



ProfMat 94

Actas

Leiria
9 a 12 de Novembro de 1994

ProfMat 94

Comissão Organizadora

Ana Lebre, *Esc. Prep. dos Marrazes*
Ana Vieira, *Esc. Sec. de Linda-a-Velha*
Eduardo Veloso, *Universidade de Lisboa*
Elvira Ferreira, *Esc. Prim. de Moita-Alcobaça*
Isabel Brandão, *Esc. Sec. Afonso Lopes Vieira*
Isabel Rocha, *ESE de Leiria*
João Rino, *Esc. Sec. Domingos Sequeira*
Lina Vicente, *CESIS-Projecto Futuro*
Manuela Pires, *Esc. Sec. Calazans Duarte*
Maria do Céu Faria, *Esc. Sec. Domingos Sequeira*
Odete João, *Esc. Sec. Rodrigues Lobo*
Olga Coelho, *Esc. Sec. Afonso Lopes Vieira*

Grupo de Apoio Local

*Professores do 1º Grupo da
Esc. Sec. Domingos Sequeira*

Professores da Esc. C+S D. Dinis:

Célia Catulo
Fátima Almeida
Laura Maio
Margarida Raimundo
Maria do Rosário Salada
Maria Teresa Andrade
Teresa Falcão

Título: *ProfMat 94 — Actas*

Organizadores: Ana Vieira, Eduardo Veloso e Lina Vicente

Editor: Associação de Professores de Matemática

Data: Novembro de 1994

Nº de exemplares: 1500

Montagem e impressão: Grafis, Coop. de Artes Gráficas, CRL

Nº de depósito legal: 80639/94

ISBN:972-9053-44-8

Publicação subsidiada pela Fundação Calouste Gulbenkian

Concepções de Perímetro e de Área e Processos de Resolução Desenvolvidos pelos Alunos

Manuel C. Vara Pires, Escola Superior de Educação de Bragança

Esta comunicação apresenta e discute alguns resultados de um estudo sobre as concepções de perímetro e de área e os processos/abordagens de resolução desenvolvidos pelos alunos num contexto utilizando materiais concretos. A experiência decorreu, no início do ano lectivo de 1993/94, numa turma do 6º ano de escolaridade numa escola urbana do nordeste do país.

Introdução

Não raramente constata-se que, em tarefas escolares de medição, actividade bastante familiar no dia-a-dia, os alunos obtêm fracos resultados quer nos processos/abordagens de resolução quer na compreensão de conceitos evidenciando concepções erradas.

No estudo do perímetro e da área, além das dificuldades específicas na aprendizagem de cada um dos conceitos, os alunos de todos os níveis etários frequentemente os confundem, não tanto devido a erros de cálculo mas essencialmente a deficiências de compreensão (Brown et al., 1988; Costa, 1985; Douady & Perrin, 1986; Hierstein, Lamb & Osborne, 1978; Szetela & Owens, 1986).

Razões desta situação poderão decorrer de abordagens "tradicionais" de ensino que, enfatizando os algoritmos e os procedimentos e secundarizando a exploração e a experimentação conceptuais (Osborne, 1976; Wilson & Osborne, 1992), se têm revelado ineficazes na correcção dessas concepções erradas. Por exemplo, embora a área de uma figura seja o número de unidades necessárias para a "cobrir" totalmente e sem sobreposições, com frequência é calculada pelos alunos através de medições lineares que estão inseridas numa fórmula. Este processo indirecto desenvolve nos alunos noções extremamente vagas acerca do conceito de área levando-os a pensar que a área é obtida através de um processo algorítmico e computacional (Costa, 1985).

Neste sentido, é importante proporcionar aos alunos outras experiências na abordagem dos sistemas de medida permitindo-lhes, nomeadamente, (a) ter oportunidade de resolver problemas diversificados; (b) aprender e compreender os conceitos antes dos procedimentos da prática; (c) beneficiar de mais tempo na utilização de modelos físicos e figurativos e discutir como esses materiais estão relacionados com os procedimentos simbólicos e abstractos; e (d) dispor de tempo para pensarem nas situações propostas antes de produzirem respostas (Brown et al., 1988).

Questões da Investigação

O estudo teve como objectivo investigar atitudes, concepções e práticas de alunos do 6º ano de escolaridade numa escola urbana do nordeste do país procurando dar resposta a três questões* principais: (a) Como encaram alunos do 6º ano de escolaridade a utilização de materiais na sua aprendizagem matemática?; (b) Que concepções acerca dos conceitos de área e perímetro são reveladas por alunos do 6º ano de escolaridade?; e (c) Que processos/abordagens de resolução são utilizados por alunos do 6º ano de escolaridade em tarefas que envolvam os conceitos de área e/ou perímetro?

Recolha de Dados

No processo de recolha de dados foram utilizados: (a) um teste de papel e lápis, para recolher informação sobre o desempenho dos alunos num conjunto de itens abordando o perímetro e a área; (b) entrevistas pouco estruturadas, em articulação com o teste; (c) entrevistas semi-estruturadas, em que eram propostas três tarefas abordando o perímetro e/ou a área; (d) um questionário, para recolher opiniões dos alunos sobre a utilização de materiais concretos; e (e) a observação de aulas, com registo de notas e comentários.

Os Alunos

Os 23 alunos (10 raparigas e 13 rapazes) integravam e constituíam uma turma típica para o 6º ano de escolaridade, com idades compreendidas entre os 10 e os 14 anos (média de 11,3 anos). Os alunos, provenientes de um meio urbano, frequentavam este ano pela primeira vez não revelando problemas significativos de aprendizagem.

* Apenas serão abordadas as duas últimas questões. A primeira questão é discutida na comunicação CGT2 - "A Utilização de Materiais na Aprendizagem Matemática".

Planificação

Na planificação das aulas foram discutidos, com a professora da turma, princípios pedagógicos gerais que deveriam orientar a unidade didáctica "Área e Perímetro", reconhecendo-se como aspectos importantes a desenvolver pelos alunos: (a) a manipulação de materiais concretos; (b) a resolução de situações problemáticas; (c) a comunicação e discussão das suas opiniões; (d) o trabalho em pequeno e em grande grupo; e (e) o trabalho de casa.

Desenvolvimento

Ao longo de dez aulas os alunos desenvolveram actividades centradas nos atributos a medir (comprimento e área), na utilização de unidades físicas arbitrárias e unidades padrão, na estimativa dos resultados, na relação entre a unidade de medida e o número de unidades necessárias, na distinção entre figuras geometricamente iguais e figuras equivalentes, na utilização de instrumentos de medida, na determinação de perímetros, no cálculo de áreas (por contagem de quadrículas, por decomposição, por enquadramento e através de fórmulas) e na relação entre a precisão dos enquadramentos e a unidade de medida escolhida.

Os alunos discutiram situações em que se reconhecem vantagens na utilização de quadrados como unidade de medida de área, em que é útil o processo de enquadramento, bem como maneiras de efectuar decomposições de figuras e a vantagem de as decompor em rectângulos.

Resolveram ainda situações problemáticas que relacionavam o perímetro e a área.

Materiais Utilizados

Na realização das actividades e na resolução de fichas de trabalho, os alunos trabalharam com: (a) materiais de uso corrente (paus de gelado, paus de giz, lápis e canetas); (b) diversos tipos de papel (vegetal, ponteadado e quadriculado); (c) instrumentos de medida (régua e esquadro); (d) modelos em cartolina; (e) geoplanos quadrados 9x9 e 10x10; e (f) "puzzles".

Resultados

Apresentam-se, em primeiro lugar, as concepções de perímetro e de área acompanhadas com afirmações dos alunos e, em seguida, os processos/abordagens de resolução desenvolvidos em relação à unidade de medida, ao perímetro e à área. São ainda referidas algumas percentagens (%) de respostas dadas.

Concepções de Perímetro e de Área

Quando se referiram ao perímetro, *soma, mais, lados, linha, fora e exterior* foram termos normalmente utilizados pelos alunos. Assim, o perímetro de uma figura foi associado:

(a) à soma de lados,

- "perímetro é a soma de todos os lados";
- "perímetro é o lado mais lado mais os outros lados que é para fazer o total".

(b) à linha fronteira ou aos lados,

- "perímetro é a linha que separa áreas ou corpos";
- "perímetro é os lados de uma figura qualquer".

(c) ao exterior,

- "perímetro é o que está fora".

Relativamente à área, foram referidas palavras, tais como *multiplicação, vezes, espaço, superfície, dentro, interior, medida, medição, comprimento e lados*. A área de uma figura foi, então, associada:

(a) ao produto,

- "área é o comprimento vezes a largura";
- "área é a multiplicação de todos os lados [da figura]".

(b) a espaço-superfície,

- "área é um espaço que está por dentro da figura";
- "área é uma superfície interior".

(c) a interior-dentro,

- "área é tudo o que está dentro de uma figura";
- "área é o que tem dentro das coisas (...)".

(d) a unidade, medida, medição,

- "área é o número de quadrados que tem [a figura]";
- "área é a medida de um quadrado";
- "área é a unidade que diz os resultados do interior";
- "área é a medição que a figura mostra por dentro".

(e) a lados, comprimento,

- "área é o comprimento da superfície interior";
- "(...) então a área é o conjunto de todos os lados".

Processos de Resolução

Unidade de Medida. Este conceito, importante no processo de medição, levantou algumas dificuldades, mais evidentes na área do que no perímetro.

Estas dificuldades tornaram-se visíveis quando os alunos:

- (a) escolheram unidades pouco adequadas. Por exemplo, indicaram o m^2 como unidade de medida da área de um postal do correio ou o dm para a altura de um castelo;
- (b) identificaram a unidade com medida (número);
- (c) indicaram unidades unidimensionais para a área, confundindo-a com o perímetro;
- (d) não aceitaram a relação inversa entre a unidade de medida e o número de unidades necessárias. Por exemplo, ao medir o comprimento de uma mesa, se o número de palmos for maior, os alunos consideraram que o comprimento do palmo seria também maior (39%).

Perímetro. Na determinação do perímetro de rectângulos não foram registados problemas significativos verificando-se contudo alguma confusão com a área quer no cálculo quer na indicação da unidade. A adição da medida dos comprimentos dos lados foi o processo mais utilizado:

Quando era pedido para calcular a "distância à volta" de um rectângulo, apenas 39% dos alunos a associaram ao perímetro, havendo identificações com a área (situação frequente nas entrevistas) e, até, com a amplitude de ângulo.

De uma maneira geral, os alunos utilizaram correctamente a régua. No entanto, quando o alinhamento da régua com o objecto era indirecto (referência inicial em 4, por exemplo) cerca de metade dos alunos fez uma contagem das divisões incluindo o 4.

Área. Na determinação da área de um rectângulo, dadas as respectivas dimensões, a maioria dos alunos aplicou correctamente a fórmula. Porém, alguns alunos (13%) recorreram à contagem de quadrículas, dividindo a figura em quadrados mas sem atender às dimensões do rectângulo chegando a resultados errados.

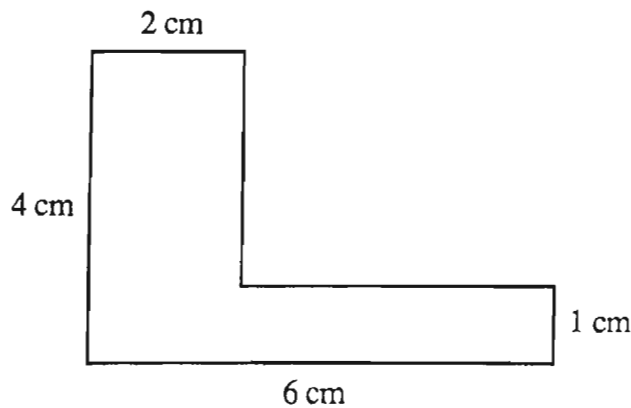
Quando o rectângulo já estava dividido em quadrados, o cálculo da sua área não constituiu problema.

O paralelogramo não rectângulo, apesar de não ter sido tratado nas aulas, foi apresentado numa das tarefas das entrevistas. Para a determinação da sua área, a primeira estratégia escolhida pelos alunos foi a utilização da fórmula do rectângulo. Confrontados com essa impossibilidade, recorreram a unidades físicas pavimentando a figura e/ou a papel quadriculado contando quadrados inteiros ou meios quadrados.

Com figuras representadas no geoplano e em papel pontado, os alunos trabalharam bem com quadrados inteiros e meios quadrados sentindo algumas dificuldades com meios rectângulos não quadrados (26%).

Quando recorreram ao processo de enquadramento para a determinação aproximada da área, os alunos apenas revelaram dificuldades com o enquadramento exterior. Muitos deles (52%), para este enquadramento, consideraram os quadrados exteriores à figura contando-os inteiros ou com compensações.

Quando utilizaram a decomposição para calcular a área, apenas dois alunos (9%) a determinaram correctamente. Apresentam-se seguidamente alguns processos utilizados pelos alunos para a determinação da área desta figura:



(a) $4 \times 2 + 4 \times 1$ ou $3 \times 2 + 6 \times 1$
- processos correctos;

(b) $4 \times 2 + 6 \times 1$
- fizeram a decomposição mas mantendo as dimensões iniciais;

$4 \times 2 + 6 \times 1 + 4 \times 3$ ou $4 \times 2 + 3 \times 2 + 4 \times 1 + 4 \times 6$
- multiplicaram as medidas (fornecidas ou não) aos pares considerando os rectângulos independentes;

(c) $6 \times 4 \times 2 \times 1$
- multiplicaram todos os números fornecidos;

(d) - dividiram a figura em quadrados mas sem atender às dimensões indicadas;

(e) $4 + 2 + 6 + 1$ ou $2 + 4 + 4 + 3 + 1 + 6$
- calcularam o perímetro, confundindo-o com a área.

Nas entrevistas, alguns alunos recorreram a unidades físicas cobrindo, sem sobreposições, toda a figura.

Em situações que relacionavam o perímetro e a área e tomando como exemplo a utilização de "puzzles", constatou-se que, por modificação da posição das peças, 70% dos alunos consideraram que a área era conservada mas apenas 26% aceitaram que o perímetro podia variar.

Conclusões e Recomendações

Os alunos revelam concepções de perímetro e de área bastante associadas a operações com números -- adição e multiplicação, respectivamente -- recorrendo frequentemente a frases do tipo "para o perímetro, adiciono" e "para a área, multiplico".

Essas concepções reflectem-se nos processos/abordagens de resolução que utilizam pois a primeira estratégia é quase sempre a aplicação de fórmulas. Quando outros processos são seguidos, nomeadamente utilizando modelos concretos, os alunos apresentam um melhor desempenho.

Neste sentido, para o estudo da área e do perímetro, recomenda-se a diversificação de abordagens de modo a possibilitar aos alunos quer uma boa compreensão conceptual quer o domínio dos procedimentos de cálculo proporcionando-lhes situações de aprendizagem em que tenham oportunidade de experimentar e discutir, em vez de observar passivamente. Estas situações devem, então, constituir preocupação relevante na planificação e na realização de actividades.

Referências

- Brown, C., Carpenter, T., Kouba, V., Lindquist, M., Silver, E. & Swafford, J. (1988). Secondary school results for the fourth NAEP mathematics assessment: discrete mathematics, data organization and interpretation, measurement, number, and operations. *Mathematics Teacher*, 81(4), 241-248.
- Douady, R. & Perrin, M. (1986). Concerning conceptions of area (pupils aged 9 to 11). *Actas do 10º encontro internacional do PME*, London, 253-258.
- Hirstein, J., Lamb, C. & Osborne, A. (1978). Student misconceptions about area measure. *Arithmetic Teacher*, 25(6), 10-16.
- Osborne, A. (1976). The mathematical and psychological foundation of measure. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: papers from a research workshop*. Columbus, Ohio: ERIC/SMEAC Science, Mathematics, and Environmental Education Information Analysis Center.
- Szetela, W. & Owens, D. (1986). Finding the area of a circle: use a cake pan and leave out the pi. *Arithmetic Teacher*, 33(9), 12-18.
- Wilson, P. & Osborne, A. (1992). Foundational ideas in teaching about measure. In T. Post (Ed.), *Teaching mathematics in grades K-8: research-based methods*. Massachusetts: Allyn and Bacon.