À FLEXÃO

As tensões de flexão são inerentes ao funcionamento de um sistema de transmissão, elas estão presentes devido à forma com que as forças são aplicadas e distribuídas nos dentes, dependendo de alguns fatores. A falha por fadiga devido as tensões à flexão normalmente ocorrem na região do cordão raiz do dente da engrenagem. Os próximos tópicos trarão uma abordagem referente a tensão à flexão AGMA, a tensão à flexão permitida e ao fator de segurança à flexão.

2.5.2.1 Tensão à flexão AGMA

Em um estudo realizado por Timothy J. Lisle *et al.* [20] onde foi determinado a influência da tensão de flexão que atua no dente da engrenagem utilizando o FEA, a técnica de medição de tensão experimental utilizando de extensômetro e as normas ISSO 6336:2006 e AGMA 2101-D04, pode-se concluir que a maior tensão à flexão atuante no sistema ocorre na raiz do dente da engrenagem e sobre influência direta pela geometria do dente.

O aumento do ângulo de pressão presente na geometria dos dentes das engrenagens pode trazer uma redução na tensão de flexão, uma vez que a largura da raiz do dente aumenta, tornando, no total, uma queda nas tensões de flexão na raiz do dente, [24]. Obviamente que a

escolha na alteração de parâmetros como este depende de vários fatores durante o desenvolvimento do projeto.

Para realizar escolhas mais adequadas durante a fase de projeto, analisar cada fator e a influência de cada um para a tensão à flexão é fundamental. A seguir, a equação (5) mostra como é calculado a tensão à flexão segundo a norma AGMA.

$$\sigma_F = \frac{F_t K_O K_V K_S K_H K_B}{b m_n Y_J} \quad (5)$$

Onde:

σ_F – Tensão à flexão [N/mm²];

F_t – Carga tangencial [N];

K_O – Fator de sobrecarga;

K_V – Fator dinâmico;

K_S – Fator de tamanho;

K_H – Fator de distribuição de carga;

K_B – Fator de espessura de borda;

b – Largura da face [mm];

m_n – Módulo métrico normal [mm];

Y_J – Fator geométrico para resistência à flexão.

2.5.2.2 Tensão à flexão permitida

A relação entre a tensão à flexão calculada e a tensão à flexão permitida deve satisfazer a condição exposta na equação (6).

$$\sigma_F \leq \frac{\sigma_{FP} Y_N}{S_F Y_\theta Y_Z} \quad (6)$$

Onde:

σ_F – Tensão à flexão calculada [N/mm²];

σ_{FP} – Número de tensão à flexão permitido [N/mm²];

Y_N – Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão;

S_F – Fator de segurança à flexão;

Y_θ – Fator de temperatura;

Y_Z – Fator de confiabilidade.

2.5.2.3 Fator de segurança à flexão

O fator de segurança à flexão, segundo Robert L. Mott, [23], deve encontrar-se entre o intervalo de 1 a 1,5, de modo a garantir maior confiabilidade ao projeto e eficiência ao sistema para que o mesmo atinja o objetivo proposto. O fator de segurança à flexão pode ser encontrado de acordo com a equação (7).

$$S_F = \frac{Y_N}{Y_\theta Y_Z} \frac{\sigma_{FP}}{\sigma_F} \quad (7)$$

Onde:

S_F – Fator de segurança à flexão;

Y_N – Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão;

Y_θ – Fator de temperatura;

Y_Z – Fator de confiabilidade.

σ_{FP} – Número de tensão à flexão permitido [N/mm²];

σ_F – Tensão à flexão [N/mm²];

2.5.3 FATORES UTILIZADOS NAS EQUAÇÕES AO CONTATO E À FLEXÃO

As equações de tensão ao contato AGMA, tensão ao contato permitida, fator de segurança ao contato, tensão à flexão AGMA, tensão à flexão permitida e o fator de segurança à flexão, representadas pelas equações (5), (6), (7), (8), (9) e (10), respectivamente, possuem fatores que podem influenciar tanto nas falhas por crateramento quando em falhas por flexão. Nesse sentido, faz-se necessário compreender cada fator e qual a influência cada um desempenha durante o engrenamento de um sistema de transmissão.

Para facilitar o entendimento e a compreensão, a Tabela 5 apresenta uma lista de todos os fatores que influenciam nas equações mencionadas no parágrafo anterior, indicando em qual capítulo do trabalho é possível entender a influência de cada fator e como cada fator é determinado.

Tabela 5: Fatores que influenciam nas equações ao contato e à flexão.

		Fator	Seção
Fatores comuns		Carga tangencial	F_t 2.5.4.1
		Fator de sobrecarga	K_O 2.5.4.2
		Fator dinâmico	K_V 2.5.4.3
		Fator de tamanho	K_S 2.5.4.4
		Fator de distribuição de carga	K_H 2.5.4.5
		Fator de confiabilidade	Y_Z 2.5.4.6
		Fator de temperatura	Y_θ 2.5.4.7
Fatores específicos	Crateramento	Coeficiente de elasticidade	Z_E 2.5.5.1
		Fator de condição de superfície	Z_R 2.5.5.2
		Fator geométrico para resistência ao crateramento	Z_I 2.5.5.3
		Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento	Z_N 2.5.5.4
		Fator de proporção de dureza para resistência ao contato	Z_W 2.5.5.5
		Número de tensão ao contato permitido	σ_{HP} 2.5.5.6
	Flexão	Fator de espessura de borda	K_B 2.5.6.1
		Fator geométrico para resistência à flexão	Y_J 2.5.6.2
		Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão	Y_N 2.5.6.3
		Número de tensão à flexão permitido	σ_{FP} 2.5.6.4

2.5.4 FATORES COMUNS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO E À FLEXÃO

Os próximos tópicos trarão um conjunto de fatores que influenciam e estão presentes tanto nas equações relacionadas ao crateramento quanto à flexão, equações apresentadas na seção 2.5.

2.5.4.1 Carga tangencial transmitida, F_t

Observa-se pela Figura 6 um par de engrenagens engastadas, onde o torque está sendo transmitido do pinhão (engrenagem menor) para a engrenagem maior (coroa). Para fins

didáticos as engrenagens estão representadas longe uma da outra, mas estão engrenadas no ponto de referência indicado, [25].

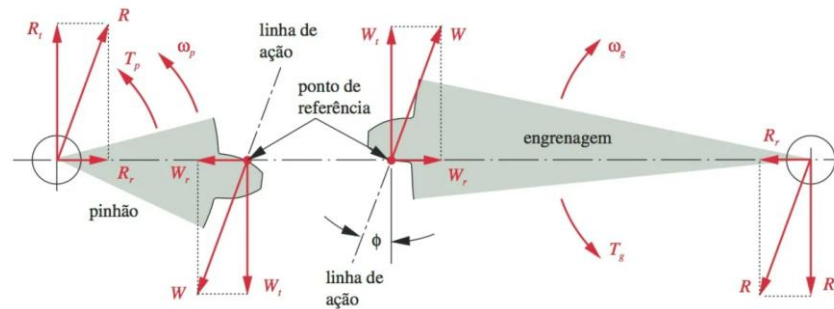


Figura 6: Forças atuantes em um par de engrenagens acopladas, [25].

Sabe-se que em grande parte das aplicações reais de um par de engrenagens o torque que será transmitido pode variar ao longo do tempo, em dependência a sua aplicação e necessidade. Nesse sentido, a carga tangencial transmitida não é constante. Sabendo disso, para que seja possível encontrar uma constante para a carga tangencial transmitida (F_t) pode-se considerar os valores de potência e velocidade de acionamento do dispositivo, caso contrário, se a carga for uniforme, os valores podem ser aplicados diretamente na equação (8), [26].

$$F_t = \frac{P}{V} = \frac{1000T}{r_p} = \frac{6 \cdot 10^4 P}{\pi d_p \omega} \quad (8)$$

Onde:

F_t – Carga tangencial transmitida, [N];

P – Potência transmitida, [W];

T – Torque transmitido, [N-m];

r_p – Raio primitivo, [mm];

d_p – Diâmetro primitivo, [mm];

ω – Rotação da engrenagem, [rpm];

V – Velocidade linear, [m/s].

Em que a velocidade linear pode ser calculada a partir da equação (9).

$$V = \frac{\pi d_p \omega}{60000} \quad (9)$$

2.5.4.2 Fator de sobrecarga, K_o

Como mencionado no capítulo 2.5.4.1, as cargas externas as quais são aplicadas ao sistema de engrenamento nem sempre são constantes, uma vez que desalinhamentos, vibrações, torque de partida ou determinadas condições do processo podem trazer uma sobrecarga maior

do que as determinadas nominalmente ao sistema. Nesse sentido, o fator de sobrecarga considera possíveis cargas adicionais que excedam a carga tangencial transmitida F_t , [6].

O fator de sobrecarga pode ser estabelecido pelo projetista uma vez que o mesmo possua uma considerável experiência de campo em cenários similares ao que está sendo analisado, do contrário, pode-se encontrar um fator de sobrecarga sugerido de acordo com a Tabela 6, [26]. Onde o fator de sobrecarga é encontrado cruzando os valores de acordo com o tipo de máquina acionada, Tabela 7, e o tipo de fonte de alimentação, Tabela 8.

Tabela 6: Fator de sobrecarga sugerido, [23].

Fonte de alimentação	Tipo de máquina acionada			
	Uniforme	Choque leve	Choque moderado	Choque pesado
Uniforme	1,00	1,25	1,50	1,75
Choque leve	1,20	1,40	1,75	2,25
Choque moderado	1,30	1,70	2,00	2,75

A fim de avaliar quais são os tipos de máquinas acionadas e de fonte de alimentação, Robert L. Mott apresenta duas tabelas que podem ser utilizadas como referência para que seja possível determinar o fator de sobrecarga K_o , [23].

Tabela 7: Condição para escolha de máquina acionada, [23].

Tipo de máquina acionada	
Uniforme	Geradores contínuos, rebobinadores de papel e filme, mecanismos de computador.
Choque leve	Bombas e ventiladores centrífugos de baixa velocidade, misturadores, transportadores sob carregamento uniforme, bombas de deslocamento positivo, processamento de tiras metálicas.
Choque moderado	Bomba centrífuga de alta velocidade, bomba e compressor alternativo, transportador de carga pesada, betoneira, máquina têxtil, moedor de carne, serras, elevadores de caçamba, escada rolante, elevador de carga, guincho, enrolador de cabo, fresadora.
Choque pesado	Triturador de rocha, acionadores de prensas, perfuradoras, máquinas punctionadeiras, pulverizador, moinho, moinhos martelo, peneira vibratória, tambor rotativo, viradores de vagão, transportador de tora, grua e guindaste, alimentadores alternativos, escavadeiras, compactadores, extrusoras de plástico.

Tabela 8: Condição para escolha de fonte de alimentação, [23].

Tipo de fonte de alimentação	
Uniforme	Motor elétrico, turbina a gás com velocidade constante.
Choque leve	Turbina hidráulica, impulsor de velocidade variável.
Choque moderado	Motor de combustão multicilindros.

2.5.4.3 Fator dinâmico, K_V

O fator dinâmico (K_V), ou também conhecido como fator de velocidade, busca levar em conta as cargas de vibração geradas internamente devido aos impactos quando pares de dentes são engrenados. Esses impactos se dão devido as imprecisões na manufatura e da velocidade na circunferência primitiva, onde o erro de transmissão é maior em casos onde há engrenagens com baixa precisão, variações na fabricação, desbalanceamento ou desalinhamento do eixo, [25]. A AGMA provê curvas empíricas para o fator dinâmico (K_V), em função da velocidade linear no diâmetro primitivo.

Para determinar tal fator, pode-se utilizar a Figura 7, onde é possível realizar uma aproximação utilizando das curvas empíricas, as quais não levam em consideração a ressonância, efetuando o cruzamento entre as curvas que levam em consideração o nível de precisão A_V e a velocidade linear no ponto primitivo.

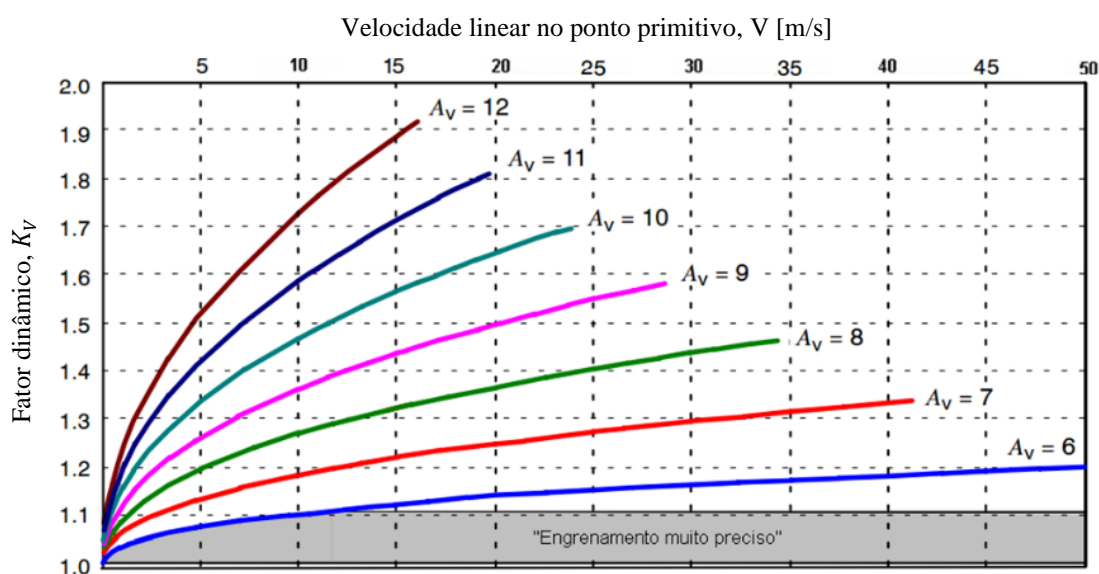


Figura 7: Curvas do nível de precisão para determinar o fator dinâmico K_V , [21].

O nível de precisão A_V pode ser definido segundo a Tabela 9, proposta por Robert L. Mott, em que leva em consideração a aplicação de operação das engrenagens.

Tabela 9: Aplicação para encontrar o número de nível de precisão A_V , [23].

Aplicação	A_V	Aplicação	A_V
Acionador do tambor do misturador de cimento	A11	Furadeira de baixa potência	A9
Forno de cimento	A11	Máquina têxtil	A8
Colheitadeira/Selecionador de milho	A10	Máquina de lavar roupas	A8
Guindaste/Bomba centrífuga	A10	Prensa de impressão	A7
Prensa de esmagamento	A10	Mecanismo de computador	A6
Esteira de mineração	A10	Transmissão de automóveis	A6
Serra industrial	A10	Acionador de antena de radar	A5
Máquina de fabricação de papel	A9	Acionador de propulsor marítimo	A5
Mecanismos do medidor de gás	A9	Acionador de motor de avião	A4
Fresadora	A9	Giroscópio	A2

Segundo Robert L. Mott, [23], sabendo o número de nível de precisão A_V , também é possível encontrar o fator dinâmico utilizando a equação (10), onde os valores das constantes “B” e “C” estão descritos pela equação (11).

$$K_V = \left[\frac{C}{C + \sqrt{V}} \right]^{-B} \quad (10)$$

Onde:

$$B = 0,25(A_V - 5,0)^{\frac{2}{3}} \quad (11)$$

$$C = 3,5637 + 3,9914(1,0 - B)$$

2.5.4.4 Fator de tamanho, K_S

O fator de tamanho está relacionado com as não uniformidades presentes no material devido seu tamanho. Variando de acordo com características como o tamanho do dente, diâmetro dos pares, proporção entre o tamanho dos dentes e diâmetro da peça, largura da face, endurecimento e tratamentos térmicos, [6].

De acordo com Budynas *et al.*, [6], o fator de tamanho K_S pode ser definido mutuamente como o fator de tamanho utilizado na equação de Lewis. Então, o valor de K_S pode ser definido conforme as equações (12) e (13). Onde em casos em que a largura da face for de 2,79 a 51 mm, utiliza-se a equação (12) e em casos onde a largura da face for de 52 a 254 mm a equação (13), [6].

$$K_S = \frac{1}{1,1833(bm\sqrt{Y})^{-0,0535}} \quad (12)$$

$$K_S = \frac{1}{1,4098(bm\sqrt{Y})^{-0,0785}} \quad (13)$$

Onde:

b – Largura da face, [mm];

m – Módulo métrico [mm];

Y – Fator de forma de Lewis.

A constante Y , que representa o fator de forma de Lewis, pode ser determinada de acordo com os valores contidos na Tabela 10, desde que o ângulo de pressão normal seja 20°, dentes com profundidade completa e um passo diametral unitário no plano de rotação, [6].

Tabela 10: Valores do fator de forma Y de Lewis, [6].

Número de dentes	Y	Número de dentes	Y
12	0,245	28	0,353
13	0,261	30	0,359
14	0,277	34	0,371
15	0,290	38	0,384
16	0,296	43	0,397
17	0,303	50	0,409
18	0,309	60	0,422
19	0,314	75	0,435
20	0,322	100	0,447
21	0,328	150	0,460
22	0,331	300	0,472
24	0,337	400	0,480
26	0,346	Cremalheira	0,485

Segundo Robert L. Mott, [23], o fator de tamanho K_S também pode ser encontrado em função do valor do módulo utilizado, conforme a Tabela 11.

Tabela 11: Fator de tamanho K_S em função do módulo, [23].

Módulo	K_S
≤ 5	1,00
6	1,05
8	1,15
12	1,25
20	1,40
> 20	1,50

2.5.4.5 Fator de distribuição de carga, K_H

Variações na fabricação de engrenagens ou durante a montagem, tais como alinhamento, coroamento, espaçamento, ou por deflexões ao longo do uso devido a cargas aplicadas, expansões térmicas ou até mesmo devido às altas velocidades de operação, podem causar desalinhamentos axiais ou pequenos desvios no formato do dente podem ocasionar numa desigualdade na distribuição da carga ao longo da largura da face do dente, problema que pode se agravar conforme o aumento da largura da face. Desse modo, o fator de distribuição de carga prevê uma não uniformidade da carga ao longo da linha de contato, [6]. De forma que a magnitude do fator de distribuição da carga da face é definida como a intensidade do pico de carga dividida pela intensidade média da carga em toda a largura da face, [26].

O fator de distribuição de carga pode ser calculado de acordo com a equação (14), desde que o projeto de engrenagens esteja relativamente rígido e com engrenagens montadas entre rolamentos, livres de fatores externos que possam causar deflexões não projetadas.

$$K_H = 1,0 + K_{Hmc}(K_{Hpf}K_{Hpm} + K_{Hma}K_{He}) \quad (14)$$

Onde:

K_{Hmc} – Fator de formato da face do dente;

K_{Hpf} – Fator de proporção do pinhão;

K_{Hpm} – Modificador de proporção do pinhão;

K_{Hma} – Fator de alinhamento de engrenagem;

K_{He} – Fator de ajuste.

O fator de formato da face do dente, K_{Hmc} , trata-se da presença ou não do coroamento nos dentes das engrenagens, o coroamento pode ser visto na Figura 8. Tal processo é uma técnica empregada para melhorar o desempenho da transmissão, o qual pode modificar a intensidade da carga máxima quando presente na superfície do dente, [26]. Onde para dentes com coroamento o fator de formato de forma, K_{Hmc} , equivale a 0,8 e para dentes sem coroamento o fator é igual a 1, [6].

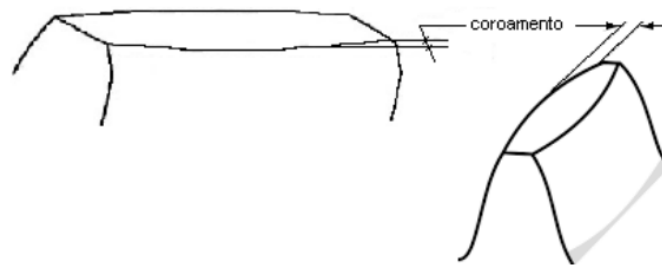


Figura 8: Dentes de engrenagem com coroamento, [26].

O fator de proporção do pinhão, K_{Hpf} , está relacionado com as deflexões no dente devido à carga, o qual tende a ser mais elevado para maiores larguras de face do dente. Podendo ser encontrado de acordo com as equações (15), (16) e (17), de acordo com a largura da face.

Para engrenagens onde $b \leq 25 \text{ mm}$:

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10d_p} - 0,025 \quad (15)$$

Para engrenagens onde $25 < b \leq 432 \text{ mm}$:

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10d_p} - 0,0375 + 0,000492b \quad (16)$$

Para engrenagens onde $432 < b \leq 1020 \text{ mm}$:

$$K_{Hpf} = \frac{b}{10d_p} - 0,1109 + 0,000815b - 0,000000353b^2 \quad (17)$$

Para valores onde a relação $\frac{b}{10d_p} < 0,05$ é válida, deve-se assumir o K_{Hpf} como 0,05.

Outra forma de se encontrar o fator de proporção do pinhão é utilizando as curvas presentes no gráfico da Figura 9.

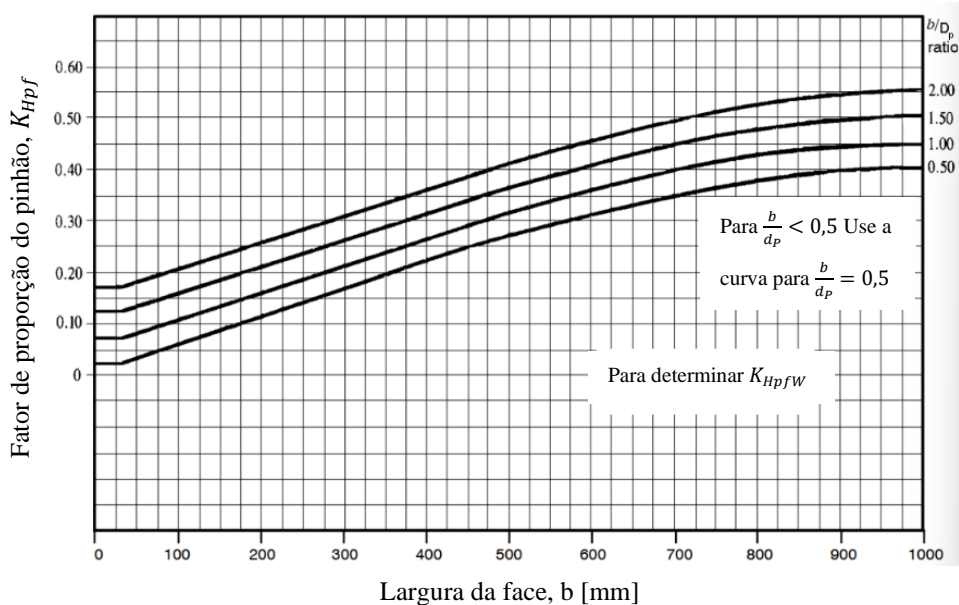


Figura 9: Fator de proporção do pinhão K_{Hpf} , [21].

O valor de K_{Hpm} corresponde ao modificador de proporção do pinhão, o qual altera o K_{Hpf} com base na localização do pinhão em relação à linha central do rolamento, conforme exemplificado na Figura 10. O valor de K_{Hpm} é 1,0 para pinhões montados onde a relação $\frac{S_1}{S} < 0,175$ é satisfeita, e 1,1 para pinhões montados onde satisfaz a relação $\frac{S_1}{S} \geq 0,175$. Onde S é a distância entre centros dos dois mancais e S_1 o deslocamento do pinhão em relação ao centro da distância entre os dois mancais.

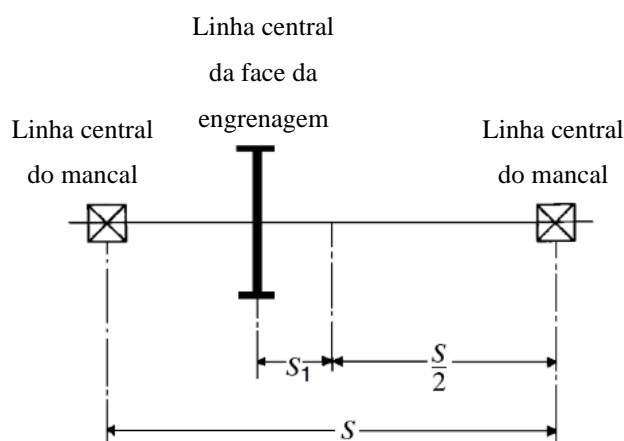


Figura 10: Posição da engrenagem no eixo de transmissão, [21].

O fator de alinhamento de engrenagens, K_{Hma} , por sua vez avalia a influência do desalinhamento do eixo de transmissão e o efeito que tal desalinhamento gera da rotação das

engrenagens. De acordo com a norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016), [21], o valor de K_{Hma} pode ser encontrado de acordo com a Figura 11, cruzando o valor da largura da face, b , com uma das quatro curvas relacionadas ao tipo de engrenagem.

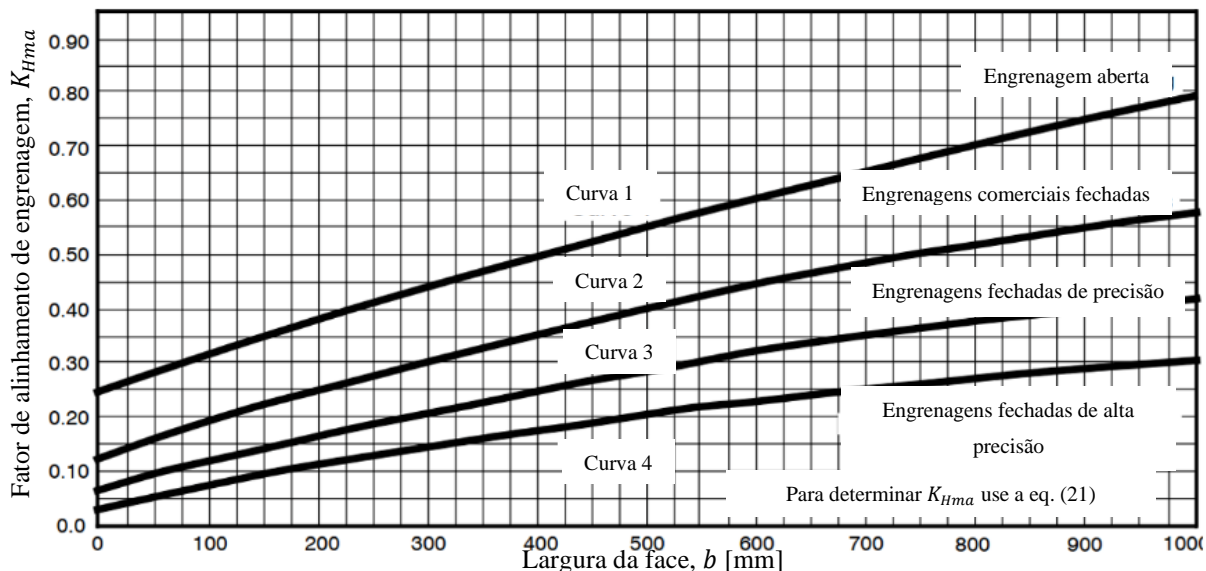


Figura 11: Fator de alinhamento de engrenamento, [21].

O valor do fator de alinhamento, K_{Hma} , também pode ser encontrado de acordo com a equação (18), a qual trabalha com 3 constantes que estão relacionadas com as características da precisão das engrenagens e seu desalinhamento. O valor das constantes pode ser obtido na Tabela 12.

$$K_{Hma} = A + B(b) + C(b)^2 \quad (18)$$

Tabela 12: Constantes para cálculo do fator de alinhamento K_{Hma} , [21].

Curva		A	B	C
Curva 1	Engrenagem aberta	$2,47 \times 10^{-1}$	$0,657 \times 10^{-3}$	$-1,186 \times 10^{-7}$
Curva 2	Engrenagens comerciais fechadas	$1,27 \times 10^{-1}$	$0,622 \times 10^{-3}$	$-1,690 \times 10^{-7}$
Curva 3	Engrenagens fechadas de precisão	$0,675 \times 10^{-1}$	$0,504 \times 10^{-3}$	$-1,440 \times 10^{-7}$
Curva 4	Engrenagens fechadas de alta precisão	$0,380 \times 10^{-1}$	$0,402 \times 10^{-3}$	$-1,270 \times 10^{-7}$

Onde, segundo Robert L. Mott, [23], cada curva considera o tipo de montagem dos mancais, as quais podem ser entendidas como:

- **Curva 1 – Engrenagem aberta:** Quando os mancais são montados na estrutura da própria máquina;

- **Curva 2 – Engrenagens comerciais fechadas:** Quando os mancais são montados numa estrutura especial, proporcionando melhor rigidez;
- **Curva 3 – Engrenagens fechadas de precisão:** Quando os mancais são montados numa estrutura especial e com tolerâncias dimensionais precisas;
- **Curva 4 – Engrenagens fechadas de alta precisão:** Quando os mancais montados possuem tolerância dimensional minuciosa, normalmente há ajustes na montagem para conseguir um alinhamento muito preciso durante o engrenamento.

Por fim, o fator de ajuste, K_{He} , trata-se de um fator de correção para casos onde é usado alguma técnica de fabricação ou montagem que melhore o alinhamento do engrenamento. Podendo ser considerado $K_{He} = 0,8$ para engrenamento ajustado na montagem, ou quando a compatibilidade é melhorada por lapidação (ou ambos), e $K_{He} = 1,0$ para todas as outras condições, [6].

2.5.4.6 Fator de confiabilidade, Y_Z

O fator de confiabilidade tem relação com a distribuição estatística normal das falhas encontradas nos testes de materiais usados em projetos de engrenagens, [6]. A Tabela 13 mostra fatores de confiabilidade para determinadas aplicações, onde deve ser realizada uma análise com base nos requisitos de aplicação, os números de tensão permitidos são baseados na probabilidade estatística de 1 falha em 100 a 10^7 ciclos. Onde tais valores são baseados em dados desenvolvidos pela Marinha dos Estados Unidos, [21].

Tabela 13: Fator de confiabilidade Y_Z , [21].

Requisitos de aplicação	Y_Z ¹⁾
Menos de uma falha em 10000	1,50
Menos de uma falha em 1000	1,25
Menos de uma falha em 100	1,00
Menos de uma falha em 10	0,85 ²⁾
Menos de uma falha em 2	0,70 ^{2) 3)}

Notas:

1) Às vezes, a quebra por flexão, no dente, é considerada um risco maior do que por crateramento. Nesses casos, um valor maior de Y_Z é selecionado para flexão.

2) Nesse valor, pode ocorrer um fluxo plástico ao invés de crateramento.

3) Fruto da extrapolação dos dados de teste.

Segundo Budynas *et al*, [6], pode-se obter o fator de confiabilidade Y_Z de acordo com a equação (19) e com a Tabela 14.

$$Y_Z = \begin{cases} 0,658 - 0,0759 \ln(1 - R) & 0,5 < R < 0,99 \\ 0,5 - 0,109 \ln(1 - R) & 0,99 < R < 0,9999 \end{cases} \quad (19)$$

Tabela 14: Fator de confiabilidade: Falha por fadiga do material, [6].

Confiabilidade (R)	Y_Z
0,9999	1,5
0,999	1,25
0,99	1,00
0,90	0,85
0,50	0,70

2.5.4.7 Fator de temperatura, Y_θ

Em casos onde o engrenamento está acontecendo a temperaturas, do óleo ou do próprio engrenamento, até 120°C, é recomendado utilizar o fator de temperatura $Y_\theta = 1$. Caso contrário, em casos onde a temperatura está acima de 120°C, o valor de Y_θ é maior que 1, porém isso depende da experiência do projetista, [21].

2.5.5 FATORES ESPECÍFICOS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA AO CRATERAMENTO

Os próximos tópicos apresentarão uma série de fatores que exercem influência especificamente para as análises realizadas para tensão ao contato.

2.5.5.1 Coeficiente de elasticidade, Z_E

O coeficiente de elasticidade pode ser definido pela equação (20) ou, segundo Budynas *et al.*, [6], pela Tabela 15.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[\left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) + \left(\frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]}} \quad (20)$$

Onde:

Z_E - Coeficiente de elasticidade, $[\text{N}/\text{mm}^2]^{0,5}$;

ν_1 e ν_2 - Razão de Poisson do pinhão e da coroa, respectivamente;

E_1 e E_2 - Módulo de elasticidade do pinhão e da coroa, respectivamente.

Tabela 15: Coeficiente de elasticidade padronizado para alguns materiais, [6].

Material do pinhão	Módulo de elasticidade do pinhão E_1 , [Mpa]	Material da coroa e modulo de elasticidade E_2 , [Mpa]					
		Aço (2×10^5)	Ferro maleável ($1,7 \times 10^5$)	Ferro nodular ($1,7 \times 10^5$)	Ferro fundido ($1,5 \times 10^5$)	Bronze alumínio ($1,2 \times 10^5$)	Bronze estanho ($1,1 \times 10^5$)
Aço	(2×10^5)	191	181	179	174	162	158
Ferro maleável	($1,7 \times 10^5$)	181	174	172	168	158	154
Ferro nodular	($1,7 \times 10^5$)	179	172	170	166	156	152
Ferro fundido	($1,5 \times 10^5$)	174	168	166	163	154	149
Bronze alumínio	($1,2 \times 10^5$)	162	158	156	154	145	141
Bronze estanho	($1,1 \times 10^5$)	158	154	152	149	141	137

Razão de Poisson = 0,30

2.5.5.2 Fator de condição superficial, Z_R

O fator de condição superficial depende de alguns fatores, tais como: acabamento superficial, presença de rebarbas, efeitos plásticos, tensões residuais, os quais podem influenciar diretamente na resistência ao crateramento do dente da engrenagem. Para casos onde há um efeito prejudicial do acabamento superficial a AGMA ainda não definiu fatores padrões, podendo ser utilizado um fator maior que 1,0 a depender da experiência do projetista. Desde que a condição superficial adequada seja alcançada, o fator de condição superficial, Z_R , pode ser considerado como uma unidade, [21].

2.5.5.3 Fator geométrico ao crateramento, Z_I

Tal fator avalia os raios de curvatura do perfil do dente quando estão em contato, baseando-se no formato da geometria do dente. Robert L. Mott, [23], propõe que o fator geométrico ao crateramento pode ser encontrado de acordo com a Equação (21).

$$Z_I = C_c C_x \quad (21)$$

Onde:

C_c – Fator de curvatura na linha primitiva;

C_x – Fator para ajustes da altura específica do LPSTC (Ponto extremo inferior de contato de um dente, abaixo da linha primitiva).

O fator de curvatura na linha primitiva pode ser encontrado de acordo com a equação (22).

$$C_c = \frac{\cos \theta \sin \theta}{2} \frac{i}{i + 1} \quad (22)$$

Onde:

i – Relação de transmissão;

θ – Ângulo de pressão.

Por sua vez, o fator para ajustes da altura específica do LPSTC pode ser definido pela equação (23)

$$C_x = \frac{(C_1 - C_3 + C_4)(C_2 + C_3 - C_4)}{C_1 C_2} \quad (23)$$

Os valores de C_1 , C_2 , C_3 e C_4 podem ser obtidos pelas equações (24), (25), (26) e (27), respectivamente.

$$C_1 = \frac{(N_p \sin \theta)}{2} \quad (24)$$

$$C_2 = C_1 i \quad (25)$$

$$C_3 = \pi \cos \theta \quad (26)$$

$$C_4 = 0,5 \left[\sqrt{(N_p + 2)^2 - (N_p \cos \theta)^2} - \sqrt{N_p^2 - (N_p \cos \theta)^2} \right] \quad (27)$$

Outra maneira de encontrar o fator geométrico de resistência ao crateramento é a partir do gráfico apresentado na Figura 12, onde Robert L. Mott relaciona a relação de transmissão com o número de dentes do pinhão, N_p , [23].

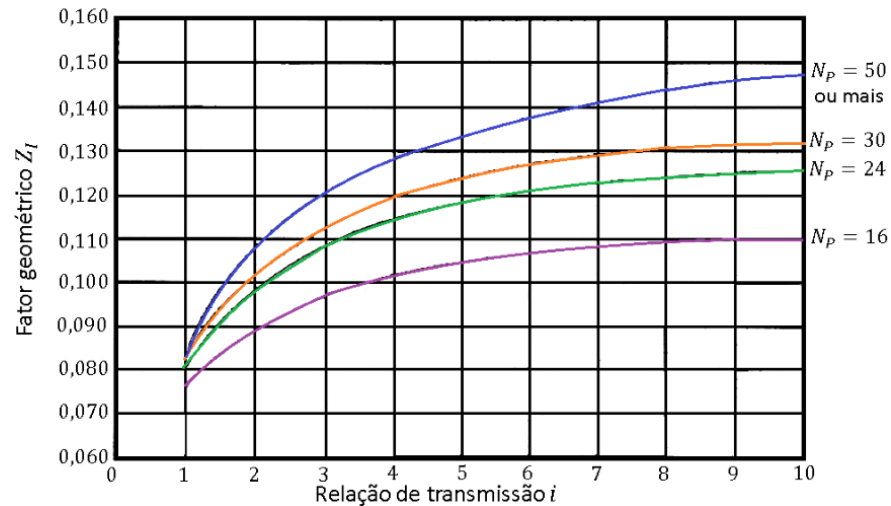


Figura 12: Fator geométrico ao crateramento, Z_I , para ângulo de pressão 20° , [23].

2.5.5.4 Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento, Z_N

O fator de ciclo de tensão é utilizado para ajustar o número de tensão admissível para o número requerido de ciclos de operação. Tais valores de tensões admissíveis são estabelecidos, a partir da AGMA, para um valor de 10^7 ciclos de carga unidirecional dos dentes e com 99% de confiabilidade, [21]. Sendo possível obtê-lo a partir da equação (28).

$$Z_N = 1,4488n_L^{-0,023} \quad (28)$$

Onde:

n_L – Número de ciclos de tensão.

Por sua vez, n_L pode ser calculado com base na equação (29).

$$n_L = 60L\omega q \quad (29)$$

Onde:

L – Vida nominal projetada, [horas];

ω – Rotação, [rpm];

q – Número de contatos por revolução.

A fim de auxiliar a definição da vida nominal projetada, uma vez que há máquinas que operam em variados períodos de tempo, Robert L. Mott propõe uma tabela com a vida em horas para determinadas aplicações, a qual está representada na Tabela 16.

Tabela 16: Vida nominal em diferentes aplicações, [23].

Aplicação	Vida em horas
Motor de avião	1000 – 4000
Máquina agrícola	3000 – 6000
Elevadores, ventiladores industriais, transmissões de diversos uso	8000 – 15000
Motor elétrico, soprador industrial, máquinas industriais em geral	20000 – 30000
Bombas e compressores	40000 – 60000
Equipamento crítico de funcionamento contínuo (24h)	100000 - 200000

O fator do ciclo de tensão também pode ser obtido de outra maneira, a partir do gráfico mostrado na Figura 13, o qual sugere curvas de ciclo de tensão para engrenagens de aço. A zona sombreada na figura trata-se da influência de fatores como a velocidade na linha de passo, limpeza, ductilidade e tenacidade à fratura, a parte superior diz respeito a aplicações gerais e a parte inferior é utilizada para serviços críticos, onde deve ser mínimo o desgaste por crateramento e é necessário baixos níveis de vibração, [21].

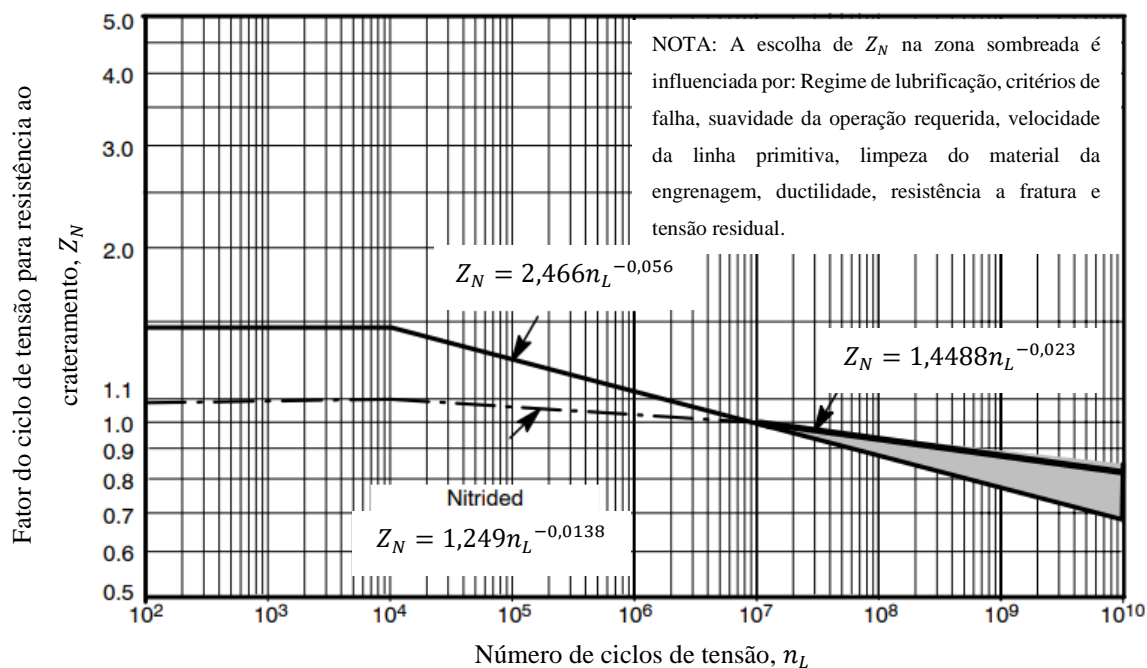


Figura 13: Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento, Z_N , [21].

2.5.5.5 Fator de proporção de dureza, Z_W

O fator de proporção de dureza depende de aspectos como a relação de transmissão, acabamento superficial no flanco do dente do pinhão e da dureza na superfície da coroa e do pinhão. Para o pinhão, o valor de Z_W é fixado em 1,0, já para a coroa esse valor pode ser 1,0 ou conforme será descrito a seguir.

- Coroa integralmente endurecida

Em casos onde a superfície de contato do pinhão é substancialmente mais dura em relação a coroa, o efeito de endurecimento por trabalho aumenta a capacidade da engrenagem. Nesse cenário, pode ser encontrado de acordo com a equação (30) ou a partir da Figura 14, [21].

$$Z_W = 1,0 + A(i - 1,0) \quad (30)$$

Sendo válida a relação:

$$Se \begin{cases} \frac{H_{B1}}{H_{B2}} < 1,2; A = 0 \\ 1,2 \leq \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \leq 1,7; A = 0,00898 \left(\frac{H_{B1}}{H_{B2}} \right) - 0,00829 \\ \frac{H_{B1}}{H_{B2}} > 1,7; A = 0,00693 \end{cases}$$

Onde:

H_{B1} – Dureza Brinell do pinhão, [HB]; H_{B2} – Dureza Brinell da coroa, [HB]; i – Relação de transmissão.

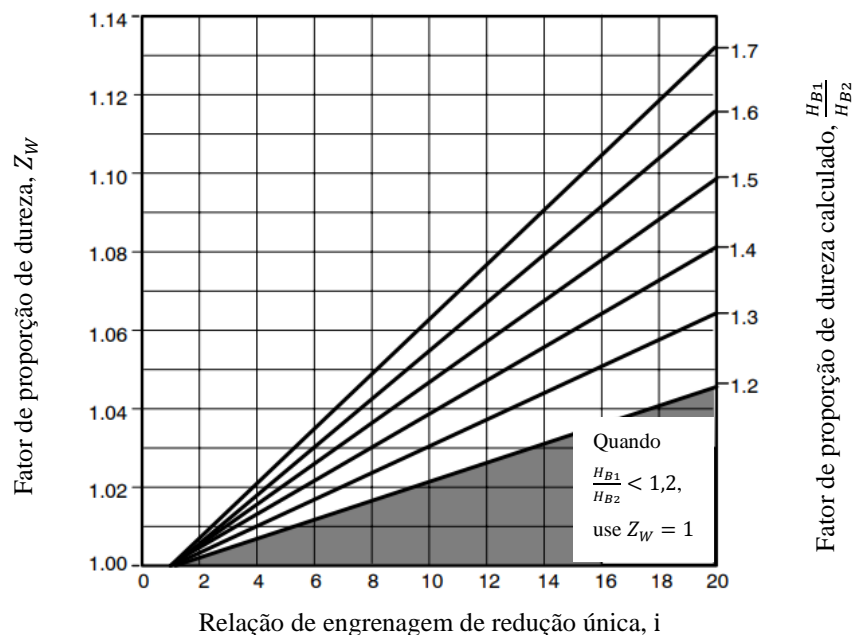


Figura 14: Fator de proporção de dureza, Z_W , [21].

- Coroa com a superfície de contato endurecida

Uma vez que um pinhão superficialmente endurecido (460 HB ou mais) esteja em engrenamento com uma coroa integralmente endurecida (180 a 400 HB) é obtido um efeito de endurecimento, onde o fator de proporção de dureza, Z_W , varia com o acabamento superficial do pinhão. O fator Z_W da coroa pode ser obtido pela equação (31) ou pelo gráfico mostrado na Figura 15, [21].

$$Z_W = 1,0 + B(450 - H_{B2}) \quad (31)$$

Onde:

$$B = 0,00075e^{-0,448R_{z1}};$$

e – Base dos logaritmos naturais (ou neperianos) $\approx 2,71828$;

R_{z1} – Acabamento superficial final do pinhão, [Ra].

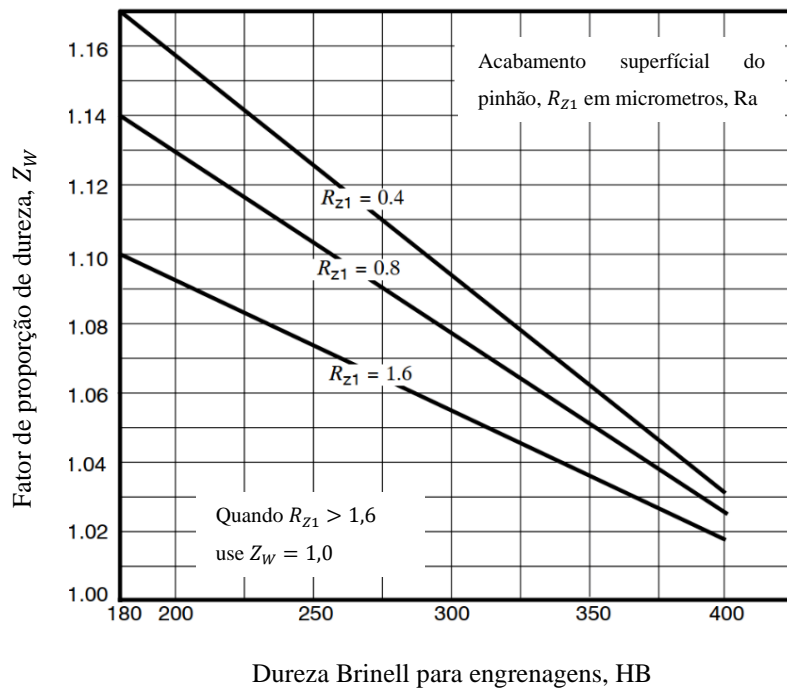


Figura 15: Fator de proporção de dureza, coroa com superfície endurecida, [21].

2.5.5.6 Número de tensão ao contato permitido, σ_{HP}

Nessa etapa, fatores como a composição do material, tensões residuais, microestrutura, qualidade nos processos de fabricação, presença ou não de tratamentos térmicos podem ocasionar em variações no número de tensão ao contato permitido.

Para aços, costuma-se utilizar a Tabela 17 para determinar o valor de σ_{HP} .

Tabela 17: Número de tensão ao contato permitido, σ_{HP} , para aço, [21].

Material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão de contato admissível, σ_{HP} , [N/mm ²]		
			Classe 1	Classe 2	Classe 3
Aços	Endurecidos	Figura 15	Figura 15	Figura 15	-
	Chama ou indução	50 HCR	1170	1310	-
		54 HCR	1205	1345	-
	Caburizado	-	1240	1550	1895
	Nitretado (aço endurecido)	83,5 HR15N	1035	1125	1205
84,5 HR15N		1070	1160	1240	
2,5% cromo (sem alumínio)	Nitretado	87,5 HR15N	1070	1185	1305
Nitr alloy 135M		90,0 HR15N	1170	1260	1345
Nitr alloy N		90,0HR15N	1185	1300	1415
2,5% cromo (sem alumínio)		90,0HR15N	1215	1350	1490

O número de tensão ao contato permitido também pode ser calculado de acordo com a Figura 16.

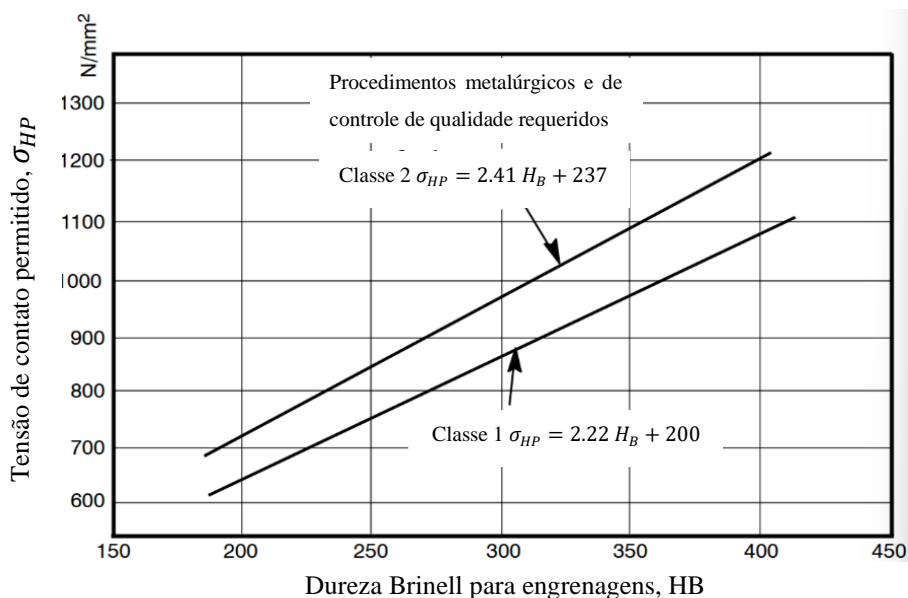


Figura 16: Número de tensão ao contato permitido, σ_{HP} , para aço, [21].

A Figura 17 mostra uma série de durezas Brinell padronizadas e seus equivalentes em outras medidas de dureza. Podendo ser utilizada para realizar a conversão entre unidades caso necessário.

Brinell	Rockwell		Vickers	Aço: resistência à tração (1000 psi aprox.)	Brinell	Rockwell		Vickers	Aço: resistência à tração (1000 psi aprox.)
Nº¹	B	C	Nº²		Nº¹	B	C	Nº²	
(745)		65,3			262	(103,0)	26,6	277	127
(712)		63,3			255	(102,0)	25,4	268	123
(682)		61,7			248	(101,0)	24,2	261	120
(653)		60,0			241	100,0	22,8	252	116
(627)		58,7			235	99,0	21,7	246	114
601		57,3	639		229	98,2	20,5	241	111
578		56,0	614		223	97,3	(18,8)	235	108
555		54,7	590	298	217	96,4	(17,5)	228	105
534		53,5	569	288	212	95,5	(16,0)	222	102
514		52,1	546	274	207	94,6	(15,2)	217	100
495		51,6	527	269	201	93,8	(13,8)	211	98
477		50,3	508	258	197	92,8	(12,7)	207	95
461		48,8	490	244	192	91,9	(11,5)	202	93
444		47,2	472	231	187	90,7	(10,0)	196	90
429		45,7	455	219	183	90,0	(9,0)	184	89
415		44,5	440	212	179	89,0	(8,0)	188	87
401		43,1	424	202	174	87,8	(6,4)	183	85
388		41,8	410	193	170	86,8	(5,4)	179	83
375		40,4	396	184	167	86,0	(4,4)	175	81
363		39,1	383	177	163	85,0	(3,3)	171	79
352	(110,0)	37,9	371	171	156	82,9	(0,9)	164	76
341	(109,0)	36,6	360	164	149	80,8			73
331	(108,5)	35,5	349	159	143	78,7			71
321	(108,0)	34,3	338	154	137	76,4			67
311	(107,5)	33,1	327	149	131	74,0			65
302	(107,0)	32,1	319	146	126	72,0			63
293	(106,0)	30,9	309	141	121	69,8			60
285	(105,5)	29,9	301	138	116	67,6			58
277	(104,5)	28,8	292	134	111	65,7			56
269	(104,0)	27,6	284	130					

Observações: esta é uma condensação da Tabela 2, Report J417b, SAE 1971 Handbook. Os valores em () estão além da faixa normal e são apresentados apenas para fins de informação.

¹Os valores acima de 500 são para esfera de carbeto de tungstênio; abaixo de 500, para esfera padrão.

²Vickers: número de dureza com a pirâmide de diamante; carga de 50 kg.

Fonte: Modern Steels and Their Properties, Bethlehem Steel Co., Bethlehem, PA.

Figura 17: Conversão de dureza padronizada, [23].

2.5.6 FATORES ESPECÍFICOS PARA CÁLCULO DA RESISTÊNCIA À FLEXÃO

A seguir, nos próximos tópicos, será apresentado uma série de fatores que exercem influência direta e específica na análise de tensão à flexão.

2.5.6.1 Fator de espessura de borda, K_B

Comumente a falha por fadiga à flexão ocorre no filete do cordão raiz do dente da engrenagem, porém, em casos onde a espessura da borda não é suficiente para fornecer suporte ao cordão raiz do dente da engrenagem, essa falha pode acontecer na borda da engrenagem. Diante disso, recomenda-se utilizar o fator de espessura de borda, K_B , o qual ajusta o valor calculado de tensão de flexão para engrenagens com borda estreita. Inicialmente deve-se encontrar o valor correspondente a relação de espessura de borda abaixo do cordão raiz do dente, conforme a equação (32), [21].

$$m_B = \frac{t_R}{h_t} \quad (32)$$

Onde:

t_R – Espessura da borda abaixo da raiz do dente, [mm];

h_t – Altura total do dente, [mm].

A altura total do dente pode ser calculada para dentes de profundidade completa e ângulo de pressão 20° de acordo com a equação (33).

$$h_t = m + 1,25m \quad (33)$$

Onde:

m – Módulo métrico normal, [mm].

Com o valor de m_B podemos encontrar o fator de espessura de borda, K_B , de acordo com o gráfico mostrado na Figura 18. A qual fornece valores recomendados de K_B para relações de espessura de borda abaixo do cordão raiz do dente acima de 0,5. Caso o valor seja igual ou superior a 1,2 o fator de espessura de borda deve ser considerado 1,0, para valores abaixo de 1,2 deve-se utilizar a equação descrita na Figura 18.

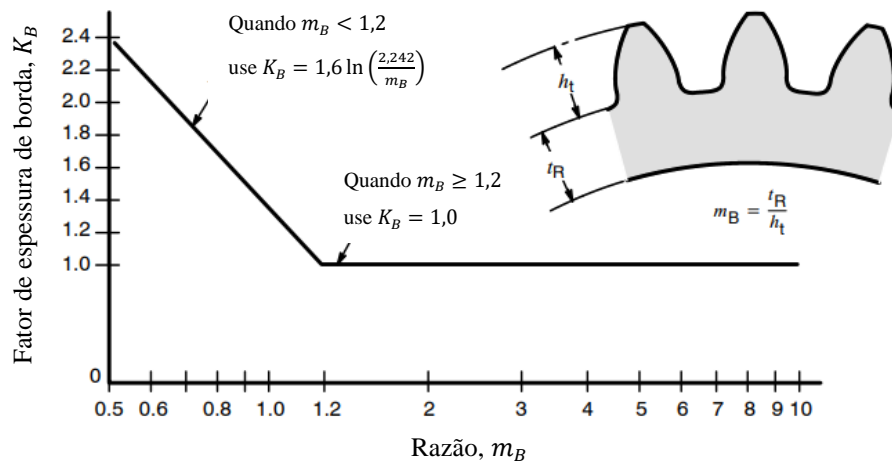


Figura 18: Fator de espessura de borda, K_B , [21].

2.5.6.2 Fator geométrico para resistência à flexão, Y_f

O fator geométrico para resistência à flexão, Y_f , avalia a forma do dente, mais especificamente o raio do cordão raiz da involta do dente e a posição em que a carga mais danosa ao dente é aplicada, levando em conta o fator de forma de Lewis modificado e suas distribuições de carga. O fator geométrico para resistência à flexão é determinado pela norma AGMA 908-B89, a qual inclui tabelas para formas comuns de dentes e métodos analíticos, onde o fator geométrico, Y_f , é um valor sem dimensão, e que leva em consideração fatores como a forma do dente, posição de carga e concentrações de tensões, [21].

O fator geométrico para resistência à flexão também pode ser encontrado no gráfico apresentado pela Figura 19, o qual é conveniente para fins de projetos. Limitando-se para engrenagens de dentes retos com ângulo de pressão igual a 20° com profundidade total, [6].

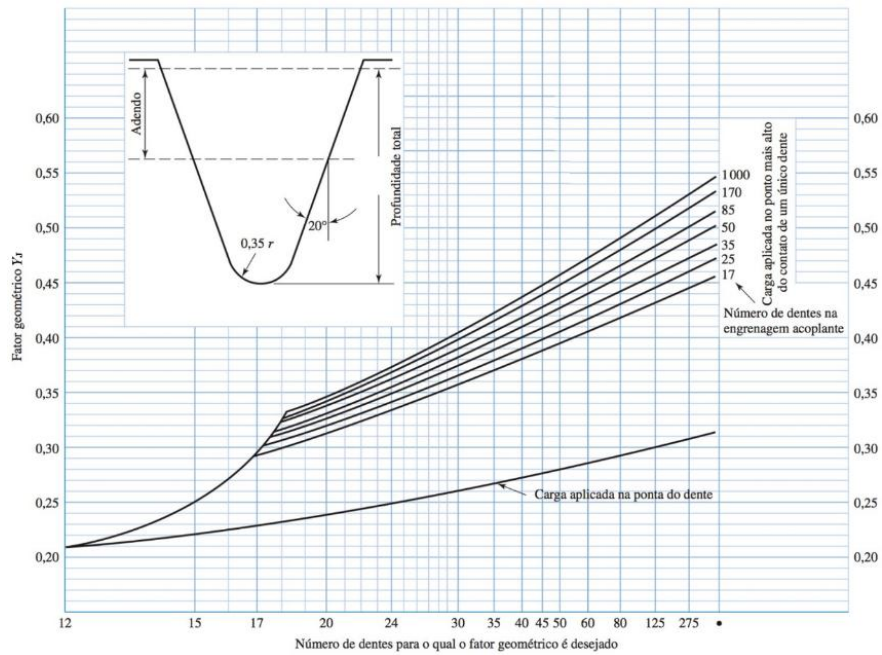


Figura 19: Fator geométrico - engrenagens de dentes retos com ângulo de pressão 20° , [6].

2.5.6.3 Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, Y_N

No cenário atual, ainda não há dados e informações o suficiente para fornecer gráficos precisos de ciclagem de tensão para todos os tipos de engrenagem nem para suas aplicações, devido à grande variabilidade dos processos. No entanto, o gráfico apresentado na Figura 20 sugere valores para o fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, Y_N para engrenagens de aço. Onde a zona sombreada trata-se da influência de alguns fatores que podem interferir na escolha e determinação de Y_N , [21].

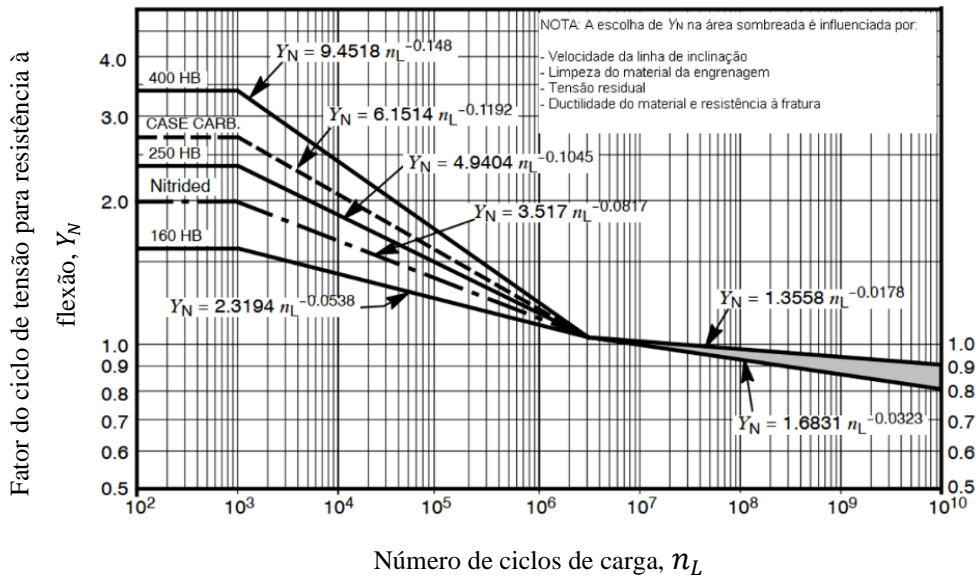


Figura 20: Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, Y_N , para aços, [21].

De acordo com Robert L. Mott, o fator do ciclo de tensão para resistência à flexão em engrenagens pode ser definido de acordo com a equação (34), [23].

$$Y_N = 1,3558n_L^{-0,0178} \quad (34)$$

Em que n_L pode ser determinado de acordo com a equação (29), apresentada na subção 2.5.5.4.

2.5.6.4 Número de tensão à flexão permitido, σ_{FP}

Fatores como a composição do material, limpeza no processo de manufatura, tensão residual, microestrutura, qualidade do processo de fabricação e tratamentos térmicos o qual o material passa influenciam diretamente no número de tensão à flexão permitido. Esses valores são baseados no fator de sobrecarga da unidade, 10^7 ciclos de tensão, carga unidirecional e confiabilidade nos testes de 99%. Para o número de tensão à flexão permitido, pode-se encontrar a partir da Tabela 18 ou utilizando a relação apresentada na Figura 21.

Tabela 18: Número de tensão à flexão permitido, σ_{FP} , para aços, [21].

Material	Tratamento térmico	Dureza superficial mínima	Tensão à flexão admissível, σ_{FP} , [N/mm ²]		
			Classe 1	Classe 2	Classe 3
Aços	Endurecidos	Figura	Figura	Figura	-
	Chama ou indução, padrão A ³	-	310	380	-
	Chama ou indução, padrão B ³	-	150	150	-
	Caburizado	-	380	450 ou 485	515
	Nitretado	83,5 HR15N	-	-	-
Nitralloy 135M, Nitralloy N e 2,5% cromo (sem alumínio)	Nitretado	87,5 HR15N	-	-	-

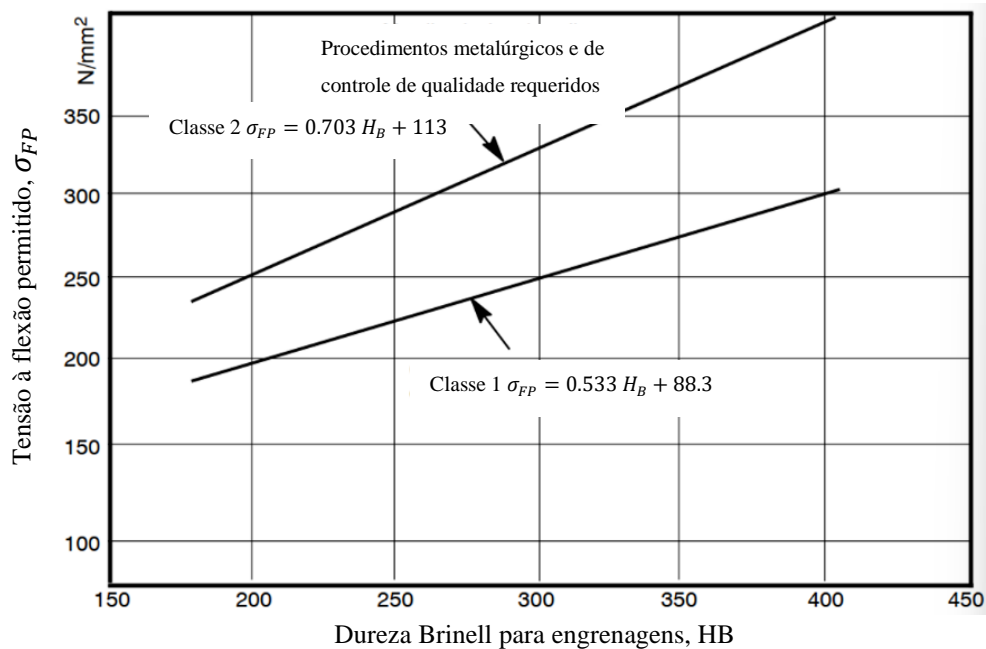


Figura 21: Número de tensão à flexão permitido, σ_{FP} , para aços, [21].

2.6 ANÁLISE DE ELEMENTOS FINITOS - SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Pode-se considerar como diferença entre os métodos analíticos e numéricos o fato de que analiticamente expressões matemáticas buscam determinar a solução exata de problemas, que muitas vezes podem representar simplificações para determinados casos. O método numérico por sua vez visa fornecer uma solução transformando as expressões matemáticas em um conjunto de equações algébricas, as quais dependem de certos parâmetros, [27].

O método de elementos finitos (MEF) é considerado um procedimento utilizado para a resolução numérica de equações expressas na forma diferencial ou integral, comumente associadas a nós, o que permite calcular a função elemento a elemento. Possibilitando obter a evolução no espaço e/ou tempo de variáveis que representam comportamentos físicos de sistemas, tais como deslocamentos, tensões e deformações, [27].

Por sua vez, um elemento finito pode ser entendido como uma subdivisão de um domínio em partes menores, sendo definido por um nó, ponto em que as equações são resolvidas. Podendo ser representado por triângulos ou quadriláteros em duas dimensões (2D) ou tetraedros e hexaedros em três dimensões (3D), [27].

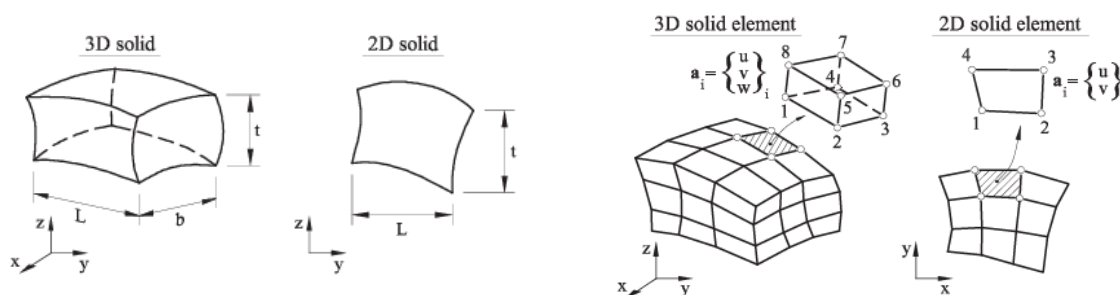


Figura 22: Modelo estrutural de elementos, [27].

A geometria de uma estrutura é discretizada quando é dividida em uma malha de elementos com determinada precisão, onde essa região de estudo reduz o problema a um espaço de dimensão finita, o que permite resolver numericamente usando computadores. Durante a discretização pode ocorrer erros no modelo que podem ser ajustados de acordo com o tamanho dos elementos (reduzindo a malha), ou até mesmo erros associados à capacidade de processamento dos computadores, fazendo com que não seja possível simular perfeitamente o comportamento real da estrutura, [27].

O método de solução de um sistema estrutural e mecânico em análises numéricas baseia-se na resolução de um sistema de equações da forma descrita pela equação 35 abaixo. A

resolução dessa equação pode ser feita utilizando dois métodos distintos: métodos diretos e métodos iterativos.

$$Ku = F \quad (35)$$

Onde:

K é a matriz de rigidez do sistema (relação entre as forças aplicadas e os deslocamentos resultantes);

u é o vetor de deslocamentos desconhecidos;

F é o vetor de forças aplicadas.

Os métodos diretos de resolução no ANSYS® solucionam a equação de forma exata, sem a necessidade de aproximações iterativas. Entre os principais métodos de solução direta, destacam-se o Direct Sparse Solver (qual utiliza a fatoração da matriz global do sistema), Cholesky Decomposition (usa matrizes simétricas e definidas positivas) e o LDL Decomposition (aplicado a matrizes simétricas que podem não ser definidas positivas), [28].

Por sua vez, os métodos iterativos são mais eficientes para problemas em grande escala, pois não exigem a formação e manipulação direta da matriz K, encontrando a solução aproximada por sucessivas iterações. Dentre os métodos iterativos destaca-se o Conjugate Gradient – CG, Gauss-Seidel Iterative Solver, Jacobi Iterative Solver e o utilizado neste estudo Newton-Raphson Method, [28].

O método de Newton-Raphson é utilizado principalmente em problemas não lineares, onde a relação entre força e deslocamento não é mais linear, como em sistemas com grandes deformações ou superfícies de contato, que influenciam diretamente nos resultados do sistema. Nesse contexto, a matriz de rigidez K não é mais constante e varia a cada passo iterativo, pois depende das deformações ou das condições de contato, fazendo com que seja recalculada a cada iteração. Embora o método seja muito eficaz para casos como o de um engrenamento, ele ainda sim pode ser sensível à escolha do valor inicial e, em alguns casos, pode não convergir se o ponto inicial estiver longe da solução exata, [28].

Esse comportamento não linear é modelado de maneira eficiente por elementos finitos, e a precisão da solução depende da escolha adequada das funções de forma, que interpolam os deslocamentos dentro dos elementos. No caso de funções de forma quadráticas, como no SOLID186, é possível capturar de maneira mais precisa as variações de deformações e tensões, especialmente em problemas de contato, [28].

2.6.1 SOLID186

Em determinadas estruturas há geometrias complexas e que impossibilitam o uso de modelos simples de tensão plana, como é o caso de engrenagens, onde a geometria do dente possui formas irregulares, sendo necessário realizar uma análise tridimensional completa. O ANSYS® utiliza o SOLID186 para realizar análises estruturais em peças complexas para problemas de tensão, deformação e dinâmica estrutural. O qual possui 20 nós com três graus de liberdade cada e está ilustrado na Figura 23 abaixo.

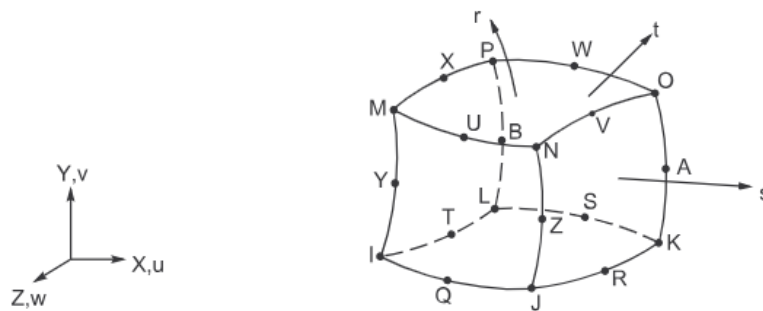


Figura 23: SOLID186, [28].

2.6.1.1 Deslocamento

Considerando como referência o SOLID186 apresentado na Figura 23, pode-se definir o movimento de um ponto pelas três componentes do vetor de deslocamento ilustrados na Equação 36. Com u, v e w deslocamentos nas direções dos eixos cartesianos x, y e z como representado à esquerda da Figura 23.

$$\mathbf{u} = [u, v, w]^T \quad (36)$$

2.6.1.2 Deformação

O campo de deformação é descrito pelos seis componentes padrões da teoria da elasticidade em três dimensões, e seu vetor pode ser representado conforme a Equação 37.

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_x, \gamma_y, \gamma_z]^T \quad (37)$$

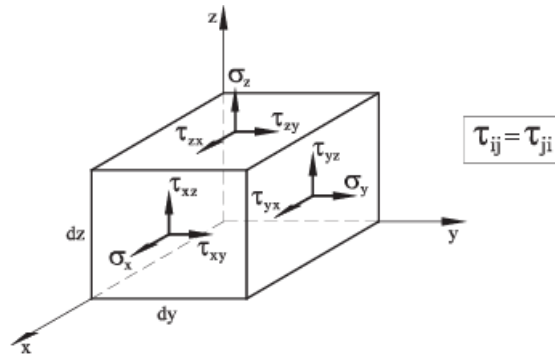


Figura 24: Tensões em um sólido 3D, [27].

Onde:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \varepsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x}; \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad (38)$$

Com $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$ sendo deformações normais e $\gamma_x, \gamma_y, \gamma_z$ deformações tangenciais.

2.6.1.3 Tensão

O campo de deformação é descrito pelos seis componentes que são conjugados das seis deformações diferentes de zero apresentados na Equação 37, e seu vetor pode ser representado conforme a Equação 39.

$$\boldsymbol{\sigma} = [\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}]^T \quad (39)$$

Onde $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ são tensões normais e $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$ tensões tangenciais. Seguindo o mesmo critério de sinal apresentado na Figura 24.

Em que a tensão máxima pode ser expressa como:

$$\det([\boldsymbol{\sigma}] - \lambda \mathbf{I}_3) = 0 \quad (40)$$

Onde:

$$[\boldsymbol{\sigma}] = \begin{bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{bmatrix}; \mathbf{I}_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (41)$$

2.6.2 ELEMENTOS DE CONTATO: CONTA174 E TARGE170

No contexto da análise numérica do estudo, os elementos de contato são essenciais para representar a interação entre os dentes durante o engrenamento do sistema e a transmissão do

torque e movimento. No ANSYS®, essa interação é descrita e modelada por meio de pares de elementos específicos, os quais permitem capturar o comportamento de contato. Os dois elementos mais utilizados para tal finalidade são o CONTA174 e o TARGE170. Onde o primeiro é aplicado à superfície da peça que está em contato, enquanto o segundo define a superfície-alvo sobre o qual o contato ocorre, [28].

2.6.2.1 Elemento CONTA174

O elemento CONTA174 é utilizado para modelar a superfície de contato e deslizamento em uma análise de interação entre sólidos, como é o caso do contato entre os dentes das engrenagens durante a rotação.

Este elemento localiza-se nas superfícies de elementos sólidos como é o caso do SOLID186, tendo as mesmas características geométricas que a face do elemento conectado. O contato ocorre quando a superfície do elemento penetra a superfície alvo associada. Por sua vez, este elemento ajusta dinamicamente à superfície da geometria deformável e pode incluir efeitos como fricção e separação. A Figura 25 apresenta a geometria do elemento, [28].

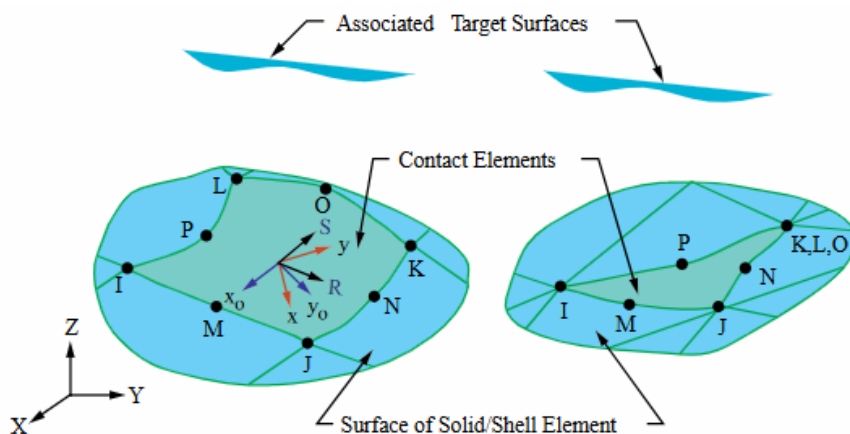


Figura 25: Geometria CONTA174, [28].

2.6.2.2 Elemento TARGE170

O elemento TARGE170 é utilizado para definir a superfície alvo com a qual o elemento CONTA174 descrito na subseção anterior interage. É frequentemente associado a corpos rígidos ou superfícies que servem como referência para o contato, onde no caso do engrenamento é atribuído a uma das engrenagens do contato, neste caso a engrenagem movida.

3 Capítulo 3: Aspectos Metodológicos

O método de trabalho do presente projeto abrange o conhecimento descrito na última versão da norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016), [21], a qual apresenta uma sequência de equações e parâmetros que devem ser definidos para realizar os cálculos analíticos para engrenagens. Do mesmo modo, ainda sobre a norma, utilizou-se da revisão realizada no artigo de D. L. Nunez, [26]. Informações adicionais relevantes para o levantamento bibliográfico foram retiradas dos livros: Elementos de máquinas de Shigley [6] e Elementos de máquinas em projetos mecânicos [23].

Para a modelagem analítica das tensões à flexão e ao contato do sistema de engrenamento, foi utilizado o *software* MATLAB[®]. Nele, as equações e os parâmetros necessários para os cálculos foram implementados de forma a obter os valores analíticos desejados. Além de auxiliar no cálculo desses valores, o MATLAB[®] permite a plotagem de gráficos, o que é essencial para analisar o comportamento do sistema e a influência da variação de determinados parâmetros na integridade estrutural do sistema.

Para realizar as análises numéricas por meio de simulações computacionais, o modelo proposto foi desenvolvido utilizando plataformas de Projeto Assistido por Computador (CAD do inglês – *Computer Assisted Design*). A modelagem 3D do sistema de referência foi realizada no *software* SolidWorks[®] 2024 (versão acadêmica) e, em seguida, importada para o ANSYS[®] 2024 (versão de investigação). Esse processo permitiu conduzir as análises necessárias para comparar os resultados com os valores obtidos na análise analítica.

A execução deste trabalho segue o fluxo apresentado na Figura 26, que ilustra a sequência de atividades realizadas para obter os valores das tensões à flexão e ao contato, tanto pelo método analítico quanto pelo numérico. Conforme apresentado no fluxograma, as etapas detalhadas para o cálculo das tensões de flexão e de contato correspondentes e o processo de análise numérica serão apresentadas nas figuras indicadas.

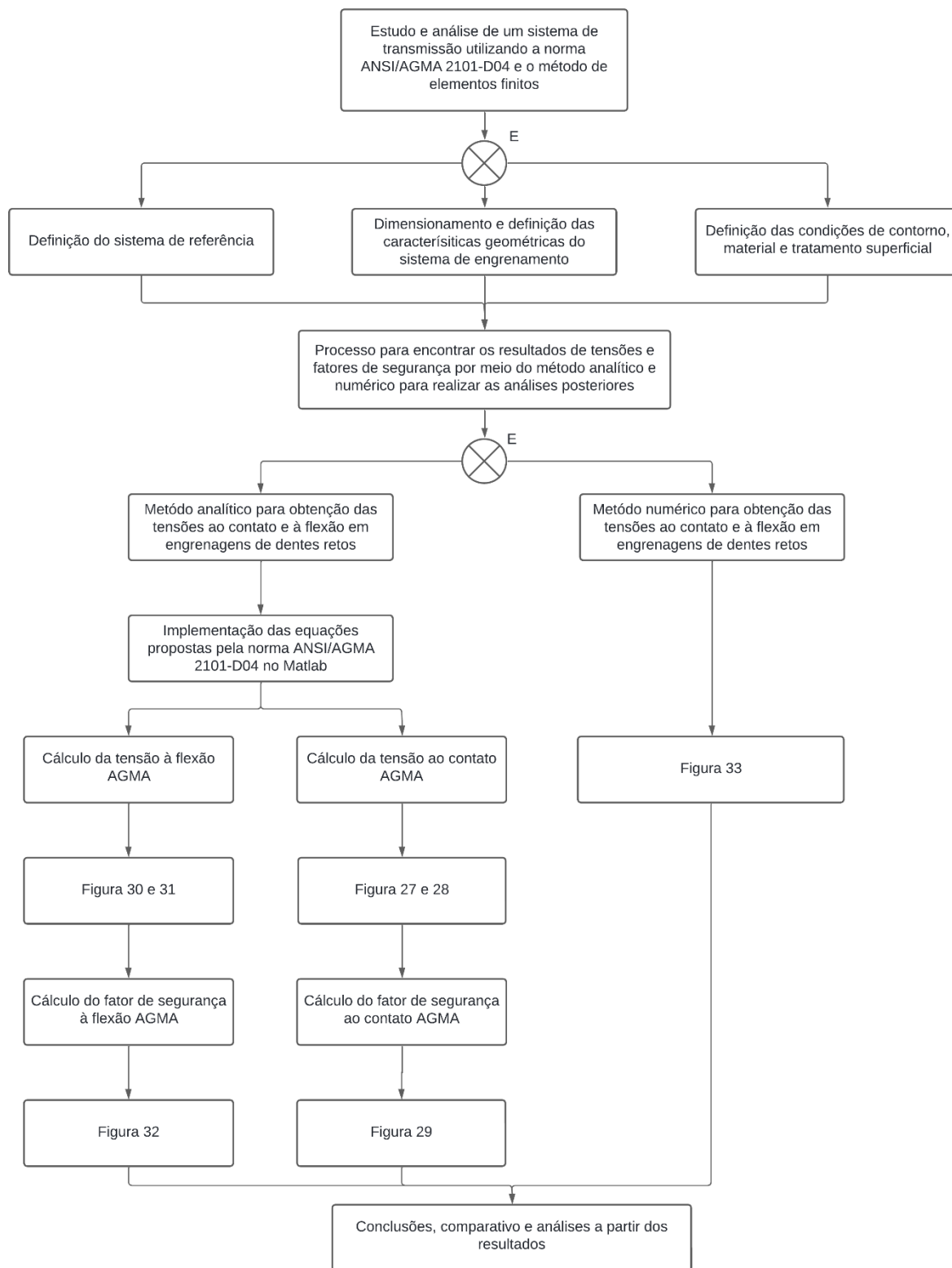


Figura 26: Fluxograma das etapas do estudo

As seções a seguir contarão com o descritivo do método de estudo utilizado, onde na seção 3.1 será discutida a escolha do sistema de referência e as condições de contorno adotadas ao longo do trabalho. Na seção 3.2 será apresentada a implementação da norma ANSI/AGMA 2101-D04 no MATLAB[®], assim como as escolhas e cálculos dos fatores e coeficientes que possuem relação direta com o sistema de referência utilizado. Por fim, na seção 3.3, serão abordados a modelagem do sistema de referência no SolidWorks[®] e a análise numérica realizada com o auxílio do ANSYS[®].

3.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA

Neste estudo de caso, o par de engrenagens de dentes retos analisado baseou-se no trabalho desenvolvido por Nicholas David Leque, intitulado “*Development of an experimental methodology for evaluation of gear contact fatigue under high-power and high-temperature conditions*”, neste estudo, foram avaliadas experimentalmente falhas de contato em engrenagens, com o desenvolvimento de amostras de testes que apresentam a falha por contato como seu principal modo de falha, dado que o *pitting* tem sido um problema na transmissão de potência, [4].

O equipamento utilizado para realizar os testes é uma máquina padrão de *pitting* do tipo FZG, frequentemente utilizada em indústrias de powertrain e lubrificação. A máquina permite aplicar um torque e uma velocidade constante, onde os testes foram realizados em condições de lubrificação por imersão, [4].

Para a realização dos testes foram empregados dois tipos de aço: Pyrowear 53 e SAE 4118, onde o Pyrowear 53 é uma liga de alta qualidade para aplicações aeroespaciais, enquanto o SAE 4118 é um aço comumente utilizado em transmissões automotivas de alta velocidade. O aço SAE 4118 foi tratado termicamente e obteve uma dureza superficial de cerca de 59 Rc (dureza Brinell HB 634) com profundidade de camada de aproximadamente 1mm, [4].

Neste estudo, o material selecionado é o aço SAE 4118, empregado em um sistema de transmissão automotiva. O sistema opera com um torque aplicado ao pinhão é de 250 N-m, uma rotação de 8000 RPM e sob uma temperatura de 90°C, conforme [4].

A Tabela 19 apresenta os valores do sistema de referência, que servirão como base para o dimensionamento do modelo e para o desenvolvimento dos cálculos de tensões à flexão e ao contato.

Tabela 19: Sistema de referência, [4].

Parâmetros	Símbolo	Valor		Unidade
		Pinhão	Coroa	
Número de dentes	N	17	26	-
Módulo métrico normal	m_n	4,230		[mm]
Diâmetro primitivo	d_p	71,910	109,980	[mm]
Diâmetro externo	d_e	80,370	118,440	[mm]
Diâmetro raiz	d_r	61,335	99,405	[mm]
Diâmetro base	d_b	67,573	103,347	[mm]
Ângulo de pressão	θ	20		[°]
Largura da face	b	14,000	20,290	[mm]
Distância entre centros	C	90,945		[mm]
Raio de base	r	0,846		[mm]

A Tabela 20 apresenta os parâmetros estruturais do aço SAE 4118 utilizado na fabricação das engrenagens. Esses valores servem como referência para validar o material nas condições operacionais.

Tabela 20: Parâmetros do aço SAE 4118, [4].

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Módulo de elasticidade	$E_{1,2}$	210000	[MPa]
Razão de Poisson	$\nu_{1,2}$	0,30	-
Densidade de massa	ρ	7900	[kg/m ³]
Resistência à tração		1158	[MPa]
Limite de escoamento		1034	[MPa]

3.1.1 TESTES REALIZADOS

Para avaliar a influência de diferentes parâmetros no sistema de engrenagens, foram conduzidos três teste distintos, incluindo o teste sob as condições padrões (iniciais). O Teste 1 representa as condições de origem do sistema de referência. No Teste 2, houve uma variação na largura da face tanto do pinhão quanto da coroa, ajustada conforme o intervalo recomendado por Robert L. Mott [23]. O Teste 3, as condições geométricas do Teste 1 foram mantidas, mas

o torque do pinhão foi ajustado dentro do intervalo $125 \leq T \leq 375$, o que representa 50% a menos e a mais que o torque nominal.

A Tabela 21 apresenta os parâmetros utilizados para a realização de cada teste, contendo o material utilizado, torque de entrada, rotação e largura da face.

Tabela 21: Parâmetros de teste, [4].

Teste	Material	Torque do pinhão (T) [N·m]	Largura da face (b) [mm]	
			Pinhão	Coroa
Teste 1	Aço SAE 4118M	250	14	20,29
Teste 2	Aço SAE 4118M	250	$6 \cdot m_n \leq b \leq 16 \cdot m_n$	
Teste 3	Aço SAE 4118M	$125 \leq T \leq 375$	14	20,29

3.2 IMPLEMENTAÇÃO DAS EQUAÇÕES ANALÍTICAS NO MATLAB®

A implementação das equações analíticas deste estudo foi fundamentada nas equações, tabelas, gráficos e recomendações da norma ANSI/AGMA 2101-D04 (2016), a qual foi descrita com mais detalhes na seção 2.5. As equações e parâmetros de entrada foram inseridos no MATLAB®, permitindo o cálculo dos valores de tensão de contato e à flexão, assim como o fator de segurança de ambos. Nas subseções 3.2.1, 3.2.2 e 3.2.3 será detalhada cada etapa do processo, abordando os dados e procedimentos aplicados em cada fase.

3.2.1 DEFINIÇÃO DOS FATORES E PARÂMETROS

Obteve-se a carga tangencial, F_t , a partir da Equação 8, utilizando o torque de entrada e o raio primitivo, resultado em um valor de 6953,13 N.

O fator de sobrecarga, K_o , é determinado a partir da definição da máquina acionada e da fonte de alimentação da mesma. Onde, neste caso, a máquina é acionada por um motor elétrico, agindo uniformemente. Seguindo as Tabelas 6, 7 e 8 temos que o fator de sobrecarga K_o considerado para esse sistema é de 1,000.

Tendo em vista que a aplicação do sistema é em uma máquina de testes, que foi considerada em condições automotivas, o fator dinâmico, K_v , obtém-se por meio da Tabela 9 (A6 – transmissão de automóveis), onde aplicando na Equação 10 (com os fatores B e C da equação 11) encontramos um fator dinâmico K_v de 1,164.

Tem-se pela Tabela 10 que o fator de forma de Lewis, Y , para pinhão com 17 dentes é de 0,303. Dessa forma, o fator de tamanho, K_S , pode ser encontrado utilizando a Equação 12 (uma vez que a largura da face está entre o intervalo de 2,79 a 51 mm), resultando em um fator de tamanho K_S de 1,018.

O fator de distribuição de carga, K_H , foi determinado a partir da Equação 14, onde foi considerado um dente sem coroamento e um sistema de engrenagens fechadas de precisão ajustado na montagem, resultando em um valor de 1,054.

Para o fator de confiabilidade, Y_Z , foi considerado uma confiabilidade de 99%, resultando em um fator de 1,000. Assim como o fator de temperatura, Y_θ , onde para engrenamentos que estão acontecendo a temperaturas de até 120° é considerado 1,000.

O coeficiente de elasticidade, Z_E , foi calculado com base na Equação 20, utilizando da razão de Poisson e módulo de elasticidade tanto do pinhão quanto da coroa, resultando em um valor de 191,645 [N/mm²]^{0,5}.

Seguindo as recomendações da norma, o fator de condição de superfície, Z_R , considerado é de uma unidade.

O fator geométrico para resistência ao crateramento, Z_I , foi obtido a partir da Equação 21, levando em consideração valores de relação de transmissão, ângulo de pressão e número de dentes do pinhão. Neste caso, o valor de Z_I resultou em 0,085.

Para o fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento, Z_N , levou-se em consideração a definição da vida nominal projetada para o sistema de transmissão de uso diverso, utilizando como referência a Tabela 16, proposta por Robert Mott, [23], onde para esse tipo de componente tem-se a vida em horas de 15000 horas. Aplicando na Equação 29, e por fim na Equação 28, tem-se que o valor do fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento é de 0,859.

Segundo informações descritas pela norma, o fator de proporção de dureza para resistência ao contato, Z_W , para o pinhão é fixado em uma unidade.

O fator de espessura de borda, K_B , relaciona a espessura da borda abaixo da raiz do dente com a altura total do dente, essa relação resultou em uma condição superior a 1,2. De forma que, segundo a norma, o valor de espessura de borda deve ser considerado 1,000.

Fator geométrico para resistência à flexão, Y_J , é definido pelo gráfico apresentado na Figura 18, a qual relaciona o número de dentes do pinhão e da engrenagem acoplada, resultado num valor de 0,290.

O fator do ciclo de tensão para resistência à flexão, Y_N , segundo Robert L. Mott [23], é definido com base na equação 34, resultando em um valor de 0,905.

Para definição do número de tensão ao contato permitido, σ_{HP} , utiliza-se a Equação 3. Onde, inicialmente, considera-se um fator de segurança, S_H , igual a 1, uma vez que segundo Robert L. Mott [23] o fator de segurança deve encontrar-se entre o intervalo de 1 a 1,5. Os demais índices presentes na equação são os mesmos definidos anteriormente. Uma vez que o artigo de referência informou que a dureza Brinell da superfície do dente é de 634 HB, pode-se calcular o valor de σ_{HP} Utilizando a equação de classe 2 da Figura 16, obtendo um número de tensão ao contato permitido de 1764,940 MPa.

Para realizar a definição do número de tensão à flexão permitido, σ_{FP} , utilizou-se a equação de classe 2 presente na Figura 20, onde o valor de dureza Brinell utilizado foi o mesmo fornecido, resultando em um número de tensão à flexão permitido de 558,702 MPa.

3.2.2 MÉTODO PARA CÁLCULO DAS TENSÕES DE CONTATO ENVOLVIDAS

Para encontrar os valores de tensão ao contato e fator de segurança ao contato utilizou-se o método analítico descrito na seção 2.5. A metodologia utilizada para o cálculo de tensão ao contato AGMA e fator de segurança AGMA está descrita nos fluxogramas apresentados pelas Figuras 27/28 e 29, das subseções 3.2.2.1 e 3.2.2.2, respectivamente.

3.2.2.1 Tensão ao contato AGMA

Os fluxogramas apresentados nas Figuras 27 e 28 apresentam o processo para o cálculo da tensão ao contato AGMA, considerando diversos fatores que influenciam na resistência ao crateramento. A partir desses fatores e equações, determina-se a tensão ao contato de acordo com a equação 2.

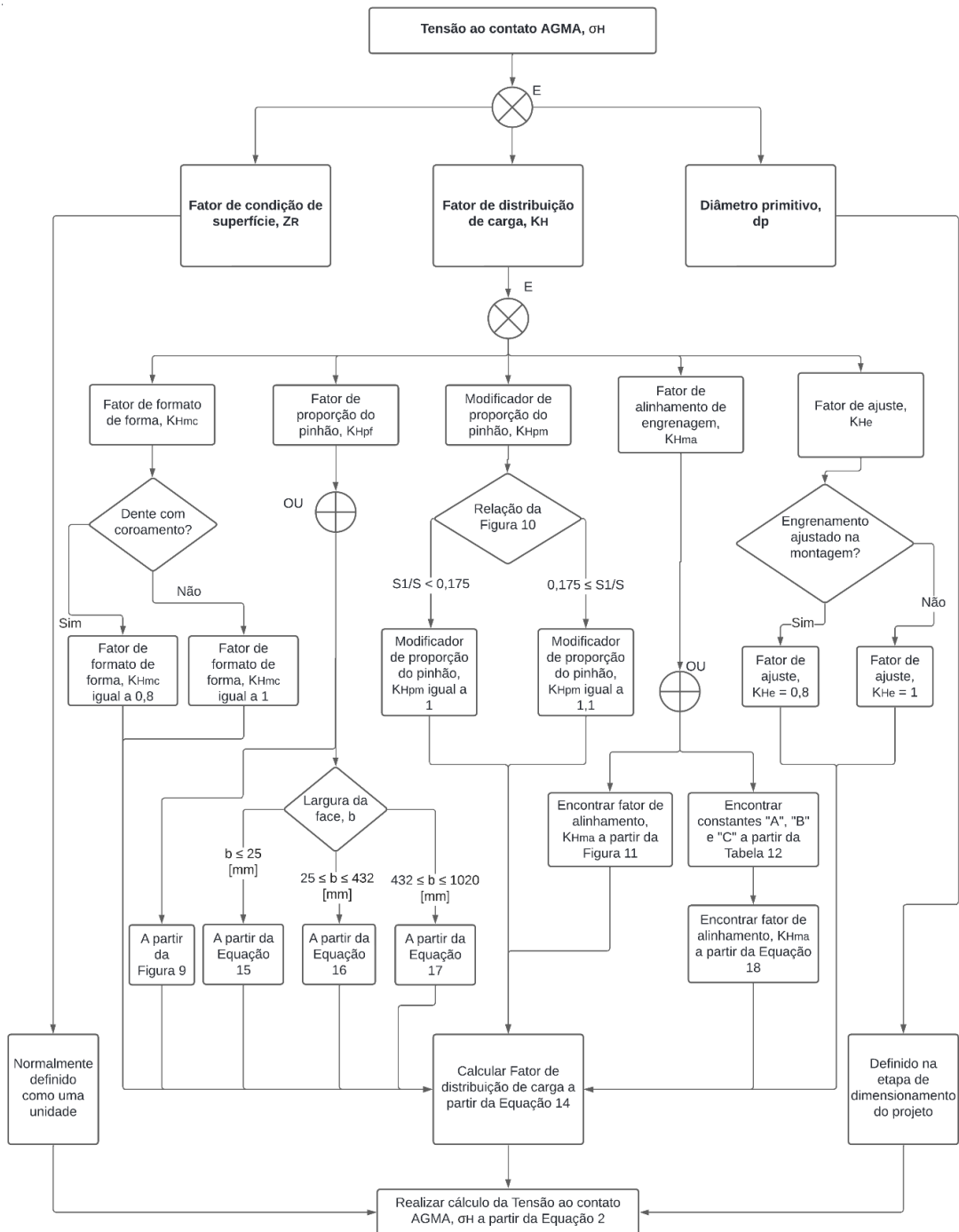


Figura 27: Fluxograma para cálculo da Tensão ao contato AGMA – Parte 1

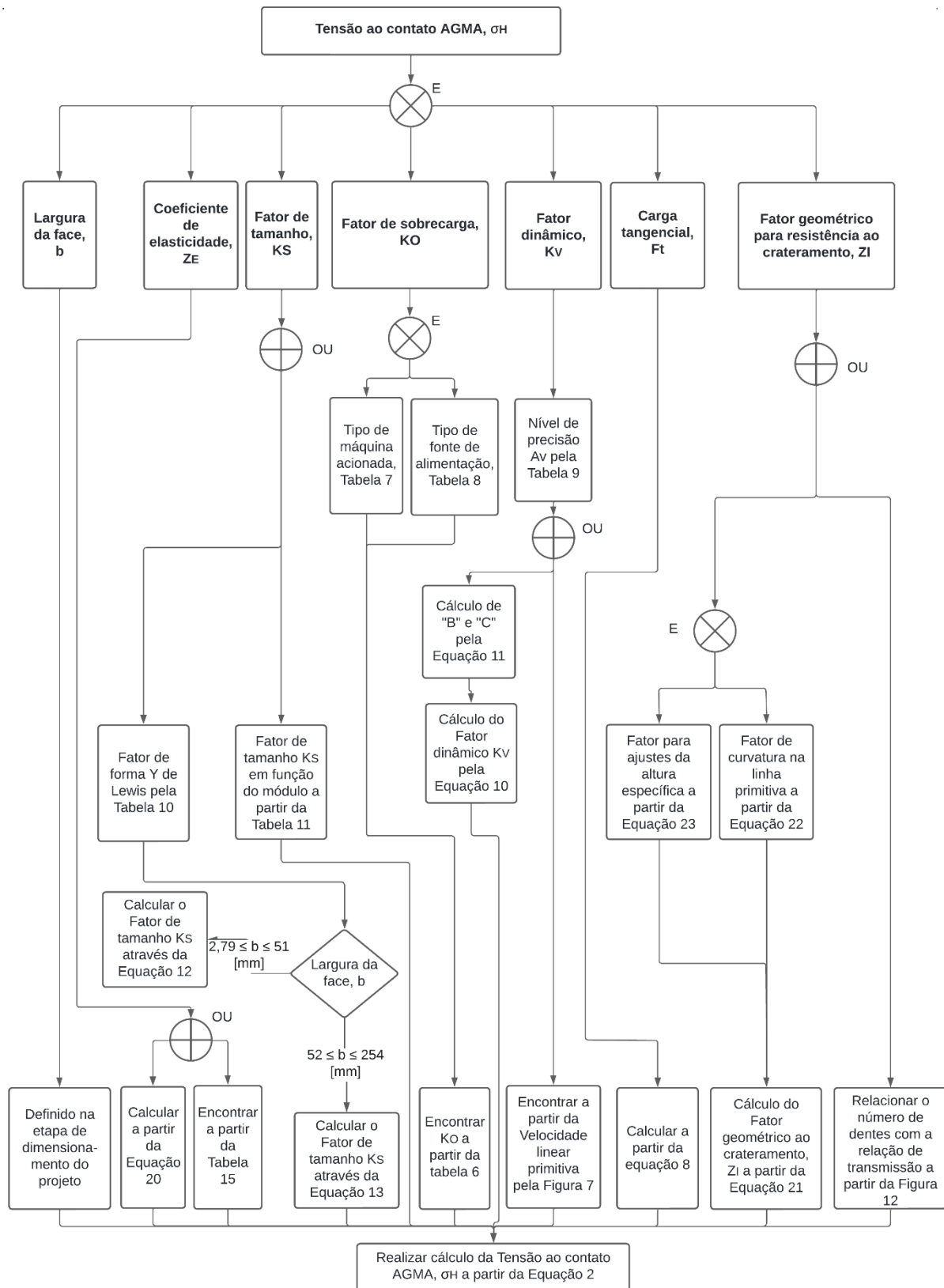


Figura 28: Fluxograma para cálculo da Tensão ao contato AGMA – Parte 2

3.2.2.2 Fator de segurança ao contato AGMA

Para obtenção do fator de segurança ao contato segue o fluxo indicado na Figura 29 abaixo, a qual apresenta os fatores e equações que influenciam na margem de segurança contra a falha por contato. Podendo ser obtido de acordo com a equação 4.

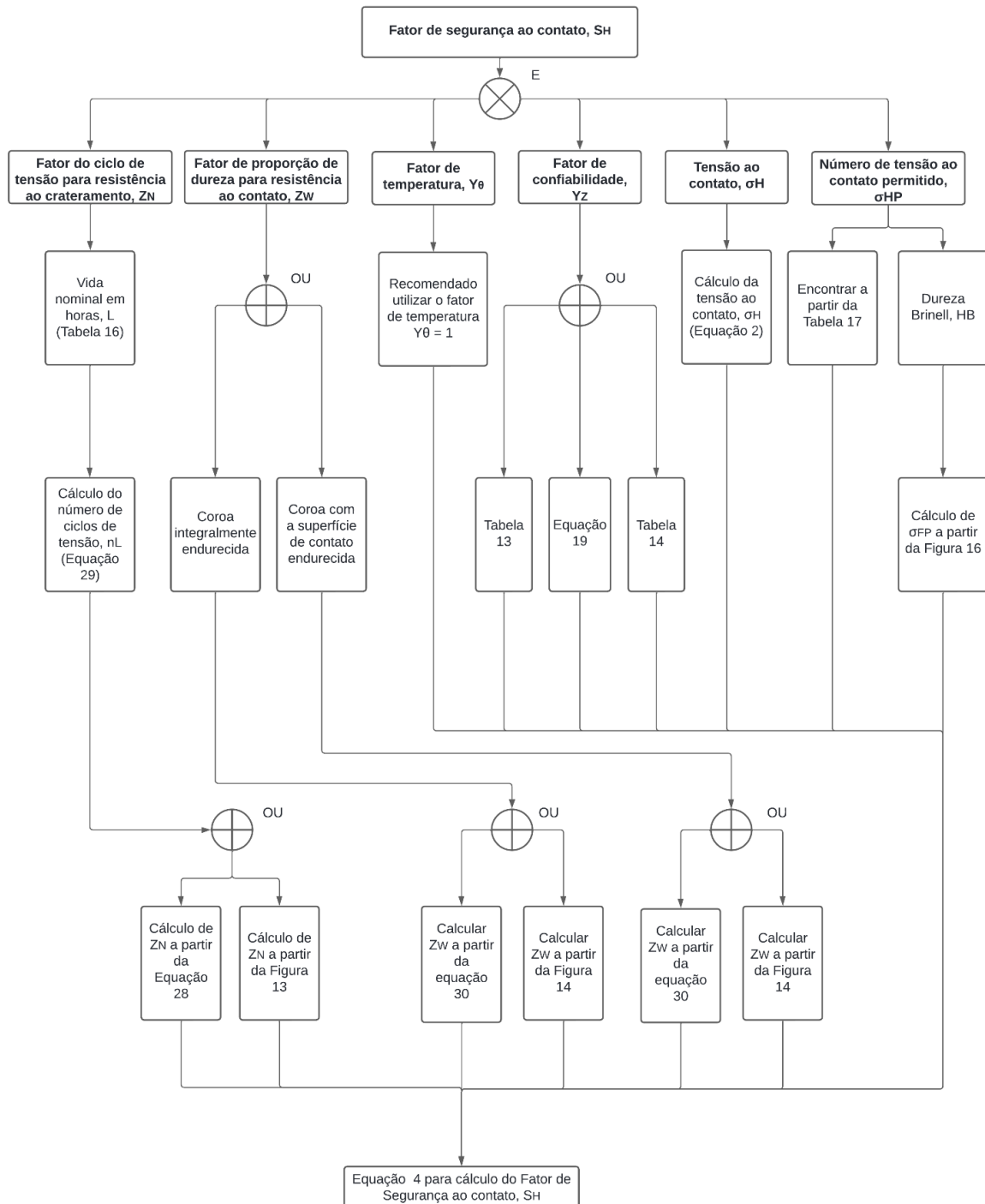


Figura 29: Fluxograma para cálculo do Fator de segurança ao contato, S_H .

3.2.3 MÉTODO PARA CÁLCULO DAS TENSÕES À FLEXÃO ENVOLVIDAS

Para encontrar os valores de tensão à flexão e fator de segurança à flexão utilizou-se o método analítico descrito na seção 2.5. A metodologia utilizada para o cálculo de tensão à flexão AGMA e fator de segurança à flexão AGMA está descrita nos fluxogramas apresentados pelas Figuras 30/31 e 32, das subseções 3.2.3.1 e 3.2.3.2, respectivamente.

3.2.3.1 Tensão à flexão AGMA

Os fluxogramas apresentados nas Figuras 30 e 31 apresentam o processo para o cálculo da tensão à flexão AGMA, considerando fatores e condições que influenciam diretamente a resistência à flexão, favorecendo ou não a falha no dente das engrenagens. Podendo ser determinada de acordo com a equação 5.

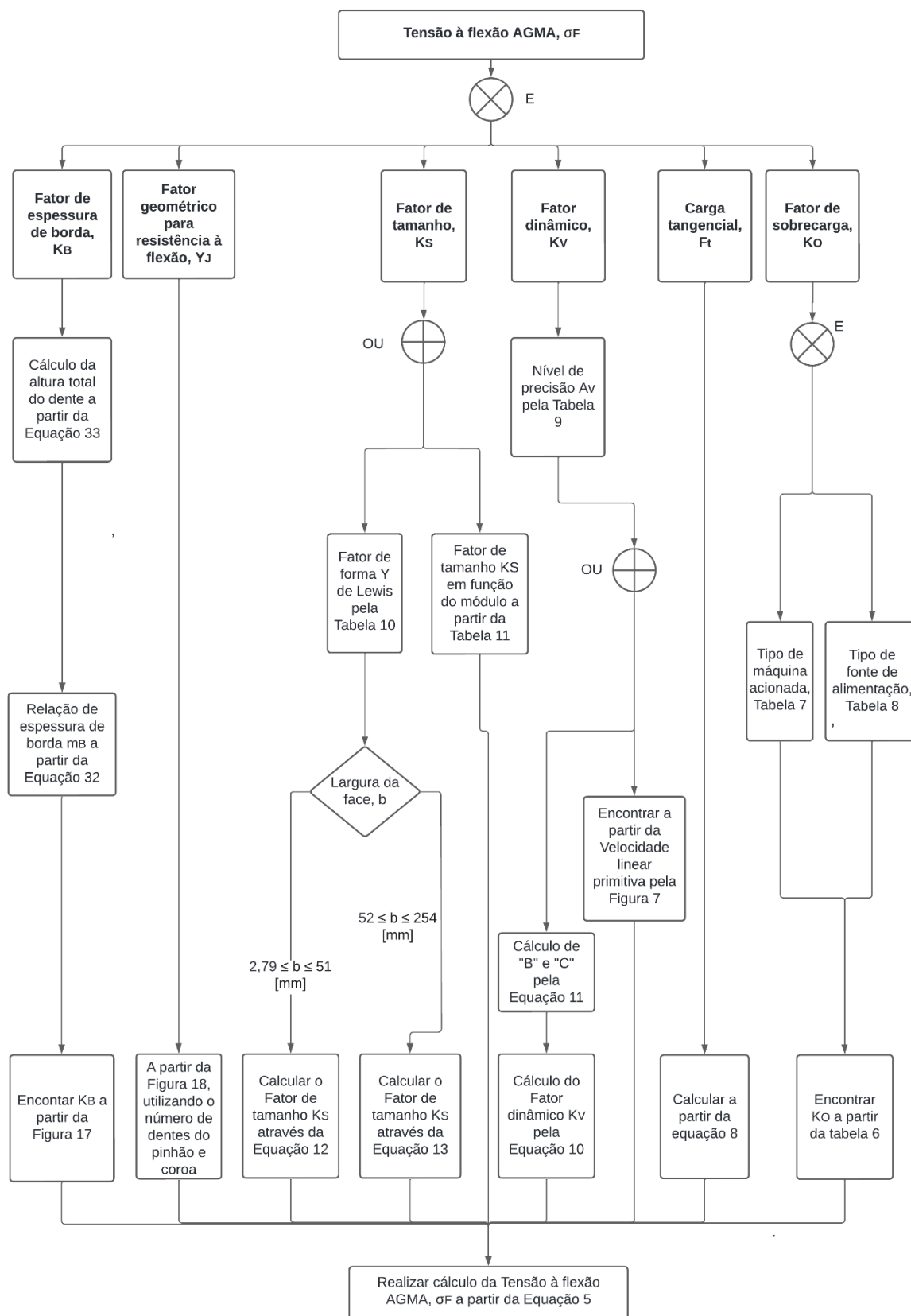


Figura 30: Fluxograma para cálculo da Tensão à flexão AGMA - Parte 1

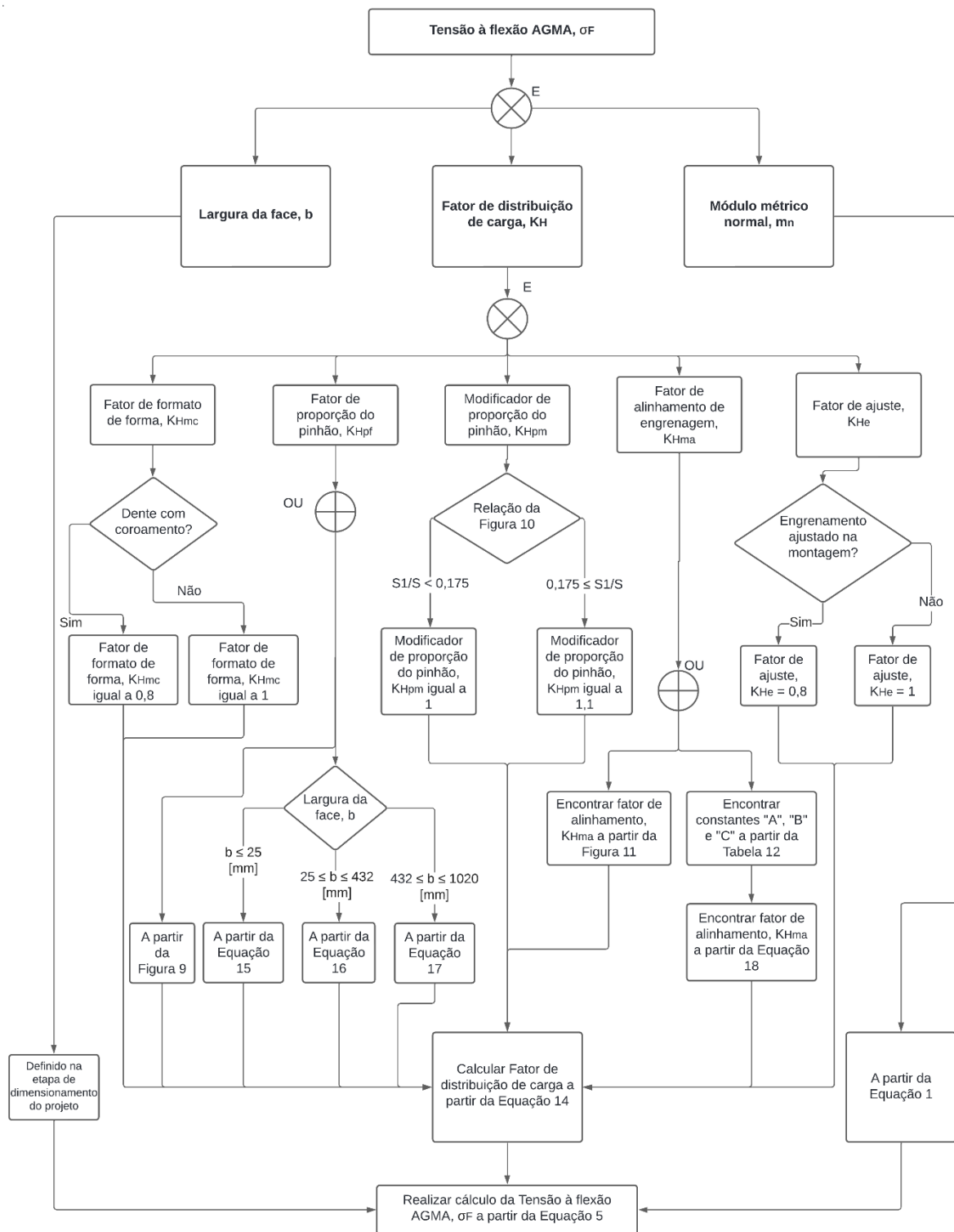


Figura 31: Fluxograma para cálculo da Tensão à flexão AGMA - Parte 2

3.2.3.2 Fator de segurança à flexão AGMA

Para obtenção do fator de segurança à flexão segue o fluxo indicado na Figura 32 abaixo, o fluxograma apresenta todos os fatores e condições que influenciam na margem de segurança do sistema por falha na raiz do dente da engrenagem. Podendo ser obtido de acordo com a equação 7.

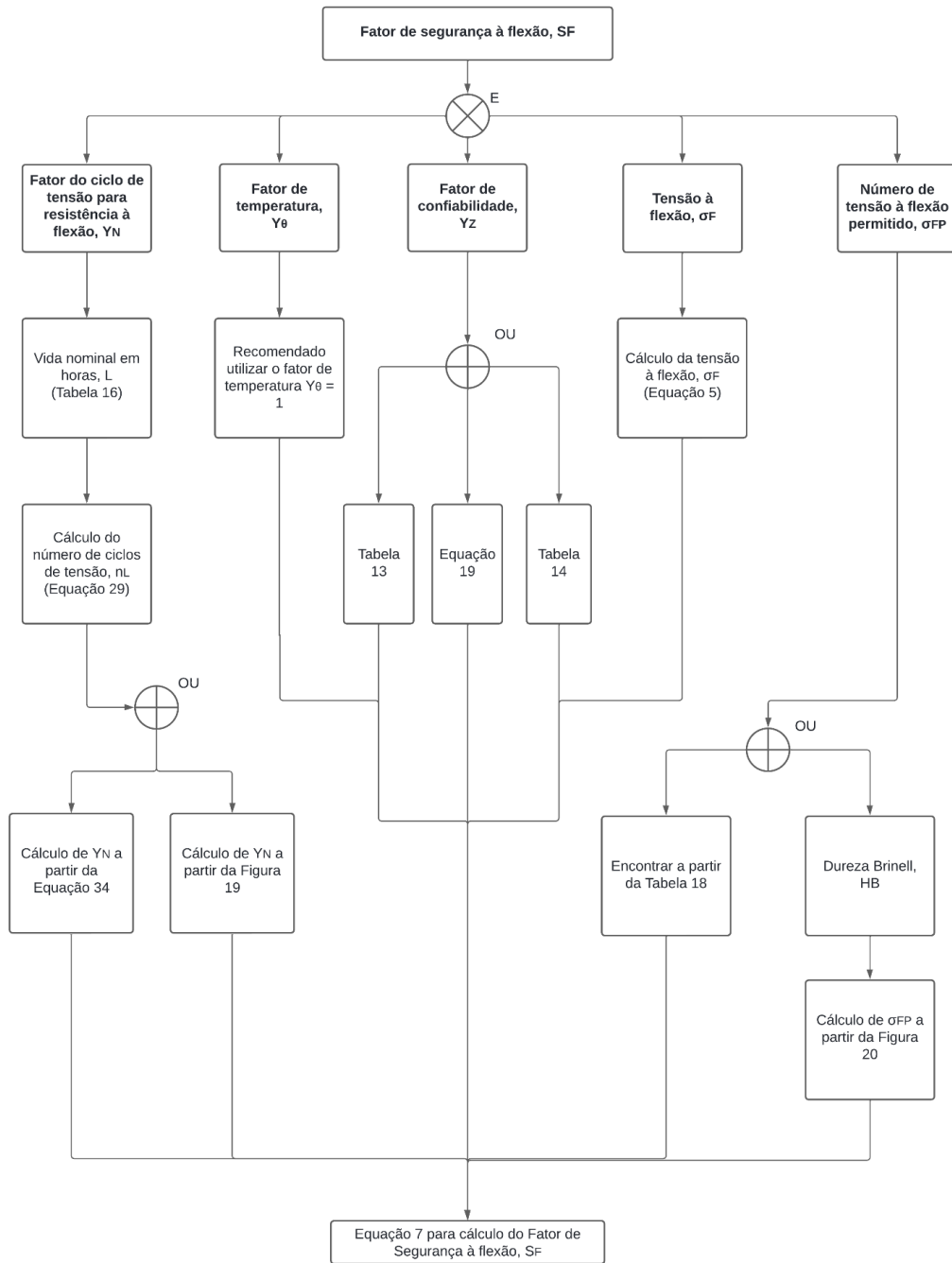


Figura 32: Fluxograma para cálculo do Fator de segurança à flexão, S_F .

3.3 IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO NO ANSYS®

A análise numérica deste estudo foi desenvolvida utilizando o *software* ANSYS®, que permite realizar simulações numéricas detalhadas das condições de operação das engrenagens sob diferentes parâmetros, condição padrão do sistema e os demais testes. A modelagem do sistema de referência foi realizada com auxílio do *software* SolidWorks® e foi configurada com base nas especificações e propriedades geométricas descritas nas Tabelas 19 e 20. O modelo foi importado para o ANSYS® o que possibilitou a obtenção dos resultados de tensão para ambos os critérios. Na subseção 3.3.1, será apresentada as etapas seguidas para realização do MEF no ANSYS®, detalhando as configurações, parâmetros, definições e resultados obtidos. A qual está apresentada em forma de fluxograma na Figura 33 abaixo.

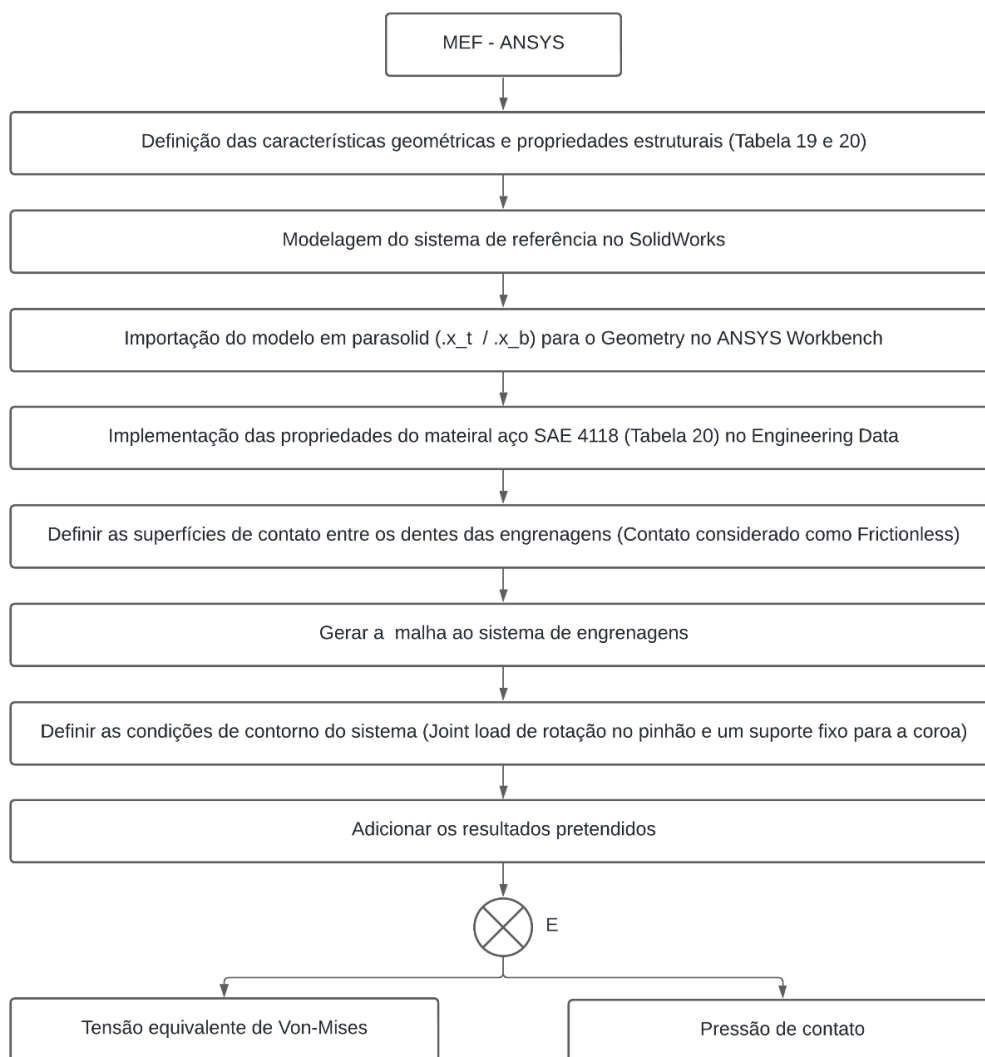


Figura 33: Fluxograma para obtenção dos resultados a partir do MEF.

3.3.1 MÉTODO NUMÉRICO – METODOLOGIA

A metodologia aplicada para a análise estrutural do sistema de engrenamento utilizando o método de elementos finitos (MEF) no ANSYS® segue a sequência descrita na Figura 32 acima. A qual segue uma sequência estruturada em etapas com objetivo de avaliar a tensão equivalente de Von-Mises e pressão de contato nos dentes das engrenagens.

Inicialmente há uma definição das características geométricas e estruturais do sistema. Tais informações foram extraídas das Tabelas 19 e 20, as quais possibilitaram não somente a modelagem das engrenagens como também a importação de informações no ANSYS®. Com base nas especificações definidas, ambas as engrenagens foram modeladas no *software* SolidWorks®, onde foi feita também a montagem do sistema. O modelo gerado foi exportado no formato parasolid (.x_t / .x_b) e importado para a interface Geometry do ANSYS® *Workbench*.

No ambiente Engineering Data do ANSYS®, foram atribuídas as propriedades do material aço SAE 4118, conforme especificado na Tabela 20.

Para a análise foram definidas as superfícies de contatos entre os dentes, onde, o tipo de contato foi definido como “Frictionless” (sem atrito). Essa escolha foi realizada devido ao fato de que na norma ANSI/AGMA 2101-D04 não há uma definição clara da influência do efeito do acabamento superficial, onde foi considerado que desde que as condições superficiais adequadas sejam alcançadas pode-se considerar o fator de uma unidade, ou seja, não tendo uma influência significativa nos resultados.

Outro fator fundamental para uma análise correta e que garanta fidelidade dos resultados é a convergência de malha, ou independência de malha. Onde a qualidade (refino) da malha é essencial para a precisão dos resultados, sendo feito o refinamento em regiões críticas como as áreas de contato entre os dentes. O teste de convergência de malha realizado será descrito com mais detalhes na subseção 3.3.2, assim como a definição das condições de contorno, que será apresentada na subseção 3.3.3.

A análise por elementos finitos de um sistema pode muitas vezes requerem do modelo uma malha suficientemente refinada para obter adequadamente os resultados corretos, gerando, muitas vezes números excessivos de elementos e nós, fazendo com que o tempo de processamento e demanda de memória RAM aumente muito. Para contornar a limitação e otimizar a simulação sem comprometer os resultados foi adotada uma abordagem de simplificação do modelo de estudo, focando exclusivamente na análise de um dente de cada

engrenagem, justamente no ponto de engrenamento inicial, possibilitando uma análise detalhada das tensões nos dentes (ponto em que desejamos obter os resultados) sem a necessidade de simular a engrenagem toda. A Figura 34 abaixo representa como o ficou o modelo simplificado do sistema. Podendo ser visto de forma clara como a simplificação reduz de forma significativa a quantidade de elementos do sistema, mantendo a parte principal de análise do sistema.

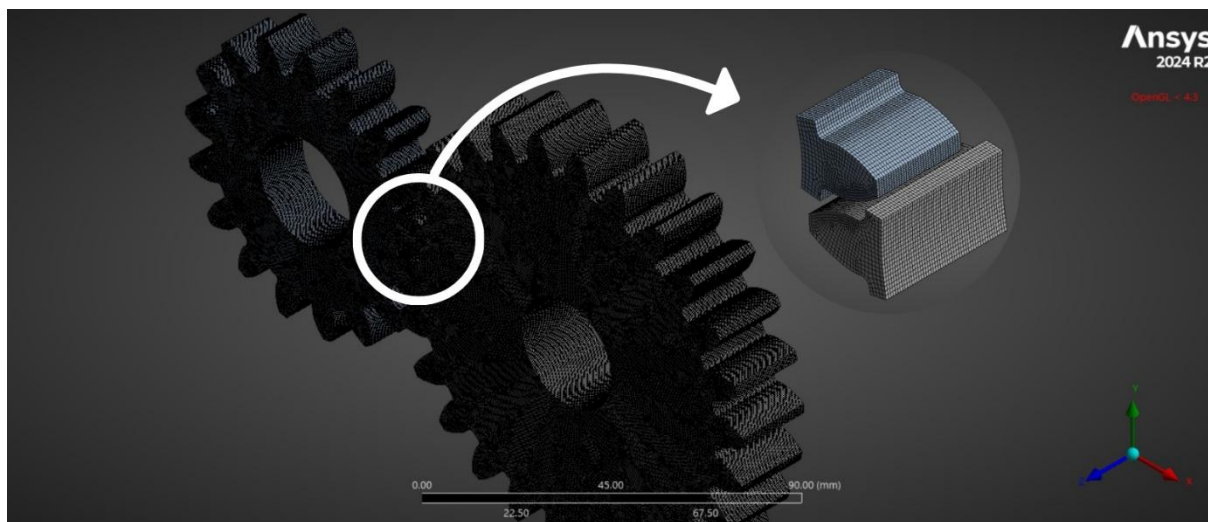


Figura 34: Simplificação do modelo.

3.3.2 TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Inicialmente, a fim de garantir a confiabilidade dos resultados gerados pela forma numérica, uma vez que o refino da malha influencia diretamente nos valores de tensão, faz-se necessário realizar o teste de convergência de malha nas condições propostas. Nos 10 estudos realizados buscou-se refinar a malha cada vez mais, buscando a independência de malha, momento em que a malha não tem uma influência significativa nos resultados. O Refinamento foi feito conforme apresentado nas Figuras 35 e 36 a seguir, onde iniciou-se os testes com um “Body sizing” para ambos os corpos de 0,60 mm, um “Face sizing” nas faces de contato de 0,30 mm e um “Face sizing 2” no cordão raiz de 0,30 mm, chegando ao último teste com as seguintes condições: “Body sizing” de 0,40 mm, “Face sizing” nas faces de contato de 0,13 mm e “Face sizing 2” no cordão raiz de 0,10 mm.

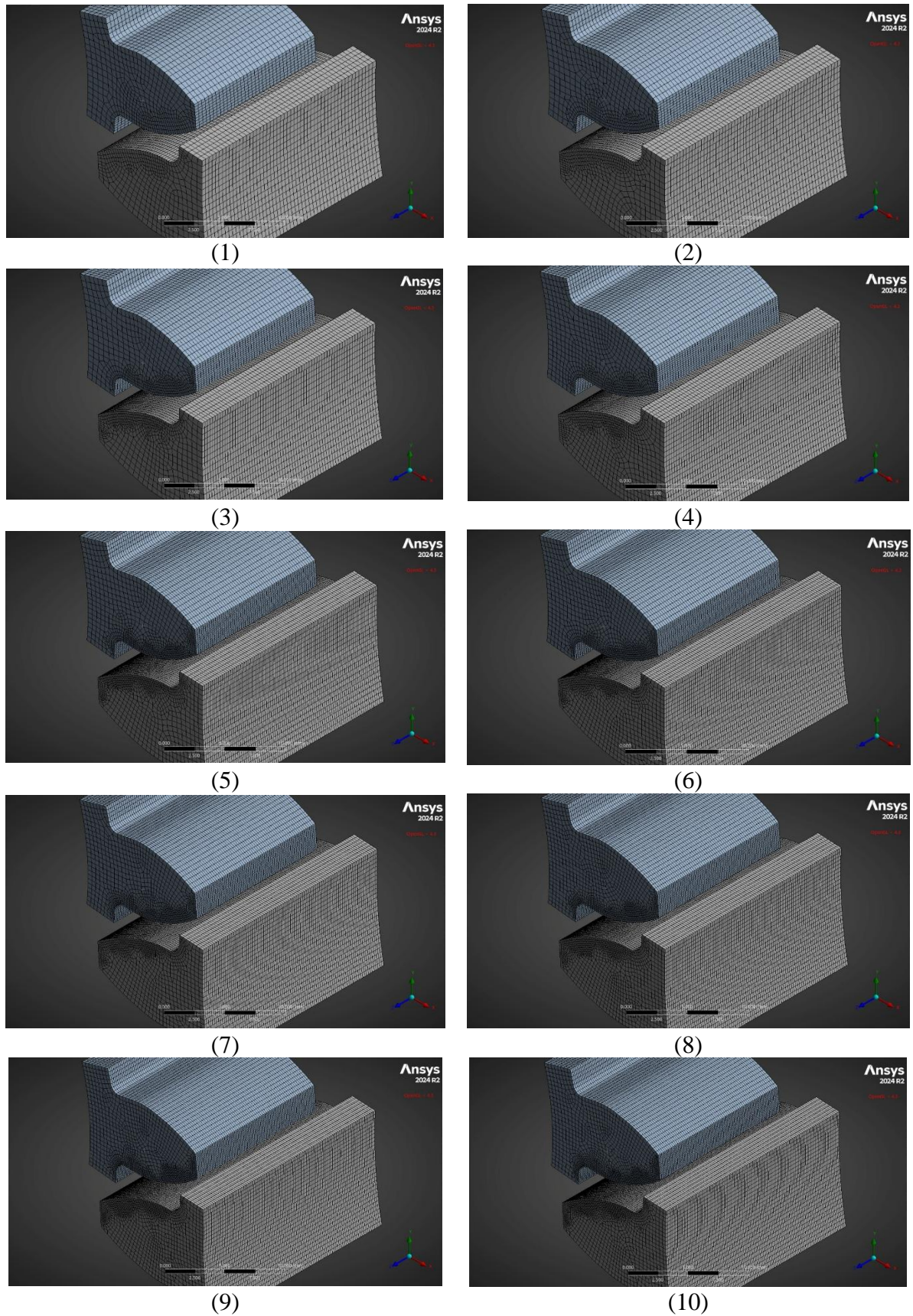
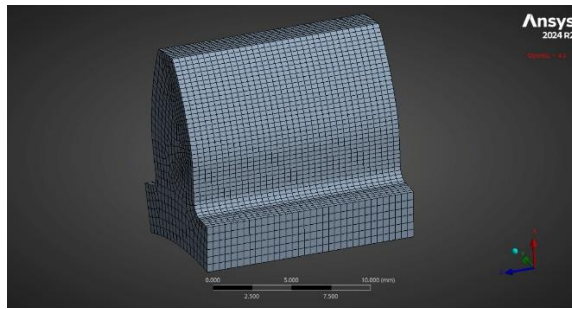
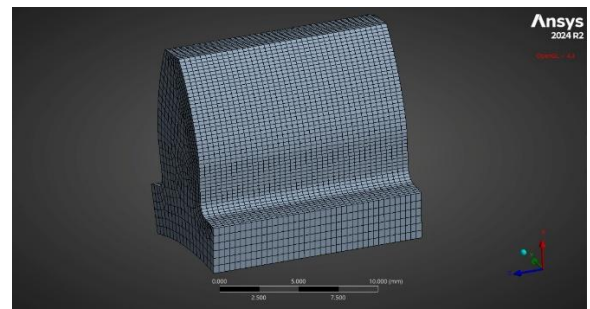


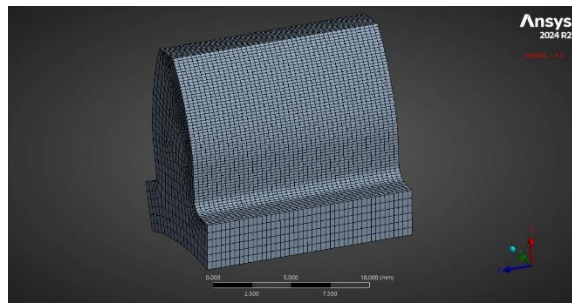
Figura 35: Refinamento de malha - Vista isométrica.



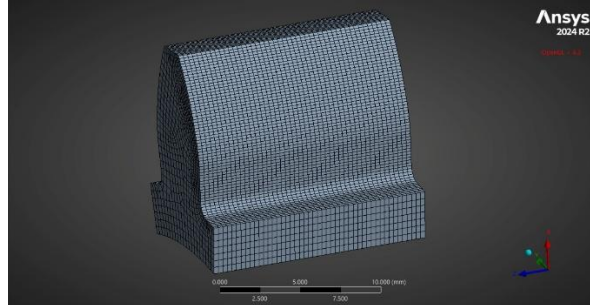
(1)



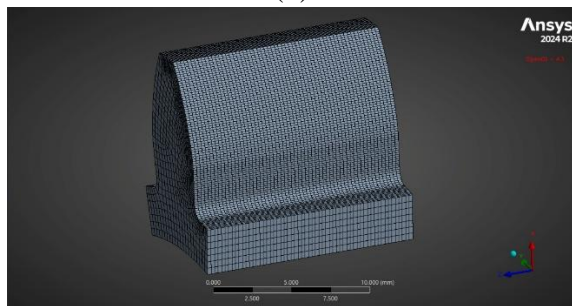
(2)



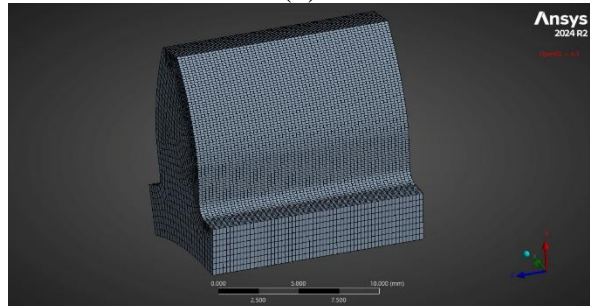
(3)



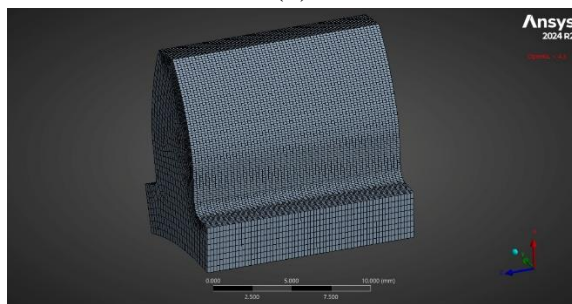
(4)



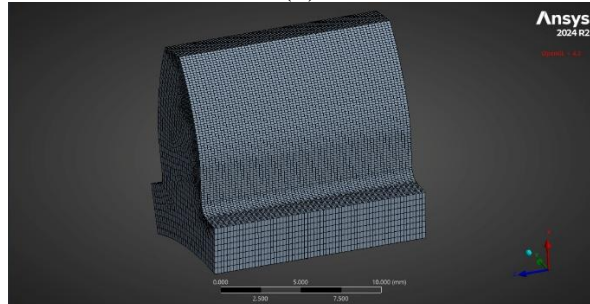
(5)



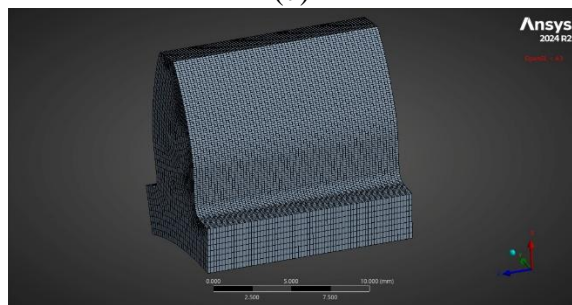
(6)



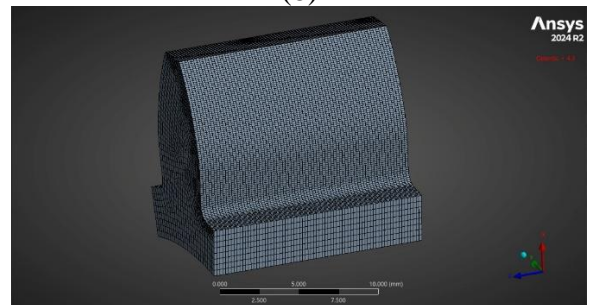
(7)



(8)



(9)



(10)

Figura 36: Refinamento de malha - Face de contato do pinhão.

Para tal, a Tabela 22 apresenta os valores obtidos para a tensão ao contato e o erro entre o método analítico e o método numérico. O erro apresentado na tabela corresponde a um erro percentual relativo do valor obtido no ANSYS® em relação ao valor AGMA. Conforme a equação 42 abaixo.

$$\text{Erro (\%)} = \frac{\sigma_{H, AGMA} - \sigma_{H, ANSYS}}{\sigma_{H, AGMA}} \cdot 100 \quad (42)$$

Tabela 22: Teste de convergência de malha - Tensão ao contato.

Teste	N° de nós	N° de elementos	Tensão ao contato σ_H [MPa]		Erro [%]
			AGMA	ANSYS	
1	166842	37825	1930,823	1562,400	19,081
2	218668	49878	1930,823	1664,600	13,788
3	299436	68933	1930,823	1727,800	10,515
4	362172	83710	1930,823	1713,800	11,240
5	543872	126632	1930,823	1823,400	5,564
6	624029	145434	1930,823	1805,500	6,491
7	656969	153194	1930,823	1844,900	4,450
8	763958	179296	1930,823	1862,700	3,528
9	856882	201964	1930,823	1942,400	0,600
10	969230	228430	1930,823	1915,200	0,809

A Figura 37 ilustrar de forma gráfica o comportamento da tensão ao contato e a influência da qualidade da malha no resultado. Atingindo uma variação de cerca de 0,2% no erro entre o teste 9 e o teste 10, demonstrando que podemos considerar nesse ponto uma independência de malha.

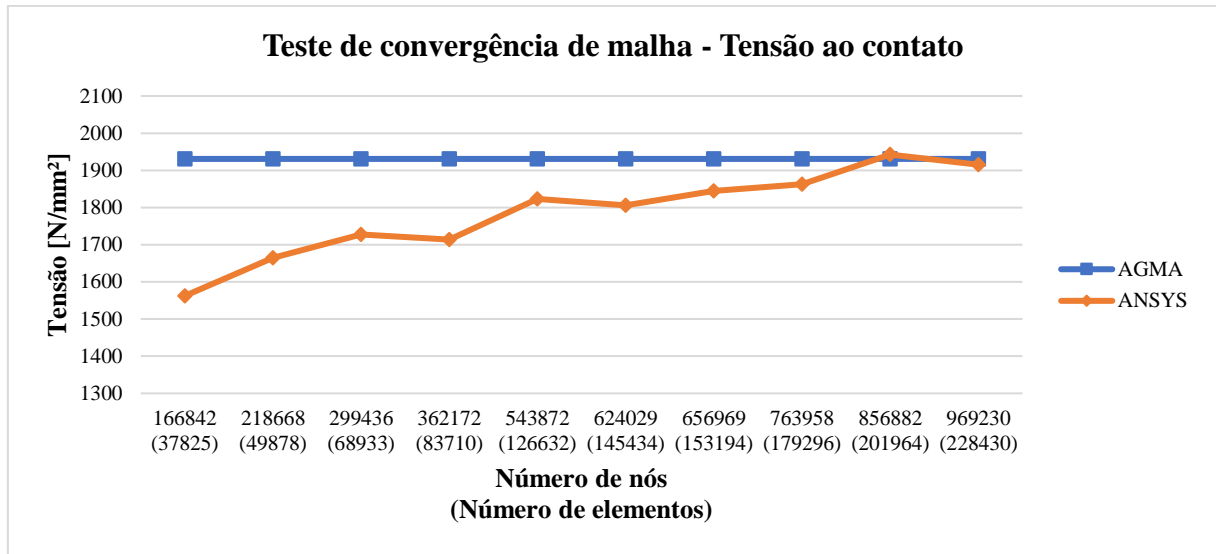


Figura 37: Teste de convergência de malha – Análise ao contato.

Do mesmo modo, realizou-se a mesma análise para a tensão à flexão. Diferente da tensão ao contato, pode-se considerar que a tensão à flexão atingiu uma independência de malha com uma menor quantidade de nós e elementos, variando muito pouco seu valor em malhas mais finas. A Tabela 23 abaixo apresenta os resultados para a tensão à flexão e o erro apresentado entre ambos os métodos. O erro apresentado na tabela foi obtido conforme a equação 43.

$$\text{Erro (\%)} = \frac{\sigma_{F, AGMA} - \sigma_{F, ANSYS}}{\sigma_{F, AGMA}} \cdot 100 \quad (43)$$

Tabela 23: Teste de convergência de malha - Tensão à flexão.

Teste	N° de nós	N° de elementos	Tensão à flexão σ_F [MPa]		Erro [%]
			AGMA	ANSYS	
1	166842	37825	505,917	482,550	4,619
2	218668	49878	505,917	496,270	1,907
3	299436	68933	505,917	495,970	1,966
4	362172	83710	505,917	498,840	1,399
5	543872	126632	505,917	502,700	0,636
6	624029	145434	505,917	503,790	0,420
7	656969	153194	505,917	505,960	0,008
8	763958	179296	505,917	507,460	0,305
9	856882	201964	505,917	510,540	0,914
10	969230	228430	505,917	509,460	0,700

A Figura 38, apresenta de forma gráfica a análise de independência de malha para a tensão à flexão, utilizando o mesmo número de testes e tamanho de malha que o teste para tensão ao contato.

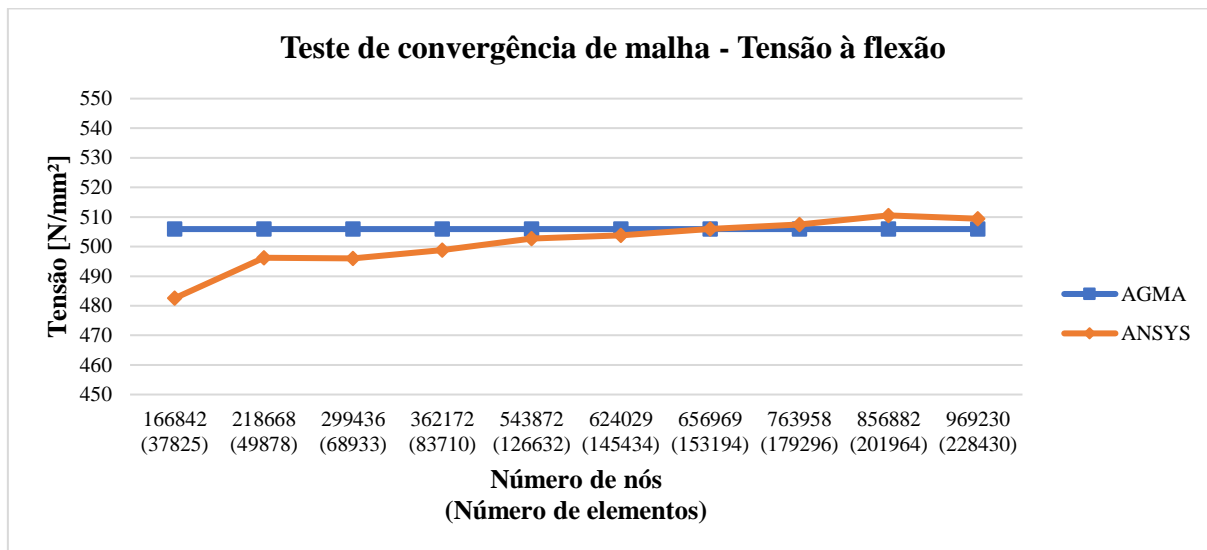


Figura 38: Teste de convergência de malha - Análise à flexão.

3.3.3 DEFINIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para garantir a correta aplicação das cargas e restrições do sistema, são definidas as condições de contorno do sistema, sendo elas: Um Joint Load de momento de -250 N.m no pinhão para simular a transmissão de torque ao sistema e uma restrição (Fixed Support) na coroa que representa seu estado em repouso. A Figura 39 abaixo apresenta como o modelo foi definido.

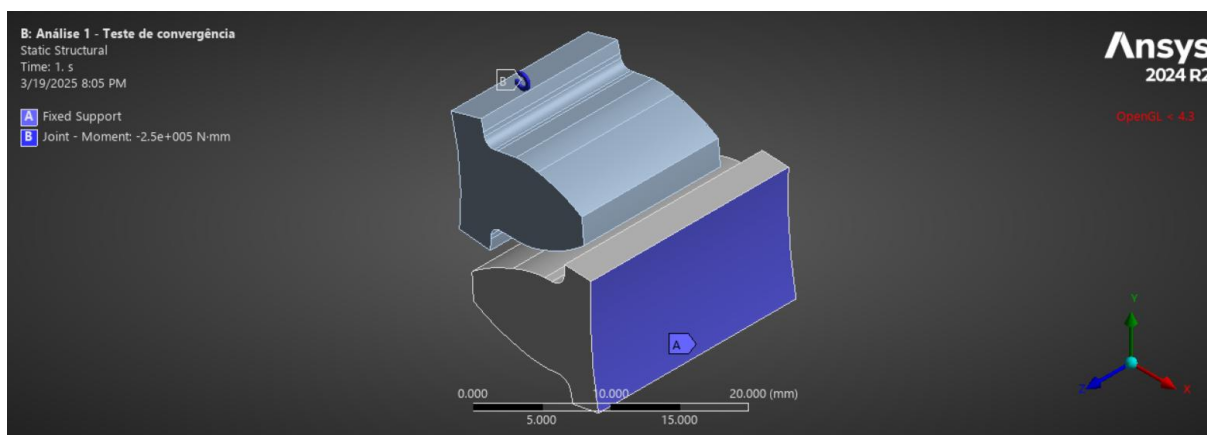


Figura 39: Condições de contorno.

4 Capítulo 4: Formulação do Problema e Resultados

As subseções seguintes apresentam os resultados obtidos a partir da análise analítica e numérica realizadas no sistema de referência. Os fatores e parâmetros utilizados nesses procedimentos são detalhados nas Tabelas 22, 23, 24 e 25 da subseção 4.1, sendo que a justificativa para a escolha e o cálculo de cada um deles foram abordados de forma detalhada na subseção 3.2.1.

4.1 RESULTADOS GERADOS DE FORMA ANALÍTICA

A Tabela 24 apresenta todos os valores dos parâmetros utilizados para o cálculo da tensão ao contato AGMA do pinhão, uma vez que, conforme a literatura científica, o pinhão é a engrenagem mais crítica do sistema. Com todos os fatores encontrados de acordo com o fluxograma presente nas Figuras 26 e 27, a tensão ao contato AGMA pode ser calculada e é definida como 1930,823 MPa.

Tabela 24: Valores dos parâmetros para tensão ao contato AGMA

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Carga tangencial	F_t	6953,13	[N]
Fator de sobrecarga	K_O	1,000	-
Fator dinâmico	K_V	1,164	-
Fator de tamanho	K_S	1,018	-
Fator de distribuição de carga	K_H	1,054	-
Coefficiente de elasticidade	Z_E	191,645	$[\text{N}/\text{mm}^2]^{0.5}$
Fator de condição de superfície	Z_R	1,000	-
Fator geométrico para resistência ao crateramento	Z_I	0,085	-
Diâmetro primitivo do pinhão	d_p	71,910	[mm]
Largura da face do pinhão	b_p	14,000	[mm]
Tensão ao contato AGMA	σ_H	1930,823	[MPa]

Da mesma forma, os valores dos parâmetros necessários para o cálculo do fator de segurança ao contato AGMA estão apresentados na Tabela 25. Com base nas informações apresentadas no fluxograma da Figura 28, o fator de segurança ao contato AGMA foi calculado,

resultando em um valor de 0,786. Esse cálculo considerou todos as etapas descritas no fluxograma.

Tabela 25: Valores dos parâmetros para fator de segurança ao contato AGMA

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Tensão ao contato AGMA	σ_H	1930,823	[MPa]
Número de tensão ao contato permitido	σ_{HP}	1764,940	[MPa]
Fator de confiabilidade	Y_Z	1,000	-
Fator de temperatura	Y_θ	1,000	-
Fator do ciclo de tensão para resistência ao crateramento	Z_N	0,859	-
Fator de proporção de dureza para resistência ao contato	Z_W	1,000	-
Fator de segurança ao contato AGMA	S_H	0,786	-

Para o cálculo da tensão à flexão AGMA, todos os valores dos parâmetros considerados estão descritos na Tabela 26. Seguindo a sequência descrita no fluxograma apresentado nas Figuras 29 e 30, o valor da tensão à flexão AGMA foi calculado, resultando em um valor de 505,917 MPa.

Tabela 26: Valores dos parâmetros para tensões à flexão AGMA

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Carga tangencial	F_t	6953,13	[N]
Fator de sobrecarga	K_O	1,000	-
Fator dinâmico	K_V	1,164	-
Fator de tamanho	K_S	1,018	-
Fator de distribuição de carga	K_H	1,054	-
Módulo métrico normal	m_n	4,230	[mm]
Largura da face do pinhão	b_p	14,000	[mm]
Fator de espessura de borda	K_B	1,000	-
Fator geométrico para resistência à flexão	Y_J	0,290	-
Tensão à flexão AGMA	σ_F	505,917	[MPa]

Do mesmo modo, para o cálculo do fator de segurança à flexão, todos os valores dos parâmetros utilizados estão descritos na Tabela 27. As etapas necessárias para determinar o fator de segurança à flexão AGMA estão ilustradas no fluxograma presente na Figura 31, da

seção 3.2.3.2, ao realizar os cálculos para obtenção do fator de segurança à flexão obteve-se um valor de 1,000.

Tabela 27: Valores dos parâmetros para fator de segurança à flexão AGMA

Parâmetros	Símbolo	Valor	Unidade
Tensão à flexão AGMA	σ_F	505,917	[Mpa]
Número de tensão à flexão permitido	σ_{FP}	558,702	[Mpa]
Fator do ciclo de tensão para resistência à flexão	Y_N	0,905	-
Fator de confiabilidade	Y_Z	1,000	-
Fator de temperatura	Y_θ	1,000	-
Fator de segurança à flexão	S_F	1,000	-

4.2 RESULTADOS GERADOS DE FORMA NUMÉRICA (ANSYS®)

As subseções a seguir apresentarão os resultados descritos pelo fluxograma ilustrado na Figura 32, da subseção 3.3, o qual descreve a metodologia utilizada para encontrar o resultado pelo MEF.

4.2.1 RESULTADOS TESTE PRINCIPAL

O Teste 1 foi conduzido sob as condições de referência do sistema, apresentada na Tabela 21, utilizando engrenagens fabricadas em aço SAE 4118. O pinhão operou com um torque nominal de 250 N-m, com as dimensões padrões do sistema apresentadas na Tabela 19. A partir do teste de convergência apresentado na subseção 4.2.1, os resultados para tensão ao contato e tensão à flexão pelo método numérico utilizando o ANSYS® estão apresentados na Figura 40 e 41 abaixo, respectivamente. Ocorrendo um acúmulo de tensão ao contato maior justamente no ponto inicial de contato entre as engrenagens, no diâmetro primitivo, resultando em um valor de 1915,20 MPa.

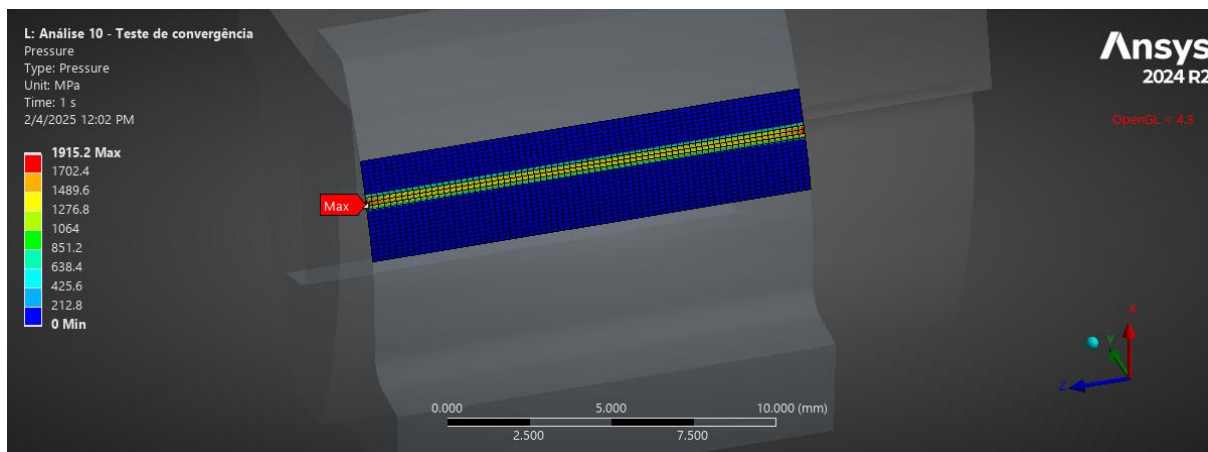


Figura 40: Tensão de contato - ANSYS®.

Para a tensão à flexão, o ponto de maior tensão deu-se no cordão raiz, resultando em um valor de 509,46 MPa.

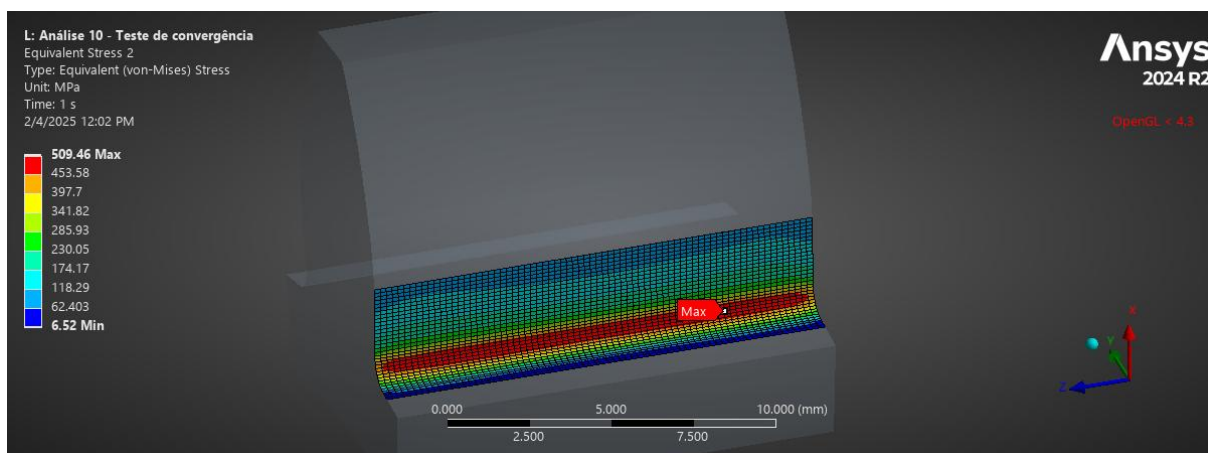


Figura 41: Tensão à flexão - ANSYS®.

4.3 INFLUÊNCIA DA LARGURA DA FACE À TENSÃO À FLEXÃO

Para os testes realizados buscando entender como a largura da face da engrenagem impacta nas tensões envolvidas, utilizou-se a malha do teste 5. A qual demonstrou independência nos resultados e garante um tempo e processamento menor para obtenção dos resultados.

As larguras definidas para realizar o estudo foram as propostas por Robert L. Mott [23], o qual recomenda que para projetos de sistemas de engrenagens a largura da face esteja dentro do intervalo $6 * m_n \leq b \leq 16 * m_n$, onde a largura foi a mesma tanto para o pinhão quanto para a coroa. Seguindo os parâmetros de teste ilustrados na Tabela 21.

A Tabela 28 apresenta os resultados obtidos na forma numérica e o erro apresentado entre a tensão à flexão AGMA e ANSYS®. O erro apresentado na tabela foi obtido conforme a equação (42).

Tabela 28: Influência da largura da face à tensão à flexão.

Largura da face [mm]	Tensão à flexão σ_F [MPa]		Erro [%]
	AGMA	ANSYS	
25,38	293,658	276,590	5,812
29,61	256,069	249,330	2,632
33,84	227,673	217,780	4,345
38,07	205,449	194,320	5,417
42,30	187,573	174,350	7,050
46,53	172,875	158,030	8,587
50,76	160,572	143,850	10,414
54,99	142,253	132,650	6,751
59,22	133,982	123,120	8,107
63,45	126,778	114,880	9,385
67,68	120,446	107,690	10,591

De igual modo a Figura 42 representa a influência da largura da face das engrenagens na tensão à flexão, tanto para o método analítico quanto para o método numérico.

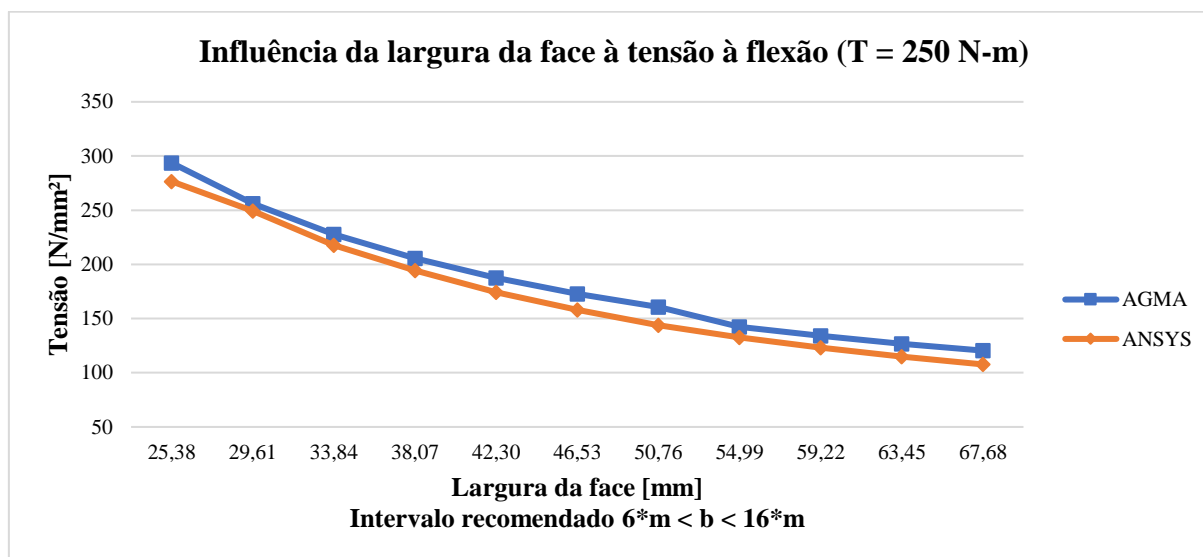


Figura 42: Influência da largura da face à tensão à flexão (T = 250 N-m).

4.4 INFLUÊNCIA DO TORQUE DE ENTRADA

Buscando compreender como fatores externos a geometria podem impactar o sistema, realizou-se o teste 3 variando o torque de entrada do sistema com 25% e 50% a menos e 25% e 50% a mais que o torque nominal, de 250 N-m.

A Tabela 29 demonstra os resultados e comparativo entre os dois métodos para a tensão ao contato, juntamente com o erro entre eles. O erro apresentado na tabela foi obtido conforme a equação (41).

Tabela 29: Influência do torque à tensão ao contato.

Torque [N-m]	Tensão ao contato σ_H [MPa]		Erro [%]
	AGMA	ANSYS	
125	1365,298	1257,000	7,932
187,5	1672,142	1608,600	3,800
250	1930,823	1942,400	0,600
312,5	2158,726	2222,700	2,964
375	2364,765	2497,100	5,596

Dentre os cinco estudos realizados para este caso, a Figura 43 ilustra de forma gráfica os resultados entre os dois métodos de análise, apresentado uma relação diretamente proporcional entre o torque e a tensão resultante, onde com o do torque aplicado há um aumento da tensão de contato. Percebe-se que houve um erro máximo de 7,932% entre os dois métodos e um erro mínimo de 0,600%. Já a Figura 44 apresenta os resultados no ANSYS®.

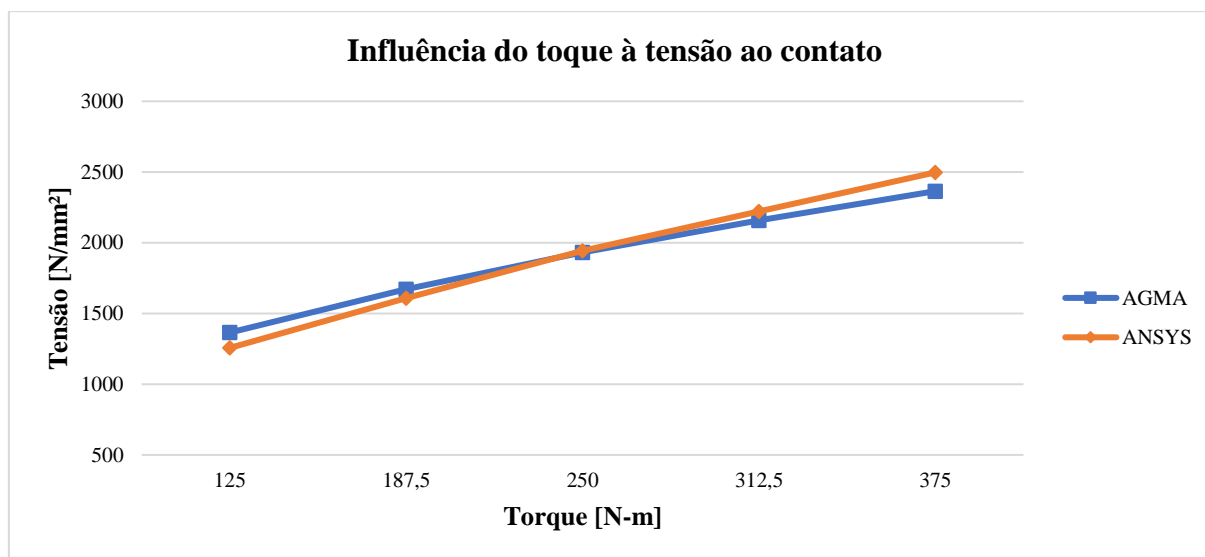


Figura 43: Influência do torque à tensão ao contato.

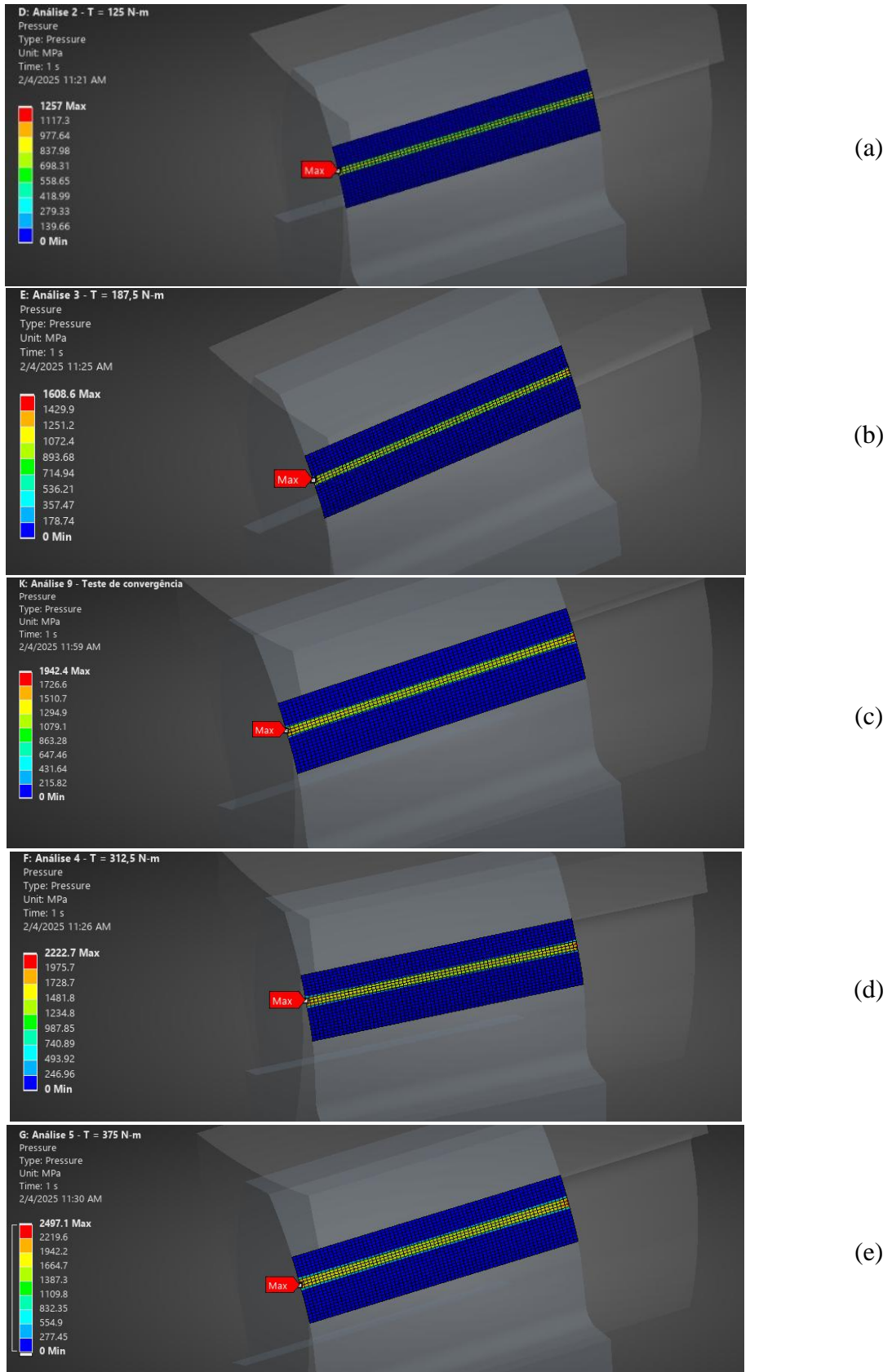


Figura 44: Resultados tensão ao contato - Variação no torque.

De igual modo, realizou-se o mesmo estudo para a tensão à flexão, o qual está apresentado pela Tabela 30 abaixo. O erro apresentado na tabela foi obtido conforme a equação (42). Resultando em valores bem próximos entre os dois métodos de análise, com um erro máximo de 0,937%.

Tabela 30: Influência do torque à tensão à flexão.

Torque [N-m]	Tensão à flexão σ_F [MPa]		Erro [%]
	AGMA	ANSYS	
125	252,959	255,330	0,937
187,5	379,438	382,800	0,886
250	505,917	510,540	0,914
312,5	632,397	638,200	0,918
375	758,876	765,870	0,922

A Figura 45 por sua vez demonstra que há uma relação direta entre o aumento do torque e o aumento da tensão à flexão.

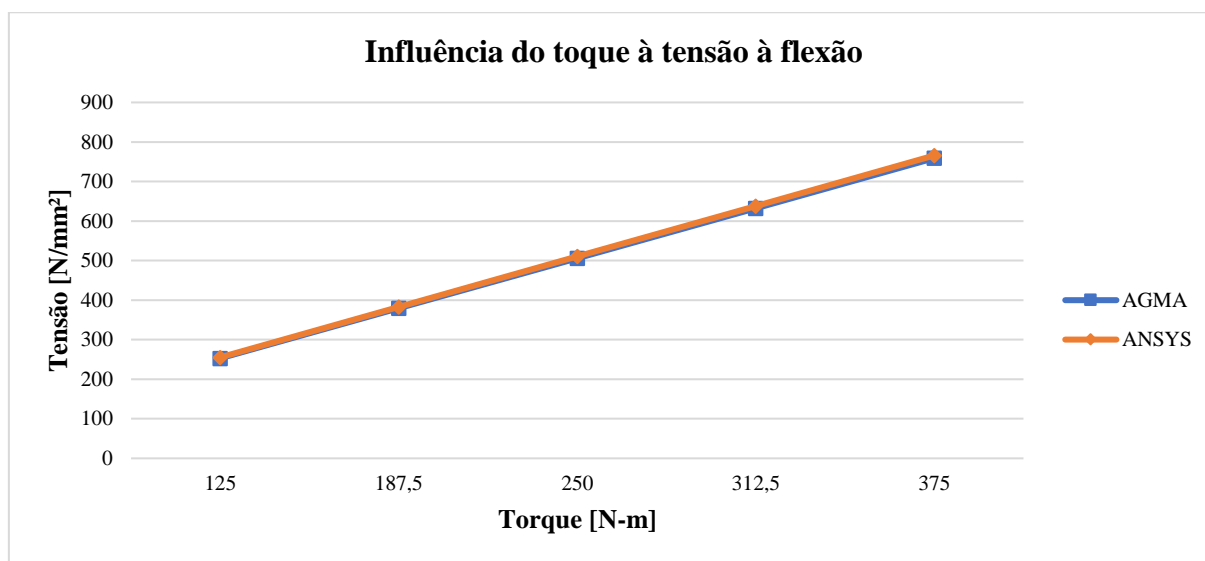


Figura 45: Influência do torque à tensão à flexão.

Os resultados encontrados no ANSYS® para a tensão à flexão no cordão raiz estão apresentados na Figura 46 abaixo.

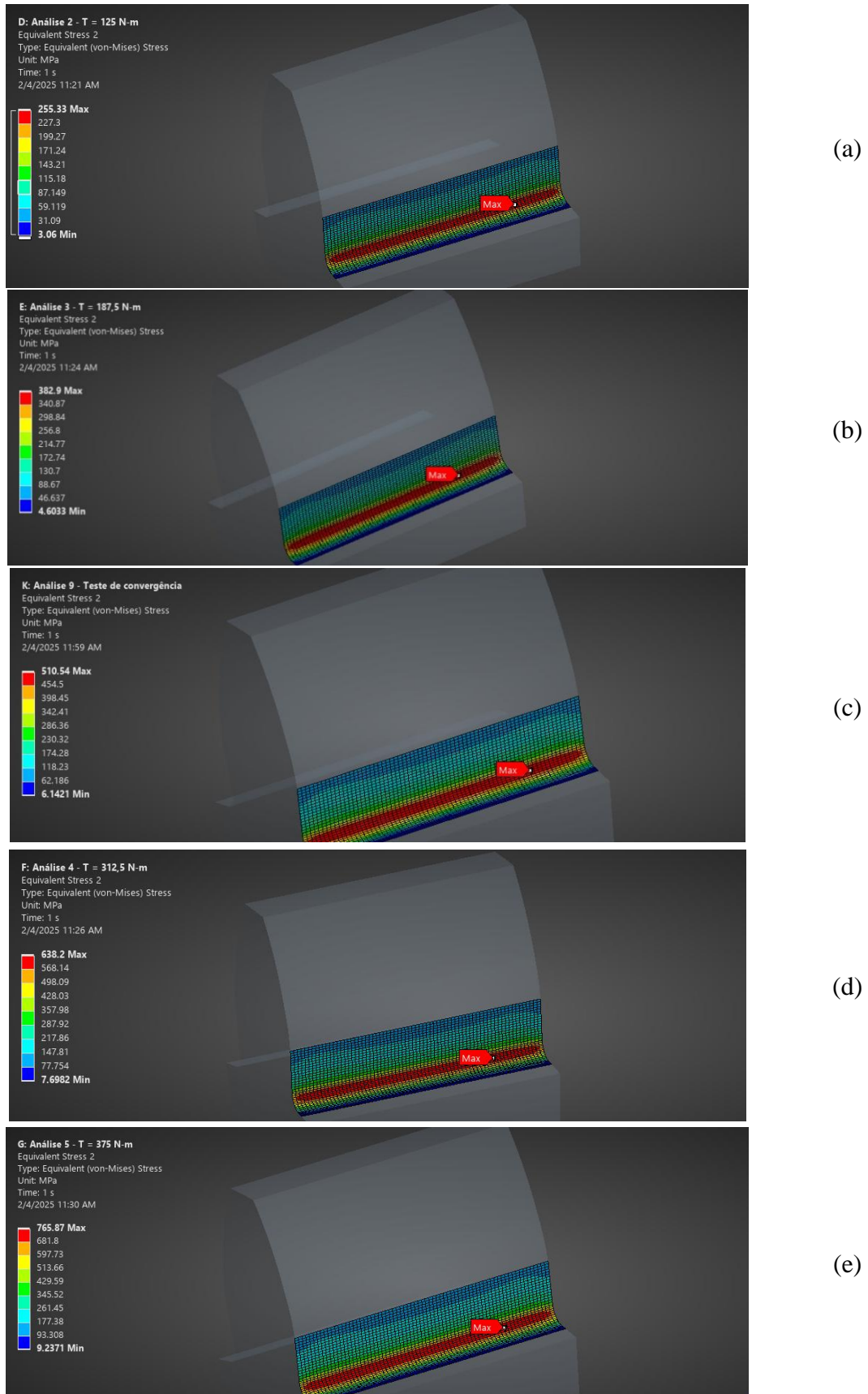


Figura 46: Resultados tensão à flexão - Variação no torque.

5 Capítulo 5: Conclusões

Nas próximas subseções deste capítulo, serão apresentadas as conclusões e discussões dos resultados obtidos a partir do que foi visto ao longo de todo este trabalho. Além disso, serão apresentadas recomendações para possíveis pesquisas futuras, possibilitando dar continuidade e aprofundar sobre algumas perspectivas.

5.1 CONCLUSÕES GERAIS

Este trabalho apresentou um detalhamento completo da norma ANSI/AGMA 2101-D04, a qual trata dos fatores fundamentais e métodos de cálculo de tensões para engrenagens de dentes retos e helicoidais, determinando tensões ao contato e tensões à flexão. Utilizando como sistema de referência um par de engrenagens de dentes retos utilizado em uma máquina padrão de *pitting* do tipo FZG, presente no trabalho de Nicholas David Leque, [4]. Onde, a modelagem do sistema partiu de informações bases presente no trabalho, outras foram adequadas à norma para que o comparativo entre os dois métodos fosse o mais próximo possível.

Frente ao objetivo proposto pelo presente trabalho obteve-se, após a implementação do método analítico, resultados de tensão ao contato de $\sigma_H = 1930,82 \text{ MPa}$, o que corresponde a um fator de segurança $S_H = 0,786$. Para a tensão à flexão encontrou-se um valor de tensão de $\sigma_F = 505,917 \text{ MPa}$, propondo um fator de segurança de $S_F = 1,000$. O fator de segurança ao contato menor do que o de flexão já era esperado, uma vez que o trabalho está analisando um par de engrenagens que está submetido a testes onde o modo de falha esperado é por condições provenientes ao contato dos dentes das engrenagens.

Após modelagem da geometria do sistema no SolidWorks® e simulações no ANSYS®, os resultados de tensões apresentaram concordância com os valores calculados com base na norma. Onde para a tensão ao contato o valor foi de $\sigma_H = 1915,20 \text{ MPa}$ e para tensão à flexão de $\sigma_F = 509,46 \text{ MPa}$, o que corresponde a um erro de 0,809% e 0,700%, respectivamente.

O estudo da influência da largura da face na tensão à flexão apresentou uma concordância menor entre os dois métodos de análise, apresentando um erro máximo de 10,591%, onde os resultados mostram uma redução na tensão à flexão com o aumento da largura da face. Tal resultado faz-se relevante frente a condições onde pretende aumentar a confiabilidade do projeto com pequenas alterações na geometria. Essa diferença pode se dar principalmente pela

norma não considerar em nenhum parâmetro o raio de base, onde fica limitado as condições de dimensionamento do projeto, podendo ser feita essa análise com mais precisão pela análise numérica, o que complementa a importância das duas abordagens em conjunto.

Para a análise da influência do torque aplicado ao pinhão, obteve-se que há uma relação diretamente proporcional no aumento do torque e aumento das tensões envolvidas. Havendo também uma concordância significativa entre a forma analítica e numérica, com erro máximo de 7,932% na tensão de contato. Buscando aumentar a vida útil do sistema, aplicando uma carga de 50% da carga nominal, aumenta-se o fator de segurança ao contato para 1,111, reduzindo a possibilidade de falhas na superfície de contato.

A modelagem analítica utilizando a norma ANSI/AGMA 2101-D04 aplicada ao *software* MATLAB®, apresenta-se como uma forma mais rápida e prática para utilizar no dimensionamento e cálculo de tensões e fatores de segurança para sistemas de engrenamento, uma vez que com o equacionamento pronto, basta alterar certos valores de acordo com o projeto para obter o resultado, sem haver todo tempo de processamento da análise numérica.

Por outro lado, há alguns parâmetros que a norma ainda não consegue definir com precisão, como é o caso do fator de condição superficial Z_R , repassando essa análise ao projetista ou sendo necessário recorrer a outras referências.

Por sua vez, o método numérico proporciona uma análise ponto a ponto do sistema, permitindo identificar com maior precisão os locais com maior concentração de tensão. O que possibilita a realização de pequenos ajustes e mudanças geométricas para mitigar determinados problemas, otimizando e aumentando a durabilidade do sistema.

Embora ambos os métodos tenham demonstrado concordância entre os resultados, a combinação de ambos se mostra uma estratégia altamente eficaz para garantir uma análise mais completa e precisa. A integração da forma analítica e numérica permite a identificação de potenciais falhas e a otimização do design do projeto.

5.2 TRABALHOS FUTUROS

Por fim, propõe-se, para futuros trabalhos, a realização de investigações sobre o comportamento das tensões no sistema para engrenagens fabricadas com materiais distintos, buscando entender como diferentes propriedades mecânicas influenciam nos resultados. Além disso, outra abordagem pode envolver sistemas de engrenamento helicoidais, planetários ou cônicos. Outra linha de pesquisa pode ser o comparativo com outras normas de

dimensionamento e padrões internacionais, como a ISO. Também, há a possibilidade de realizar otimizações geométricas no sistema buscando a redução de tensões residuais, considerando a possibilidade de reduzir custos com fabricação, peso e melhorar o desempenho do sistema.

Bibliografia

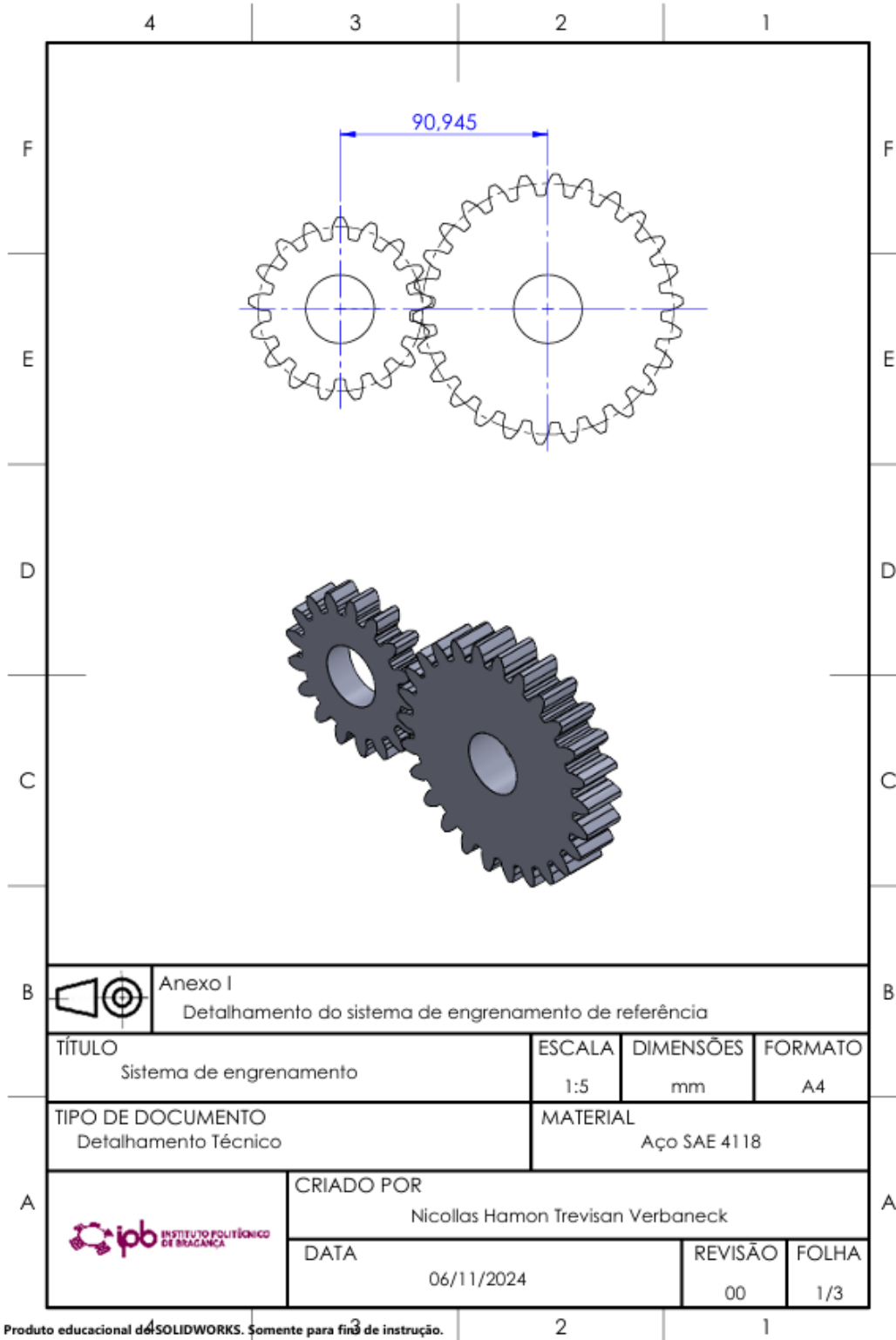
- [1] A. P. Agrawal, S. Ali, e S. Rathore, “Finite element stress analysis for shape optimization of spur gear using ANSYS”, *Mater. Today Proc.*, vol. 64, p. 1147–1152, jan. 2022, doi: 10.1016/j.matpr.2022.03.404.
- [2] “American Gear Manufacturers Association”. Acesso em: 7 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://www.agma.org/>
- [3] X. Kong, Z. Hu, J. Tang, S. Chen, e Z. Wang, “Effects of gear flexibility on the dynamic characteristics of spur and helical gear system”, *Mech. Syst. Signal Process.*, vol. 184, p. 109691, fev. 2023, doi: 10.1016/j.ymssp.2022.109691.
- [4] N. Leque, “Development of an Experimental Methodology for Evaluation of Gear Contact Fatigue under High-Power and High-Temperature Conditions”, The Ohio State University, 2011. Acesso em: 4 de novembro de 2024. [Online]. Disponível em: https://etd.ohiolink.edu/acprod/odb_etd/etd/r/1501/10?clear=10&p10_accession_num=os_u1312897007
- [5] “Minha Biblioteca: Fundamentos do Projeto de Componentes de Máquinas, 5ª edição”. Acesso em: 7 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: [https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521630715/epubcfi/6/2\[%3Bvnd.vst.idref%3Dcover\]!/4/2](https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788521630715/epubcfi/6/2[%3Bvnd.vst.idref%3Dcover]!/4/2)
- [6] “Minha Biblioteca: Elementos de Máquinas de Shigley”. Acesso em: 7 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788580555554/pageid/0>
- [7] “Minha Biblioteca: Cinemática e Dinâmica dos Mecanismos”. Acesso em: 7 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788580550122/pageid/0>
- [8] “Minha Biblioteca: ELEMENTOS DE MÁQUINAS”. Acesso em: 7 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788536530420/pageid/0>
- [9] M. B. Gupta, M. A. Choubey, e M. G. V. Varde, “Contact Stress Analysis Of Spur Gear”, *Int. J. Eng. Res. Technol.*, vol. 1, n° 4, jun. 2012, doi: 10.17577/IJERTV1IS4052.
- [10] K. Gupta, R. F. Laubscher, J. P. Davim, e N. K. Jain, “Recent developments in sustainable manufacturing of gears: a review”, *J. Clean. Prod.*, vol. 112, p. 3320–3330, jan. 2016, doi: 10.1016/j.jclepro.2015.09.133.
- [11] K.-D. Bouzakis, E. Lili, N. Michailidis, e O. Friderikos, “Manufacturing of cylindrical gears by generating cutting processes: A critical synthesis of analysis methods”, *CIRP Ann.*, vol. 57, n° 2, p. 676–696, 2008, doi: 10.1016/j.cirp.2008.09.001.
- [12] R. Hjelm *et al.*, “A multi-perspective method for gear efficiency and contact analysis”, *Results Eng.*, vol. 20, p. 101582, dez. 2023, doi: 10.1016/j.rineng.2023.101582.
- [13] J. Hewitt, “Design and materials selection for power-transmitting gears”, *Mater. Des.*, vol. 13, n° 4, p. 230–238, jan. 1992, doi: 10.1016/0261-3069(92)90030-L.
- [14] H. Liu, H. Liu, C. Zhu, e R. G. Parker, “Effects of lubrication on gear performance: A review”, *Mech. Mach. Theory*, vol. 145, p. 103701, mar. 2020, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2019.103701.
- [15] “ANSI/AGMA 9005-F16”. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: https://members.agma.org/MyAGMA/MyAGMA/Store/Item_Detail.aspx?iProductCode=9005_F16&Category=STANDARDS

- [16] “Software de projeto CAD 3D | SOLIDWORKS”. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://www.solidworks.com/pt-br/home-page-2021>
- [17] “Minha Biblioteca: Elementos Finitos - A Base da Tecnologia CAE - Análise Dinâmica”. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788536519715/pageid/0>
- [18] X. Zhang, P. Wei, R. G. Parker, G. Liu, H. Liu, e S. Wu, “Study on the relation between surface integrity and contact fatigue of carburized gears”, *Int. J. Fatigue*, vol. 165, p. 107203, dez. 2022, doi: 10.1016/j.ijfatigue.2022.107203.
- [19] R. B. C. Fonseca, *Ciência e Engenharia de Materiais - Uma Introdução 9ª Edição*. Callister. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: https://www.academia.edu/46847686/Ci%C3%Aancia_e_Engenharia_de_Materiais_Um_a_Introdu%C3%A7%C3%A3o_9a_Edi%C3%A7%C3%A3o_Callister
- [20] T. J. Lisle, B. A. Shaw, e R. C. Frazer, “External spur gear root bending stress: A comparison of ISO 6336:2006, AGMA 2101-D04, ANSYS finite element analysis and strain gauge techniques”, *Mech. Mach. Theory*, vol. 111, p. 1–9, maio 2017, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2017.01.006.
- [21] “ANSI/AGMA 2101-D04”. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: https://members.agma.org/MyAGMA/MyAGMA/Store/Item_Detail.aspx?iProductCode=2101_D04&Category=STANDARDS
- [22] T. Jabbour e G. Asmar, “Tooth stress calculation of metal spur and helical gears”, *Mech. Mach. Theory*, vol. 92, p. 375–390, out. 2015, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2015.06.003.
- [23] R. L. Mott, *Machine elements in mechanical design*, Sixth edition. NY, NY: Pearson, 2018.
- [24] N. L. Pedersen, “Improving bending stress in spur gears using asymmetric gears and shape optimization”, *Mech. Mach. Theory*, vol. 45, n° 11, p. 1707–1720, nov. 2010, doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2010.06.004.
- [25] “Minha Biblioteca: Projeto de Máquinas”. Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://integrada.minhabiblioteca.com.br/reader/books/9788582600238/pageid/0>
- [26] D. L. Nunez, “Análise da resistência à flexão e ao crateramento de uma engrenagem cilíndrica de dentes retos e helicoidais: avaliação da eficácia da norma ANSI/AGMA 2101-D04”, Acesso em: 9 de outubro de 2024. [Online]. Disponível em: <https://www.authorea.com/users/336192/articles/462559-an%C3%A1lise-da-resist%C3%Aancia-%C3%A0-flex%C3%A3o-e-ao-crateramento-de-uma-engrenagem-cil%C3%ADndrica-de-dentes-retos-e-helicoidais-avalia%C3%A7%C3%A3o-da-efic%C3%A1cia-da-norma-ansi-agma-2101-d04-para-c%C3%A1culo-%C3%A0-fadiga-e-mitiga%C3%A7%C3%A3o-de-falhas-de-projeto>
- [27] E. Oñate, *Structural Analysis with the Finite Element Method Linear Statics*. em Lecture Notes on Numerical Methods in Engineering and Sciences. Dordrecht: Springer Netherlands, 2013. doi: 10.1007/978-1-4020-8743-1.
- [28] “Ansys | Engineering Simulation Software”. Acesso em: 5 de fevereiro de 2025. [Online]. Disponível em: <https://www.ansys.com/>
- [29] H. Singh e D. Kumar, “Effect of face width of spur gear on bending stress using AGMA and ANSYS”, *Int. J. Simul. Multidiscip. Des. Optim.*, vol. 11, p. 23, 2020, doi: 10.1051/smdo/2020017.
- [30] Y. Zhou, C. Zhu, H. Liu, e H. Song, “Investigation of Contact Performance of Case Hardened Gears Under Plasto-elastohydrodynamic Lubrication”, *Tribol. Lett.*, vol. 67, no 3, p. 92, jul. 2019, doi: 10.1007/s11249-019-1202-7.

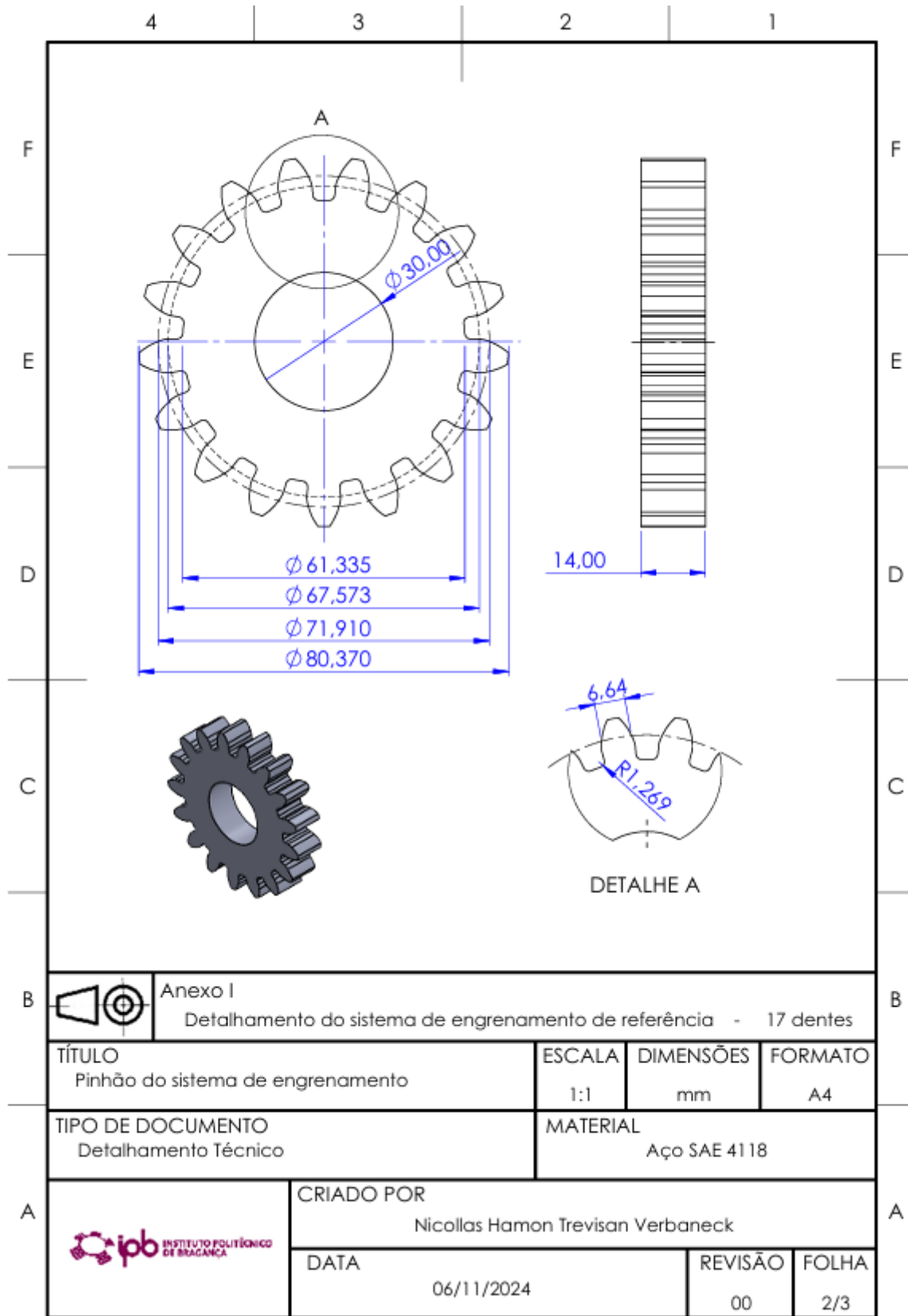
- [31] X. Wang, Z. Zhang, Y. Men, X. Li, Y. Liang, e L. Ren, “Fabrication of nano-TiC functional gradient wear-resistant composite coating on 40Cr gear steel using laser cladding under starved lubrication conditions”, *Opt. Laser Technol.*, vol. 126, p. 106136, jun. 2020, doi: 10.1016/j.optlastec.2020.106136.
- [32] Y. Wang, P. Liu, e D. Dou, “Investigation of Load Capacity of High-Contact-Ratio Internal Spur Gear Drive with Arc Path of Contact”, *Appl. Sci.*, vol. 12, no 7, Art. no 7, jan. 2022, doi: 10.3390/app12073345.
- [33] N. Raghuraman, D. S. Jain, e C. Glinsky, “Prediction of Dynamic Factors for Helical Gears in a High-Speed Multibody Gearbox System”.

Anexos

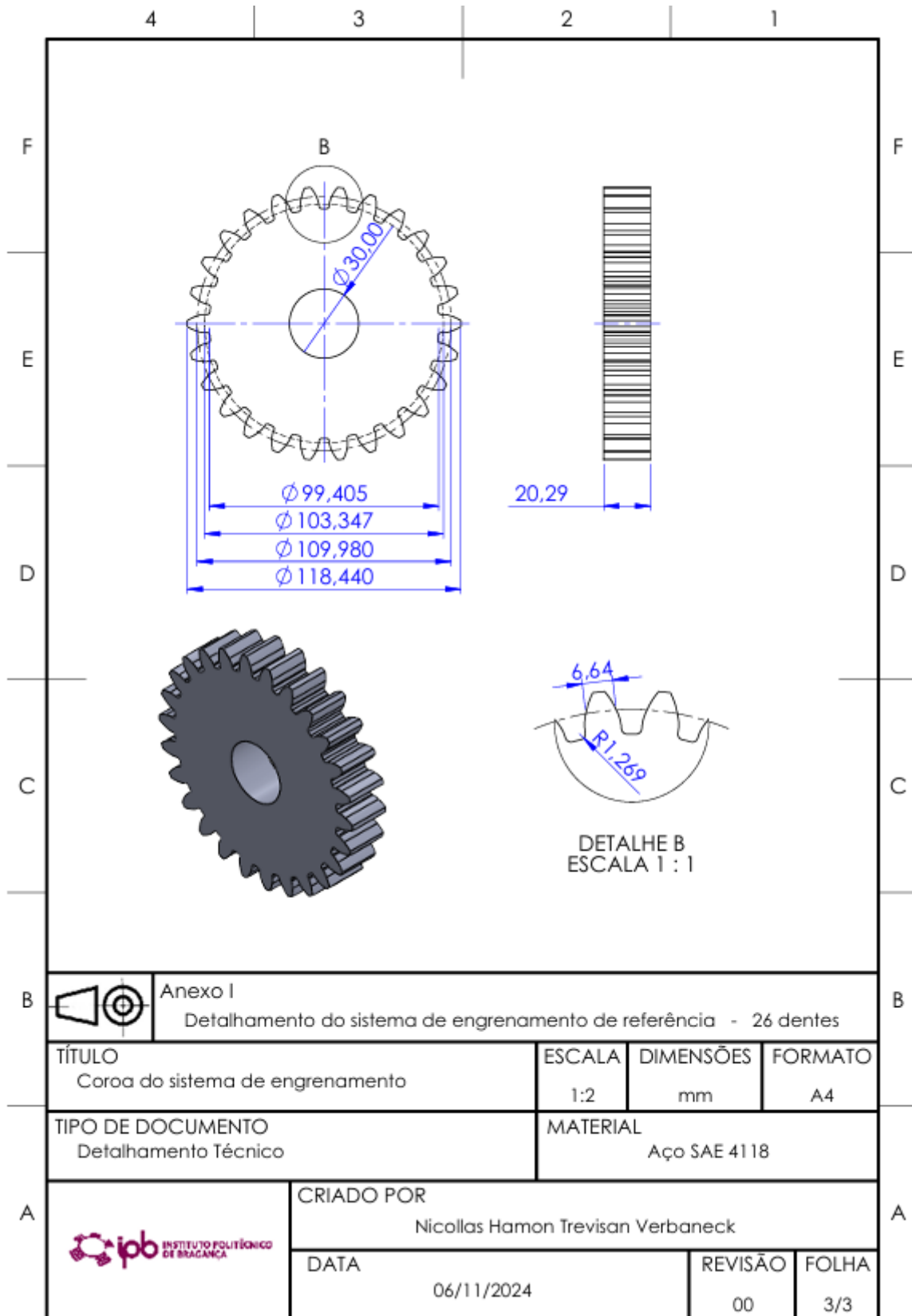
Anexo I – Detalhamento do sistema de engrenamento de referência



Produto educacional do SOLIDWORKS. Somente para fins de instrução.



Produto educacional do SOLIDWORKS. Somente para fins de instrução.



Produto educacional do SOLIDWORKS. Somente para fins de instrução.

Anexo II – Equações método analítico – MATLAB®

https://github.com/NicollasVerbaneck/Disserta-o_MATLAB

Anexo III – Resultados método numérico - ANSYS®

https://github.com/NicollasVerbaneck/Disserta-o_ANSYS