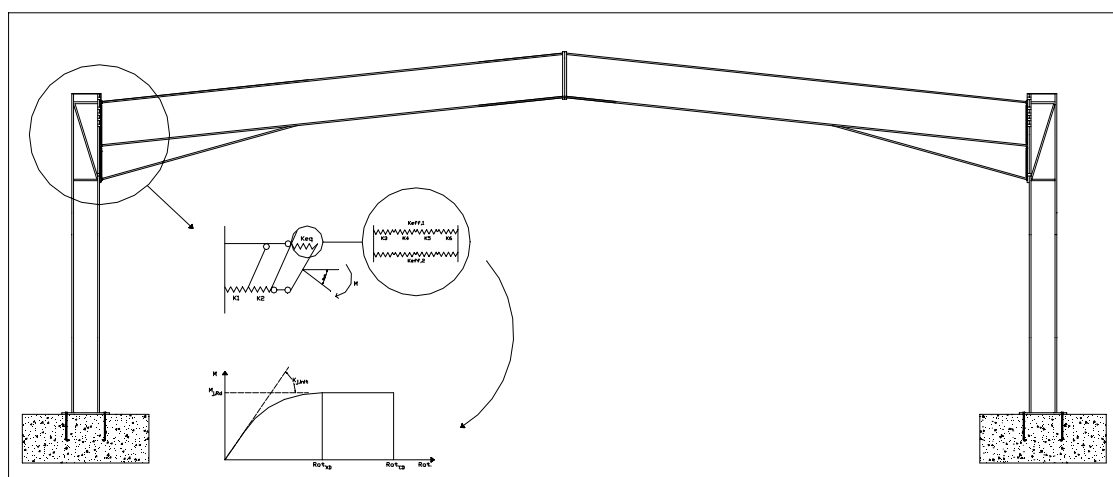




**UNIVERSIDADE DE COIMBRA**  
**FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA**



**INFLUÊNCIA DO COMPORTAMENTO REAL DAS LIGAÇÕES  
EM PÓRTICOS METÁLICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS**

Pedro Nuno Gonçalves Nogueiro  
(Licenciado)

Dissertação para a obtenção do Grau de Mestre  
em Engenharia Civil – Especialização em Estruturas

**Orientador:**

Prof. Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva

**Co-orientador:**

Prof. Doutor Dinar Reis Zamith Camotim

Coimbra 2000

# INFLUÊNCIA DO COMPORTAMENTO REAL DAS LIGAÇÕES EM PÓRTICOS METÁLICOS DE TRAVESSAS INCLINADAS

Pedro Nuno Gonçalves Nogueiro

Mestrado em Engenharia Civil – Especialização em Estruturas

Orientador: Prof. Doutor Luís Alberto Proença Simões da Silva

Co-orientador: Prof. Doutor Dinar Reis Zamith Camotim

## Resumo

O objectivo deste trabalho consiste em estudar a influência do comportamento real das ligações em pórticos de travessas inclinadas.

Todo o trabalho desenvolvido assenta na elaboração de análises: (i) elástica de 1.<sup>a</sup> ordem, (ii) linear de estabilidade (cargas críticas), (iii) elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, (iv) elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem e (v) elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, aplicadas a pórticos metálicos de travessas inclinadas.

A estratégia seguida baseia-se no estudo do comportamento de pórticos metálicos, simulando a rigidez das ligações, através de uma lei de comportamento bi-linear. A rigidez atribuída a cada uma das ligações é alterada ao longo de cada análise, consoante se trate de uma ligação rotulada, semi-rígida ou rígida.

Aplicam-se todas as análises, depois de devidamente calibradas, a um pórtico base (PB), apresentando-se logo de seguida os resultados de um estudo paramétrico mais abrangente, quer em gama estrutural quer em estados limites considerados.

Depois, comparam-se os resultados alcançados através de métodos aproximados com os resultados obtidos através do programa de cálculo automático LUSAS [1], na determinação de cargas críticas e na determinação dos esforços de 2.<sup>a</sup> ordem, procurando aqui avaliar algumas considerações presentes no Eurocódigo 3 (EC3) [2], relativamente aos intervalos que obrigam à consideração, ou não, dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Por último, apresenta-se a validação da análise dinâmica, finalizando o trabalho com as conclusões finais e os desenvolvimentos futuros.

## **Abstract**

An evaluation of the influence of connection flexibility on the response of pitched-roof portal frames is presented in this thesis.

The organization of the thesis follows, the execution of sequence of analysis types, described next: (i) first order elastic analysis, (ii) second order elastic analysis, (iii) critical load analysis, (iv) first order elasto-plastic analysis and (v) second order elasto-plastic analysis, applied to pitched-roof frames.

To reach the objectives of this research, the behaviour of joints is modelled using a bi-linear law, adjusting the stiffness case by case.

All these analysis are applied to a reference geometry (PB), followed by a parametric study for varying span-to-length ratios and cross sections.

Numerical results obtained using the finite element code LUSAS are subsequently compared with approximate results from simplified methods. These results are used to establish bounds on the importance of 2<sup>nd</sup> order effects.

Finally an initial attempt at validating the model under dynamic loading is presented, followed by some general conclusions and future developments.

## **Agradecimentos**

Ao Prof. Luís Simões da Silva, meu orientador científico, por ter sido a primeira pessoa, aquando da licenciatura, a sensibilizar-me para o interesse em continuar a minha formação académica, vindo a enveredar numa área tão apaixonante como é a Engenharia de Estruturas, mais especificamente estruturas metálicas.

Agradeço-lhe todo o infindável apoio, orientação e disponibilidade demonstrada ao longo da elaboração desta tese.

Ao Prof. Dinar Camotim, meu co-orientador científico, por toda a orientação prestada na elaboração da mesma.

Ao Nuno Silvestre, pela sua ajuda, sempre que solicitada.

Aos meus colegas de Mestrado, pelo bom entendimento e pelo apoio que sempre me prestaram.

Aos meus pais, pela total abertura e incentivo prestado, sempre norteado de valores que me ajudaram a evoluir no caminho certo.

À minha esposa, pela sua compreensão, pela sua companhia e ajuda nos momentos mais difíceis e sobejamente importantes.

# ÍNDICE

## Índice de Quadros e Figuras

### Notação

### Capítulo 1 – Introdução

1.1 – Considerações gerais.....	1.1
1.2 – Breve revisão histórica.....	1.2
1.3 – Motivação, objectivos e âmbito.....	1.3
1.4 – Organização e conteúdo do trabalho.....	1.4

### Capítulo 2 – Calibração da análise estática

2.1 – Introdução.....	2.1
2.2 – Análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem.....	2.3
2.2.1 – Descrição da análise elástica.....	2.3
2.2.2 – Análise elástica analítica.....	2.4
2.2.3 – Análise elástica automática.....	2.5
2.2.4 – Análise elástica automática com simulação das ligações.....	2.7
2.2.5 – Confirmação dos resultados do programa.....	2.8
2.3 – Análise linear de estabilidade.....	2.9
2.3.1 – Descrição da análise linear de estabilidade.....	2.9
2.3.2 – Determinação analítica das cargas críticas através das funções de estabilidade.....	2.10
2.3.2.1 – Primeira aproximação da carga crítica.....	2.10
2.3.2.2 – Constituição da matriz de rigidez da estrutura.....	2.11
2.3.2.3 – Constituição da matriz de rigidez simplificando a estrutura por simetria.....	2.11
2.3.2.4 – Solução aproximada através das funções de estabilidade.....	2.12
2.3.2.5 – Solução exacta através das funções de estabilidade.....	2.13

2.3.2.6 – Determinação analítica do 1.º modo de encurvadura da estrutura.....	2.15
2.3.2.7 – Determinação analítica do 2.º modo de encurvadura da estrutura.....	2.16
2.3.3 – Determinação automática das cargas críticas.....	2.17
2.3.4 – Determinação automática das cargas críticas com simulação das ligações.....	2.18
2.3.5 – Conclusão da análise de cargas críticas.....	2.19
2.4 – Análise elástica de 2.ª ordem.....	2.19
2.4.1 – Descrição da análise elástica de 2.ª ordem.....	2.19
2.4.2 – Aplicação da análise elástica de 2.ª ordem.....	2.20
2.4.3 – Conclusão da análise elástica de 2.ª ordem.....	2.24
2.4.4 – Descrição e aplicação da análise elástica de 2.ª ordem com simulação das ligações.....	2.25
2.5 – Análise plástica de 1.ª ordem.....	2.25
2.5.1 – Descrição da análise plástica de 1.ª ordem.....	2.25
2.5.2 – Análise elasto-plástica de 1.ª ordem analítica.....	2.26
2.5.3 – Análise elasto-plástica automática de 1.ª ordem.....	2.28
2.6 – Análise elasto-plástica de 2.ª ordem.....	2.30
2.6.1 – Descrição da análise elasto-plástica de 2.ª ordem.....	2.30
2.6.2 – Aplicação da análise elasto-plástica de 2.ª ordem.....	2.30
2.6.3 – Conclusão da análise elasto-plástica de 2.ª ordem.....	2.32
2.7 – Resposta estrutural ao carregamento cíclico.....	2.32

### **Capítulo 3 – Aplicação a pavilhões industriais – Análise estática**

3.1 – Introdução.....	3.1
3.2 – Caracterização geométrica .....	3.1
3.2.1 Rigidez das ligações.....	3.3
3.3 – Quantificação das acções e definição das combinações de acções.....	3.7
3.3.1 – Acções.....	3.7
3.3.1.1 – Acção permanente – Peso próprio.....	3.8
3.3.1.2 – Acção variável – Neve.....	3.8

3.3.1.3 – Acção variável – Vento.....	3.9
3.3.2 – Combinação de acções.....	3.11
3.3.2.1 – Acção de base – Neve.....	3.12
3.3.2.2 – Acção de base – Vento.....	3.12
3.4 – Aplicação da análise estática ao Pórtico Base.....	3.12
3.4.1 – Introdução.....	3.12
3.4.2 – Análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem.....	3.13
3.4.3 – Análise linear de estabilidade.....	3.15
3.4.4 – Análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	3.17
3.4.5 – Análise elasto-plástica de 1. <sup>a</sup> ordem.....	3.21
3.4.5.1 – Acção de base – Sobrecarga da Neve.....	3.21
3.4.5.2 – Acção de base – Acção do Vento.....	3.25
3.4.6 – Análise elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	3.32
3.4.6.1 – Acção de base – Sobrecarga da Neve.....	3.32
3.4.6.2 – Acção de base – Acção do Vento.....	3.36
3.4.7 – Análise e comparação dos resultados.....	3.42
3.5 – Estudo paramétrico.....	3.46
3.5.1 – Gráficos de interacção resistência da ligação-vão.....	3.49
3.5.1.1 – Estrutura com a ligação pilar-travessa sem reforço.....	3.49
3.5.1.2 – Estrutura com a ligação pilar-travessa com reforço.....	3.51

## Capítulo 4 – Aplicação de métodos aproximados

4.1 – Introdução.....	4.1
4.2 – Determinação aproximada de cargas críticas.....	4.2
4.2.1 – Introdução.....	4.2
4.2.2 – Descrição do método aproximado.....	4.2
4.3 Análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	4.4
4.3.1 – Introdução.....	4.4
4.3.2 – Descrição do método aproximado.....	4.6
4.3.3 – Análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem sem considerar as imperfeições geométricas.....	4.8
4.3.3.1 – Acção da neve.....	4.8

4.3.3.2 – Acção do vento.....	4.9
4.3.4 – Análise elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem considerando as imperfeições geométricas.....	4.10
4.4 – Análise elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	4.13
4.5 – Conclusões específicas.....	4.15

## **Capítulo 5 – Validação da análise dinâmica**

5.1 – Análise da frequência própria da estrutura.....	5.1
5.1.1 – Introdução.....	5.1
5.1.2 – Frequências da estrutura determinadas automaticamente.....	5.1
5.1.3 – Determinação analítica da frequência fundamental da estrutura.....	5.2
5.1.4 – Conclusão da análise de frequências da estrutura.....	5.4
5.2 – Análise dinâmica.....	5.5
5.2.1 – Introdução.....	5.5
5.2.2 – Definição da acção dinâmica geral.....	5.5
5.2.2.1 Introdução teórica.....	5.5
5.2.3 – Cálculo analítico da resposta não amortecida.....	5.7
5.2.4 – Exemplo de cálculo.....	5.9
5.2.5 – Cálculo automático da resposta não amortecida.....	5.11
5.2.6 – Cálculo analítico da resposta amortecida.....	5.13
5.2.7 – Cálculo automático da resposta amortecida.....	5.17
5.2.8 – Conclusão da validação da análise dinâmica.....	5.17
5.3 – Teste de amortecimento.....	5.19
5.4 – Aplicação de uma curva de carga de deslocamento/tempo na base da estrutura.....	5.21
5.5 – Aplicação de uma curva de carga de aceleração/tempo na base da estrutura...	5.23
5.6 – Resposta da estrutura quando se aplica um carregamento cíclico.....	5.24

## **Capítulo 6 – Conclusão**

6.1 – Introdução.....	6.1
6.2 – Considerações gerais.....	6.1

6.3 – Desenvolvimentos futuros.....

6.4

**Referências**

**Anexo A**

**Anexo B**

**Anexo C**

**Anexo D**

## *Índice de Quadros*

### **Capítulo 1 – Introdução**

### **Capítulo 2 – Calibração da Análise Estática**

Quadro 2.1 – Características geométricas do pórtico de calibração.....	2.1
Quadro 2.2 – Quadro resumo dos esforços.....	2.9
Quadro 2.3 – Quadro representativo dos valores próprios e cargas críticas.....	2.18
Quadro 2.4 – Quadro representativo dos valores próprios e cargas críticas.....	2.18
Quadro 2.5 – Quadro final comparativo para os quatro cálculos.....	2.19
Quadro 2.6 – Quadro resumo da formação das rótulas plásticas.....	2.28
Quadro 2.7 – Quadro final comparativo da análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem e análise elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	2.32

### **Capítulo 3 – Aplicação a pavilhões industriais – Análise estática**

Quadro 3.1 – Gama paramétrica em estudo.....	3.6
Quadro 3.2 – Valores da resistência e rigidez da ligação pilar-travessa sem e com reforço.....	3.6
Quadro 3.3 – Valores da resistência e rigidez da ligação do cume.....	3.7
Quadro 3.4 – Valores da acção permanente.....	3.8
Quadro 3.5 – Resultados finais da análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem – acção de base a neve.....	3.14
Quadro 3.6 – Resultados finais da análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem – acção de base o vento.....	3.15
Quadro 3.7 – Resultados da análise de cargas críticas, com a variação da rigidez das ligações, avaliadas em factores de carga $\lambda$ .....	3.16
Quadro 3.8 – Coeficientes entre factores de carga, com a variação da rigidez das ligações.....	3.16
Quadro 3.9 – Resultados da análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem. Acção de base o vento.	3.17
Quadro 3.10 – Resultados da análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem. Acção de base a neve..	3.18
Quadro 3.11 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 1.....	3.22

Quadro 3.12 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 2.....	3.23
Quadro 3.13 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 3.....	3.23
Quadro 3.14 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 4.....	3.24
Quadro 3.15 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 5.....	3.25
Quadro 3.16 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 1.....	3.26
Quadro 3.17 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 2.....	3.27
Quadro 3.18 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 3.....	3.28
Quadro 3.19 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 4.....	3.29
Quadro 3.20 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 5.....	3.30
Quadro 3.21 – Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base a neve.....	3.31
Quadro 3.22 – Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base o vento....	3.31
Quadro 3.23 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 1.....	3.33
Quadro 3.24 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 2.....	3.33
Quadro 3.25 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 3.....	3.34
Quadro 3.26 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 4.....	3.35
Quadro 3.27 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 5.....	3.35
Quadro 3.28 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 1.....	3.37
Quadro 3.29 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 2.....	3.38
Quadro 3.30 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 3.....	3.39
Quadro 3.31 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 4.....	3.40
Quadro 3.32 – Resultados que provocam a plastificação da estrutura – caso 5.....	3.41
Quadro 3.33 – Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base a neve.....	3.41
Quadro 3.34 – Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base o vento....	3.41
Quadro 3.35 – Factores de carga de colapso.....	3.48

#### Capítulo 4 – Aplicação de métodos aproximados

Quadro 4.1 – Expressões analíticas aproximadas para avaliar $\lambda^{NM}_b$ e $\lambda^{NF}_b$ .....	4.3
Quadro 4.2 – Resultados da análise de cargas críticas, com a variação da rigidez das ligações, avaliadas em factores de carga $\lambda$ .....	4.4
Quadro 4.3 – Coeficientes entre factores de carga, com a variação da rigidez das ligações.....	4.4
Quadro 4.4 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas	

ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 20 metros....	4.8
Quadro 4.5 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 30 metros....	4.9
Quadro 4.6 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 30 metros....	4.10
Quadro 4.7 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 30 metros....	4.12
Quadro 4.8 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para a situação de rotura e para o vão de 20 metros.....	4.14
Quadro 4.9 – Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para a situação de rotura e para o vão de 30 metros.....	4.15
Quadro 4.10 – Quadro resumo que define os intervalos que obrigam à consideração dos efeitos de 2. <sup>a</sup> ordem para uma análise elástica.....	4.17

## **Capítulo 5 – Validação da Análise Dinâmica**

Quadro 5.1 – Frequências próprias do pórtico de calibração determinadas pelos diferentes métodos.....	5.4
--	-----

## *Índice de Figuras*

### **Capítulo 1 – Introdução**

### **Capítulo 2 – Calibração da Análise Estática**

Figura 2.1 – Pórtico de calibração.....	2.2
Figura 2.2 – Curva de rigidez - resistência de uma ligação.....	2.2
Figura 2.3 – Método dos deslocamentos.....	2.4
Figura 2.4 – Diagrama de esforços resultante do cálculo analítico.....	2.5
Figura 2.5 – Secção do pilar do pórtico de calibração.....	2.6
Figura 2.6 – Diagrama de esforços resultante do cálculo automático.....	2.7
Figura 2.7 – Localização das molas no pórtico de calibração.....	2.8
Figura 2.8 – Diagramas de esforços resultante da análise automática com molas.....	2.8
Figura 2.9 – Representação dos nós estruturais do pórtico de calibração.....	2.8
Figura 2.10 – Primeira aproximação à carga crítica – estrutura de nós fixos.....	2.10
Figura 2.11 – Primeira aproximação à carga crítica – estrutura de nós móveis.....	2.10
Figura 2.12 – Configurações correspondentes aos deslocamentos restringidos para a estrutura completa.....	2.11
Figura 2.13 – Configurações correspondentes aos deslocamentos restringidos para a estrutura simplificada.....	2.11
Figura 2.14 – Primeiro modo de encurvadura da estrutura simplificada.....	2.16
Figura 2.15 – Segundo modo de encurvadura da estrutura simplificada.....	2.17
Figura 2.16 – Representação do nó 41.....	2.21
Figura 2.17 – Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 5.0 mm.....	2.21
Figura 2.18 – Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 9.0 mm.....	2.21
Figura 2.19 – Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 12.5 mm.....	2.22
Figura 2.20 – Imperfeições geométricas do pórtico de calibração.....	2.22

Figura 2.21 – Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 27.5 mm.....	2.23
Figura 2.22 – Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 42.5 mm.....	2.23
Figura 2.23 – Trajectórias de equilíbrio do nó 41, comparativo para todas as imperfeições geométricas e carga crítica.....	2.24
Figura 2.24 – Representação das “molas” no pórtico de calibração.....	2.25
Figura 2.25 – Cálculo elástico de 1. <sup>a</sup> ordem da estrutura.....	2.26
Figura 2.26 – Primeira rótula plástica, nó 1.....	2.27
Figura 2.27 – Representação das “molas” no pórtico de calibração.....	2.28
Figura 2.28 – Lei de comportamento elasto-plástico do material da mola.....	2.29
Figura 2.29 – Trajectória de equilíbrio da estrutura.....	2.29
Figura 2.30 – Trajectórias de equilíbrio da estrutura, resultantes da análise elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem, para as mesmas situações de imperfeições geométricas.....	2.31
Figura 2.31 – Aplicação da carga e descarga.....	2.32
Figura 2.32 – Rótula em estudo.....	2.33
Figura 2.33 – Momento flector vs rotação para a situação de carga e descarga.....	2.33

### Capítulo 3 – Aplicação a pavilhões industriais – Análise estática

Figura 3.1 – Pórtico em estudo.....	3.2
Figura 3.2 – Base do pórtico.....	3.2
Figura 3.3 – Nó da elevação, pilar-travessa, sem reforço.....	3.2
Figura 3.4 – Nó do cume, travessa-travessa.....	3.2
Figura 3.5 – Curva Momento-Rotação de uma ligação e rigidez inicial $K_{j,init}$ .....	3.4
Figura 3.6 – Modelo mecânico para as ligações da elevação e cume.....	3.4
Figura 3.7 – Ligação do nó da elevação, pilar-travessa, com reforço.....	3.7
Figura 3.8 – Vista parcial em planta do pavilhão em estudo.....	3.8
Figura 3.9 – Coeficientes de pressão $\delta_{pe}$ para as paredes e cobertura.....	3.9
Figura 3.10 – Pressões globais.....	3.10
Figura 3.11 – Acção do vento mais desfavorável.....	3.10
Figura 3.12 – Acção do vento simplificada.....	3.10

Figura 3.13 – Combinação para a acção de base a sobrecarga da neve.....	3.12
Figura 3.14 – Combinação para a acção de base a acção do vento.....	3.12
Figura 3.15 – Representação da estrutura metálica.....	3.14
Figura 3.16 – Representação do carregamento axial da estrutura com vista à determinação das cargas críticas.....	3.16
Figura 3.17 – Gráfico representativo da análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem, carga crítica e elástica de 2. <sup>a</sup> ordem para a situação da estrutura rotulada na base e semi-rígida nas restantes ligações, para a acção de base a neve.....	3.19
Figura 3.18 – Gráfico representativo da análise elástica de 1. <sup>a</sup> ordem, carga crítica e elástica de 2. <sup>a</sup> ordem para a situação da estrutura rotulada na base e semi-rígida nas restantes ligações, para a acção de base o vento.....	3.20
Figura 3.19 – Trajectória de equilíbrio – acção de base a neve.....	3.21
Figura 3.20 – Deformada da estrutura plastificada – caso 1.....	3.22
Figura 3.21 – Deformada da estrutura plastificada – caso 2.....	3.22
Figura 3.22 – Deformada da estrutura plastificada – caso 3.....	3.23
Figura 3.23 – Deformada da estrutura plastificada – caso 4.....	3.24
Figura 3.24 – Deformada da estrutura plastificada – caso 5.....	3.24
Figura 3.25 – Trajectória de equilíbrio – acção de base o vento.....	3.25
Figura 3.26 – Deformada da estrutura plastificada – caso 1.....	3.26
Figura 3.27 – Deformada da estrutura plastificada – caso 2.....	3.27
Figura 3.28 – Deformada da estrutura plastificada – caso 3.....	3.28
Figura 3.29 – Deformada da estrutura plastificada – caso 4.....	3.29
Figura 3.30 – Deformada da estrutura plastificada – caso 5.....	3.30
Figura 3.31 – Trajectória de equilíbrio – acção de base a neve.....	3.32
Figura 3.32 – Deformada da estrutura plastificada – caso 1.....	3.33
Figura 3.33 – Deformada da estrutura plastificada – caso 2.....	3.33
Figura 3.34 – Deformada da estrutura plastificada – caso 3.....	3.34
Figura 3.35 – Deformada da estrutura plastificada – caso 4.....	3.34
Figura 3.36 – Deformada da estrutura plastificada – caso 5.....	3.35
Figura 3.37 – Trajectória de equilíbrio – acção de base o vento.....	3.36
Figura 3.38 – Deformada da estrutura plastificada – caso 1.....	3.37
Figura 3.39 – Deformada da estrutura plastificada – caso 2.....	3.37
Figura 3.40 – Deformada da estrutura plastificada – caso 3.....	3.38

Figura 3.41 – Deformada da estrutura plastificada – caso 4.....	3.39
Figura 3.42 – Deformada da estrutura plastificada – caso 5.....	3.40
Figura 3.43 – Representação das trajectórias de equilíbrio para o Pórtico Base, para várias análises, para a estrutura rotulada na base sendo a acção de base a neve.....	3.42
Figura 3.44 – Representação das ligações estruturais.....	3.43
Figura 3.45 – Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 1.....	3.43
Figura 3.46 – Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 2.....	3.43
Figura 3.47 – Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 3.....	3.44
Figura 3.48 – Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 4.....	3.44
Figura 3.49 – Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 5.....	3.44
Figura 3.50 – Gráfico comparativo das trajectórias de equilíbrio do Pórtico Base, para a análise elasto-plástica de 1. <sup>a</sup> ordem e elasto-plástica de 2. <sup>a</sup> ordem.....	3.45
Figura 3.51 – Trajectórias de equilíbrio – acção de base neve (ligações rígidas na base).....	3.47
Figura 3.52 – Trajectórias de equilíbrio – acção de base vento (ligações rígidas na base).....	3.47
Figura 3.53 – Trajectórias de equilíbrio – $R_L = 6$ (ligações rígidas na base ).....	3.48
Figura 3.54 – Interacção da resistência da ligação pilar-travessa sem reforço, com o vão.....	3.49
Figura 3.55 – Interacção da resistência da ligação travessa-travessa com o vão.....	3.50
Figura 3.56 – Interacção da resistência da ligação pilar-travessa e travessa-travessa, com o vão.....	3.50
Figura 3.57 – Interacção da resistência da ligação pilar-travessa com reforço, com o vão.....	3.51
Figura 3.58 – Interacção da resistência da ligação travessa-travessa com o vão.....	3.52
Figura 3.59 – Interacção da resistência da ligação pilar-travessa e travessa-travessa, com o vão.....	3.52

## Capítulo 4 – Aplicação de métodos aproximados

Figura 4.1 – Estrutura em estudo.....	4.2
---------------------------------------	-----

Figura 4.2 – Efeitos de 2. <sup>a</sup> ordem.....	4.5
Figura 4.3 – Carregamento real.....	4.7
Figura 4.4 – Representação gráfica dos diversos termos do método aproximado.....	4.7
Figura 4.5 – Representação das imperfeições geométricas.....	4.10
Figura 4.6 – Modelação das imperfeições geométricas segundo o EC3.....	4.11
Figura 4.7 – Linhas de tendência por regressão linear. Ligação pilar-travessa.....	4.16
Figura 4.8 – Linhas de tendência por regressão linear. Ligação travessa-travessa....	4.16

## Capítulo 5 – Validação da Análise Dinâmica

Figura 5.1 – Pórtico de calibração.....	5.3
Figura 5.2 – Grau de liberdade da estrutura a estudar.....	5.3
Figura 5.3 – Concentração da massa do pórtico ao nível da viga .....	5.4
Figura 5.4 – Carregamento aplicado dinamicamente.....	5.5
Figura 5.5 – Variação do carregamento ao longo do tempo.....	5.5
Figura 5.6 – Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.....	5.7
Figura 5.7 – Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.....	5.9
Figura 5.8 – Gráfico da resposta não amortecida ao longo do tempo, determinado analiticamente.....	5.11
Figura 5.9 – Gráfico da resposta não amortecida ao longo do tempo, calculado automaticamente.....	5.12
Figura 5.10 – Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.....	5.13
Figura 5.11 – Gráfico da resposta amortecida ao longo do tempo, determinado analiticamente.....	5.16
Figura 5.12 – Gráfico da resposta amortecida ao longo do tempo, calculado automaticamente.....	5.17
Figura 5.13 – Resposta não amortecida ao longo do tempo, determinado analiticamente.....	5.17
Figura 5.14 – Resposta não amortecida ao longo do tempo, determinado automaticamente.....	5.17
Figura 5.15 – Resposta amortecida ao longo do tempo, determinado analiticamente.....	5.19

Figura 5.16 – Resposta amortecida ao longo do tempo, determinado automaticamente.....	5.19
Figura 5.17 – Amortecimento da estrutura.....	5.21
Figura 5.18 – Curva de carga, deslocamento na base ao longo do tempo.....	5.22
Figura 5.19 – Resultado observado para os deslocamentos ao nível da viga.....	5.22
Figura 5.20 – Aceleração na base.....	5.23
Figura 5.21 – Aceleração ao nível da viga.....	5.23
Figura 5.22 – Curva de carga, aceleração na base ao longo do tempo.....	5.23
Figura 5.23 – Acelerações ao nível da viga.....	5.24
Figura 5.24 – Deslocamento ao nível da viga.....	5.24
Figura 5.25 – Carga e descarga aplicadas dinamicamente.....	5.24
Figura 5.26 – Rótula em análise.....	5.25
Figura 5.27 – Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo.....	5.25
Figura 5.28 – Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo, com dissipação de energia.....	5.26
Figura 5.29 – Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo, com dissipação de energia.....	5.26

## Notação

$a$	Largura do pórtico.
$a_r$	Constante multiplicativa da matriz de rigidez de massa amortecida.
$a_w$	Espessura do cordão de soldadura.
$b_r$	Constante multiplicativa da matriz de rigidez amortecida.
$c$	Amortecimento da estrutura.
$\underline{c}$	Matriz de amortecimento da estrutura.
$d(\tau)$	Varição instantânea de tempo.
$E$	Módulo de elasticidade.
$f_i$	Frequência de vibração da estrutura.
$F$	Força.
$F_{yld}$	Tensão de cedência do aço.
$h$	Altura do pórtico.
$H$	Força horizontal.
$I$	Momento de inércia da secção.
$K$	Rigidez de uma ligação.
$K_{eq}$	Rigidez equivalente.
$K_{i,init}$	Rigidez inicial de uma ligação.
$\underline{K}$	Matriz de rigidez.
$m, M$	Massa concentrada ao nível do piso.
$M$	Momento flector.
$M_i$	Momento flector correspondente à configuração $i$ .
$M_{j,rd}$	Resistência à flexão de uma ligação.
$M_{11}$	Momento flector no nó 11.
$M_{23}$	Momento flector no nó 23.
$M_{PT}$	Momento flector no topo do pilar, ligação pilar-travessa.
$M_{TP}$	Momento flector na travessa, ligação pilar-travessa.
$M_V$	Momento flector máximo na travessa.
$M_{VV}$	Momento flector no nó de ligação travessa-travessa.
$\underline{M}$	Matriz de massa.
$N_i$	Esforço axial correspondente à configuração $i$ .
$P$	Força axial vertical.

$P_i$	Forças ou momentos aplicados segundo os graus de liberdade.
$P_{cr}$	Carga crítica.
$P_E$	Carga crítica de Euler.
$P(t)$	Carregamento ao longo do tempo.
$P(\tau)$	Impulso instantâneo.
$R_L$	Relação de vãos.
$S_d$	Acção que carrega a estrutura.
$S_k$	Acção da neve.
$S_{0k}$	Valor característico da acção da neve.
$t$	Tempo.
$V_{j,rd}$	Resistência de uma ligação ao esforço transversal.
$W$	Frequência angular da estrutura não amortecida.
$W_D$	Frequência angular da estrutura amortecida.
$W_{pl}$	Módulo de flexão plástico da secção.
$W_k$	Valor característico da pressão dinâmica do vento.
$W_2$	Frequência angular do carregamento.
$X_{i0}$	Deslocamento do nó $i$ , resultante do carregamento real, com a estrutura bloqueada.
$X_{i1}$	Deslocamento do nó $i$ , resultante da aplicação de um deslocamento unitário segundo o grau de liberdade 1.
$X_{i2}$	Deslocamento do nó $i$ , resultante da aplicação de um deslocamento unitário segundo o grau de liberdade 2.
$X_{i3}$	Deslocamento do nó $i$ , resultante da aplicação de um deslocamento unitário segundo o grau de liberdade 3.
$y$	Deslocamento.
$\dot{y}$	Velocidade.
$\alpha$	Direcção do vento.
$\delta_F$	Coefficiente de forma.
$\delta_{H2}$	Deslocamento horizontal do nó 2.
$\delta_{H11}$	Deslocamento horizontal do nó 11.
$\delta_{V22}$	Deslocamento vertical do nó 22.

$\delta_{v23}$	Deslocamento vertical do nó 23.
$\delta_{v25}$	Deslocamento vertical do nó 25.
$\delta_{pe}$	Coefficiente de pressão exterior.
$\delta_{pi}$	Coefficiente de pressão interior.
$\Delta_i$	Deslocamentos reais segundo os graus de liberdade.
$\Delta_{AS}$	Erro entre as cargas críticas para o modo anti-simétrico.
$\Delta_S$	Erro entre as cargas críticas para o modo simétrico.
$\varepsilon$	Extensão.
$\kappa$	Enrignecimento.
$\lambda$	Factor de carga.
$\lambda_i$	Valor próprio.
$\lambda_{NF}$	Carga de colapso correspondente ao modo de colapso por nós fixos.
$\lambda_{NM}$	Carga de colapso correspondente ao modo de colapso por nós móveis.
$\lambda_S^{NF}$	Carga de colapso para a ligação semi-rígida.
$\mu_1, \mu_2$	Coefficientes para coberturas isoladas.
$\xi$	Coefficiente de amortecimento da estrutura.
$\sigma_y$	Tensão de cedência do aço.
$\tau$	Instante de tempo em que ocorre o impulso.
$\varphi$	Imperfeição geométrica.
$\varphi_\alpha - \varphi_{\alpha+1}$	Período para a determinação do coefficiente de amortecimento.
$\phi_1, \phi_2, \phi_3$	Funções de estabilidade.
@	Imperfeição geométrica.

## *Capítulo 1*

# **INTRODUÇÃO**

### **1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS**

Denota-se que, em Portugal, ao longo dos últimos anos, houve uma crescente utilização de estruturas metálicas na construção de edifícios, mais especificamente no caso de pavilhões industriais.

Esta crescente utilização de estruturas metálicas deve-se, em parte, ao decréscimo do preço de aço, justificado em certa medida pela importação de perfis pré-fabricados. A necessidade de por vezes se conseguir resultados de outra ordem, que as estruturas de betão armado não permitem, como por exemplo, menor tempo de execução, objectivos de ordem estrutural, flexibilidade na mudança de configuração dos espaços e até factores de ordem arquitectónica, esbelteza, transparência, etc; têm também contribuído significativamente para a crescente utilização deste tipo de estruturas.

Os grandes eventos ocorridos no nosso país, nomeadamente a EXPO' 98, e aqueles que futuramente vão acontecer, como por exemplo o (EURO 2004), com forte representação das estruturas metálicas têm também contribuído de uma forma muito incentivadora.

Em 1997 foi criada a Associação Portuguesa de Construção Metálica e Mista (CMM), que tem desempenhado um papel fundamental para a implantação da construção metálica no nosso país, nomeadamente através de acções de divulgação em encontros nacionais, onde são abordados temas como sejam a construção nacional e internacional, desenvolvimento da investigação e mais recentemente proporcionando incentivos à utilização de estruturas metálicas.

Durante vários anos a esta parte, as estruturas metálicas em pavilhões industriais têm sustentado a utilização e o desenvolvimento da construção metálica no nosso país. Nestes termos, justifica-se a apresentação deste estudo, com o objectivo de contribuir, de uma forma simples, para o crescimento tecnologicamente sustentado da indústria metálica no nosso país.

## 1.2 BREVE REVISÃO HISTÓRICA

Desde o desenvolvimento do cálculo estrutural plástico, nos anos cinquenta [3], e o aparecimento dos sistemas comerciais (estruturas Condor, por exemplo), que as vantagens do dimensionamento plástico dos pórticos industriais de vão único são reconhecidas. O dimensionamento plástico assenta, basicamente, num pressuposto: a formação das rótulas plásticas tem que garantir ductilidade suficiente para acomodar os requisitos de rotação, por forma a que a estrutura resista aos estados limites últimos.

Recentemente, têm-se verificado avanços na análise de ligações metálicas, com o objectivo de estudar e demonstrar o seu comportamento real (Anexo J, EC3) [4], melhorando assim o tradicional conceito de que as ligações eram simplesmente tratadas como rígidas ou rotuladas. De facto, a maior parte das ligações apresentam um comportamento entre o rígido e o rotulado, influenciando significativamente o comportamento global da estrutura.

Estas estruturas são bastante influenciadas pelos efeitos de segunda ordem, requerendo geralmente uma análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem de modo a assegurar uma adequada resposta aos estados limites últimos. Embora, de acordo com o EC3, [2] para que se possa executar uma análise plástica seja necessário respeitar certas condições ( $V_{sd} < 0.2 V_{cr}$ , classe da secção...) e, em conformidade com os estados limites de serviço, geralmente mais exigentes que os estados limites últimos [5], é importante avaliar a influência da semi-rigidez das ligações na resposta global deste tipo de estruturas.

Mais recentemente foi elaborado um estudo de estabilidade plana, deste tipo de estrutura [6], onde se examinou a influência da semi-rigidez das ligações na estabilidade global do mesmo pórtico industrial.

### 1.3 MOTIVAÇÃO, OBJECTIVO E ÂMBITO

O Eurocódigo 3 (EC3) [1] será, futuramente, o regulamento europeu que fará cumprir todas as regras de dimensionamento e concepção de estruturas metálicas.

Já se prevê, nomeadamente através do Anexo J, que as ligações sejam tratadas como semi-rígidas, fornecendo mesmo modelos mecânicos para a determinação quer da rigidez de uma ligação, quer da sua resistência.

Contudo, a influência que pode ter o comportamento real de uma ligação no comportamento global da estrutura é, ainda, um campo aberto à investigação.

Neste trabalho, onde se estuda o comportamento de pórticos metálicos de travessas inclinadas, em que as ligações exercem um papel condicionante no dimensionamento dos mesmos, procura-se através de diversas análises, desde a análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem até à análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, encontrar linhas de orientação que definam a influência do comportamento real das ligações.

Os pórticos a estudar, têm:

- (i) Um só vão, variável entre 20.0 metros, 30.0 metros e 40.0 metros com uma altura do pilar constante de 5.0 metros;
- (ii) O aço considerado é da classe S275;
- (iii) Pilares sempre em perfil HEB 280;
- (iv) Travessas em perfis IPE300, IPE450 e IPE500;
- (iii) As características das ligações, rigidez e resistência, determinam-se através do método das componentes do Anexo J do EC3 [4], características essas que permitem modelar o seu comportamento real elasto-plástico;
- (iv) Os elementos estruturais, pilares e travessas, são modelados considerando o seu comportamento como elástico;
- (v) Com o objectivo de estudar situações próximas da realidade, os carregamentos regulamentares considerados tiveram como acções de base a sobrecarga da neve e a acção do vento, combinadas com as acções permanentes.

No que diz respeito a simplificações de cálculo adoptadas, são de referir as seguintes:

- (i) Estudou-se o comportamento dos pórticos apenas no seu próprio plano. Deste modo, não se levou em consideração a possibilidade de as colunas e/ou as travessas poderem (a) encurvar por flexão no plano perpendicular ao pórtico ou (b) instabilizar lateralmente.
- (ii) Despreza-se a deformabilidade por esforço axial e por esforço transversal;
- (iii) Não se considera o peso próprio dos pilares, o que proporcionaria um esforço de compressão variável ao longo do mesmo.

## 1.4 ORGANIZAÇÃO E CONTEÚDO DO TRABALHO

Este trabalho está organizado em 6 capítulos, dos quais o primeiro é a presente introdução.

No capítulo 2 apresenta-se uma descrição exhaustiva da calibração dos vários métodos de análise estrutural estática, e que se passam a enunciar: (i) análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem, (ii) análise linear de estabilidade (cargas críticas), (iii) análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, (iv) análise elasto-plástica e (v) análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Em traços gerais, a estratégia de calibração, na maior parte das análises, consiste em comparar os resultados obtidos por métodos analíticos com os obtidos através do programa de cálculo automático LUSAS [1].

O capítulo 3 é constituído pela aplicação dos vários métodos de análise estática, calibrados no capítulo anterior, a um pavilhão industrial designado de Pórtico Base (PB). Antes da aplicação das diversas análises estáticas, faz-se uma caracterização geométrica pormenorizada do PB, para se apresentar de seguida um resumo da determinação da rigidez das ligações, a gama paramétrica que servirá de base ao estudo paramétrico e a quantificação e combinação de acções regulamentares consideradas. Na parte final deste capítulo, apresenta-se o estudo paramétrico.

No capítulo 4 faz-se a comparação da aplicação de métodos aproximados com o método exacto. Começa-se pela análise linear de estabilidade (cargas críticas), seguindo-se a análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem e análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Nas conclusões específicas procura-se avaliar os limites regulamentares referentes à necessidade de considerar, ou não, os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

No capítulo 5 apresenta-se a validação da análise estrutural dinâmica. O pórtico de calibração é o mesmo do capítulo 2. Começa-se por determinar as frequências próprias, para depois se excitar a estrutura com um carregamento de uma determinada

frequência, procurando saber qual a sua resposta amortecida e não amortecida. A estratégia de calibração é, mais uma vez, comparar os resultados obtidos analiticamente com os obtidos através do programa de cálculo automático LUSAS [3].

Por último, no capítulo 6, apresentam-se as conclusões deste trabalho e ainda os desenvolvimentos futuros.

## Capítulo 2

# CALIBRAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA

### 2.1 INTRODUÇÃO

Pretende-se, com este capítulo, calibrar a análise estática de um pórtico plano simples de modo a poder-se afirmar, futuramente, que os resultados a obter da investigação são correctos e aceitáveis.

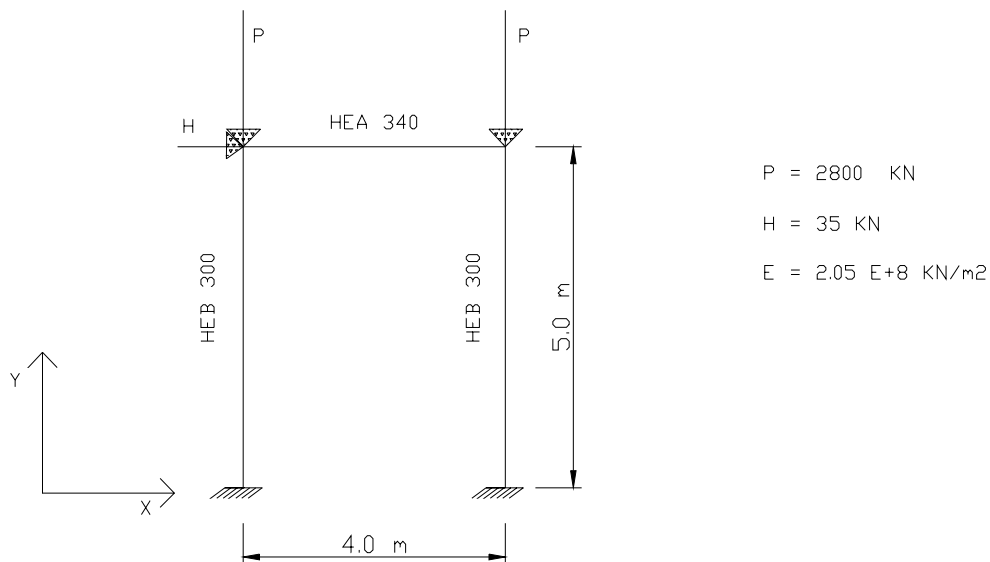
A estratégia seguida consiste em comparar os resultados analíticos alcançados para as diferentes análises, com os resultados automáticos obtidos para as respectivas análises através do programa de cálculo automático por elementos finitos LUSAS [1].

O pórtico de calibração utilizado, foi apresentado por Vogel (1985) [7], resultante de discussões com o Comité Técnico 8 (Estabilidade Estrutural) no seio da Convenção Europeia de Construção Metálica (ECCS).

Todos os elementos estruturais do pórtico são em secção H, têm a geometria e carregamento apresentado na figura 2.1, é encastrado na base e constituído pelos perfis de aço S235 (Fe360), referidos no quadro 2.1. Assume-se que todos os elementos estão travados lateralmente.

Perfil	Área ( cm <sup>2</sup> )	I <sub>Z</sub> ( cm <sup>4</sup> )	I <sub>x</sub> ( cm <sup>4</sup> )
HEB 300	149.0	25170	8563
HEA 340	133.5	27690	7436

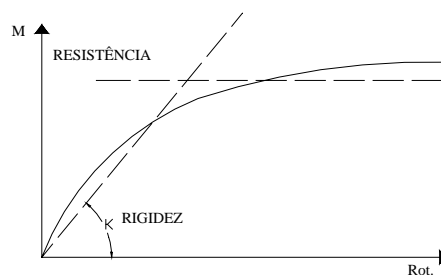
**Quadro 2.1** Características geométricas do pórtico de calibração



**Figura 2.1** Pórtico de calibração.

A análise estática a que este capítulo se refere é constituída pela análise elástica de 1ª ordem, análise linear de estabilidade (cargas críticas), análise elástica de 2ª ordem, análise plástica de 1ª ordem e análise plástica de 2ª ordem. Posteriormente, cada uma destas análises será tratada com todo o detalhe.

Um dos objectivos deste trabalho é estudar a influência do comportamento real das ligações no comportamento global das estruturas metálicas, nomeadamente pórticos de pavilhões industriais. Muitas vezes o dimensionamento deste tipo de estruturas é elaborado tratando a estrutura em causa como um todo, ou seja, considerando os nós que ligam os vários elementos como tendo um comportamento elástico rígido de resistência total ou, por outro lado, na situação oposta considerando-os como simples rótulas. Mas, na realidade, as ligações metálicas apresentam um comportamento de acordo com o que se mostra na figura 2.2, isto é, um comportamento semi-rígido, intermédio à situação rotulado e rígido.



**Figura 2.2** Curva de rigidez - resistência de uma ligação metálica.

Este comportamento, semi-rígido, da ligação metálica justifica-se pela diversidade de componentes que contribuem para a sua resistência, desde as almas e banzos dos elementos a ligar, passando pelas soldaduras e finalizando nos parafusos.

Por isso mesmo, é correcto que a simulação estrutural se faça considerando um comportamento semi-rígido das ligações, com uma capacidade resistente definida pelo patamar plástico, como se apresenta na figura 2.2.

Pode assim elaborar-se um cálculo elasto-plástico da estrutura, considerando que as rótulas plásticas se formam nas diferentes ligações da mesma. Isto, porque, de um modo geral, é nestes pontos da estrutura que ocorrem maiores esforços e, por sua vez, é também nestes pontos que a estrutura pode apresentar resistências inferiores à resistência do próprio perfil metálico adjacente.

A avaliação da capacidade resistente global da estrutura só é realmente bem conseguida através da elaboração de uma análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Procura-se, neste trabalho mostrar algumas diferenças quando se comparam as diferentes abordagens do cálculo estrutural, desde o cálculo elástico de 1.<sup>a</sup> ordem, linear de estabilidade, elástico de 2.<sup>a</sup> ordem, elasto-plástico de 1.<sup>a</sup> ordem e elasto-plástico de 2.<sup>a</sup> ordem, considerando as ligações da estrutura semi-rígidas e totalmente rígidas.

## **2.2 ANÁLISE ELÁSTICA DE 1ª ORDEM**

### **2.2.1 Descrição da análise elástica**

Nesta primeira análise determinam-se os esforços elásticos da estrutura apresentada na figura 2.1.

Inicia-se com a determinação dos esforços elásticos através do método dos deslocamentos. De seguida, para a mesma estrutura e carregamento, utilizando um método de cálculo automático, elabora-se mais uma vez um cálculo elástico, com o objectivo final de comparar os resultados obtidos. Por último, elabora-se um novo cálculo, simulando os nós da estrutura através de elementos mola, com características de rigidez adequadas, de modo a garantir, nesta fase, um comportamento rígido da estrutura.

Esta nova simulação tem como objectivo permitir, numa fase posterior a simulação do comportamento semi-rígido das ligações.

### 2.2.2 Análise elástica analítica

A análise elástica analítica da estrutura em causa elabora-se através do método dos deslocamentos [8].

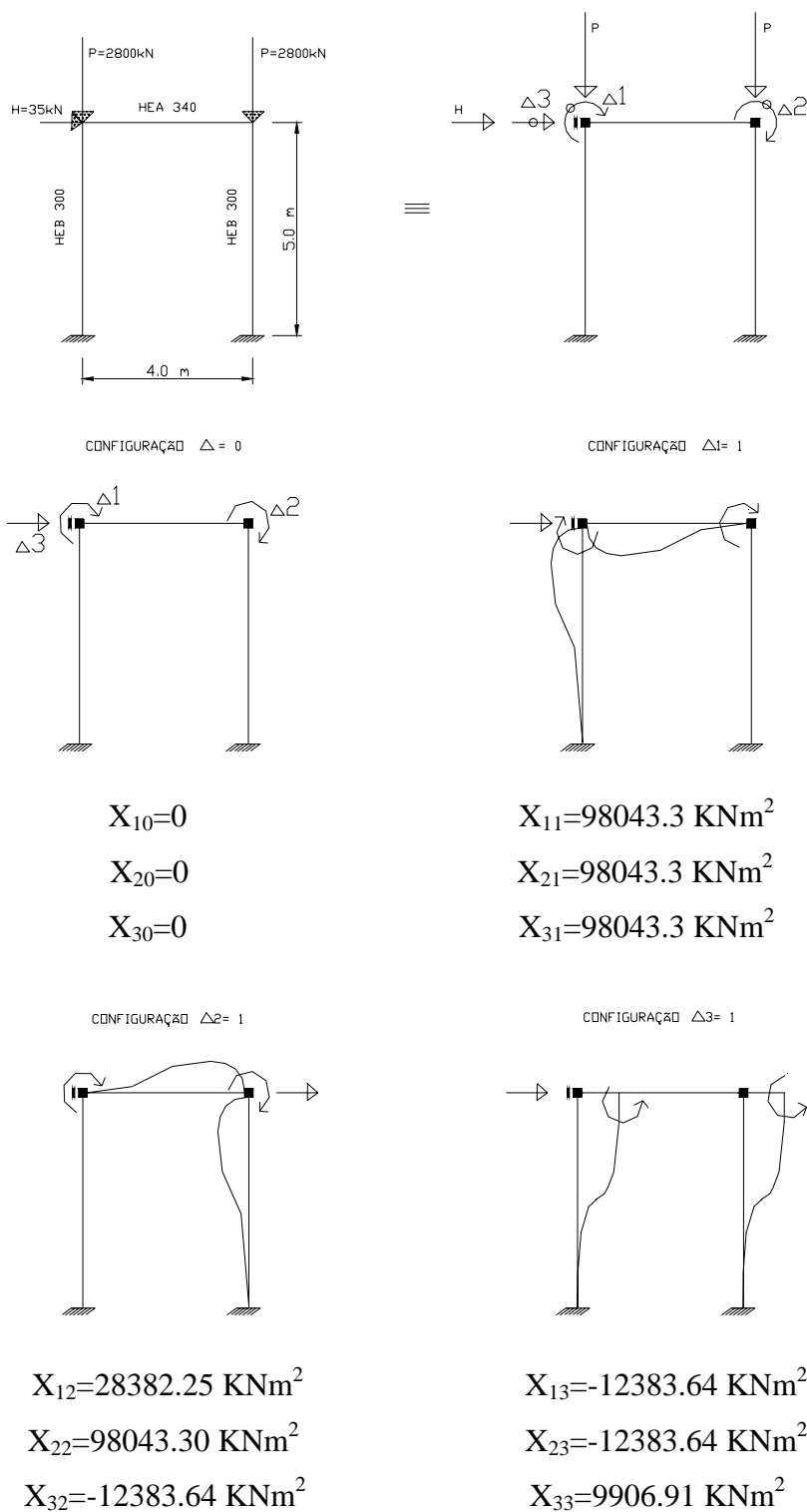


Figura 2.3 Método dos Deslocamentos.

Resolução do sistema:

$$\begin{bmatrix} X_{10} \\ X_{20} \\ X_{30} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{21} & X_{22} & X_{23} \\ X_{31} & X_{32} & X_{33} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\Delta_1 = 0.000458276$$

$$\Delta_2 = 0.000458776$$

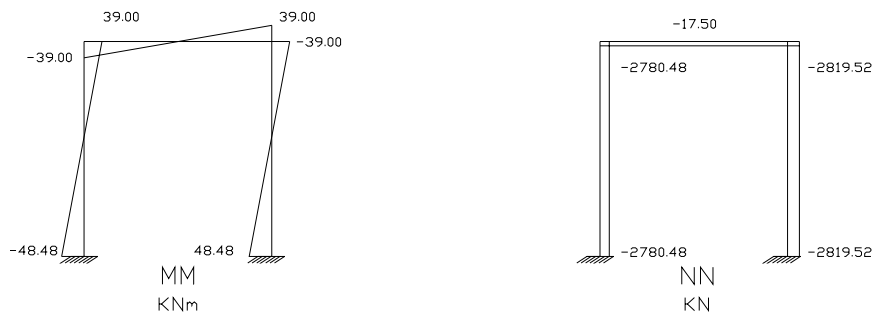
$$\Delta_3 = 0.004678580$$

Por fim, determinam-se os esforços nos extremos de cada barra.

$$M = M_0 + M_1\Delta_1 + M_2\Delta_2 + M_3\Delta_3 \quad (2.2)$$

$$N = N_0 + N_1\Delta_1 + N_2\Delta_2 + N_3\Delta_3 \quad (2.3)$$

Donde resultam os diagramas finais da figura 2.4.



**Figura 2.4** Diagramas de esforços resultantes do cálculo analítico.

### 2.2.3 Análise elástica automática

O primeiro passo foi a escolha do elemento finito a utilizar tendo em consideração o tipo de estrutura, os graus de liberdade a estudar, levando ainda em linha de conta as futuras análises a executar.

O elemento finito escolhido, de acordo com o manual de utilização do programa de cálculo automático, é do Grupo Vigas **BM3**, que pertence ao Subgrupo Vigas Kirchhoff.

É um elemento curvo parabólico, com deformações por esforço transversal e pode acomodar variações de propriedades geométricas ao longo do seu comprimento. É formado por três nós. Os graus de liberdade em cada nó extremo são:  $U$  deslocamento segundo  $x$ ,  $V$

deslocamento segundo  $y$  e  $\theta_z$  rotação em torno do eixo  $z$ . Todas estas coordenadas são relativas ao sistema de eixos global da estrutura. Tem ainda o deslocamento relativo do nó central  $dU$ .

Levando em consideração as orientações de Vogel (1985) [7], começa-se, então, por discretizar a estrutura em dez elementos por pilar e cinco elementos por viga. Como se referiu anteriormente, cada um destes elementos é definido por três nós.

Para se conseguir definir perfeitamente a estrutura é necessário introduzir, para cada nó, a coordenada segundo  $x$  e segundo  $y$  para todos os nós extremos de cada elemento.

Seguidamente, procede-se à definição das propriedades geométricas da estrutura, com a introdução, para cada nó, das seguintes propriedades:

$A$  - Área da secção;

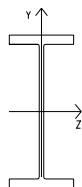
$I_{zz}$  - Momento de Inércia da secção em relação ao eixo dos  $ZZ$ ;

$I_z$  - Momento de primeira ordem da secção em relação ao eixo dos  $ZZ$ ;

$A^P$  - Área Plástica da secção;

$Z_{ZZ}^P$  - Módulo de Flexão Plástico da secção;

$S^P$  - Área Plástica de corte da secção.



**Figura 2.5** Secção do pilar do pórtico de calibração.

De seguida, definem-se as propriedades do material:

Módulo de elasticidade  $E = 2.05E+8 \text{ KN/m}^2$

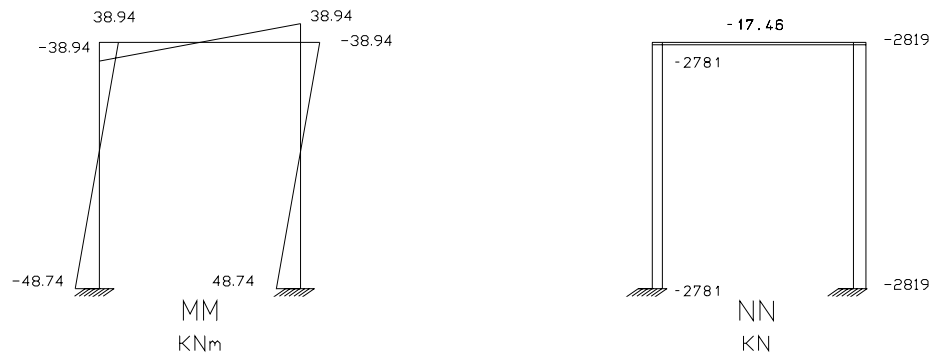
Coefficiente de Poisson  $\nu = 0.3$

Massa específica  $\rho = 7.85 \text{ Ton/m}^3$ .

Por último, são introduzidas as condições de apoio e o carregamento de acordo com o pórtico de calibração, como se mostra na figura 2.1.

Depois de se executar o ficheiro de dados, que contém toda esta informação necessária ao cálculo elástico, podem-se analisar os resultados.

Mostram-se na figura 2.6, os diagramas de momentos flectores e esforço axial para a estrutura e carregamento indicados, resultantes da análise pelo método de elementos finitos.



**Figura 2.6** Diagrama de esforços resultantes do cálculo automático.

### 2.2.4 Análise elástica automática com simulação das ligações

É objectivo deste trabalho estudar o comportamento elasto-plástico de pórticos metálicos de travessas inclinadas. Para se poder estudar esse tipo de comportamento, é necessário levar em consideração a plastificação das secções mais solicitadas. Em todo o caso, consegue-se a modelação do comportamento elasto-plástico da estrutura introduzindo molas devidamente caracterizadas e localizadas, isto é, onde seja expectável haver plastificação da secção, assunto este que será abordado mais à frente.

Neste capítulo, só se aborda a formulação com comportamento elástico da estrutura, garantindo que os nós de ligação se comportem como rígidos, por forma a que os resultados se aproximem dos já encontrados.

Assim sendo, introduzem-se quatro molas nos nós que se indicam na figura 2.7, com a rigidez correspondente a cada grau de liberdade:

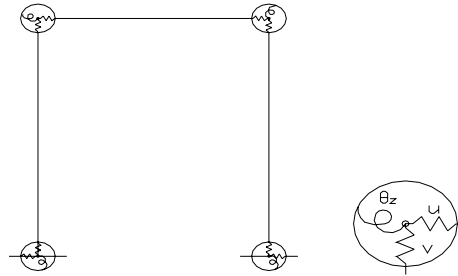
$$U - 10E+10 \text{ KN} \quad (2.4)$$

$$V - 10E+10 \text{ KN} \quad (2.5)$$

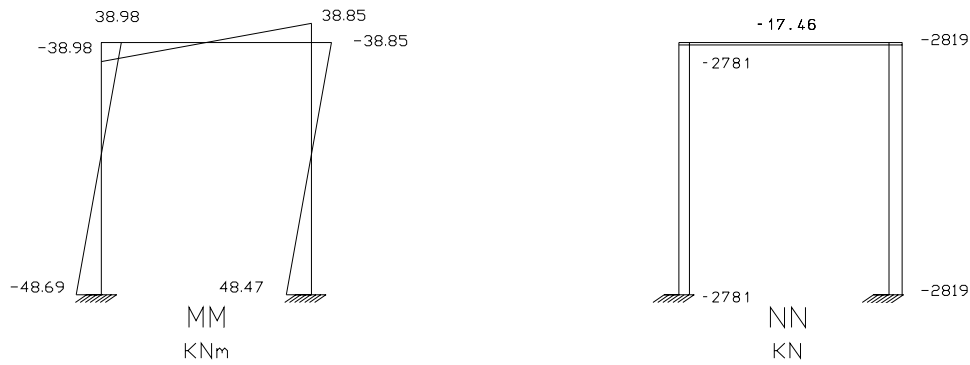
$$\theta_z - 10E+10 \text{ KN/m}^2 \quad (2.6)$$

Depois de se executar o novo ficheiro de dados do problema, agora com uma nova formulação na qual se incluem molas com características de rigidez bastante elevadas, para

se garantir o comportamento rígido dos nós da estrutura, obtêm-se os diagramas de momentos flectores e esforço axial que se apresentam na figura 2.8.



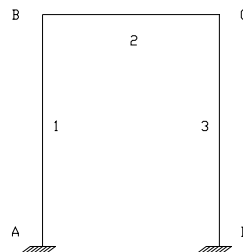
**Figura 2.7** Localização das molas no pórtico de calibração



**Figura 2.8** Diagramas de esforços resultante da análise automática com molas.

### 2.2.5 Confirmação dos resultados do programa

Depois de se concluírem todas as análises, confirmam-se, por comparação, os resultados obtidos através do programa de cálculo automático, tal como se pode observar no quadro 2.2.



**Figura 2.9** Representação dos nós estruturais do pórtico de calibração.

BARRA	Momento Flector kNm	Método dos Deslocamentos	M. E. F.	M. E. F. Com molas
1	$M_{AB}$	-48.48	-47.74	-48.69
	$M_{BA}$	39.00	38.94	38.98
2	$M_{BC}$	-39.00	-38.94	-38.98
	$M_{CB}$	39.00	38.81	38.85
3	$M_{CD}$	-39.00	-38.81	-38.85
	$M_{DC}$	48.48	48.51	48.47

BARRA	Esforço Axial kN	Método dos Deslocamentos	M. E. F.	M. E. F. Com Molas
1	$N_{AB} = N_{BA}$	-2780.48	-2781.00	-2781.00
2	$N_{BC} = N_{CB}$	-17.50	-17.46	-17.46
3	$N_{CD} = N_{DC}$	2819.52	-2819.00	-2819.00

**Quadro 2.2** Quadro resumo dos esforços.

Da análise dos elementos constantes no quadro 2.2 pode dizer-se que os resultados são praticamente idênticos. As diferenças existentes, embora ligeiras, resultam do facto do método analítico desprezar a deformação devido ao esforço axial e ao esforço transversal.

## 2.3 ANÁLISE LINEAR DE ESTABILIDADE

### 2.3.1 Descrição da análise linear de estabilidade

Estuda-se, neste ponto, a estabilidade linear do pórtico de calibração no seu próprio plano. Optou-se por considerar apenas a acção das forças verticais, acções essas que realizam um carregamento simétrico, provocando unicamente esforço axial nos pilares. Despreza-se a deformabilidade axial de todas as barras que constituem o pórtico.

Mais uma vez a estratégia seguida foi comparar os resultados que se obtêm analiticamente com os que se obtêm automaticamente. Analiticamente, determinam-se as cargas críticas e os respectivos modos de encurvadura, primeiro, através das funções de estabilidade linearizadas e só depois através das mesmas funções, agora na sua forma exacta.

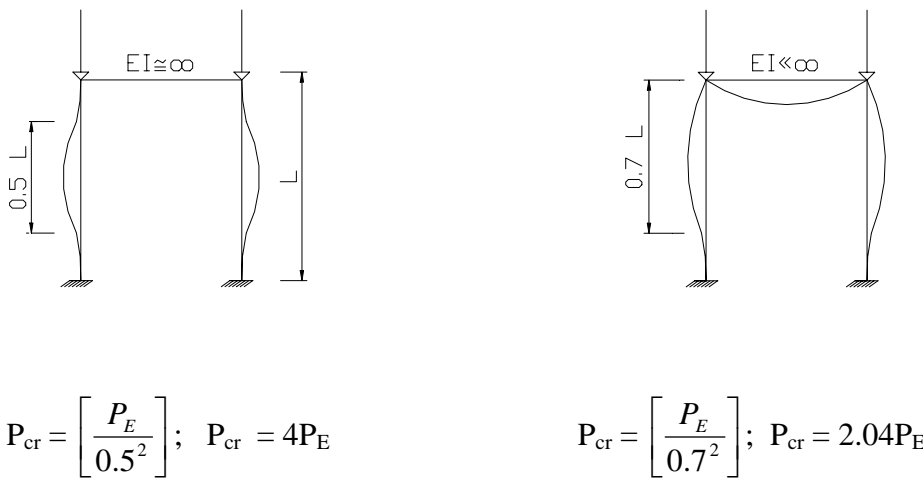
De uma forma automática, através do programa LUSAS [1], determinam-se, também, as cargas críticas e os respectivos modos de encurvadura. De igual modo, considera-se a estrutura como sendo totalmente rígida e, numa segunda opção, modelam-se as ligações através de molas com comportamento rígido.

Por último, comparam-se os resultados.

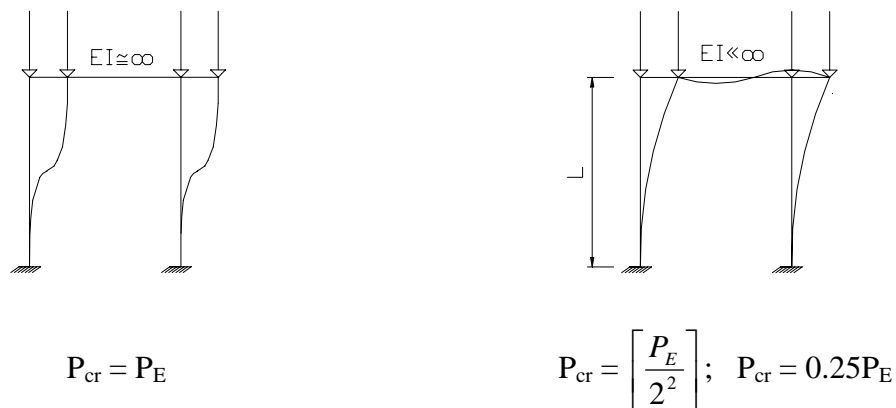
### 2.3.2 Determinação analítica das cargas críticas através das Funções de Estabilidade

#### 2.3.2.1 Primeira aproximação da carga crítica

Considerando que a estrutura tanto pode ser de nós móveis como de nós fixos, de acordo com a rigidez da viga, a qual pode variar entre um valor desprezável e um valor suficientemente grande (infinitamente rígida), obtêm-se os intervalos de variação das cargas críticas indicados nas figuras 2.10 e 2.11, respectivamente, para a estrutura de nós fixos e para a estrutura de nós móveis.



**Figura 2.10** Primeira aproximação à carga crítica – estrutura de nós fixos.

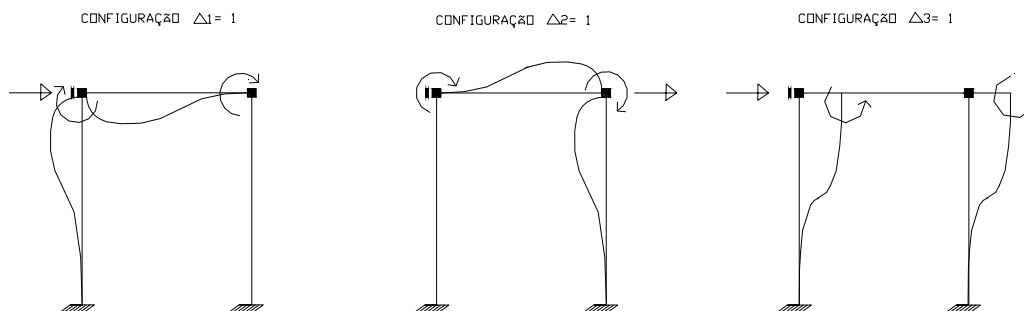


**Figura 2.11** Primeira aproximação à carga crítica – estrutura de nós móveis.

Conclusão:  $0.25 P_E < P_{cr} < 4 P_E$  (2.7)

2.3.2.2. *Constituição da matriz de rigidez da estrutura*

Inicialmente, constitui-se a matriz de rigidez exacta da estrutura que se pretende calibrar [8]. Depois, afecta-se cada uma das componentes de cada grau de liberdade, correspondente ao elemento comprimido, com a respectiva função de estabilidade, introduzidas por Livesley and Chandler em 1956 [9], e que se apresentam mais à frente.

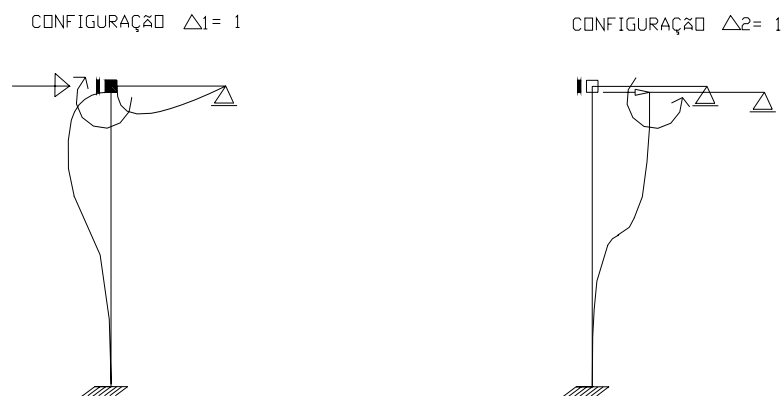


**Figura 2.12** Configurações correspondentes aos deslocamentos restringidos para a estrutura completa.

$$[K](\Delta) = 0 \tag{2.8}$$

$$\begin{bmatrix} 56764.50 + 41278.8\phi_3 & 28382.25 & -12383.64\phi_2 \\ 28382.25 & 56764.5 + 4128.8\phi_3 & -12383.64\phi_2 \\ -12383.64\phi_2 & -12383.64\phi_2 & 9906.912\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{bmatrix} = 0$$

2.3.2.3 *Constituição da matriz de rigidez simplificando a estrutura por simetria*



**Figura 2.13** Configurações correspondentes aos deslocamentos restringidos para a estrutura simplificada.

Com o objectivo de tornar simples o cálculo do determinante da matriz de rigidez da estrutura completa, simplifica-se a mesma por simetria, como se mostra na figura 2.13.

$$[K](\Delta) = 0 \quad (2.9)$$

$$\begin{bmatrix} 85146.75 + 41278.8\phi_3 & -12383.64\phi_2 \\ -12383.64\phi_2 & 4953.46\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\text{DET.} = 0 \quad (2.10)$$

$$(204472719.5 \phi_3 \phi_1 + 421770679.7 \phi_1) - 153354539.6 \phi_2^2 = 0$$

#### 2.3.2.4 Solução aproximada das funções de estabilidade

Numa primeira aproximação utilizam-se as funções de estabilidade linearizadas, aproximação que é razoável para valores de  $\frac{P}{P_E} < 1$ .

$$\phi_1 = 1 - 0.987 \frac{P}{P_E} \quad (2.11)$$

$$\phi_2 = 1 - 0.164 \frac{P}{P_E} \quad (2.12)$$

$$\phi_3 = 1 - 0.323 \frac{P}{P_E} \quad (2.13)$$

$$\begin{aligned} \text{DET} = & 204472719.5 \times (1 - 0.323 \left(\frac{P}{P_E}\right)) \times (1 - 0.987 \left(\frac{P}{P_E}\right)) + 421770679.7 \times (1 - 0.987 \left(\frac{P}{P_E}\right)) - \\ & (153354539.6 \times (1 - 0.164 \left(\frac{P}{P_E}\right)))^2 = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\text{DET} = 472888859.6 - 633846634.4 \left(\frac{P}{P_E}\right) + 61061483.75 \left(\frac{P}{P_E}\right)^2 = 0 \quad (2.15)$$

Donde resultam as seguintes raízes da equação quadrática:

$$\frac{P_{cr}}{P_E} \cong 9.57133 \quad \text{ou} \quad \frac{P_{cr}}{P_E} \cong 0.809132 \quad (2.16)$$

Sendo:

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{l_0^2} = 20370.27 \text{ KN} \quad (2.17)$$

Então:

$$P_{CR,1} \cong 20370.27 \times 0.809132 = 16482.23 \text{ KN} \quad (2.18)$$

$$P_{CR,2} \cong 20370.27 \times 9.571330 = 194970.57 \text{ KN} \quad (2.19)$$

Como se procedeu à simplificação da estrutura, o segundo modo de encurvadura desta, que é também um modo de nós móveis, corresponde ao quinto modo de encurvadura da estrutura completa, como se pode observar, numa fase ulterior, aquando da apresentação dos resultados da análise automática, referentes à estrutura completa.

### 2.3.2.5 Solução exacta das funções de estabilidade

No ponto anterior, consideram-se as funções de estabilidade linearizadas. Agora consideram-se na sua forma exacta.

$$\phi_0 = \frac{U}{TgU}; \quad \phi_2 = \frac{1}{3} \frac{U^2}{1 - \frac{U}{TgU}} = \frac{1}{3} \frac{U^2}{\frac{TgU - U}{TgU}} = \frac{1}{3} \frac{U^2 TgU}{TgU - U} \quad (2.20)$$

$$\phi_1 = \phi_0 \phi_2; \quad \phi_3 = \frac{1}{4} (3\phi_2 + \phi_0) \quad (2.21)$$

$$DET = 204472719.5 \times \frac{1}{4} (3\phi_2 + \phi_0) \times (\phi_0 \phi_2) + 421770679.7 \times (\phi_0 \phi_2) - 153354539.6 (\phi_2)^2 = 0 \quad (2.22)$$

$$DET = 3\phi_2(\phi_0 - 1) + \phi_0(\phi_0 + 8.250893924) = 0 \quad (2.23)$$

$$\text{DET} = \frac{U^2 TgU}{TgU - U} \left( \frac{U}{TgU} - 1 \right) + \frac{U}{TgU} \left( \frac{U}{TgU} + 8.250893924 \right) = 0 \quad (2.24)$$

$$\text{DET} = -U^2 + \left( \frac{U}{TagU} \right)^2 + \frac{U}{TagU} 8.250893924 = 0 \quad (2.25)$$

Como:

$$U = \frac{\pi}{2} \sqrt{\frac{P}{P_E}} \quad (2.26)$$

Vem:

$$U_{1,1} = \frac{\pi}{2} \sqrt{0.809132} = 1.412959 \Leftrightarrow -0.090349137 \neq 0 \quad (2.27)$$

$$U_{1,2} = 1.405 \quad \Leftrightarrow \quad 0.02104 \neq 0$$

$$U_{1,3} = 1.406 \quad \Leftrightarrow \quad 0.000709 \neq 0$$

$$U_{1,4} = 1.4065 \quad \Leftrightarrow \quad 0.0000115 \neq 0$$

$$U_{1,5} = 1.40651 \quad \Leftrightarrow \quad -0.000024 \neq 0$$

$$\mathbf{U_{1,6} = 1.40650} \quad \Leftrightarrow \quad -0.00001053 = 0$$

Resulta que, a primeira carga crítica é:

$$\left( \frac{1.406509 \times 2}{\pi} \right)^2 \times 20370.27 = P_{CR,1} \quad (2.28)$$

$$P_{CR,1} = 16332.1012 \text{ KN}$$

Da mesma forma pode, ser determinada a segunda carga crítica.

$$U_{2,1} = \frac{\pi}{2} \sqrt{9.57133} = 4.859661 \Leftrightarrow -29.04478 \neq 0 \quad (2.29)$$

$$U_{2,2} = 4.1 \quad \Leftrightarrow \quad 15.24 \neq 0$$

$$U_{2,3} = 4.2 \quad \Leftrightarrow \quad 7.43 \neq 0$$

$$U_{2,4} = 4.31 \quad \Leftrightarrow \quad -0.075 \neq 0$$

$$U_{2,5} = 4.308 \quad \Leftrightarrow \quad -0.0528 \neq 0$$

$$U_{2,6} = 4.3088 \quad \Leftrightarrow \quad 0.0013 \neq 0$$

$$U_{2,7} = 4.30885 \Leftrightarrow -0.00187 \neq 0$$

$$U_{2,8} = \mathbf{4.308821} \Leftrightarrow 0.00000988 = 0$$

Finalmente, obtêm-se a segunda carga crítica da estrutura simplificada, que corresponde à quinta carga crítica da estrutura completa.

$$\left( \frac{4.308821 \times 2}{\pi} \right)^2 \times 20370.27 = P_{CR,2} \quad (2.30)$$

$$P_{CR,2} = 153275.92 \text{ KN}$$

### 2.3.2.6 Determinação analítica do 1º modo de encurvadura da estrutura

Determinando os deslocamentos correspondentes à primeira carga crítica, consegue-se calcular o primeiro modo de encurvadura da estrutura.

$$P_{CR,1} = 16332.1012 \text{ kN}; \quad U_{1,6} = 1.406509 \quad (2.31)$$

Substituindo nas funções de estabilidade:

$$\phi_1 = \phi_0 \phi_2 = \frac{U}{TgU} \frac{1}{3} \frac{U^2 TgU}{TgU - U} = 0.2005 \quad (2.32)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \frac{U^2 TgU}{TgU - U} = 0.8599 \quad (2.33)$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4} (3\phi_2 + \phi_0) = 0.7032 \quad (2.34)$$

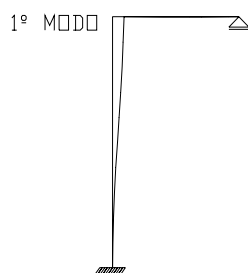
Pode então resolver-se o sistema de equações:

$$\begin{bmatrix} 85146.75 + 41278.8\phi_3 & -12383.64\phi_2 \\ -12383.64\phi_2 & 4953.46\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.35)$$

Donde resulta:

$$(41278.8 \times 0.7032 + 85146.75) \Delta_1 = (12383.64 \times 0.8599) \Delta_2 \quad (2.36)$$

$$\Delta_1 = 0.093 \Delta_2$$



**Figura 2.14** Primeiro modo de encurvadura da estrutura simplificada.

Como se pode verificar, o deslocamento 1 é muito inferior ao deslocamento 2, ou seja, a rotação é muito menor que a translação. Pode então concluir-se que o primeiro modo é de nós móveis, como se representa na figura 2.14.

### 2.3.2.7 Determinação analítica do 2º modo de encurvadura da estrutura

Da mesma forma se pode chegar ao segundo modo de encurvadura da estrutura simplificada.

$$P_{CR,5} = 153275.92 \text{ kN}; \quad U_{2,8} = 4.308821 \quad (2.37)$$

$$\phi_1 = \phi_0 \phi_2 = \frac{U}{TgU} \frac{1}{3} \frac{U^2 TgU}{TgU - U} = -13.5570 \quad (2.38)$$

$$\phi_2 = \frac{1}{3} \frac{U^2 TgU}{TgU - U} = -7.3684 \quad (2.39)$$

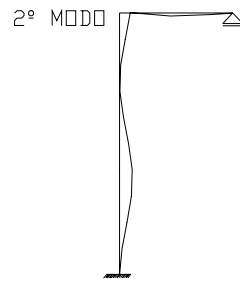
$$\phi_3 = \frac{1}{4} (3\phi_2 + \phi_0) = -5.0663 \quad (2.40)$$

$$\begin{bmatrix} 85146.75 + 41278.8\phi_3 & -12383.64\phi_2 \\ -12383.64\phi_2 & 4953.46\phi_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.41)$$

Vem:

$$(41278.8 \times (-5.0663) + 85146.75) \Delta_1 = (12383.64 \times (-7.3684)) \Delta_2 \quad (2.42)$$

$$\Delta_1 = 0.7359 \Delta_2$$



**Figura 2.15** Segundo modo de encurvadura da estrutura simplificada.

Nestes termos, pode comprovar-se que o deslocamento 1 é menor que o deslocamento 2, ou seja, a rotação é inferior à translação, embora os valores se aproximem um do outro. Contudo, está-se perante um modo de encurvadura de nós móveis, modo este que corresponde ao segundo modo de encurvadura da estrutura simplificada e ao quinto modo da estrutura completa, tal como anteriormente se referiu.

### 2.3.3 Determinação automática das cargas críticas

A determinação automática das cargas críticas é levada a cabo através do programa LUSAS [1]. É nesta análise que a discretização da estrutura é de extrema importância, dado que para se conseguir um erro, na determinação das cargas críticas, inferior a 1%, a discretização de cada elemento estrutural tem que contemplar pelo menos três elementos finitos. Contudo, como já se disse anteriormente, consideraram-se dez elementos para a discretização dos pilares e cinco para a discretização da viga, seguindo o modelo de calibração proposto por Vogel (1985) [7].

Nesta análise automática considera-se a estrutura completa, pelo que todos os resultados obtidos reflectem o comportamento global da estrutura.

A formulação automática por Elementos Finitos, para a determinação das cargas críticas, é um problema de valores próprios. Assume-se que a matriz de rigidez da estrutura não se altera antes de ocorrer a primeira carga crítica, e a matriz das tensões é múltipla desta carga crítica [1].

Após a execução do novo ficheiro de dados do problema, obtêm-se os modos de encurvadura, que se apresentam no anexo A, na figura A.1, e os respectivos valores próprios das cargas críticas da estrutura, evidenciados no quadro 2.3.

N.º Modo	Valor próprio	Factor de Carga	Carga Crítica, kN	Erro normalizado	Modo
1	<b>5.79327</b>	5.79327	<b>16221.156</b>	0.616535E-12	NM
2	<b>19.5713</b>	19.5713	<b>54799.640</b>	0.402200E-11	NF
3	<b>23.6626</b>	23.6626	<b>66255.280</b>	0.467372E-10	NF
4	<b>46.8882</b>	46.8882	<b>131286.960</b>	0.219905E-07	NF
5	<b>54.6009</b>	54.6009	<b>152882.520</b>	0.235546E-06	NM
6	<b>92.5701</b>	92.5701	<b>259196.280</b>	0.198414E-05	NF
7	<b>99.5701</b>	99.5701	<b>278796.280</b>	0.264252E-04	NM
8	<b>150.661</b>	150.661	<b>421850.800</b>	0.105859E-02	NF
9	<b>159.610</b>	159.610	<b>446908.000</b>	0.747549E-03	NM
10	<b>228.095</b>	228.095	<b>638666.000</b>	0.732491E-02	NF

**Quadro 2.3** Quadro representativo dos valores próprios e cargas críticas.

### 2.3.4 Determinação automática das cargas críticas com simulação das ligações

Neste ponto, fez-se uma nova formulação, onde se simulam os nós rígidos através da colocação de “elementos mola” com rigidez total, para se garantir o comportamento rígido da ligação. Assim, em estudos futuros, será fácil simular uma ligação semi-rígida, sendo unicamente necessário introduzir o valor correspondente da rigidez.

De seguida, fez-se correr o novo ficheiro de dados do problema obtendo-se os valores que se apresentam no quadro 2.4 para as cargas críticas, sendo que os modos de encurvadura correspondem aos apresentados no ponto anterior.

Modo	Valor próprio	Factor de Carga	Carga Crítica, kN	Erro normalizado
1	<b>5.78282</b>	5.78282	<b>16191.89</b>	0.255560E-08
2	<b>19.5356</b>	19.5356	<b>54699.68</b>	0.780088E-10
3	<b>23.6189</b>	23.6189	<b>66132.92</b>	0.109830E-09
4	<b>46.7970</b>	46.7970	<b>131031.60</b>	0.103544E-06
5	<b>54.4973</b>	54.4973	<b>152592.44</b>	0.100881E-06
6	<b>92.3878</b>	92.3878	<b>258685.84</b>	0.124474E-04
7	<b>99.3766</b>	99.3766	<b>278254.48</b>	0.114648E-03
8	<b>150.365</b>	150.365	<b>421022.00</b>	0.658456E-02
9	<b>159.293</b>	159.293	<b>446020.40</b>	0.296583E-02
10	<b>233.681</b>	233.681	<b>654306.80</b>	0.496172E-01

**Quadro 2.4** Quadro representativo dos valores próprios e cargas críticas.

### 2.3.5 Conclusão da análise de cargas críticas

No quadro 2.5 apresentam-se os valores para a 1.<sup>a</sup> e 5.<sup>a</sup> cargas críticas da estrutura, determinadas pelos diferentes métodos. A 5.<sup>a</sup> carga crítica refere-se à estrutura completa e corresponde à 2.<sup>a</sup> carga crítica da estrutura simplificada.

MÉTODO	1ª CARGA CRÍTICA (KN)	5ª CARGA CRÍTICA (KN)
Funções de Estabilidade linearizadas	16482.230	194970.57
Funções de Estabilidade	16332.101	153275.92
Elementos Finitos	16221.156	152882.52
Elementos Finitos com “molas”	16191.990	152592.44

**Quadro 2.5** Quadro final comparativo para os quatro cálculos.

Observando os valores obtidos, através dos diferentes métodos, para a 1.<sup>a</sup> carga crítica, conclui-se que todos eles se aproximam, razoavelmente, uns dos outros. Quando se observam os valores da 5.<sup>a</sup> carga crítica constata-se que o valor resultante do método analítico que, aplica as funções de estabilidade linearizadas, difere bastante dos restantes. Isto porque, as funções de estabilidade podem ser desenvolvidas em serie de potências, cuja base é  $P/P_E$ , quando se linearizam trunca-se o seu desenvolvimento no termo de ordem 1. Este procedimento só é aceitável para situações em que  $P/P_E < 1$ . Quando tal não se verifica, como no caso da 2.<sup>o</sup> carga crítica, em que  $P/P_E = 9.57$ , comete-se um erro apreciável, como de resto se denota.

## 2.4 ANÁLISE ELÁSTICA DE 2ª ORDEM

### 2.4.1 Descrição da análise elástica de 2ª ordem

A não linearidade geométrica pode provocar grandes modificações na configuração estrutural durante o carregamento.

Problemas comuns de não linearidade geométrica surgem em estruturas com comportamento de membrana, ou em elementos estruturais comprimidos, como pilares e elementos de treliças, etc..

A mudança do ponto de aplicação das cargas ou das condições de apoio pode, de igual modo, provocar efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Exemplos tradicionais de não linearidade geométrica são a flecha residual apresentada por vigas, ainda antes de serem carregadas, ou a não verticalidade verificada em pilares antes de entrarem em serviço.

Para uma estrutura carregada axialmente, a solução deve considerar o aumento progressivo da excentricidade da aplicação da carga, que provoca um aumento dos momentos flectores.

Neste ponto, só se considera o cálculo automático na resolução da análise elástica de 2.<sup>o</sup> ordem. Considera-se o pórtico de calibração com cinco imperfeições geométricas crescentes de 5.0 mm, 9.0 mm, 12.5 mm, 27.5 mm e 42.5 mm. O propósito é verificar que a carga de colapso do pórtico diminui com o aumento da imperfeição geométrica, e que a trajectória de equilíbrio afasta-se da carga crítica.

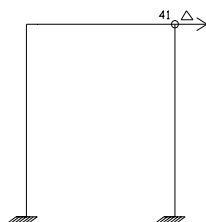
#### **2.4.2 Aplicação da análise elástica de 2<sup>a</sup> ordem**

Para a aplicação da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem formulam-se várias hipóteses de imperfeições geométricas. A imperfeição geométrica,  $\Delta$ , refere-se sempre ao topo dos pilares, como se pode ver na figura 2.16, e toma valores crescentes. Com o objectivo de estudar a tendência de evolução da resposta estrutural com o aumento da imperfeição geométrica, consideram-se aleatoriamente as imperfeições geométricas de 5.0 mm, 9.0 mm e 42.5 mm. Para além destas, considera-se ainda a imperfeição geométrica para o pórtico de calibração considerada por Vogel (1985) [7], isto é 12.5 mm, e a imperfeição geométrica determinada através do EC3 [2].

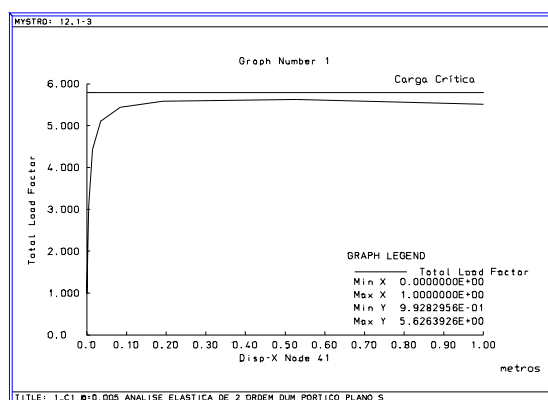
i) Imperfeição geométrica considerada aleatoriamente,  $\Delta = 5.0\text{mm}$ .

Constituído o ficheiro de dados do novo problema com o método de incrementação “arc-length” [10] de mais rápida convergência, explicado no anexo C, adequado para resolver problemas de análise não linear, obtém-se a trajectória de equilíbrio do pórtico de calibração, para o nó 41, apresentada na figura 2.17.

Na figura 2.16 apresenta-se o nó 41. É através deste que se define a trajectória de equilíbrio do pórtico ao nível da viga.



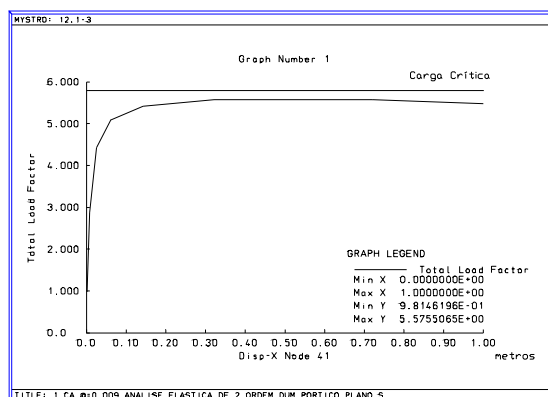
**Figura 2.16** Representação do nó 41.



**Figura 2.17** Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 5.0 mm.

ii) Imperfeição geométrica considerada aleatoriamente,  $\Delta = 9.0\text{mm}$ .

Constituiu-se um novo problema, considerando a imperfeição geométrica igual a 9.0 mm. A trajectória de equilíbrio pode ser observada na figura 2.18.



**Figura 2.18** Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 9.0 mm.

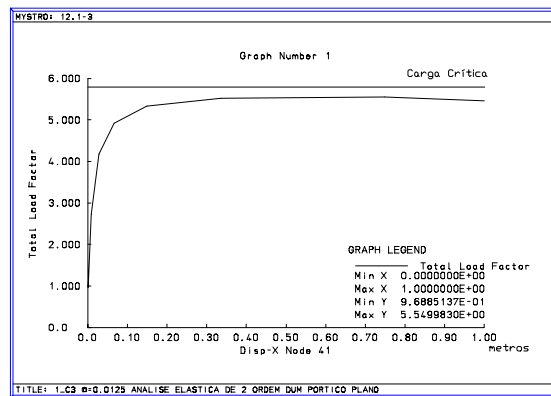
iii) Imperfeição geométrica apresentado por Vogel (1985) [7],  $\Delta = 12.0\text{mm}$ .

$$\varphi = \frac{1}{300} r_1 r_2 = \frac{1}{300} \times 1 \times \frac{3}{4} = 0.0025 \text{ rad} \quad (2.43)$$

$$\Delta = \text{Tag } 0.0025 \times 5.0 = 0.0125 \text{ m} = 12.5 \text{ mm} \quad (2.44)$$

O coeficiente  $r_1$  depende do vão do pórtico. O coeficiente  $r_2$  depende do número de pilares existentes no plano do pórtico.

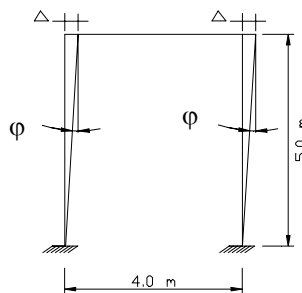
A nova trajectória de equilíbrio do pórtico de calibração pode ser observada na figura 2.19. Constata-se um ligeiro afastamento da carga crítica, quando se compara esta trajectória com as anteriores.



**Figura 2.19** Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 12.5 mm.

iv) Imperfeição geométrica determinada segundo o EC3 [2],  $\Delta = 27.5\text{mm}$ .

Seguindo o raciocínio já explanado, apresenta-se de seguida a determinação da imperfeição geométrica segundo o EC3 [2].



**Figura 2.20** Imperfeições geométricas do pórtico de calibração.

Sendo:

$$\varphi = K_C K_S \varphi_0 \tag{2.45}$$

Em que:

$$\varphi_0 = \frac{1}{200}; \quad K_C = \sqrt{0.5 + \frac{1}{n_c}} = 1; \quad K_S = \sqrt{0.2 + \frac{1}{n_s}} = 1.09545 \tag{2.46}$$

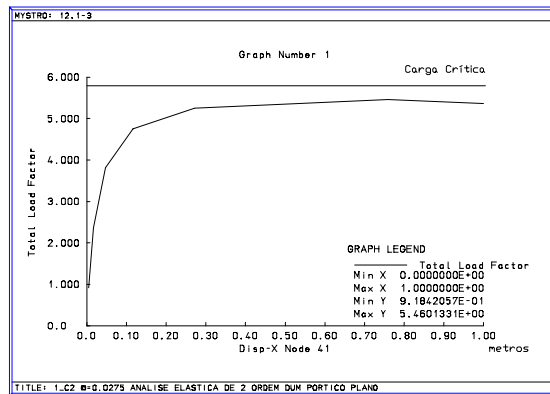
Com:

$$n_c = 2; \text{ n}^\circ \text{ de pilares por plano}; \quad n_s = 1; \text{ n}^\circ \text{ de pisos} \tag{2.47}$$

$$\varphi_{EC3} = 0.0055 \text{ rad} \tag{2.48}$$

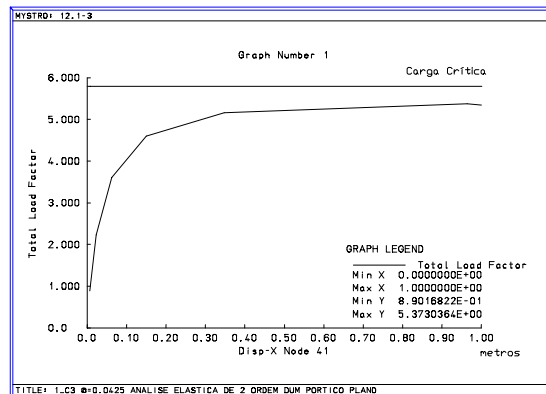
$$\Delta = \text{Tag } 0.0055 \times 5.0 = 0.0275 \text{ m} = 27.5 \text{ mm} \tag{2.49}$$

Donde resulta a trajectória de equilíbrio apresentada na figura 2.21.



**Figura 2.21** Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 27.5 mm.

v) Imperfeição geométrica considerada aleatoriamente,  $\Delta = 42.5 \text{ mm}$ .

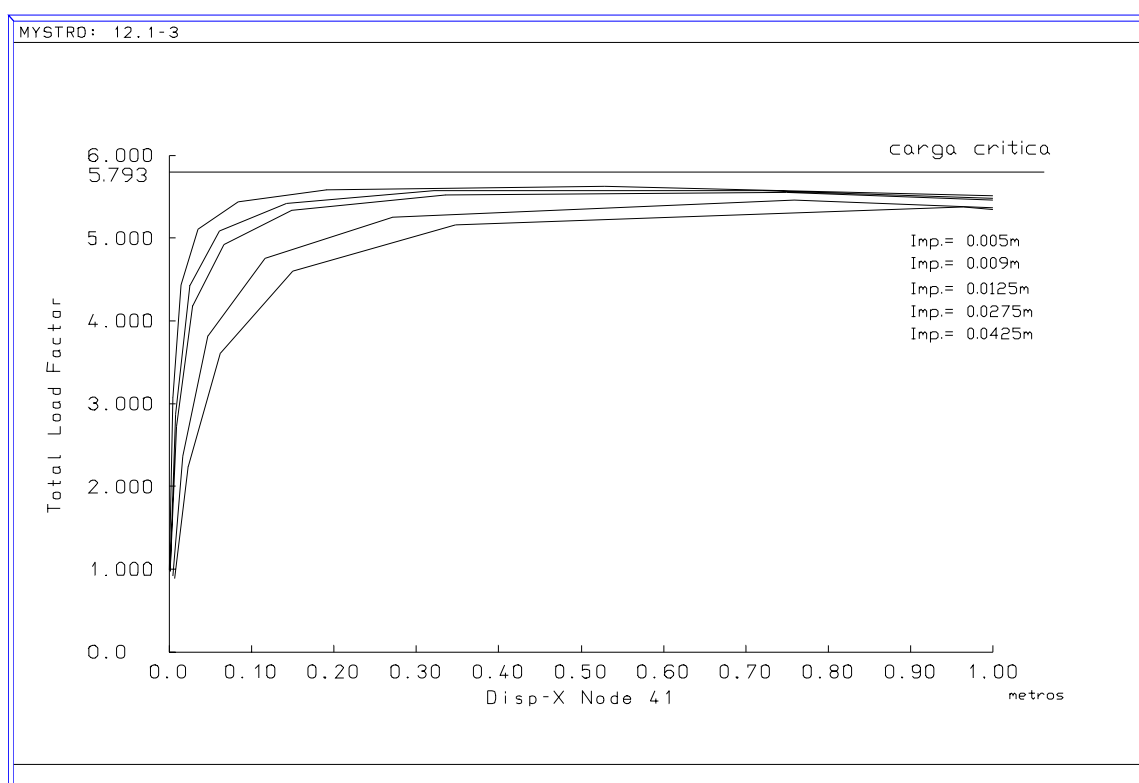


**Figura 2.22** Trajectória de equilíbrio do nó 41, para uma imperfeição geométrica de 42.5 mm.

Por último, apresenta-se na figura 2.22 a trajectória de equilíbrio do pórtico de calibração, resultante da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, com uma imperfeição geométrica de 42.5 mm no topo dos pilares. Verifica-se que, comparativamente com as restantes, esta trajectória afasta-se bastante da carga crítica.

### 2.4.3 Conclusão da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem

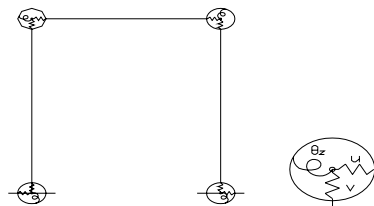
Como se comprova pelo gráfico resumo apresentado na figura 2.23, a tendência que se esperava, ou seja, o afastamento das sucessivas trajectórias de equilíbrio ao patamar definido pela carga crítica à medida que a imperfeição geométrica aumenta, verifica-se. Consequentemente, a carga crítica também diminui à medida que a imperfeição geométrica aumenta.



**Figura 2.23** Trajectórias de equilíbrio do nó 41, comparativo para todas as imperfeição geométrica e carga crítica.

#### 2.4.4 Descrição e aplicação da análise elástica de 2ª ordem com simulação das ligações

A par da análise base, formulam-se da mesma forma, as cinco situações de imperfeições geométricas mas, agora, incluindo as molas nos quatro nós da estrutura com idênticas características de rigidez, já anteriormente referidas, para simular as ligações, como se mostra na figura 2.24.



**Figura 2.24** Representação das “molas” no pórtico de calibração.

No anexo B, na figura B.1, apresentam-se as trajectórias de equilíbrio do pórtico de calibração para a análise elástica de 2.ª ordem. Na coluna do lado esquerdo, mostram-se as trajectórias de equilíbrio para o pórtico com simulação das ligações rígidas. Na coluna do lado direito apresentam-se as trajectórias para o pórtico contínuo, como já se fez no ponto anterior.

Observando a figura B.1, nota-se que as trajectórias de equilíbrio coincidem satisfatoriamente, para a mesma imperfeição considerada. Pode ainda concluir-se que os valores das cargas críticas, para as situações correspondentes, se igualam.

## 2.5 ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DE 1ª ORDEM

### 2.5.1 Descrição da análise elasto-plástica de 1.ª ordem

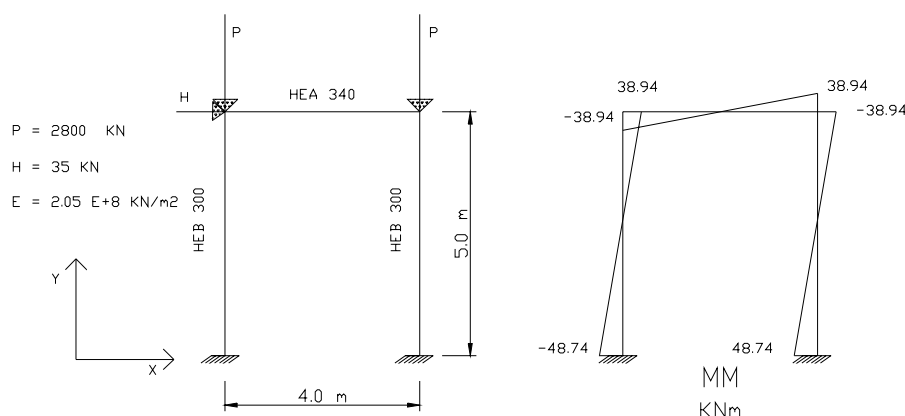
Até este ponto, tem-se analisado o comportamento do pórtico de calibração em regime elástico. Contudo, o comportamento do material (aço), após atingir a tensão de cedência, apresenta um patamar de cedência característico de um material elasto-plástico. Quando se pretende otimizar as características mecânicas do material tem que se levar em linha de conta a plasticidade do material. Consequentemente, é de todo o interesse estudar o comportamento em regime elasto-plástico do pórtico de calibração.

Neste ponto, elabora-se o cálculo plástico analítico de uma forma incremental. Este método permite determinar as rótulas plásticas passo a passo, e por fim encontrar a carga de colapso da estrutura.

De seguida, por intermédio do método de cálculo automático, utilizando mais uma vez o programa LUSAS [3], procede-se também à determinação da carga de colapso.

### 2.5.2 Análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem analítica

É importante relatar, em primeiro lugar, que o modo de colapso da estrutura que resulta deste estudo é o modo resultante da plastificação por momento flector, desprezando as interacções com outros esforços, nomeadamente o esforço axial.



**Figura 2.25** Cálculo elástico de 1.<sup>a</sup> ordem da estrutura.

Para a determinação analítica da carga de colapso da estrutura utiliza-se o método dos incrementos de carga. Este método indica o caminho de plastificação da estrutura, uma vez que, ao longo do processo, evidencia, sucessivamente a formação da rótula plástica seguinte, com o aumento progressivo da carga.

Partindo da estrutura inicialmente carregada, determinam-se os esforços elásticos correspondentes, como se mostra na figura 2.25.

Considera-se  $\sigma_y$  a tensão de cedência do material igual a 235 Mpa e  $W_{pl}$  o módulo de flexão plástico da secção, igual a  $w_{pl\ HEB300} = w_{pl\ HEA340} = 1678.0E-06\ m^3$ .

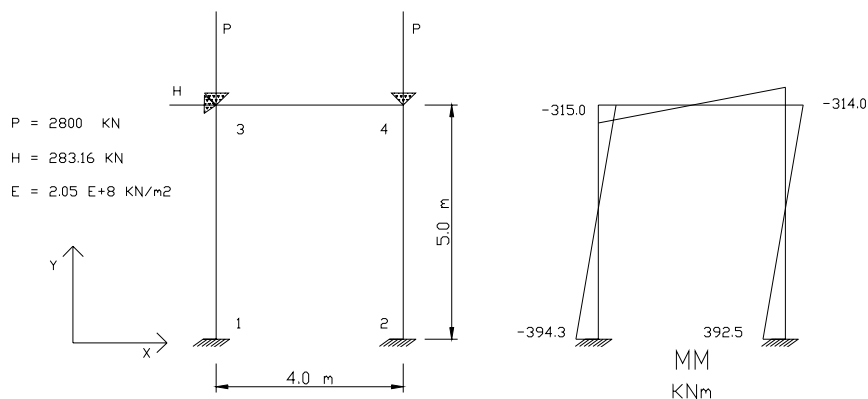
Como se sabe:

$$M_{pl} = \sigma_y \times W_{pl} \quad (2.50)$$

Conclui-se que o momento flector de plastificação  $M_{pl}$ , de qualquer secção, será:

$$M_{pl\ HEA340} = M_{pl\ HEB300} = 394.33\ \text{kNm}. \quad (2.51)$$

A primeira rótula plástica formar-se-á na secção de maior momento flector à partida, que neste caso será uma das secções da base, como se verifica facilmente na figura 2.25. Aumenta-se a carga horizontal até que o momento na base seja igual a 394.33 kNm, o que resulta num factor de carga para a formação da primeira rótula plástica de  $\lambda_1 = 8.090$ , e que corresponde a uma força horizontal necessária para a formação da respectiva rótula plástica de  $F_h = 283.16\ \text{kN}$ . De notar que, como se disse, despreza-se a deformabilidade por esforço axial, o que quer dizer que nesta análise elásto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, as forças verticais representadas na figura 2.25 não produzem qualquer influência nas tensões que se verificam em qualquer secção do pórtico.



**Figura 2.26** Primeira rótula plástica, nó 1.

Aplica-se esta força horizontal de 283.16 kN à estrutura inicial, o que resulta no diagrama de esforços que se apresenta na figura 2.26. Comprova-se assim que, no nó 1, se irá formar a primeira rótula plástica.

Seguidamente, formar-se-á uma segunda rótula plástica no nó 2, com um aumento do factor de carga de  $\Delta\lambda = 0.024$ , a que corresponde uma força horizontal de  $F_h = 283.99\ \text{kN}$ , força esta que provoca um momento flector de 394.33 kNm, no nó 2.

Aplicando, novamente, esta força horizontal, verifica-se que a formação da terceira rótula plástica ocorrerá no nó 3, com um aumento no factor de carga de  $\Delta\lambda = 0.895$  e uma nova força horizontal de  $F_h = 315.33\ \text{kN}$ .

Finalmente, com a formação da quarta rótula plástica no nó 4 a estrutura entra em colapso, para um acréscimo do factor de carga de  $\Delta\lambda = 0.004$ , ao qual corresponde uma força horizontal de  $F_{\text{hplast.}} = 315.46 \text{ kN}$ .

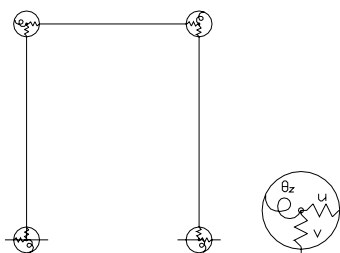
Conclui-se que a força horizontal de plastificação é de 315.46 kN, o que equivale a um factor de carga de 9.013. No quadro 2.6, apresenta-se em resumo a formação sucessiva das rótulas plásticas.

Incremento	$F_h$ (kN)	$\Delta\lambda$	$\lambda$	Nó plástico
-	35	-	-	-
1º	283.16	-	8.090	1
2º	283.99	0.024	8.114	2
3º	315.33	0.895	9.009	3
4º	315.46	0.004	9.013	4

**Quadro 2.6** Quadro resumo da formação das rótulas plásticas.

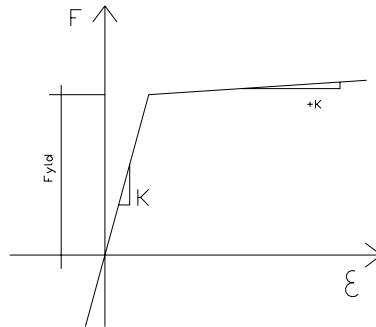
### 2.5.3 Análise elasto-plástica automática de 1ª ordem

Para determinar a carga de plastificação da estrutura de uma forma automática, houve a necessidade de introduzir molas com comportamento elasto-plástico no local onde, previsivelmente, se formarão as rótulas plásticas. Estes locais são os nós de ligação entre os vários elementos estruturais. Por um lado, é aqui que os esforços são maiores, como já se viu, e por outro lado, é nestes pontos que a resistência é menor, quando comparada com a resistência dos elementos adjacentes a ligar, como se verá no capítulo seguinte. Assim, introduzem-se molas nos nós indicados na figura 2.27, nós correspondentes às ligações, local onde há descontinuidade estrutural e onde previsivelmente os fenómenos de plastificação acontecerão primeiro.



**Figura 2.27** Representação das “molas” no pórtico de calibração.

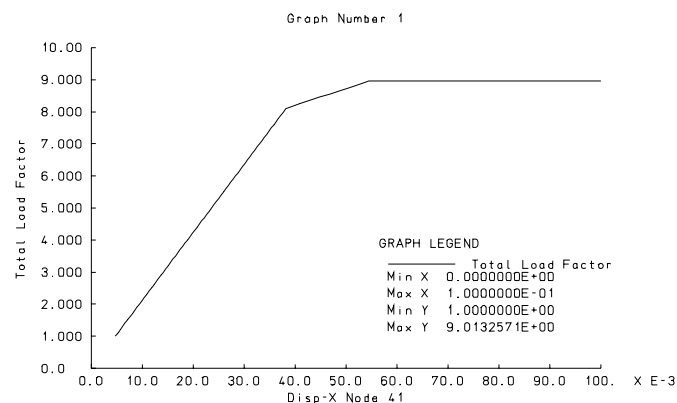
Como se verifica pelo que se explana no ponto anterior, a formação de rótulas plásticas ocorre preferencialmente nas ligações. Assim sendo, parece lógico que querendo simular o comportamento global de uma estrutura metálica deste tipo, se faça, considerando elementos que consigam acomodar um comportamento elasto-plástico, como o que se apresenta através da lei bi-linear apresentada na figura 2.28.



**Figura 2.28** Lei de comportamento elasto-plástico do material da mola.

É, mais uma vez, importante referir que este modelo de plastificação só incorpora a deformação por momento flector. Outros modelos, que incorporem a deformação por esforço axial, estão actualmente em desenvolvimento [11].

O problema proposto, de não linearidade do material, implica o recurso a métodos incrementais de carga, para a resolução numérica do sistema de equações de equilíbrio do pórtico. Em cada incremento de carga é feita uma aproximação à curva que define as características do material através de várias iterações. O programa LUSAS [1] utiliza para o efeito o método iterativo de Newton-Raphson [10], método este explicado no anexo C.



**Figura 2.29** Trajectória de equilíbrio da estrutura.

Depois de se formular o novo ficheiro de dados do problema, levando em consideração as particularidades expostas, o programa incrementa a carga horizontal inicial de 35 kN até um valor que provoca a plastificação das quatro ligações. A sequência de plastificação é a mesma que a verificada no método analítico, assim como o factor de carga de colapso plástico assume o mesmo valor de  $\lambda = 9.013$ , o que corresponde a uma força de plastificação  $F_{h\text{ plast.}} = 315.46$  kN. Na figura 2.29 pode observar-se a trajectória de equilíbrio, para o nó 41, representando o primeiro ponto de descontinuidade a formação quase simultânea das rótulas plásticas nos nós 1 e 2 e o segundo ponto a formação das rótulas plásticas nos nós 3 e 4, também praticamente em simultâneo.

## 2.6 ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DE 2ª ORDEM

### 2.6.1 Descrição da análise elasto-plástica de 2ª ordem

Seguindo a mesma estratégia evolutiva, à medida que se progride no trabalho, aproximam-se os resultados ao comportamento real da estrutura. Apesar das estruturas reais apresentarem não linearidade geométrica em regime elástico podem, muitas das vezes, apresentarem, em simultâneo, não linearidade geométrica em regime plástico.

Nestes termos, interessa estudar a estrutura modelo, não só em regime elástico de 2.ª ordem, trabalho já relatado mas, também, em regime elasto-plástico de 2.ª ordem, trabalho que será objecto deste ponto.

### 2.6.2 Aplicação da análise elasto-plástica de 2ª ordem

Com o avanço das situações estruturais em análise, observa-se a evolução da dificuldade no cálculo automático, nomeadamente no processo de incrementação, tendo em vista a convergência da solução, uma vez que a deformação da estrutura não é conhecida durante a formulação das equações de equilíbrio. Por tal facto, para que se consiga chegar à solução do problema, o programa de cálculo automático LUSAS [1] obriga a um refinamento do processo de incrementação. Para isso, no “controlo de não linearidade” surge a necessidade de especificar um tipo de incrementação denominado “arc-length” [10], apresentado no anexo C. Este tipo de incrementação reduz o tamanho do incremento seguinte e obriga a que haja uma convergência mais rápida.

NONLINEAR CONTROL

INCREM 1.0 0.10 1 10 0.40 **0.005 0.01**

TERMIN 0.0 50 0 1 0.0

STEP\_REDUCTION 5 0.5 2.0

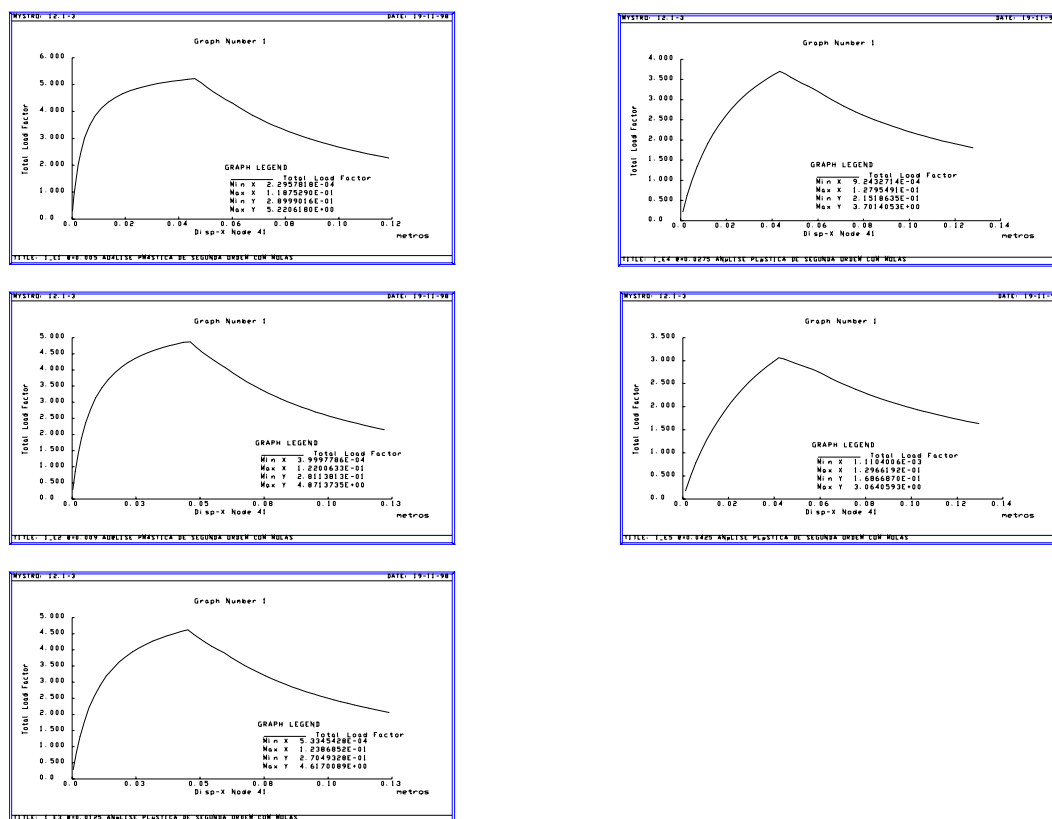
ITERAT 10 2 0.75 5.00 25.0 0.0

NR

CONVER 0.1000E+09 0.10000E+09 1.0000 0.1000 0.10000E+09 1.0000

OUTPUT 1 1 1 0 0 1 1

O carregamento considerado nesta análise contempla apenas a acção das forças verticais da figura 2.1. A diferença desta análise relativamente à análise elástica de segunda ordem, verifica-se na inclusão das molas com comportamento elasto-plástico, para simulação da plastificação das secções críticas. De facto, esta análise é comparável com a análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, em termos de trajectórias de equilíbrio e factores de carga de colapso.



**Figura 2.30** Trajectórias de equilíbrio da estrutura, resultantes da análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, para as mesmas situações de imperfeições geométricas.

Na figura 2.30 podem observar-se as trajectórias de equilíbrio, para as mesmas cinco situações de imperfeições geométricas consideradas na análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem.

### 2.6.3 Conclusão da análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem

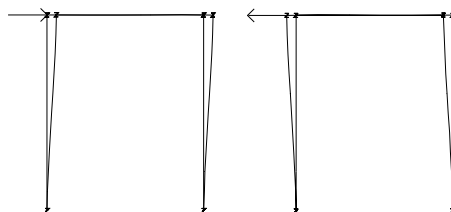
Pela observação do quadro 2.7 pode avaliar-se que a carga de colapso diminui significativamente com o aumento da não linearidade geométrica e, verifica-se, também, que é muito menor quando comparada com a mesma situação da análise elástica de segunda ordem, isto porque a plastificação das ligações interrompe a trajectória de equilíbrio, provocando o colapso da estrutura.

Imperfeição geométrica	Análise elástica de 2. <sup>a</sup> ordem	Análise plástica de 2. <sup>a</sup> ordem	%
	$\lambda$ - Factor de carga	$\lambda$ - Factor de carga	
@ = 0.0050 m	5.63	<b>5.22</b>	7.3
@ = 0.0090 m	5.57	<b>4.87</b>	12.6
@ = 0.0125 m	5.55	<b>4.62</b>	16.8
@ = 0.0275 m	5.46	<b>3.70</b>	32.2
@ = 0.0425 m	5.37	<b>3.06</b>	43.0

**Quadro 2.7** Quadro final comparativo da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem e análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem.

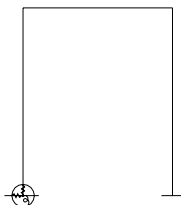
## 2.7 RESPOSTA ESTRUTURAL AO CARREGAMENTO CÍCLICO

Tendo em conta que um dos objectivos futuros deste trabalho é estudar pórticos metálicos de travessas inclinadas, quando solicitados a acções dinâmicas, (como se verá no capítulo 5, capítulo da validação da análise dinâmica), interessa, desde já, estudar o comportamento da resposta estrutural, quando solicitada a cargas cíclicas estáticas.

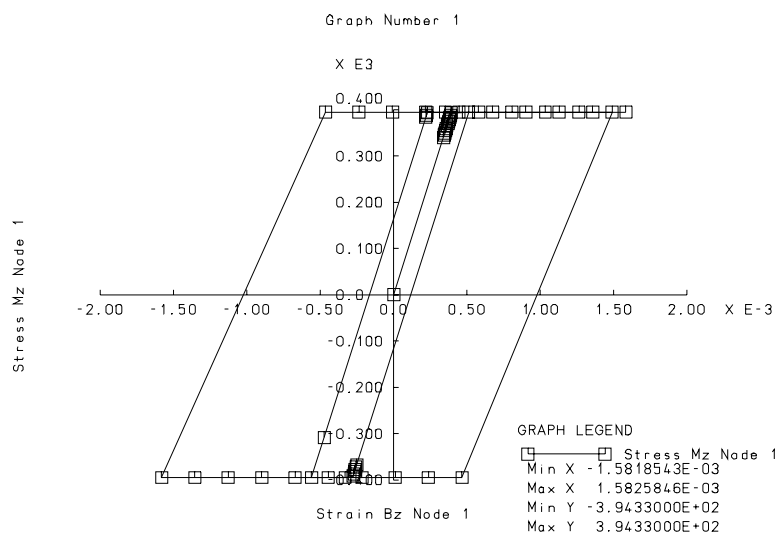


**Figura 2.31** Aplicação da carga e descarga.

Assim, adicionalmente a todo o trabalho de calibração apresenta-se, neste ponto, a calibração da resposta da estrutura ao carregamento cíclico apresentado na figura 2.31, assumindo o comportamento bi-linear da ligação da base representada na figura 2.32.



**Figura 2.32** Rótula em estudo.



**Figura 2.33** Momento flector vs rotação para a situação de carga e descarga.

Depois de se executar esta nova formulação, obteve-se um gráfico de momento/rotação do nó em estudo, tal como o que se apresenta na figura 2.33, para a aplicação de dois ciclos de carga com a mesma amplitude. A resposta do modelo matemático bi-linear corresponde ao que se esperava pese, embora as suas limitações para levar em consideração a mudança contínua da rigidez na região da ligação a simular.

## *Capítulo 3*

# **APLICAÇÃO A PAVILHÕES INDUSTRIAIS ANÁLISE ESTÁTICA**

### **3.1 INTRODUÇÃO**

Grande parte das estruturas metálicas realizadas actualmente no nosso país são pavilhões industriais, grandes naves que servem para variados fins, desde a indústria à armazenagem, simples zonas cobertas ou até serviços.

A construção deste tipo de estrutura, com uma configuração idêntica à apresentada na figura 3.1, tem vindo a generalizar-se um pouco por todo o país.

Com o presente estudo, pretende-se investigar a influência do grau de semi-rigidez das várias ligações na resistência global da estrutura. Simulando as ligações através de elementos com comportamento elasto-plástico, tem o propósito de obter um comportamento estrutural tão próximo do real quanto possível.

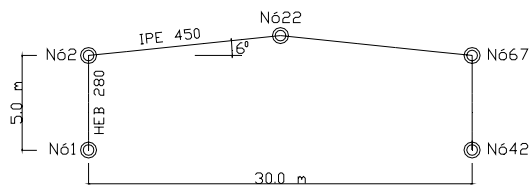
Neste capítulo faz-se a aplicação prática de toda a análise estática que se referiu no capítulo anterior. Para isso, elabora-se um estudo exaustivo, envolvendo todas as análises, atrás descritas, para um pórtico base que se considera “charneira”, pórtico esse que se define nos pontos seguintes.

Por último, apresenta-se um estudo paramétrico mais abrangente, no qual se varia a relação de geometria, a inércia dos elementos, nomeadamente a inércia das travessas e consequentemente a rigidez das ligações.

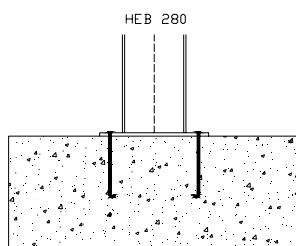
### **3.2 CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA**

O pórtico base em análise, que servirá de base à aplicação exaustiva, e que se modela através do programa de cálculo automático por elementos finitos LUSAS [1], tem as dimensões e perfis em aço S275, conforme se apresenta na figura 3.1, com as ligações

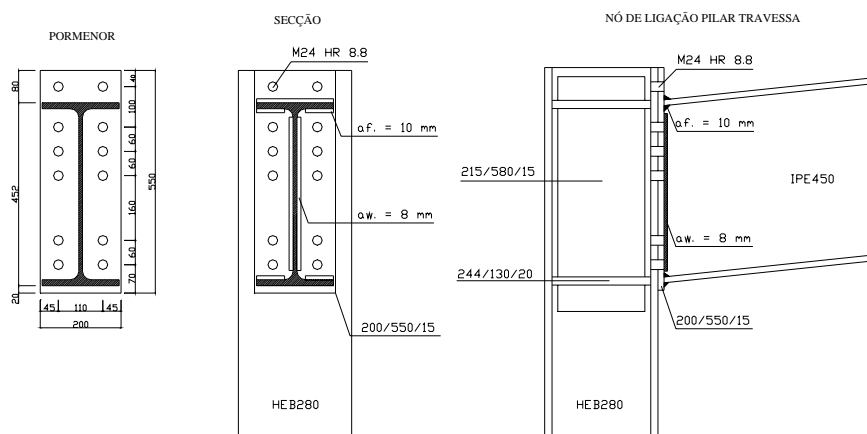
semi-rígidas na ligação da base, elevação (pilar-travessa) sem reforço e cumieira (travessa-travessa), como se mostra nas figuras 3.2, 3.3 e 3.4, respectivamente.



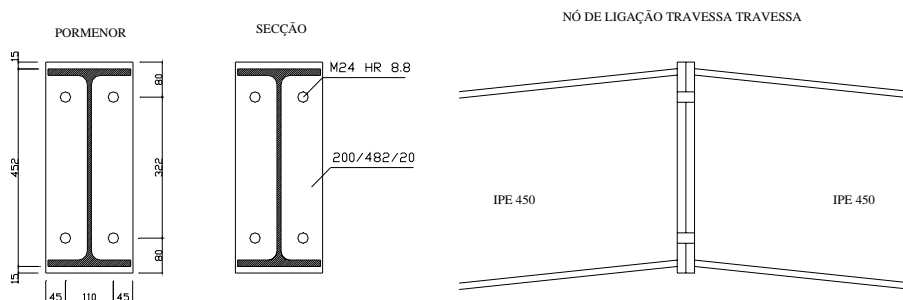
**Figura 3.1** Pórtico em estudo.



**Figura 3.2** Base do pórtico.



**Figura 3.3** Nó da elevação, pilar – travessa, sem reforço.



**Figura 3.4** Nó do cumeeiro, travessa - travessa.

Para a elaboração do estudo paramétrico, escolheu-se uma gama onde se faz variar o perfil da travessa desde o IPE300 até ao perfil IPE500, mantendo o perfil do pilar em HEB280. O vão do pórtico varia desde os 20.0, 30.0 até aos 40.0 metros, tal como se evidencia no quadro 3.1. A rigidez e resistência das ligações alteram-se, conseqüentemente, em função dos diferentes perfis utilizados, tendo-se adicionalmente considerado ligações pilar-travessa, com e sem reforço.

### 3.2.1 Rigidez das ligações

A complexidade de uma ligação, dependendo a sua constituição de várias componentes, tornou a sua execução necessariamente mais ou menos uniforme.

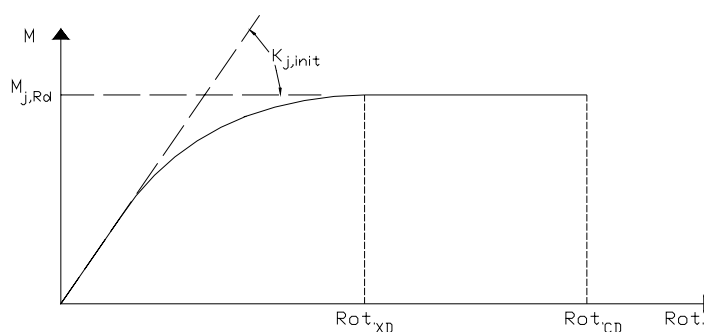
As figuras 3.3 e 3.4 mostram, respectivamente, uma ligação típica pilar - travessa e de cume de um pórtico industrial. A presença de chapas de testa (para suportar a força de tracção) e dos reforços ilustrados na figura 3.7 aumenta, significativamente, a capacidade resistente da ligação.

Relativamente à rigidez e começando pela ligação da base, como o efeito do esforço axial é, normalmente, pequeno, leva a que a maior parte destas não sejam reforçadas, como se apresenta na figura 3.2. A ligação da base típica consiste numa chapa de base soldada ao perfil e ancorada numa sapata de betão através de quatro parafusos. A rigidez da ligação da base depende, essencialmente, das condições geotécnicas do terreno e da relação vão/altura do pórtico em causa. Distinguem-se dois fenómenos: (i) o comportamento entre o pilar metálico e a sapata de fundação em betão, (ii) o comportamento entre a sapata de fundação e o solo [12]. No primeiro caso, pode representar-se o comportamento à rotação por uma curva  $M-\phi$ , que depende da relação momento flector – esforço axial. No segundo caso, na curva  $M-\phi$  (rotação da sapata de fundação relativamente ao solo) deve levar-se em consideração o assentamento do solo provocado pela compressão [6]. Com base em resultados experimentais [12], consideram-se para esta ligação três situações de rigidez: (i) rotulada  $K_{j,init} = 0.00$ , (ii) semi-rígida  $K_{j,init} = 5000 \text{ kNm/rad}$  e (iii) rígida  $K_{j,init} = 10E10 \text{ kNm/rad}$ .

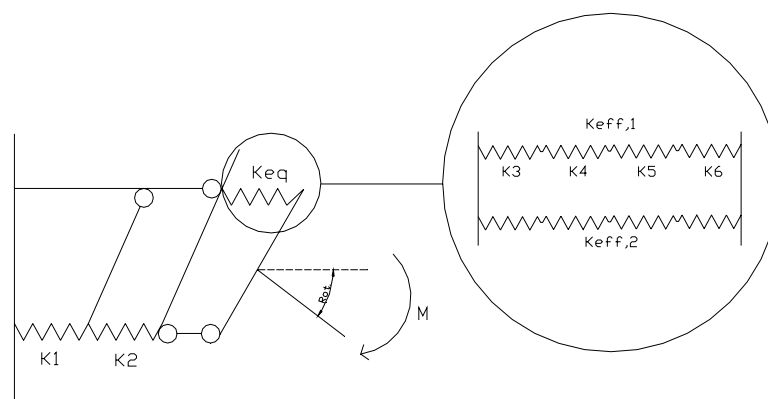
Relativamente à rigidez das restantes ligações, ligação da “elevação”, pilar – travessa e ligação do cume, travessa–travessa, é essencial ter acesso às características momento – rotação, a saber  $K_{j,init}$  [4], como se mostra na figura 3.5.

De referir que a determinação dos valores exactos da rigidez destas ligações é um problema laborioso que requer uma análise automática por elementos finitos.

Com o objectivo de evitar estes procedimentos mais complexos foi desenvolvido um método simplificado, chamado “Método das Componentes” [13], de acordo com o Anexo J do Eurocódigo 3 [4]. Neste método, os nós são modelados através de associações de molas com a respectiva rigidez e deformação correspondentes a cada componente, tal como se descreve sucintamente de seguida para as ligações pilar-travessa e travessa-travessa.



**Figura 3.5** Curva Momento – Rotação de uma ligação e rigidez inicial  $K_{j,init}$ .



**Figura 3.6** Modelo mecânico para as ligações da elevação e cume.

Determina-se a rigidez da ligação da elevação e cume através do modelo mecânico que se apresenta na figura 3.6, o qual ilustra a aplicação do “Método das Componentes”. Todas as diferentes componentes da ligação contribuem para a deformação total da mesma. Estas ligações são actuadas pelo momento flector, esforço axial e esforço transversal, e a sua rigidez é mobilizada pelo comportamento combinado das várias componentes individuais. Contudo, assume-se que o esforço dominante na deformação da ligação é o esforço de flexão, negligenciando-se a contribuição do esforço axial e do esforço transversal.

Na ligação pilar-travessa identifica-se o comportamento relevante das seguintes componentes (o reforço e o banzo da travessa assumem-se indeformáveis à compressão): (i)  $K_1$  – rigidez da alma do pilar sem reforço ao corte, (ii)  $K_2$  – rigidez da alma do pilar sem reforço à compressão, (iii)  $K_3$  – rigidez da alma do pilar à tracção, (iv)  $K_4$  – rigidez do banzo do pilar à flexão, (v)  $K_5$  – rigidez da chapa de testa à flexão, (vi)  $K_6$  – rigidez dos parafusos traccionados.

Avalia-se, então, a rigidez inicial da ligação da elevação  $K_{j,init}$  usando as equações seguintes [4]:

$$K_{j,init} = E Z_{eq}^2 k_c \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{k_c} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_{eq}} \quad (3.2)$$

$$K_{eq} = \frac{\sum_{r=1}^n k_{eff,r} \cdot h_r}{Z_{eq}} \quad (3.3)$$

$$Z_{eq} = \frac{\sum_r k_{eff,r} \cdot h_r^2}{\sum_r k_{eff,r} \cdot h_r} \quad (3.4)$$

$$H_{eff,r} = \frac{1}{\sum_i k_{i,r}} \quad (3.5)$$

onde  $h_r$  é a distância entre a linha de parafusos  $r$  e o centro de compressão da ligação e  $k_{eq}$  é o coeficiente da rigidez equivalente tomando em conta a influência combinada dos diferentes comportamentos das componentes, quando agrupadas nas várias linhas de parafusos à tracção.

O coeficiente da rigidez equivalente para a linha de parafusos  $r$ ,  $k_{eff,r}$ , toma em consideração os coeficientes de rigidez das correspondentes componentes relevantes ( $K_3$  –  $K_6$  neste caso) e a distância  $z_{eq}$ .

Um estudo similar pode fazer-se para a ligação do cume. O reforço, caso exista, o banzo – alma da travessa comprimidos, assumem-se indeformáveis e as componentes são: (i)  $K_5$  – rigidez da chapa de testa à flexão, (ii)  $K_6$  – rigidez dos parafusos traccionados. As equações de (3.1) até (3.5) são igualmente válidas.

Interessa referir que para o estudo exaustivo do pórtico base, depois de feito um pré-dimensionamento para a relação de geometria  $R_L = 6$ , relação considerada charneira, adoptou-se o perfil HEB280 para o pilar e o perfil IPE450 para a travessa, com a rigidez das ligações correspondentes, apresentadas no quadro 3.2, sem reforço para a ligação pilar-travessa, como se mostra na figura 3.3. Varia-se ainda o valor da rigidez da ligação da base pela aplicação dos valores atrás referidos.

Em todos os estudos, quer para o estudo do pórtico base quer para o estudo paramétrico, considera-se, também, a situação das várias ligações rígidas, adoptando o valor de  $10E10$  kNm/rad para a rigidez de todas as ligações, valor este que se considera razoável de acordo com o capítulo da calibração.

Com o objectivo de se elaborar o estudo completo, para a análise estática, considera-se então a seguinte gama paramétrica para a modelação dos pórticos industriais em estudo, como se mostra no quadro 3.1.

$R_L$		
4	<b>6</b>	8
Perfil do pilar		
<b>HEB280</b>		
Perfis da travessa		
IPE 300	<b>IPE 450</b>	IPE 500

$$R_L = \frac{\text{vão total do pórtico}}{\text{altura do pilar} = 5.0m} \quad \text{Gama do pórtico base}$$

**Quadro 3.1** Gama paramétrica em estudo.

Nos quadros 3.2 e 3.3 resumem-se ao valores de resistência e rigidez para as diversas ligações consideradas.

Ligação: Pilar – travessa sem reforço	$M_{j,Rd}$ kNm	$V_{j,Rd}$ kN	$K_{j,init}$ kNm/rad	Ligação: Pilar – travessa com reforço	$M_{j,Rd}$ kNm	$V_{j,Rd}$ kN	$K_{j,init}$ kNm/rad
HEB280 – IPE300	144.0	774.6	61969	HEB280 – IPE300	425.0	658.4	524553
<u>HEB280 – IPE450</u>	<u>293.0</u>	<u>658.4</u>	<u>115914</u>	HEB280 – IPE450	534.5	658.4	856419
HEB280 – IPE500	330.2	658.4	135531	HEB280 – IPE500	572.0	658.4	991891

**Quadro 3.2** Valores da resistência e rigidez da ligação pilar-travessa sem e com reforço.

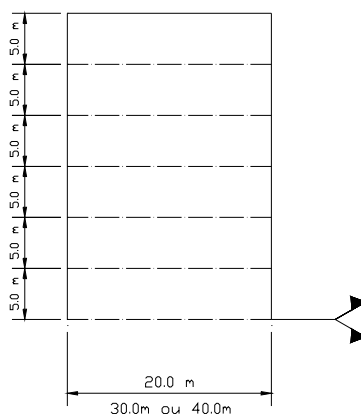


### 3.3.1.1 Acção permanente – peso próprio

Considera-se que a estrutura em estudo faz parte de um armazém industrial situado numa zona à altitude de 200 m, com o desenvolvimento em planta que se apresenta na figura 3.8, o que resulta nas acções que se mostra no quadro 3.4.

Descrição da acção	Valor da acção actuante
Peso próprio das chapas da cobertura + peso próprio do isolamento + peso próprio das madres	$0.3 \text{ kN/m}^2 \times 5.0 \text{ m} = 1.5 \text{ kN/m}$
Peso próprio da travessa IPE450 (variável para o estudo paramétrico)	0.776 kN/m
Total	2.276 kN/m

**Quadro 3.4** Valores da acção permanente.



**Figura 3.8** Vista parcial em planta do pavilhão em estudo.

### 3.3.1.2 Acção variável – neve

O valor característico da acção da neve é dado por:

$$S_K = \mu S_{0K} \quad (3.6)$$

em que, para uma altitude de 200 metros,

$$S_{0K} = \frac{h - 50}{400} = \frac{200 - 50}{400} = 0.375 \quad (3.7)$$

com,

$$\mu_1 = \mu_2 = \mu = 0.8 \quad (3.8)$$

vem,

$$S_K = 0.8 \times 0.375 = 0.30 \text{ KN/m}^2 \quad (3.9)$$

Resulta que para um pórtico intermédio:

$$S_d = 5.0 \times 0.30 = 1.5 \text{ KN/m} \quad (3.10)$$

### 3.3.1.3 Acção variável – vento

- (i) O valor característico da pressão dinâmica [14], admitindo uma rugosidade do tipo II e sendo  $h < 10$  metros, para a zona B é de  $1.2 \times 0.9$ , ou seja,

$$W_K = 1.2 \times 0.9 = 1.08 \text{ KN/m}^2 \quad (3.11)$$

- (ii) Coeficientes de pressão exterior  $\delta_{pe}$ .

$$\frac{h}{b} = \frac{5}{20} = 0.25 < \frac{1}{2} \quad (3.12)$$

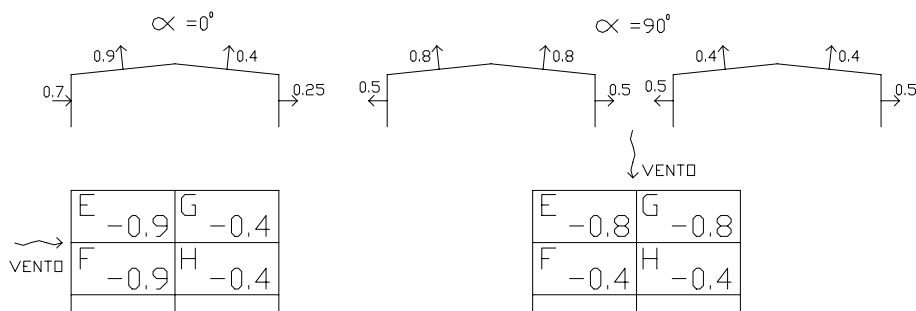
$$\frac{a}{b} = \frac{60}{20} = 3.0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \leq \frac{a}{b} \leq 4 \quad (3.13)$$

### Acções globais:

- i) Admitindo que o armazém tem portas amplas nos dois topos, o que torna as fachadas permeáveis, e paredes contínuas nos dois lados, representando impermeabilidade nestas duas fachadas:

Com o Vento normal às fachadas permeáveis  $\delta_{pi} = +0.2$

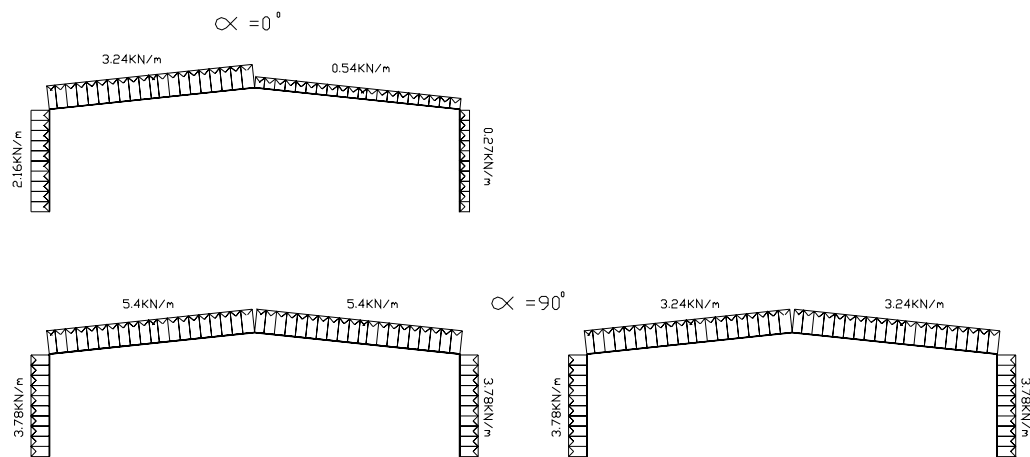
Com o Vento normal às fachadas impermeáveis  $\delta_{pi} = -0.3$



**Figura 3.9** Coeficientes de pressão  $\delta_{pe}$  para as paredes e cobertura.

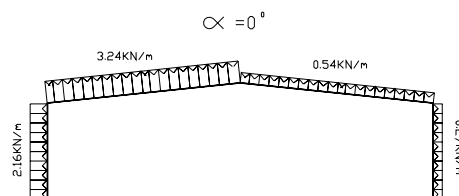
- ii) As pressões globais sobre os pórticos resultam, como se pode comprovar pela figura 3.10.

$$P_{\text{Vento}} = 1.08 \times 5.0 \times \delta_F = 5.4 \times \delta_F \text{ [KN / m]} \quad (3.14)$$



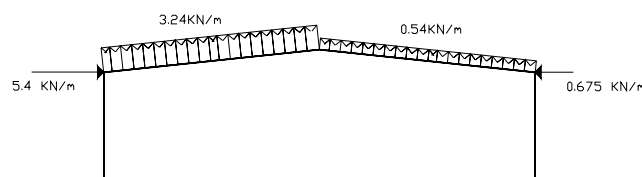
**Figura 3.10** Pressões globais.

Se se considerar que, quando o vento actua normal às fachadas permeáveis, as acções sobre os pilares anulam-se e, como é de todo o interesse estudar a situação de carga que provoque mais efeito no deslocamento horizontal da estrutura, tendo em vista as análises de segunda ordem, opta-se unicamente pela situação de carregamento, como o que se indica na figura 3.11.



**Figura 3.11** Acção do vento mais desfavorável.

Simplificando, resulta no modelo estrutural como o que se mostra na figura 3.12.



**Figura 3.12** Acção do vento simplificada.

### 3.3.2 Combinação de acções

De acordo com o RSA [14], a verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, quando feita em termos de esforços, consiste em respeitar a condição:

$$S_d \leq R_d \quad (3.15)$$

em que:

$S_d$  – Valor de cálculo do esforço actuante;

$R_d$  – Valor de cálculo do esforço resistente.

Os valores de cálculo dos esforços actuantes para verificar a condição de segurança, no caso de se poder considerar linear a relação entre as acções e os esforços, devem ser obtidos considerando as regras de combinação de acções seguintes:

- i) Combinações fundamentais

Em geral:

$$S_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} S_{Gik} + \gamma_q \left[ S_{Q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j} S_{Qjk} \right] \quad (3.16)$$

Sendo:

$S_{Gik}$  – esforço resultante da acção permanente, tomada com o seu valor característico;

$S_{Q1k}$  – esforço resultante da acção variável considerada como acção de base da combinação, tomada com o seu valor característico;

$S_{Qjk}$  – esforço resultante de uma acção variável distinta da acção de base, tomada com o seu valor característico;

$\gamma_{gi}$  – coeficiente de segurança relativo às acções permanentes;

$\gamma_q$  – coeficiente de segurança relativo às acções variáveis;

$\psi_{0j}$  – coeficiente  $\psi$  correspondente à acção variável de ordem  $j$ .

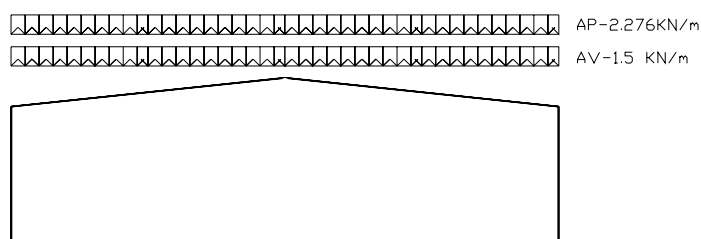
Não se consideram, aqui, os casos da acção de base serem a acção sísmica e as combinações acidentais.

As acções variáveis, a sobrecarga da neve e a acção do vento, são combinadas separadamente, cada uma com as acções permanentes, não se considerando a sua actuação em simultâneo. Não se considera nenhum coeficiente parcial de majoração de cargas. Esta

opção têm que ver com os processos incrementais de carga, a que as análises não lineares estão sujeitas, aspecto este que será melhor esclarecido posteriormente.

Obtêm-se assim as combinações de acções para a acção de base a sobrecarga da neve, como se mostra na figura 3.13, e para a acção de base o vento, como se mostra na figura 3.14.

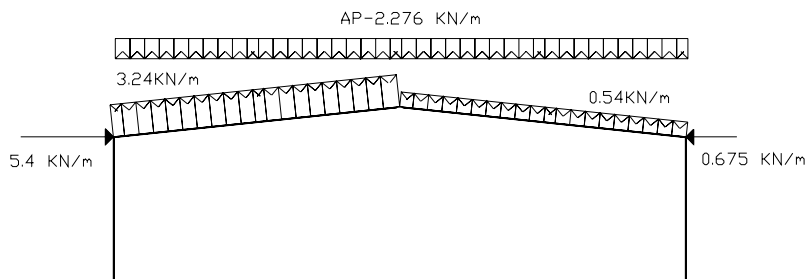
### 3.3.2.1 Acção de base – neve



$$S_d = 1.0 S_{Gk} + 1.0 S_{Qk} \quad (3.17)$$

**Figura 3.13** Combinação para a acção de base a sobrecarga da neve.

### 3.3.2.2 Acção de base – vento



$$S_d = 1.0 S_{Gk} + 1.0 S_{Wk} \quad (3.18)$$

**Figura 3.14** Combinação para a acção de base a acção do vento.

## 3.4 APLICAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA AO PÓRTICO BASE

### 3.4.1 Introdução

Neste ponto, procede-se à aplicação automática das cinco análises estáticas, (i) análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem, (ii) análise linear de estabilidade, (iii) análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, (iv) análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem e (v) análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem.

Todas estas análises contemplam a aplicação das acções combinadas, de acordo com o ponto anterior, ao pórtico base definido atrás.

É oportuno lembrar que, os elementos estruturais do pórtico, pilares e travessas, são modelados através de elementos com comportamento elástico. Tentando modelar o comportamento real das ligações, estas são simuladas através de elementos que acomodam leis de comportamento bi-linear, perfeitamente definidas através da rigidez e resistência da ligação em causa.

Assim sendo, as combinações de rigidez das ligações em estudo são as seguintes:

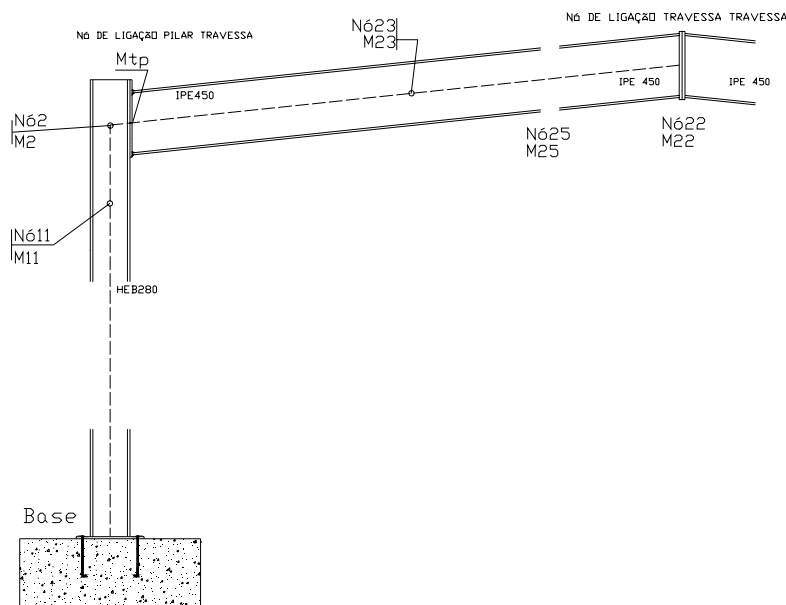
- a) Caso 1 – Estrutura rotulada na base e semi-rígida nas restantes ligações;
- b) Caso 2 – Estrutura semi-rígida na base e semi-rígida nas restantes ligações;
- c) Caso 3 – Estrutura rígida na base e semi-rígida nas restantes ligações;
- d) Caso 4 – Estrutura rígida na base e rígida nas restantes ligações;
- e) Caso 5 – Estrutura considerada contínua.

No caso 5, onde se considera a estrutura contínua, ou seja, considera-se que a resistência das ligações é pelo menos igual à menor resistência dos elementos estruturais adjacentes a ligar, só tem sentido existir, para as análises elasto-plásticas. Isto porque só nestas formulações é que se incorpora a variável resistência. Por conseguinte, nas análises elásticas e de estabilidade, só faz sentido estudarem-se os quatro primeiros casos.

Começa-se por elaborar a análise base de qualquer estudo estrutural, a análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem. De seguida, executa-se a análise linear de estabilidade, que permite determinar as cargas críticas, para as diferentes condições de rigidez das ligações. No ponto seguinte, relata-se a aplicação da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Podem ser observadas as trajectórias de equilíbrio do pórtico base, para as duas combinações de carga. Posteriormente, faz-se a análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, análise esta que produz resultados ao longo da trajectória de equilíbrio em termos de rotações, esforços e deslocamentos, perfeitamente descritos, para cada uma das combinações de acções e combinação de rigidez das ligações. Por fim, apresenta-se a análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, que difere da anterior pela incorporação dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem. Em termos de resultados apresentados, são analisados de igual forma.

### **3.4.2 Análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem**

Sendo a primeira análise a ser executada, é importante referenciar os pontos estruturais para os quais os resultados dizem respeito.



**Figura 3.15** Representação da estrutura metálica.

A base do pórtico representa a superfície de contacto da chapa de base com a fundação, o nó 11 situa-se no local onde acabaria o reforço da travessa, caso existisse, o nó 2 representa o topo do pilar, o nó 23 representa o local onde o diagrama de momentos flectores assume o valor máximo negativo para a acção do vento, o nó 25 representa o local onde o diagrama de momentos flectores assume o valor máximo positivo para a acção da neve e, por último, o nó 22 representa a ligação do cumeeiro.

<b>ANÁLISE ELÁSTICA – NEVE acção de base</b>							
Rigidez das Ligações	$\delta_{H2}$ m	$\delta_{H11}$ m	$\delta_{V23}$ m	$\delta_{V22}$ m	$\delta_{V25}$ m	AXIAL PILAR KN	AXIAL TRAV. KN
Caso 1	-0.016	-0.018	-0.063	-0.157	-0.119	-56.64	-48.60
Caso 2	-0.015	-0.017	-0.060	-0.150	-0.113	-56.64	-54.41
Caso 3	-0.012	-0.013	-0.047	-0.120	-0.091	-56.64	-78.22
Caso 4	-0.011	-0.012	-0.041	-0.109	-0.082	-56.64	-78.32
Rigidez das Ligações	FLECT BASE KNm	FLECT M11 KNm	FLECT M2 KNm	FLECT MTP KNm	FLECT M23 KNm	FLECT M25 KNm	FLECT M22 KNm
Caso 1	0.00	-193.1	-214.5	-206.6	6.32	<	140.6
Caso 2	31.17	-188.2	-212.5	-204.6	5.22	133.5	133.4
Caso 3	159.0	-168.1	-204.4	-196.5	0.70	113.0	103.7
Caso 4	155.2	-172.1	-208.7	-200.7	-3.61	106.9	99.24

**Quadro 3.5** Resultados finais da análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem - acção de base a neve.

No quadro 3.5 podem observar-se os resultados dos deslocamentos, esforço axial e momento flector, nos pontos indicados, para a combinação da neve, para os diferentes casos de combinação de rigidez das ligações. No quadro 3.6, apresentam-se os resultados para a combinação do vento.

ANÁLISE ELÁSTICA – VENTO acção de base									
Rigidez das Ligações	$\delta_{H2}$ m	$\delta_{H11}$ m	$\delta_{V23}$ m	$\delta_{V22}$ m	$\delta_{V25}$ m	AXIAL PILAR1 KN	AXIAL TRAV.1 KN	AXIAL TRAV.2 KN	AXIAL PILAR2 KN
Caso 1	-0.016	-0.014	0.007	-0.011	0.005	6.050	-7.719	-5.454	-15.23
Caso 2	-0.010	-0.009	0.004	-0.014	0.0006	4.728	-9.171	-7.132	-16.31
Caso 3	-0.005	-0.005	0.004	-0.011	0.002	5.140	-11.32	-9.371	-16.72
Caso 4	-0.005	-0.005	0.005	-0.010	0.002	5.180	-11.33	-9.390	-16.76
Rigidez das Ligações	FLECT BASE KNm	FLECT M11 KNm	FLECT M2 KNm	FLECT MTP KNm	FLECT M23 KNm	FLECT M25 KNm	FLECT M22 KNm		
Caso 1	0.00	-13.49	-14.99	-17.36	-37.83	-37.00	10.15		
Caso 2	9.304	-10.13	-12.29	-14.33	-30.90	-29.34	12.40		
Caso 3	27.27	-2.10	-5.37	-7.40	-27.20	-26.93	9.66		
Caso 4	27.53	-1.91	-5.18	-7.21	-27.22	-26.99	9.23		

**Quadro 3.6** Resultados finais da análise elástica de 1ª ordem - acção de base o vento.

Quando se observam os resultados, conclui-se que com o evoluir da rigidez da ligação da base desde a situação de rotulada à situação de encastrada na base, os deslocamentos diminuem.

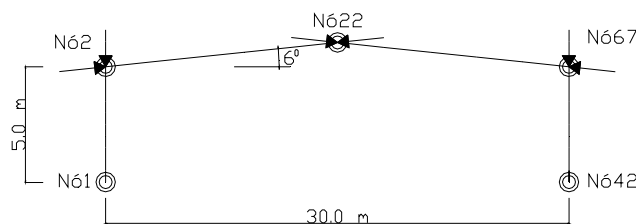
Ao se evoluir para a situação da estrutura totalmente rígida, caso 4, observa-se que os deslocamentos se mantêm.

Quando se observam os esforços, estes variam com o aumento da rigidez na base, mantendo-se mais ou menos constantes quando se compara a situação de estrutura rígida na base e semi-rígida nas outras ligações, caso 3, com a situação de totalmente rígida, caso 4. Em resumo, pode dizer-se que, para estas combinações de acções e para a análise elástica, a rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influencia o resultado final.

### 3.4.3 Análise linear de estabilidade (cargas críticas)

Pretende-se, com esta análise, encontrar a influência da variação da rigidez da ligação da base na estabilidade global da estrutura. Para isso, carrega-se axialmente a

estrutura, de acordo com cada combinação, com o esforço axial correspondente a cada pilar e a cada travessa, tal como se mostra na Figura 3.16.



**Figura 3.16** Representação do carregamento axial da estrutura com vista à determinação das cargas críticas.

Como resultados a analisar, interessa saber o factor de carga que conduz ao primeiro modo de encurvadura por nós móveis e o factor de carga que conduz ao primeiro modo de encurvadura por nós fixos.

No quadro 3.8, apresentam-se os factores de carga para a estrutura em causa, unicamente para a combinação de base a neve, calculados automaticamente.

NEVE - Acção de base			Cálc. Automático	
Rigidez das Ligações	Esf. Axial Pilar KN	Esf. Axial Travessa KN	$\lambda_{NF}$	$\lambda_{NM}$
Caso 1	-56.64	-48.60	49.23	22.98
Caso 2	-56.64	-54.41	46.52	35.18
Caso 3	-56.64	-78.22	39.32	43.57
Caso 4	-56.64	-78.32	42.92	43.63

**Quadro 3.7** Resultados da análise de cargas críticas, com a variação da rigidez das ligações, avaliadas em factores de carga  $\lambda$ .

Cálculo automático			
Rigidez das Ligações	$\frac{\lambda_s^{NF}}{\lambda_\infty^{NF}}$	$\frac{\lambda_s^{NM}}{\lambda_\infty^{NM}}$	$\frac{\lambda_s^{NM}}{\lambda_s^{NF}}$
Caso 1	1.147	0.5267	0.4667
Caso 2	1.084	0.8063	0.7562
Caso 3	0.9303	0.9986	1.0912
Caso 4	1.000	1.000	1.0165

**Quadro 3.8** Coeficientes entre factores de carga, com a variação da rigidez das ligações.

Analisando os quocientes apresentados no quadro 3.9, concluí-se que a semi-rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influencia o factor de colapso total da estrutura. Aparentemente, podem modelar-se as ligações pilar-travessa e travessa-travessa como rígidas, que não se comete nenhum erro em relação ao protótipo.

### 3.4.4 Análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem

Na análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, procura levar-se em consideração os efeitos provocados pela não linearidade geométrica da estrutura, os denominados efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Sendo a análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem e primeira análise, neste capítulo, que obriga o recurso ao método incremental, interessa referir que, só as acções variáveis, quer seja a sobrecarga da neve quer seja a acção do vento, é que são incrementadas, tal como acontece na realidade. Isto quer dizer que se começa por carregar a estrutura com a acção permanente, até se atingir o seu valor característico, e de seguida vai-se incrementando a acção variável. Como já se disse atrás, tanto a acção permanente como a acção variável não são afectadas de qualquer coeficiente parcial de majoração.

Na figura 3.17 pode observar-se a trajectória de equilíbrio do pórtico base, resultante da aplicação do carregamento da acção da neve, em comparação com a análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem e a carga crítica.

Incremento i – incremento inicial											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	2.43	12.1	-2.96	1.40	-88.8	-77.3	0.00	-344.9	226.6	-0.024	-0.258
Caso 2	2.42	9.74	-2.94	1.33	-88.6	-86.3	48.70	-340.7	215.0	-0.028	-0.246
Caso 3	2.61	0.00	-2.99	1.10	-92.6	-130.8	264.2	-346.3	177.3	-0.019	-0.210
Caso 4	2.62	0.00	0.00	0.00	-93.2	-131.3	259.0	-353.7	169.3	-0.017	-0.189
Incremento ii - incremento que provoca deslocamento horizontal do nó 2 máximo negativo											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	16.09	50.4	-14.58	7.66	-396.3	-372.1	0.00	-1690.3	1235.7	-0.069	-1.40
Caso 2	16.60	42.76	-15.19	7.77	-408.4	-430.0	213.8	-1761.5	1254.4	-0.068	-1.42
Caso 3	18.04	0.00	-16.97	7.57	-440.1	-690.5	1301.5	-1967.0	1222.0	-0.066	-1.39
Caso 4	19.39	0.00	0.00	0.00	-470.4	-739.6	1375.6	-2126.1	1235.5	-0.065	-1.32
Incremento iii – incremento na situação de colapso.											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	28.37	59.2	-29.6	18.2	-672.6	-762.2	0.00	-3432.6	2939.0	0.083	-3.35
Caso 2	28.90	49.85	-30.23	18.4	-668.4	-825.5	245.4	-3504.3	2974.4	0.088	-3.38
Caso 3	26.70	0.00	-32.09	18.5	-635.0	-1112.4	1493.0	-3720.0	2993.0	0.086	-3.35
Caso 4	28.93	0.00	0.00	0.00	-685.1	-1238.1	1709.2	-4109.6	3113.0	0.082	-3.29

**Quadro 3.9** Resultados da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Acção de base a neve.

Representa-se unicamente a trajectória de equilíbrio para a estrutura rotulada na base e semi-rígida nas restantes ligações. Descreve-se o comportamento da estrutura, através de três situações de carga, a que se chamaram incrementos i, ii e iii. O incremento i situa-se dentro do limite elástico de comportamento linear, o incremento ii corresponde à situação de deslocamento máximo negativo do nó 2 e o incremento iii à situação de inversão da trajectória de equilíbrio. É interessante verificar que a trajectória de equilíbrio começa a afastar-se do seu comportamento linear para deslocamentos horizontais do nó 2, relativamente pequenos, na ordem dos 2 centímetros, e a carga crítica, resultante da análise linear de estabilidade é muito superior à carga de colapso da mesma estrutura resultante da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem.

Na figura 3.18 pode observar-se a trajectória de equilíbrio do pórtico base, resultante da aplicação do carregamento da acção do vento. Nesta situação não faz sentido representar-se a carga crítica, porque a sucessiva incrementação da acção do vento provoca esforços de tracção nos pilares e nas travessas. Também aqui é interessante verificar que a trajectória de equilíbrio começa a afastar-se da mesma forma do seu comportamento linear.

Nos quadros 3.10 e 3.11 podem observar-se, respectivamente para as acções da neve e do vento, para os quatro casos de rigidez das ligações, todos os resultados para cada incremento de carga, nomeadamente factor de carga, rotação nas ligações, esforço axial no pilar e na travessa, momento flector nos nós representativos das ligações, deslocamentos horizontal do nó 2 e vertical do nó 22.

Incremento i – incremento inicial											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	1.01	3.33	-0.150	0.067	4.86	-6.26	0.00	-17.4	10.8	-0.015	-0.0134
Caso 2	1.01	1.83	-0.092	0.063	5.28	-6.78	9.18	-10.7	10.2	-0.010	-0.0127
Caso 3	0.00	0.00	-1.080	0.39	-34.14	-47.80	96.30	-124.7	59.5	-0.006	-0.0740
Caso 4	0.00	0.00	0.000	0.00	-34.14	-47.50	94.10	-127.1	62.3	-0.006	-0.0670
Incremento ii - incremento que provoca deslocamento horizontal do nó 2 máximo negativo											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	9.23	-	7.53	-3.22	321.7	175.2	0.00	972.7	-520.4	-0.030	0.580
Caso 2	3.38	-2.85	2.26	-0.903	97.55	53.7	-14.3	261.9	-145.7	-0.010	-0.016
Caso 3	1.02	0.00	-0.028	0.046	5.83	-8.71	26.06	-3.3	7.5	-0.005	-0.010
Caso 4	1.02	0.00	0.00	0.00	7.94	-6.38	22.6	3.5	4.2	-0.005	-0.006
Incremento iii – incremento na situação de colapso											
Rigidez das Ligações	Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E. Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)
Caso 1	366.4	-443.8	160.7	-16.9	13948.5	8112.2	0.00	18630.5	-2727.8	1.37	4.55
Caso 2	306.4	-361.5	146.4	-17.2	1168.9	6910.7	-1807.6	1696.8	-2771.8	1.19	4.41
Caso 3	1110.2	0.00	262.9	-4.3	42886.1	26546.0	-23931.7	29324.9	-689.9	1.64	4.83
Caso 4	1475.5	0.00	0.00	0.00	60097.1	36677.8	-27987.3	41970.8	-93.5	1.64	4.93

**Quadro 3.10** Resultados da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem. Acção de base o vento.





### 3.4.5 Análise elasto-plástica de 1.ª ordem

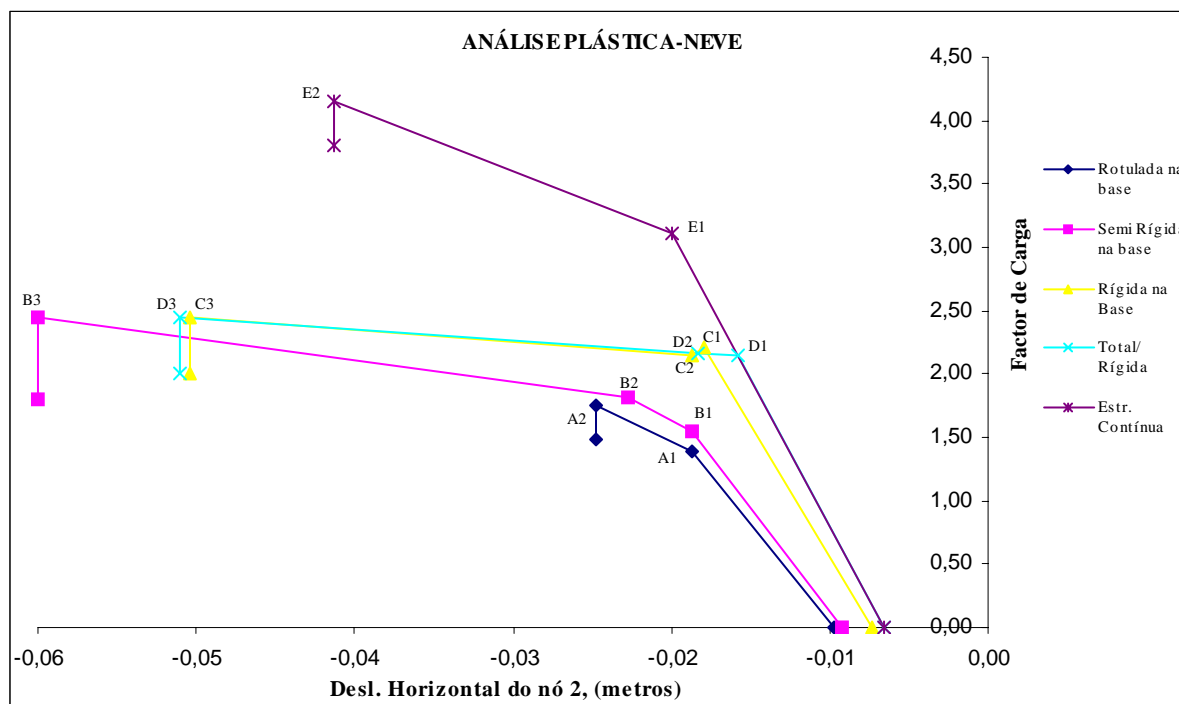
#### 3.4.4.1 Acção de base – Sobrecarga da Neve

Reconhece-se actualmente a importância dos modelos de análise não linear para o dimensionamento racional das estruturas. Um conhecimento mais aprofundado da capacidade resistente das estruturas, para o qual é exigido um maior volume de cálculo e de tempo despendido, é um dos objectivos deste trabalho.

Apresenta-se, neste ponto do trabalho, o resultado do cálculo plástico da estrutura em estudo impondo, mais uma vez, que as rótulas plásticas se formem nos nós de mudança de direcção da estrutura, base, elevação e cume.

Para isso, considera-se o comportamento elasto-plástico das ligações através da lei definida na figura 3.5 e o restante material, com comportamento elástico.

No gráfico da figura 3.19 apresenta-se o comportamento da estrutura através do deslocamento horizontal do nó 2 quando a carga aumenta, agora para os cinco casos de rigidez/resistência das ligações em causa.

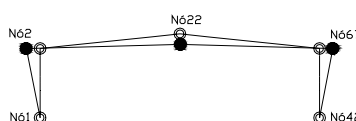


**Figura 3.19** Trajectória de equilíbrio do Pórtico Base – acção de base a neve

A representação da trajectória de equilíbrio, na figura 3.19, é resultante apenas da incrementação das acções variáveis. Por isso, na referida representação, a trajectória inicia-se já com um valor de deslocamento à partida, resultante da aplicação das acções permanentes. Assim o factor de carga apresentado na figura 3.19 refere-se apenas à acção da neve.

Na análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, que é objecto de relato neste ponto, e na análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, que será objecto de relato no ponto seguinte são considerados os cinco casos de rigidez das ligações descritos no ponto 3.4.1.

a) Estrutura rotulada na base e semi - rígida nas restantes ligações



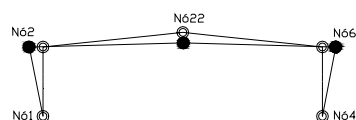
**Figura 3.20** Deformada da estrutura plastificada- caso 1.

1. <sup>a</sup> rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto A1 no gráfico da figura 3.19											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increment. de Carga
1.39	8.97	-2.14	1.01	-65.5	-56.2	0.0	-248.2	155.1	-0.019	-0.18	5
2. <sup>a</sup> e 3. <sup>a</sup> rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto A2 no gráfico da figura 3.19											
1.76	11.23	-2.61	10.8	-73.7	-66.9	0.0	-293.0	155.1	-0.025	-0.24	11

**Quadro 3.11** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 1.

Como se pode observar pela deformada da estrutura, que se apresenta na figura 3.20, e confirmar pelos resultados do quadro 3.11, o modo de colapso da estrutura é o mecanismo viga, pela plastificação das ligações que se representam pelos nós 22, 2 e 67.

b) Estrutura semi - rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.21** Deformada da estrutura plastificada – caso 2.

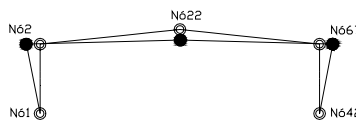
Observando a deformada da estrutura, evidenciada na figura 3.21 e o quadro 3.12, pode concluir-se que o modo de colapso da estrutura é, também, o mecanismo viga, muito embora a estrutura tenha ainda uma reserva de resistência dada pelo ponto B3 do gráfico

da figura 3.19, resultante da ligação semi-rígida na base. A resistência da estrutura aumenta relativamente à situação anterior, assim como a ductilidade da mesma.

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto B1 no gráfico da figura 3.19											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de Carga
1.55	7.6	-2.24	1.01	-69.1	-66.4	38.01	-259.2	155.1	-0.019	-0.18	6
2ª e 3ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto B2 no gráfico da figura 3.19											
1.81	8.88	-2.54	7.74	-74.9	-75.4	44.4	-293.0	155.1	-0.023	-0.22	10
Colapso da estrutura correspondente ao ponto B3 no gráfico da figura 3.19											
2.45	76.8	-355.1	525.7	-89.2	-143.9	383.5	-293.0	155.1	-0.435	-4.14	51

**Quadro 3.12** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 2.

c) Estrutura rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.22** Deformada da estrutura plastificada – caso 3.

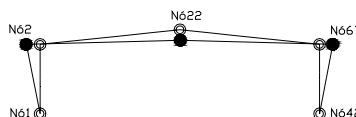
1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto C1 no gráfico da figura 3.19											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de Carga
2.204	0.00	-2.69	0.925	-83.7	-115.6	235.2	-293.0	149.3	-0.0179	-0.18	9
3ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 no gráfico da figura 3.19											
2.196	0.00	-5.48	1.01	-83.6	-114.5	238.5	-293.0	155.1	-0.0195	-0.194	11
Colapso da estrutura correspondente ao ponto C3 no gráfico da figura 3.19											
2.45	0.00	-35.0	39.3	-893	-144.0	383.5	-293.0	155.5	-0.050	-0.49	43

**Quadro 3.13** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 3.

Mais uma vez pode observar-se na figura 3.22 a deformada da estrutura. No quadro 3.13, apresentam-se todos os dados referentes ao modo de colapso da estrutura que é, também, o mecanismo viga, com a formação da primeira rótula plástica nos nós 22 e 67 e, quase em simultâneo, a formação da terceira rótula plástica no nó 22, apresentando de

seguida uma reserva de resistência dada pelo ponto C3 do gráfico da figura 3.19. De qualquer forma, a resistência final da estrutura é a mesma quando a comparamos com a situação anterior.

d) Estrutura rígida na base e rígida nas restantes ligações



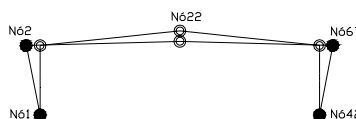
**Figura 3.23** Deformada da estrutura plastificada – caso 4.

1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto D1 no gráfico da figura 3.19											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increment. de Carga
2.15	0.00	0.00	0.00	-82.6	-114.2	226.4	-293.0	140.6	-0.0158	-0.158	8
3ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D2 no gráfico da figura 3.19											
2.17	0.00	-4.05	0.00	-82.9	-113.2	232.3	-293.0	155.1	-0.0183	-0.182	11
Colapso da estrutura correspondente ao ponto D3 no gráfico da figura 3.19											
2.45	0.00	-35.54	39.93	-89.4	-144.6	383.5	-293.0	155.1	-0.0151	-0.494	45

**Quadro 3.14** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 4.

Pela observação do quadro 3.14 podem ver-se os valores das rotações admissíveis para a estrutura em estudo. Analisando o gráfico da figura 3.19, e comparando estas duas últimas análises conclui-se, mais uma vez, que a rigidez ou semi-rigidez dos nós da ligação pilar-travessa e travessa-travessa não influenciam a resistência final da estrutura.

e) Estrutura considerada contínua



**Figura 3.24** Deformada da estrutura plastificada – caso 5.

Por último, pode observar-se a deformada da estrutura, que se apresenta na figura 3.24 e confirmar pelo quadro 3.15, que o modelo de plastificação da estrutura é o modelo de pórtico, com a formação das primeiras rótula plástica nos nós 2 e 67 e colapso com a formação em simultâneo das rótulas plásticas nos nós da base, respectivamente 1 e 42. Tal

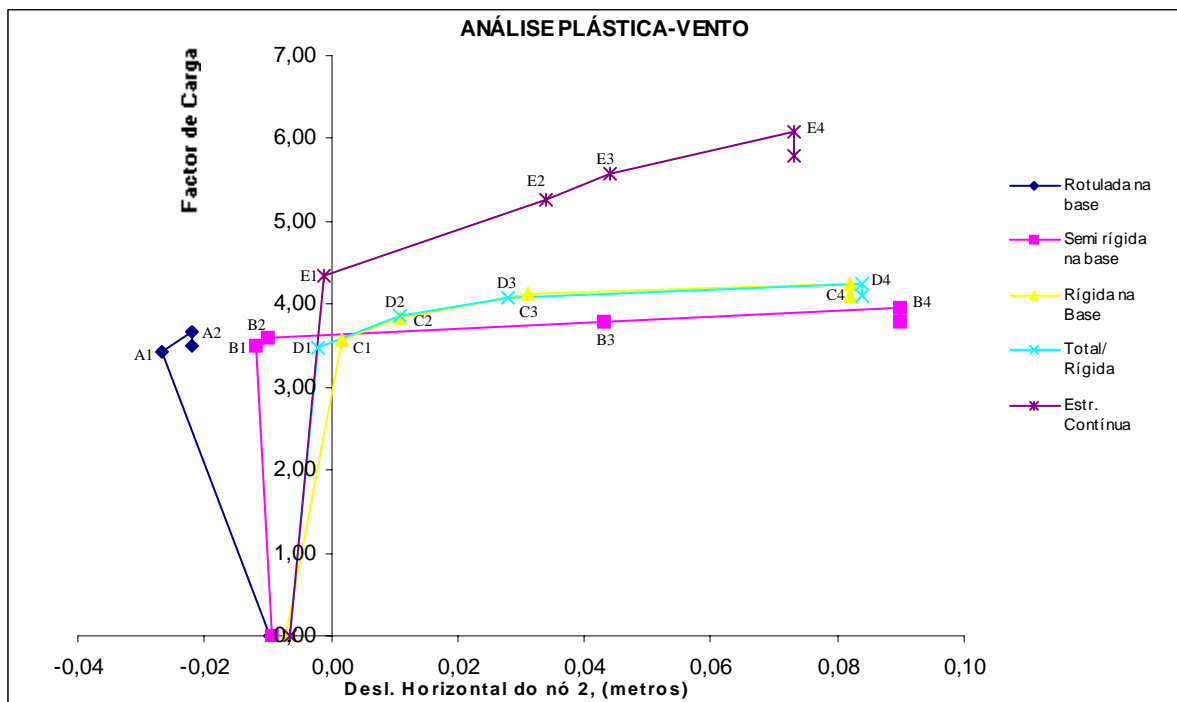
comportamento deve-se à alta resistência apresentada pelo perfil da travessa, IPE450 resistência essa que se considera idêntica para a ligação travessa-travessa ( caso de ligação de resistência total).

1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto E1 no gráfico da figura 3.19											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de Carga
3.116	0.00	0.00	0.00	-104.3	-144.2	285.7	-383.5	177.4	-0.020	-0.20	14
3ª e 4ª rótulas plásticas formam-se nos nós 1 e 42 correspondente ao ponto E2 no gráfico da figura 3.19											
4.15	0.00	-28.5	0.00	-127.6	-166.5	383.5	-383.5	319.9	-0.0413	-0.404	39

**Quadro 3.15** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 5.

3.4.5.2 Acção de base – Acção do Vento

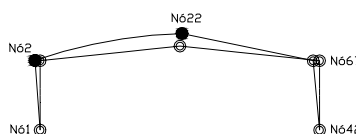
No gráfico da figura 3.25 apresenta-se novamente o comportamento da estrutura através do deslocamento horizontal do nó 2 quando a carga aumenta, para as cinco situações de rigidez das ligações em estudo agora para a acção de base o vento.



**Figura 3.25** Trajectória de equilíbrio do Pórtico Base – acção de base o vento.

Comparando as trajectórias de equilíbrio da acção do vento, apresentadas na figura 3.25, com as que resultam da acção da neve apresentadas na figura 3.19, constata-se que as trajectórias resultantes da acção do vento invertem o seu sentido. Isto deve-se ao facto de (i) a actuação das acções permanentes por si só, não causam a plastificação da estrutura, e (ii) a actuação da acção do vento é no sentido inverso da acção da gravidade, o que, quando incrementada, provoca uma inversão da trajectória de equilíbrio da estrutura.

a) Estrutura rotulada na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.26** Deformada da estrutura plastificada – caso 1.

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto A1 do gráfico da figura 3.25.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.42	-0.10	2.14	-1.03	-2.07	17.8	97.3	41.2	48.5	28.3
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto A2 do gráfico da figura 3.25.									
3.66	-1.77	3.29	-10.8	-2.45	20.2	103.7	47.3	54.9	31.3

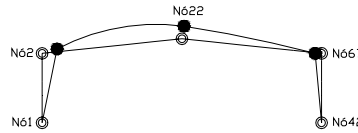
1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto A1 do gráfico da figura 3.25.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Incrom. De carga
0.00	248.2	155.1	240.3	0.00	-0.0267	-0.0638	0.18	27
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto A2 do gráfico da figura 3.25.								
0.00	293.0	-155.1	283.9	0.00	-0.0219	-0.0711	0.237	33

**Quadro 3.16** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 1.

Como se pode observar na figura 3.26 e no quadro 3.16, a estrutura plastifica para um factor de carga “relativo” superior ao que se encontra para o caso da sobrecarga da neve. Contudo, basta a plastificação de duas ligações, neste caso as ligações que se referencia pelos números 22 e 2, para que a estrutura entre em colapso, uma vez que as ligações da base são rotuladas. O comportamento que se verifica na plastificação da

estrutura deve-se à configuração assimétrica do carregamento regulamentar, considerado para a sobrecarga do vento.

b) Estrutura semi - rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.27** Deformada da estrutura plastificada – caso 2.

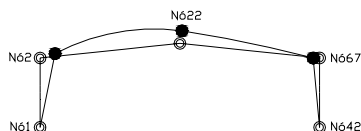
1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto B1 do gráfico da figura 3.25.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.50	-2.89	2.39	-0.996	-1.94	11.88	101.9	49.9	57.0	28.3
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto B2 do gráfico da figura 3.25.									
3.59	-3.40	2.56	-4.52	-2.07	12.63	105.5	53.7	61.1	29.9
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto B3 do gráfico da figura 3.25.									
3.78	-12.2	26.36	-26.40	-2.55	10.27	110.7	61.8	69.9	35.2
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto B4 do gráfico da figura 3.25.									
4.25	-53.3	240.0	-339.7	-215.1	51.4	112.2	102.2	110.9	40.6
1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto B1 do gráfico da figura 3.25.									
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Incrim. de carga	
-11.4	277.4	-155.1	224.3	59.44	-0.0118	-0.048	0.18	26	
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto B2 do gráfico da figura 3.25.									
-16.99	293.00	-155.1	240.2	-63.2	-0.010	-0.051	0.20	28	
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto B3 do gráfico da figura 3.25.									
-61.2	293.0	-155.1	293.0	-51.36	0.043	-0.031	0.36	47	
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto B4 do gráfico da figura 3.25.									
-383.5	293.0	-155.1	293.0	370.0	0.3	-0.28	2.73	370	

**Quadro 3.17** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 2.

Se se considerar a ligação da base como semi-rígida a resistência da estrutura aumenta, como se verifica pelo factor de carga de 4.25 apresentado no quadro 3.17. A

estrutura evidencia um aumento significativo de ductilidade resultante do seu grau de hiperstata, como se pode verificar através dos valores das rotações admissíveis e pela observação do gráfico apresentado na figura 3.25.

c) Estrutura rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



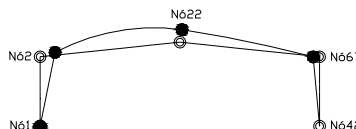
**Figura 3.28** Deformada da estrutura plastificada – caso 3.

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto C1 do gráfico da figura 3.25.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E.Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.58	0.00	4.00	-0.80	-1.73	0.00	105.9	80.5	87.6	28.3
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 do gráfico da figura 3.25.									
3.84	0.00	12.0	-0.87	-2.01	0.00	115.3	88.8	96.6	34.3
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto C3 do gráfico da figura 3.25.									
4.12	0.00	26.65	-14.77	-2.57	0.00	123.9	107.5	116.3	41.5
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto C4 do gráfico da figura 3.25.									
4.25	0.00	46.3	-39.4	-22.0	0.00	129.0	126.0	135.0	43.8
1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto C1 do gráfico da figura 3.25.									
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de carga	
-153.6	293.0	-129.0	200.9	-243.6	0.0017	-0.029	0.15	22	
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 do gráfico da figura 3.25.									
-196.5	293.0	-155.1	232.8	-247.9	0.011	-0.028	0.19	27	
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto C3 do gráfico da figura 3.25.									
-293.3	293.0	-155.1	293.0	-281.4	0.031	-0.028	0.29	38	
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto C4 do gráfico da figura 3.25.									
-383.5	293.0	-155.1	293.0	373.8	0.082	0.049	0.48	58	

**Quadro 3.18** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 3.

Observando o quadro 3.18, conclui-se que a resistência mantém-se, relativamente à situação anterior, atingindo a situação de colapso da estrutura para valores de rotação inferiores.

d) Estrutura rígida na base e rígida nas restantes ligações



**Figura 3.29** Deformada da estrutura plastificada – caso 4.

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto D1 do gráfico da figura 3.25.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E.Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.47	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	102.6	77.6	84.3	26.3
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto D2 do gráfico da figura 3.25.									
3.86	0.00	11.6	0.00	0.00	0.00	115.7	89.0	96.9	34.9
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto D3 do gráfico da figura 3.25.									
4.09	0.00	23.8	-11.3	0.00	0.00	123.0	104.7	113.5	41.1
4ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D4 do gráfico da figura 3.25.									
4.25	-6.76	63.1	-59.9	-32.0	0.00	129.0	125.9	135.1	43.8

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto D1 do gráfico da figura 3.25.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Incr. de carga
-136.1	293.0	-116.5	193.9	-228.0	-0.00217	-0.0278	0.128	19
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto D2 do gráfico da figura 3.25.								
-197.8	293.0	-155.1	240.3	-241.6	0.0109	-0.0258	0.181	26
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto D3 do gráfico da figura 3.25.								
-279.1	293.0	-155.1	293.0	-268.1	0.0281	-0.0257	0.263	35
4ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D4 do gráfico da figura 3.25.								
-383.5	293.0	-155.1	293.0	373.8	0.084	-0.0489	0.637	81

**Quadro 3.19** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 4.

Pela observação do quadro 3.19, avaliam-se os valores das rotações obtidas para a plastificação da estrutura em estudo. Quando se observa a figura 3.25, conclui-se que a representação gráfica referente a esta situação de rigidez coincide com a anterior, o que leva a concluir que a rigidez ou semi-rigidez das ligações da elevação e cume, também para esta combinação de acções, não influencia a resistência final da estrutura.

e) Estrutura considerada contínua

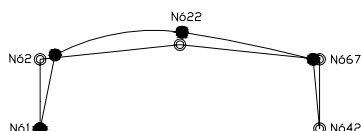


Figura 3.30 Deformada da estrutura plastificada – caso 5.

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto E1 do gráfico da figura 3.25.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
4.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	137.0	108.9	117.4	41.5
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto E2 do gráfico da figura 3.25.									
5.26	0.00	30.90	0.00	0.00	0.00	167.4	135.4	146.7	62.4
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto E3 do gráfico da figura 3.25.									
5.58	0.00	47.31	0.00	-11.1	0.00	179.3	141.4	153.4	68.1
4ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto E4 do gráfico da figura 3.25.									
6.075	-6.83	73.74	0.00	-25.3	0.00	198.9	140.8	153.8	77.3

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto E1 do gráfico da figura 3.25.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increment. de carga
-165.0	383.5	-160.4	274.3	-308.8	-0.0011	-0.036	0.18	25
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto E2 do gráfico da figura 3.25.								
-350.9	383.5	-261.5	383.5	334.6	0.037	-0.03	0.31	43
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto E3 do gráfico da figura 3.25.								
-383.5	383.5	-321.9	383.5	-370.7	0.044	-0.038	0.40	54
4ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto E4 do gráfico da figura 3.25.								
-383.5	383.5	-425.5	383.5	-369.6	0.073	-0.038	0.55	70

Quadro 3.20 Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 5.

A resistência final da estrutura também aqui aumenta, significativamente, em relação às situações anteriores. Tal facto é perfeitamente justificável, dado terem-se considerado altos valores para a resistência das ligações.

De seguida apresentam-se dois quadros resumo das rotações das ligações, deslocamentos, horizontal do nó 2 e vertical do nó 22 e factor de carga, para a acção de base a neve e acção de base o vento, respectivamente.

<b>NEVE – acção de base</b>								
Rigidez das Ligações	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 $\Delta H$ (metros)	Nó 22 $\Delta V$ (metros)	Factor de carga
Caso 1	11.23	-2.61	10.8	2.61	-11.23	-0.025	-0.24	1.76
Caso 2	76.8	-355.1	525.7	355.1	-76.8	-0.435	-4.41	2.45
Caso 3	0.00	-35.0	39.3	35.0	0.00	-0.050	-0.49	2.45
Caso 4	0.00	-35.5	39.9	35.5	0.00	-0.020	-0.49	2.45
Caso 5	0.00	-28.5	0.00	28.5	0.00	-0.040	-0.40	4.15

**Quadro 3.21** Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base a neve

<b>VENTO – acção de base</b>								
Rigidez das Ligações	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 $\Delta H$ (metros)	Nó 22 $\Delta V$ (metros)	Factor de carga
Caso 1	-1.77	3.29	-10.8	-2.45	20.2	-0.022	0.237	3.66
Caso 2	-53.3	240.0	-339.7	-215.1	51.4	0.30	2.73	4.25
Caso 3	0.00	46.3	-39.4	-22.0	0.00	0.082	0.480	4.25
Caso 4	-6.76	63.1	-59.9	-32.0	0.00	0.084	0.637	4.25
Caso 5	-6.83	73.74	0.00	-25.3	0.00	0.073	0.550	6.075

**Quadro 3.22** Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base a neve

A estrutura que se apresenta como a mais dúctil, é a modelada com todas as ligações semi-rígidas. É para esta situação que se verificam rotações mais elevadas acompanhadas de maiores deslocamentos. De qualquer forma, para que se consiga mobilizar a totalidade da resistência, quantificada pelo factor de carga, as deformações que se verificam são exageradas.

A rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influenciam a resistência global da estrutura.

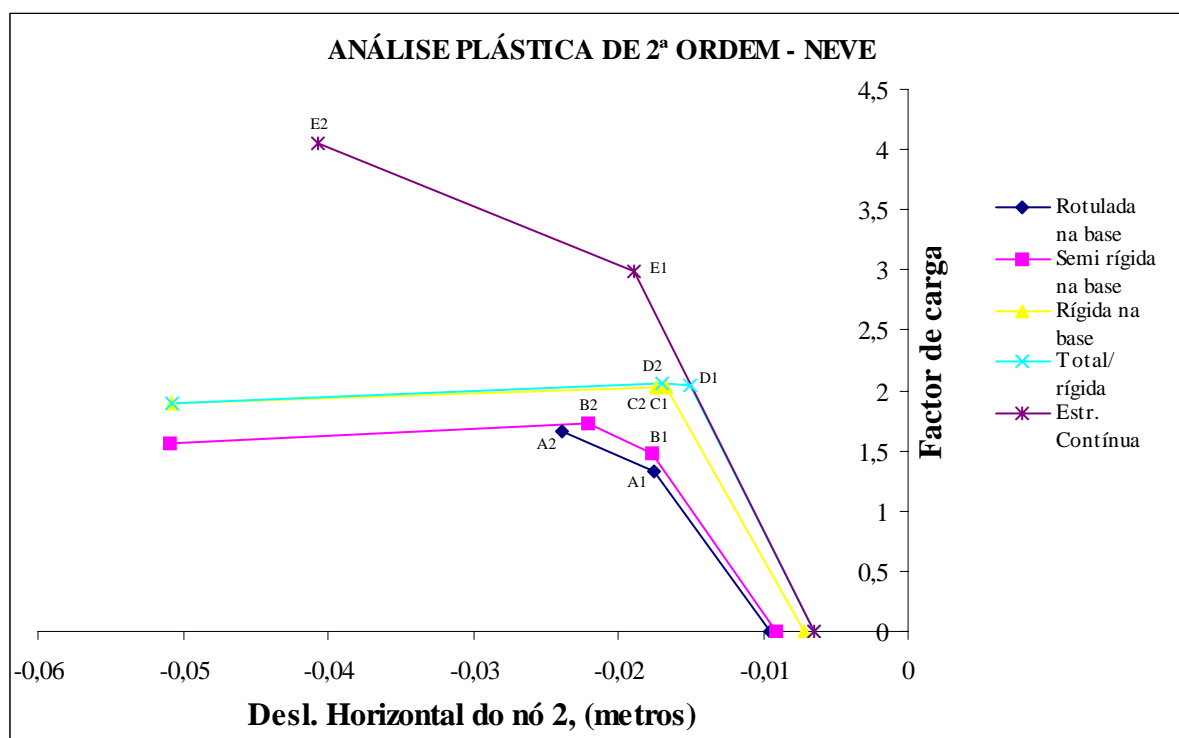
A estrutura referenciada como caso 5, apresenta uma resistência muito superior às restantes.

### 3.4.6 Análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem

#### 3.4.6.1 Acção de base – Sobrecarga da Neve

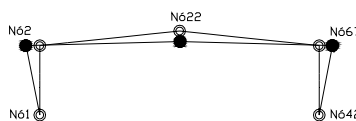
No gráfico da figura 3.31 apresenta-se, novamente, o comportamento da estrutura através da representação do deslocamento horizontal do nó 2 no eixo das abcissas, e o factor de carga no eixo das ordenadas. O carregamento, mais uma vez, é aplicado incrementando a acção variável, depois de se ter começado por aplicar a parcela relativa à acção permanente. Por tal facto, as trajetórias de equilíbrio apresentadas só representam o efeito da acção variável e começam com um valor inicial de deslocamento, valor este resultante da aplicação da acção permanente.

Comparativamente à análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem, verificam-se algumas diferenças, nomeadamente, para as três situações intermédias, diferenças estas explicadas mais à frente.



**Figura 3.31** Trajetória de equilíbrio do Pórtico Base – acção de base a neve.

a) Estrutura rotulada na base e semi-rígida nas restantes ligações



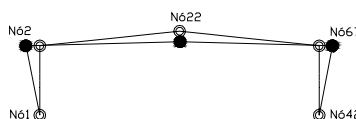
**Figura 3.32** Deformada da estrutura plastificada – caso 1.

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao nó A1 do gráfico da figura 3.31											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de Carga
1.33	8.74	-2.13	1.04	-62.74	-57.7	0.00	-246.5	155.1	-0.0176	-0.183	5
2ª e 3ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao nó A2 do gráfico da figura 3.31											
1.67	11.12	-2.65	12.91	-69.81	-70.34	0.00	-293.0	155.1	-0.024	-0.25	12

**Quadro 3.23** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 1.

Se se observar o quadro 3.23 verifica-se, como se esperava, que o factor de carga é ligeiramente inferior comparado com o resultante da mesma situação para a análise elasto-plástica de 1ª ordem, assim como as rotações. A estrutura apresenta um comportamento “frágil”, visto colapsar imediatamente após a formação da 2ª e 3ª rótulas plásticas.

b) Estrutura semi-rígida na base e semi-rígida nas restantes ligações



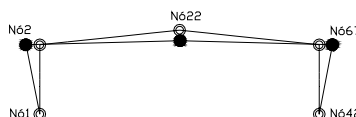
**Figura 3.33** Deformada da estrutura plastificada – caso 2.

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto B1 do gráfico da figura 3.31											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. De Carga
1.47	7.40	-2.22	1.04	-69.29	-67.05	37.01	-257.1	155.1	-0.0176	-0.185	6
2ª e 3ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto B2 do gráfico da figura 3.31											
1.73	8.84	-2.59	9.86	-75.97	-78.15	44.19	-293.0	155.1	-0.0221	-0.235	11
A partir da formação das três rótulas o comportamento da resistência da estrutura apresenta em patamar decrescente											

**Quadro 3.24** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 2.

Devido aos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, a estrutura apresenta uma resistência inferior comparativamente à análise plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, resistência essa que diminuí depois da formação da 3.<sup>a</sup> rótula plástica. As rotações necessárias para que a plastificação da estrutura ocorra apresentam-se no quadro 3.24.

c) Estrutura rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



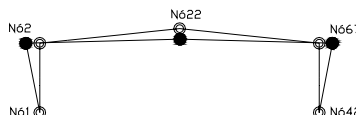
**Figura 3.34** Deformada da estrutura plastificada – caso 3.

1. <sup>a</sup> e 2. <sup>a</sup> rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto C1 do gráfico da figura 3.31											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de Carga
2.02	0.00	-2.57	0.933	-84.0	-113.4	226.2	-293.0	150.6	-0.017	-0.178	3
3. <sup>a</sup> rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 do gráfico da figura 3.31											
2.03	0.00	-3.79	0.968	-84.3	-113.5	228.3	-293.0	155.1	-0.017	-0.186	4
A partir da formação das três rótulas o comportamento da resistência da estrutura apresenta em patamar decrescente											

**Quadro 3.25** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 3.

Comparativamente à análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, a estrutura apresenta de igual forma uma resistência inferior. A ordem de formação das rótulas plásticas é a mesma, verificada na análise de 1.<sup>a</sup> ordem. As rotações necessárias para que a plastificação da estrutura ocorra são as apresentadas no quadro 3.25.

d) Estrutura rígida na base e rígida nas restantes ligações



**Figura 3.35** Deformada da estrutura plastificada – caso 4.

O comportamento verificado nesta análise é muito idêntico ao verificado na análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, à exceção da estrutura colapsar depois da formação da terceira rótula plástica. Ou seja, também na análise de 2.<sup>a</sup> ordem se verifica que a semi-

rigidez das ligações da pilar-travessa e travessa-travessa não influenciam significativamente a resistência final da estrutura.

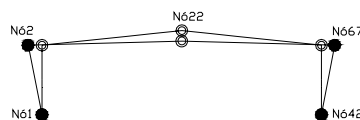
As rotações necessárias para que a plastificação da estrutura ocorra são apresentadas no quadro 3.26.

1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto D1 do gráfico da figura 3.31											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increment. de Carga
2.05	0.00	0.00	0.00	-84.6	-115.7	222.8	-293.0	144.5	-0.015	-0.162	3
3ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D2 do gráfico da figura 3.31											
2.06	0.00	-3.9	0.00	-84.9	-114.8	227.7	-293.0	155.1	-0.017	-0.185	6
A partir da formação das três rótulas o comportamento da resistência da estrutura apresenta em patamar decrescente											

**Quadro 3.26** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 4.

Nestas três situações tratadas, a estrutura apresenta um patamar de resistência decrescente imediatamente depois da formação da terceira rótula plástica, o que não acontecia na análise plástica de 1.ª ordem.

e) Estrutura considerada contínua



**Figura 3.36** Deformada da estrutura plastificada – caso 5.

O comportamento que se verifica nesta análise é muito idêntico ao que se verifica na análise elasto-plástica de 1ª ordem, com uma esperada perda de resistência. As rotações necessárias para que a plastificação da estrutura aconteça são apresentadas no quadro 3.27.

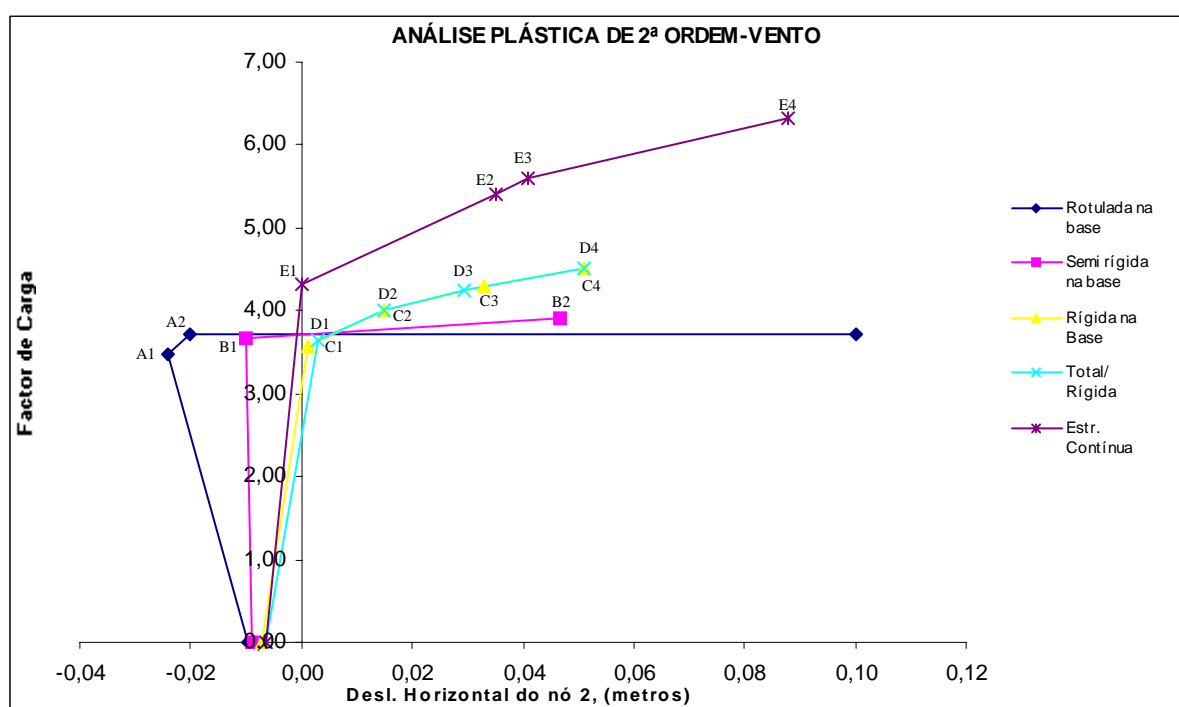
1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 2 e 67 correspondente ao ponto E1 do gráfico da figura 3.31											
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	E.Axial no Pilar (KN)	E.Axial Travessa (KN)	M.Flect Nó 1 (KNm)	M.Flect Nó 2 (KNm)	M.Flect Nó 22 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increment. de Carga
2.99	0.00	0.00	0.00	-108.1	-145.2	281.9	383.5	185.2	-0.0189	-0.207	11
3ª e 4ª rótulas plásticas formam-se nos nós 1 e 42 correspondente ao ponto E2 do gráfico da figura 3.31											
4.06	0.00	-37.00	0.00	-138.4	-173.8	383.5	383.5	386.8	-0.0407	-0.490	47

**Quadro 3.27** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 5.

Mais uma vez ficou patente a discrepância de resultados quando se simula a estrutura como contínua, relativamente à simulação correcta, quando se consideram as ligações semi-rígidas e com a resistência adequada.

### 3.4.6.2 Acção de base – Acção do Vento

No gráfico da figura 3.37 apresenta-se, mais uma vez, o comportamento da estrutura através da representação do deslocamento horizontal do nó 2 no eixo das abcissas e o factor de carga no eixo das ordenadas, para a acção de base o vento.

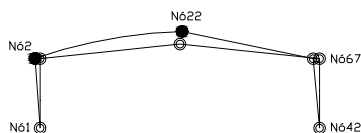


**Figura 3.37** Trajectória de equilíbrio do Pórtico Base – acção de base o vento.

O método de aplicação do carregamento é o mesmo do já oportunamente explicado. A representação das trajectórias de equilíbrio leva em consideração o mesmo método.

#### a) Estrutura rotulada na base e semi - rígida nas restantes ligações

Quando se observa o quadro 3.28 conclui-se que o factor de carga necessário ao colapso da estrutura é superior ao verificado para a análise plástica de 1ª ordem, assim como o factor de carga necessário para formar a primeira rótula plástica.



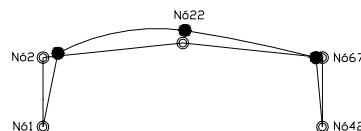
**Figura 3.38** Deformada da estrutura plastificada – caso 1.

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto A1 do gráfico da figura 3.36.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.47	-0.51	2.20	-1.02	-2.08	17.89	99.5	43.1	45.9	31.7
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto A2 do gráfico da figura 3.36.									
3.71	-2.14	2.99	-9.15	-2.42	20.22	109.1	49.5	53.4	37.0

1ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto A1 do gráfico da figura 3.36.									
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Incr. De carga	
0.00	253.6	-155.1	241.1	0.00	-0.024	-0.064	0.18	27	
2ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto A2 do gráfico da figura 3.36.									
0.00	293.0	-155.1	280.9	0.00	-0.020	-0.072	0.23	32	

**Quadro 3.28** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 1.

b) Estrutura semi - rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.39** Deformada da estrutura plastificada – caso 2.

Considerando a ligação da base como semi-rígida, a resistência da estrutura aumenta relativamente à situação anterior, como se verifica pelo factor de carga de 3.90, que se apresenta no quadro 3.29.

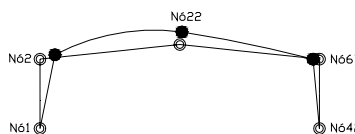
1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 22 e nó 2 correspondente ao ponto B1 do gráfico da figura 3.36.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.68	-3.47	2.57	-1.10	-2.06	12.6	109.0	51.1	59.0	24.0
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto B2 do gráfico da figura 3.36.									
3.90	-12.9	27.01	-24.3	-2.6	10.9	108.0	60.0	66.4	32.7

1ª e 2ª rótulas plásticas formam-se nos nós 22 e nó 2 correspondente ao ponto B1 do gráfico da figura 3.36.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de carga
-17.4	293.0	-155.1	238.6	63.1	-0.0099	-0.0514	0.185	5
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto B2 do gráfico da figura 3.36.								
-63.8	293.0	-155.1	293.0	-54.5	0.0467	-0.0347	0.347	15

**Quadro 3.29** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 2.

O fenómeno que se verifica na situação anterior relativamente à análise elasto-plástica de 1ª ordem, também se verifica nesta situação, ou seja, a estrutura necessita de mais carga para atingir a situação de colapso, como se pode comparar pela observação dos quadros 3.17 e 3.29.

c) Estrutura rígida na base e semi - rígida nas restantes ligações



**Figura 3.40** Deformada da estrutura plastificada – caso 3.

Mais uma vez se observa que os efeitos de 2ª ordem favorecem a resistência global da estrutura, isto é, o factor de carga de colapso da estrutura para esta análise é superior à análise elasto-plástica de 1ª ordem.

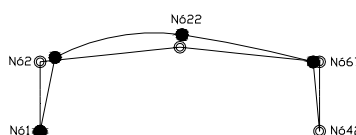
1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto C1 do gráfico da figura 3.36.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.58	0.00	2.53	-0.75	-1.69	0.00	104.6	77.8	85.8	23.2
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 do gráfico da figura 3.36.									
4.00	0.00	14.3	-1.01	-2.09	0.00	116.7	90.3	98.4	31.6
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto C3 do gráfico da figura 3.36.									
4.29	0.00	36.9	-12.3	-2.60	0.00	122.5	109.1	116.3	36.8
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto C4 do gráfico da figura 3.36.									
4.52	0.00	43.3	-29.8	-18.8	0.00	121.3	124.1	129.4	36.2

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto C1 do gráfico da figura 3.36.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de carga
-150.1	293.0	-121.1	196.3	-238.2	0.001	-0.028	0.14	21
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto C2 do gráfico da figura 3.36.								
-214.9	293.0	-155.1	242.4	-257.1	0.015	-0.030	0.20	28
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto C3 do gráfico da figura 3.36.								
-302.3	293.0	-155.1	293.0	-291.3	0.033	-0.033	0.277	37
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto C4 do gráfico da figura 3.36.								
-383.5	293.0	-155.1	293.0	-381.3	0.051	-0.050	0.42	53

**Quadro 3.30** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 3.

Os valores das rotações podem ser observados no quadro 3.30, assim como os valores dos esforços e deslocamentos para cada instante de formação de rótula plástica.

d) Estrutura rígida na base e rígida nas restantes ligações



**Figura 3.41** Deformada da estrutura plastificada – caso 4.

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto D1 do gráfico da figura 3.36.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
3.64	0.00	3.67	0.00	0.00	0.00	103.4	76.7	84.7	22.7
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D2 do gráfico da figura 3.36.									
4.01	0.00	13.9	0.00	0.00	0.00	117.1	90.6	98.8	32.5
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto D3 do gráfico da figura 3.36.									
4.25	0.00	23.8	-8.97	0.00	0.00	121.4	104.4	112.1	37.2
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto D4 do gráfico da figura 3.36.									
4.52	0.00	43.4	-29.9	-18.8	0.00	125.9	124.7	130.2	35.9

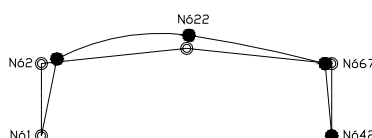
1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto D1 do gráfico da figura 3.36.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. de carga
-159.1	293.0	-125.5	208.6	-234.7	0.0029	-0.028	0.14	19
2ª rótula plástica forma-se no nó 22 correspondente ao ponto D2 do gráfico da figura 3.36.								
-216.3	293.0	-155.1	250.6	250.3	0.0149	-0.0265	0.187	27
3ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto D3 do gráfico da figura 3.36.								
-285.7	293.0	-155.1	293.0	-276.1	0.0295	-0.027	0.251	34
4ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto D4 do gráfico da figura 3.36.								
-383.5	293.0	-155.1	293.0	381.6	0.051	-0.050	0.422	53

**Quadro 3.31** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 4.

Também para estas condições de rigidez das ligações e para a análise plástica de 2.<sup>a</sup> ordem a estrutura apresenta um acréscimo de resistência relativamente à análise plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, como se pode observar pelos quadros 3.31 e 3.19, respectivamente.

E mais uma vez se verifica, pela observação do gráfico da figura 3.37, que a semi-rigidez das ligações da elevação e do cume não influenciam a resistência final da estrutura.

e) Estrutura considerada contínua



**Figura 3.42** Deformada da estrutura plastificada – caso 5.

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto E1 do gráfico da figura 3.36.									
Factor de Carga	Rot nó 1 (mrad)	Rot nó 2 (mrad)	Rot nó 22 (mrad)	Rot nó 67 (mrad)	Rot nó 42 (mrad)	E. Axial no Pilar1 (KN)	E. Axial Travess1 (KN)	E. Axial Travess2 (KN)	E. Axial no Pilar2 (KN)
4.33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	133.0	108.3	112.1	33.1
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto E2 do gráfico da figura 3.36.									
5.4	0.00	29.7	0.00	0.00	0.00	161.4	141.8	141.8	54.4
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto E3 do gráfico da figura 3.36.									
5.6	0.00	37.1	0.00	-6.62	0.00	168.3	147.4	146.0	56.5
4ª rótula plástica forma-se no nó 42 correspondente ao ponto D4 do gráfico da figura 3.34.									
6.32	-9.4	66.2	0.00	-23.1	0.00	156.5	147.6	139.6	69.1

1ª rótula plástica forma-se no nó 2 correspondente ao ponto E1 do gráfico da figura 3.36.								
M.Flect. Nó 1 (KNm)	M.Flect. Nó 2 (KNm)	M.Flect. Nó 22 (KNm)	M.Flect. Nó 67 (KNm)	M.Flect. Nó 42 (KNm)	$\Delta H$ nó 2 (m)	$\Delta H$ nó 67 (m)	$\Delta V$ nó 22 (m)	Increm. De carga
-192.9	383.5	-150.6	266.0	-303.5	0.0004	-0.036	0.17	24
2ª rótula plástica forma-se no nó 67 correspondente ao ponto E2 do gráfico da figura 3.36.								
-358.9	283.5	-245.3	383.5	-348.7	0.035	-0.033	0.30	41
3ª rótula plástica forma-se no nó 1 correspondente ao ponto E3 do gráfico da figura 3.36.								
-383.5	383.5	-277.5	383.5	-378.5	0.041	-0.04	0.34	47
4ª rótula plástica forma-se no nó 42 correspondente ao ponto E4 do gráfico da figura 3.36.								
-383.5	383.5	-399.8	383.5	-383.5	0.088	-0.041	0.51	69

**Quadro 3.32** Resultados que provocam o colapso da estrutura – caso 5.

Nesta análise o comportamento da estrutura resulta de forma distinta em relação à análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, nomeadamente no que diz respeito à formação da última rótula plástica. Também para esta situação se mostra a discrepância de resultados quando se consideram as ligações de resistência total.

De seguida, apresentam-se dois quadros resumos das rotações, deslocamentos e factores de carga, para a acção de base a neve e para a acção de base o vento.

<b>NEVE – acção de base</b>								
Rigidez das Ligações	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 $\Delta H$ (metros)	Nó 22 $\Delta V$ (metros)	Factor de carga
Caso 1	11.12	-2.65	12.91	2.65	-11.12	-0.024	-0.25	1.67
Caso 2	8.84	-2.59	9.86	2.59	-8.84	-0.0221	-0.235	1.73
Caso 3	0.00	-3.79	0.968	3.79	0.00	-0.017	-0.186	2.03
Caso 4	0.00	-3.9	0.00	3.9	0.00	-0.017	-0.185	2.06
Caso 5	0.00	-37.00	0.00	37.00	0.00	-0.0407	-0.490	4.06

**Quadro 3.33** Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base a neve

<b>VENTO – acção de base</b>								
Rigidez das Ligações	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 $\Delta H$ (metros)	Nó 22 $\Delta V$ (metros)	Factor de carga
Caso 1	-2.14	2.99	-9.15	-2.42	20.22	-0.020	-0.072	3.71
Caso 2	-12.9	27.01	-24.3	-2.6	10.9	0.047	0.347	3.90
Caso 3	0.00	43.3	-29.8	-18.8	0.00	0.051	0.42	4.52
Caso 4	0.00	43.4	-29.9	-18.8	0.00	0.051	0.42	4.52
Caso 5	-9.4	66.2	0.00	-23.1	0.00	0.088	0.51	6.32

**Quadro 3.34** Quadro resumo das rotações por nó, para a acção de base o vento

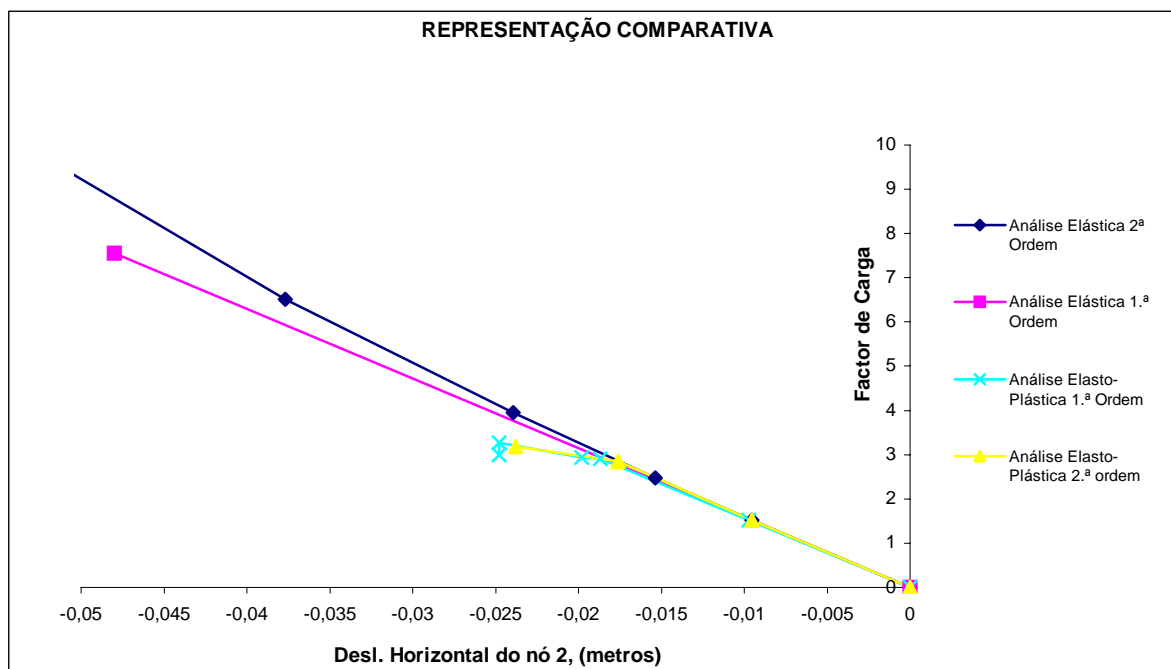
As conclusões que podem ser apuradas, da observação dos quadros anteriores, são basicamente as mesmas, quando comparadas com as apontadas para análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem.

A rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa, não influenciam a resistência final da estrutura.

A estrutura, quando considerada como contínua, isto é, quando se considera que a resistência da ligação é no mínimo igual à menor resistência do elemento adjacente a ligar, apresenta um comportamento que se caracteriza pelo significativo aumento da resistência global da estrutura, acompanhada do aumento das rotações nas ligações e respectivos deslocamentos.

### 3.4.7 Análise e comparação dos resultados

Como já houve oportunidade de reparar, a plastificação da estrutura e a sua consequente instabilidade ocorre para deslocamentos bastante baixos, quando se comparam com os que se verificam para uma qualquer análise elástica.



**Figura 3.43** Representação das trajetórias de equilíbrio do Pórtico Base, para as várias análises para a estrutura rotulada na base, sendo a acção de base a neve.

Com o objectivo de avaliar até que ponto isto acontece, comparam-se, no gráfico da figura 3.43, as diferentes análises realizadas, para a acção da neve, até ao momento. Como se pode observar a plastificação dá-se para valores baixos do deslocamento horizontal do nó 2, isto é, da ordem dos 2,5 cm.

Relativamente à acção do vento, vê-se que a resistência da estrutura resultante da análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem é superior, quando comparada com a resistência da estrutura para a análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem. Para dissipar as dúvidas, relativamente a este facto, apresentam-se, de seguida, os gráficos que representam as rotações por ligação, para cada caso em estudo.

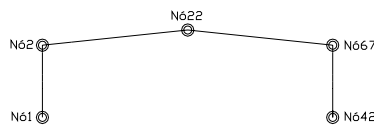


Figura 3.44 Representação das ligações estruturais.

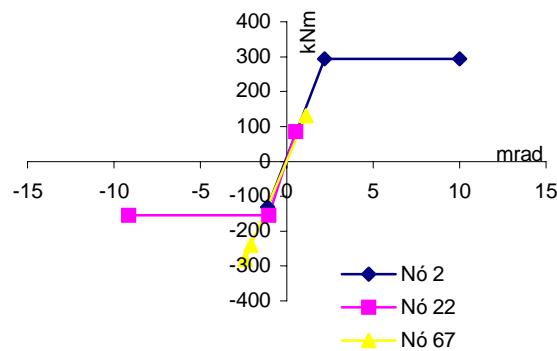


Figura 3.45 Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 1.

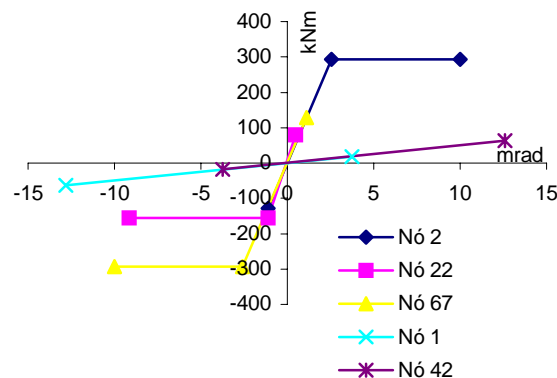


Figura 3.46 Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 2.

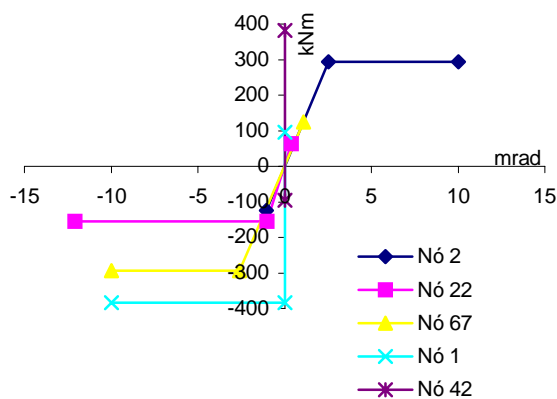


Figura 3.47 Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 3.

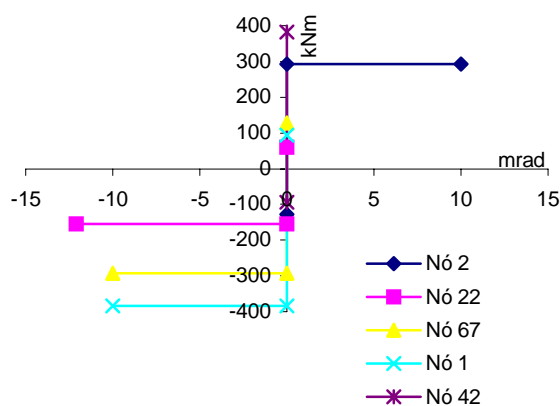


Figura 3.48 Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 4.

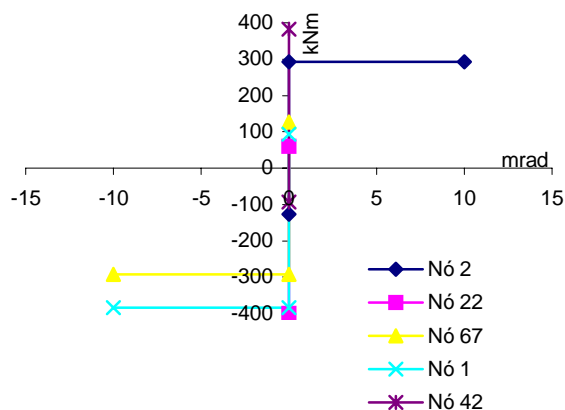
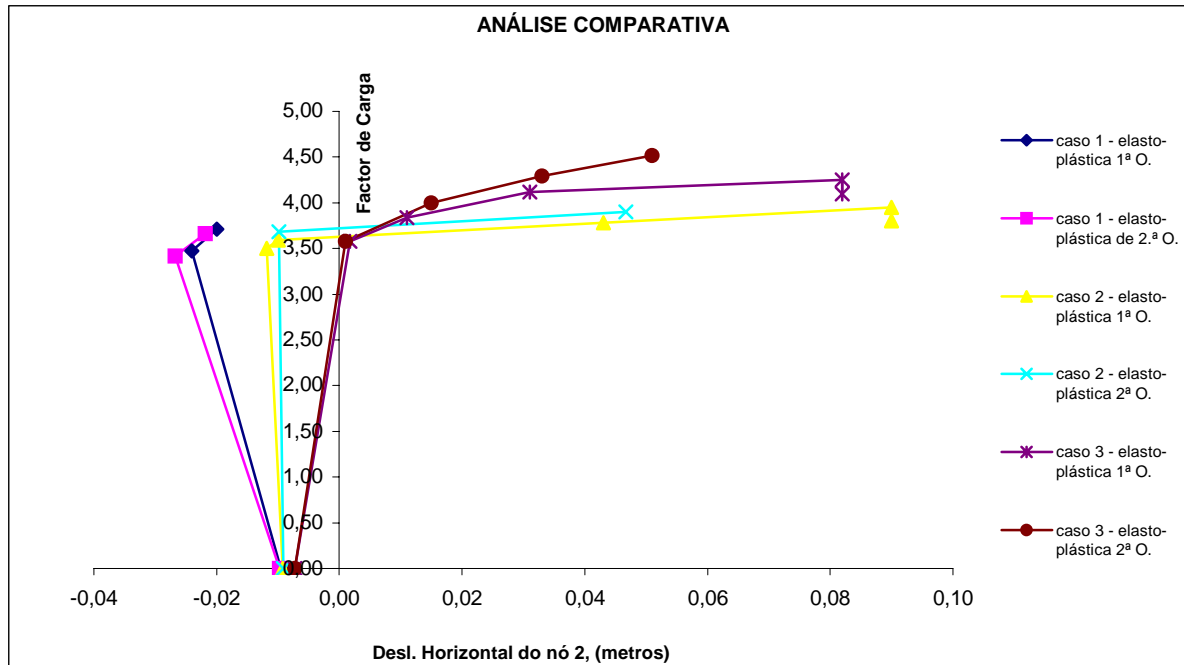


Figura 3.49 Momento flector/Rotação em cada ligação para o caso 5.

Pretendia-se com os gráficos das figuras 3.45 a 3.49 verificar a aceitação do comportamento estrutural, isto é, despistar qualquer tipo de comportamento anormal, em termos de rotações nas ligações, que pudesse levar ao aumento da resistência da estrutura.

Verifica-se que o comportamento é aceitável, não há qualquer tipo de inversão nas rotações de qualquer ligação. Por tal facto, deve concluir-se que os efeitos de segunda ordem, para a acção do vento, tal qual foi assumida, favorecem a resistência da estrutura.



**Figura 3.50** Gráfico comparativo das trajetórias de equilíbrio do Pórtico Base, para a análise elasto-plástica de 1ª ordem e elasto-plástica de 2ª ordem.

Por último, apresentam-se na figura 3.50 as trajetórias de equilíbrio da estrutura em estudo, para os três primeiros casos de rigidez das ligações, para a acção do vento. Observa-se que as trajetórias de equilíbrio resultantes da análise elasto-plástica de 2ª ordem anda sempre por cima das trajetórias de equilíbrio resultantes da análise elasto-plástica de 1ª ordem.

### 3.5 ESTUDO PARAMÉTRICO

Até ao ponto anterior apresentou-se o estudo detalhado do comportamento do pórtico base através das diversas análises estáticas: (i) análise elástica, (ii) análise linear de estabilidade (cargas críticas), (iii) análise elástica de 2ª ordem, (iv) análise elasto-plástica de 1ª ordem e por fim, (v) análise elasto-plástica de 2ª ordem.

A partir deste ponto apresenta-se o estudo de uma gama estrutural mais alargada, definida no quadro 3.1, considerando a ligação pilar-travessa com e sem reforço.

Mostram-se, no anexo D, os resultados do estudo paramétrico efectuado, para a acção da neve e do vento, considerando apenas os três primeiros casos de rigidez das ligações, dado que os outros não revelam interesse, tal como já se demonstrou. Os resultados dizem respeito a: (i) colapso, (ii) estados limites últimos e (iii) estados limites de utilização. A título comparativo indicam-se, também, nas linhas inferiores das células dos quadros que se apresentam no anexo D, os valores das rotações e deslocamentos nodais calculados para o mesmo nível de carga, através de uma análise elástica de 1.<sup>a</sup> ordem. Chama-se a atenção para as diferenças que se verificam nos valores, nomeadamente quando há plastificação de alguma das ligações, (i) dos deslocamentos horizontais de nó 2, em particular, (ii) dos deslocamentos verticais do nó 22 e, nomeadamente (iii) das rotações que ocorrem nos nós onde se formam as primeiras rótulas plásticas.

Os resultados apresentados nos quadros I, II, III, IV traduzem as rotações por ligação, deslocamento horizontal do nó 2, deslocamento vertical do nó 22 e factor de carga, para a situação de rotura.

Nos quadros seguintes, ou seja, V, VI, VII e VIII, podem observar-se os resultados para os estados limites últimos. Nos casos em que a estrutura não verifica os estados limites últimos, aparece o símbolo “-“ na célula correspondente. De facto, a estrutura sem reforço na ligação pilar-travessa, para o carregamento da neve, está sub-dimensionada para as relações  $R_L = 6$  e  $8$ , satisfazendo a condição de segurança unicamente para o vão de 20.0 metros. Para as estruturas com a ligação pilar-travessa reforçada a condição de segurança, para a acção da neve, é satisfeita para os vãos de 20 e 30 metros. Para o vão de 40 metros a mesma condição de segurança só é satisfeita para o caso da ligação rígida na base. Para o carregamento do vento, todas as situações satisfazem a condição de segurança.

Nos quadros IX, X, XI e XII apresentam-se os resultados correspondentes aos estados limites de utilização, assim como os valores limites regulamentares em termos de deslocamentos horizontais e verticais.

Para o carregamento da neve, o deslocamento mais gravoso é o vertical. De uma forma geral, todas as estruturas que satisfazem a condição de segurança para os estados limites últimos, satisfazem, também, para os estados limites de utilização. O mesmo não se pode dizer para o carregamento do vento, uma vez que há situações em que os valores limites de deformações não satisfazem os máximos regulamentares, nomeadamente para o vão de 40 metros, para a ligação pilar travessa sem reforço, com as ligações da base

rotulada e semi-rígida. Este facto, torna-se relevante se se considerar que todas as estruturas, para este carregamento, satisfazem os estados limites últimos.

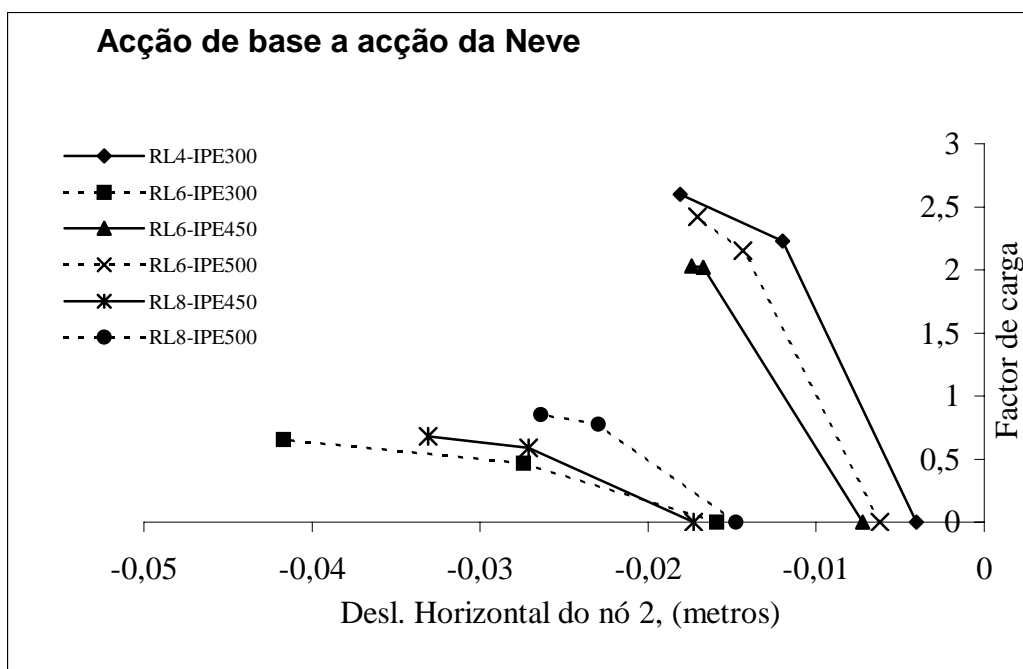


Figura 3.51 Trajectórias de equilíbrio – acção de base neve (ligações rígidas na base).

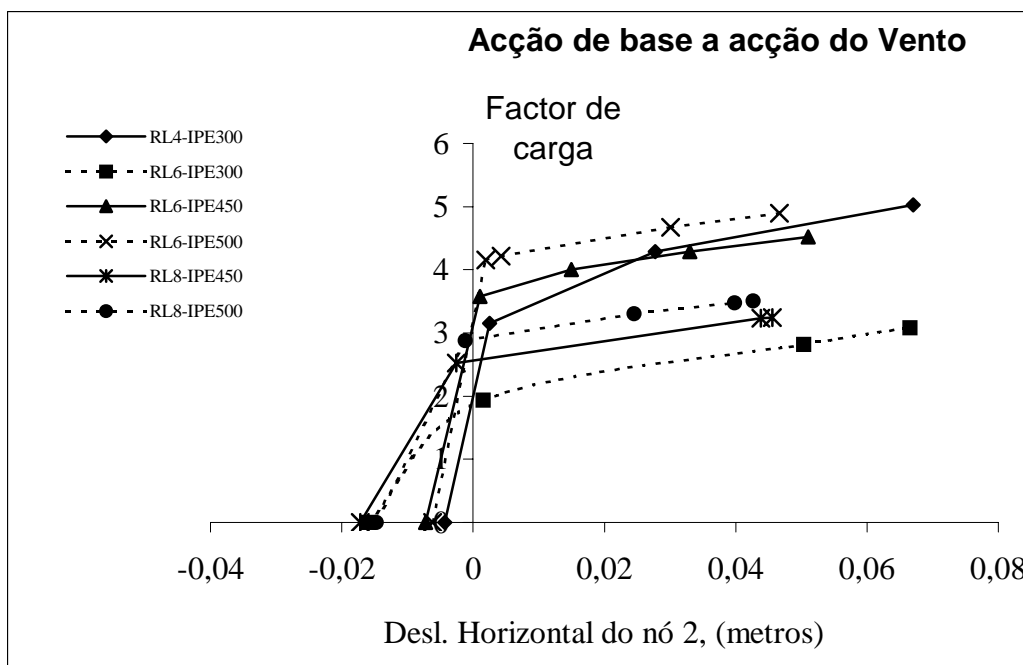


Figura 3.52 Trajectórias de equilíbrio – acção de base vento (ligações rígidas na base).

Para ilustrar a influência da geometria/características das ligações no comportamento dos pórticos, representam-se nas figuras 3.51 e 3.52, quando as acções de base são a neve e o vento, respectivamente, as trajectórias de equilíbrio que correspondem a todos os pórticos analisados, que possuem ligações rígidas na base. Na figura 3.53 apresentam-se, comparativamente, as trajectórias de equilíbrio para a relação  $R_L = 6$ , para as acções de base a neve e o vento.

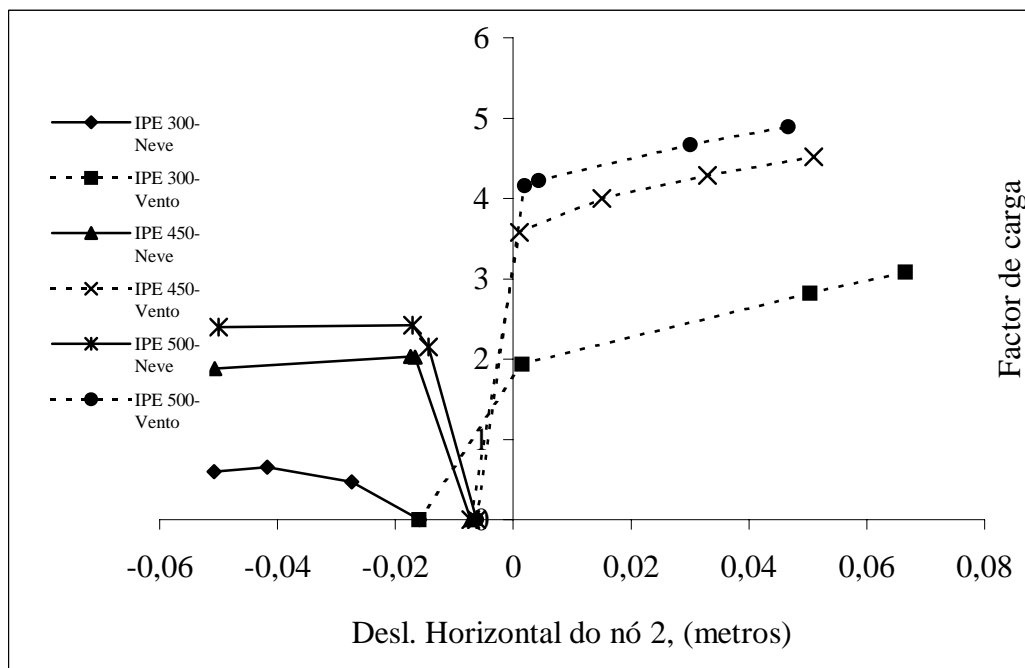


Figura 3.53 Trajectórias de equilíbrio –  $R_L = 6$  (ligações rígidas na base).

$R_L$	Travessa	Rigidez	Ligação P-T sem reforço		Ligação P-T com reforço	
			Neve	Vento	Neve	Vento
4	IPE 300	Caso 1	2.14	3.61	6.74	6.90
		Caso 2	2.32	3.92	6.88	7.75
		Caso 3	2.60	5.03	7.37	8.39
6	IPE 300	Caso 1	0.25	2.35	2.46	4.15
		Caso 2	0.39	2.48	2.51	4.34
		Caso 3	0.65	3.09	2.86	4.62
	IPE 450	Caso 1	1.67	3.71	3.36	5.27
		Caso 2	1.73	3.90	3.46	5.60
		Caso 3	2.03	4.52	4.03	6.01
	IPE 500	Caso 1	1.98	4.10	3.72	5.71
		Caso 2	2.05	4.28	3.83	5.97
		Caso 3	2.42	4.90	4.40	6.35
8	IPE 450	Caso 1	0.35	2.73	1.36	3.71
		Caso 2	0.40	2.87	1.45	3.95
		Caso 3	0.68	3.25	1.89	4.25
	IPE 500	Caso 1	0.49	2.98	1.54	3.96
		Caso 2	0.57	3.12	1.64	4.18
		Caso 3	0.85	3.51	2.04	4.48

Quadro 3.35 Factores de carga de colapso.

No quadro 3.35 podem observar-se os factores de carga de colapso, para a acção da neve e do vento, considerando a estrutura com a ligação pilar-travessa, sem e com reforço.

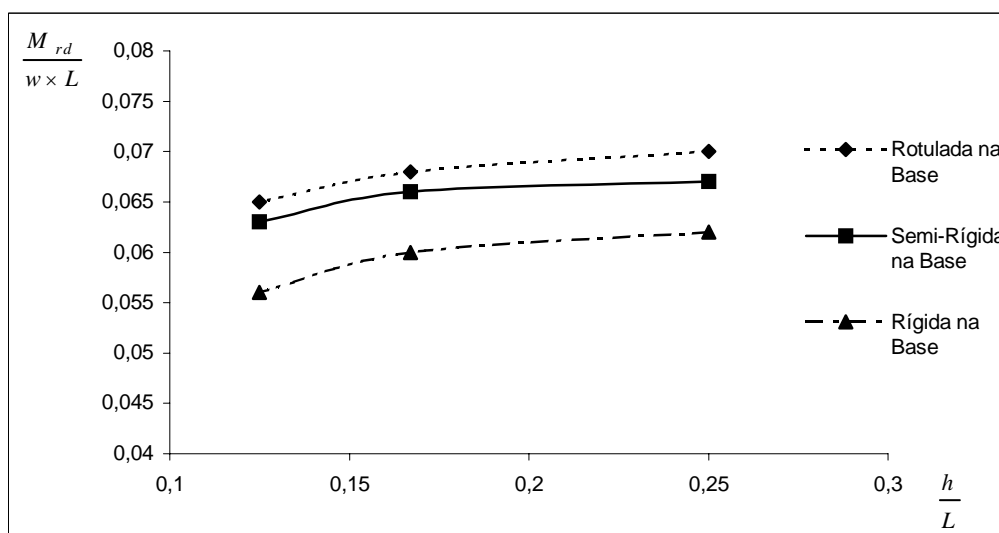
Verifica-se um acréscimo de resistência, quando se evolui do caso 1 para o caso 3 na ordem dos 10 a 15 %. Observa-se ainda que, para aumentos do vão de 20 para 30 metros e de 30 para 40 metros correspondem decréscimos de resistência de cerca de 55 e 44%, respectivamente.

### 3.5.1 Gráficos de interacção resistência da ligação-vão

Com base nos resultados do estudo paramétrico, seria útil encontrar curvas que relacionem a interacção entre a resistência das ligações pilar-travessa e travessa-travessa e o vão dos pórticos. Para isso procuram-se encontrar unidades correspondentes adimensionalizadas. Considera-se no eixo das ordenadas o parâmetro:  $\frac{M_{rd}}{W \times L}$ , em que  $M_{rd}$  é o momento resistente da ligação,  $W$  é a carga em kN e  $L$  o vão do pórtico; no eixo das abcissas considera-se a quantidade  $\frac{h}{L}$ , em que  $h$  (igual a 5 m) é a altura do pilar.

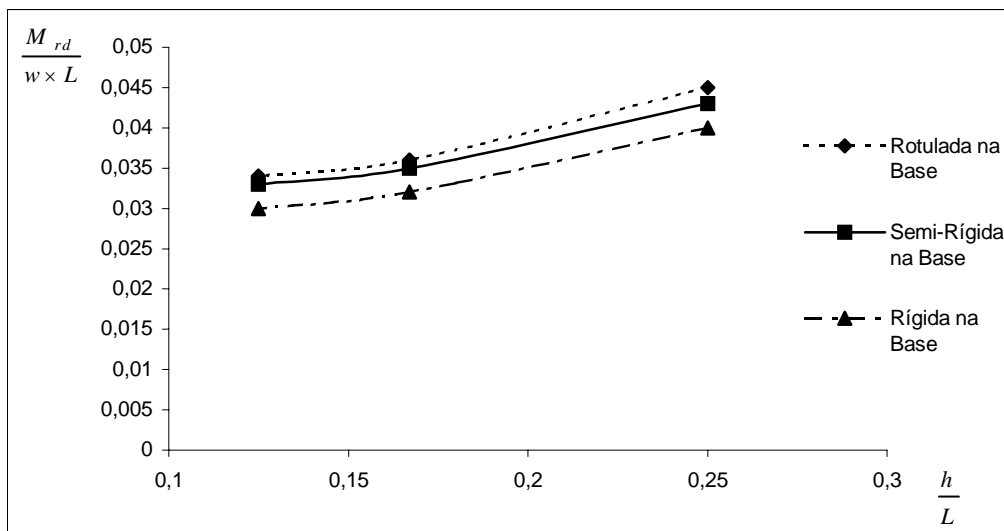
#### 3.5.1.1 Estrutura com a ligação pilar-travessa sem reforço

Na figura 3.54 pode observar-se a variação do quociente  $\frac{M_{rd}}{W \times L}$  com a variação da relação  $\frac{h}{L}$ , sendo  $M_{rd}$ , neste caso, o momento resistente da ligação pilar-travessa, sem reforço.



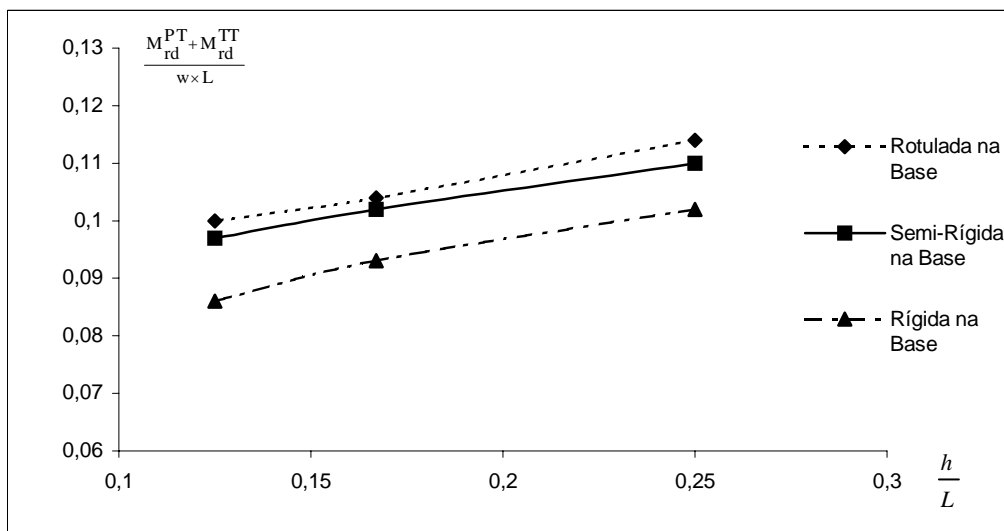
**Figura 3.54** Interacção da resistência da ligação pilar-travessa sem reforço, com o vão.

Na figura 3.55 representam-se as mesmas relações adimensionalizadas sendo que, neste caso,  $M_{rd}$  representa o momento resistente da ligação travessa-travessa.



**Figura 3.55** Interação da resistência da ligação travessa-travessa com o vão.

Finalmente, na figura 3.56, apresentam-se no eixo das ordenadas a relação  $\frac{M_{rd}^{PT} + M_{rd}^{TT}}{W \times L}$ , sendo  $M_{rd}^{PT}$  o momento resistente da ligação pilar-travessa sem reforço e  $M_{rd}^{TT}$  o momento resistente da ligação travessa-travessa.

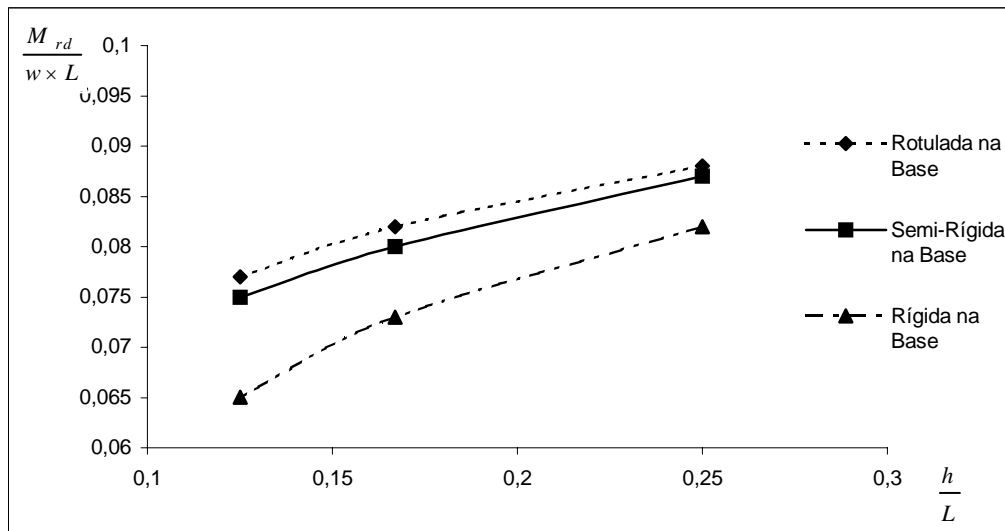


**Figura 3.56** Interação da resistência da ligação pilar-travessa e travessa-travessa com o vão.

### 3.5.1.2 Estrutura com a ligação pilar-travessa com reforço

Para esta situação em concreto, fez-se o mesmo estudo paramétrico, em que se considera a ligação pilar-travessa reforçada. Representa-se, na figura 3.57, a variação do quociente  $\frac{M_{rd}}{W \times L}$  com a variação da relação  $\frac{h}{L}$ , sendo  $M_{rd}$ , neste caso, o momento resistente da ligação pilar-travessa, com reforço.

Na figura 3.58 observam-se as mesmas relações adimensionalizadas, sendo que, neste caso,  $M_{rd}$  representa o momento resistente da ligação travessa-travessa, para a situação da ligação pilar-travessa com reforço.

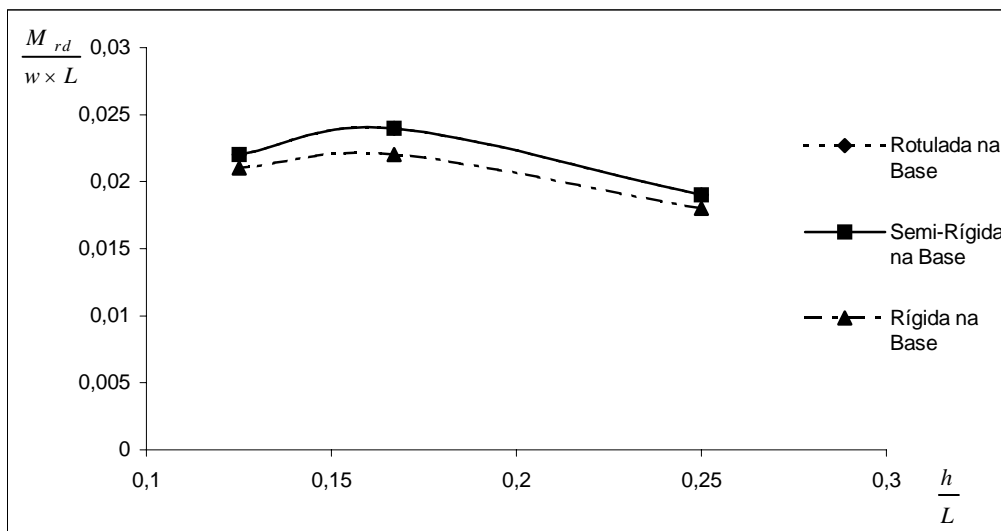


**Figura 3.57** Interação da resistência da ligação pilar-travessa com reforço, com o vão.

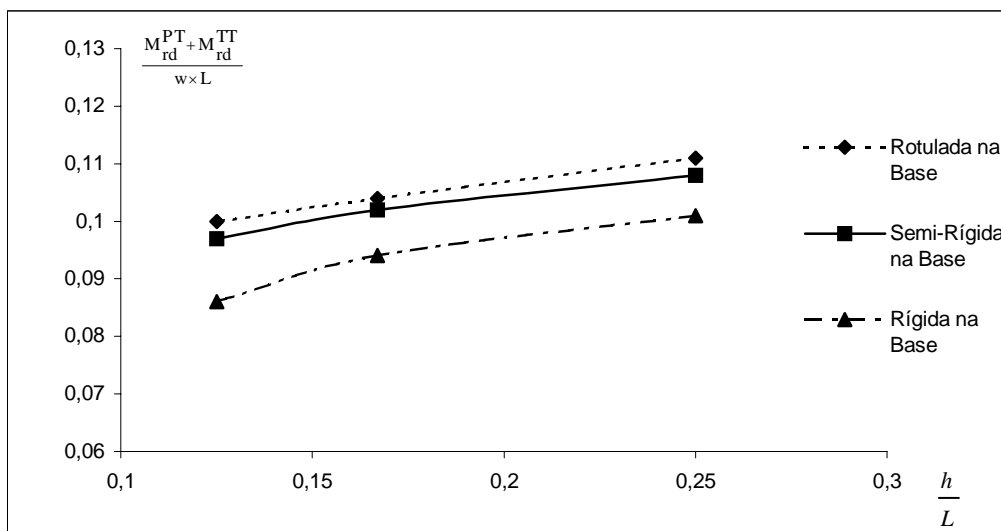
Finalmente, apresenta-se, na figura 3.59, mais uma vez, no eixo das ordenadas a relação  $\frac{M_{rd}^{PT} + M_{rd}^{TT}}{W \times L}$ , sendo  $M_{rd}^{PT}$  o momento resistente da ligação pilar-travessa com reforço e  $M_{rd}^{TT}$  o momento resistente da ligação travessa-travessa.

Se se observarem as figuras 3.56 e 3.59 conclui-se que as linhas de interação se aproximam bastante, para as situações correspondentes. Consegue-se assim uma relação entre a soma da resistência das ligações pilar-travessa e travessa-travessa com o vão do pórtico.

Se se arbitrar, ou fixar a resistência de uma das ligações pode saber-se o valor da resistência da outra ligação.

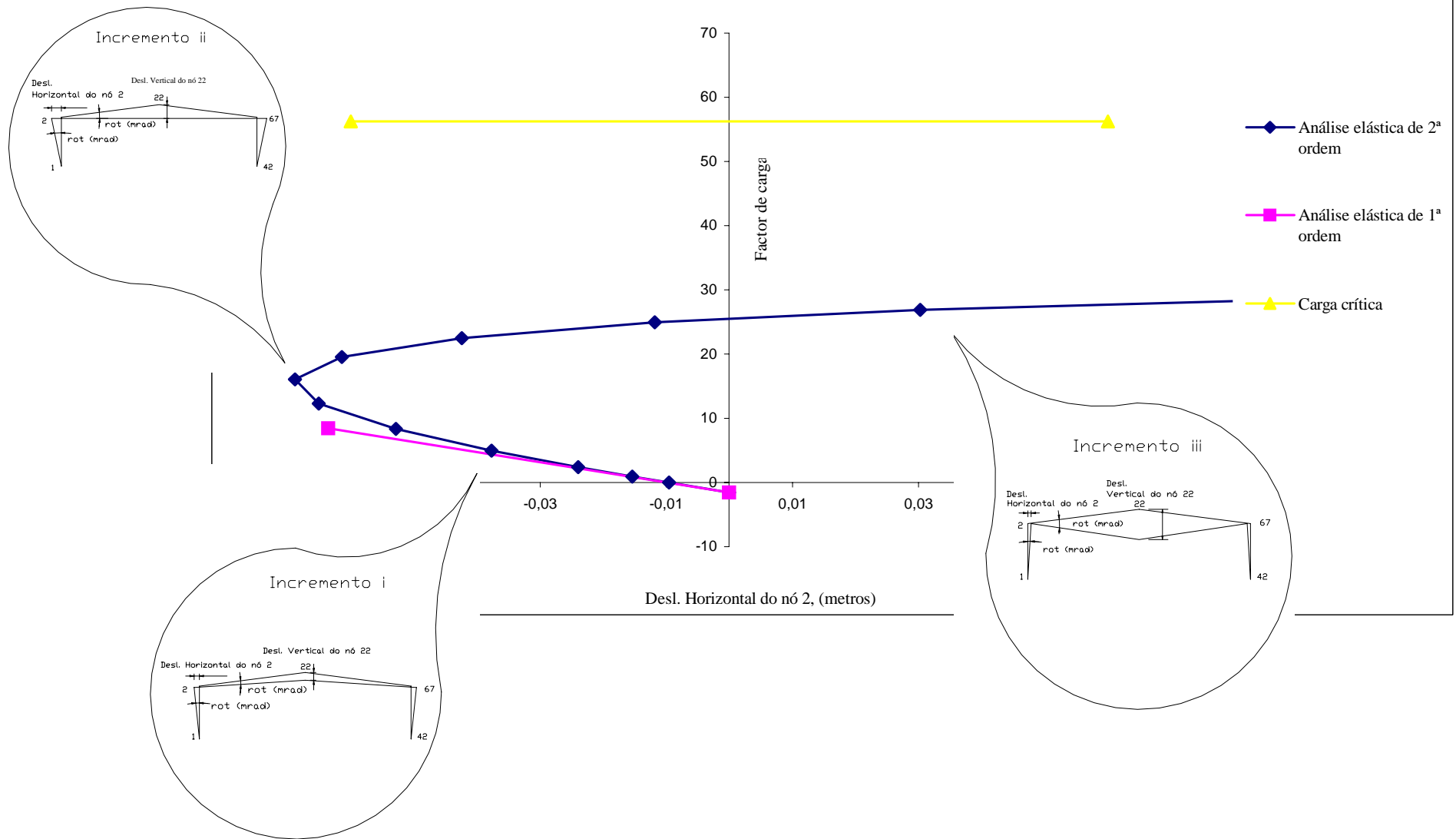


**Figura 3.58** Interação da resistência da ligação travessa-travessa com o vão.

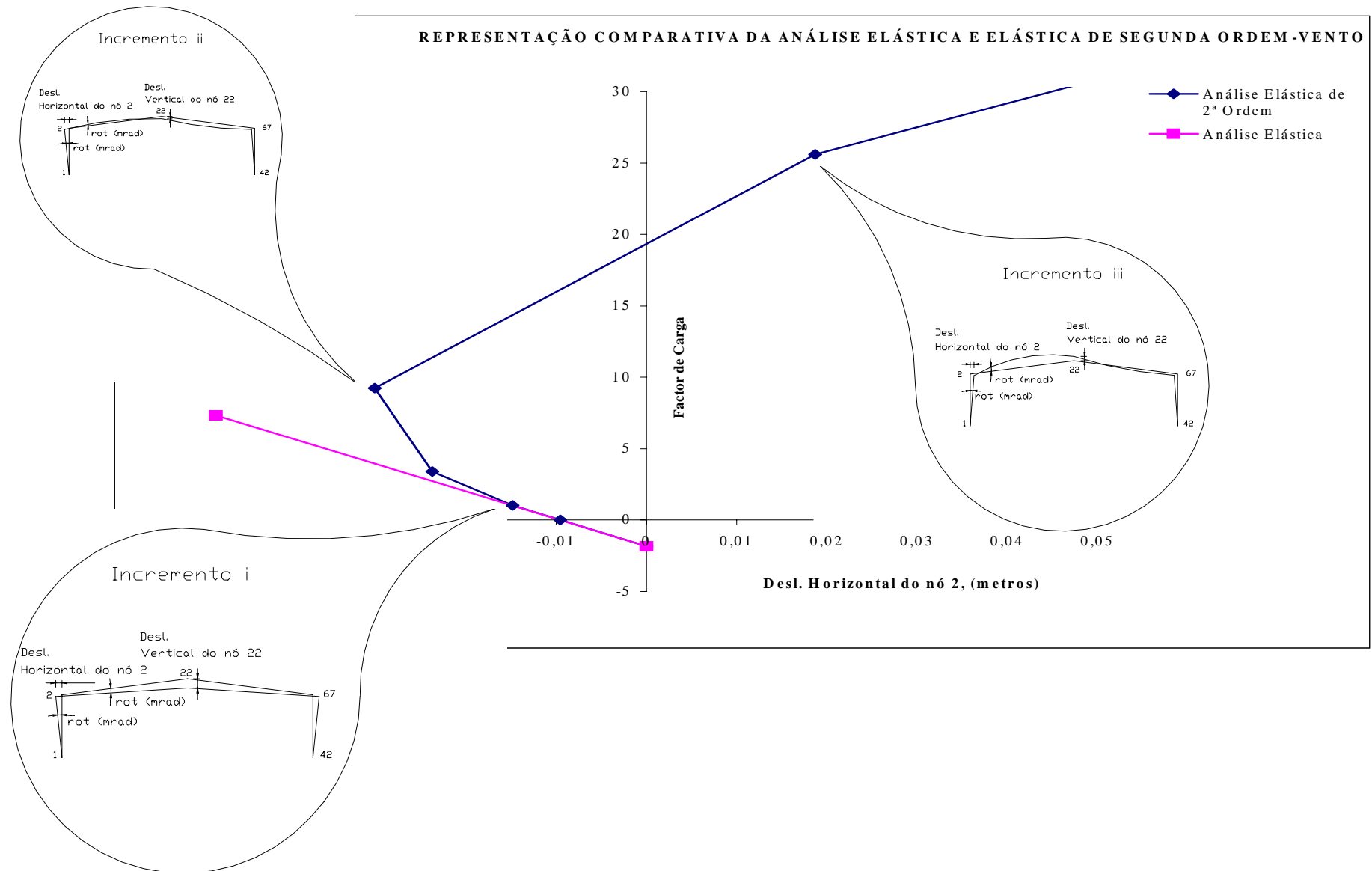


**Figura 3.59** Interação da resistência da ligação pilar-travessa e travessa-travessa com o vão.

REPRESENTAÇÃO COMPARATIVA DA ANÁLISE ELÁSTICA DE 1ª ORDEM, CARGA CRÍTICA E ELÁSTICA DE 2ª ORDEM



**Figura 3.17** Gráfico representativo da análise elástica de 1ª ordem, carga crítica e elástica de 2ª ordem para a situação da estrutura rotulada na base e simi-rígida nas restantes ligações, para a acção de base a neve.



**Figura 3.18** Gráfico representativo da análise elástica de 1ª ordem e elástica de 2ª ordem para a situação da estrutura rotulada na base e simi-rígida nas restantes ligações, para a acção de base o vento.

## *Capítulo 4*

# **APLICAÇÃO DE MÉTODOS APROXIMADOS**

### **4.1 INTRODUÇÃO**

Continuando a investigação do comportamento de pórticos metálicos de travessas inclinadas, apresenta-se numa fase inicial deste capítulo um estudo de cargas críticas, onde se procura comparar os resultados obtidos através de um método analítico aproximado [16], com os resultados obtidos através do método numérico [1].

De seguida, através de uma análise elástica, analisa-se o mesmo tipo de estrutura, considerando os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem. Procura-se, nesta parte do trabalho, explicar de que forma se pode aplicar o método aproximado, e comparam-se os resultados com os obtidos através do método numérico.

Depois, aborda-se o cálculo plástico de pórticos metálicos.

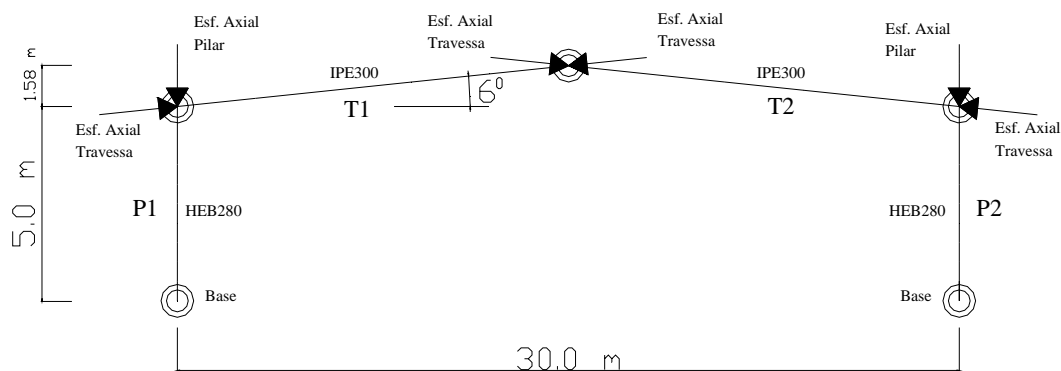
Por último, aproveitam-se os resultados da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem para, nas conclusões específicas, avaliar os intervalos que balizam, segundo o EC3 [2], a necessidade ou não da consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

## 4.2 DETERMINAÇÃO APROXIMADA DE CARGAS CRÍTICAS

### 4.2.1 Introdução

Pretende-se, com esta análise, determinar as cargas críticas através de um método analítico [15] e comparar os resultados com os obtidos através do programa de cálculo automático LUSAS [1], resultados estes apresentados no capítulo 3.

Carrega-se axialmente a estrutura, como se mostra na figura 4.1, de acordo com cada caso de combinação de rigidez das ligações, com o esforço correspondente a cada pilar e a cada travessa.



**Figura 4.1** Estrutura em estudo

Numa análise de cargas críticas é importante saber o valor do factor de carga que conduz ao primeiro modo de encurvadura por nós móveis e o valor do factor de carga que conduz ao primeiro modo de encurvadura por nós fixos, valores esses que podem ser observados no quadro 4.2.

### 4.2.2 Descrição do método aproximado

O método aproximado que se apresenta para a determinação das cargas críticas, é materializado pela expressão analítica (4.1) [15], foi desenvolvida e aplicada considerando a rigidez dos nós da elevação e cume infinita, variando unicamente a rigidez da base. Esta simplificação só é válida para o caso do parâmetro de rigidez  $S_j = K_j L_p / EI_p$  ser superior ou igual a 7.5.

No quadro 4.2 apresentam-se os factores de carga de colapso da estrutura, para os modos anti-simétrico e simétrico, unicamente para a combinação de base a neve, calculados pelo método automático e analítico.

$$\lambda = \left[ \left( \frac{\overline{N}_p}{\rho_{p,0} N_{Ep}} \right)^c + \left( \frac{\overline{N}_t}{\rho_{t,0} N_{Et}} \right)^c \right]^{-1/c} \quad c = \frac{1.6 \times S + 1.2}{S + 1} \quad (4.1)$$

NM	$\rho_{p,0} = \frac{3 + (R + 3) \times S}{10 \times R + 12 + (4 \times R + 3) \times S}$ $\rho_{t,0} = \frac{4 + (2 \times R + 4) \times S}{4 + (R + 4) \times S}$
NF	$\rho_{p,0} = \frac{4.8 + 12 \times R \times (1 + R_H) + (1 + 4.8 \times R + 4.2 \times R \times R_H) \times S}{2.4 + 12 \times R \times (1 + R_H) + 7 \times R^2 \times R_H^2 + (2.4 \times R + 2 \times R^2 \times R_H^2) \times S}$ $\rho_{t,0} = \frac{12 \times R + 8.4 \times R \times R_H + (4 \times R + 4.2 \times R \times R_H + R^2 \times R_H^2) \times S}{12 \times R + 4 + (4 \times R + 2) \times S}$

**Quadro 4.1** Expressões analíticas aproximadas para avaliar  $\lambda_b^{NM}$  e  $\lambda_b^{NF}$

Sendo:

$\overline{N}$  - o esforço axial de referência;

O índice  $p$  é referente ao pilar e  $t$  referente à travessa;

O esforço crítico no pilar é  $\lambda \overline{N}_p$ ;

$N_{Ep}$ ,  $N_{Et}$  são, respectivamente, a carga de Euler para o pilar e para a travessa;

$c$  – é um factor de ajustamento:  $c=1.2$  (base rotulada) e  $c=1.6$  (base encastrada);

$S$  é o parâmetro de semi-rigidez na base da coluna é igual a  $K_j L_p / EI_p$ .

$R = R_I R_L$ ;     $R_H = R_L \text{ sen } \alpha$ ;

$R_I = I_p / I_t$ ;     $R_L = L_p / L_t$ .

$\rho_{p,0}$  e  $\rho_{t,0}$  são quocientes relacionados com a carga crítica, quando os pilares e as travessas estão comprimidos.

Observando o quadro 4.2, conclui-se que para os dois últimos casos de rigidez das ligações, os resultados dos dois métodos aproximam-se bastante. Relativamente aos dois primeiros casos, os resultados não se aproximam tanto, muito embora as diferenças não sejam muito significativas. Esta ligeira diferença deve-se ao facto de o método aproximado, para os dois primeiros casos, considerar as ligações

pilar-travessa e travessa-travessa como rígidas, o que não acontece no método automático.

NEVE – Acção de base			Cálc. Automático		Cálc. analítico	
Rigidez das Ligações	Esf. Axial Pilar KN	Esf. Axial Travessa KN	$\lambda_{NF}$	$\lambda_{NM}$	$\lambda_{NF}$	$\lambda_{NM}$
Caso 1	-56.64	-48.60	49.23	22.98	55.45	21.45
Caso 2	-56.64	-54.41	46.52	35.18	53.00	31.94
Caso 3	-56.64	-78.22	39.32	43.57	40.51	44.59
Caso 4	-56.64	-78.32	42.92	43.63	40.51	44.59

**Quadro 4.2** Resultados da análise de cargas críticas, com a variação da rigidez das ligações, avaliadas em factores de carga  $\lambda$ .

Cálculo automático				Cálculo analítico		
Rigidez das Ligações	$\frac{\lambda_S^{NF}}{\lambda_\infty^{NF}}$	$\frac{\lambda_S^{NM}}{\lambda_\infty^{NM}}$	$\frac{\lambda_S^{NM}}{\lambda_S^{NF}}$	$\frac{\lambda_S^{NF}}{\lambda_\infty^{NF}}$	$\frac{\lambda_S^{NM}}{\lambda_\infty^{NM}}$	$\frac{\lambda_S^{NM}}{\lambda_S^{NF}}$
	Caso 1	1.147	0.5267	0.4667	1.368	0.481
Caso 2	1.084	0.8063	0.7562	1.308	0.716	0.603
Caso 3	0.9303	0.9986	1.0912	1.00	1.00	1.101
Caso 4	1.000	1.000	1.0165	1.00	1.00	1.101

**Quadro 4.3** Coeficientes entre factores de carga, com a variação da rigidez das ligações.

Observando o quadro 4.3, conclui-se que a semi-rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influencia o factor de colapso total da estrutura.

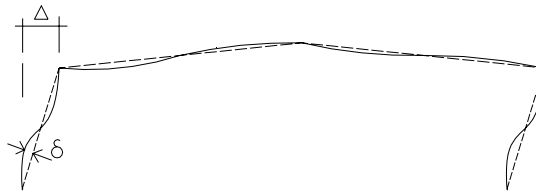
Aparentemente, podem modelar-se as ligações pilar - travessa e travessa – travessa como rígidas que não se cometem erros significativos em relação ao modelo de cálculo.

## 4.3 ANÁLISE ELÁSTICA DE 2.<sup>a</sup> ORDEM

### 4.3.1 Introdução

O objectivo desta parte do trabalho é abordar a consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem numa análise elástica.

Os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem podem ser distinguidos em dois tipos, os quais se designam por efeitos P- $\delta$  e efeitos P- $\Delta$ , como se mostra na figura 4.2.



**Figura 4.2** Efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Os efeitos P- $\Delta$  são devidos às forças aplicadas e têm a ver unicamente com os deslocamentos sofridos nos nós extremos de cada elemento estrutural. Os efeitos P- $\delta$  são devidos aos esforços de compressão existentes ao longo de cada elemento estrutural e, têm que ver unicamente com as deformações que ocorrem ao longo do mesmo [16, 17].

Os valores exactos dos esforços associados aos efeitos P- $\Delta$  só são possíveis de serem determinados entrando em linha de conta com os efeitos P- $\delta$ , isto porque a determinação exacta dos valores dos deslocamentos nodais, essenciais para o cálculo exacto dos esforços P- $\Delta$ , requer a consideração dos efeitos P- $\delta$ . De facto, a determinação exacta dos valores dos esforços P- $\Delta$  só pode ser levada a cabo através de uma análise de 2.<sup>a</sup> ordem exacta. No entanto, é possível encontrar, na literatura, várias formulações de análises de 2.<sup>a</sup> ordem aproximadas que permitem calcular os esforços P- $\Delta$  (i) sem incorporar ou (ii) incorporando os efeitos P- $\delta$  [7, 10].

De acordo com o EC3 [2], os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem devem ser considerados para todos os pórticos com deslocamentos laterais (PCDL), pórticos de nós móveis, classificação essa atribuída quando se verifica a seguinte relação:  $V_{SD} / V_{CR} > 0.1$ . Assim, quando  $V_{SD} / V_{CR} < 0.1$  trata-se, segundo o EC3 [2] de pórticos sem deslocamentos laterais (PSDL), pórticos de nós fixos, que dispensam a consideração de efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.

O EC3 [2] permite, ainda, caso  $V_{SD} / V_{CR} < 0.25$  a utilização de um método aproximado para a consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, denominado de método de amplificação de momentos. Este método consiste em determinar os valores de cálculo dos esforços por meio de uma análise de 1.<sup>a</sup> ordem, sendo os efeitos P- $\Delta$  incorporados indirectamente através da amplificação de momentos “sway” com base no valor de amplificação  $(1 - V_{SD} / V_{CR})^{-1}$  [18].

Este método apresenta algumas limitações, porque, na determinação dos esforços de 2.<sup>a</sup> ordem só considera a correcção da parcela correspondente ao modo de deslocamentos de nós móveis, o que pode traduzir-se em alguma percentagem de erro.

### 4.3.2 Descrição do método aproximado

A determinação dos valores de cálculo dos esforços de 2.<sup>a</sup> ordem é feita através do método de amplificação de momentos. Por meio de uma análise de 1.<sup>a</sup> ordem, os efeitos P- $\Delta$  são incorporados indirectamente, unicamente através da amplificação dos momentos associados às acções que provocam deslocamentos laterais no topo das colunas, com base no valor do factor de amplificação  $(1 - V_{SD} / V_{CR})^{-1}$  [19]. O método é materializado pela expressão (4.2).

$$M_{II}^{ap} = (M_I - M_I^{SWAY}) + \frac{1}{1 - \frac{V_{SD}}{V_{CR}}} M_{DP,I}^{SWAY} \quad (4.2)$$

Na realidade, este método pode apresentar alguma percentagem de erro, relativamente aos valores exactos, nomeadamente quando o carregamento real não contempla acções horizontais, facto esse que pode inviabilizar, segundo o método proposto, a incorporação dos efeitos P- $\Delta$ .

O método aproximado, mais exacto, que permite determinar os momentos flectores de 2.<sup>a</sup> ordem, é materializado pela expressão (4.3) [19]. Este baseia-se (i) na decomposição dos momentos de 1.<sup>a</sup> ordem em três parcelas, duas associadas a deslocamentos laterais do piso do pórtico ( $M_{DP,I}^{AS}$ , parcela anti-simétrica, e  $M_{DP,I}^S$ , parcela simétrica) e uma associada aos referidos deslocamentos impedidos ( $M_{DI,I}$ ) e (ii) na amplificação das duas primeiras, através de factores de carga que envolvem os valores de  $\lambda_S$  e  $\lambda_{AS}$ .

$$M_{II}^{ap} = M_{DI,I} + \frac{1}{1 - \frac{V_{SD}}{V_{CR}^S}} M_{DP,I}^S + \frac{1}{1 - \frac{V_{SD}}{V_{CR}^{AS}}} M_{DP,I}^{AS} \quad (4.3)$$

Sendo:

$M_{II}^{ap}$  – Momento flector aproximado de 2.<sup>a</sup> ordem;

$M_{DI,I}^S$  - Momento flector de 1.<sup>a</sup> ordem com os deslocamentos laterais impedidos, para o carregamento simétrico;

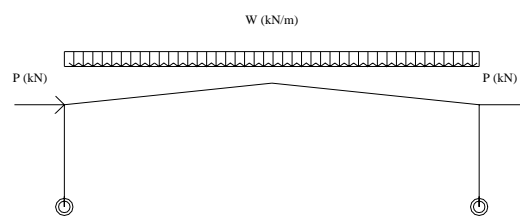
$M_{DP,I}^S$  - Momento flector de 1.<sup>a</sup> ordem, resultante da aplicação das reacções dos apoios que impedem os deslocamentos horizontais, no sentido contrário, mais as acção simétrica de forças horizontais que eventualmente existam, considerando a estrutura real;

$M_{DP,I}^{AS}$  - Momento flector de 1.<sup>a</sup> ordem, resultante da aplicação do carregamento anti-simétrico, para a estrutura real.

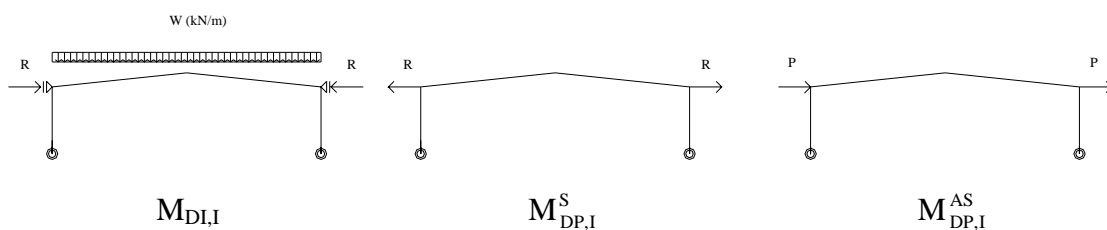
$V_{SD}$  – Esforço axial actuante, para o carregamento e estrutura real;

$V_{CR}^S$  - Carga de colapso correspondente ao modo simétrico, para o carregamento e estrutura real;

$V_{CR}^{AS}$  - Carga de colapso correspondente ao modo anti-simétrico, para o carregamento e estrutura real;



**Figura 4.3** Carregamento real



**Figura 4.4** Representação gráfica dos diversos termos do método aproximado

### 4.3.3 Análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem sem considerar as imperfeições geométricas

#### 4.3.3.1 Acção da neve

Pretende-se com este ponto conseguir alguns resultados que permitam, mais à frente, avaliar o domínio de validade da necessidade de se considerarem os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem e, ao mesmo tempo, avaliar a utilização do método aproximado de amplificação de momentos materializado pela expressão (4.3). Para isso, determinam-se os momentos flectores elásticos de 1.<sup>a</sup> ordem, os momentos flectores elásticos aproximados de 2.<sup>a</sup> ordem e os momentos flectores elásticos exactos de 2.<sup>a</sup> ordem.

Todos os valores dos momentos flectores que se apresentam dizem respeito apenas aos nós referentes às ligações, referenciadas de acordo com a figura 3.1.

Neste ponto, apenas se considera a variação da rigidez na ligação da base, mantendo as restantes ligações semi-rígidas, com a ligação pilar-travessa reforçada, sempre para a travessa IPE300, considerando o vão 20 e de 30 metros para a acção da neve.

Nos quadros 4.4 e 4.5 podem observar-se os resultados obtidos para os estados limites últimos.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez das ligações	Nó	M <sub>f</sub> KNm	M <sup>ap.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	M <sup>ex.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	Erro (%)	M <sup>ex.</sup> <sub>pl,II</sub> KNm	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
4	IPE300	Caso 1	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04	25.00	76.10
			2	-167.6	-168.91	-169.40	1.1	-168.9			
			22	37.01	37.82	37.88	2.2	37.75			
		Caso 2	1	19.49	19.67	19.65	0.8	19.65	0.029	34.46	73.18
			2	-165.9	-167.22	-167.7	1.1	-167.0			
			22	34.76	35.57	35.62	2.4	35.6			
		Caso 3	1	100.3	101.3	101.2	0.9	101.0	0.022	42.16	62.87
			2	-159.5	-160.77	-161.1	1.0	-160.7			
			22	25.37	26.22	26.11	2.8	26.05			

**Quadro 4.4** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 20 metros.

$R_L$	Travessa	Rigidez da ligação	Nó	$M_I$ KNm	$M_{el,II}^{ap.}$ kNm	$M_{el,II}^{ex.}$ KNm	Erro (%)	$M_{pl,II}^{ex.}$ kNm	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
6	IPE300	Caso 1	1	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.123	8.14	21.21
			2	-370.7	-380.99	-379.30	2.3	-379.20			
			22	51.74	57.25	55.96	7.5	55.95			
		Caso 2	1	46.88	48.58	47.87	2.1	47.67	0.097	10.27	20.03
			2	-363.20	-373.57	-373.20	2.7	-373.20			
			22	46.07	51.62	51.41	10.4	50.17			
		Caso 3	1	224.5	232.96	229.7	2.3	228.7	0.089	11.19	16.73
			2	-336.6	-346.40	345.0	2.4	-343.5			
			22	24.32	29.24	27.64	12.0	27.61			

**Quadro 4.5** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 30 metros.

Sendo:

$M_I$  – Momento flector elástico de 1.<sup>a</sup> ordem, para o carregamento real;

$M_{el,II}^{ap.}$  – Momento flector elástico de 2.<sup>a</sup> ordem, determinado pelo método aproximado;

$M_{el,II}^{ex.}$  – Momento flector elástico de 2.<sup>a</sup> ordem, determinado pelo método automático;

Erro – Erro, em percentagem, verificado pela diferença de  $M_I - M_{el,II}^{ex.}$ .

Da análise efectuada aos quadros 4.4 e 4.5 conclui-se, por um lado, que o método aproximado de incorporação dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem comporta-se bastante bem, visto que os resultados, quando comparados com os resultados exactos, são praticamente idênticos. Por outro lado, os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem exercem na estrutura acréscimos de esforço, nos casos estudados, que podem ir até 12%.

#### 4.3.3.2 Acção do vento

Procede-se de seguida à determinação dos momentos flectores nas ligações, considerando os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem para a acção do vento, de acordo com a combinação que se mostra na figura 3.14. Os resultados podem ser analisados no quadro 4.6. Os momentos flectores elásticos de 2.<sup>a</sup> ordem aproximados e exactos, determinam-

se da mesma forma que para a acção da neve, levando em consideração que o carregamento real é assimétrico e tem acções horizontais.

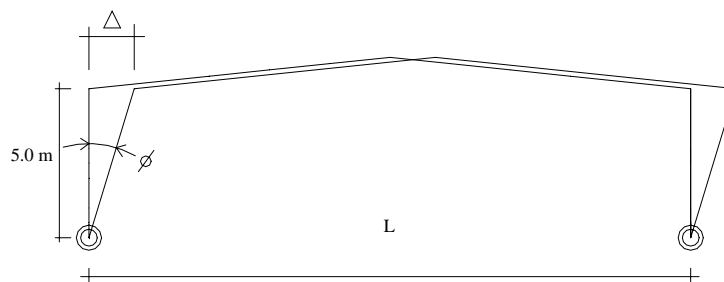
R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez das ligações	Nó	M <sub>I</sub> KNm	M <sup>ap.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	M <sup>ex.</sup> <sub>el,II</sub> KNm	M <sup>ex.</sup> <sub>pl,II</sub> kNm	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
6	IPE300	Caso 1	1	20.32	20.32	19.97	19.97	-	-	-
			2	46.23	46.23	46.45	46.45			
			22	-4.365	-4.35	-4.178	-4.178			
			67	-3.543	-3.55	-3.406	-3.406			
			42	-26.02	-26.02	-26.28	-26.28			

**Quadro 4.6** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos, para o vão de 30 metros.

Pela observação do quadro 4.6, facilmente se conclui que os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, para este nível de carga, não influenciam significativamente os esforços resultantes da acção do vento, tal qual esta se considera, uma vez que os momentos flectores de 1.<sup>a</sup> ordem são praticamente idênticos aos de 2.<sup>a</sup> ordem. Tal facto, justifica-se porque a acção produz nos elementos da estrutura esforços essencialmente de tracção.

#### 4.3.4 Análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem considerando as imperfeições geométricas

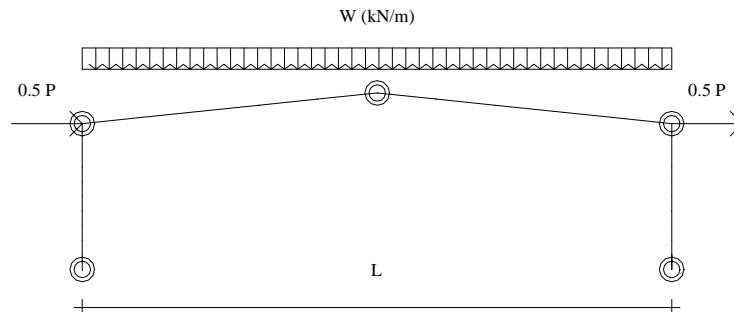
Neste ponto do trabalho, determinam-se os momentos flectores de 2.<sup>a</sup> ordem, considerando as imperfeições geométricas de acordo com o EC3 [2], como se apresenta na figura 4.5. O EC3 [2] preconiza que as imperfeições geométricas se possam simular através da aplicação de cargas horizontais nos topos dos pilares, como se evidencia na figura 4.6.



**Figura 4.5** Representação das imperfeições geométricas.

Sendo:

$$\Delta = \frac{h}{200} = \frac{5.0}{200} = 0.025 \text{ m}; \phi = \frac{1}{200} \quad (4.4)$$



**Figura 4.6** Modelação das imperfeições geométricas segundo o EC3.

Sendo:

$$P = \phi \times w = \frac{w}{200} \quad (4.5)$$

$$w = W \times L \quad (4.6)$$

Para o caso em estudo, e para os estados limites últimos, a força P valerá:

$$w = W \times L; w = 4.85 \text{ (kN/m)} \times 30.0 \text{ m} = 145.5 \text{ kN} \quad (4.7)$$

$$P = \frac{145.5}{200} = 0.7275 \text{ kN} \quad (4.8)$$

Executa-se de novo a análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, aproximada e exacta, considerando agora as imperfeições geométricas de acordo com o EC3 [2].

Uma vez que os resultados se aproximam em muito dos anteriores, apenas se elabora a análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem para os estados limites últimos, para a acção da neve e considerando unicamente o vão de 30.0 metros.

Aproveita-se, este ponto para, conjuntamente, se apresentarem os resultados modelando a estrutura com a deformada correspondente. Os resultados podem ser observados nos quadros 4.7.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez das ligações	Nó	M <sup>ex.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	M <sup>ap.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	M <sup>i-EC3</sup> <sub>el,II</sub> kNm	M <sup>i-mod.</sup> <sub>el,II</sub> kNm	erro (%)	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
6	IPE300	Caso1	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0	0.123	8.14	21.21
			2	-379.30	-383.06	-377.4	-377.4	0.5			
			22	55.96	57.25	55.96	55.96	0.0			
			67	-379.30	-382.9	-381.00	-381.00	0.4			
			42	0.00	0.00	0.00	0.00	0.0			
6	IPE300	Caso2	1	47.87	47.88	47.19	47.18	1.0	0.097	10.27	20.03
			2	-373.20	-372.25	-372.0	-372.0	0.3			
			22	51.41	51.63	50.41	50.41	0.5			
			67	-373.20	-376.19	-375.8	-375.8	0.7			
			42	47.87	47.67	47.02	47.04	2.0			
6	IPE300	Caso3	1	229.7	230.09	228.40	228.40	0.1	0.089	11.19	16.73
			2	345.0	-344.60	-344.50	-344.50	0.3			
			22	27.64	29.45	27.64	27.64	0.1			
			67	345.0	-350.92	-348.20	-348.10	1.0			
			42	229.7	233.31	228.20	228.4	0.1			

**Quadro 4.7** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para os estados limites últimos e para o vão de 30 metros.

Sendo:

$M_{el,II}^{ap.}$  - Momento flector de 2.<sup>a</sup> ordem aproximado, considerando as imperfeições geométricas segundo o EC3;

$M_{el,II}^{i-EC3}$  - Momento flector de 2.<sup>a</sup> ordem exacto, considerando as imperfeições geométricas segundo o EC3;

$M_{el,II}^{i-mod.}$  - Momento flector de 2.<sup>a</sup> ordem exacto, modelando as imperfeições geométricas.

$erro = M_{el,II}^{ex.} - M_{el,II}^{i-mod.}$ , em percentagem, sendo  $M_{el,II}^{ex.}$ , o momento flector de 2.<sup>a</sup> ordem exacto, sem considerar as imperfeições geométricas e  $M_{el,II}^{i-mod.}$  o momento flector de 2.<sup>a</sup> ordem exacto, modelando as imperfeições geométricas.

As condicionantes estruturais e de carregamento, cujos resultados podem ser observados no quadro 4.7, são as mesmas que as consideradas para as estruturas estudadas, cujos resultados se apresentam no quadro 4.5, à excepção da consideração das imperfeições geométricas.

Pela observação do quadro 4.7, pode concluir-se que as imperfeições geométricas regulamentares, para este tipo de estruturas, não influenciam os esforços de 2.<sup>a</sup> ordem, para os diferentes casos de rigidez das ligações, uma vez que os erros que se verificam são bastante pequenos.

#### 4.4 ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA DE 2.<sup>a</sup> ORDEM

Para que se possa efectuar uma análise global plástica é necessário verificar determinadas condições, impostas pelo EC3 [2]: (i) o aço deve obedecer a condições de ductilidade impostas pelo EC3 [2]; (ii) as secções onde se formam rótulas plásticas devem estar contraentadas lateralmente e ter um eixo de simetria no plano do carregamento; (iii) as secções transversais devem ter adequada capacidade de rotação para permitir a redistribuição de esforços entre secções, necessária à formação do mecanismo de colapso. Para tal, devem ser de classe 1.

Quando satisfeitas estas condições, pode sempre recorrer-se ao caso mais geral de análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, utilizando um programa de cálculo automático.

No entanto, pode sempre recorrer-se a uma análise rígido-plástica, contabilizando indirectamente os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, desde que se verifiquem as seguintes condições [2]:

a) As colunas onde se formem rótulas plásticas possuam adequada capacidade de rotação;

Isto verifica-se desde que em todas essas colunas, com  $\frac{N_{SD}}{A f_y} > 0.15$ , se tenha:

$$N_{SD} \leq 1.01 \frac{EI}{L^2} \quad (4.9)$$

sendo L o comprimento real da coluna submetida ao esforço axial  $N_{SD}$ .

b) Se o pórtico tiver mais de dois pisos tem ainda de se verificar que:

As colunas são encastradas na base;

O mecanismo de ruína com deslocamentos laterais só implica nas colunas, rótulas na sua base. Para além disso, aquelas secções deverão ser dimensionadas para permanecer elásticas sob o momento plástico  $M_{pl}$ .

$$c) \frac{V_{SD}}{V_{CR}} \leq 0.20 \quad (4.10)$$

Pode encontrar-se em bibliografia da especialidade [20] métodos analíticos que incorporam os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, numa análise plástica.

Contudo, neste ponto do trabalho, não se apresenta nenhum desses métodos indirectos para a contabilização dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, apenas se considera, para o efeito, o cálculo automático.

As situações que se apresentam correspondem, em termos de geometria da estrutura e rigidez das ligações, às apresentadas nos quadros 4.4 e 4.5, com a diferença do carregamento agora ser à rotura, de modo a provocar plastificação das ligações. Para isso, aumenta-se sucessivamente a carga até ao ponto pretendido. Nos quadros 4.8 e 4.9 observam-se os resultados obtidos, em termos de esforços, assim como a formação das rótulas plásticas assinaladas a “bold”.

$R_L$	Travessa	Rigidez da ligação	Nó	$M_f$ KNm	$M^{ap}_{el,II}$ kNm	$M^{ex}_{el,II}$ kNm	Erro (%)	$M^{ex}_{ep,II}$ kNm	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
4	IPE300	Rotulada na Base	1	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10	10.08	30.69
			2	-415.8	-423.78	-425.7	2.3	<b>-425.0</b>			
			22	91.79	96.88	97.00	5.4	92.30			
		Semi-rígida na base	1	49.14	50.33	49.96	1.6	49.82	0.07	13.66	29.02
			2	-418.14	-426.82	-428.20	2.3	<b>-425.0</b>			
			22	87.66	92.09	92.88	5.6	<b>92.30</b>			
Rígida na base	1	268.5	275.82	275.20	2.4	287.7	0.06	15.75	23.48		
	2	-426.8	-436.39	-439.50	2.9	<b>-425.0</b>					
	22	67.90	73.41	73.55	7.7	<b>92.30</b>					

**Quadro 4.8** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para a situação de rotura e para o vão de 20 metros.

$R_L$	Travessa	Rigidez da ligação	Nó	$M_I$ KNm	$M^{ap.}_{el,II}$ kNm	$M^{ex.}_{el,II}$ KNm	Erro (%)	$M^{ex.}_{ep,II}$ kNm	$\frac{V_{sd}}{V_{cr}}$	$\lambda^{AS}$	$\lambda^S$
		Rotulada na base	1	0.00	0.00	0.00	0.0	0.00	0.14	7.05	18.37
			2	-428.0	-441.82	-440.4	2.8	<b>-425.0</b>			
			22	59.74	67.18	65.57	8.9	65.56			
6	IPE300	Semi-rígida na base	1	54.90	57.26	56.03	2.0	56.08	0.11	8.78	17.12
			2	-425.0	-439.65	-437.4	2.8	<b>-425.0</b>			
			22	53.95	61.56	59.72	9.7	59.99			
		Rígida na base	1	286.9	301.01	295.3	2.8	381.0	0.11	8.75	13.08
			2	-430.2	-446.60	-443.8	3.1	<b>-425.0</b>			
			22	31.09	39.28	36.64	15.14	77.88			

**Quadro 4.9** Comparação entre os vários valores do momento flector nas ligações, para a situação de rotura e para o vão de 30 metros.

Em que:

$M_I$  – Momento elástico de 1.<sup>a</sup> ordem, para o carregamento real;

$M^{ap.}_{el,II}$  – Momento elástico de 2.<sup>a</sup> ordem, determinado pelo método aproximado;

$M^{ex.}_{el,II}$  – Momento elástico de 2.<sup>a</sup> ordem, determinado pelo método automático;

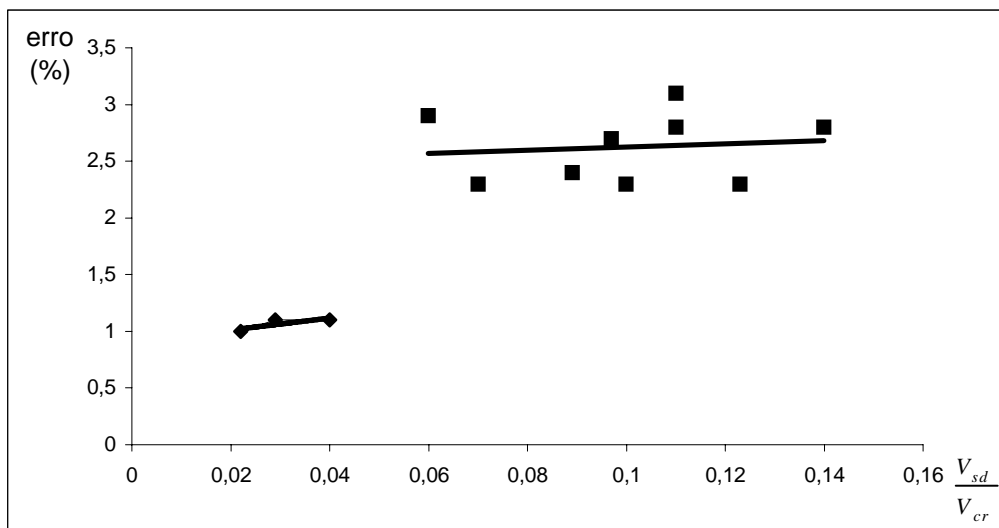
Erro – Erro, em percentagem, verificado pela diferença de  $M_I - M^{ex.}_{el,II}$ ;

$M^{ex.}_{ep,II}$  - Momento elasto-plástico de 2.<sup>a</sup> ordem, determinado pelo método automático.

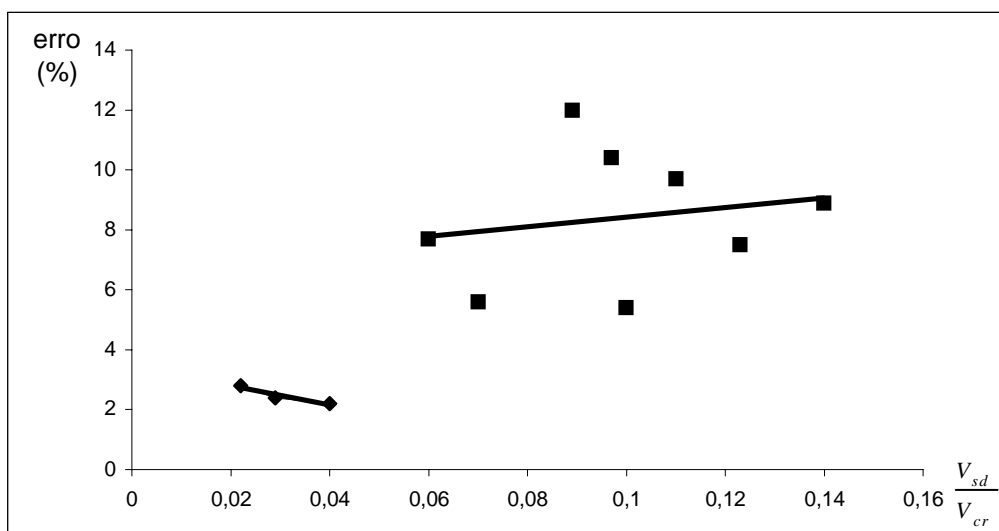
De referir que, no capítulo 3, foi apresentado um estudo mais alargado, em termos de análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem.

#### 4.5 CONCLUSÕES ESPECÍFICAS

Um dos objectivos deste capítulo é tentar avaliar o domínio de validade da necessidade de se considerar os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, numa análise elástica. Para isso, reuniram-se todos os resultados referentes à relação  $V_{SD} / V_{cr}$  e ao erro que evidencia a diferença entre os esforços de 1.<sup>a</sup> e 2.<sup>a</sup> ordem, apresentados nos quadros 4.4, 4.5, 4.8 e 4.9. Representa-se no eixo das abcissas a relação  $V_{SD} / V_{cr}$  e no eixo das ordenadas o referido erro, para as várias situações estudadas. Assim, pode, de alguma forma, avaliar-se tendencialmente o intervalo preconizado pelo EC3 [2], para que esses mesmos efeitos sejam necessariamente considerados.



**Figura 4.7** Linhas de tendência por regressão linear. Ligação pilar-travessa.



**Figura 4.8** Linhas de tendência por regressão linear. Ligação travessa-travessa.

Nos quadros 4.4, 4.5, 4.8 e 4.9 pode observar-se que, para carregamentos do tipo do considerado nesta análise, a relação  $V_{SD} / V_{cr}$  é sempre menor que 0,14, não atingindo o valor 0,25, valor este que limita a possibilidade de utilização do método aproximado de amplificação de momentos preconizado pelo EC3 [2].

Observando as figuras 4.8 e 4.9, pode avaliar-se que os erros da não consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, começam a ser significativos, na ordem dos 3% para a ligação pilar-travessa e dos 8% na ligação travessa-travessa, em estruturas do tipo das estudadas a partir de  $V_{SD} / V_{cr} \geq 0,05$  e não a partir de 0,1 como seria de esperar.

Intervalo	Erro (%) [ $M_I - M_{el,II}^{ex.}$ ]		Classificação	Tipo de Análise
	Ligação Pilar- Travessa	Ligação Travessa -Travessa		
$\frac{V_{SD}}{V_{CR}} < 0.05$	$\cong 1$	$\cong 2$	PSDL	Análise elástica de 1ª ordem.
$0.05 \leq \frac{V_{SD}}{V_{CR}} < 0.14$	$\cong 2.5$	$\cong 8$	PCDL	Análise elástica de 2.º ordem, automática ou utilizando o método aproximado.

**Quadro 4.10** Quadro resumo de definição dos intervalos que obrigam à consideração dos efeitos de 2.ª ordem, para uma análise elástica.

## *Capítulo 5*

# **VALIDAÇÃO DA ANÁLISE DINÂMICA**

## **5.1 ANÁLISE DA FREQUÊNCIA PRÓPRIA DA ESTRUTURA**

### **5.1.1 Introdução**

Neste capítulo, apresenta-se a validação da análise dinâmica do pórtico de calibração. Começa-se por determinar a frequência própria do referido pórtico, através de métodos analíticos, para depois se comparar o resultado com o obtido através do método numérico. De seguida, apresenta-se a validação da análise dinâmica. Esta validação consiste, uma vez mais, em comparar os resultados obtidos com o método analítico com os resultados do método automático. Excita-se a estrutura com um carregamento sinusoidal, para depois se determinar a resposta, considerando a estrutura não amortecida e amortecida. Por fim, estuda-se a resposta da mesma estrutura a um carregamento cíclico.

### **5.1.2 Frequências da estrutura determinadas automaticamente.**

A primeira etapa de uma análise de resposta espectral envolve a determinação dos modos de vibração da estrutura e dos seus vectores e valores próprios. Para o efeito, o programa LUSAS [1] utiliza o método de iteração numérico por sub-espacos [21].

Os vectores próprios calculados são posteriormente usados na resposta espectral. Deve-se especificar a opção para normalizar a estrutura na matriz de massa condensada, de modo a que a normalização ocorra unitariamente por defeito.

A determinação da frequência própria de uma estrutura é feita usando a extracção dos valores próprios.

Depois de calcular os pares pretendidos, a solução é completada pela estimativa do erro de cálculo e a precisão com que os valores e vectores próprios foram calculados.

Do programa de cálculo automático obtêm-se os valores próprios que permitem determinar as frequências próprias da seguinte forma:

$$\lambda_1 = 9253.05 \quad f_1 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{9253.05}}{2\pi} = 15.31 \text{ Hz} \quad (5.1)$$

$$\lambda_2 = 172774 \quad f_2 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{172774.0}}{2\pi} = 66.15 \text{ Hz} \quad (5.2)$$

$$\lambda_3 = 341212 \quad f_3 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{341212}}{2\pi} = 92.96 \text{ Hz} \quad (5.3)$$

$$\lambda_4 = 5226220 \quad f_4 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{5226220}}{2\pi} = 115.06 \text{ Hz} \quad (5.4)$$

$$\lambda_5 = 1785950 \quad f_5 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{1785950}}{2\pi} = 212.70 \text{ Hz} \quad (5.5)$$

$$\lambda_6 = 1961910 \quad f_6 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{1961910}}{2\pi} = 222.93 \text{ Hz} \quad (5.6)$$

$$\lambda_7 = 2223010 \quad f_7 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2223010}}{2\pi} = 237.30 \text{ Hz} \quad (5.7)$$

$$\lambda_8 = 2641360 \quad f_8 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{2641360}}{2\pi} = 258.66 \text{ Hz} \quad (5.8)$$

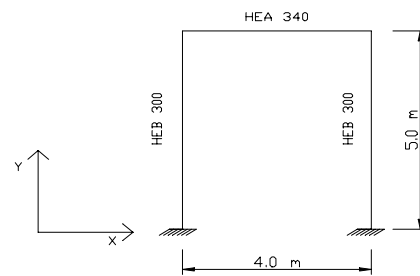
$$\lambda_9 = 5513640 \quad f_9 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{5513640}}{2\pi} = 373.71 \text{ Hz} \quad (5.9)$$

$$\lambda_{10} = 6866240 \quad f_{10} = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} = \frac{\sqrt{6866240}}{2\pi} = 417.04 \text{ Hz} \quad (5.10)$$

### 5.1.3 Determinação analítica da frequência fundamental da estrutura

A estrutura que se considera para a validação da análise dinâmica é mais uma vez o pórtico simples apresentado na figura 5.1.

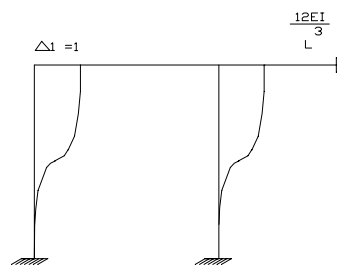
Determina-se a frequência fundamental do pórtico, primeiro através do método de Stodola [22] e depois através do método de Rayleigh [22].



Perfil	Momento de Inércia
HEB 300	25170 cm <sup>2</sup>
HEA 340	27690 cm <sup>2</sup>

**Figura 5.1** Pórtico de calibração.

Determina-se da matriz de rigidez da estrutura [8].



**Figura 5.2** Grau de liberdade da estrutura a estudar.

$$K_{11} = 2 \times \frac{12 \times 2,05 \times E^8 \times 25170 \times E^{-8}}{5^3} = 9906,912 \text{ KN/m} \quad (5.11)$$

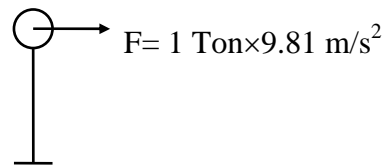
Aplica-se o método de Stodola [22], para determinar a frequência própria da estrutura.

$$[K - W^2 M] = 0; \text{ com } M = 1 \text{ Ton.} \quad (5.12)$$

$$W = \sqrt{9906,912} = 99,53 \text{ Hz.Rad (Frequência angular)} \quad (5.13)$$

$$f = \frac{W}{2\pi} = \frac{99,53}{2\pi} = 15,84 \text{ Hz} \quad (5.14)$$

Ou aplica-se o método de Rayleigh [22] .



**Figura 5.3** Concentração da massa do pórtico ao nível da viga.

$$9906.912 \times d_1 = 9.81 \quad (5.15)$$

$$d_1 = \frac{9.81}{9906.912} \quad (5.16)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9.81 \times 1 \times \frac{9.81}{9906.912}}{\frac{9.81^2}{9906.912^2}}} = 15.84 \text{ Hz} \quad (5.17)$$

#### 5.1.4 Conclusão da análise de frequências da estrutura

No quadro 5.1 apresenta-se a frequência própria determinada pelos diferentes métodos. Como se pode observar, o valor da frequência é basicamente o mesmo.

MÉTODO	FREQUÊNCIA, (Hz)
MEF	15.31
STODOLA	15.84
RAYLEIGH	15.84

**Quadro 5.1** Frequências próprias do pórtico de calibração determinadas pelos diferentes métodos.

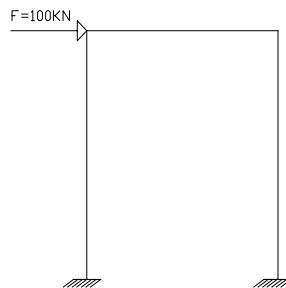
## 5.2 ANÁLISE DINÂMICA

### 5.2.1 Introdução

Para se proceder à validação da análise dinâmica da estrutura, comparam-se os resultados obtidos, através do método analítico e automático, de um exemplo de carregamento sinusoidal, como o que se mostra na figura 5.6.

Considera-se a estrutura original, como se evidencia na figura 5.4, sujeita a uma força horizontal cujo valor varia ao longo do tempo, segundo a lei sinusoidal,

$$F(t) = 5 \times \text{sen}\left(2\pi \frac{1}{0.4} t\right) \quad (5.18)$$

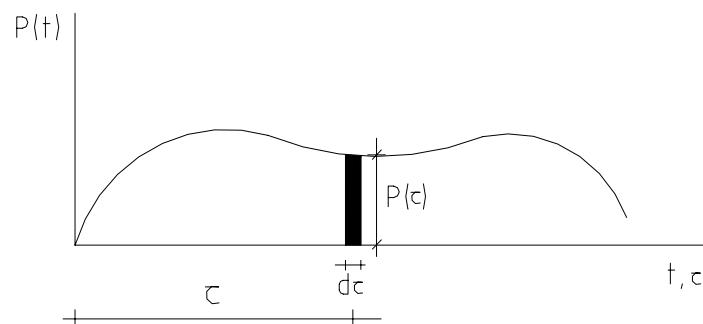


**Figura 5.4** Carregamento aplicado dinamicamente.

Resolve-se o problema analítica e automaticamente e, posteriormente, comparam-se os resultados. Os resultados que se obtêm dizem respeito aos deslocamentos horizontais, ao nível da viga.

### 5.2.2 Definição da acção dinâmica geral

#### 5.2.2.1 Introdução teórica



**Figura 5.5** Variação do carregamento ao longo do tempo.

Impulso instantâneo aplicado a um sistema em repouso para  $t = 0$ , [22], [23], [24].

$$\dot{y}(t < 0) = y(t < 0) = 0 \quad (5.19)$$

Da segunda lei de Newton, vem:

$$m \frac{d\dot{y}}{dt} = F(t) \quad (5.20)$$

$$d\dot{y} = \frac{F(t)}{m} dt = \frac{I}{m}, \quad I = \text{Impulso instantâneo} \quad (5.21)$$

A resposta do sistema é:

$$y(t) = \frac{I}{mW} \text{sen}(Wt) - (\text{não amortecido}) \quad (5.22)$$

$$y(t) = \frac{I}{mW_D} e^{-\frac{c}{2m}t} \text{sen}(W_D t) - (\text{amortecido}) \quad (5.23)$$

A resposta total será a soma de cada um dos impulsos:

$$\dot{y}(0) = y(0) = 0 \quad (5.24)$$

- Resposta ao impulso instantâneo  $P(\tau)d\tau$

$$dy(t) = \frac{P(\tau)d\tau}{mw} \text{sen}(w(t-\tau)) \text{ (não amortecido)} \quad (5.25)$$

A resposta total é dada pelo integral de Duhamel [22], [23], [24]:

$$y(t) = \frac{1}{mw} \int_0^t P(\tau) \text{sen}(w(t-\tau)) d\tau \quad (5.26)$$

No caso das condições iniciais serem  $\neq 0$ , para o sistema não amortecido, tem-se:

$$y(t) = \frac{\dot{y}(0)}{w} \text{sen } wt + y(0) \cos wt + \frac{1}{mw} \int_0^t P(\tau) \text{sen}(w(t-\tau)) d\tau \quad (5.27)$$

Para o sistema amortecido:

$$y(t) = \frac{1}{w_D} (\dot{y}(0) + \frac{\delta}{T} y(0)) e^{-\frac{c}{2m}t} \text{Sen } w_D t + y(0) e^{-\frac{c}{2m}t} \text{Cos } w_D t + \frac{1}{mw_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen } (w_D(t-\tau)) d\tau \quad (5.28)$$

### 5.2.3 Cálculo analítico da resposta não amortecida

Considera-se um sistema não amortecido com 1 grau de liberdade e uma força impulsiva P(t), actuando durante um intervalo de tempo t<sub>0</sub>. Assume-se que y(t<0)= $\dot{y}(t<0)=0$  [22], [23], [24].

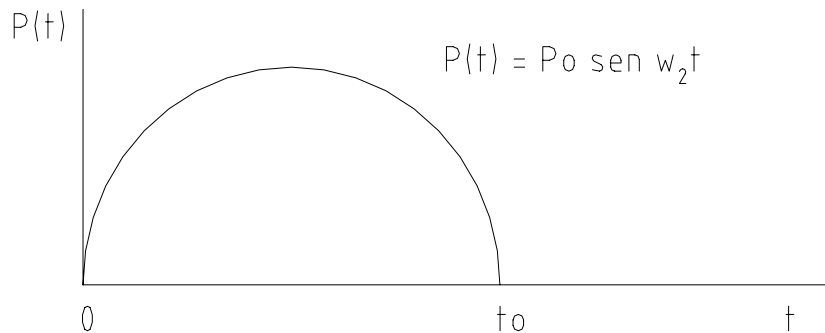


Figura 5.6 Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.

Para

$$0 < t < t_0 \quad \text{e} \quad P(t) = P_0 \text{sen } w_2 t = P(\tau)$$

Tem-se:

$$y(t) = \frac{1}{mw} \int_0^t P(\tau) \text{sen}(w(t-\tau)) d\tau = \frac{1}{mw} \int_0^t P_0 \text{sen}(w_2 \tau) \text{Sen}(w(t-\tau)) d\tau$$

$$= \frac{P_0}{2mw} \int_0^t -\cos(w_2 \tau + w(t-\tau)) + \cos(w_2 \tau - w(t-\tau)) d\tau$$

$$= \frac{P_0}{2mw} \left[ \int_0^t \underbrace{-\cos(w_2 \tau + w(t-\tau))}_{*} d\tau + \int_0^t \underbrace{\cos(w_2 \tau - w(t-\tau))}_{**} d\tau \right] \quad (5.29)$$

$$\int_0^t -\cos(w_2\tau + w(t-\tau))d\tau = \int_0^t -\cos(w_2\tau + wt - w\tau)d\tau = \frac{1}{w_2 - w} (\text{sen}(wt) - \text{sen}(w_2t))$$

\*

$$\int_0^t \cos(w_2\tau - w(t-\tau))d\tau = \int_0^t \cos(w_2\tau - w(t-\tau))d\tau = \frac{1}{w_2 + w} (\text{sen}(w_2t) - \text{sen}(-wt))$$

\*\*

Então:

$$y(t) = \frac{P_0}{2mw} \left( \frac{1}{w_2 + w} (\text{sen}(wt) - \text{sen}(w_2t)) + \frac{1}{w_2 + w} (\text{sen}(w_2t) - \text{sen}(-wt)) \right)$$

$$= \frac{P_0}{mw} \left( \text{sen}(wt) \frac{w_2}{w_2^2 - w^2} - \text{sen}(w_2t) \frac{w}{w_2^2 - w^2} \right) \tag{5.30}$$

Sendo:

m - Massa concentrada ao nível do piso;

w - Frequência angular da estrutura;

w<sub>2</sub> - Frequência angular do carregamento.

Multiplicando a expressão anterior por  $\frac{1}{w}$  obtém-se:

$$y(t) = \frac{P_0}{mw^2} \left( -\text{sen}(wt) \frac{\frac{w_2}{w}}{-w_2^2 + w^2} + \text{sen}(w_2t) \frac{\frac{w}{w}}{-w_2^2 + w^2} \right)$$

$$= \frac{P_0}{mw^2} \left( -\text{sen}(wt) \frac{\frac{w_2}{w}}{\frac{w^2}{w^2} - \frac{w_2^2}{w^2}} + \text{sen}(w_2t) \frac{1}{\frac{w^2}{w^2} - \frac{w_2^2}{w^2}} \right) \tag{5.31}$$

Se se fizer:

$$\beta = \frac{w_2}{w}; \quad k = mw^2 \tag{5.32}$$

Tem-se

$$y(t) = \frac{P_0}{k} \left( \text{sen}(w_2t) \frac{1}{1 - \beta^2} - \text{sen}(wt) \frac{\beta}{1 - \beta^2} \right) \tag{5.33}$$

$$y(t) = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} (\text{sen}(w_2 t) - \beta \text{sen}(w t)) \quad (5.34)$$

Em que:

$\frac{P_0}{k}$  - Deslocamento estático;

$\frac{1}{1 - \beta^2}$  - Factor de amplificação dinâmica;

$\text{sen}(w_2 t)$  - Resposta estacionária;

$\beta \text{sen}(w t)$  - Resposta transitória.

Para

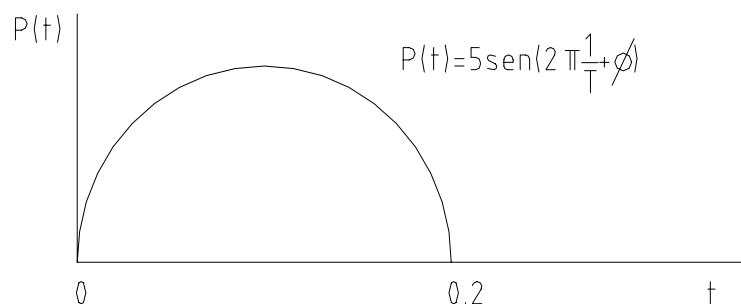
$$t > t_0 \text{ e } P(t) = 0 = P(\tau)$$

Tem-se

$$y(t) = \frac{\dot{y}(t_0)}{w} \text{sen}(w(t-t_0)) + y(t_0) \cos(w(t-t_0)) \quad (5.35)$$

#### 5.2.4 Exemplo de cálculo

Para o exemplo de validação, considera-se um carregamento sinusoidal com as características definidas a seguir, figura 5.7, para a estrutura estudada atrás com 1 grau de liberdade.



**Figura 5.7** Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.

A frequência angular do carregamento é:

$$\omega_2 = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi \frac{1}{0.4} = 15.07796 \text{ rad s}^{-1} \quad (5.36)$$

A frequência angular da estrutura é:

$$\omega = 2\pi \frac{1}{T} = 2\pi f = 96.19277 \text{ rad s}^{-1} \quad (5.37)$$

$$P_0 = 5 \text{ KN}$$

$$m = 1 \text{ Ton}$$

Para:

$$0 < t < t_0 \text{ e } P(t) = P_0 \text{ sen } \omega_2 t = P(\tau)$$

Tem-se:

$$y(t) = \frac{5}{1 \times 96.19277} \left( -\text{sen}(96.19277t) \frac{15.07796}{96.192^2 - 15.077^2} + \right. \\ \left. + \text{sen}(15.07796t) \frac{96.19277}{96.192^2 - 15.077^2} \right) \quad (5.38)$$

ou:

$$y(t) = \frac{5}{1 \times 96.19277^2} \frac{1}{1 - \left( \frac{15.07}{96.19} \right)^2} \left( \text{sen}(15.07t) - \frac{15.07}{96.19} \text{sen}(96.19t) \right) \quad (5.39)$$

Para:

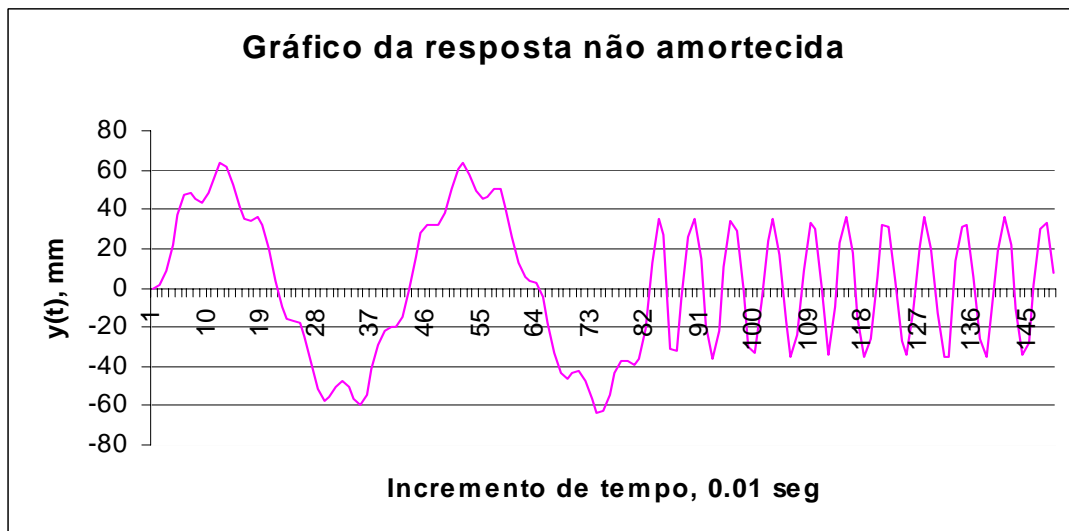
$$t > t_0 \text{ e } P(t) = 0 = P(\tau)$$

Tem-se:

$$y(t) = \frac{0.71798}{96.192} \text{sen}(96.192(t-0.8)) - 0.035817 \text{cos}(96.192(t-0.8)) \quad (5.40)$$

Pressupõe-se que o carregamento sinusoidal caracterizado anteriormente actua durante o intervalo de tempo  $t=0$  seg. e  $t=0.8$  seg., com incrementos de tempo de 0.01 seg., a partir do qual a estrutura vibra livremente sem amortecimento. Nesta última fase considera-se o incremento de tempo de 0.1 Seg..

Obtém-se, então, o gráfico da figura 5.8 que representa a resposta final da estrutura não amortecida.



**Figura 5.8** Gráfico da resposta não amortecida ao longo do tempo determinado analiticamente.

### 5.2.5 Cálculo automático da resposta não amortecida

Neste ponto, procede-se ao cálculo automático do mesmo problema. Para isso é necessário formular o ficheiro de entrada de dados, no que respeita à definição da variação da carga ao longo do tempo. Por tal facto, define-se uma curva sinusoidal com as características já referidas. Seguidamente, atribui-se essa mesma curva ao carregamento indicado, ou seja, à força horizontal de 100 KN.

As características da curva são as seguintes:

$$F(t) = A \times \text{sen}(2\pi f(t-t_0) + \phi) = 5 \times \text{sen}\left(2\pi \frac{1}{0.4} t\right) \quad (5.41)$$

Sendo:

$A = 5$  - Amplitude;

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4}$  - Frequência do carregamento;

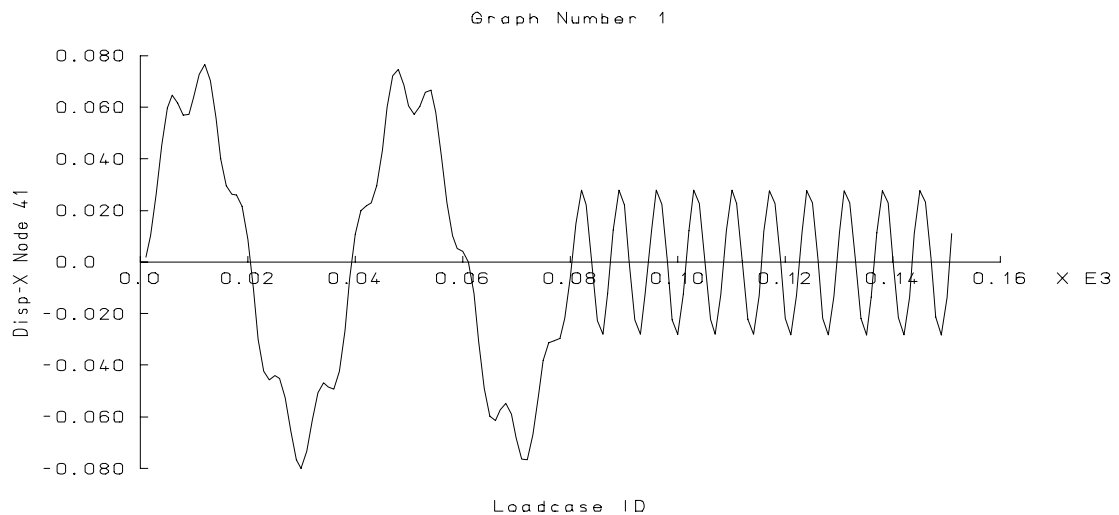
$\phi = 0$  - Ângulo de fase;

$t_0 = 0$  - Valor inicial para o tempo ou início do carregamento.

É importante referir que os resultados automáticos variam, consoante a incrementação de intervalos de tempo que se adoptam, isto é, se se adoptam intervalos de tempo grandes ou pequenos.

Por conseguinte, este exercício serve também para aferir qual seria o melhor intervalo de tempo a adoptar, de modo que não haja perda de informação com o menor tempo de cálculo possível. Depois de se tentarem outros incrementos de tempo, conclui-se que os adoptados no cálculo analítico eram satisfatórios e vantajosos, em termos comparativos.

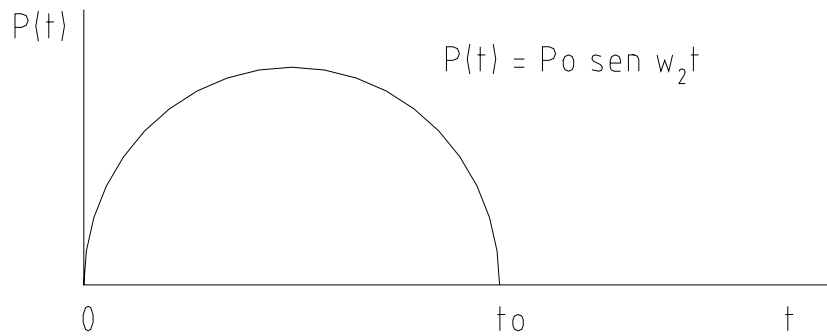
Chega-se, então, ao gráfico da resposta final da estrutura não amortecida, que se apresenta na figura 5.9.



**Figura 5.9** Gráfico da resposta não amortecida ao longo do tempo, calculado automaticamente.

### 5.2.6 Cálculo analítico da resposta amortecida

Considera-se o mesmo sistema, amortecido com 1 grau de liberdade e a mesma força impulsiva  $P(t)$ , actuando durante um intervalo de tempo  $t_0$ . Adota-se  $y(t<0)=\dot{y}(t<0)=0$ .



**Figura 5.10** Variação sinusoidal da carga ao longo do tempo.

Para:

$$0 < t < t_0 \text{ e } P(t) = P_0 \text{ Sen } w_2 t = P(\tau)$$

Vem:

$$y(t) = \frac{1}{mw_D} \int_0^t P(\tau) e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_D(t-\tau)) d\tau = \frac{1}{mw_D} \int_0^t P_0 \text{sen}(w_2 \tau) e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_D(t-\tau)) d\tau$$

$$y(t) = \frac{P_0}{mw_D} \int_0^t e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{Sen}(w_2 \tau) \text{Sen}(w_D(t-\tau)) d\tau \quad (5.42)$$

Primitivando por partes e fazendo:

$$V' = \text{sen}(w_2 \tau) \text{sen}(w_D(t-\tau))$$

$$U = e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)}$$

$$P(UV') = UV' - P(U'V') \quad (5.43)$$

$$\begin{aligned}
 Y(t) &= \frac{P_0}{2mw_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \left( -\frac{1}{w_2 - w_D} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) + \frac{1}{w_2 + w_D} \text{sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right) \right]_0^t \\
 &- P \left[ \frac{c}{2m} e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \left( -\frac{1}{w_2 - w_D} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) + \frac{1}{w_2 + w_D} \text{sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right) \right] = \\
 &= \frac{P_0}{2mw_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \left( -\frac{1}{w_2 - w_D} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) + \frac{1}{w_2 + w_D} \text{sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right) \right]_0^t \\
 &+ \frac{P_0}{2mw_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 - w_D} P \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right] \quad (*) \\
 &- \frac{P_0}{2mw_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 + w_D} P \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{Sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right] \quad (**) \quad (5.44)
 \end{aligned}$$

(\*)

$$P \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right] =$$

$$\frac{4m^2(w_2 - w_D)}{4m^2(w_2 - w_D)^2 + c^2} \left[ -e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \cos(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right]_0^t + \frac{2mc}{4m^2(w_2 - w_D)^2 + c^2} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right]_0^t$$

$$(**) \quad P \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{Sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right] =$$

$$\frac{4m^2(w_2 + w_D)}{4m^2(w_2 + w_D)^2 + c^2} \left[ -e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{Cos}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right]_0^t + \frac{2mc}{4m^2(w_2 + w_D)^2 + c^2} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{Sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right]_0^t$$

Resulta:

$$y(t) = \frac{P_0}{m w_D} \int_0^t e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(w_2 \tau) \text{sen}(w_D (t - \tau)) d\tau =$$

$$\begin{aligned} & \frac{P_0}{2m w_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \left( -\frac{1}{w_2 - w_D} \text{sen}(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) + \frac{1}{w_2 + w_D} \text{sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right) \right]_0^t \\ & - \frac{4m^2(w_2 - w_D)}{4m^2(w_2 - w_D)^2 + c^2} \frac{P_0}{2m w_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 - w_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \cos(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right]_0^t \\ & + \frac{2mc}{4m^2(w_2 - w_D)^2 + c^2} \frac{P_0}{2m w_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 - w_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \cos(w_D t + \tau(w_2 - w_D)) \right]_0^t \\ & + \frac{4m^2(w_2 + w_D)}{4m^2(w_2 + w_D)^2 + c^2} \frac{P_0}{2m w_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 + w_D} \left[ -e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \cos(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right]_0^t \\ & - \frac{2mc}{4m^2(w_2 + w_D)^2 + c^2} \frac{P_0}{2m w_D} \frac{c}{2m} \frac{1}{w_2 + w_D} \left[ e^{-\frac{c}{2m}(t-\tau)} \text{sen}(\tau(w_2 + w_D) - w_D t) \right]_0^t \end{aligned} \quad (5.45)$$

Depois de simplificada a expressão anterior e substituídas as constantes pelos seus valores, resulta que esta última toma a forma que se apresenta de seguida:

$$w_2 = 15.077 \text{ rad s}^{-1} \quad (5.46)$$

$$w_D = 96.192 \text{ rad s}^{-1}; \quad w_D = w \sqrt{1 - \xi^2} = w \sqrt{1 - 0.05^2} \cong w \quad (5.47)$$

$$P_0 = 5 \text{ KN} \quad (5.48)$$

$$m = 1 \text{ ton.} \quad (5.49)$$

$$c = \xi \times 2 \times m \times w_D = 9.61956 \text{ ton s}^{-1} \quad (5.50)$$

$$\delta = \frac{c \pi}{m w_D} = 0.31417 \quad (5.51)$$

Para:

$$0 < t < t_0 \text{ e } P(t) = P_0 \text{ Sen } w_2 t = P(\tau)$$

$$y(t) = \frac{1}{2 \times 96.192} \left[ 0.021254 \text{Sen}(15.077t) - 0.0003407 \text{Cos}(15.077t) - 0.012284 e^{-4.809t} \text{Sen}(96.192t) - 0.008970 e^{-4.809t} \text{Sen}(-96.192t) + 0.00072845 e^{-4.809t} \text{Cos}(96.192t) - 0.00038775 e^{-4.809t} \text{Cos}(-96.192t) \right] \quad (5.52)$$

Para:

$$t > t_0 \text{ e } P(t) = 0 = P(\tau)$$

$$Y(t) = \frac{1}{96.192} \left[ 0.58661 e^{-4.809(t-0.8)} \text{sen}(96.192(t-0.8)) - 0.02767 e^{-4.809(t-0.8)} \text{cos}(-96.192(t-0.8)) \right] \quad (5.53)$$

Se se considerar a incrementação de tempo que já se referiu atrás, resulta para a resposta da estrutura amortecida o seguinte gráfico da figura 5.11.

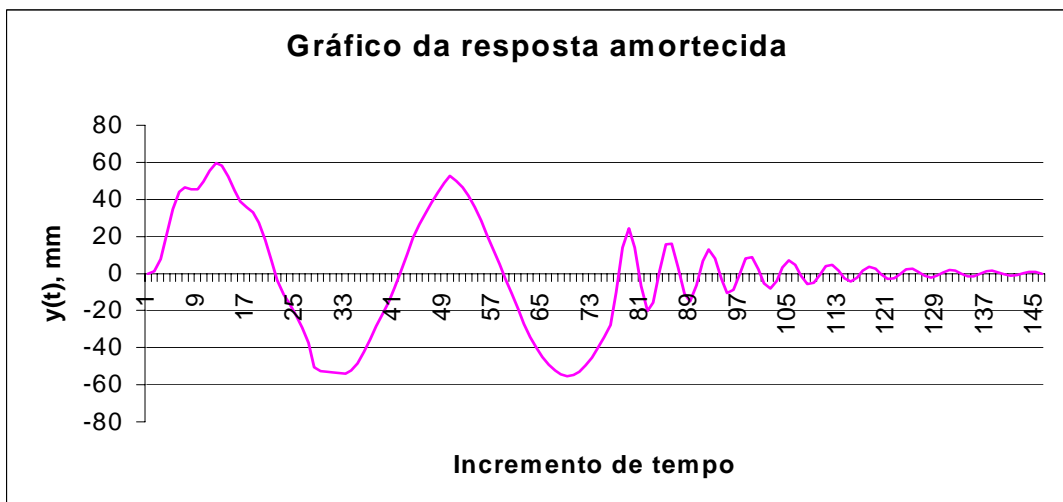


Figura 5.11 Gráfico da resposta amortecida ao longo do tempo determinado analiticamente.

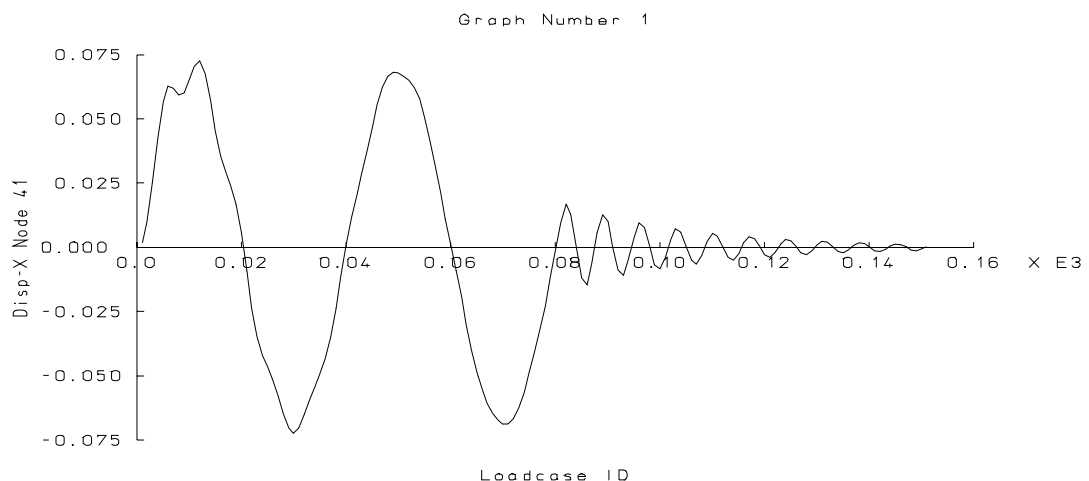
### 5.2.7 Cálculo automático da resposta amortecida

Comparativamente ao cálculo numérico da resposta não amortecida, é necessário unicamente alterar as características do material, no que respeita ao amortecimento, introduzindo duas constantes,  $a_r$  e  $b_r$ , no ficheiro de dados.

$a_r = 9.61966$  – Constante multiplicativa da matriz de massa amortecida;

$b_r = -0.0111275E-6$  – Constante multiplicativa da matriz de rigidez amortecida;

Depois de se executar o novo problema, resultou o gráfico da figura 5.12 para a resposta amortecida da estrutura.

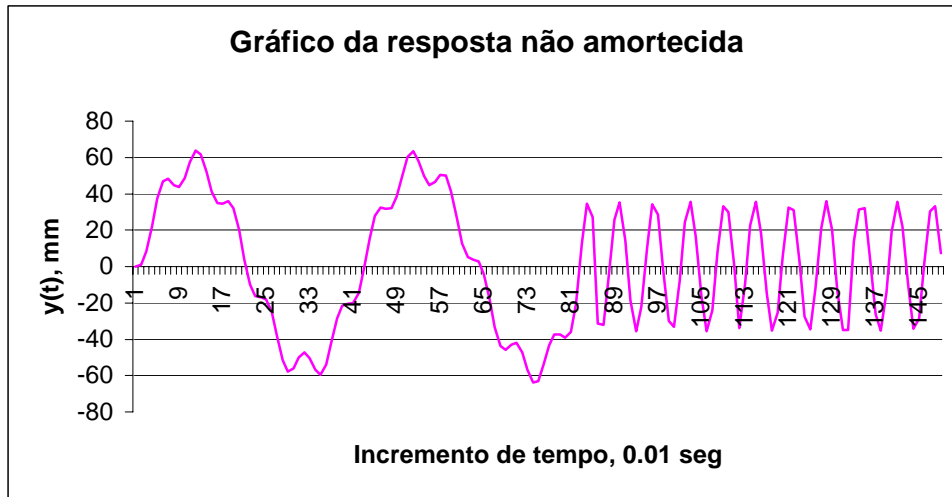


**Figura 5.12** Gráfico da resposta amortecida ao longo do tempo determinado automaticamente

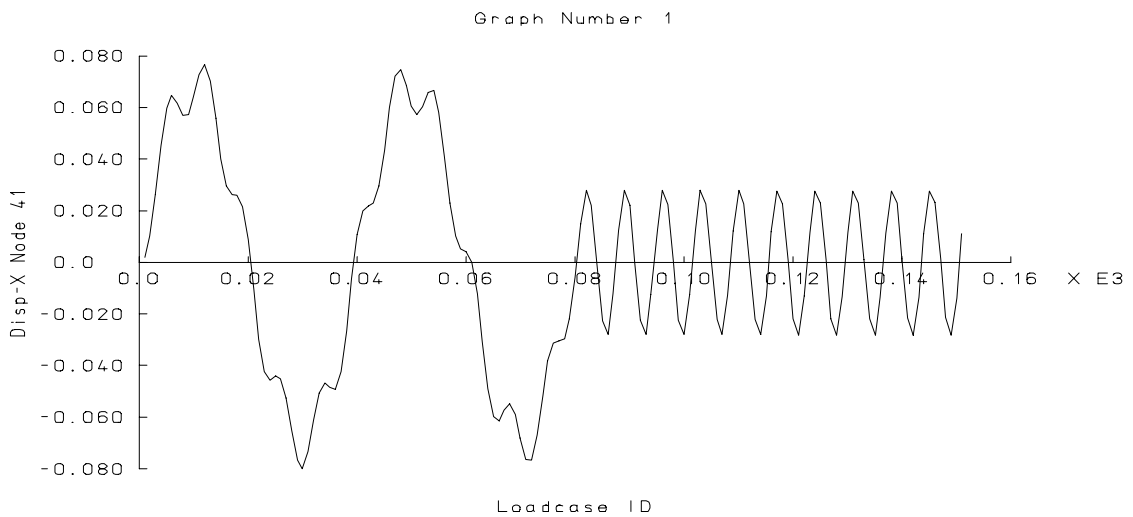
### 5.2.8 Conclusão da validação da análise dinâmica

Em suma, apresentam-se de seguida os gráficos que retratam a resposta analítica e automática da estrutura não amortecida e amortecida.

Fazendo uma observação comparativa das respostas não amortecida e amortecida, conclui-se que as mesmas se assemelham bastante.

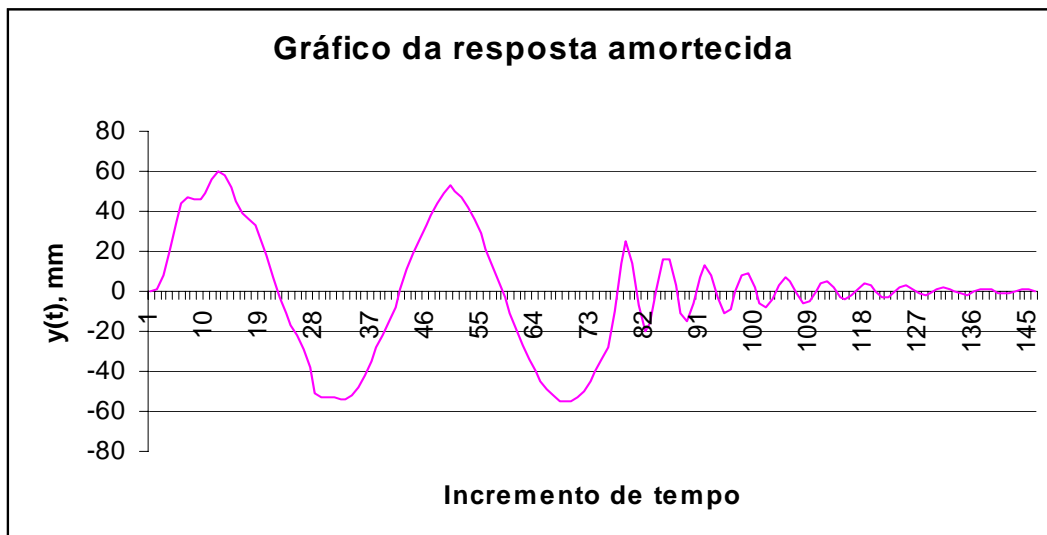


**Figura 5.13** Resposta não amortecida ao longo do tempo determinada analiticamente.

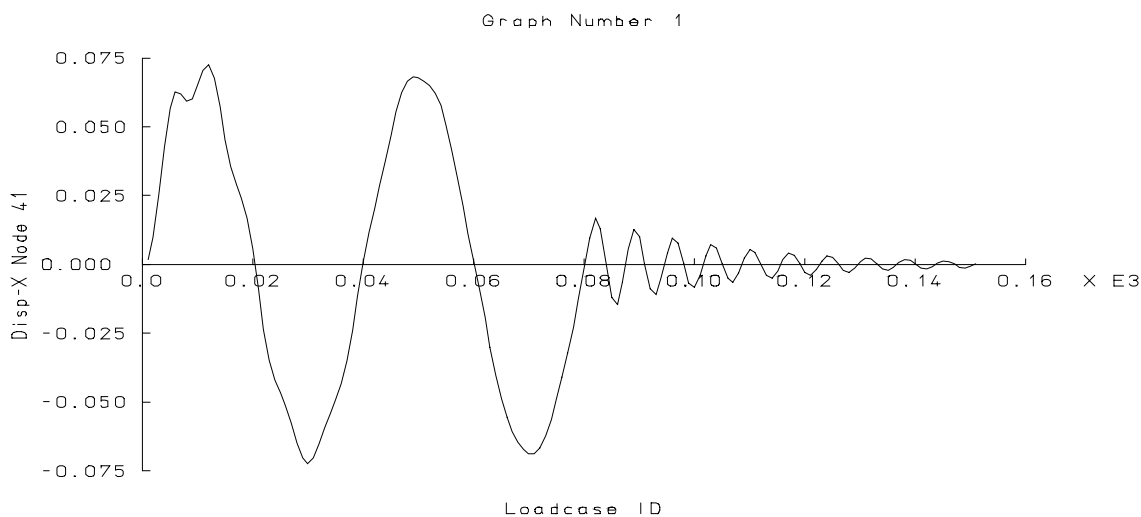


**Figura 5.14** Resposta não amortecida ao longo do tempo determinada automaticamente.

Como se disse atrás, considerou-se a aplicação do carregamento durante 0.8 segundos. Cada período de carga é completado ao fim de 0.4 segundos. O incremento de tempo utilizado para estudar a estrutura, na fase de carregamento, é de 0.01 segundo. Assim, o carregamento especificado tem a duração de dois períodos, o que corresponde claramente ao que as figuras mostram. A partir desse momento a estrutura vibra livremente, e o incremento de tempo passa a ser de 0.1 segundos.



**Figura 5.15** Resposta amortecida ao longo do tempo determinada analiticamente.



**Figura 5.16** Resposta amortecida ao longo do tempo determinada automaticamente.

### 5.3 TESTE DE AMORTECIMENTO

Aquando da formulação automática do problema de actuação duma carga cíclica, como se relatou nos pontos anteriores, trabalhou-se com a estrutura amortecida. É de todo o interesse verificar se o problema está bem formulado a esse nível, isto é, se os valores de amortecimento introduzidos correspondem aos que se pretendem na realidade.

Na maior parte dos casos o modelo de amortecimento utilizado em sistemas de elementos finitos é um modelo de amortecimento proporcional.

O amortecimento é formulado como a combinação linear das matrizes de massa e rigidez. É usualmente chamado de amortecimento de Rayleigh e é definido como a matriz de amortecimento  $\underline{C}$  [1].

$$\underline{C} = \mathbf{a}_r \underline{M} + \mathbf{b}_r \underline{K} \quad (5.54)$$

Faz-se esta simplificação por conveniência matemática e para simplificar os procedimentos da solução. Deve-se notar que a distribuição do amortecimento ao longo da estrutura é pouco conhecida, pelo que se aconselha o uso de modelos simplificados. Este modelo de distribuição proporcional do amortecimento fornece, para cada modo de vibração, a ordem de magnitude de amortecimento e prevê que a componente da resposta não seja controlada pelo amortecimento. Estes casos têm relevância em sistemas estruturais onde o amortecimento é importante, acima de 10% do amortecimento crítico, ou onde o amortecimento é concentrado em pequenas regiões da estrutura. Esta formulação é própria para casos em que o amortecimento é incluído na estrutura com o propósito específico de controlar a sua resposta.

Podem determinar-se os valores  $\mathbf{a}_r$  e  $\mathbf{b}_r$ , para dar uma correcta simulação do amortecimento entre duas frequências. Se o coeficiente de amortecimento para a frequência angular  $w_R$  é  $\zeta_R$  e se o coeficiente de amortecimento para a frequência angular  $w_S$  é  $\zeta_S$ , então ao valores de  $\mathbf{a}_r$  e  $\mathbf{b}_r$  são:

$$\mathbf{a}_r = \frac{2w_r w_s (\zeta_s w_r - \zeta_r w_s)}{w_r^2 - w_s^2} \quad (5.55)$$

$$\mathbf{b}_r = \frac{2(\zeta_r w_r - \zeta_s w_s)}{w_r^2 - w_s^2} \quad (5.56)$$

Se se considerar:

$$f_r = 15.31 \text{ Hz} \Rightarrow w_r = 96.19 \text{ Rad Hz} \quad (5.57)$$

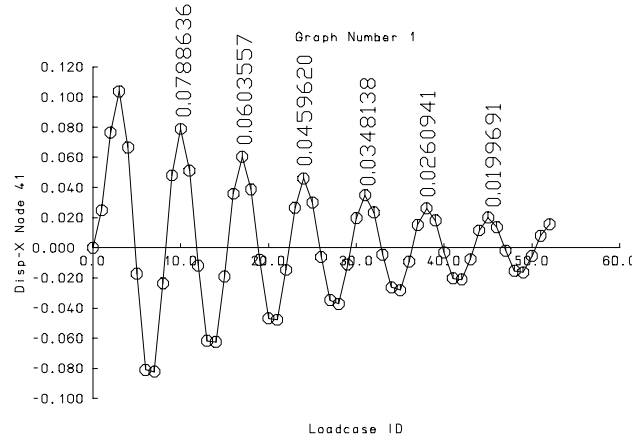
$$F_s = 66.15 \text{ Hz} \Rightarrow w_s = 96.19 \text{ Rad Hz} \quad (5.58)$$

Tem-se:

$$\mathbf{a}_r = 9.61966$$

$$\mathbf{b}_r = -0.011127559\text{E-}6$$

Depois de se formular um problema em que se aplica um impulso de força à estrutura e, logo de seguida, fica em vibração livre, obtém-se o gráfico de deslocamento/tempo que se apresenta na figura 5.17.



**Figura 5.17** Amortecimento da estrutura.

O amortecimento que realmente se observa na estrutura pode ser determinado através do gráfico da figura 5.17, pela aplicação da expressão 5.60 [1], como se denota:

$$\xi = \frac{w_D}{2\pi w_n} \ln \left( \frac{\varphi_\alpha}{\varphi_{\alpha+1}} \right) \quad (5.59)$$

$$\xi_{\text{aprox.}} = \left( \frac{\varphi_\alpha - \varphi_{\alpha+1}}{2\pi\varphi_{\alpha+1}} \right) = \frac{0.0788636 - 0.0603557}{2\pi \cdot 0.0603557} = 0.0488 \cong 0.05 = 5\% \quad (5.60)$$

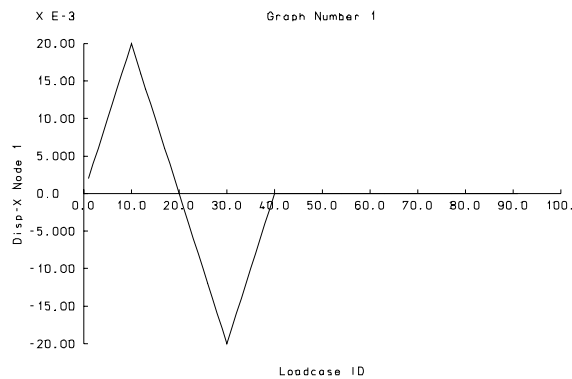
Recorda-se que o coeficiente de amortecimento assumido, tanto na aplicação automática como na aplicação analítica, foi de 5%. Na realidade, comprova-se pela expressão 5.60 que o coeficiente de amortecimento estrutural modelado é de 5%.

#### 5.4 APLICAÇÃO DE UMA CURVA DE CARGA DE DESLOCAMENTO/TEMPO NA BASE DA ESTRUTURA

É do interesse que na continuação futura deste trabalho se formule um tipo de acção, que será a imposição de deslocamentos e acelerações na base da estrutura ao longo do tempo, com vista à simulação de acções sísmicas. De referir que a estrutura em análise ainda

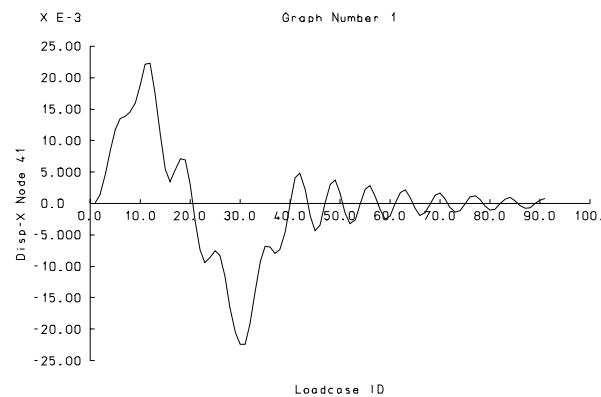
é a mesma, caracterizada anteriormente, ou seja, o pórtico plano simples de um andar e um tramo.

Assim, introduziu-se uma nova formulação com base numa curva de carga deslocamentos/tempo de acordo com a figura 5.18.



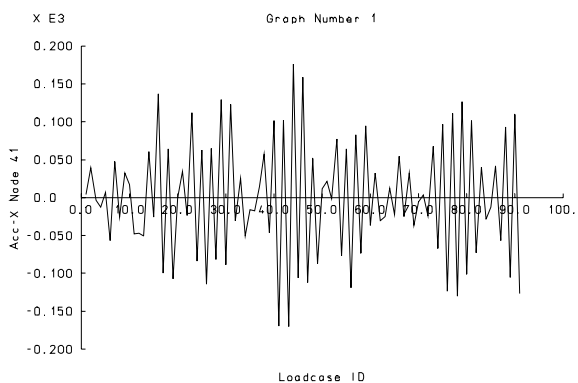
**Figura 5.18** Curva de carga, deslocamento na base ao longo do tempo.

Os deslocamentos que se observam ao nível da viga do pórtico em análise são os que se apresentam na figura 5.19.

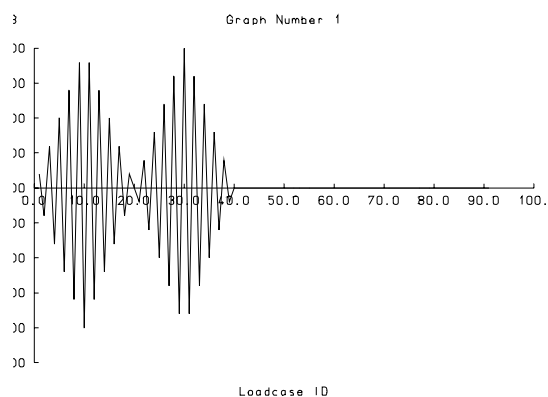


**Figura 5.19** Resultado observado para os deslocamentos ao nível da viga.

É de todo o interesse mostrar os resultados que se observam em termos de acelerações. Nos gráficos seguintes, do lado esquerdo, na figura 5.20, observam-se as acelerações na base da estrutura resultante dos deslocamentos impostos e, no gráfico do lado direito, figura 5.21, observam-se as acelerações ao nível da viga.



**Figura 5.20** Acelerações na base.

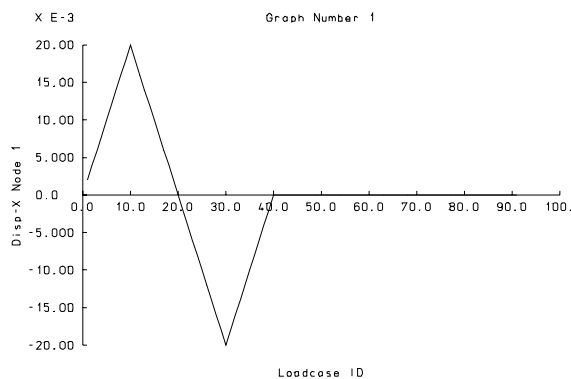


**Figura 5.21** Acelerações ao nível da viga.

## 5.5 APLICAÇÃO DE UMA CURVA DE CARGA DE ACELERAÇÃO/TEMPO NA BASE DA ESTRUTURA

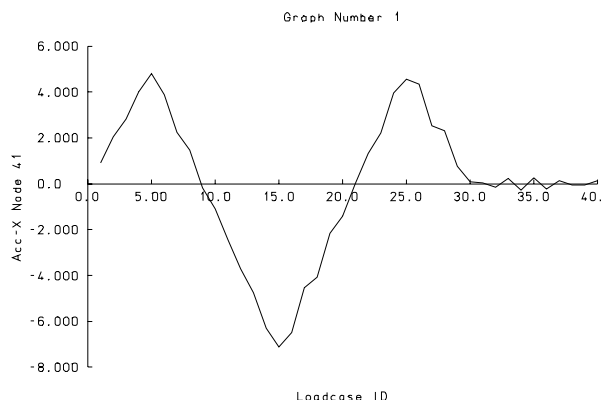
Será objecto de trabalhos futuros a simulação de acções sísmicas. Por conseguinte, será de toda a conveniência a formulação de curvas de carga de acelerações.

Como primeira hipótese de curva de aceleração no tempo imposta na base da estrutura, escolheu-se a que se apresenta na figura 5.22.

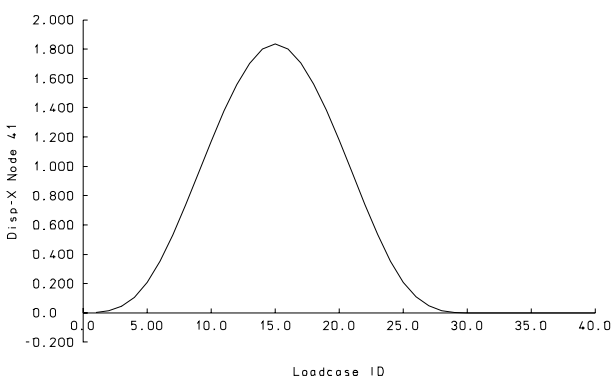


**Figura 5.22** Curva de carga, aceleração na base ao longo do tempo.

Esta curva produz uma resposta em termos de aceleração no tempo ao nível da viga da estrutura, como se mostra na página seguinte do lado esquerdo, figura 5.23, e uma resposta de deslocamento ao longo do tempo da estrutura ao nível da viga, como se mostra, figura 5.24, ao lado direito.



**Figura 5.23** Acelerações ao nível da viga.



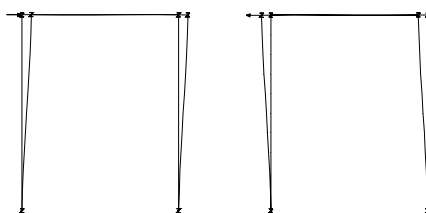
**Figura 5.24** Deslocamentos ao nível da viga.

Muito embora a curva de acelerações que se impõe seja simplificada, o exercício vale como problema de formulação e de teste. Teste este que se julga correctamente formulado, uma vez que a estrutura toma deslocamentos nulos após o final da acção.

## 5.6 RESPOSTA DA ESTRUTURA QUANDO SE APLICA UM CARREGAMENTO CÍCLICO

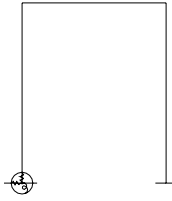
Com o objectivo de futuramente se estudar o comportamento de estruturas solicitadas a cargas cíclicas, simulou-se a resposta da estrutura em análise a um carregamento e descarregamento aplicado dinamicamente até à plastificação de uma rótula.

O carregamento aplicado indica-se na figura 5.25.



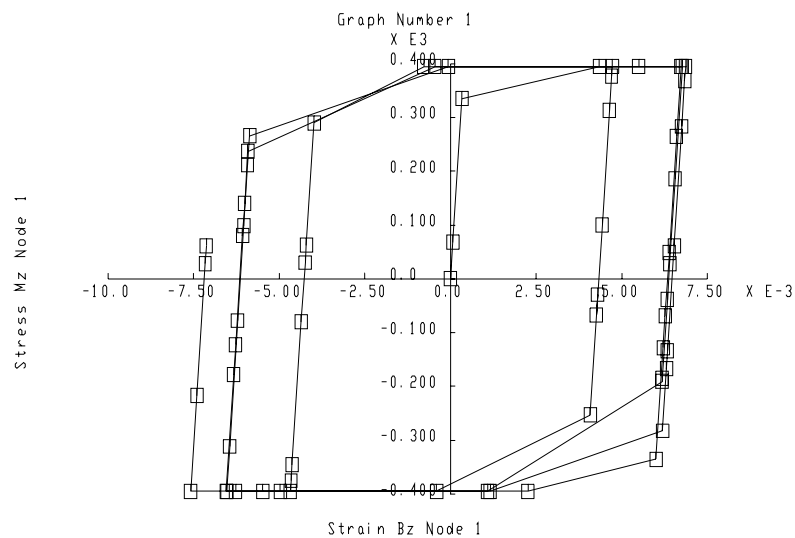
**Figura 5.25** Carga e descarga aplicadas dinamicamente

A rótula em estudo representa-se na figura 5.26. De referir que se admite unicamente a plastificação dessa mesma rótula, e que se considera todo o resto do material em fase elástica.



**Figura 5.26** Rótula em análise

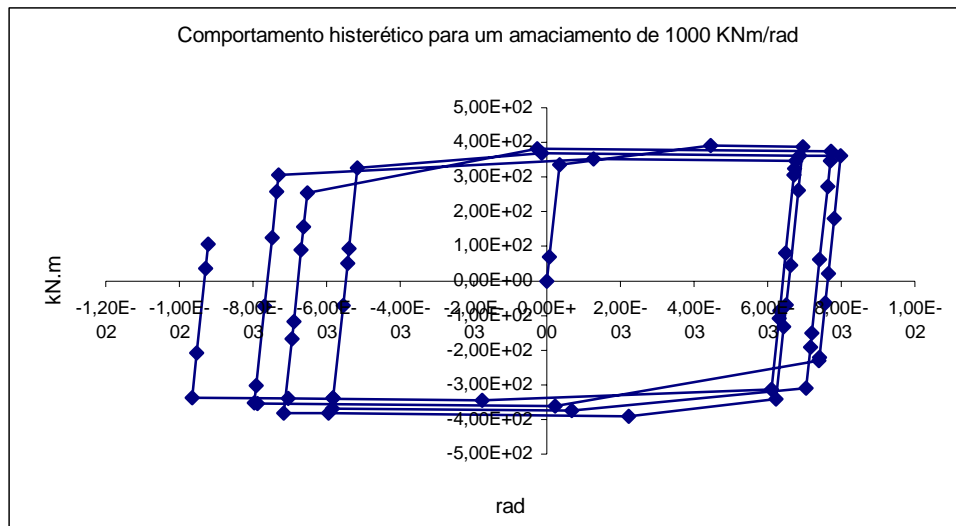
Numa primeira simulação considera-se o material que simula a rótula plástica sem dissipação de energia. Depois de se executar esta formulação, obteve-se um gráfico de momento/rotação do nó, onde o estudo está a decorrer, como o que se apresenta no gráfico da figura 5.27.



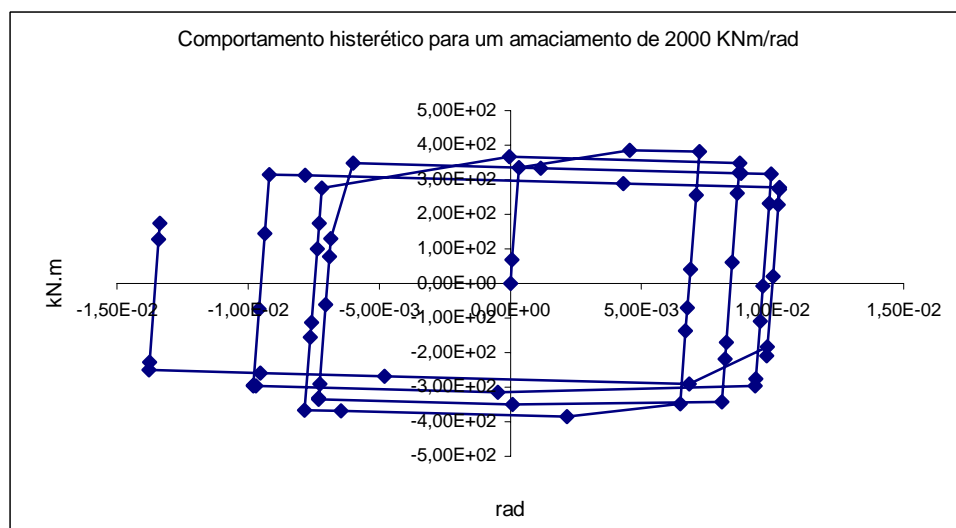
**Figura 5.27** Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo.

Fez-se o mesmo estudo, mas agora considerando que o material que simula a rótula tem dissipação de energia, caracterizada por um amolecimento do material.

Nos gráficos das figura 5.28 e 5.29, podem observar-se as respostas da estrutura para um amolecimento do material de 1000 kNm/rad e 2000 kNm/rad, respectivamente.



**Figura 5.28** Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo, com dissipação de energia.



**Figura 5.29** Resposta da estrutura dada através do momento no nó da base vs rotação ao longo do tempo, com dissipação de energia.

## *Capítulo 6*

# **CONCLUSÃO**

### **6.1 INTRODUÇÃO**

Apresenta-se nesta tese um estudo abrangente da influência do comportamento real das ligações em pórticos metálicos de travessas inclinadas. Em seguida (i) apresentam-se, em jeito de resumo final, os aspectos de relevo estudados, assim como os resultados obtidos e (ii) apontam-se possíveis desenvolvimentos futuros para o trabalho efectuado, nomeadamente a continuação da aplicação do capítulo 5.

### **6.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

1. Calibrou-se a aplicação estática através das análises: (i) elástica de 1.<sup>a</sup> ordem, (ii) linear de estabilidade (cargas críticas), (iii) elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, (iv) elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem e (v) elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, considerando para o efeito um pórtico simples de um vão com 5.0 m de altura.
2. Validou-se a aplicação dinâmica, considerando para o efeito o mesmo pórtico simples com 5.0 m de altura.

3. Já no capítulo da aplicação estática, isto é capítulo 3, considerando um pórtico base de travessas inclinadas, foi estudado exhaustivamente através das 5 análises referidas, adoptando todas as combinações de rigidez das ligações referidas.
4. Os carregamentos utilizados são regulamentares, pretendendo com isso aproximá-los às solicitações reais.
5. Alargando a gama estrutural em estudo, fez-se variar o vão entre 20, 30 e 40 metros, variando também a inércia da travessa e ,consequentemente, a rigidez das ligações.
6. Tentou avaliar-se, pela aplicação de métodos aproximados e exactos, o intervalo que obriga à consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem.
7. Pela análise de cargas críticas, do pórtico base, pode concluir-se que a rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influenciam o factor de carga da estrutura.
8. Pela observação das trajectórias de equilíbrio do pórtico base, resultantes da análise elástica de 2.<sup>a</sup> ordem, observa-se que inicialmente o modo de colapso, em estruturas deste tipo é, aparentemente, um modo de nós fixos, acabando na realidade por colapsar por um modo de nós móveis.
9. Pela observação das trajectórias de equilíbrio do pórtico base resultante das análises elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem e de 2.<sup>a</sup> ordem, para as acções de base a neve ou o vento conclui-se, explicitamente, que a rigidez das ligações pilar-travessa e travessa-travessa não influenciam a resistência global da estrutura.
10. Para a análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem e análise elasto-plástica 2.<sup>a</sup> ordem, do pórtico base, para as acções de base a neve ou o vento, podem observar-se os valores correspondentes à formação sucessiva de cada uma das rótulas plásticas, para cada uma das trajectórias de equilíbrio, assim como o factor de carga, os esforços e os deslocamentos, horizontal e vertical, correspondentes.

11. Como seria de esperar, para a análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, para a acção de base a neve, a estrutura apresenta um ligeiro decréscimo na sua resistência, quando comparada com a análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem. O mesmo não se verificou para a acção de base o vento. Neste caso, a análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem da estrutura apresenta um ligeiro acréscimo de resistência quando comparada com a análise elasto-plástica de 1.<sup>a</sup> ordem, o que leva a concluir que os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem favorecem a resistência da estrutura, para um carregamento deste tipo.
12. Pela observação das trajectórias de equilíbrio comparativas, concluí-se que a rotura de estruturas deste tipo dá-se para valores pequenos de deslocamentos horizontais, na ordem dos 2.5 cm.
13. Pela observação dos quadros das resistências das ligações, conclui-se que é bastante difícil obter ligações de resistência total sem recorrer à utilização de reforços ( $M_{j,Rd}=293 \text{ kNm} < M_{pl, \text{viga}}$ ). Este facto condiciona fortemente o valor do factor de carga de colapso, para qualquer uma das combinações consideradas (acções de base a neve ou o vento), como se pode observar pelas trajectórias de equilíbrio para o Pórtico Base.
14. De uma forma geral, do estudo paramétrico pode dizer-se que quando se utiliza uma análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, o acréscimo de resistência resultante da substituição de bases rotuladas por bases rígidas é da ordem dos 10 a 15 %. Quanto à influência do vão, observa-se que a aumentos de 20 para 30 metros e de 30 para 40 metros correspondem decréscimos de resistência de cerca de 55 e 44 %, respectivamente.
15. O método aproximado para determinar os esforços elásticos, considerando os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, preconizado por Silvestre [16], reveste-se de total importância e exactidão.
16. O intervalo que obriga à consideração dos efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem, para este tipo de estruturas,  $V_{SD} / V_{CR} \geq 0.1$ , pode ser questionado requerendo um estudo mais profundo.

17. Os efeitos de 2.<sup>a</sup> ordem não influenciam a resistência da estrutura, para a acção de base o vento.
18. As imperfeições geométricas regulamentares, para pórticos de travessas inclinadas, não influenciam a resistência dos mesmos.
19. Por último, podem observar-se os quadros apresentados em anexo, das rotações admissíveis, deslocamentos e factores de carga, resultantes da análise elasto-plástica de 2.<sup>a</sup> ordem, e análise elástica, para cada ligação, variando o vão e a inércia da travessa, para os carregamentos estudados.

### **6.3 DESENVOLVIMENTOS FUTUROS**

1. Aproveitar os resultados obtidos neste trabalho, nomeadamente ao nível das ligações, para definir procedimentos que simplifiquem o cálculo estrutural, estando ao mesmo tempo a respeitar o seu comportamento real.
2. Concluir toda a estratégia de aplicação da análise dinâmica a pórticos de travessas inclinadas, análise essa já validada neste trabalho.

## Referências

- [1] Lusas Finite Element System (1996). Lusas – Finite Element Library, FEA Ltd, Kingston upon Thames.
- [2] Eurocode 3, ENV – 1993 – Design of Steel Structures – Part 1 – 1: General – General rules and rules for buildings.
- [3] Baker, J. F., Horne, M. R. and Heyman, J. (1956). “ The Steel Skeleton” Vol. II, Cambridge University Press.
- [4] Eurocode 3, “Revised Annex J” (1997). Design of Steel Structures – Joints in Building Frames, CEN, European Committee for Standardization, Document CEN/TC 250/SC 3. Edited approved draft.
- [5] Davies, J. M. (1996). “Plastic Design of Portal Frames”, Butterworths.
- [6] Silvestre, N., Mesquita, A., Camotim, D. and Simões da Silva, L. (1998). “In-Plane Buckling Behavior of Pitched-Roof Steel Frames with Semi-Rigid Connections”, Proceedings of SSRC Annual Technical Session and Meeting, Atlanta.
- [7] Chen, W. F., Toma, S. (1994). “Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software and Applications, CRS Press.
- [8] Ghali, A., Neville, A. M., (1989). “Structural Analysis”.
- [9] Livesley, R., Chandler, D. (1956). “Stability Functions for Structural Frameworks, Manchester University Press.
- [10] Chen, W., Lui, E., (1991). “Stability Design of Steel frames”, CRC Press.

- [11] Simões da Silva, L., Coelho, A., (1999). “Behaviour of steel connections under bending and axial force”, *Computers and structures* (Submetido para publicação).
- [12] Guisse, S., Vandegans, D. and Jaspart, J-P, (1996). “Application of the Component Method to Column Bases – Experimentation and Development of a Mechanical Model for Characterization”. *Report MT 195*, CRIF, Liège.
- [13] Weynand, K., Jaspart, J-P. and Steenhuis, M, (1995). “The Stiffness Model of the Revised Annex J of Eurocode 3”, *Proceedings of the 3<sup>rd</sup> International Workshop on Connections*. Trento.
- [14] RSA, (1983) “Regulamento de Segurança e Acções para Estruturas de Edifícios e Pontes”.
- [15] Silvestre, N., Camotim, D. “Stability and Second-Order Effects in Piched-Roof Steel Frames”.
- [16] Clifton, G. C., (1995). “Allowing for Second-order Effects in Zeland Design”, *Structural Stability and Design*, Eds. S. Kitipornchai, G. Hancock and M. Bradford, Balkema Rotterdam, pp. 255-262.
- [17] De Luca, A., Mele, E., (1993). “ Analysis of Steel Frames in the Light of (i) Eurocode 3 and (ii) New Research Results”, *Eurocodes 3 and 4 in the Light of (i) Other Design Rules and (ii) New Research Results*, Eds M. Iványi and M. Skaloud, pp. 97 – 152, Budapeste.
- [18] Camotim, D., Castel-branco, P., (1994). “ Design of Industrial Building Using Eurocode 3”, *Proceedings of New Requirements for Structures and Their Reliability*, Praga, Vol. 1, pp. 19-28.
- [19] Silvestre, N. (1996). “Estabilidade e Efeitos de 2.<sup>a</sup> Ordem em Pórticos Metálicos de Travessas Inclinadas, (Tese de Mestrado).

- [20] Jaspert, J. P., (1991). “Etude de la semi-rigidité des noeuds poutre-colonne et son influence sur la résistance et la stabilité des structures en acier”, Thèse de Doctorat, Université de Liège.
- [21] Ruggiero, Márcia A. G., Lopes, Vera L. R., (1988). “Cálculo Numérico – Aspectos Teóricos e Computadores”.
- [22] Clough, Ray W., Penzien, J., (1982). “Dynamics of Structures”.
- [23] Craig, Roy R., (1981). “Structural Dynamics: Na Introduction to Computer Methods”.
- [24] Biggs, John M., (1964). “Introduction to Structural Dynamics.
- [25] Mazzolani, F. M. and Piluso, V., (1996). “Theory and Design of Seismic Resistant Steel Frames.
- [26] Horne, M., (1975). “ An Approximate Method for Calculating the Elastic Critical Load of Multi-storey Plane Frame”, The Structural Engineer, Vol. 53, No. 6. pp. 242-248.
- [27] Jaspert, J. P., Braham, M. and Cerfontaine, F., (1999).”Strength of Joints Subjected to Combined Action of Bending Moments and Axial Forces.
- [28] Davies, J., Morris, L., (1990). “Realistic Modelling of Steel Portal Frame Behaviour”.
- [29] Lau, S., Kirby, P. and Davison, J., (1998). “Semi-Rigid Design of Partially Restrained Columns in Non-Sway Steel Frames.
- [30] Reyes-Salazar, A., Haldar, A., (1998). “Nonlinear Seismic Response of Steel Structures With Semi-Rigid and Composite Connections.

MODOS DE ENCURVADURA

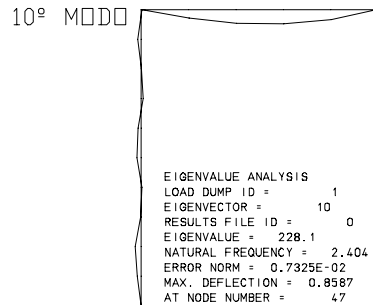
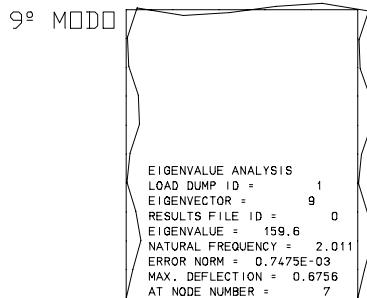
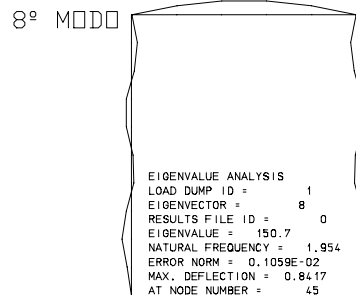
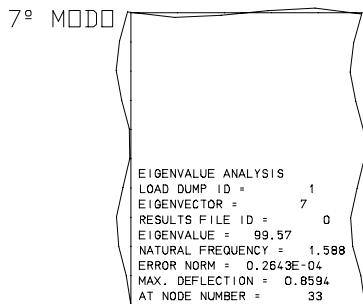
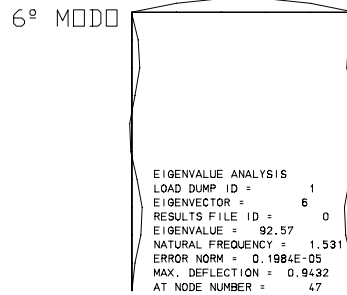
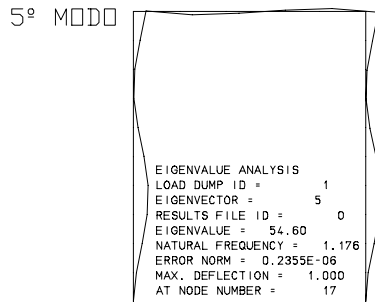
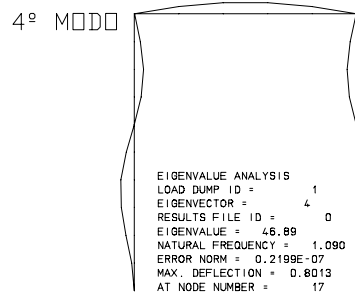
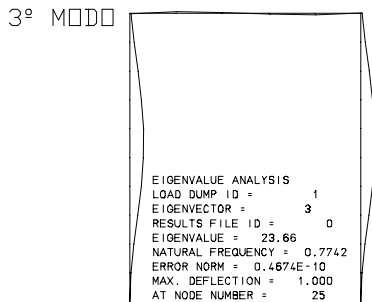
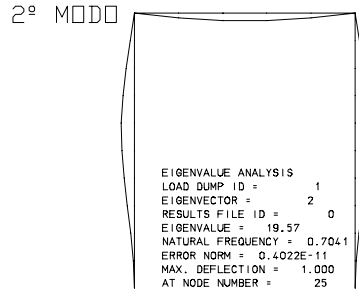
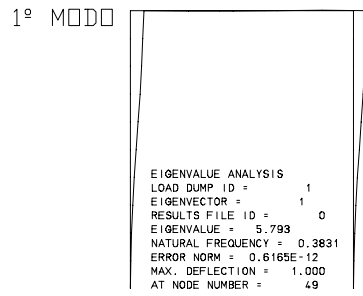


Figura A.1 – Modos de encurvadura para as primeiras dez cargas críticas.

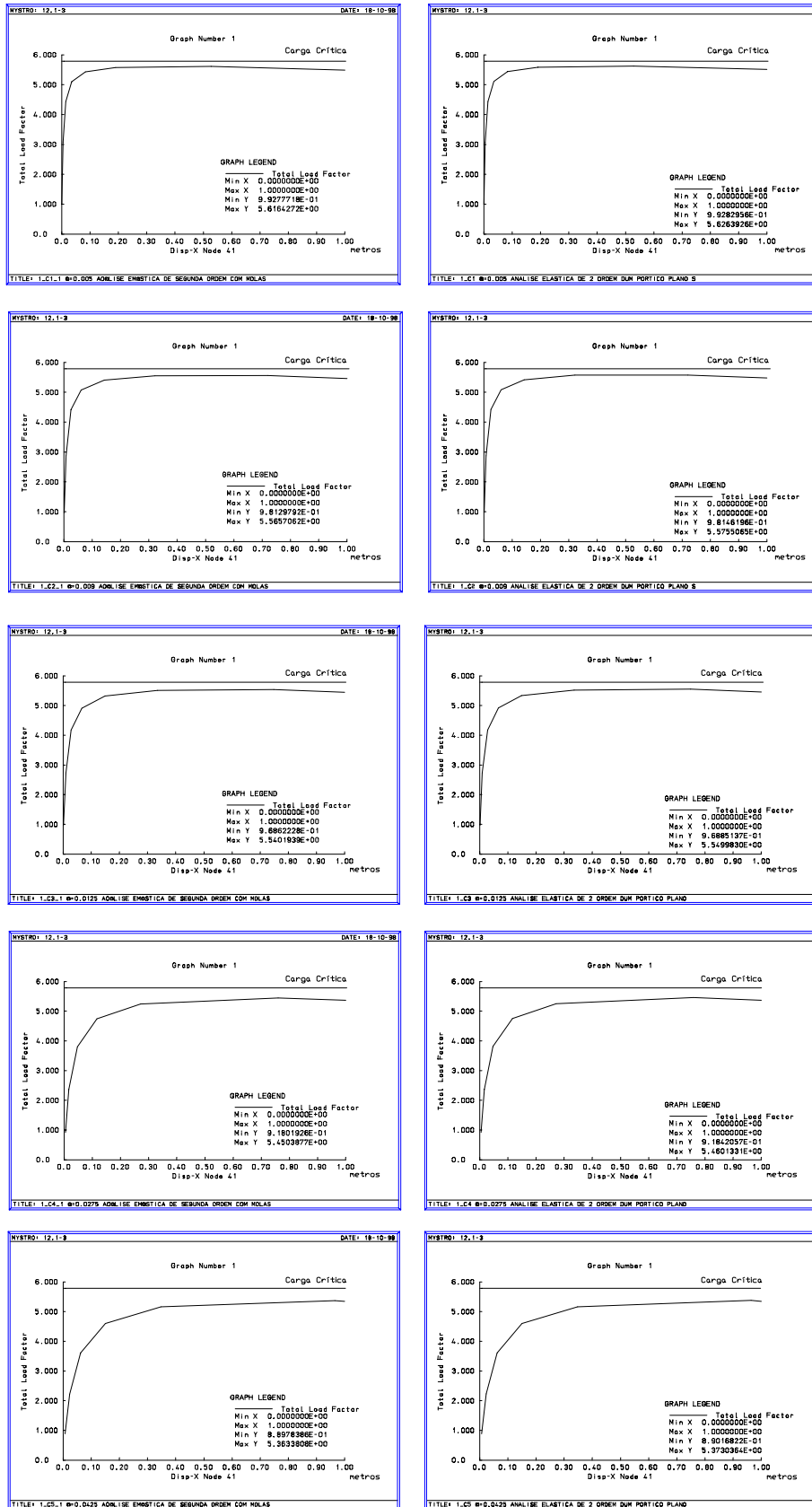


Figura B.1 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de calibração com molas à esquerda e considerando-o como estrutura contínua à direita.

## Breve descrição da análise não linear efectuada pelo programa LUSAS

### Introdução

Em aplicações com não linearidade estrutural é necessário actualizar constantemente a matriz de rigidez, por forma a levar em consideração os efeitos daí decorrentes. A configuração de equilíbrio estrutural altera-se, e é por isso necessário continuar a análise recorrendo a métodos que permitam incrementos de carga.

O estado de equilíbrio e as relações cinemáticas da estrutura ao fim de um dado incremento são usadas para formular as relações de rigidez para a solução do próximo incremento. Assim, a solução de um problema não linear é obtida através de uma série de análises lineares [10].

Assume-se que é conhecido o estado de equilíbrio e as relações cinemáticas da estrutura no incremento  $i-1$ . É desejável determinar o estado de equilíbrio para o incremento  $i$ . A relação de rigidez incremental é a seguinte:

$$\mathbf{K}_i^{j-1} \Delta \mathbf{D}_i^j = \Delta \mathbf{R}_i^j + \mathbf{Q}_i^j \quad (\text{C.1})$$

Sendo:

$\mathbf{K}_i^{j-1}$  - Matriz de rigidez para o incremento de carga  $i$ , formulada com base na trajectória de equilíbrio ao fim de  $j-1$  iterações;

$\Delta \mathbf{D}_i^j$  - Vector de deslocamentos ao fim de  $j$  iterações, para o incremento de carga  $i$ ;

$\mathbf{R}_i^j$  - Incremento de carga na iteração  $j$ , para o incremento  $i$ ;

$\mathbf{Q}_i^j$  - Vector de forças desequilibradas na iteração  $j$ , para o incremento  $i$ .

Supondo que a solução converge ao fim de  $n$  iterações, a carga para o incremento  $i$  é dada por:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{R}_{i-1} + \sum_{j=1}^n \Delta \mathbf{R}_i^j \quad (\text{C.2})$$

O deslocamento é dado por:

$$D_i = D_{i-1} + \sum_{j=1}^n \Delta D_i^j \quad (C.3)$$

A matriz de rigidez pode ser actualizada e a solução pode progredir para o próximo incremento.

### Método de Newton-Raphson

O método de Newton-Raphson (convencional) utiliza em cada nova iteração a matriz de rigidez tangente do passo anterior, como se pode observar pela figura C.1, garantindo uma convergência quadrática. Em cada incremento de carga utiliza iterações para eliminar as forças desequilibradas. A presença destas forças indica que não existe um equilíbrio entre as forças externas e as forças internas. Estas discrepâncias são atribuídas aos erros resultantes do processo de linearização durante a formulação anterior. Se estes erros não forem corrigidos, a trajectória de equilíbrio estrutural diverge da solução. De maneira a eliminar ou reduzir esses erros, devem ser executadas várias iterações em cada incremento de carga [10].

Considere-se o incremento de carga  $i$ , para a primeira iteração  $j = 1$ , as forças desequilibradas são nulas:

$$K_i^0 \Delta D_i^1 = \lambda_i^1 R \quad (C.4)$$

Sendo:

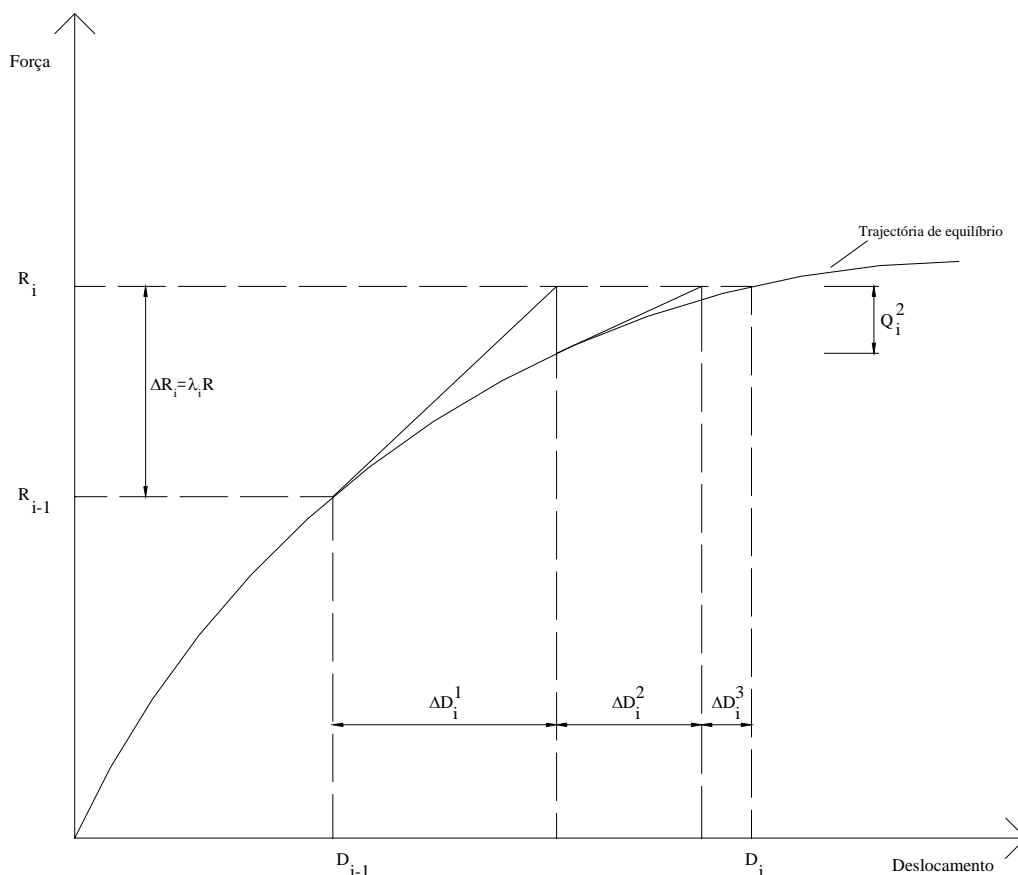
$\lambda_i^1$  - Factor de carga;

$\Delta D_i^1$  - Pode ser determinado através da equação C.4, acrescentando os deslocamentos cumulativos da estrutura.

Uma nova matriz de rigidez pode ser constituída. Para sucessivas iterações, isto é,  $j > 1$ , a equação:

$$K_i^{j-1} \Delta D_i^j = Q_i^j \quad (C.5)$$

é usada para determinar o vector de deslocamentos. O processo termina quando  $\Delta D_i^j$  ou  $Q_i^j$  convergem para um valor negligenciável. A representação do procedimento do método de Newton-Raphson, para um sistema com um grau de liberdade, pode ser observado na figura C.1.



**Figura C.1** – Método de Newton-Raphson baseado numa estratégia de controlo de forças.

### Método Arc Length

O método de Arc Length foi introduzido por Wempner, em 1971, posteriormente por Riks, em 1979, melhorado significativamente por Ramm, em 1980, e Crisfield em 1983, e a sua aplicação generalizada por Forde and Stiemer, em 1987 [10].

É baseado numa estratégia de controlo de deslocamentos. A equação de rigidez (C.1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\mathbf{K}_i^{j-1} \Delta \mathbf{D}_i^j = \lambda_i^j \mathbf{R} + \mathbf{Q}_i^j \quad (\text{C.6})$$

em que  $\lambda_i^j$  é o factor de carga desconhecido, o que obriga à formulação de uma nova equação.

Decompondo a equação (C.6) em duas equações:

$$\mathbf{K}_i^{j-1} \Delta \mathbf{D}_i'^j = \lambda_i^j \mathbf{R} \quad (\text{C.7})$$

$$\mathbf{K}_i^{j-1} \Delta \mathbf{D}_i''^j = \mathbf{Q}_i^j \quad (\text{C.8})$$

Onde:

$\Delta \mathbf{D}_i'^j$  - É o incremento de deslocamento associado a  $\mathbf{R}$  ;

$\Delta \mathbf{D}_i''^j$  - É o incremento de deslocamento associado a  $\mathbf{Q}_i^j$ ;

Sendo:

$$\Delta \mathbf{D}_i^j = \lambda_i^j \Delta \mathbf{D}_i'^j + \Delta \mathbf{D}_i''^j \quad (\text{C.9})$$

E, constituindo mais uma equação, que tem que ver com a ortogonalidade do processo de aproximação à trajectória de equilíbrio, como se observa na figura C.2:

$$ds^2 = (\lambda_i^j)^2 + [\Delta \mathbf{D}_i'^j]^T [\Delta \mathbf{D}_i''^j] \quad (\text{C.10})$$

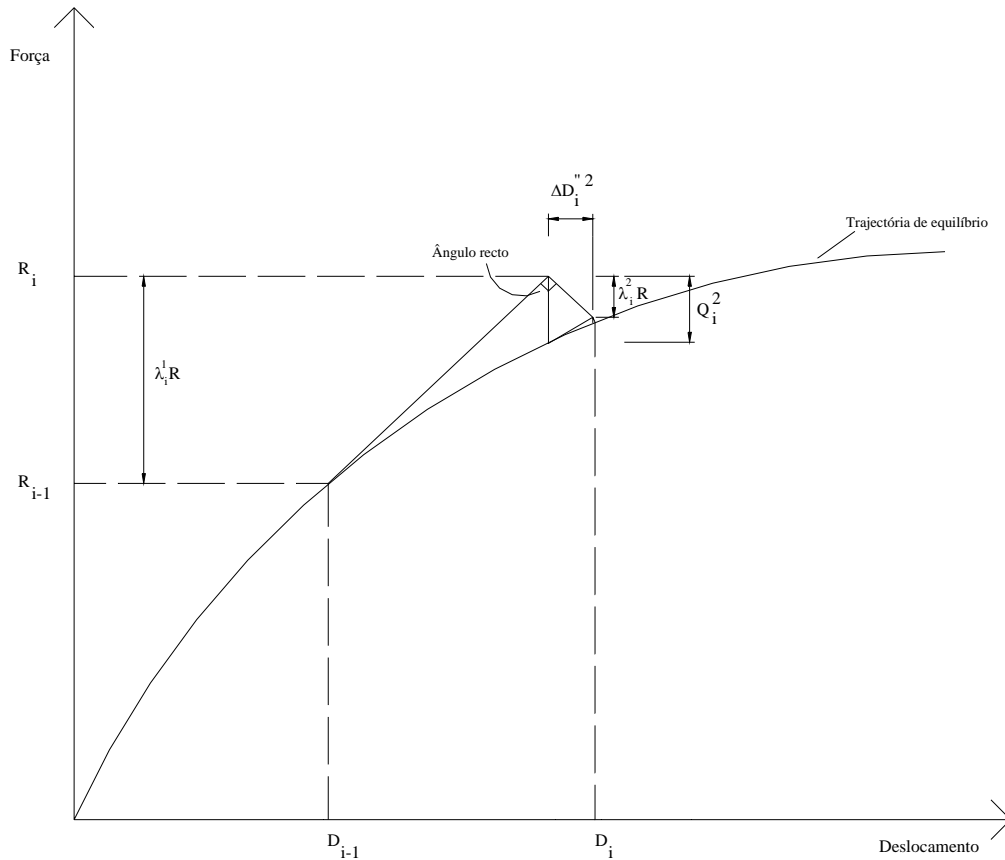
Considerando que o vector de forças desequilibradas,  $\mathbf{Q}_i^j$  para a primeira iteração é nulo, tem-se da equação C.9, para  $j = 1$ :

$$\Delta \mathbf{D}_i^1 = \lambda_i^1 \Delta \mathbf{D}_i'^1 \quad (\text{C.11})$$

Substituindo a equação C.11 em C.10 obtém-se:

$$\lambda_i^1 = \sqrt{\frac{ds^2}{1 + [\Delta \mathbf{D}_i'^1]^T [\Delta \mathbf{D}_i'^1]}} \quad (\text{C.12})$$

Fixando  $ds$  e  $\mathbf{D}_i^1$  pode determinar-se o valor numérico para  $\lambda_i^1$ .



**Figura C.2** – Método de Arc Length baseado numa estratégia de controlo de deslocamentos.

Prosseguindo, é necessário formular várias iterações em cada incremento de carga, de forma a minorar os erros de aproximação à solução.

Para as seguintes iterações, no mesmo incremento de carga, o factor de carga  $\lambda_i^j$  para  $j > 1$  é determinado forçando a condição de ortogonalidade nas iterações seguintes:

$$\lambda_i^1 \lambda_i^j + [\Delta D_i^1]^T [\Delta D_i^j] = 0 \quad (C.13)$$

Substituindo a equação  $[\Delta D_i^1]$  pela equação C.11 e  $[\Delta D_i^j]$  pela equação C.9 resulta que:

$$\lambda_i^1 \lambda_i^j + [\lambda_i^1 \Delta D_i^1]^T [\lambda_i^j \Delta D_i^j + \Delta D_i^j] = 0 \quad (C.14)$$

$$\lambda_i^j = - \frac{[\Delta D_i^1]^T [\Delta D_i^j]}{1 + [\Delta D_i^1]^T [\Delta D_i^j]} \quad (C.15)$$

Note-se que todos os termos do lado direito da equação C.15 são conhecidos desde que  $[\Delta D_i^j]$  e  $[\Delta D_i^{j^*}]$  sejam determinados através das equações C.7 e C.8, respectivamente.

Na figura C.2 pode observar-se a representação esquemática do método em estudo.

## Quadros resultantes do estudo paramétrico.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>5.88</b> 5.99	<b>-2.47</b> -2.36	<b>1.39</b> 1.35	<b>-0.0137</b> -0.0145	<b>-0.145</b> -0.141	<b>1.0+2.14</b> 1.0+2.14
		Caso 2	<b>5.40</b> 5.06	<b>-11.6</b> -2.46	<b>1.72</b> 1.36	<b>-0.0174</b> -0.0146	<b>-0.190</b> -0.143	<b>1.0+2.32</b> 1.0+2.32
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-16.6</b> -2.56	<b>1.69</b> 1.21	<b>-0.0181</b> -0.0132	<b>-0.200</b> -0.131	<b>1.0+2.60</b> 1.0+2.60
6	IPE300	Caso 1	<b>8.83</b> 8.42	<b>-8.56</b> -2.35	<b>1.32</b> 1.13	<b>-0.029</b> -0.0268	<b>-0.315</b> -0.258	<b>1.0+0.25</b> 1.0+0.25
		Caso 2	<b>8.75</b> 7.21	<b>-24.24</b> -2.49	<b>1.67</b> 1.13	<b>-0.038</b> -0.0274	<b>-0.435</b> -0.266	<b>1.0+0.39</b> 1.0+0.39
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>3.85</b> -2.59	<b>1.63</b> 0.89	<b>-0.042</b> -0.0241	<b>-0.502</b> -0.238	<b>1.0+0.65</b> 1.0+0.65
	IPE450	Caso 1	<b>11.12</b> 9.82	<b>-2.65</b> -2.34	<b>12.91</b> 1.20	<b>-0.024</b> -0.0205	<b>-0.253</b> -0.199	<b>1.0+1.67</b> 1.0+1.67
		Caso 2	<b>8.84</b> 8.04	<b>-2.59</b> -2.37	<b>9.86</b> 1.14	<b>-0.022</b> -0.0198	<b>-0.235</b> -0.193	<b>1.0+1.73</b> 1.0+1.73
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-3.79</b> -2.49	<b>0.97</b> 0.88	<b>-0.017</b> -0.0170	<b>-0.186</b> -0.170	<b>1.0+2.03</b> 1.0+2.03
	IPE500	Caso 1	<b>12.00</b> 9.82	<b>-2.55</b> -2.13	<b>17.90</b> 1.07	<b>-0.024</b> -0.0186	<b>-0.256</b> -0.177	<b>1.0+1.98</b> 1.0+1.98
		Caso 2	<b>9.60</b> 8.08	<b>-2.52</b> -2.16	<b>15.30</b> 1.02	<b>-0.023</b> -0.0180	<b>-0.239</b> -0.176	<b>1.0+2.05</b> 1.0+2.05
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-2.55</b> -2.33	<b>5.92</b> 0.88	<b>-0.017</b> -0.0157	<b>-0.181</b> -0.156	<b>1.0+2.42</b> 1.0+2.42
8	IPE450	Caso 1	<b>12.33</b> 12.15	<b>-2.56</b> -2.46	<b>3.10</b> 0.93	<b>-0.030</b> -0.0307	<b>-0.325</b> -0.299	<b>1.0+0.35</b> 1.0+0.35
		Caso 2	<b>10.10</b> 9.85	<b>-4.17</b> -2.45	<b>1.32</b> 0.88	<b>-0.030</b> -0.0295	<b>-0.322</b> -0.288	<b>1.0+0.40</b> 1.0+0.40
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-14.60</b> -2.61	<b>0.97</b> 0.68	<b>-0.033</b> -0.0250	<b>-0.366</b> -0.250	<b>1.0+0.68</b> 1.0+0.68
	IPE500	Caso 1	<b>13.20</b> 11.99	<b>-2.49</b> -2.26	<b>9.95</b> 0.89	<b>-0.030</b> -0.0276	<b>-0.328</b> -0.269	<b>1.0+0.49</b> 1.0+0.49
		Caso 2	<b>10.70</b> 9.90	<b>-2.52</b> -2.31	<b>7.30</b> 0.86	<b>-0.030</b> -0.0269	<b>-0.308</b> -0.263	<b>1.0+0.57</b> 1.0+0.57
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-8.23</b> -2.45	<b>0.87</b> 0.68	<b>-0.026</b> -0.0227	<b>-0.286</b> -0.226	<b>1.0+0.85</b> 1.0+0.85

Quadro I – Estudo à rotura – Estrutura sem reforço - Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de carga
4	IPE300	Caso 1	<b>-11.00</b> 1.40	<b>25.60</b> 2.61	<b>-1.68</b> -1.38	<b>-1.82</b> -2.06	<b>3.06</b> 13.32	<b>0.040</b> -0.024	<b>0.186</b> 0.141	<b>1.0+3.61</b> 1.0+3.61
		Caso 2	<b>-11.00</b> -2.40	<b>38.01</b> 3.12	<b>-16.30</b> -1.48	<b>-2.95</b> -2.05	<b>4.10</b> 8.33	<b>0.051</b> -0.006	<b>0.254</b> 0.152	<b>1.0+3.92</b> 1.0+3.92
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>78.80</b> 4.27	<b>-52.60</b> -1.69	<b>-44.30</b> -2.53	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.067</b> 0.006	<b>0.481</b> 0.178	<b>1.0+5.03</b> 1.0+5.03
6	IPE300	Caso 1	<b>-11.35</b> 15.87	<b>47.90</b> 2.70	<b>-1.64</b> -1.32	<b>-2.26</b> -2.61	<b>15.70</b> 35.07	<b>0.042</b> -0.097	<b>0.416</b> 0.295	<b>1.0+2.35</b> 1.0+2.35
		Caso 2	<b>-12.10</b> 0.19	<b>56.90</b> 3.56	<b>-8.40</b> -1.33	<b>-2.23</b> -2.10	<b>11.40</b> 16.70	<b>0.058</b> -0.024	<b>0.582</b> 0.304	<b>1.0+2.48</b> 1.0+2.48
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>80.70</b> 4.88	<b>-1.47</b> -1.28	<b>-19.23</b> -2.29	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.067</b> 0.009	<b>0.509</b> 0.333	<b>1.0+3.09</b> 1.0+3.09
	IPE450	Caso 1	<b>-2.14</b> -2.82	<b>2.99</b> 2.42	<b>-9.15</b> -1.12	<b>-2.42</b> -2.34	<b>20.22</b> 19.75	<b>-0.020</b> -0.028	<b>0.227</b> 0.203	<b>1.0+3.71</b> 1.0+3.71
		Caso 2	<b>-12.90</b> -3.64	<b>27.01</b> 2.79	<b>-24.30</b> -1.15	<b>-2.60</b> -2.28	<b>10.90</b> 13.67	<b>0.047</b> -0.012	<b>0.347</b> 0.208	<b>1.0+3.90</b> 1.0+3.90
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>43.30</b> 3.53	<b>-29.80</b> -1.09	<b>-18.80</b> -2.46	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.051</b> 0.002	<b>0.422</b> 0.205	<b>1.0+4.52</b> 1.0+4.52
	IPE500	Caso 1	<b>-5.21</b> -2.60	<b>3.08</b> 2.21	<b>-14.50</b> -1.09	<b>-2.34</b> -2.14	<b>18.90</b> 17.46	<b>-0.0086</b> -0.0019	<b>0.232</b> 0.185	<b>1.0+4.10</b> 1.0+4.10
		Caso 2	<b>-12.70</b> -4.58	<b>21.60</b> 2.48	<b>-26.20</b> -1.10	<b>-3.00</b> -2.11	<b>11.20</b> 12.65	<b>0.042</b> -0.007	<b>0.324</b> 0.188	<b>1.0+4.28</b> 1.0+4.28
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>36.40</b> 3.11	<b>-32.00</b> -1.04	<b>-17.40</b> -2.32	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.047</b> 0.003	<b>0.392</b> 0.182	<b>1.0+4.90</b> 1.0+4.90
8	IPE450	Caso 1	<b>-5.82</b> 6.29	<b>2.49</b> 2.53	<b>-0.98</b> -1.00	<b>-5.14</b> -2.64	<b>32.50</b> 31.99	<b>-0.060</b> -0.0062	<b>0.341</b> 0.316	<b>1.0+2.73</b> 1.0+2.73
		Caso 2	<b>-13.30</b> -1.76	<b>35.80</b> 3.11	<b>-16.70</b> -1.01	<b>-2.58</b> -2.42	<b>16.10</b> 20.38	<b>0.050</b> -0.027	<b>0.500</b> 0.324	<b>1.0+2.87</b> 1.0+2.87
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>42.50</b> 3.90	<b>-3.06</b> -0.84	<b>-3.80</b> -2.34	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.047</b> 0.000	<b>0.408</b> 0.300	<b>1.0+3.25</b> 1.0+3.25
	IPE500	Caso 1	<b>-0.58</b> 2.13	<b>2.39</b> 2.32	<b>-6.82</b> -0.96	<b>-3.09</b> -2.43	<b>28.06</b> 27.40	<b>-0.038</b> -0.044	<b>0.299</b> 0.283	<b>1.0+2.98</b> 1.0+2.98
		Caso 2	<b>-12.60</b> -3.17	<b>26.80</b> 2.76	<b>-18.80</b> -0.97	<b>-2.47</b> -2.30	<b>15.70</b> 18.56	<b>0.042</b> -0.020	<b>0.446</b> 0.289	<b>1.0+3.12</b> 1.0+3.12
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>34.70</b> 3.45	<b>-9.72</b> -0.82	<b>-5.31</b> -2.30	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.043</b> 0.000	<b>0.387</b> 0.266	<b>1.0+3.51</b> 1.0+3.51

Quadro II – Estudo à rotura – Estrutura sem reforço – Acção do vento.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>12.42</b> 12.18	<b>-0.822</b> -0.76	<b>5.39</b> 2.00	<b>-0.0166</b> -0.0189	<b>-0.153</b> -0.174	<b>1.0+6.74</b> 1.0+6.74
		Caso 2	<b>9.98</b> 9.97	<b>-0.820</b> -0.76	<b>1.64</b> 1.93	<b>-0.0150</b> -0.0181	<b>-0.141</b> -0.168	<b>1.0+6.88</b> 1.0+6.88
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-10.15</b> -0.78	<b>1.65</b> 1.58	<b>-0.0160</b> -0.0146	<b>-0.164</b> -0.139	<b>1.0+7.37</b> 1.0+7.37
6	IPE300	Caso 1	<b>14.06</b> 13.81	<b>-0.87</b> -0.82	<b>1.15</b> 1.05	<b>-0.0235</b> -0.0238	<b>-0.210</b> -0.197	<b>1.0+2.46</b> 1.0+2.46
		Caso 2	<b>13.27</b> 10.99	<b>-21.32</b> -0.81	<b>1.63</b> 0.95	<b>-0.0353</b> -0.0217	<b>-0.376</b> -0.184	<b>1.0+2.51</b> 1.0+2.51
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-32.34</b> -0.82	<b>1.40</b> 0.55	<b>-0.0365</b> -0.0154	<b>-0.400</b> -0.133	<b>1.0+2.86</b> 1.0+2.86
	IPE450	Caso 1	<b>16.37</b> 12.88	<b>-0.627</b> -0.52	<b>34.87</b> 1.40	<b>-0.0249</b> -0.0172	<b>-0.388</b> -0.253	<b>1.0+3.36</b> 1.0+3.36
		Caso 2	<b>15.50</b> 11.07	<b>-5.47</b> -0.53	<b>34.98</b> 1.34	<b>-0.0371</b> -0.0188	<b>-0.393</b> -0.244	<b>1.0+3.46</b> 1.0+3.46
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-5.03</b> -0.58	<b>18.50</b> 1.10	<b>-0.0260</b> -0.0177	<b>-0.292</b> -0.211	<b>1.0+4.03</b> 1.0+4.03
	IPE500	Caso 1	<b>17.99</b> 13.42	<b>-0.590</b> -0.47	<b>36.99</b> 1.35	<b>-0.0281</b> -0.0184	<b>-0.378</b> -0.231	<b>1.0+3.72</b> 1.0+3.72
		Caso 2	<b>14.76</b> 11.35	<b>-0.594</b> -0.48	<b>32.92</b> 1.30	<b>-0.0277</b> -0.0190	<b>-0.353</b> -0.224	<b>1.0+3.83</b> 1.0+3.83
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.596</b> -0.52	<b>18.92</b> 1.08	<b>-0.0189</b> -0.0169	<b>-0.266</b> -0.191	<b>1.0+4.40</b> 1.0+4.40
8	IPE450	Caso 1	<b>17.99</b> 15.20	<b>-0.624</b> -0.55	<b>27.02</b> 1.17	<b>-0.0330</b> -0.0266	<b>-0.515</b> -0.370	<b>1.0+1.36</b> 1.0+1.36
		Caso 2	<b>17.28</b> 13.09	<b>-6.25</b> -0.56	<b>26.47</b> 1.10	<b>-0.0480</b> -0.0287	<b>-0.522</b> -0.357	<b>1.0+1.45</b> 1.0+1.45
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.642</b> -0.60	<b>0.922</b> 0.81	<b>-0.0214</b> -0.0258	<b>-0.345</b> -0.300	<b>1.0+1.89</b> 1.0+1.89
	IPE500	Caso 1	<b>19.60</b> 15.89	<b>-0.594</b> -0.50	<b>29.61</b> 1.13	<b>-0.0266</b> -0.0275	<b>-0.492</b> -0.336	<b>1.0+1.54</b> 1.0+1.54
		Caso 2	<b>16.08</b> 13.43	<b>-0.594</b> -0.51	<b>24.69</b> 1.07	<b>-0.0358</b> -0.0282	<b>-0.455</b> -0.325	<b>1.0+1.64</b> 1.0+1.64
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.576</b> -0.54	<b>7.33</b> 0.80	<b>-0.0212</b> -0.0240	<b>-0.328</b> -0.268	<b>1.0+2.04</b> 1.0+2.04

**Quadro III** – Estudo à rotura – Estrutura com reforço – Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de carga
4	IPE300	Caso 1	<b>-3.89</b> 1.72	<b>4.32</b> 0.78	<b>-1.63</b> -1.99	<b>-0.67</b> -0.66	<b>19.25</b> 24.89	<b>-0.0249</b> -0.0520	<b>0.140</b> 0.168	<b>1.0+6.90</b> 1.0+6.90
		Caso 2	<b>-20.35</b> -3.63	<b>48.87</b> 0.96	<b>-35.72</b> -2.17	<b>-0.83</b> -0.68	<b>7.70</b> 17.75	<b>0.0789</b> -0.0309	<b>0.316</b> 0.182	<b>1.0+7.75</b> 1.0+7.75
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>41.25</b> 1.07	<b>-14.64</b> -1.86	<b>-4.14</b> -0.65	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.0372</b> -0.0107	<b>0.237</b> 0.157	<b>1.0+8.39</b> 1.0+8.39
6	IPE300	Caso 1	<b>-17.44</b> 10.93	<b>45.46</b> 0.89	<b>-1.62</b> -1.22	<b>-0.800</b> -0.87	<b>20.07</b> 40.17	<b>0.0428</b> -0.1040	<b>0.369</b> 0.217	<b>1.0+4.15</b> 1.0+4.15
		Caso 2	<b>-16.75</b> 0.93	<b>54.47</b> 1.05	<b>-1.65</b> -1.16	<b>-3.73</b> -0.78	<b>15.81</b> 25.53	<b>0.0570</b> -0.0640	<b>0.401</b> 0.212	<b>1.0+4.34</b> 1.0+4.34
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>48.34</b> 1.20	<b>-0.971</b> -0.70	<b>-0.796</b> -0.65	<b>1.14</b> 0.00	<b>0.0360</b> -0.0277	<b>0.295</b> 0.154	<b>1.0+4.62</b> 1.0+4.62
	IPE450	Caso 1	<b>-6.47</b> -2.60	<b>0.63</b> 0.57	<b>-25.80</b> -1.51	<b>-0.60</b> -0.56	<b>31.11</b> 28.95	<b>-0.0234</b> -0.0386	<b>0.335</b> 0.271	<b>1.0+5.27</b> 1.0+5.27
		Caso 2	<b>-19.62</b> -6.28	<b>31.49</b> 0.66	<b>-43.39</b> -1.54	<b>-0.63</b> -0.55	<b>18.15</b> 21.12	<b>-0.0631</b> -0.0212	<b>0.479</b> 0.277	<b>1.0+5.60</b> 1.0+5.60
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>23.60</b> 0.74	<b>-23.50</b> -1.24	<b>-0.61</b> -0.53	<b>6.21</b> 0.00	<b>0.0256</b> -0.0042	<b>0.354</b> 0.233	<b>1.0+6.01</b> 1.0+6.01
	IPE500	Caso 1	<b>-10.56</b> -6.08	<b>0.593</b> 0.51	<b>-29.59</b> -1.47	<b>-0.564</b> -0.50	<b>28.76</b> 25.14	<b>-0.0075</b> -0.0228	<b>0.334</b> 0.248	<b>1.0+5.71</b> 1.0+5.71
		Caso 2	<b>-19.28</b> -7.84	<b>23.85</b> 0.56	<b>-41.91</b> -1.47	<b>-0.581</b> -0.49	<b>17.87</b> 18.85	<b>0.0571</b> -0.0114	<b>0.435</b> 0.249	<b>1.0+5.97</b> 1.0+5.97
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>15.77</b> 0.63	<b>-23.23</b> -1.19	<b>-0.564</b> -0.49	<b>5.51</b> 0.00	<b>0.0213</b> -0.0006	<b>0.312</b> 0.208	<b>1.0+6.35</b> 1.0+6.35
8	IPE450	Caso 1	<b>0.120</b> 4.28	<b>0.625</b> 0.61	<b>-15.86</b> -1.31	<b>-0.629</b> -0.63	<b>43.53</b> 43.50	<b>-0.0564</b> -0.0761	<b>0.436</b> 0.413	<b>1.0+3.71</b> 1.0+3.71
		Caso 2	<b>-20.45</b> -4.06	<b>41.03</b> 0.73	<b>-33.25</b> -1.31	<b>-0.632</b> -0.60	<b>24.69</b> 29.87	<b>0.0680</b> -0.0410	<b>0.653</b> 0.421	<b>1.0+3.95</b> 1.0+3.95
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>32.71</b> 0.83	<b>-13.47</b> -0.93	<b>-0.629</b> -0.53	<b>14.77</b> 0.00	<b>0.0216</b> -0.0097	<b>0.496</b> 0.339	<b>1.0+4.25</b> 1.0+4.25
	IPE500	Caso 1	<b>-5.40</b> -1.48	<b>0.570</b> 0.54	<b>-19.92</b> -1.25	<b>-0.578</b> -0.56	<b>38.15</b> 36.58	<b>-0.0320</b> -0.0489	<b>0.420</b> 0.369	<b>1.0+3.96</b> 1.0+3.96
		Caso 2	<b>-18.98</b> -6.45	<b>28.54</b> 0.62	<b>-32.19</b> -1.24	<b>-0.582</b> -0.54	<b>23.34</b> 26.26	<b>0.0552</b> -0.0261	<b>0.565</b> 0.373	<b>1.0+4.18</b> 1.0+4.18
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>22.06</b> 0.71	<b>-15.23</b> -0.91	<b>-0.579</b> -0.50	<b>12.48</b> 0.00	<b>0.0172</b> -0.0051	<b>0.429</b> 0.301	<b>1.0+4.48</b> 1.0+4.48

**Quadro IV** – Estudo à rotura – Estrutura com reforço – Acção do vento.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>5.56</b> 5.65	<b>-2.26</b> -2.23	<b>1.31</b> 1.27	<b>-0.0130</b> -0.0136	<b>-0.137</b> -0.133	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 2	<b>4.49</b> 4.55	<b>-2.24</b> -2.21	<b>1.26</b> 1.22	<b>-0.0125</b> -0.0131	<b>-0.133</b> -0.128	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>2.15</b> -2.11	<b>1.06</b> 1.01	<b>-0.0107</b> -0.0110	<b>-0.144</b> -0.109	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
6	IPE300	Caso 1	- 17.78	- -4.96	- 2.38	- -0.0565	- -0.546	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 13.96	- -4.81	- 2.19	- -0.0530	- -0.514	- 1.35+1.5
		Caso 3	- 0.00	- -4.33	- 1.48	- -0.0403	- -0.399	- 1.35+1.5
	IPE450	Caso 1	- 10.93	- -2.61	- 1.20	- -0.0228	- -0.221	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 8.78	- -2.58	- 1.14	- -0.0216	- -0.211	- 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-3.79</b> -2.49	<b>0.97</b> 0.88	<b>-0.0170</b> -0.0170	<b>-0.186</b> -0.170	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
	IPE500	Caso 1	- 8.50	- -1.85	- 0.91	- -0.0161	- -0.156	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 6.87	- -1.84	- 0.86	- -0.0153	- -0.149	- 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-2.24</b> -1.80	<b>0.88</b> 0.68	<b>-0.0144</b> -0.0121	<b>-0.153</b> -0.120	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
8	IPE450	Caso 1	- 19.63	- -3.97	- 1.50	- -0.0496	- -0.482	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 15.51	- -3.89	- 1.38	- -0.0464	- -0.453	- 1.35+1.5
		Caso 3	- 0.00	- -3.58	- 0.93	- -0.0344	- -0.343	- 1.35+1.5
	IPE500	Caso 1	- 17.78	- -3.36	- 1.33	- -0.0409	- -0.398	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 14.14	- -3.30	- 1.23	- -0.0384	- -0.375	- 1.35+1.5
		Caso 3	- 0.00	- -3.10	- 0.86	- -0.0287	- -0.286	- 1.35+1.5

**Quadro V** – Estados limites últimos – Estrutura sem reforço – Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>1.84</b> 1.89	<b>0.57</b> 0.57	<b>-0.28</b> -0.28	<b>-0.34</b> -0.34	<b>4.20</b> 4.20	<b>-0.0290</b> -0.0137	<b>0.027</b> 0.027	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.18</b> 0.19	<b>0.65</b> 0.65	<b>-0.28</b> -0.27	<b>-0.24</b> -0.24	<b>2.08</b> 2.08	<b>-0.0054</b> -0.0055	<b>0.026</b> 0.026	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.68</b> 0.69	<b>-0.22</b> -0.22	<b>-0.17</b> -0.17	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0012</b> -0.0013	<b>0.023</b> 0.023	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
6	IPE300	Caso 1	<b>11.97</b> 12.68	<b>1.07</b> 1.01	<b>-0.51</b> -0.50	<b>-0.98</b> -0.96	<b>19.92</b> 19.83	<b>-0.0668</b> -0.0700	<b>0.114</b> 0.101	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>1.81</b> 2.30	<b>1.65</b> 1.40	<b>-0.55</b> -0.46	<b>-0.70</b> -0.52	<b>9.00</b> 7.92	<b>-0.0217</b> -0.0231	<b>0.124</b> 0.104	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>1.81</b> 1.49	<b>-0.40</b> -0.32	<b>-0.44</b> -0.23	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0018</b> -0.0038	<b>0.102</b> 0.085	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE450	Caso 1	<b>2.51</b> 2.67	<b>0.39</b> 0.31	<b>-0.18</b> -0.15	<b>-0.36</b> -0.28	<b>5.73</b> 5.20	<b>-0.0174</b> -0.0172	<b>0.032</b> 0.026	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.52</b> 0.91	<b>0.58</b> 0.39	<b>-0.22</b> -0.14	<b>-0.36</b> -0.20	<b>3.81</b> 2.95	<b>-0.0103</b> -0.0103	<b>0.039</b> 0.025	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.58</b> 0.46	<b>-0.15</b> -0.11	<b>-0.19</b> -0.11	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0039</b> -0.0042	<b>0.026</b> 0.020	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE500	Caso 1	<b>1.63</b> 1.84	<b>0.28</b> 0.20	<b>-0.14</b> -0.10	<b>-0.26</b> -0.18	<b>4.17</b> 3.60	<b>-0.0122</b> -0.0121	<b>0.023</b> 0.016	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.47</b> 0.70	<b>0.34</b> 0.25	<b>-0.14</b> -0.10	<b>-0.20</b> -0.12	<b>2.56</b> 2.13	<b>-0.0078</b> -0.0079	<b>0.022</b> 0.016	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.43</b> 0.31	<b>-0.12</b> -0.01	<b>-0.16</b> -0.01	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0033</b> -0.0036	<b>0.020</b> 0.013	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
8	IPE450	Caso 1	<b>7.48</b> 7.91	<b>0.65</b> 0.49	<b>-0.27</b> -0.21	<b>-0.70</b> -0.55	<b>14.51</b> 13.13	<b>-0.0454</b> -0.0455	<b>0.082</b> 0.064	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>2.36</b> 2.80	<b>0.86</b> 0.69	<b>-0.25</b> -0.20	<b>-0.47</b> -0.33	<b>7.87</b> 6.93	<b>-0.0248</b> -0.0254	<b>0.077</b> 0.061	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.83</b> 0.83	<b>-0.13</b> -0.14	<b>-0.12</b> -0.11	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0090</b> -0.0093	<b>0.045</b> 0.046	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE500	Caso 1	<b>5.36</b> 5.64	<b>0.40</b> 0.31	<b>-0.18</b> -0.14	<b>-0.45</b> -0.36	<b>10.03</b> 9.23	<b>-0.0325</b> -0.0326	<b>0.050</b> 0.040	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>1.98</b> 2.27	<b>0.54</b> 0.44	<b>-0.17</b> -0.13	<b>-0.31</b> -0.22	<b>5.71</b> 5.13	<b>-0.0197</b> -0.0201	<b>0.048</b> 0.038	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.59</b> 0.55	<b>-0.10</b> -0.10	<b>-0.09</b> -0.06	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0081</b> -0.0083	<b>0.031</b> 0.029	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5

**Quadro VI** – Estados limites últimos – Estrutura sem reforço – Acção do vento.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>4.88</b> 4.91	<b>-0.32</b> -0.31	<b>0.66</b> 0.80	<b>-0.0065</b> -0.0076	<b>-0.058</b> -0.070	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 2	<b>3.92</b> 3.95	<b>-0.32</b> -0.30	<b>0.62</b> 0.76	<b>-0.0060</b> -0.0072	<b>-0.054</b> -0.067	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.31</b> -0.29	<b>0.46</b> 0.59	<b>-0.0044</b> -0.0055	<b>-0.040</b> -0.052	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
6	IPE300	Caso 1	<b>12.13</b> 11.94	<b>-0.72</b> -0.71	<b>0.98</b> 0.91	<b>-0.0204</b> -0.0206	<b>-0.180</b> -0.171	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 2	<b>9.53</b> 9.38	<b>-0.71</b> -0.69	<b>0.88</b> 0.81	<b>-0.0184</b> -0.0185	<b>-0.166</b> -0.157	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.65</b> -0.64	<b>0.48</b> 0.43	<b>-0.0121</b> -0.0120	<b>-0.110</b> -0.104	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
	IPE450	Caso 1	<b>9.79</b> 9.37	<b>-0.40</b> -0.38	<b>5.40</b> 1.02	<b>-0.0128</b> -0.0125	<b>-0.206</b> -0.184	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 2	<b>7.91</b> 7.89	<b>-0.39</b> -0.38	<b>1.09</b> 0.96	<b>-0.0127</b> -0.0134	<b>-0.181</b> -0.174	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.38</b> -0.37	<b>0.74</b> 0.71	<b>-0.0111</b> -0.0113	<b>-0.141</b> -0.135	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
	IPE500	Caso 1	<b>10.21</b> 9.24	<b>-0.35</b> -0.32	<b>8.31</b> 0.93	<b>-0.0144</b> -0.0127	<b>-0.191</b> -0.159	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 2	<b>8.10</b> 7.66	<b>-0.34</b> -0.32	<b>4.70</b> 0.88	<b>-0.0136</b> -0.0128	<b>-0.170</b> -0.151	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.32</b> -0.32	<b>0.69</b> 0.66	<b>-0.0101</b> -0.0103	<b>-0.121</b> -0.117	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
8	IPE450	Caso 1	- 18.73	- -0.67	- 1.44	- -0.0327	- -0.457	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 15.65	- -0.67	- 1.31	- -0.0343	- -0.426	- 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.29</b> -0.63	<b>1.21</b> 0.84	<b>-0.0275</b> -0.0269	<b>-0.353</b> -0.313	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5
	IPE500	Caso 1	- 18.53	- -0.58	- 1.31	- -0.0321	- -0.392	- 1.35+1.5
		Caso 2	- 14.68	- -0.56	- 1.17	- -0.0308	- -0.355	- 1.35+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.57</b> -0.53	<b>1.64</b> 0.78	<b>-0.0242</b> -0.0233	<b>-0.297</b> -0.261	<b>1.35+1.5</b> 1.35+1.5

Quadro VII – Estados limites últimos – Estrutura com reforço – Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	Factor de Carga
4	IPE300	Caso 1	<b>1.25</b> 1.90	<b>0.01</b> 0.08	<b>-0.15</b> -0.18	<b>-0.01</b> -0.05	<b>3.24</b> 3.91	<b>-0.0110</b> -0.0137	<b>0.012</b> 0.015	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.36</b> 0.56	<b>0.01</b> 0.09	<b>-0.14</b> -0.18	<b>0.00</b> -0.04	<b>1.96</b> 2.19	<b>-0.0071</b> -0.0083	<b>0.011</b> 0.014	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.01</b> 0.10	<b>-0.11</b> -0.14	<b>0.00</b> -0.02	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0036</b> -0.0037	<b>0.008</b> 0.011	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
6	IPE300	Caso 1	<b>6.66</b> 6.97	<b>0.14</b> 0.14	<b>-0.20</b> -0.21	<b>-0.14</b> -0.14	<b>11.57</b> 11.66	<b>-0.0413</b> -0.0428	<b>0.034</b> 0.035	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>2.62</b> 2.75	<b>0.18</b> 0.18	<b>-0.18</b> -0.19	<b>-0.01</b> -0.09	<b>6.45</b> 6.47	<b>-0.0261</b> -0.0269	<b>0.031</b> 0.033	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.22</b> 0.22	<b>-0.11</b> -0.11	<b>0.00</b> -0.04	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0118</b> -0.0122	<b>0.021</b> 0.022	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE450	Caso 1	<b>2.10</b> 2.13	<b>0.04</b> 0.05	<b>-0.12</b> -0.12	<b>-0.04</b> -0.04	<b>4.60</b> 4.60	<b>-0.0147</b> -0.0148	<b>0.021</b> 0.021	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.78</b> 0.79	<b>0.04</b> 0.06	<b>-0.11</b> -0.11	<b>-0.03</b> -0.03	<b>2.78</b> 2.77	<b>-0.0098</b> -0.0099	<b>0.020</b> 0.020	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.08</b> 0.07	<b>-0.08</b> -0.08	<b>-0.02</b> -0.02	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0046</b> -0.0047	<b>0.015</b> 0.015	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE500	Caso 1	<b>1.37</b> 1.38	<b>0.03</b> 0.03	<b>-0.08</b> -0.09	<b>-0.03</b> -0.03	<b>3.16</b> 3.16	<b>-0.0010</b> -0.0101	<b>0.014</b> 0.014	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>0.53</b> 0.54	<b>0.03</b> 0.04	<b>-0.08</b> -0.08	<b>-0.02</b> -0.02	<b>1.97</b> 1.97	<b>-0.0070</b> -0.0071	<b>0.013</b> 0.013	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.04</b> 0.04	<b>-0.06</b> -0.06	<b>-0.01</b> -0.01	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0036</b> -0.0036	<b>0.010</b> 0.010	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
8	IPE450	Caso 1	<b>6.33</b> 6.50	<b>0.07</b> 0.07	<b>-0.16</b> -0.20	<b>-0.08</b> -0.08	<b>11.38</b> 11.38	<b>-0.0383</b> -0.0391	<b>0.050</b> 0.051	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>2.53</b> 2.61	<b>0.10</b> 0.10	<b>-0.15</b> -0.15	<b>-0.05</b> -0.05	<b>6.46</b> 6.45	<b>-0.0242</b> -0.0247	<b>0.046</b> 0.047	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.12</b> 0.12	<b>-0.09</b> -0.10	<b>-0.02</b> -0.02	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0106</b> -0.0108	<b>0.032</b> 0.033	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
	IPE500	Caso 1	<b>4.41</b> 4.48	<b>0.05</b> 0.46	<b>-0.11</b> -0.11	<b>-0.05</b> -0.05	<b>7.95</b> 7.94	<b>-0.0269</b> -0.0273	<b>0.033</b> 0.033	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 2	<b>1.91</b> 1.95	<b>0.06</b> 0.06	<b>-0.10</b> -0.11	<b>-0.04</b> -0.04	<b>4.70</b> 4.69	<b>-0.0181</b> -0.0183	<b>0.030</b> 0.031	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>0.08</b> 0.09	<b>-0.07</b> -0.07	<b>-0.01</b> -0.02	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0086</b> -0.0087	<b>0.022</b> 0.022	<b>1.0+1.5</b> 1.0+1.5

**Quadro VIII** – Estados limites últimos – Estrutura com reforço – Acção do vento.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	ΔH h/150 (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	ΔV l/200 (metros)
4	IPE300	Caso 1	<b>2.74</b> 2.76	<b>-1.10</b> -1.09	<b>0.63</b> 0.62	<b>-0.0065</b> -0.0067	<b>0.033</b>	<b>-0.066</b> -0.065	<b>0.10</b>
		Caso 2	<b>2.21</b> 2.23	<b>-1.09</b> -1.08	<b>0.61</b> 0.60	<b>-0.0063</b> -0.0064	<b>0.033</b>	<b>-0.064</b> -0.063	<b>0.10</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.04</b> -1.03	<b>0.50</b> 0.49	<b>-0.0053</b> -0.0054	<b>0.033</b>	<b>-0.055</b> -0.053	<b>0.10</b>
6	IPE300	Caso 1	- 8.70	- -2.42	- 1.16	- -0.0276	<b>0.033</b>	- -0.267	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>7.49</b> 6.83	<b>-11.83</b> -2.36	<b>1.33</b> 1.07	<b>-0.0302</b> -0.0259	<b>0.033</b>	<b>-0.333</b> -0.251	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-2.21</b> -2.12	<b>0.81</b> 0.72	<b>-0.0197</b> -0.0197	<b>0.033</b>	<b>-0.213</b> -0.195	<b>0.15</b>
	IPE450	Caso 1	<b>5.58</b> 5.60	<b>-1.35</b> -1.34	<b>0.63</b> 0.62	<b>-0.0114</b> -0.0117	<b>0.033</b>	<b>-0.116</b> -0.113	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>4.50</b> 4.50	<b>-1.34</b> -1.32	<b>0.60</b> 0.58	<b>-0.0109</b> -0.0111	<b>0.033</b>	<b>-0.111</b> -0.108	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.29</b> -1.27	<b>0.46</b> 0.45	<b>-0.0086</b> -0.0087	<b>0.033</b>	<b>-0.089</b> -0.087	<b>0.15</b>
	IPE500	Caso 1	<b>5.21</b> 5.22	<b>-1.14</b> -1.13	<b>0.57</b> 0.56	<b>-0.0097</b> -0.0099	<b>0.033</b>	<b>-0.098</b> -0.096	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>4.21</b> 4.21	<b>-1.14</b> -1.13	<b>0.54</b> 0.53	<b>-0.0092</b> -0.0094	<b>0.033</b>	<b>-0.093</b> -0.092	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.12</b> -1.10	<b>0.42</b> 0.41	<b>-0.0073</b> -0.0074	<b>0.033</b>	<b>-0.075</b> -0.074	<b>0.15</b>
8	IPE450	Caso 1	<b>11.70</b> 11.82	<b>-2.46</b> -2.39	<b>0.96</b> 0.90	<b>-0.0288</b> -0.0299	<b>0.033</b>	<b>-0.307</b> -0.291	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>9.37</b> 9.34	<b>-2.41</b> -2.34	<b>0.89</b> 0.83	<b>-0.0272</b> -0.0280	<b>0.033</b>	<b>-0.289</b> -0.273	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-2.23</b> -2.16	<b>0.61</b> 0.56	<b>-0.0207</b> -0.0207	<b>0.033</b>	<b>-0.221</b> -0.207	<b>0.20</b>
	IPE500	Caso 1	<b>10.93</b> 10.91	<b>-2.11</b> -2.06	<b>1.07</b> 0.81	<b>-0.0244</b> -0.0251	<b>0.033</b>	<b>-0.256</b> -0.244	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>8.70</b> 8.67	<b>-2.07</b> -2.03	<b>0.79</b> 0.76	<b>-0.0230</b> -0.0236	<b>0.033</b>	<b>-0.241</b> -0.230	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.96</b> -1.90	<b>0.56</b> 0.53	<b>-0.0175</b> -0.0176	<b>0.033</b>	<b>-0.185</b> -0.176	<b>0.20</b>

**Quadro IX** – Estados limites de utilização – Estrutura sem reforço – Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	ΔH h/150 (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	ΔV l/200 (metros)
4	IPE300	Caso 1	<b>2.20</b> 2.19	<b>-0.69</b> -0.69	<b>0.40</b> 0.40	<b>0.72</b> 0.72	<b>-1.36</b> -1.38	<b>-0.0064</b> -0.0064	<b>0.0167</b>	<b>-0.042</b> -0.042	<b>0.10</b>
		Caso 2	<b>1.58</b> 1.59	<b>-0.67</b> -0.67	<b>0.39</b> 0.38	<b>0.73</b> 0.73	<b>-1.28</b> -1.28	<b>-0.0052</b> -0.0052	<b>0.0167</b>	<b>-0.041</b> -0.041	<b>0.10</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.64</b> -0.63	<b>0.32</b> 0.32	<b>0.71</b> 0.70	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0039</b> -0.0039	<b>0.0167</b>	<b>-0.035</b> -0.035	<b>0.10</b>
6	IPE300	Caso 1	<b>7.88</b> 7.80	<b>-1.60</b> -1.57	<b>0.78</b> 0.75	<b>1.60</b> 1.57	<b>-3.22</b> -3.46	<b>-0.0289</b> -0.0288	<b>0.0167</b>	<b>-0.180</b> -0.173	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>5.09</b> 5.10	<b>-1.50</b> -1.47	<b>0.72</b> 0.69	<b>1.62</b> 1.59	<b>-3.68</b> -3.74	<b>-0.0210</b> -0.0213	<b>0.0167</b>	<b>-0.170</b> -0.163	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.32</b> -1.29	<b>0.50</b> 0.47	<b>1.50</b> 1.46	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0144</b> -0.0144	<b>0.0167</b>	<b>-0.134</b> -0.126	<b>0.15</b>
	IPE450	Caso 1	<b>4.42</b> 4.41	<b>-0.93</b> -0.93	<b>0.43</b> 0.43	<b>0.94</b> 0.93	<b>-3.34</b> -3.36	<b>-0.0107</b> -0.0107	<b>0.0167</b>	<b>-0.080</b> -0.079	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>3.38</b> 3.38	<b>-0.91</b> -0.91	<b>0.41</b> 0.40	<b>0.94</b> 0.93	<b>-2.86</b> -2.86	<b>-0.0093</b> -0.0094	<b>0.0167</b>	<b>-0.076</b> -0.075	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.87</b> -0.86	<b>0.32</b> 0.31	<b>0.92</b> 0.91	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0068</b> -0.0069	<b>0.0167</b>	<b>-0.061</b> -0.060	<b>0.15</b>
	IPE500	Caso 1	<b>4.06</b> 4.05	<b>-0.81</b> -0.80	<b>0.40</b> 0.39	<b>0.81</b> 0.80	<b>-3.32</b> -3.33	<b>-0.0087</b> -0.0088	<b>0.0167</b>	<b>-0.069</b> -0.068	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>3.17</b> 3.17	<b>-0.80</b> -0.79	<b>0.38</b> 0.37	<b>0.81</b> 0.81	<b>-2.79</b> -2.79	<b>-0.0078</b> -0.0079	<b>0.0167</b>	<b>-0.066</b> -0.065	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.77</b> -0.77	<b>0.30</b> 0.29	<b>0.80</b> 0.80	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0059</b> -0.0059	<b>0.0167</b>	<b>-0.053</b> -0.052	<b>0.15</b>
8	IPE450	Caso 1	<b>9.67</b> 9.61	<b>-1.70</b> -1.66	<b>0.65</b> 0.63	<b>1.68</b> 1.66	<b>-6.72</b> -6.80	<b>-0.0275</b> -0.0277	<b>0.0167</b>	<b>-0.209</b> -0.202	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>7.17</b> 7.13	<b>-1.64</b> -1.60	<b>0.60</b> 0.58	<b>1.68</b> 1.65	<b>-5.83</b> -5.83	<b>-0.0234</b> -0.0236	<b>0.0167</b>	<b>-0.197</b> -0.189	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.49</b> -1.45	<b>0.41</b> 0.39	<b>1.58</b> 1.55	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0163</b> -0.0162	<b>0.0167</b>	<b>-0.150</b> -0.144	<b>0.20</b>
	IPE500	Caso 1	<b>8.75</b> 8.72	<b>-1.49</b> -1.46	<b>0.59</b> 0.58	<b>1.48</b> 1.45	<b>-6.69</b> -6.73	<b>-0.0225</b> -0.0227	<b>0.0167</b>	<b>-0.178</b> -0.173	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>6.67</b> 6.64	<b>-1.45</b> -1.42	<b>0.55</b> 0.53	<b>1.47</b> 1.45	<b>-5.65</b> -5.65	<b>-0.0197</b> -0.0199	<b>0.0167</b>	<b>-0.168</b> -0.163	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-1.34</b> -1.32	<b>0.39</b> 0.37	<b>1.41</b> 1.38	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0140</b> -0.0140	<b>0.0167</b>	<b>-0.129</b> -0.124	<b>0.20</b>

**Quadro X** – Estados limites de utilização – Estrutura sem reforço – Acção do vento.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1	Nó 2	Nó 22	Nó 2	ΔH	Nó 22	ΔV
			Rot. (mrad)	Rot. (mrad)	Rot. (mrad)	ΔH (metros)	h/150 (metros)	ΔV (metros)	l/200 (metros)
4	IPE300	Caso 1	<b>2.38</b> 2.40	<b>-0.16</b> -0.15	<b>0.32</b> 0.39	<b>-0.0032</b> -0.0037	<b>0.0167</b>	<b>-0.028</b> -0.034	<b>0.10</b>
		Caso 2	<b>1.91</b> 1.93	<b>-0.16</b> -0.15	<b>0.30</b> 0.37	<b>-0.0030</b> -0.0035	<b>0.0167</b>	<b>-0.026</b> -0.033	<b>0.10</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.15</b> -0.14	<b>0.22</b> 0.29	<b>-0.0022</b> -0.0027	<b>0.0167</b>	<b>-0.019</b> -0.025	<b>0.10</b>
6	IPE300	Caso 1	<b>5.88</b> 5.84	<b>-0.35</b> -0.35	<b>0.46</b> 0.44	<b>-0.0100</b> -0.0101	<b>0.0167</b>	<b>-0.086</b> -0.083	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>4.62</b> 4.59	<b>-0.34</b> -0.34	<b>0.41</b> 0.40	<b>-0.0090</b> -0.0090	<b>0.0167</b>	<b>-0.079</b> -0.077	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.32</b> -0.31	<b>0.22</b> 0.21	<b>-0.0059</b> -0.0059	<b>0.0167</b>	<b>-0.052</b> -0.051	<b>0.15</b>
	IPE450	Caso 1	<b>4.79</b> 4.80	<b>-0.20</b> -0.19	<b>0.53</b> 0.52	<b>-0.0062</b> -0.0064	<b>0.0167</b>	<b>-0.096</b> -0.094	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>4.05</b> 4.04	<b>-0.20</b> -0.19	<b>0.50</b> 0.49	<b>-0.0067</b> -0.0069	<b>0.0167</b>	<b>-0.091</b> -0.089	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.19</b> -0.19	<b>0.37</b> 0.36	<b>-0.0057</b> -0.0058	<b>0.0167</b>	<b>-0.071</b> -0.069	<b>0.15</b>
	IPE500	Caso 1	<b>4.80</b> 4.80	<b>-0.17</b> -0.17	<b>0.49</b> 0.48	<b>-0.0064</b> -0.0066	<b>0.0167</b>	<b>-0.084</b> -0.083	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>3.98</b> 3.98	<b>-0.17</b> -0.17	<b>0.47</b> 0.46	<b>-0.0065</b> -0.0067	<b>0.0167</b>	<b>-0.080</b> -0.078	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.17</b> -0.16	<b>0.35</b> 0.34	<b>-0.0053</b> -0.0054	<b>0.0167</b>	<b>-0.062</b> -0.061	<b>0.15</b>
8	IPE450	Caso 1	<b>9.57</b> 9.60	<b>-0.35</b> -0.35	<b>0.78</b> 0.74	<b>-0.0158</b> -0.0168	<b>0.0167</b>	<b>-0.245</b> -0.234	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>8.07</b> 8.02	<b>-0.35</b> -0.34	<b>0.71</b> 0.67	<b>-0.0170</b> -0.0176	<b>0.0167</b>	<b>-0.229</b> -0.218	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.33</b> -0.32	<b>0.46</b> 0.43	<b>-0.0138</b> -0.0138	<b>0.0167</b>	<b>-0.169</b> -0.160	<b>0.20</b>
	IPE500	Caso 1	<b>9.64</b> 9.62	<b>-0.31</b> -0.30	<b>0.71</b> 0.68	<b>-0.0160</b> -0.0167	<b>0.0167</b>	<b>-0.212</b> -0.204	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>7.94</b> 7.88	<b>-0.30</b> -0.30	<b>0.66</b> 0.63	<b>-0.0161</b> -0.0165	<b>0.0167</b>	<b>-0.199</b> -0.191	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.29</b> -0.28	<b>0.44</b> 0.42	<b>-0.0125</b> -0.0125	<b>0.0167</b>	<b>-0.146</b> -0.140	<b>0.20</b>

**Quadro XI** – Estados limites de utilização – Estrutura com reforço – Acção da neve.

R <sub>L</sub>	Travessa	Rigidez da ligação	Nó 1 Rot. (mrad)	Nó 2 Rot. (mrad)	Nó 22 Rot. (mrad)	Nó 67 Rot. (mrad)	Nó 42 Rot. (mrad)	Nó 2 ΔH (metros)	ΔH h/150 (metros)	Nó 22 ΔV (metros)	ΔV l/200 (metros)
4	IPE300	Caso 1	<b>1.85</b> 1.94	<b>-0.10</b> -0.09	<b>0.20</b> 0.25	<b>0.10</b> 0.10	<b>-1.18</b> -1.14	<b>-0.0037</b> -0.0044	<b>0.0167</b>	<b>-0.018</b> -0.022	<b>0.10</b>
		Caso 2	<b>1.69</b> 1.43	<b>-0.10</b> -0.09	<b>0.19</b> 0.24	<b>0.10</b> 0.10	<b>-1.05</b> -1.05	<b>-0.0031</b> -0.0036	<b>0.0167</b>	<b>-0.017</b> -0.021	<b>0.10</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.10</b> -0.09	<b>0.14</b> 0.18	<b>0.10</b> 0.10	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0020</b> -0.0024	<b>0.0167</b>	<b>-0.013</b> -0.016	<b>0.10</b>
6	IPE300	Caso 1	<b>5.10</b> 5.03	<b>-0.23</b> -0.22	<b>0.29</b> 0.28	<b>0.23</b> 0.22	<b>-2.29</b> -2.33	<b>-0.0130</b> -0.0128	<b>0.0167</b>	<b>-0.055</b> -0.054	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>3.62</b> 3.59	<b>-0.21</b> -0.21	<b>0.26</b> 0.25	<b>0.23</b> 0.23	<b>-2.25</b> -2.25	<b>-0.0100</b> -0.0099	<b>0.0167</b>	<b>-0.050</b> -0.050	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.19</b> -0.19	<b>0.14</b> 0.13	<b>0.22</b> 0.22	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0058</b> -0.0057	<b>0.0167</b>	<b>-0.033</b> -0.033	<b>0.15</b>
	IPE450	Caso 1	<b>3.78</b> 3.76	<b>-0.14</b> -0.13	<b>0.37</b> 0.36	<b>0.14</b> 0.14	<b>-3.80</b> -3.79	<b>-0.0065</b> -0.0066	<b>0.0167</b>	<b>-0.066</b> -0.065	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>3.04</b> 3.03	<b>-0.13</b> -0.13	<b>0.34</b> 0.34	<b>0.13</b> 0.13	<b>-3.05</b> -3.04	<b>-0.0062</b> -0.0063	<b>0.0167</b>	<b>-0.063</b> -0.062	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.13</b> -0.13	<b>0.26</b> 0.25	<b>0.13</b> 0.13	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0048</b> -0.0048	<b>0.0167</b>	<b>-0.049</b> -0.048	<b>0.15</b>
	IPE500	Caso 1	<b>3.69</b> 3.69	<b>-0.12</b> -0.12	<b>0.35</b> 0.34	<b>0.12</b> 0.12	<b>-3.64</b> -3.63	<b>-0.0061</b> -0.0062	<b>0.0167</b>	<b>-0.059</b> -0.058	<b>0.15</b>
		Caso 2	<b>2.98</b> 2.98	<b>-0.12</b> -0.12	<b>0.33</b> 0.32	<b>0.12</b> 0.12	<b>-2.95</b> -2.94	<b>-0.0057</b> -0.0058	<b>0.0167</b>	<b>-0.056</b> -0.055	<b>0.15</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.12</b> -0.11	<b>0.25</b> 0.24	<b>0.12</b> 0.12	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0044</b> -0.0044	<b>0.0167</b>	<b>-0.044</b> -0.043	<b>0.15</b>
8	IPE450	Caso 1	<b>7.85</b> 7.81	<b>-0.24</b> -0.24	<b>0.53</b> 0.51	<b>0.24</b> 0.24	<b>-7.53</b> -7.51	<b>-0.0171</b> -0.0174	<b>0.0167</b>	<b>-0.168</b> -0.163	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>6.20</b> 8.02	<b>-0.24</b> -0.34	<b>0.49</b> 0.67	<b>0.24</b> 0.33	<b>-6.01</b> -9.45	<b>-0.0159</b> -0.0176	<b>0.0167</b>	<b>-0.157</b> -0.218	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.22</b> -0.32	<b>0.31</b> 0.43	<b>0.22</b> 0.31	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0115</b> -0.0138	<b>0.0167</b>	<b>-0.116</b> -0.160	<b>0.20</b>
	IPE500	Caso 1	<b>7.66</b> 7.62	<b>-0.22</b> -0.21	<b>0.50</b> 0.48	<b>0.22</b> 0.21	<b>-7.22</b> -7.20	<b>-0.0156</b> -0.0158	<b>0.0167</b>	<b>-0.148</b> -0.144	<b>0.20</b>
		Caso 2	<b>6.06</b> 6.02	<b>-0.21</b> -0.21	<b>0.46</b> 0.44	<b>0.21</b> 0.21	<b>-5.81</b> -5.78	<b>-0.0144</b> -0.0145	<b>0.0167</b>	<b>-0.139</b> -0.135	<b>0.20</b>
		Caso 3	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.20</b> -0.20	<b>0.31</b> 0.30	<b>0.20</b> 0.20	<b>0.00</b> 0.00	<b>-0.0103</b> -0.0103	<b>0.0167</b>	<b>-0.103</b> -0.100	<b>0.20</b>

Quadro XII – Estados limites de utilização – Estrutura com reforço – Acção do vento.