



MAD.RID

ISSN
2171-7842

CONSEJO EDITORIAL

Coordinador

- Francisco J. García Tartera

Editores

- Antonio Martínez Fernández
- Lilianne Boudon Gorraiz
- Javier Pérez-Castilla Álvarez

DISEÑO E IMAGEN

- Francisco J. García Tartera
- Inmaculada Del Rosal Alonso

MAQUETACIÓN

- Francisco J. García Tartera

CONTACTO

C/. Alcalá, 182 1º izqda.

28028 Madrid

T. +34 913555932

F. +34 913555804

E-mail: ense28.mad.rid@csi-f.es

Web: CSI-F Enseñanza Madrid

ense28.mad.rid@csi-f.es

INFORMACIÓN E INSTRUCCIONES

- Los artículos se enviarán en el formato DOC de la plantilla.
- CSI-F Enseñanza Madrid se reserva el derecho de publicar aquellos artículos que reúnan los requisitos mínimos de calidad en los contenidos.
- Se expedirá un certificado de publicación a cada usuario.

MAD.RID



CONSEJO EDITORIAL

Coordinador

- Francisco J. García Tartera

Editores

- Antonio Martínez Fernández
- Lilianne Boudon Gorraiz
- Javier Pérez-Castilla Álvarez

DISEÑO E IMAGEN

- Francisco J. García Tartera
- Inmaculada Del Rosal Alonso

MAQUETACIÓN

- Francisco J. García Tartera

CONTACTO

C/. Alcalá, 182 1º izqda.

28028 Madrid

T. +34 913555932

F. +34 913555804

E-mail: ense28.mad.rid@csi-f.es

Web: CSI-F Enseñanza Madrid

ense28.mad.rid@csi-f.es

INFORMACIÓN E INSTRUCCIONES

- Los artículos se enviarán en el formato DOC de la plantilla.
- CSI-F Enseñanza Madrid se reserva el derecho de publicar aquellos artículos que reúnan los requisitos mínimos de calidad en los contenidos.
- Se expedirá un certificado de publicación a cada usuario.

[MAD.RID](#)

EDITORIAL



Número 43

(ENERO, 2017)

Empieza el nuevo año y, como en otras ocasiones, no le dejamos solo, sino que le acompañamos con el Nº 43 de nuestra revista

[MAD.RID](#).

Fieles a nuestra tradición, presentamos un número multidisciplinar con artículos de lo más variado, que esperamos sean bien recibidos y que cuenten con vuestra aprobación. También queremos animaros a que sigáis escribiendo y enviándonos vuestra producción científica, que quedará viva para la posteridad entre las páginas de [MAD.RID](#), de la que sois coautores y, por tanto, merecedores de todo nuestro afecto y deseos para este 2017 que acabamos de estrenar.

En lo que respecta al futuro que nos espera a los docentes de la enseñanza pública de la Comunidad de Madrid, os adelanto las buenas perspectivas que se desprenden de las negociaciones que se llevan a cabo con la Administración en la Mesa Sectorial.

Todo apunta a que se está negociando de verdad, como hacía unos cuantos años que se echaba en falta. Veremos si al final nuestra sonrisa se vuelve perenne o se queda en una mueca, pero el año nuevo siempre invita a que la ilusión prevalezca por encima de la penumbra, pues las nubes que traen las tormentas de verano llegan solas, sin que nadie las llame, y ya tendrán tiempo de oscurecer nuestro cielo a lo largo del año.

Año nuevo y estreno del también nuevo presidente del país más poderoso del mundo. Donald Trump toma las riendas de los Estados Unidos en estas primeras semanas de enero de 2017, tras el traspaso de poderes en la Casa Blanca. Mientras tanto, las bolsas titubean y algunas grandes multinacionales acercan posiciones hacia las políticas anunciadas por el Sr. Trump.

Una nueva etapa de política mundial comienza con este 2017, en la que el Brexit será coprotagonista con el Presidente Trump en el desarrollo de acontecimientos. Pero todo ello no afectará a [MAD.RID](#), que seguirá fiel a sus compromisos.

Lo prometo.

Francisco J. García Tartera
Coordinador y redactor de [MAD.RID](#)



ISSN
2171-7842

CONSEJO EDITORIAL

Coordinador

- Francisco J. García Tartera

Editores

- Antonio Martínez Fernández
- Lilianne Boudon Gorraiz
- Javier Pérez-Castilla Álvarez

DISEÑO E IMAGEN

- Francisco J. García Tartera
- Inmaculada Del Rosal Alonso

MAQUETACIÓN

- Francisco J. García Tartera

CONTACTO

C/. Alcalá, 182 1º izqda.
28028 Madrid
T. +34 913555932
F. +34 913555804
E-mail: ense28.mad.rid@csi-f.es
Web: CSI-F Enseñanza Madrid

ense28.mad.rid@csi-f.es

INFORMACIÓN E INSTRUCCIONES

- Los artículos se enviarán en el formato DOC de la plantilla.
- CSI-F Enseñanza Madrid se reserva el derecho de publicar aquellos artículos que reúnan los requisitos mínimos de calidad en los contenidos.
- Se expedirá un certificado de publicación a cada usuario.

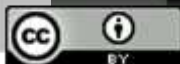
MAD.RID

- AUTOR
- VICENTE FCO. VALVERDE GONZÁLEZ
- ASUNCIÓN ROMEU GONZÁLEZ-BARROS
- MARÍA MAGDALENA RODILES PALOMO
- TEMA
- ACCIÓN EDUCATIVA EN EL EXTERIOR
- TÍTULO
- SECCIONES ESPAÑOLAS EN CENTROS DE OTROS ESTADOS
- NIVEL
- SECUNDARIA, BACH, UNIV.

- AUTOR
- ESTHER ROMERO CABALLERO
- TEMA
- ORIENTACIÓN
- TÍTULO
- PROYECTO DEL UNIVERSO EN EDUCACIÓN INFANTIL
- NIVEL
- EDUCACIÓN INFANTIL

- AUTOR
- FRANCISCO J. GARCÍA TARTERA
- VÍTOR M. BARRIGÃO GONÇALVES
- LUÍS GONZALO CHICO
- TEMA
- ELECTRICIDAD, ELECTRÓNICA
- TÍTULO
- CIRCUITOS TRIFÁSICOS. POTENCIA TRIFÁSICA (PARTE 1)
- NIVEL
- BACH.; FP (CGS); UNIV.

- AUTOR
- ANA MARÍA VILLORA SIMARRO
- TEMA
- ORIENTACIÓN
- TÍTULO
- PROYECTO DE EMOCIONES EN EDUCACIÓN INFANTIL
- NIVEL
- EDUCACIÓN INFANTIL





ISSN

2171-7842

CONSEJO EDITORIAL

Coordinador

- Francisco J. García Tartera

Editores

- Antonio Martínez Fernández
- Lilianne Boudon Gorraiz
- Javier Pérez-Castilla Álvarez

DISEÑO E IMAGEN

- Francisco J. García Tartera
- Inmaculada Del Rosal Alonso

MAQUETACIÓN

- Francisco J. García Tartera

CONTACTO

C/. Alcalá, 182 1º izqda.

28028 Madrid

T. +34 913555932

F. +34 913555804

E-mail: ense28.mad.rid@csi-f.es

Web: CSI-F Enseñanza Madrid

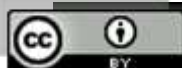
ense28.mad.rid@csi-f.es

INFORMACIÓN E INSTRUCCIONES

- Los artículos se enviarán en el formato DOC de la plantilla.
- CSI-F Enseñanza Madrid se reserva el derecho de publicar aquellos artículos que reúnan los requisitos mínimos de calidad en los contenidos.
- Se expedirá un certificado de publicación a cada usuario.

MAD.RID

Listado de autores	Títulos	Págs.
- VICENTE FCO. VALVERDE GONZÁLEZ - ASUNCIÓN ROMEU GONZÁLEZ-BARROS - MARÍA MAGDALENA RODILES PALOMO	ACCIÓN EDUCATIVA EN EL EXTERIOR: SECCIONES ESPAÑOLAS EN CENTROS DE OTROS ESTADOS	08 – 21
- ESTHER ROMERO CABALLERO	PROYECTO DEL UNIVERSO EN EDUCACIÓN INFANTIL	23 – 32
- FRANCISCO J. GARCÍA TARTERA - VÍTOR M. BARRIGÃO GONÇALVES - LUÍS GONZALO CHICO	CIRCUITOS TRIFÁSICOS. POTENCIA TRIFÁSICA (PARTE 1)	34 – 52
- ANA MARÍA VILLORA SIMARRO	PROYECTO DE EMOCIONES EN EDUCACIÓN INFANTIL	54– 60





ÍNDICE

ISSN
2171-7842

CONSEJO EDITORIAL

Coordinador

- Francisco J. García Tartera

Editores

- Antonio Martínez Fernández
- Lilianne Boudon Gorraiz
- Javier Pérez-Castilla Álvarez

DISEÑO E IMAGEN

- Francisco J. García Tartera
- Inmaculada Del Rosal Alonso

MAQUETACIÓN

- Francisco J. García Tartera

CONTACTO

C/. Alcalá, 182 1º izqda.

28028 Madrid

T. +34 913555932

F. +34 913555804

E-mail: ense28.mad.rid@csi-f.es

Web: CSI-F Enseñanza Madrid

ense28.mad.rid@csi-f.es

INFORMACIÓN E INSTRUCCIONES

- Los artículos se enviarán en el formato DOC de la plantilla.
- CSI-F Enseñanza Madrid se reserva el derecho de publicar aquellos artículos que reúnan los requisitos mínimos de calidad en los contenidos.
- Se expedirá un certificado de publicación a cada usuario.

MAD.RID

A.E.E.E.: SECCIONES ESPAÑOLAS EN CENTROS DE OTROS ESTADOS	8
VICENTE FRANCISCO VALVERDE GONZÁLEZ	8
MARÍA MAGDALENA RODILES PALOMO	8
ASUNCIÓN ROMEU GONZÁLEZ-BARROS	8

1 INTRODUCCIÓN	10
2 OBJETIVOS	10
3 CARACTERÍSTICAS	11
4 SECCIONES	11

PROYECTO DEL UNIVERSO EN EDUCACIÓN INFANTIL	23
ESTHER ROMERO CABALLERO	23

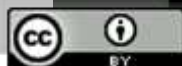
1 JUSTIFICACIÓN: ¿POR QUÉ TRABAJAR EL UNIVERSO EN E.E.I.I.?	25
2 OBJETIVOS DIDÁCTICOS	26
3 CONTENIDOS DIDÁCTICOS	26
4 ACTIVIDADES DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE	27
5 METODOLOGÍA DE APRENDIZAJE POR PROYECTOS	28
6 RECURSOS DIDÁCTICOS	29
7 EVALUACIÓN DEL PROCESO EDUCATIVO	31
8 REFERENCIAS	32

CIRCUITOS TRIFÁSICOS. POTENCIA TRIFÁSICA (PARTE 1)	34
FRANCISCO J. GARCÍA TARTERA; VÍTOR M. BARRIGÃO GONÇALVES; LUÍS GONZALO CHICO	34

1 GENERACION DE LA CORRIENTE ALTERNA	36
2 CORRIENTE TRIFÁSICA	40
2.1 CONEXION EN ESTRELLA	41
2.2 CONEXION TRIANGULO	43
2.3 SISTEMA EQUILIBRADO	43
3 POTENCIA EN UN SISTEMA TRIFÁSICO	45
4 EJERCICIOS RESUELTOS	47
5 REFERENCIAS CONSULTADAS	52

PROYECTO DE EMOCIONES EN EDUCACIÓN INFANTIL	54
ANA MARÍA VÍLLORA SIMARRO	54

1 INTRODUCCIÓN	56
2 PROPUESTA DIDÁCTICA: PROYECTO DE EMOCIONES EN E.E.I.I.	56
3 ACTIVIDADES	58
4 REFERENCIAS	60



- Resumen de la Reunión mantenida con la Consejería de Educación.
- Todos los sindicatos piden al Ministro de Educación una reunión urgente para preparar el Pacto Educativo, reforzar las plantillas y mejorar las retribuciones .
- El Pacto por la Educación debe blindar el gasto educativo y apostar por la Educación Pública .
- CSIF Informa: Presupuestos de los Institutos de Secundaria.
- Reconocimiento del Servicio Militar para los Empleados Públicos a efectos de trienios y de jubilación.
- Los empleados públicos de la Comunidad de Madrid cobrarán el último plazo de la paga extra de 2012 en la nómina de enero.
- Abierto plazo para cambio de entidad Sanitaria en MUFACE
- CSIF pide al Gobierno que negocie ya la oferta de empleo público para estabilizar las plantillas
- CSIF rechaza que se utilice a los empleados públicos como moneda de cambio en la negociación de los Presupuestos Generales del Estado
- BOE 29/12/16: Ampliación del calendario de implantación LOMCE .
- Procedimiento de Habilitación lingüística en idiomas extranjeros.
- Prueba certificación Inglés. Nivel C1.
- Programa de enriquecimiento educativo. Curso 2017/2018.
- Concursos de Traslados de Secundaria, FP y RE e Inspectores. Nombramiento de las Comisiones de Valoración.
- BOE 3/1/17: concurso de acceso a plaza de cuerpos docentes universitarios UNED
- Boletín Madrid: cultura y gastronomía nº 92
- ¿SABES QUE CSIF OFRECE CHARLAS EN TU CENTRO SOBRE UNA GRAN VARIEDAD DE TEMAS?

Campaña de reclamación IRPF Prestación maternidad



Estamos X tu información



CSI-F Enseñanza Madrid c/ Alcalá 182,1º Izda 28028 Madrid Tel. 913555932 Fax 913555932
 ense28@csi-f.es www.csi-f.es/sector/ensenanza/ambito/comunidad-de-madrid



VALORAR ESTE ARTÍCULO



CIRCUITOS TRIFÁSICOS. POTENCIA TRIFÁSICA (PARTE 1)

FRANCISCO J. GARCÍA TARTERA; VÍTOR M. BARRIGÃO GONÇALVES; LUÍS GONZALO CHICO



Cita recomendada (APA):

GARCÍA TARTERA, Francisco J.; BARRIGÃO GONÇALVES, VÍTOR M.; GONZALO CHICO, Luís (enero de 2017). Circuitos trifásicos. Potencia trifásica (Parte I). *MAD.RID. Revista de Innovación Didáctica de Madrid*. Nº 43. Pág. 34 - 52. Madrid. Recuperado el [día/mes/año](#) de <https://www.csif.es/contenido/comunidad-de-madrid/ensenanza/205631>

CIRCUITOS TRIFÁSICOS. POTENCIA TRIFÁSICA

RESUMEN

La generación de corriente trifásica y el cálculo de este tipo de circuitos constituyen uno de los grandes retos que debe afrontar la Teoría de Circuitos, por la mayor dificultad que entraña su análisis, recurriendo siempre, además, a la representación vectorial gráfica para mayor claridad y puesta en escena de las variables que intervienen en el análisis.

En este artículo se han incluido, aparte de la teoría imprescindible, ejercicios prácticos de múltiples casos similares a los que nos encontramos en la vida real. Igualmente, en la mayoría de ellos, se incluyen sus respectivas representaciones gráficas vectoriales.

El artículo se ha dividido en tres partes, dada su extensión, que se publicarán en los sucesivos siguientes números de la revista.

PALABARAS CLAVE

Trifásica, generación, corriente, ejercicios, números complejos.

ABSTRACT

The generation of three-phase current and the calculation of this type of circuits constitute one of the great challenges to be faced by Circuit Theory, due to the greater difficulty involved in its analysis, always drawing on vector graphics representation for clarity and staging of the variables involved in the analysis.

In this article we have included, apart from the essential theory, practical exercises of multiple cases similar to those found in real life. Likewise, in most of them, their respective vectorial graphical representations are included.

The article has been divided into three parts, given its size, which will be published in the following issues of the journal.

KEY WORDS

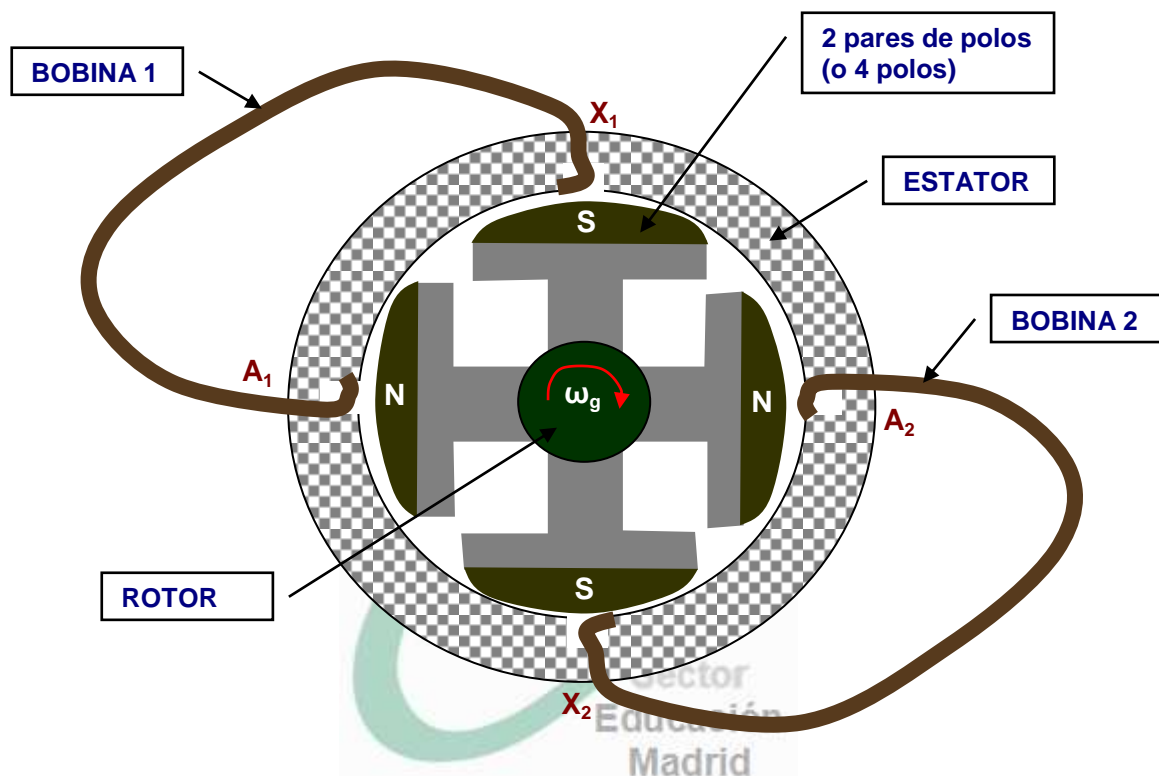
Three-phase, generation, current, exercises, complex numbers.

INDICE

1	GENERACION DE LA CORRIENTE ALTERNA	36
2	CORRIENTE TRIFASICA	40
2.1	CONEXION EN ESTRELLA	41
2.2	CONEXION TRIANGULO	43
2.3	SISTEMA EQUILIBRADO	43
3	POTENCIA EN UN SISTEMA TRIFASICO	45
4	EJERCICIOS RESUELTOS	47
5	REFERENCIAS CONSULTADAS	52

1 GENERACION DE LA CORRIENTE ALTERNA

Sabemos de otros cursos que si una espira gira con una velocidad angular ω constante en un campo magnético uniforme, se genera en ésta una tensión sinusoidal debido al flujo Φ que la atraviesa. Invertiendo los términos se consigue el mismo efecto, es decir, haciendo girar el campo magnético (polos magnéticos) y dejando fija la espira. Este segundo caso es el empleado en la práctica, debido a una serie de razones técnicas que lo hacen más sencillo.



En la figura anterior tenemos un ejemplo de lo descrito en el que aparecen 4 polos (normalmente se hace referencia al número de pares de polos, por lo que se trata de dos pares de polos) y, por lo tanto, la denominaríamos máquina tetrapolar. No obstante, no deja de ser un ejemplo teórico, dado que con una sola espira se nos inducirá un flujo y una tensión muy pequeños, por lo que se ha indicado en el dibujo que corresponden a bobinas con gran número de espiras, que conectadas a otras bobinas en serie (no representadas), proporcionarán el valor adecuado de tensión deseado.

Si el rotor gira con ω_g , se induce en cada bobina una tensión sinusoidal y alterna, de pulsación ω .

Con un solo par de polos, la **pulsación de la onda generada coincide con ω_g** :

$$\omega = \omega_g$$

Diremos que la vuelta se completa en un período T_g .

En una máquina TETRAPOLAR como la de la figura, puesto que tenemos dos pares de polos (4 p), la pulsación de la onda generada será el doble del caso anterior (2 p), por lo que:

$$\omega = 2 \omega_g$$

Ya que el ciclo sinusoidal del flujo transmitido estará en relación al número de pares de polos.

Puesto que el ciclo de flujo depende de cada par de polos, las pulsaciones de la onda saliente, en general, las podremos escribir:

$$\omega = p \cdot \omega_g$$

Siendo p el número de pares de polos.

Debemos iniciar una distinción a la vista de esta expresión, puesto que estamos tratando con *grados eléctricos* (los de ω), y con *grados reales* (los de ω_g).

En la figura anterior vemos que si conectamos ambas bobinas en serie obtendremos en sus extremos la suma de las tensiones inducidas, pues el flujo **CRECE** en ambas bobinas a la vez, de manera simétrica, al estar las dos perpendiculares a los polos Norte, por lo que las tensiones inducidas en éstas estarán en fase.

Si disponemos físicamente las bobinas en otra posición, es decir, si un polo Norte coincide perpendicularmente con una bobina, mientras que otros necesitan una distancia para situarse perpendiculares a las demás bobinas, obtendremos un desfase entre las tensiones originadas en cada una de estas bobinas con respecto a la primera.

Tomando como referencia la primera bobina (la originalmente perpendicular al polo Norte), podremos escribir:

Por tanto, podemos hablar de un **ángulo geométrico** entre la bobina de referencia **A** y la **B** y la **C...** y, al mismo tiempo, de un **ángulo eléctrico** de diferencia de fase en las tensiones proporcionadas por esas bobinas.

De la misma manera que escribíamos anteriormente:

$$\omega = p \cdot \omega_g$$

Ahora podemos escribir:

$$\varphi = p \cdot \varphi_g$$

Siendo φ el ángulo correspondiente.

Si el ángulo geométrico φ_g lo hacemos constante entre cada bobina (y hemos situado n' bobinas), la diferencia de fase del sistema, que podríamos denominar **ENEFÁSICO**, sería:

$$\varphi_s = \frac{2\pi}{n'}$$

Las tensiones originadas serían todas de la misma amplitud, pero desfasadas según el siguiente criterio:

$$E_0$$

$$E_{-\varphi_s}$$

$$E_{-2\varphi_s}$$

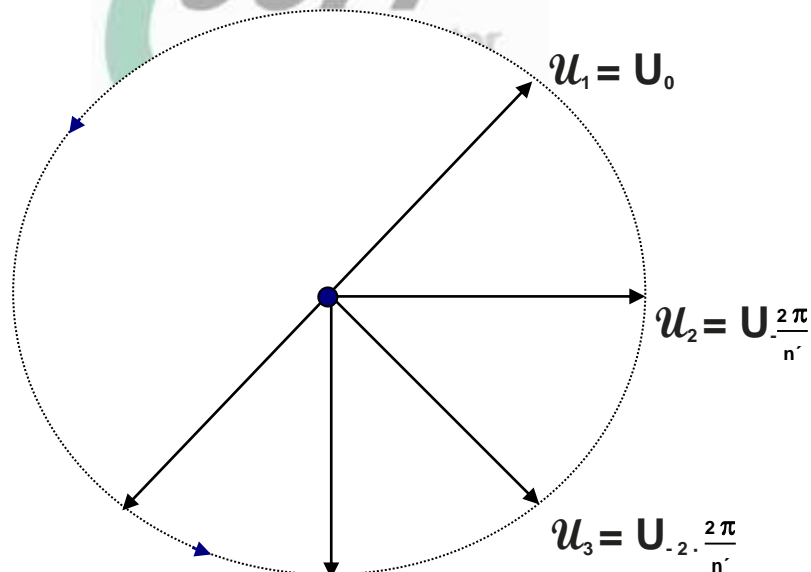
$$E_{-(n-1)\varphi_s}$$

Donde n es el número correlativo de bobina en cada momento.

Conectadas en serie todas estas bobinas, la tensión final sería:

$$U = p \cdot E$$

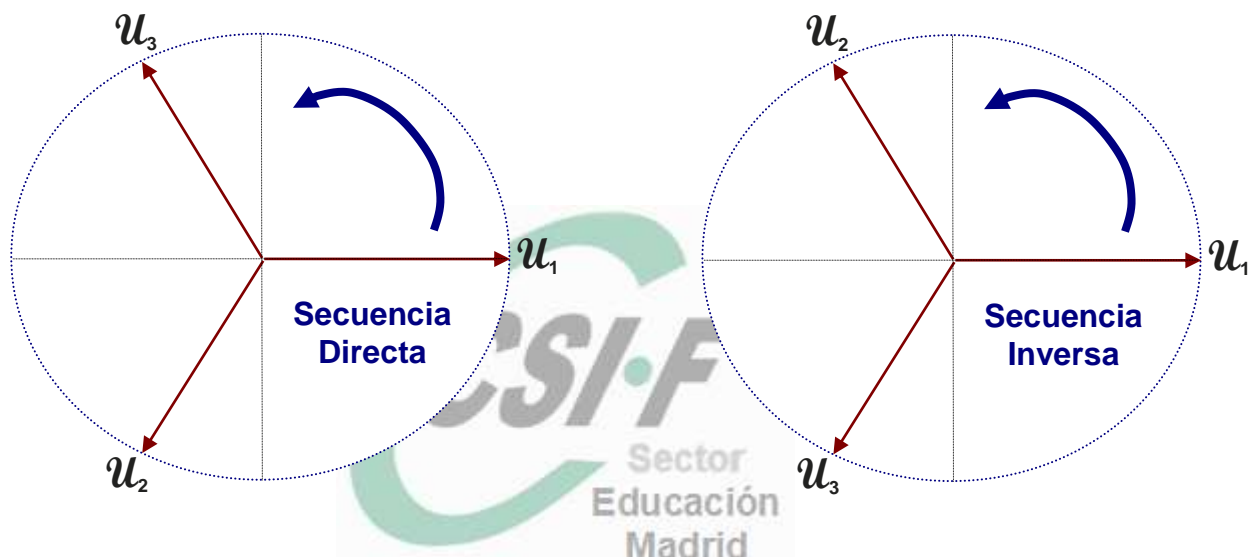
También podríamos distinguir las diferentes tensiones creadas en función de su ángulo de fase. Representado vectorialmente, respondería a la siguiente figura:



A partir de esta figura, si sacamos cada bobina al exterior mediante los terminales accesibles correspondientes, tendremos un sistema **ENEFÁSICO**.

Expresiones típicas en sistemas *enefásicos* son:

- **FASE**
Parte de un circuito donde se genera, se transmite o utiliza una de las tensiones del sistema.
- **SECUENCIA**
Orden en el que suceden las tensiones o que pasan por un determinado valor.
- **SECUENCIA + o Directa**
Si las fases corresponden al orden natural en que se consideran.
- **SECUENCIA - o Inversa**
Si no siguen el orden natural.



El concepto de secuencia es importante puesto que de ella dependerá, por ejemplo, el sentido de giro de un motor trifásico.

En la práctica encontraremos solo los siguientes sistemas:

- **BIFÁSICOS**
- **TRIFÁSICOS**
- **TETRAFÁSICOS**
- **EXAFÁSICOS**

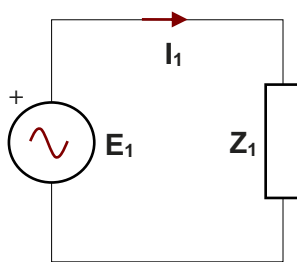
Por las definiciones hechas anteriormente deducimos que un sistema **BIFÁSICO** tendrá dos fases activas y un retorno o **NEUTRO** de corriente, que puede ser opcional.

Un sistema **TRIFÁSICO** tendrá tres fases y un neutro, etc. Puesto que los más extendidos son los **TRIFÁSICOS** y el principio de funcionamiento es igual para todos, centraremos el estudio en éstos.

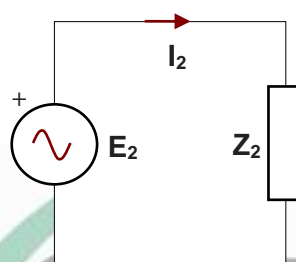
2 CORRIENTE TRIFASICA

Los generadores trifásicos de uso en la práctica proporcionan en su mayoría tensiones desfasadas 120 ° entre ellas, lo que se corresponde con las siguientes figuras:

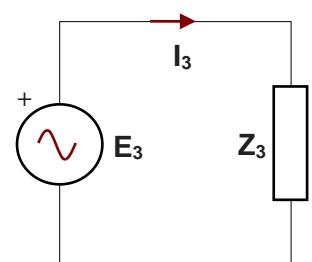
MODELO TEÓRICO



$$J_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{Z_1}$$



$$J_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{Z_2}$$



$$J_3 = \frac{\mathcal{E}_3}{Z_3}$$

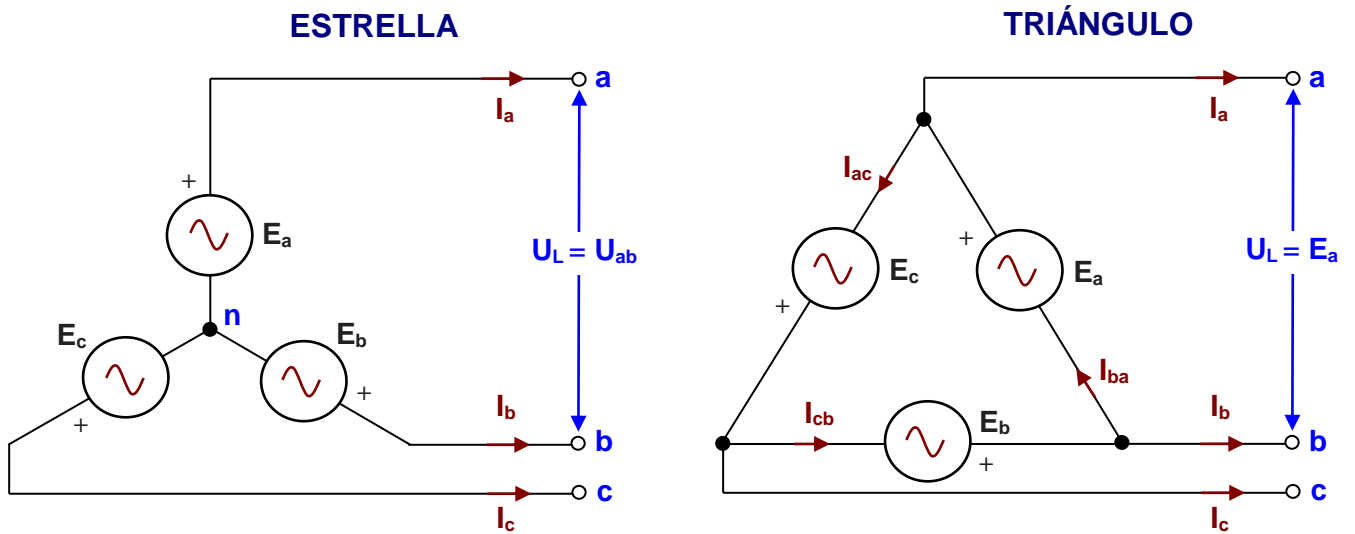
Estos grados los obtenemos de la expresión deducida anteriormente (recordemos que **n** es el número de bobina correlativo en cada momento y **n'** el número de bobinas):

$$-(n - 1) \frac{2\pi}{n'} = -(2 - 1) \frac{2\pi}{3} = -\frac{2\pi}{3} = -120^\circ$$

Existen dos sistemas principales de conexión de generadores para proporcionar estas tensiones:

- Conexión en **ESTRELLA**
- Conexión en **TRIÁNGULO**

Ambas formas presentan unas características especiales que se definen a continuación:

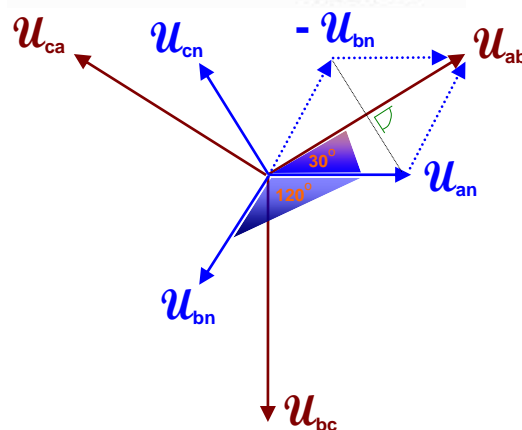


2.1 CONEXION EN ESTRELLA

Vemos, según la figura anterior, que la intensidad saliente de los generadores coincide con la de la **LÍNEA SUMINISTRADORA**, por eso se la llama **INTENSIDAD DE LÍNEA**, coincidente con la de FASE de cada uno de los generadores.

La **TENSIÓN DE LÍNEA** no coincide con la de los generadores (**TENSION DE FASE**), siendo mayor que la de éstos.

Aplicando trigonometría a la figura vectorial representada a continuación, encontraremos las siguientes relaciones:



$$u_{ab} = u_{an} - u_{bn} = 2 \cdot u_{an} \cdot \cos 30^\circ = 2 u_{an} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = u_{an} \cdot \sqrt{3}$$

Con lo cual deducimos que la tensión de línea U_{ab} **ADELANTA** a la tensión de fase U_{an} en 30° para secuencia directa, como se verá más adelante).

De la misma manera obtendríamos las expresiones para U_{bc} y U_{ca} .

El resultado sería:

$$U_{ab} = U_{an} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$U_{bc} = U_{bn} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

$$U_{ca} = U_{cn} \cdot \sqrt{3} \angle 30^\circ$$

Otra forma de demostrar estas relaciones (según la misma figura vectorial anterior y partiendo de un sistema equilibrado -todas las tensiones o intensidades en él son iguales en módulo y de ángulos de desfase también iguales-), sería la siguiente:

$$U_{ab} = U_{an} + U_{nb} = U_{an} - U_{bn} = U_{an \ 0^\circ} - U_{bn \ -120^\circ} = U_{an \ 0^\circ} - U_{an \ -120^\circ}$$

Puesto que suponemos un sistema equilibrado, ya que los módulos son iguales, podemos sustituir en la expresión anterior U_{bn} por U_{an} :

$$\begin{aligned} U_{an \ 0^\circ} - U_{an \ -120^\circ} &= U_{an} (\cos 0^\circ + j \sin 0^\circ) - U_{an} (\cos -120^\circ + j \sin -120^\circ) = \\ &= U_{an} - U_{an} \left(-\frac{1}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = U_{an} \left(1 + \frac{1}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \end{aligned}$$

$$|U_{ab}| = \sqrt{U_{an}^2 \left(\left(\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 \right)} =$$

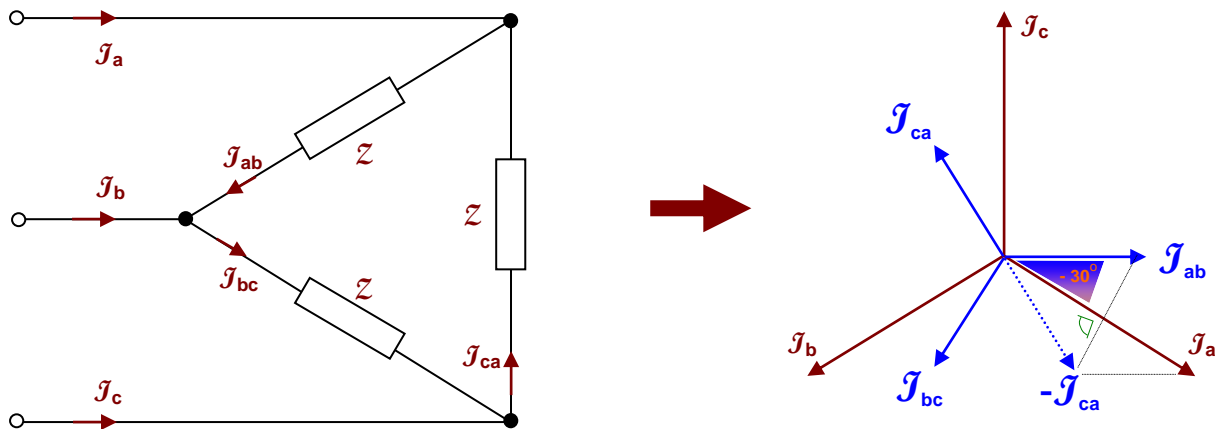
$$= U_{an} \cdot \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{3}{4}} = U_{an} \cdot \sqrt{\frac{12}{4}} = U_{an} \sqrt{3}$$

Vemos que llegamos a la misma conclusión, siendo el argumento:

$$\operatorname{tg} (U_{ab}) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \rightarrow \operatorname{tg} (30^\circ)$$

2.2 CONEXION TRIANGULO

En esta conexión, la **INTENSIDAD DE FASE** no coincide con la de **LÍNEA**, pero sí las **TENSIONES** de FASE y de LÍNEA, por tanto, de igual manera que para estrella:



Aquí deducimos que la **Intensidad de Línea** (I_a) **RETRASA** respecto de la **Intensidad de Fase** (I_{ab}) un ángulo de -30° .

$$I_a = I_{ab} - I_{ca} = I_{ab} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$I_b = I_{bc} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$I_c = I_{ca} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

2.3 SISTEMA EQUILIBRADO

Se habla de un sistema equilibrado cuando lo está la carga y el generador, para lo cual las impedancias relacionadas deben estarlo en cada fase, al igual que las fuentes de tensión.

Hablar de un sistema equilibrado implica que las tensiones serán iguales en módulo e iguales los ángulos de desfase entre sí.

Veamos un ejemplo de todo lo expuesto:

Se dispone una carga equilibrada Z , conectada a un sistema trifásico equilibrado de secuencia inversa en estrella. Si la impedancia por fase es de $25 \cdot \pi/6$ y la tensión de línea U_L de 150 v, constrúyase el diagrama vectorial.

Partimos del supuesto de que:

$$U_{an} = U_{F_0} \quad \therefore \quad U_{bn} = U_{F_{120}} \quad \therefore \quad U_{cn} = U_{F_{-120}}$$

$$U_{ab} = U_{an} + U_{nb} = U_{an} - U_{bn} = U_F \sqrt{3} \angle -30^\circ \quad (\text{según el gráfico vectorial})$$

Por tanto:

$$U_{ab} = U_{an} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

$$U_{bc} = U_{bn} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

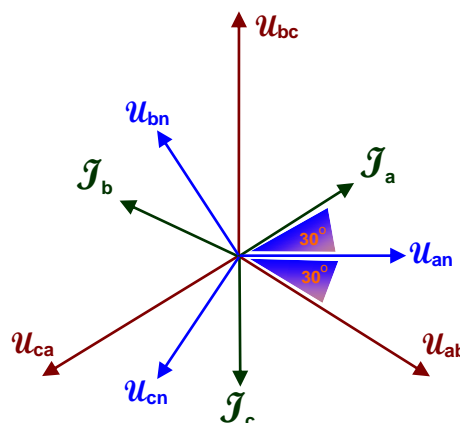
$$U_{ca} = U_{cn} \sqrt{3} \angle -30^\circ$$

Como que: $U_F = \frac{U_L}{\sqrt{3}} = \frac{150}{\sqrt{3}} = 86,6 \text{ v}$

Las intensidades estarán equilibradas pero adelantadas $\frac{\pi}{6}$ respecto de su tensión de fase U_F , debido a que son cargas capacitivas.

$$I_F = \frac{U_F}{Z} = \frac{86,6}{25} = 3,46 \angle \frac{\pi}{6} = 3,46 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Por lo tanto, el gráfico vectorial pedido será:

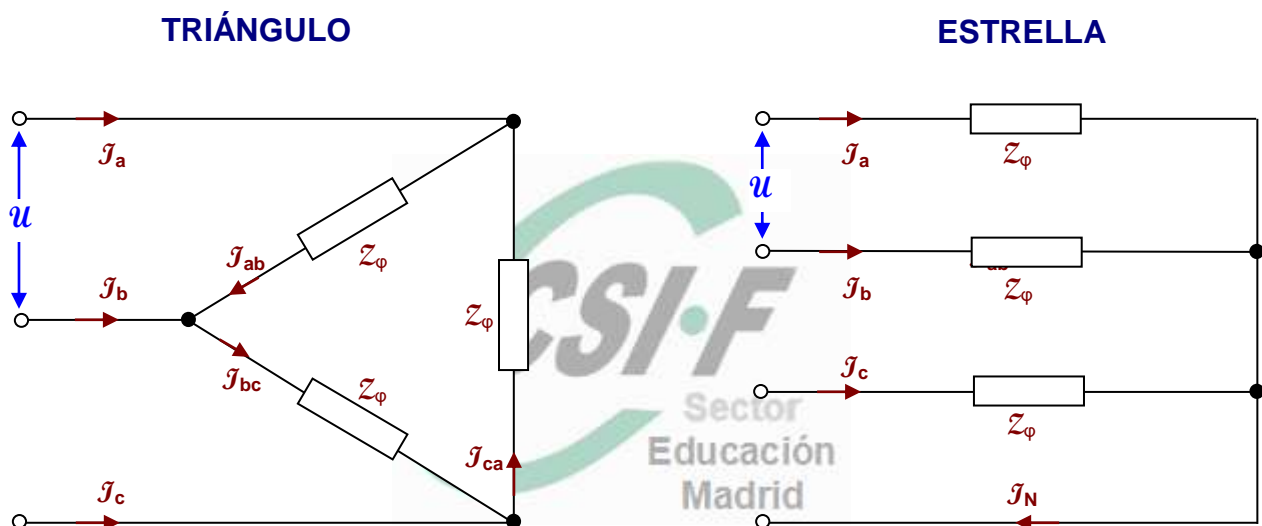


De la figura destacamos lo siguiente:

- Los módulos de cada vector son los calculados previamente.
- El diagrama de tensiones de fase del que se parte en la figura (\mathcal{U}_{an}), es de secuencia inversa.

3 POTENCIA EN UN SISTEMA TRIFÁSICO

Veamos los dos casos generales posibles ilustrados por las imágenes siguientes:



La **Potencia Activa** definida para un sistema o aparato trifásico se refiere a la **total consumida** por todo el conjunto, de manera que si tenemos tres fases, la Potencia Activa total responderá a la expresión:

$$P = 3 (U \cdot I \cdot \cos \varphi)$$

En el caso de la **ESTRELLA**, deduciremos:

Si nos fijamos en su figura, vemos que la intensidad de fase \mathcal{I}_F y de línea \mathcal{I}_L , coinciden. No así las tensiones de fase y de línea, cuya relación quedó

demostrada en el apartado anterior. Si ponemos la expresión de Potencia Activa en función de **valores de línea**, obtenemos:

$$P = 3 \cdot \frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

En **TRIÁNGULO** se deduce:

Observando la figura, vemos que tensión de fase y de línea coinciden. En cuanto a las intensidades, son diferentes (relacionadas por raíz de tres). Por tanto, poniendo en función de valores de línea:

$$P = 3 \cdot U_L \cdot \frac{I_L}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} U_L I_L \cos \varphi$$

De lo anteriormente expuesto se sacan en conclusión las siguientes expresiones que definen todo el concepto de potencia en un sistema trifásico, independientemente de su formación (Estrella o Triángulo):

VALORES DE LÍNEA

$$P = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} U I \cos \varphi$$

$$Q = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} U I \sin \varphi$$

$$S = 3 \cdot U \cdot \frac{I}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} U I$$

En función de los **VALORES DE FASE**, la expresión general quedaría:

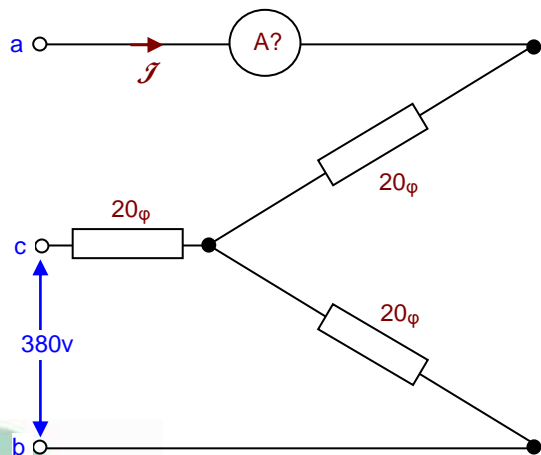
$$P = 3 \cdot U_F \cdot I_F \cdot \cos \varphi$$

Veamos algunos ejercicios de lo expuesto.

4 EJERCICIOS RESUELTOS

Dibújese el diagrama vectorial para una carga en estrella equilibrada cuya impedancia es 20φ y está alimentada mediante un sistema trifásico de secuencia inversa y equilibrado, cuyo módulo de tensión es de 380 v.

La figura que se deduce del enunciado es la siguiente:



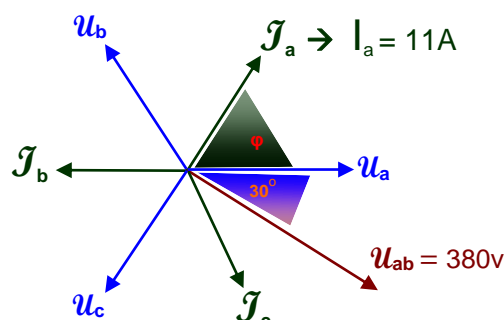
La tensión de fase será:

$$U_F = U_a = \frac{U_{ab}}{\sqrt{3}} = \frac{380}{1,7} = 220 \text{ v}$$

La intensidad de fase y de línea:

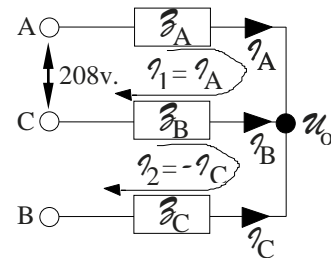
$$I_L = I_F = I_a = \frac{U_a}{20} = \frac{220}{20} = 11 \text{ A}$$

El diagrama sería el siguiente, teniendo en cuenta que es secuencia **C B A**:



En un sistema trifásico equilibrado en estrella CBA, de 208 v, se conecta una carga desequilibrada de impedancias en estrella, con los siguientes valores:

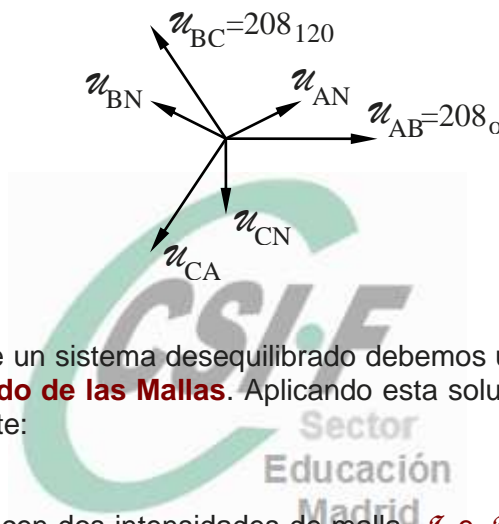
$$\begin{aligned} Z_A &= 6_0 \\ Z_B &= 6_{30} \\ Z_C &= 5_{45} \end{aligned}$$



Obtégase:

- El diagrama vectorial.
- Las intensidades de línea.
- La tensión U_o respecto del neutro de generadores.

- a) En las figuras se representa el circuito (izquierda) y la solución al apartado a) (figura de la derecha), que es el diagrama vectorial básico para secuencia C B A.



- b) Puesto que se trata de un sistema desequilibrado debemos utilizar técnicas generales de análisis como el **Método de las Mallas**. Aplicando esta solución deduciremos el sistema de ecuaciones siguiente:

En este sistema aparecen dos intensidades de malla, I_1 e I_2 , con los sentidos indicados en la figura, de manera que:

$$\begin{aligned} I_1 &= I_A & I_2 &= -I_C & I_B &= (I_2 - I_1) = -I_A - I_C \\ U_{AB} &= 208_0 = (Z_A + Z_B) I_1 - Z_B I_2 = (Z_A + Z_B) I_A + Z_B I_C \\ U_{BC} &= 208_{120} = (Z_B + Z_C) I_2 - Z_B I_1 = (Z_B + Z_C) (-I_C) - Z_B I_A \end{aligned}$$

HASTA AHORA NO SE HABÍA PLANTEADO UN SISTEMA EN EL CUAL HUBIERA QUE TRABAJAR CON NÚMEROS COMPLEJOS EXPRESADOS EN SUS DIFERENTES FORMAS, POR LO QUE SE HACE LA RECOMENDACIÓN DE OPERARLOS EN UNA ÚNICA MANERA (ESPECIALMENTE EN FORMA **BINÓMICA**), PARA EXPRESAR EN LA SOLUCIÓN FINAL LA FORMA **POLAR**, PUES DE LO CONTRARIO SE VAN ACUMULANDO ERRORES DE DECIMALES POR LAS SUCESIVAS TRANSFORMACIONES, DE TAL MANERA QUE EL RESULTADO SERÁ **ERRÓNEO**.

$6_o = 6$	$208_o = 208$	$120_{30} = 104 + j 60$
$6_{30} = 5 + j 3$	$208_{120} = -104 + j 180$	$120_{150} = -104 + j 60$
$5_{45} = 4 + j 4$	$208_{240} = -104 - j 180$	$120_{270} = -j 120$

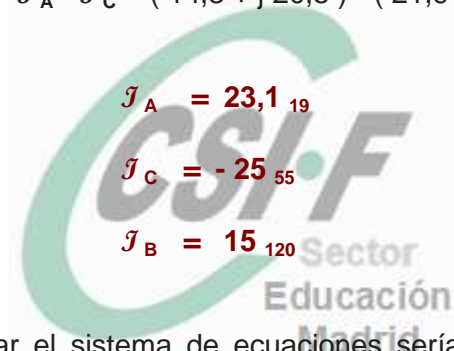
$$\begin{cases} 208_o = (Z_A + Z_B) I_A + Z_B I_C \\ 208_{120} = (Z_B + Z_C) (-I_C) - Z_B I_A \end{cases}$$

Solucionando el sistema podremos calcular todas las intensidades. Los valores resultantes son los siguientes:

$$I_A = I_1 = (21,9 + j 7,45)$$

$$I_C = -I_2 = -(14,3 + j 20,5)$$

$$I_B = (I_2 - I_1) = -I_A - I_C = (14,3 + j 20,5) - (21,9 + j 7,45) = (-7,58 + j 13)$$



$$\begin{aligned} I_A &= 23,1_{19} \\ I_C &= -25_{55} \\ I_B &= 15_{120} \end{aligned}$$

Otra forma de plantear el sistema de ecuaciones sería teniendo en cuenta todas las intensidades de rama:

$$\begin{cases} U_{AB} = 208_o = Z_A I_A - Z_B I_B \\ U_{BC} = 208_{120} = Z_B I_B - Z_C I_C \\ I_A + I_B + I_C = 0 \end{cases}$$

Se comprueba que una vez solucionado, el resultado es el mismo.

Para calcular las **tensiones de fase en la carga** respecto de U_o , conocidas ya las intensidades de fase, podemos aplicar:

$$U_A = Z_A I_A \quad .- \quad U_B = Z_B I_B \quad .- \quad U_C = Z_C I_C$$

- c) Habiendo calculado las intensidades podemos plantear cualquiera de las tres expresiones que se muestran a continuación, con objeto de calcular la tensión del punto de unión de la estrella u_o respecto del neutro de generadores:

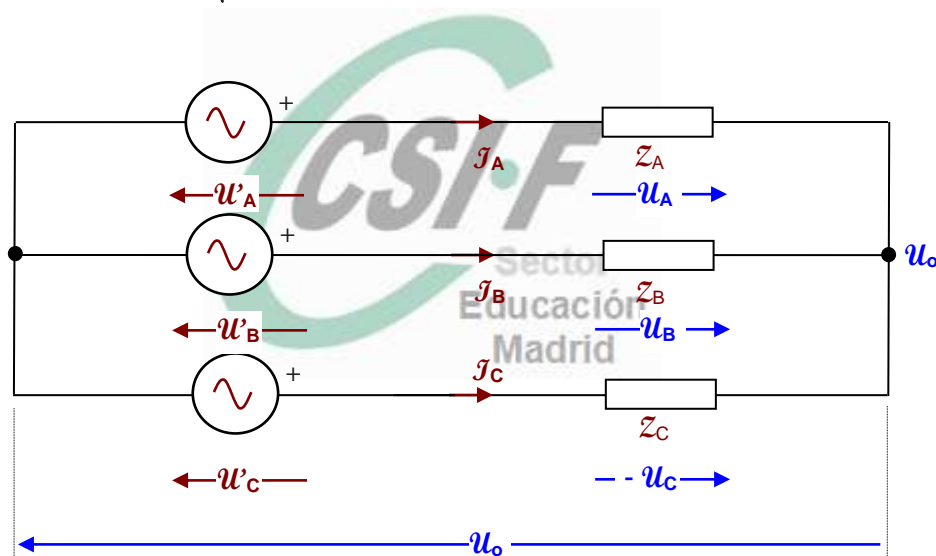
$$u_o = u_{A'} - Z_A I_A = u_{B'} - Z_B I_B = u_{C'} + Z_C I_C$$

Obviamente, las u_i son las **tensiones de fase de cada generador** (respecto de su neutro o punto común), por lo que las calcularemos fácilmente dividiendo la tensión de línea por raíz de tres y aumentando en 30° su fase, puesto que es un sistema de secuencia inversa (C B A):

$$u_{A'} = \frac{u_{AB}}{\sqrt{3}} = \frac{208 \angle 0}{1,7} \rightarrow u_{A'} = u_{AN} = 120 \angle 30$$

$$u_{B'} = \frac{u_{BC}}{\sqrt{3}} = \frac{208 \angle 120}{1,7} \rightarrow u_{B'} = u_{BN} = 120 \angle 150$$

$$u_{C'} = \frac{u_{CA}}{\sqrt{3}} = \frac{208 \angle -120}{1,7} \rightarrow u_{C'} = u_{CN} = 120 \angle 270$$



Aplicando la expresión deducida anteriormente:

$$u_o = u_{A'} - Z_A I_A = 120 \angle 30 - (6 \angle 0 \cdot 23,1 \angle 19) = -27,4 + j 15,3 = 31,4 \angle 151$$

Recordemos que el vector de tensión definido por $Z_A I_A$ es opuesto al de u_o o al de $u_{A'}$, por lo que tenemos un signo - en la expresión definitiva (obsérvese la figura original).

Como comprobación podemos verificar este resultado con las demás expresiones que definen u_o :

$$u_o = u_A + (-Z_A I_A) = u_B - Z_B I_B = u_C + Z_C I_C$$

$$u_o = u_B - Z_B I_B = 120_{150} - (6_{30} \cdot 15_{120}) = -27,1 + j 17,74 = \mathbf{32,4}_{147}$$

$$u_o = u_C + Z_C I_C = 120_{270} + (5_{45} \cdot 25_{55}) = -24,8 + j 19,2 = \mathbf{31,4}_{142}$$

Vemos que hay una pequeña diferencia debida al error en el redondeo de decimales, pero considerando el resultado final como aceptable.

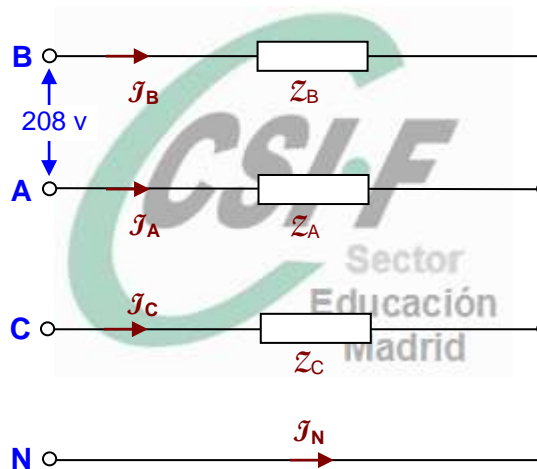
Calcular la I_N de un sistema equilibrado de cuatro hilos, de secuencia inversa y carga desequilibrada de valores, según muestra la figura:

$$Z_A = 6_0$$

$$Z_B = 6_{30}$$

$$Z_C = 5_{45}$$

Dibújese el diagrama vectorial.

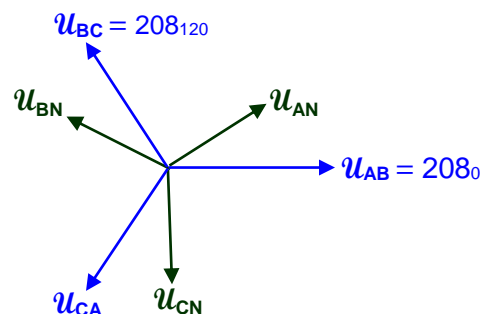


Por **Kirchhoff** deducimos la ecuación que nos relaciona la intensidad del cuarto hilo (neutro) con las demás, lo que nos permitirá calcular su valor:

$$- I_N = I_B + I_A + I_C =$$

$$= \frac{u_{BN}}{Z_B} + \frac{u_{AN}}{Z_A} + \frac{u_{CN}}{Z_C} =$$

$$= \frac{208_{150}}{\sqrt{3}} + \frac{208_{30}}{\sqrt{3}} + \frac{208_{270}}{\sqrt{3}}$$



5 REFERENCIAS CONSULTADAS

[INDICE](#)

- CABALLERO, M. A.; FERNÁNDEZ, E.; GARCÍA TARTERA, F. J.; CAMPILLEJO, G.; GUARDIA, S.; HOWE, M.; y PACHO, G. (2012). Evaluación de los efectos de la incorporación de las herramientas Web 2.0 en el diseño de nuestra práctica docente. *UPCommons*. UPC: BCN. Recuperado de <http://upcommons.upc.edu/handle/2099/12680>
- EDMINISTER, Joseph E. (1986). *Teoría y problemas de circuitos eléctricos*. McGraw-Hill. México, D.F. ISBN: 0-07-018984-6.
- GARCÍA TARTERA, Francisco J. (2000). *Electrónica industrial*. EUITI Virgen de La Paloma (Universidad Politécnica de Madrid –UPM–). Madrid. Distribución directa. ISBN 84-699-3006-0.
- GARCÍA TARTERA, Francisco J. (2000). *Experto en procesos de fabricación*. Curso universitario. Universidad Politécnica de Madrid (UPM). Madrid. Distribución directa. ISBN 84-699-3004-4.
- GARCÍA TARTERA, Francisco J. (2000). *Teoría de circuitos: problemas*. EUITI Virgen de La Paloma (Universidad Politécnica de Madrid –UPM–). Madrid. Distribución directa. ISBN 84-699-3005-2.
- GUALDA GIL, J.A.; MARTÍN GARCÍA, S. (2006). *Electrónica de potencia. Componentes, topologías y equipos*. Madrid: Editorial Paraninfo. ISBN: 9788497323970.
- MILLMAN, J.; HALKIAS, C. (1991). *Electrónica integrada*. Editorial Hispano Europea, S.A. (9ª edición). ISBN 9788425504327.
- ORTEGA JIMÉNEZ, J.; PARRA PRIETO, V. M.; PASTOR GUTIÉRREZ, A.; PÉREZ-COYTO, Á. (2003a). *Circuitos eléctricos*. Madrid: Editorial UNED. Volumen I. ISBN: 8436249577.
- ORTEGA JIMÉNEZ, J.; PASTOR GUTIÉRREZ, A. (2003b). *Circuitos eléctricos*. Madrid: Editorial UNED. Volumen II. ISBN: 8436249577.
- PARRA PRIETO, V.; PÉREZ COYTO, A.; PASTOR GUTIERREZ, A.; ORTEGA JIMÉNEZ, J. (1988). *Teoría de Circuitos*. UNED. Vol 1. Madrid. ISBN: 84-362-1949-X.
- ROLDÁN VILORIA, J. (2006). *Tecnología eléctrica aplicada*. Madrid: Editorial Paraninfo. ISBN: 9788428329309.
- SANJURJO NAVARRO, R.; LÁZARO SÁNCHEZ, E.; MIGUEL RODRÍGUEZ, P. de (1997). *Teoría de circuitos eléctricos*. McGraw-Hill. Aravaca (Madrid). ISBN: 84-481-1133-8.

Autoría

- Francisco J. García Tartera. UCM, UCJC, UOC, IES Virgen de la Paz (Alcobendas - Madrid).
- Vítor M. Barrigão Gonçalves. IPB. Instituto Politécnico de Bragança. [Escola Superior de Educação de Bragança](#) (Portugal).
- Luís Gonzalo Chico. IES Torrente Ballester (San Sebastián de los Reyes - Madrid).

[INDICE](#)

