



**Fenómenos de transporte em leitos constituídos por partículas com
diferente diâmetro e forma**

José Simão Morgado Resendes

Dissertação apresentada à Escola Superior de Tecnologia e de Gestão de
Bragança para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Química

Orientado por

Doutores Ricardo Dias e João Campos

Esta dissertação não inclui as críticas e sugestões feitas pelo Júri

**Bragança
Junho 2009**

Agradecimentos

Os meus agradecimentos aos Professores Ricardo Dias e João Campos pela disponibilidade demonstrada e pelo apoio prestado na orientação deste trabalho.

Resumo

Neste trabalho estudou-se experimentalmente a porosidade e permeabilidade de leitos granulados constituídos por misturas de partículas esféricas com dois diâmetros diferentes. Os estudos foram conduzidos variando a fracção volúmica de partículas de maior dimensão, x_D , presentes nos leitos e o rácio $\delta = d/D$, onde d e D representam o diâmetro das partículas de menor e maior dimensão, respectivamente. Recorrendo à equação de Kozeny-Carman e aos valores experimentais da permeabilidade e porosidade foi então possível calcular a tortuosidade.

Adicionalmente, foi estudada a permeabilidade e porosidade de leitos fixos contendo misturas de partículas esféricas e cilíndricas para diferentes fracções volúmicas de partículas cilíndricas, sendo estas caracterizadas por um diâmetro equivalente superior ao diâmetro das partículas esféricas.

A porosidade mínima obtida para os diferentes rácios δ das misturas de esferas registou-se entre $x_D = 0.65$ e $x_D = 0.7$, tendo a porosidade mínima das misturas de esferas/cilindros sido obtida nessa mesma região de fracção volúmica. A porosidade mínima das misturas de esferas decresceu com o decréscimo do rácio δ .

O valor mínimo da permeabilidade situou-se, em todos os casos (misturas de esferas com diferente δ e misturas esferas/cilindros), na região de fracções volúmicas situadas no intervalo entre 0.3 e 0.5.

O facto de se obterem porosidades mínimas e permeabilidades mínimas em diferentes regiões da fracção volúmica de partículas de maior dimensão pode dever-se a variados efeitos de distorção do arranjo das partículas no interior dos empacotamentos, conduzindo estes efeitos de distorção ao decréscimo da tortuosidade na região da porosidade mínima e, conseqüentemente, ao aumento da permeabilidade.

Palavras-chaves: Mistura de partículas; Porosidade; Permeabilidade; Tortuosidade

Abstract

In this work, the experimental porosity and permeability of granular beds containing mixtures of spherical particles with different size were studied. The studies were carried out varying the volume fraction content of bigger particles, x_D , and the particle size ratio $\delta = d/D$ between smaller and bigger particles, d and D being the diameter of small and large particles. Using the Kozeny-Carman equation and the experimental results of porosity and permeability, was possible to calculate the tortuosity.

Additionally, it was studied the permeability and porosity of granular beds containing spherical particles and cylindrical particles, the latter particles being bigger than the former ones. In these studies it was also varied the volume fraction content of bigger particles (cylinders).

The minimum porosities, reached with the mixtures of spheres with different particle size ratio δ or mixtures spheres/cylinders, were obtained in volume fraction content of bigger particles located in the interval 0.65 – 0.7. The minimum porosity of granular beds containing mixtures of spheres decreased with the decrease of δ .

The minimum values of permeability were obtained at volume fractions of bigger particles (spheres or cylinders) located in the range 0.3-0.5.

This difference between the volume fraction content where the minimum porosity and minimum permeability are reached is probably provoked by various distortion effects that affect the arrangement of the different particles within the packing, these distortion effects leading to lower values of tortuosity on the region of minimum porosity.

Keywords: Particle mixture; Porosity; Permeability; Tortuosity

Índice

1	Introdução	1
1.1	Mistura e Empacotamento de Partículas	1
1.2	Permeabilidade	5
1.3	Porosidade	7
1.3.1	Porosidade Mínima e Permeabilidade.....	10
1.4	Tortuosidade	12
2	Materiais e Métodos	17
2.1	Materiais	17
2.2	Método	18
3	Apresentação e Discussão de Resultados	21
3.1	Porosidade, Permeabilidade e Tortuosidade	21
4	Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros	33
4.1	Conclusões	33
4.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	33
5	Bibliografia.....	34
	Apêndice	36
A.1	Porosidade, Permeabilidade e Tortuosidade	36
A.2	Diâmetro equivalente	42

Índice de Figuras

Figura 1.1 – Caixas representam esquematicamente uma região do volume total da mistura. (a) mistura enriquecida com partículas pequenas; (b) mistura perto da porosidade mínima (densidade de empacotamento máximo);(c) mistura enriquecida com partículas grandes [3].	3
Figura 1.2– Mistura com 60 % de esferas com 4 mm de diâmetro (vermelho) e 40% com 0.875 mm (azul) [3].	4
Figura 1.3 – Caixas representam esquematicamente diferentes arranjos das partículas. (b) mistura perto da porosidade mínima (densidade de empacotamento máximo);(c1)mistura segregada enriquecida com partículas grandes;(c2)mistura enriquecida com partículas grandes quando partículas pequenas são distribuídas regularmente entre o esqueleto [3].	4
Figura 1.4 – Empacotamento na região de porosidade mínima (a) e imagens (b) Mistura com 70 % de esferas com diâmetro 4 mm (vermelho) e 30 % com diâmetro 0.375 mm (azul) [3].	5
Figura 1.5 – Representação da equação (1.8) (ramo esquerdo) e equação (1.9) (ramo direito) para ε_d^0 e ε_D^0 iguais a 0.4 [2].	8
Figura 1.6 – Representação esquemática do arranjo de pequenas partículas entre partículas grandes: (a) partículas pequenas enchem o espaço vazio entre o esqueleto de partículas maiores, (b) partículas pequenas intrometem-se no esqueleto de partículas grandes.	9
Figura 1.7 – Valores de ε para diferentes valores de D/d . Para curva $D/d=10.22$, $\varepsilon_D^0 = \varepsilon_d^0 = 0.4$, e a curva dum modelo contínuo de Mota et al. [8]. A curva 2, é definida pelas condições limite em $\delta \rightarrow 0$ (modelo por ramos, equações (1.8) e (1.9)), para $\varepsilon_d^0=0.371$ e $\varepsilon_D^0=0.4$ [4].	9
Figura 1.8 – Dependência de ε_{\min} em relação a δ . Pontos- dados experimentais. Curva 1- equação (1.14); curvas 2 e 3- limites de empacotamento folgado, equação (1.11), para $x_{D\min}=0.7$ e $\varepsilon_d^0=0.41$ e 0.38, respectivamente [11].	11
Figura 1.9 – Dependência de k_{bp}/k_d (equação (1.14)) em relação a δ , usando diferentes modelos para descrever ε_{\min} . Pontos- dados experimentais; curva 1- ε_{\min} calculado pela equação (1.13); curvas 2 e 3 – ε_{\min} calculado pela equação (1.11) para $x_{D\min}=0.7$ quando $\varepsilon_d^0=0.41$ e 0.38, respectivamente; curvas 4 e 5 – ε_{\min}	

calculado pela equação (1.12) com $\varepsilon_{d}^0 = \varepsilon_D^0 = 0.4$ e 0.368 , respectivamente. A área sombreada corresponde à zona onde $k_{bp}/k_d \geq 1.0$ [11].	12
Figura 1.10 – Dependência da tortuosidade normalizada T/T_0 de misturas binárias, em relação à fracção de volume x_D para diferentes rácios D/d [2]. T_0 representa a tortuosidade de um leito mono-componente [2].	13
Figura 1.11 – Representação de um empacotamento binário em $D/d=20$ mostrando os efeitos de distorção na fracção de partículas menores (a) x_D abaixo da formação do esqueleto na mistura (b) x_D na região de porosidade mínima [12].	14
Figura 1.12 – Dependência de n (calculados pela equação (1.16) em relação a x_D para $1/\delta=13.3, 20$ e 26.7 . Linhas representam equação (1.17) [7].	15
Figura 1.13 – Valores experimentais e simulados (equação (1.4)) de k vs x_D calculados usando a equação (1.15) em conjunto com equações (1.19) e (1.17) (linhas 1-3). Limite: permeabilidade quando $\delta \rightarrow 0$ e $n=0.5$ [7].	16
Figura 2.1 – Lavagem de um empacotamento constituído por esferas de diferente tamanho.	18
Figura 2.2 – Esquema da instalação experimental para a determinação da permeabilidade de misturas binárias de esferas de vidro com diferente tamanho.	19
Figura 3.1 – Empacotamento genérico de partículas de diferente forma contendo cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm (os cilindros usados no presente trabalho) e partículas esféricas.	21
Figura 3.2 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.386$ (a) Mistura com 70% de esferas com diâmetro 0.875 mm e 30% 0.3375 mm (porosidade mínima) (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 0.875 mm e 20% 0.3375 mm.	22
Figura 3.3 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.168$ (a) Mistura com 50% de esferas com diâmetro 2 mm e 50% 0.3375 mm (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 2 mm e 20% 0.3375 mm.	22
Figura 3.4 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.113$ (a) Mistura com 65% de esferas com diâmetro 3 mm e 35% 0.3375 mm (porosidade mínima) (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 3 mm e 20% 0.3375 mm (mistura segregada).	23

Figura 3.5 – Empacotamento de partículas de diferente forma (a) Mistura com 40% de cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm e 60% 0.3375 mm (b) Mistura com 85% de cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm e 20% 0.3375 mm.....	23
Figura 3.6 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta=0.386$	24
Figura 3.7 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta=0.168$	25
Figura 3.8 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta=0.113$	25
Figura 3.9 – Pontos experimentais da porosidade com mistura de partículas com diferente forma (esferas e cilindros).....	25
Figura 3.10 – Comparação dos pontos experimentais da porosidade nas misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ . Apresentam-se também as porosidades de misturas de cilindros e esferas (designadas na figura por “cilindros”).	26
Figura 3.11 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta=0.386$	27
Figura 3.12 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta=0.168$	27
Figura 3.13 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta=0.113$	28
Figura 3.14 – Pontos experimentais da permeabilidade em misturas de partículas com forma diferente (esferas e cilindros).....	28
Figura 3.15 – Comparação dos pontos experimentais da permeabilidade das misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ . Apresentam-se também as porosidades de misturas de cilindros e esferas (designadas na figura por “cilindros”).	29
Figura 3.16 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta=0.386$...31	31
Figura 3.17 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta=0.168$...31	31
Figura 3.18 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta=0.113$...32	32
Figura 3.19 – Comparação dos pontos experimentais da tortuosidade das misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ	32

Índice de Tabelas

Tabela A.1 – Valores do coeficiente de viscosidade da água [14].....	37
Tabela A.2 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.386$	40
Tabela A.3 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.168$	40
Tabela A.4 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.113$	41
Tabela A.5 – Valores obtidos para o empacotamento de diferente forma (esferas e cilindros).....	41

Nomenclatura

A_c	área de superfície do cilindro (m^2)
A_D	área máxima de secção transversal de esferas de maior dimensão ou área ocupada numa imagem por esferas de maior dimensão (m^2)
A_d	área máxima de secção transversal de esferas de menor dimensão ou área ocupada numa imagem por esferas de menor dimensão (m^2)
A_{esf}	área de superfície de uma esfera com o mesmo volume do cilindro (m^2)
$A_{secção}$	área de secção da coluna (m^2)
D	diâmetro das partículas esféricas de maior dimensão (m)
d	diâmetro das partículas esféricas de menor dimensão (m)
d_{av}	diâmetro médio das partículas presente na mistura (m)
D_C	diâmetro dos cilindros (m)
dp	diâmetro equivalente de uma partícula esférica (m)
d_v	diâmetro da esfera com o mesmo volume da partícula (m)
F_D	fracção de área superficial das partículas de maior dimensão no empacotamento
H	altura de coluna de água (m)
H_f	altura de coluna de água (m)
H_i	altura de coluna de água (m)
k	permeabilidade (m^2)
K	coeficiente de Kozeny
k_{bp}	permeabilidade de empacotamentos binários (m^2)
K_d	permeabilidade de empacotamentos de tamanho uniforme d (m^2)
K_0	factor de forma
L	comprimento de um empacotamento (m)
L_c	comprimento dos cilindros (m)
m_D	massa de esferas de maior dimensão (Kg)
m_d	massa de esferas com menor dimensão (Kg)
$m_{esferas}$	massa de esferas utilizada na mistura (Kg)
m_T	massa total de esferas (Kg)
N_c	número de coordenação
n	Parâmetro usado na estimativa da tortuosidade
Q	caudal (m^3/s)
R_m	resistência imposta pela camada de suporte do leito ao escoamento (m^{-1})
r_e	raio da esfera com o mesmo volume do cilindro (m)

r_c	raio do cilindro (m)
T	temperatura (K)
T	tortuosidade
t	tempo (s)
T_0	tortuosidade de um leito monocomponente
T_D	macrotortuosidade
T_d	microtortuosidade
u	Velocidade (m/s)
$V_{cilindro}$	Volume dos cilindros (m ³)
$V_{esferas}$	Volume de esferas (m ³)
$V_{partícula}$	volume da partícula (m ³)
V_{total}	volume total do empacotamento (m ³)
V_{vazio}	volume de poros na mistura (m ³)
X_D	fracção mássica ou volúmica de partículas esféricas de maior dimensão
X_d	fracção mássica ou volúmica de partículas esféricas de menor dimensão
X_{Dmin}	fracção mássica ou volúmica de partículas esféricas de maior dimensão onde se regista o mínimo da porosidade, em misturas binárias

Símbolos Gregos

δ	rácio de diâmetro entre partículas de menor dimensão e partículas de maior dimensão, em misturas binárias
δ_c	rácio crítico, de diâmetro de partículas esféricas
Δp	queda de pressão (Pa)
ε	porosidade
ε_d	fracção de vazios gerada pelas partículas pequenas no restante volume de vazios da mistura
ε_D	fracção de vazios gerada pelas partículas grandes no volume total da mistura
ε_d^0	porosidade de um leito monocomponente de partículas esféricas de menor dimensão
ε_D^0	porosidade de um leito monocomponente de partículas esféricas de maior dimensão
ε_{Min}	porosidade mínima absoluta
ε_{min}	porosidade mínima

ϕ	parâmetro de correcção da porosidade
Φ	parâmetro utilizado na estimativa de n
μ	viscosidade (Pa.s)
ρ_c	massa específica dos cilindros (Kg/m ³)
ρ_{esf}	massa específica das esferas (Kg/m ³)
Ψ	esfericidade

1 Introdução

O fluxo de fluidos através de meios porosos pode ser encontrado em vários campos da engenharia. Exemplos incluem a contaminação de águas subterrâneas, exploração de gás natural e petróleo, cromatografia, reactores químicos, permutadores de calor e filtros de areia. Dada a sua grande importância sob o ponto de vista da aplicação, muito trabalho tem sido feito desde o final do século dezanove (após a contribuição pioneira de Darcy) de modo a compreender o fluxo em meios porosos, em particular em leitos fixos granulados [1].

Existem muitas formas de descrever os meios porosos e os fenómenos de transporte de massa associados. Duas propriedades importantes dos meios porosos são o coeficiente de permeabilidade e o coeficiente de difusão efectivo. Ambos os coeficientes, por sua vez, são dependentes das características do meio poroso, nomeadamente da porosidade e da tortuosidade [2].

Os leitos granulados constituídos por misturas de partículas de diferente dimensão (leitos multi-componente) têm uma ampla aplicação na indústria e na ciência, apresentando uma gama larga de valores da permeabilidade, porosidade, dimensão dos poros e coeficiente de tortuosidade [3].

1.1 Mistura e Empacotamento de Partículas

A escolha de um procedimento correcto para o empacotamento de partículas bem como de um processo de mistura adequado, no caso dos leitos multi-componente, é de importância significativa.

Dependendo das condições de empacotamento, é possível obter-se empacotamentos regulares ou aleatórios. Os empacotamentos regulares estão associados a um número de coordenação (N_c) fixo, sendo N_c definido como o número de pontos de contacto de cada esfera com as esferas vizinhas [4].

Na transição de um empacotamento regular de partículas para um leito multi-componente o estudo das propriedades do meio poroso torna-se mais complexo [3]. Por exemplo, existe a possibilidade de dois leitos multi-componente exibirem o mesmo valor de porosidade, mas possuírem diferentes permeabilidades, tortuosidades, etc.

Existem diversas formas de se preparar um empacotamento de partículas. Em seguida apresentam-se diferentes métodos.

Wightman et al. [5] estudaram a mistura/empacotamento de esferas de vidro com diferente dimensão num recipiente cilíndrico ao qual era induzida rotação em torno

do seu eixo e oscilação na vertical. Wightman et al. [5] concluíram que o processo de mistura era mais eficaz quando a frequência de oscilação era diferente da frequência de rotação. Os melhores resultados foram obtidos para um número de oscilações por revolução maior que 1 e menor que 1.8 [5].

Wright et al. [6] efectuaram a mistura de esferas de vidro com dois diâmetros diferentes, colocando pequenas quantidades nas proporções pretendidas num balão de vidro contendo um agitador magnético. Após agitação durante 30 minutos, a mistura era vertida para uma coluna. O leito total era assim construído por adições sucessivas de pequenas quantidades pré misturadas no exterior da coluna.

Dias et al. [3] usaram um método de mistura de esferas de vidro com duas dimensões (mistura binária) usando uma solução de glicerol em água. Experiências preliminares demonstraram que a solução óptima para misturar as esferas de diferente tamanho continha 90% de glicerol.

As esferas eram misturadas numa certa proporção em massa e colocadas num misturador. Em seguida, a solução de 90% glicerol em água, era adicionada às esferas de modo ao obter uma pasta. As esferas e solução de glicerol eram misturadas a 75 rpm durante 5 minutos no interior do tubo do misturador com pás helicoidais. Foi então obtida uma pasta em que a solução de glicerol funcionava como ligante entre as esferas de diferente tamanho. A mistura preparada (pasta) era transferida para uma coluna transparente, obtendo-se um empacotamento. A coluna era então preenchida com cuidado com água, fechada, e a solução de glicerol era lavada com água. Finalmente, o empacotamento binário era completamente seco com ar comprimido. Imagens de três faces da coluna prismática foram adquiridas com uma câmara digital para medir a área ocupada nas imagens pelas fracções de partículas com diferente dimensão.

Para que a mistura das partículas fosse boa, a percentagem de área, A_D , ocupada nas imagens pelas esferas de diâmetro D (maior dimensão) deveria ser [3]:

$$A_D(\%) = \frac{A_D}{A_D + A_d} 100 = \frac{m_D / D}{(m_D / D) + (m_d / d)} 100 \quad (1.1)$$

Em que d representa o diâmetro das esferas de menor dimensão. A massa total da mistura, m_T , era dada por $m_T = m_D + m_d$. Considerando que x_D e x_d representam as fracções mássicas de esferas maiores e menores na mistura, respectivamente, então [3]:

$$A_D(\%) = \frac{x_D / D}{(x_D / D) + (x_d / d)} 100 \quad (1.2)$$

Muitos modelos (de porosidade, permeabilidade, etc.) desenvolvidos para leitos de multi-componente foram construídos recorrendo a parâmetros médios encontrados no espaço total ocupado pela mistura (Fig. 1.1). Na Fig. 1.1 as caixas representam esquematicamente o espaço total de mistura, em que as partículas maiores e menores não diferem muito em dimensão. Na Fig. 1.1(a) a mistura está enriquecida com partículas pequenas. No caso (b) a distribuição de partículas grandes aproxima-se de um esqueleto contínuo constituído pelas partículas maiores, mas devido ao valor rácio de tamanho entre as partículas maiores e as partículas pequenas (não diferem muito em dimensão), as partículas finas intrometem-se significativamente entre as maiores.

No caso (c) as partículas de menor dimensão estão diluídas no esqueleto de partículas grandes do empacotamento.

A Fig. 1.2 representa uma imagem de uma faces do empacotamento, correspondendo a composição do empacotamento à região "b" da Fig. 1.1(b) (mistura próxima da porosidade mínima). Para o valor de x_D utilizado e diâmetros de esferas envolvidos no empacotamento binário, o resultado previsto pela equação (1.2) foi de $A_D=24.7\%$. Os resultados obtidos pelo *software* Image-Pro Plus foi 23.4% (ver Fig. 1.2). Uma vez que o resultado teórico e o obtido por tratamento de imagem eram próximos, então o empacotamento obtido era de boa qualidade, isto é, havia uma boa distribuição dos dois componentes em todo o volume da mistura.

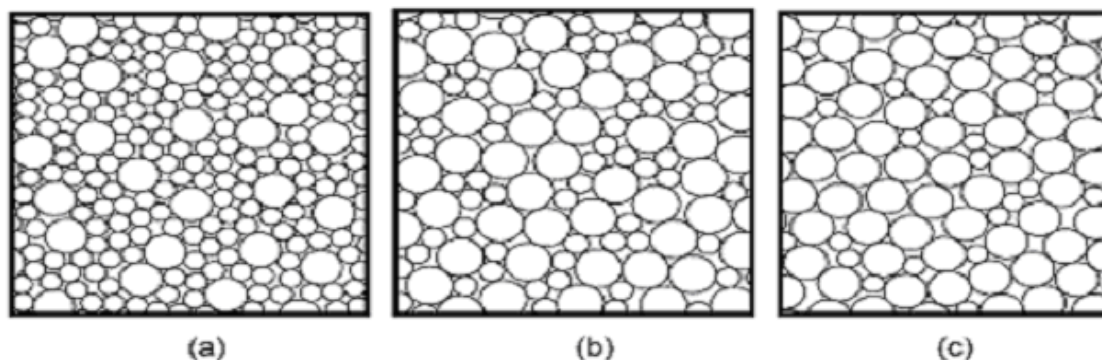


Figura 1.1 – Caixas representam esquematicamente uma região do volume total da mistura. (a) mistura enriquecida com partículas pequenas; (b) mistura perto da porosidade mínima (densidade de empacotamento máximo);(c) mistura enriquecida com partículas grandes [3].

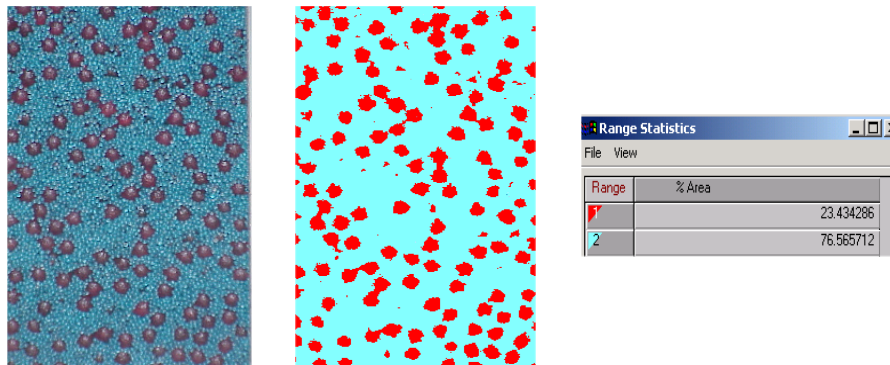


Figura 1.2- Mistura com 60 % de esferas com 4 mm de diâmetro (vermelho) e 40% com 0.875 mm (azul) [3].

Quando as partículas diferem bastante em dimensão (Figs. 1.3 e 1.4), as partículas menores estão aptas para se intrometerem entre as partículas maiores do esqueleto e causar um efeito de segregação quando a fracção de volume de partículas grandes excede a composição da porosidade mínima (Fig. 1.3(b)). O efeito de segregação resulta na separação da mistura em duas camadas (Fig. 1.3(c1)). Uma é a camada de mistura completa (no fundo do empacotamento na Fig. 1.3(c1)) com porosidade semelhante à mínima (porosidade da Fig. 1.3(b)), sendo a outra camada a camada do topo, constituída apenas por partículas maiores. Chama-se a este tipo de mistura (Fig. 1.3(c1)) uma mistura complexa não-homogénea [3].

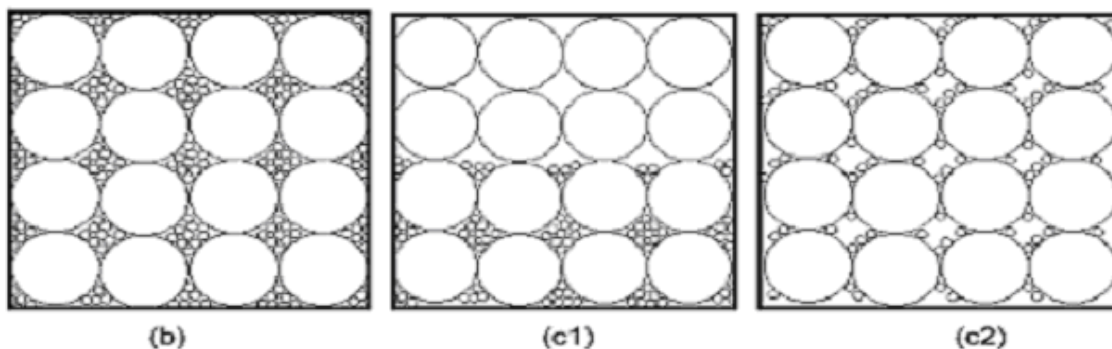


Figura 1.3 - Caixas representam esquematicamente diferentes arranjos das partículas. (b) mistura perto da porosidade mínima (densidade de empacotamento máximo);(c1)mistura segregada enriquecida com partículas grandes;(c2)mistura enriquecida com partículas grandes quando partículas pequenas são distribuídas regularmente entre o esqueleto [3].

Um exemplo de empacotamentos na região de porosidade mínima é dado na Fig. 1.4. A percentagem de área das esferas de maior dimensão na imagem é

$A_D=16.89\%$. A mistura é boa uma vez que a percentagem teórica de área (equação (1.2)) para as esferas com 4mm de diâmetro deve ser 17.95%, sendo este valor próximo do experimental.

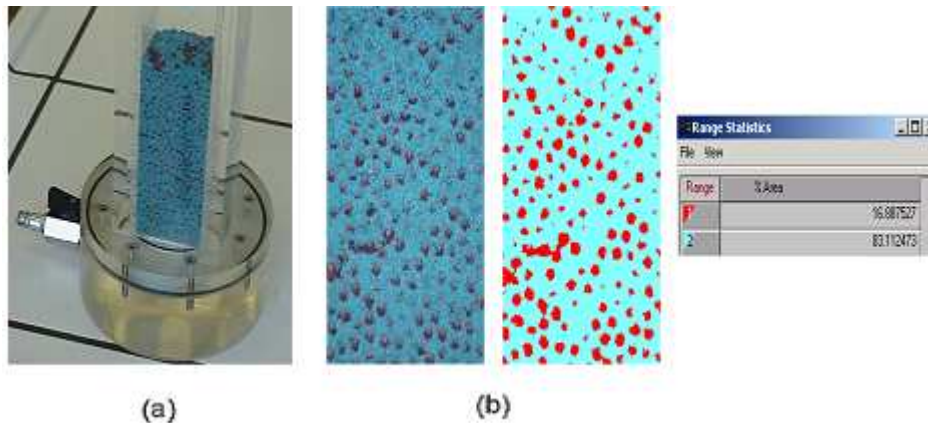


Figura 1.4 – Empacotamento na região de porosidade mínima (a) e imagens (b) Mistura com 70 % de esferas com diâmetro 4 mm (vermelho) e 30 % com diâmetro 0.375 mm (azul) [3].

Recorrendo ao tratamento de imagem acima ilustrado, Dias et al. [3] concluíram que o método de mistura/empacotamento com glicerol provou ser eficiente. Os desvios entre os resultados obtidos por análise de imagem e os resultados esperados teoricamente foram em geral pequenos. Os autores [3] referiram que era possível usar este método de mistura/empacotamento para obter uma vasta gama de misturas binárias.

1.2 Permeabilidade

A permeabilidade, k , é definida propriedades do meio poroso incluindo porosidade, raio dos poros, forma dos poros, tortuosidade, etc., sendo k um parâmetro essencial no desenvolvimento de modelos de fluxo de fluidos e transferência de massa em meios porosos [7].

Para um leito granulado e em regime laminar, uma velocidade de fluxo u é bem descrita pela equação de Hazen-Darcy:

$$u = \frac{k \cdot \Delta p}{\mu \cdot L} \quad (1.3)$$

onde k é a permeabilidade, Δp é a queda de pressão, L é o comprimento do leito e μ é a viscosidade do líquido. A permeabilidade pode ser estimada pela equação de Kozeny-Carman:

$$k = \frac{d_{av}^2 \varepsilon^3}{36K_0 T^2 (1 - \varepsilon)^2} \quad (1.4)$$

O coeficiente de Kozeny, K , é dado pelo produto $K_0 T^2$, representando T a tortuosidade dos poros. O valor de K assumido em estudos de leitos de partículas de tamanho uniforme varia usualmente entre 4.2 e 5 [8]. Esta variação de K depende, principalmente, da densidade do empacotamento e conseqüentemente da variação da tortuosidade [8].

Na equação (1.4) d_{av} é o diâmetro médio das partículas presente na mistura, contendo esta mistura partículas grandes D e pequenas d ; K_0 é um factor de forma que depende da forma dos poros presentes nos leitos granulados, sendo $K_0=2.0$ para empacotamentos de esferas [8] e ε representa a porosidade.

Mota et al. [8] determinou a porosidade preenchendo o leito com água sendo depois a mesma retirada por secagem. A diferença do peso da coluna quando os poros do leito estavam preenchidos com água e quando o leito estava seco permitiu calcular a porosidade. Posteriormente, medindo a velocidade de fluxo, u , e a queda de pressão resultante foi possível calcular a permeabilidade do leito usando a equação (1.5).

Comparando a equação (1.3) com a (1.5) pode observar-se que a última inclui a resistência da camada que suporta o leito de partículas, R_m . Esta resistência pode ser facilmente determinada numa experiência sem qualquer leito ($L=0$).

$$u = \frac{\Delta p}{\mu(L/k + R_m)} \quad (1.5)$$

Uma vez que o comprimento do leito se pode medir facilmente e a viscosidade do fluido é sabida, a permeabilidade pode ser calculada, rearranjando a equação (1.5):

$$k = \frac{L}{(\Delta p / \mu \cdot u) - R_m} \quad (1.6)$$

1.3 Porosidade

A porosidade ε de leitos binários tem sido amplamente estudada teoricamente [3]. Contudo, desvios entre dados experimentais e previsões teóricas catalizaram o desenvolvimento de pesquisas de forma a explicar os referidos desvios [4]. A porosidade total (ε) pode ser dada pelo produto de porosidades individuais: $\varepsilon_D = \varepsilon_D(x_D)$ e $\varepsilon_d = \varepsilon_d(x_d)$, onde ε_D é a fracção de vazios gerada pelas partículas grandes no volume total da mistura e ε_d é a fracção de vazios gerada pelas partículas pequenas no restante volume de vazios da mistura. Assim:

$$\varepsilon = \varepsilon_d \cdot \varepsilon_D \quad (1.7)$$

O modelo de mistura linear [4], pode ser aplicado a empacotamentos binários (empacotamentos contendo partículas com dois diâmetros diferentes) quando o rácio (δ) entre os diâmetros das partículas de pequena dimensão (d) e maior dimensão (D) é muito pequeno ($\delta = d/D \rightarrow 0$).

No modelo de mistura linear, para o caso extremo de $\delta = 0$ a porosidade de um sistema binário de partículas esféricas pode ser definida por [9,10]:

$$\varepsilon = \frac{(1 - x_D)\varepsilon_d^0}{1 - \varepsilon_d^0 x_D}, \quad x_D \in [0, x_{D\min}] \quad (1.8)$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{1 - \varepsilon_D^0}{x_D}, \quad x_D \in [x_{D\min}, 1] \quad (1.9)$$

em que a porosidade mínima absoluta $\varepsilon_{Min} = \varepsilon_D^0 \varepsilon_d^0$ ocorre para uma fracção volúmica de partículas de maior dimensão, $x_{D\min}$:

$$x_{D\min} = \frac{1 - \varepsilon_D^0}{1 - \varepsilon_d^0 \varepsilon_D^0} \quad (1.10)$$

em que ε_d^0 e ε_D^0 são, respectivamente, a porosidade dos leitos mono-componente das partículas de menor e maior dimensão.

A porosidade é representada neste modelo por dois ramos (ver Fig. 1.5). O ramo direito, equação (1.9), encontra-se enriquecido com partículas de maior dimensão, formando estas um esqueleto com porosidade ε_D^0 . Este esqueleto mantém-se

inalterado com a adição de partículas de menor dimensão até se atingir o ponto $(x_{Dmin}, \epsilon_{Min})$.

Adições de partículas de menor dimensão para além deste ponto, afastam as partículas maiores, destruindo o esqueleto das mesmas. Entra-se deste modo no ramo esquerdo do modelo, equação (1.8), rico em partículas menores, encontrando-se estas agrupadas com porosidade ϵ^0_d .

Admitindo ϵ^0_d e ϵ^0_D igual a 0.4 (valor usual), virá pela equação (1.10), $x_{Dmin}=0.71$, e $\epsilon_{Min}=\epsilon^0_D\epsilon^0_d = 0.16$. Na Fig. 1.5, a intersecção dos dois ramos representa o ponto $(0.71, 0.16)$.

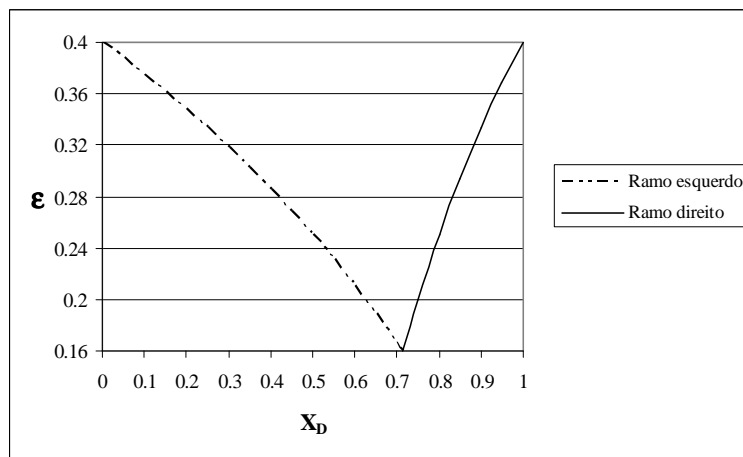


Figura 1.5 – Representação da equação (1.8) (ramo esquerdo) e equação (1.9) (ramo direito) para ϵ^0_d e ϵ^0_D iguais a 0.4 [2].

A transição do modelo clássico de misturas lineares ($\delta = 0$) para o sistema real ($\delta > 0$) de empacotamento binário, requer a introdução de funções de correcção nas equações (1.8) e (1.9).

O ponto de intersecção dos dois ramos corresponde a uma mistura onde a quantidade de partículas grandes ($x_D = x_{Dmin}$) é suficiente para construir um "esqueleto", estando os poros deste esqueleto aproximadamente preenchidos (Fig. 1.6(a)) por partículas pequenas (mecanismo de enchimento). No entanto, durante o processo de mistura/empacotamento as partículas pequenas são capazes de se intrometerem entre os pontos de contacto do esqueleto das partículas maiores (Fig. 1.6(b)), resultando num aumento da porosidade relativamente à situação $\delta \rightarrow 0$ (ver Fig. 1.7).

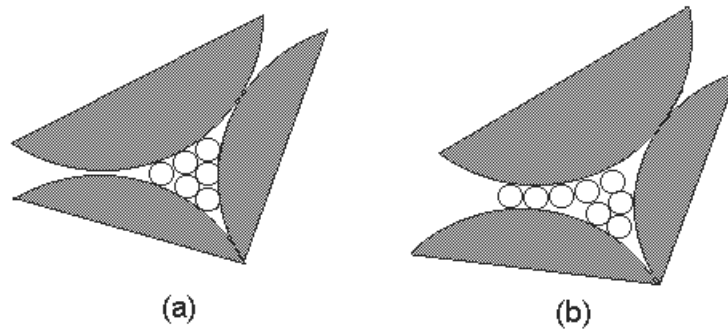


Figura 1.6 – Representação esquemática do arranjo de pequenas partículas entre partículas grandes: (a) partículas pequenas enchem o espaço vazio entre o esqueleto de partículas maiores, (b) partículas pequenas intrometem-se no esqueleto de partículas grandes.

Dias et al. [4] investigaram misturas com um rácio de tamanho de partícula de $D/d=10.22, 13.3, 20$ e 26.7 ($\delta=0.098, 0.075, 0.05$ e 0.0375 respectivamente). Para valores baixos de δ ($0.075, 0.05$ e 0.0375), a porosidade seguiu o modelo linear (ver Fig. (1.7)) enquanto que para $\delta=0.098$ o comportamento da porosidade na região da porosidade mínima é mais suave, sendo a porosidade bem descrita pelo modelo contínuo de Mota et al. [8].

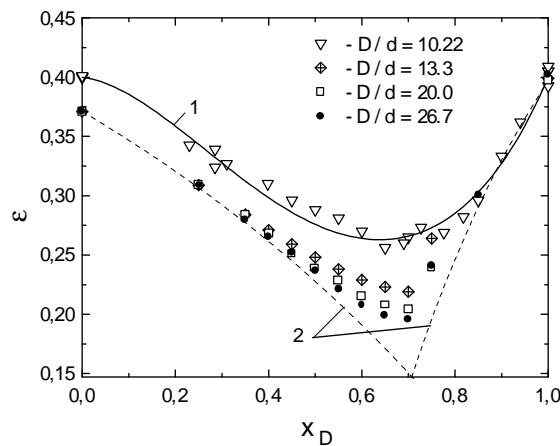


Figura 1.7 – Valores de ε para diferentes valores de D/d . Para curva $D/d=10.22$, $\varepsilon_D^0 = \varepsilon_d^0 = 0.4$, e a curva dum modelo contínuo de Mota et al. [8]. A curva 2, é definida pelas condições limite em $\delta \rightarrow 0$ (modelo por ramos, equações (1.8) e (1.9)), para $\varepsilon_d^0=0.371$ e $\varepsilon_D^0=0.4$ [4].

1.3.1 Porosidade Mínima e Permeabilidade

Dias et al. [11] relataram que em misturas binárias de esferas com diferente diâmetro, a porosidade mínima, ε_{\min} , é observada para um conteúdo fraccional $x_{D\min}$ à volta de 0.7, para diferentes rácios de tamanho de partícula, δ . As porosidades dos leitos mono-componente variaram numa gama aproximada 0.36-0.41, dependendo do método de empacotamento. A porosidade mínima absoluta de leitos binários, ε_{Min} , é alcançada quando $\delta \rightarrow 0$, sendo dada, como já referido, por $\varepsilon_{Min} = \varepsilon_d^0 \varepsilon_D^0$.

Para valores de δ maiores do que zero, a porosidade mínima, ε_{\min} , é superior à porosidade mínima absoluta, ε_{Min} , devido a diferentes efeitos de distorção [11]. A parte principal dos valores da porosidade mínima de empacotamentos binários localizou-se dentro dos limites definidos pela equação (1.11), quando se considerou $\varepsilon_d^0 = 0.41$ ou 0.38. A equação (1.11) descreve bem a porosidade mínima de empacotamentos binários folgados [4]:

$$\varepsilon_{\min} = \frac{\varepsilon_d^0 (1 - x_{D\min}) \exp(1.2264 x_{D\min}^{1/\sqrt{\delta}})}{1 - \varepsilon_d^0 x_{D\min}} \quad (1.11)$$

enquanto, para empacotamentos densos (maior compactação dos leitos que nos folgados), ε_{\min} é bem descrito por [11]:

$$\varepsilon_{\min} = \varepsilon_{Min} + (\varepsilon_d^0 - \varepsilon_{Min}) \exp[0.25(1 - 1/\delta)] \quad (1.12)$$

A dependência experimental da porosidade mínima dos empacotamentos binários com δ é apresentada na Fig. 1.8 em conjunto com o modelo para empacotamentos folgados (equação (1.11)) calculada para $x_{D\min} = 0.7$ e $\varepsilon_d^0 = 0.41$ e 0.38.

Embora os dados experimentais obtidos em [11] (ver Fig. 1.8) se situarem na gama da porosidade mínima de empacotamento folgados, a existência de diferentes mecanismos de mistura subjacentes a alto δ (exclusão) e pequeno δ (mistura linear) conduziram a um procedimento adicional de ajuste, dado pela equação (1.13), que descreveu com maior rigor (ver Fig. 1.8) a porosidade mínima dos diferentes leitos binários [11].

$$\varepsilon_{\min} = 0.368 - \frac{0.615}{\{1 + \exp[(\delta + 0.1)/0.153]\}} \quad (1.13)$$

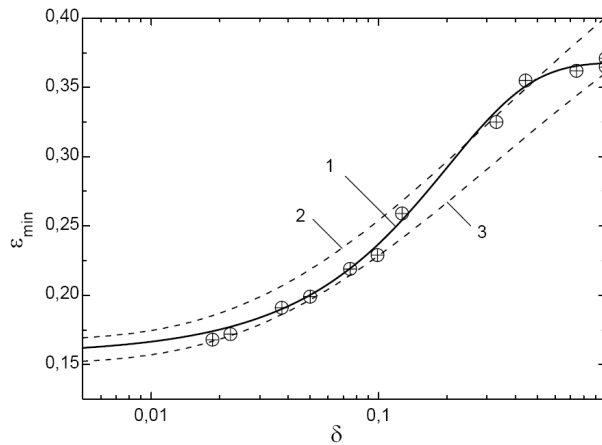


Figura 1.8 – Dependência de ε_{\min} em relação a δ . Pontos- dados experimentais. Curva 1- equação (1.14); curvas 2 e 3- limites de empacotamento folgado, equação (1.11), para $x_{D\min}=0.7$ e $\varepsilon_d^0=0.41$ e 0.38 , respectivamente [11].

A razão entre a permeabilidade de um leito binário, k_{bp} , com porosidade na região da porosidade mínima ($x_D = x_{D\min} = 0.7$), e a permeabilidade, k_d , do componente de menor dimensão presente nas misturas binárias é dada por [11]:

$$\frac{k_{bp}}{k_d} = \left[\frac{(1 - \varepsilon_d^0)}{(1 - \varepsilon_{\min})} \right]^2 \left[\frac{\varepsilon_{\min}}{\varepsilon_d^0} \right]^{3+2n} \left[\frac{1}{(\delta x_D + (1 - x_D))} \right]^2 \quad (1.14)$$

Considerando ε_{\min} dado pela equação (1.11) e (1.12) para empacotamentos folgados e densos, respectivamente, é possível modelar o rácio k_{bp}/k_d (Fig. 1.9). A região δ , onde a permeabilidade de empacotamentos binários k_{bp} é mais alta que a permeabilidade de empacotamentos de tamanho uniforme d , k_d , é localizada na gama $0.1 < \delta < 1$ para empacotamentos folgados e $0.4 < \delta < 1$ para empacotamentos densos (ver Fig. 1.9).

A Fig. 1.9 demonstra que leitos binários com porosidades relativamente baixas podem dar origem a maiores permeabilidades (menores quedas de pressão) do que os empacotamentos mono-componente (com porosidade "alta"), contendo estes leitos mono-componente apenas o componente de menor dimensão d das misturas binárias. Em [11] demonstrou-se que os empacotamentos binários na região $0.1 < \delta < 1$ possuem também desempenhos térmicos superiores aos dos leitos mono-componente contendo o componente de menor dimensão das misturas binárias.

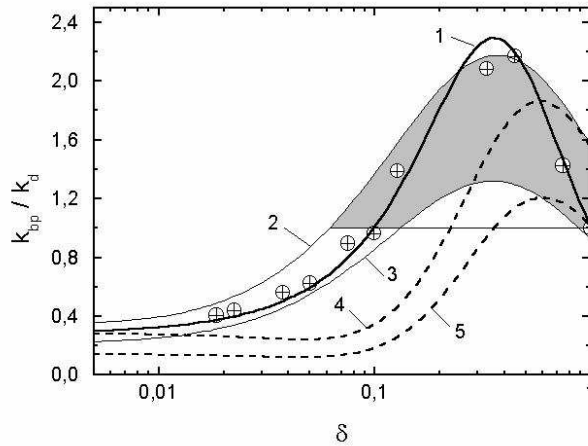


Figura 1.9 – Dependência de k_{bp}/k_d (equação (1.14)) em relação a δ , usando diferentes modelos para descrever ε_{\min} . Pontos- dados experimentais; curva 1- ε_{\min} calculado pela equação (1.13); curvas 2 e 3 - ε_{\min} calculado pela equação (1.11) para $x_{D\min}=0.7$ quando $\varepsilon_d^0=0.41$ e 0.38 , respectivamente; curvas 4 e 5 - ε_{\min} calculado pela equação (1.12) com $\varepsilon_d^0=\varepsilon_D^0=0.4$ e 0.368 , respectivamente. A área sombreada corresponde à zona onde $k_{bp}/k_d \geq 1.0$ [11].

1.4 Tortuosidade

A tortuosidade, T , é usualmente definida como a razão entre a distância média, L_e , que um elemento de fluido tem de percorrer para atravessar um leito e o comprimento do leito, L , isto é, $T = L_e/L$ [12].

A relação de T versus ε para leitos granulados é frequentemente descrito por uma relação de lei de potência:

$$T = \frac{1}{\varepsilon^n} \quad (1.15)$$

Por simulação, Mota et al. [2] verificaram que o valor de x_D em que se atinge a tortuosidade máxima (ver Fig. 1.10) não coincide com o valor de x_D onde se atinge a porosidade mínima ($x_D = 0.7$). Este facto foi também observado experimentalmente em [7]. Segundo Mota et al. [2], isto significa que a tortuosidade depende para além da porosidade da topologia [2] do meio poroso.

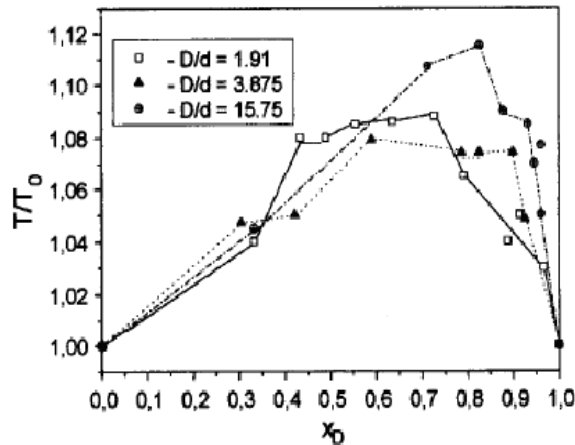


Figura 1.10 – Dependência da tortuosidade normalizada T/T_0 de misturas binárias, em relação à fração de volume x_D para diferentes raios D/d [2]. T_0 representa a tortuosidade de um leito mono-componente [2].

Pode considerar-se que a tortuosidade de um leito de misturas binárias é resultante da combinação de dois componentes. O primeiro componente representa a tortuosidade gerada nos espaços vazios do leito pelo esqueleto das partículas grandes T_D , designada por macro-tortuosidade [2]. O segundo componente representa a tortuosidade gerada pelas partículas de menor dimensão T_d , denominada por micro-tortuosidade [2].

Dias et al. [12] calcularam os valores de n (ver equação (1.15)) a partir da porosidade, diâmetro médio das partículas presentes nos leitos binários, d_{av} , e permeabilidade usando a equação (1.16):

$$n = \frac{\ln\{36kK_0(1 - \varepsilon)^2 / (\varepsilon^3 d_{av}^2)\}}{2\ln(\varepsilon)} \quad (1.16)$$

Ficou demonstrado em [12] que n variava entre 0.5 (leitos mono-componente) e aproximadamente 0.4 (leitos binários na região da mínima porosidade, isto é, $x_D = 0.7$). A razão para esta variação de n foi explicada [12] pelos efeitos de distorção do arranjo das partículas pequenas no empacotamento, distorções que ocorrem perto da superfície das partículas grandes. Na Fig. 1.11 é esquematizado um empacotamento binário, onde são apresentados diferentes efeitos de distorção.

Dois tipos de perturbações (ou efeitos de distorção) podem ser considerados: quando x_D está abaixo da região de porosidade mínima (Fig. 1.11(a)) a principal perturbação é o conhecido efeito de parede, o que conduz a maiores porosidades perto da superfície das esferas maiores. Quando x_D se aproxima da região de porosidade mínima (Fig. 1.11(b)), as partículas pequenas intrometem-se nos

pontos de contacto do esqueleto das partículas grandes e podem observar-se também zonas mortas (na região dos pontos de contacto das partículas maiores), livres de partículas pequenas. As perturbações são pois mais severas na região da mínima porosidade e levam a que existam várias zonas de *bypass* para o fluido e consequentemente são obtidos valores de n baixos (cerca de 0.4) [12].

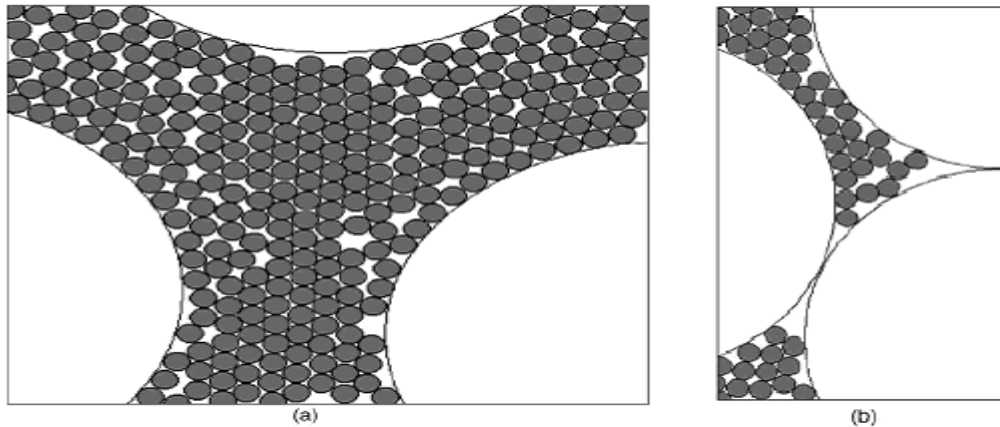


Figura 1.11 – Representação de um empacotamento binário em $D/d=20$ mostrando os efeitos de distorção na fracção de partículas menores (a) x_D abaixo da formação do esqueleto na mistura (b) x_D na região de porosidade mínima [12].

Dias et al. [7] calcularam os valores de n para misturas binárias com $1/\delta=13.3$, 20 e 26.7, usando a equação (1.16) e apresentam-se na Fig. 1.12. Os valores do parâmetro n , localizados na gama aproximada 0.4-0.5, foram bem descritos por:

$$n = 0.5 - \varphi F_D \quad (1.17)$$

$$\varphi = 0.062(\delta^{-1}-1) \quad (1.18)$$

representando F_D a fracção de área superficial das partículas de maior dimensão no empacotamento. As equações (1.17) e (1.18) prevêm que a influência dos efeitos de distorção em n são mais pronunciados para valores baixos de δ , podendo este facto ser observado na Fig. 1.12.

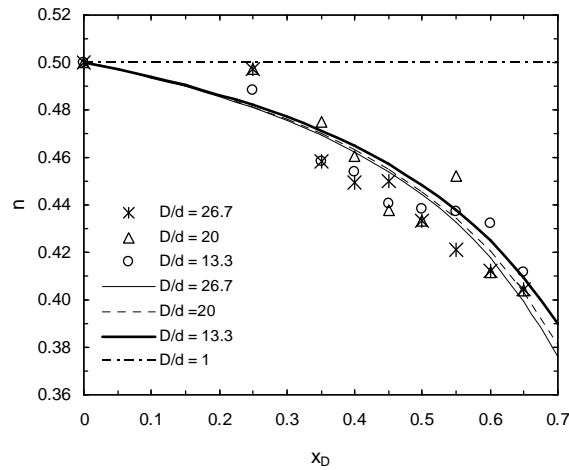


Figura 1.12 – Dependência de n (calculados pela equação (1.16) em relação a x_D para $1/\delta=13.3, 20$ e 26.7 . Linhas representam equação (1.17) [7].

A porosidade dos leitos binários foi descrita pela relação [7]:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_d^0(1 - x_D)}{1 - \varepsilon_d^0 x_D} \phi \quad (1.19)$$

sendo este modelo aplicável para valores de $x_D \leq x_{Dmin}$. A função de correção ϕ foi dado por [7]:

$$\phi = \exp(1.2264x_D^{1/\sqrt{\delta}}) \quad (1.20)$$

Os valores de permeabilidade obtidos com a equação (1.4), onde a porosidade é definida pela equação (1.19), a tortuosidade é calculada usando a equação (1.15) com o parâmetro n modelado pela equação (1.17) são apresentados na Fig. 1.13. Na referida figura pode observar-se que os valores da permeabilidade experimentais são bem descritos pelo modelo proposto.

Permeabilidades de misturas binárias modeladas pela equação de Kozeny-Carman (equação (1.4)) podem diferir substancialmente (50%) dos valores experimentais, se um valor de n fixo (0.5 nomeadamente) for assumido na relação $T=1/\varepsilon^n$. As maiores diferenças podem ser observadas na região de porosidade mínima de leitos binários [7].

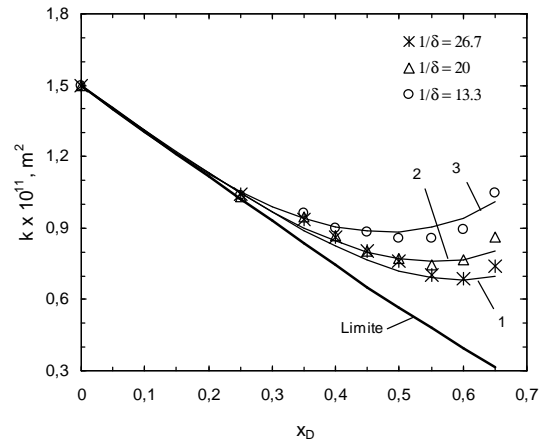


Figura 1.13 – Valores experimentais e simulados (equação (1.4)) de k vs x_D calculados usando a equação (1.15) em conjunto com equações (1.19) e (1.17) (linhas 1-3). Limite: permeabilidade quando $\delta \rightarrow 0$ e $n=0.5$ [7].

2 Materiais e Métodos

2.1 Materiais

De seguida enuncia-se o material utilizado na determinação da porosidade e permeabilidade dos leitos granulados.

- Esferas de vidro *Simax* com massa volúmica (ρ_{esf}) 2.5 g/cm³ e diâmetros 0.3375, 0.875, 2 e 3 mm;
- Cilindros de plástico com massa volúmica (ρ_c) 1.133 g/cm³ e diâmetro equivalente (d_p) 2.715 mm;
- Coluna em acrílico de secção quadrada;
- Tanque tubular em acrílico, transparente, com entrada de água, saída no topo de overflow e válvula de saída na base;
- Coluna transparente de secção quadrada, em acrílico, com 4,95 cm de lado interno e 40 cm de altura, duas válvulas no topo e uma na base, duas tomas de pressão laterais, contendo como suporte do leito tela metálica *Haver&Boecker* com malha quadrada de abertura 0.032 mm;
- Glicerol;
- Goblés de vidro;
- Colher;
- Provetas de 2 litros;
- Peneiros metálicos;
- Tabuleiros de plástico;
- Tubagens plásticas flexíveis;
- Régua milimétrica;
- Fita métrica;
- Capilar de vidro dobrado em forma de L com 35 cm de lado e 115 cm de altura e 0.5 cm de diâmetro interno, fixado em tábua forrada com papel milimétrico;
- Termómetro digital com leitura decimal de °C;
- Água;
- Ar comprimido;
- Cronómetro com leitura centesimal de segundos;

2.2 Método

Para mistura das partículas de diferente dimensão foi utilizado um método aplicado em [3]. Neste método [3] é adicionada uma solução de glicerol (que age como um ligante entre as diferentes partículas) a uma determinada quantidade de partículas de maior e menor dimensão.

Num goblé colocava-se uma massa total de 500 g de esferas, com a composição desejada, tendo esferas de tamanhos diferentes. Adicionava-se então ao goblé uma solução de 90 % (v/v) de glicerol em água como ligante entre as partículas de diferentes dimensões, sendo obtida uma pasta com grande adesão entre as partículas de diferente tamanho. No caso em que se trabalhou com misturas de esferas de vidro e cilindros de plástico o procedimento foi similar.

Para determinação da porosidade e permeabilidade a mistura era transferida para a coluna, sendo esta fechada e o glicerol removido do leito, por lavagem durante 15 minutos (Fig. 2.1).



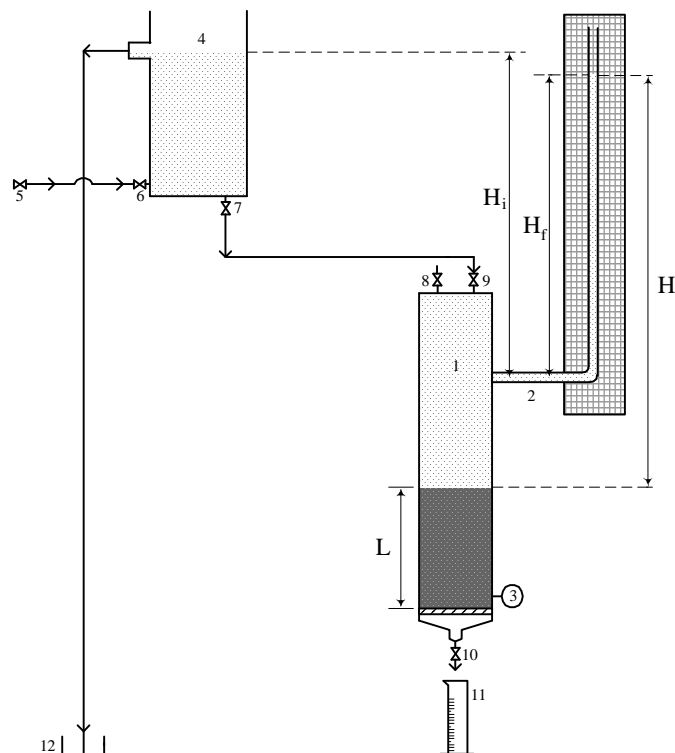
Figura 2.1 – Lavagem de um empacotamento constituído por esferas de diferente tamanho.

O meio poroso era desidratado e de seguida compactado através de batimentos verticais da coluna até não se observar redução no comprimento do leito. Obtiveram-se alturas finais de empacotamento que variaram em todas experiências entre 10 e 13 cm.

Preenchia-se então a coluna cuidadosa e aproximadamente com água recorrendo a um goblé, abrindo-se para isso as duas válvulas do topo da coluna e fechando a válvula da base. Uma tubagem flexível era ligada entre uma das válvulas abertas no topo e uma torneira de água. A torneira da água era aberta, permitindo o enchimento total da coluna com água ao deixar sair água pela válvula livre aberta no topo.

Ar eventualmente presente nos poros do meio era removido ao fechar a válvula do topo livre de tubagem e abrir a válvula da base. Deste modo era promovido o fluxo de água através do meio poroso durante de cinco minutos, utilizando um caudal elevado.

Para determinação da porosidade do leito, media-se a altura L do empacotamento (ver Fig. 2.2), recorrendo a uma régua. Uma vez que a densidade e massa das partículas era conhecida a porosidade era determinada facilmente (ver apêndice A.1).







1	Coluna		Camada de suporte
2	Capilar de vidro		
3	Toma de pressão		Papel milimétrico
4	Tanque		Empacotamento
5, 6, 7, 8, 9, 10	Válvulas		Água
11	Proveta		
12	Esgoto		

Figura 2.2 – Esquema da instalação experimental para a determinação da permeabilidade de misturas binárias de esferas de vidro com diferente tamanho.

De seguida era efectuada a medição da permeabilidade do leito construído, utilizando a instalação experimental ilustrada na Fig. 2.2.

O capilar de vidro aberto para a atmosfera destinava-se à leitura de pressão na toma de pressão superior. As tomas de pressão eram constituídas por um orifício cilíndrico com 1.5 mm de diâmetro que atravessava a parede da coluna, contendo uma ponteira metálica do lado exterior da parede da coluna.

A ligação entre a ponteira metálica da toma de pressão e o capilar fazia-se com um tubo flexível de silicone situando-se o braço pequeno do capilar de vidro em forma de L nivelado com a toma de pressão referida.

A coluna preenchida com água, era então levada para a instalação ligando-se a tubagem proveniente da válvula 7 (fechada) à válvula 9 (fechada). De seguida era aberta a válvula 5 (torneira de água) e 6, o que permitia a entrada de água para o tanque previamente cheio até à saída superior, saída esta com 2 cm de diâmetro e destinada a manter o nível de água no tanque constante.

As válvulas 7, 8 e 9 eram abertas. Abrindo a válvula 8 garantia-se que através da saída de água proveniente do tanque por esta, a coluna ficasse preenchida com água. De seguida fechava-se a mesma válvula. Uma vez que as válvulas 8 e 10 estavam fechadas e as válvulas 7 e 9 abertas, atingia-se uma altura de água no capilar correspondente à pressão hidrostática ou seja a altura H_i . A estabilidade deste valor confirmava a manutenção do nível de água do tanque.

De seguida utilizava-se um recipiente para recolha de líquido à saída da válvula 10 e esta válvula aberta. Por inspecção da saída superior do tanque em acrílico transparente, verificava-se se o nível deste se mantinha constante. Tendo em vista este objectivo, era ajustado o caudal proveniente da válvula 5.

Estabilizado o sistema, era medido o caudal à saída da coluna recorrendo a uma proveta de 2 litros e um cronómetro, e lida a altura H_f no capilar de vidro. Registava-se também, através de um termómetro digital, a temperatura do líquido recolhido na proveta.

Em escoamento (laminar) observava-se a altura H_f era inferior a H_i , o que se devia à queda de pressão provocada pelos efeitos cinéticos e viscosos entre a saída inferior do tanque e a entrada da coluna.

3 Apresentação e Discussão de Resultados

3.1 Porosidade, Permeabilidade e Tortuosidade

Nesta secção apresentam-se os resultados de quatro conjuntos de experiências, três delas realizadas com misturas binárias de esferas de vidro com diferentes composições. No restante conjunto de experiências trabalhou-se com misturas de esferas de vidro e cilindros de plástico (mistura de partículas com forma diferente). Em relação às experiências com mistura de esferas, o valor do rácio $\delta = d/D$ assumiu três valores diferentes (três conjuntos de experiências): 0.386 (misturas de esferas com diâmetro 0.3375 mm e 0.875 mm), 0.168 (misturas de esferas com diâmetro 0.3375 mm e 2 mm) e 0.113 (misturas de esferas com diâmetro 0.3375 mm e 3 mm).

Quanto à mistura de partículas de diferente forma os cilindros utilizados tinham um comprimento, L_c , de 3.657 mm e um diâmetro, D_c , de 2.425 mm. Desta forma, o diâmetro equivalente (ver cálculo em apêndice A.2) das partículas cilíndricas era de 2.715 mm. As esferas utilizadas para construir os empacotamentos em conjunto com as partículas cilíndricas possuíam um diâmetro de 0.3375 mm.

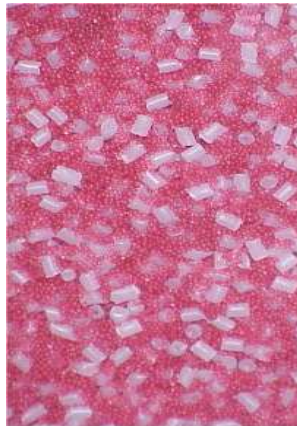


Figura 3.1 – Empacotamento genérico de partículas de diferente forma contendo cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm (os cilindros usados no presente trabalho) e partículas esféricas.

Nas Figs. 3.2 a 3.5 apresentam-se imagens dos empacotamentos efectuados.

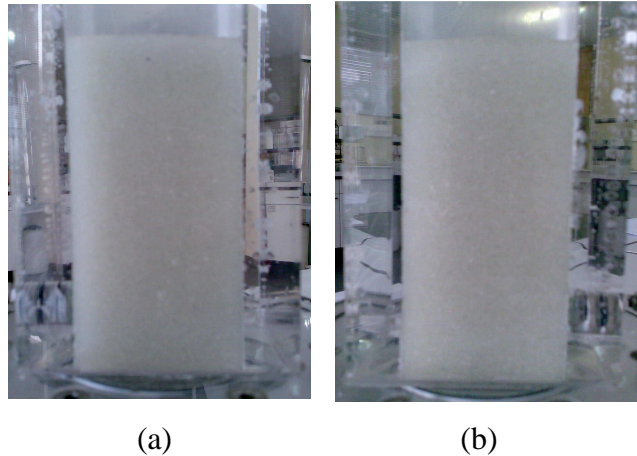


Figura 3.2 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.386$ (a) Mistura com 70% de esferas com diâmetro 0.875 mm e 30% 0.3375 mm (porosidade mínima) (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 0.875 mm e 20% 0.3375 mm.

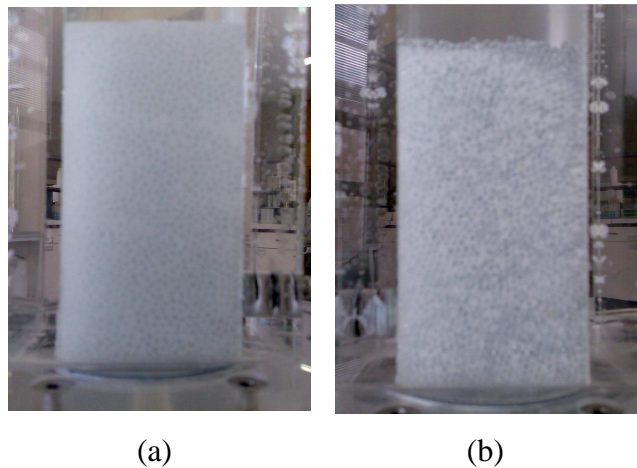
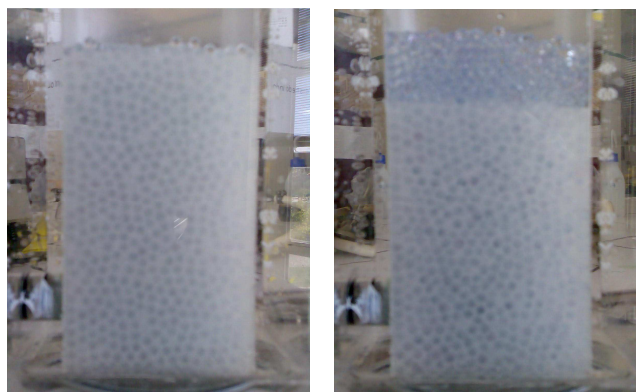


Figura 3.3 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.168$ (a) Mistura com 50% de esferas com diâmetro 2 mm e 50% 0.3375 mm (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 2 mm e 20% 0.3375 mm.

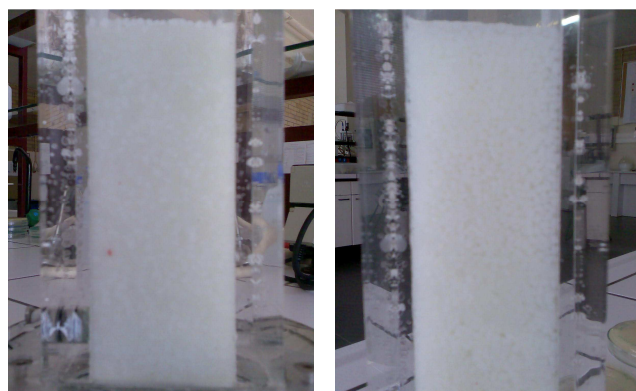
Sendo δ superior a δ_c (0.154), predominará, em termos de mistura, o mecanismo de ocupação [9]. Com o processo de mistura e empacotamento utilizados neste trabalho, numa situação de excesso de partículas de maior dimensão (Fig. 3.2(b) e Fig. 3.3(b)) as partículas de menor dimensão distribuem-se uniformemente por todo o empacotamento. A Fig. 3.2(a) corresponde a um empacotamento onde se registou a porosidade mínima.



(a)

(b)

Figura 3.4 – Empacotamento de partículas com $\delta = 0.113$ (a) Mistura com 65% de esferas com diâmetro 3 mm e 35% 0.3375 mm (porosidade mínima) (b) Mistura com 80% de esferas com diâmetro 3 mm e 20% 0.3375 mm (mistura segregada).



(a)

(b)

Figura 3.5 – Empacotamento de partículas de diferente forma (a) Mistura com 40% de cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm e 60% de esferas 0.3375 mm (b) Mistura com 85% de cilindros com diâmetro equivalente 2.715 mm e 20% de esferas 0.3375 mm.

Na Fig. 3.4(b) o valor de δ ($\delta = 0.113$) situa-se numa zona de δ inferior a 0.154, zona esta onde predomina o mecanismo de enchimento [9]. Com estes valores de δ (baixos) e com um excesso de partículas de maior dimensão ($x_D > 0.7$) obtêm-se assim empacotamentos segregados, contendo estes duas camadas distintas. No topo, uma camada constituída apenas por esferas de maior dimensão. Abaixo desta, uma segunda camada, onde existe uma mistura efectiva entre os dois componentes. A Fig. 3.4(a) corresponde á região de x_D ($x_D = 0.65$) onde se regista aproximadamente a porosidade mínima, ou seja, onde ocorre aproximadamente o enchimento total dos poros das partículas de maior dimensão. Com esta composição ($x_D = 0.65$) o empacotamento não apresenta segregação dos componentes após o processo de compactação do leito, mas quando se aumenta x_D

pode ver-se que após a compactação, deixam de existir, em número suficiente, esferas de pequena dimensão que permitam preencher todos os vazios do esqueleto das partículas de maior dimensão. É originada deste modo uma camada no topo onde apenas existem esferas de maior dimensão. Assim, o intervalo entre zero e x_{Dmin} (ver equação 1.10) corresponde à zona de composição em que será possível obter uma mistura uniforme dos componentes de uma mistura binária quando predomina o mecanismo de enchimento (valores de $\delta < 0.154 = \delta_c$) No caso da mistura de partículas de diferente forma (Fig. 3.5), não se observou segregação, tendo por isso sido possível obter misturas uniformes em toda a gama de x_D .

Porosidade

As porosidades obtidas para os componentes puros com diâmetros 0.3375 mm, 0.875 mm, 2 mm, 3 mm e 2.715 mm (cilindros) foram, respectivamente, 0.372, 0.372, 0.367, 0.367 e 0.396.

Para as misturas binárias de esferas de 0.3375 mm/0.875 mm, 0.3375 mm/2 mm e 0.3375 mm/3 mm é de prever pela equação (1.10) um valor de x_{Dmin} de, respectivamente, 0.729, 0.733 e 0.733.

Experimentalmente (ver Fig. 3.4(b)) observou-se que em relação à mistura de esferas de 0.3375 mm/3 mm ($\delta = 0.113$) era obtido um sistema segregado a partir de x_{Dmin} .

Nas Figs. 3.6 a 3.10, apresentam-se os resultados experimentais da porosidade para as diferentes misturas.

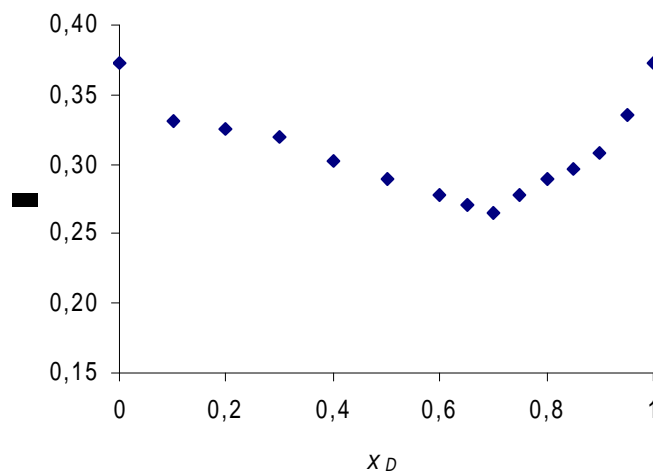


Figura 3.6 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta = 0.386$.

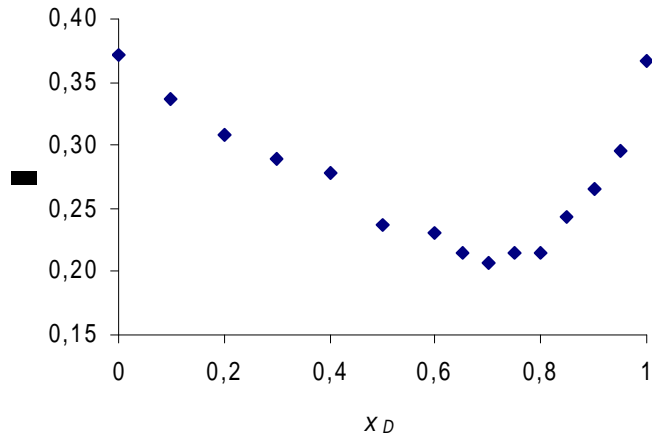


Figura 3.7 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta = 0.168$.

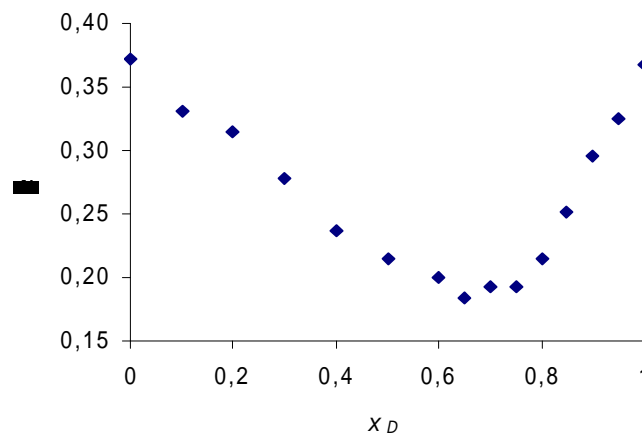


Figura 3.8 – Pontos experimentais da porosidade nas misturas com $\delta = 0.113$.

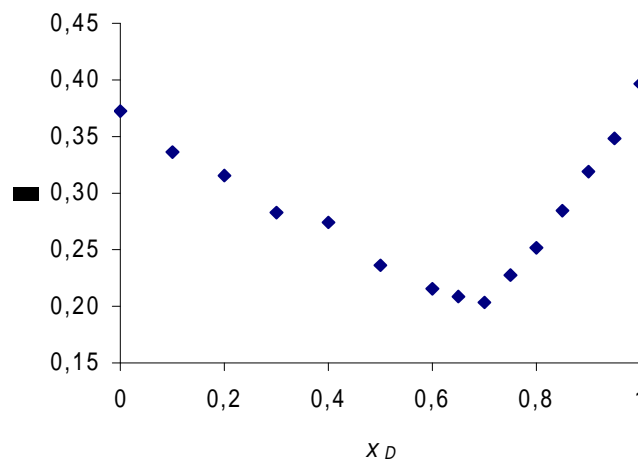


Figura 3.9 – Pontos experimentais da porosidade com mistura de partículas com diferente forma (esferas e cilindros).

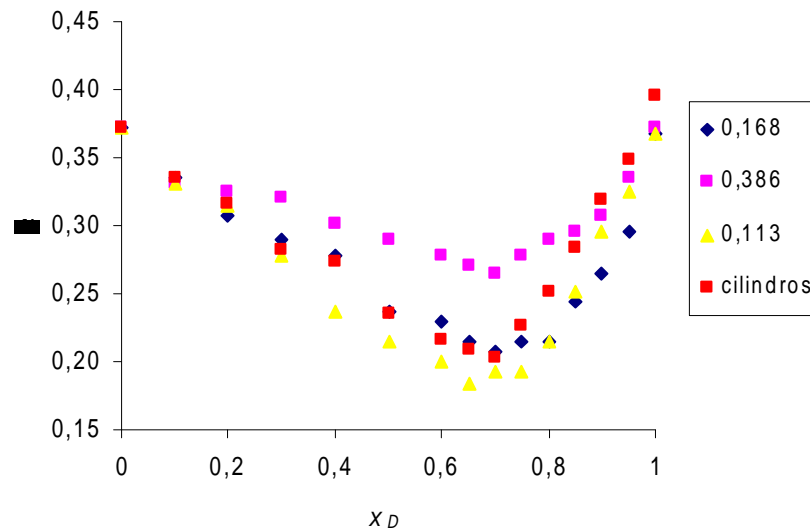


Figura 3.10 – Comparação dos pontos experimentais da porosidade nas misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ . Apresentam-se também as porosidades de misturas de cilindros e esferas (designadas na figura por “cilindros”).

A porosidade mínima registou-se em composições situadas entre $x_D = 0.65$ e $x_D = 0.7$. No caso da mistura com $\delta = 0.113$ a porosidade mínima verificou-se em $x_D = 0.65$ enquanto para as restantes misturas foi em $x_D = 0.7$. A porosidade mínima (ϵ_{\min}) decresceu quando o rácio do tamanho (δ) diminuiu.

Concluiu-se anteriormente que para $\delta < \delta_c = 0.154$, apenas se obtêm misturas uniformes entre zero e $x_{D\min}$. Na zona entre $x_{D\min}$ e um, obtêm-se misturas segregadas ou com camadas.

Em termos de porosidade a camada superior apresenta uma porosidade relativamente elevada (próxima de 0.4) correspondente a um empacotamento puro de partículas de maior dimensão e a camada inferior, aproximadamente, a porosidade mínima, correspondente a $x_{D\min}$, uma vez que nesta última camada os poros do esqueleto das partículas de maior dimensão estarão aproximadamente preenchidos pelas partículas de menos dimensão (ver Fig. 1.3(c1)).

Permeabilidade

A permeabilidade foi determinada através da equação (1.6), sendo o cálculo da mesma apresentada no Apêndice A.1. Em relação às misturas com $\delta = 0.113$ não foram consideradas as composições acima de $x_D = 0.7$, devido aos efeitos de segregação anteriormente referidos. Para a dedução da equação de Kozeny-Carman (equação 1.4) é preciso admitir que todos os poros são iguais e cilíndricos. No caso

em que se obtém empacotamentos segregados ($\delta = 0.113$) isto não é obviamente verdade, uma vez que o diâmetro dos poros da camada superior são bastante maiores que os da camada inferior (ver Fig. 3.4(b)).

Quanto aos restantes conjuntos de experiências ($\delta = 0.168, 0.386$ e misturas de partículas com diferente forma) não foi possível determinar a permeabilidade de empacotamentos contendo aproximadamente apenas ($x_D=0.95$) ou apenas ($x_D=1$) as partículas de maior dimensão dado que não foi possível ler a altura H_f apresentada na Fig. 2.2.

Nas Figs. 3.11 a 3.15, apresentam-se os resultados experimentais da permeabilidade para as diferentes misturas.

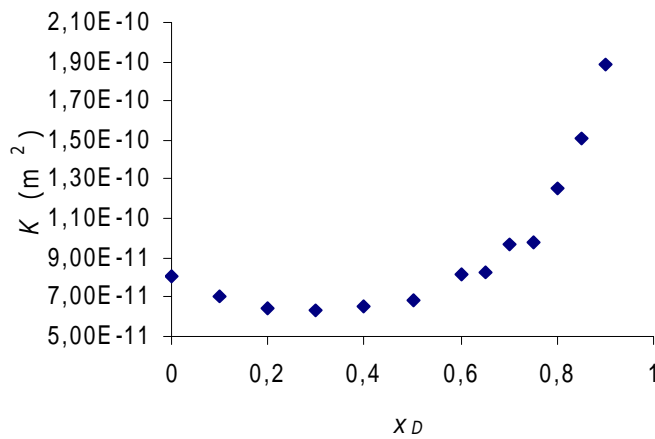


Figura 3.11 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta = 0.386$.

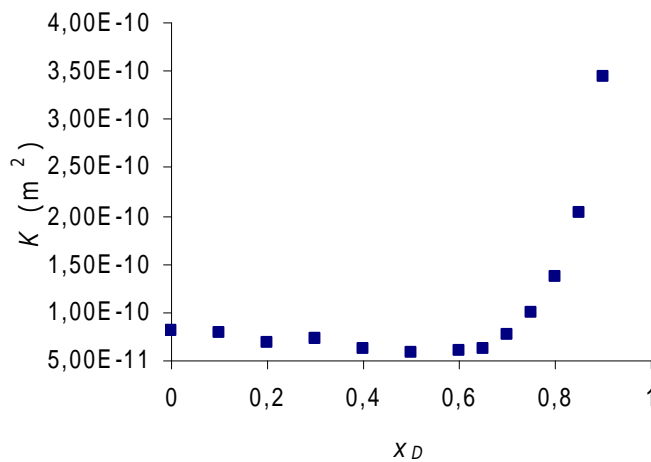


Figura 3.12 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta = 0.168$.

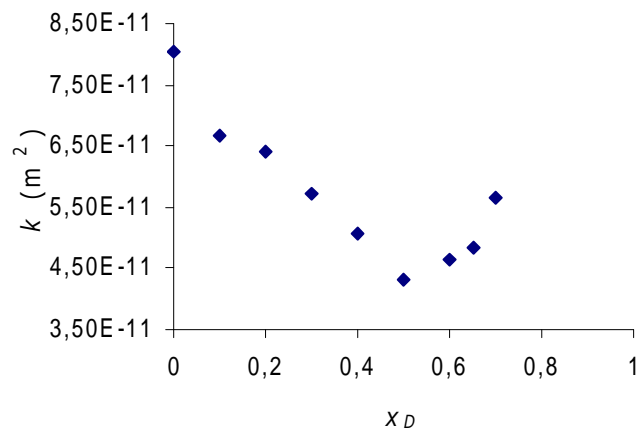


Figura 3.13 – Pontos experimentais da permeabilidade nas misturas com $\delta = 0.113$.

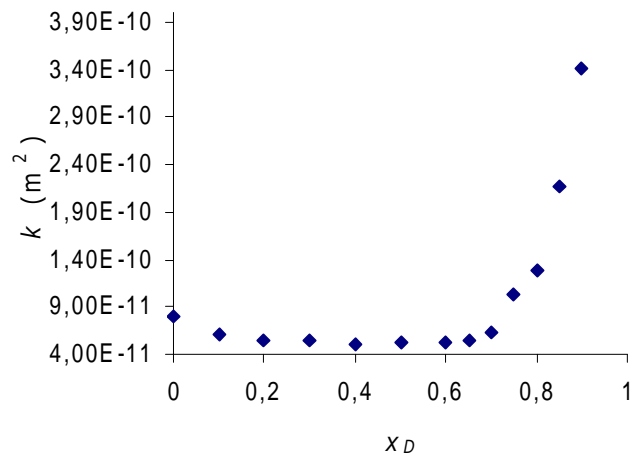


Figura 3.14 – Pontos experimentais da permeabilidade em misturas de partículas com forma diferente (esferas e cilindros).

Para cada δ , o valor mínimo da permeabilidade foi encontrado para composições, x_D , entre 0.3 e 0.5 (ver Figs. 3.11 a 3.14). Este valor de x_D aumenta com o decréscimo de δ , aproximando-se assim do valor de x_{Dmin} . No caso da mistura de $\delta = 0.386$, o rácio mais elevado em estudo, o valor de permeabilidade mínima encontrado foi para $x_D = 0.3$, quanto às restantes misturas o valor de x_D foi maior. Assim, os valores da composição x_D em que se atinge a porosidade mínima (x_D igual a 0.65 a 0.7: ver Fig. 3.10) não coincidem com os valores de x_D onde se atinge a permeabilidade mínima (x_D entre 0.3 e 0.5: ver Fig. 3.15).

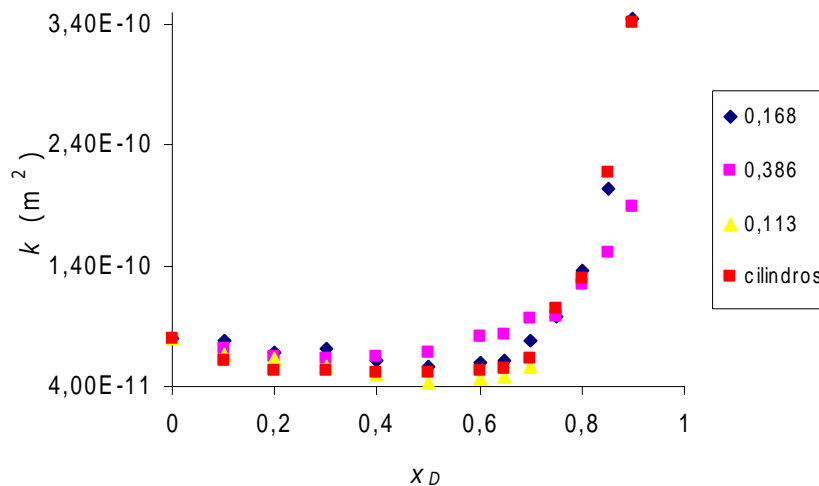


Figura 3.15 – Comparação dos pontos experimentais da permeabilidade das misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ . Apresentam-se também as porosidades de misturas de cilindros e esferas (designadas na figura por “cilindros”).

Dado que a composição x_D onde se regista o mínimo da permeabilidade aumenta com o decréscimo de δ , não é previsível que o mínimo da permeabilidade ultrapasse a composição x_{Dmin} para valores de δ muito pequenos. Depois deste ponto obtém-se uma camada superior constituída apenas por partículas de elevada dimensão, e por isso com elevada permeabilidade (equação (1.4)), e uma camada inferior com permeabilidade correspondente à composição x_{Dmin} . Virá por isso que para composições superiores a x_{Dmin} a permeabilidade de todo o leito será superior ao ponto x_{Dmin} . É então de esperar que quando $\delta \rightarrow 0$ a composição x_D onde se regista a permeabilidade mínima tenda para x_{Dmin} .

Comparando os resultados obtidos para $\delta = d/D = 0.386$ com os restantes pode observar-se duas zonas com comportamento distinto (ver Fig. 3.15). Para valores de x_D entre 0 e 0.75 as permeabilidades obtidas com este rácio é superior às obtidas nos restantes casos. Este facto deve-se à porosidade mais elevada dos empacotamentos com $\delta = 0.386$ quando comparadas com a porosidade dos restantes (ver Fig. 3.10) casos. Segundo a equação 1.4, porosidades elevadas dão origem a permeabilidades elevadas. No entanto, para valores x_D superiores a 0.75 a permeabilidade dos empacotamentos com $\delta = 0.386$ passa a ser inferior às restantes. Para $\delta = 0.386$ o diâmetro, D , das partículas de maior dimensão (0.875 mm) é inferior aos restantes casos (2mm, 2.715 mm (cilindros) e 3 mm) sendo este facto (ver equação 1.4) responsável pelas permeabilidades baixas associadas ao empacotamento com $\delta = 0.386$, para valores x_D superiores a 0.75. De notar que

nos quatro conjuntos de experiências as partículas de menor dimensão são as mesmas possuindo um diâmetro $d = 0.3375$ mm.

O empacotamento com $\delta = 0.386$ apresenta características interessantes. Apesar da porosidade na região da porosidade mínima ($x_D = 0.7$) ser baixa (0.265), este empacotamento apresenta uma permeabilidade superior ao empacotamento constituído apenas pelas esferas de menor dimensão ($x_D = 0$). Se numa determinada aplicação estiverem a ser usadas partículas com elevada condutividade térmica, porosidades baixas significam maiores quantidades de material condutor no mesmo volume e taxas de transferência de calor mais elevadas. Isso pode ser importante, por exemplo, em permutadores de calor ou então em reactores químicos com reacções altamente exotérmicas em que poderá ser necessário arrefecer rapidamente os leitos. Adicionalmente, como já referido, a permeabilidade de um leito com $\delta = 0.386$ (na região da porosidade mínima) será também elevada o que permitirá reduzir os custos de bombagem (menor queda de pressão).

Relativamente às misturas de partículas cilíndricas (com diâmetro equivalente 2.715 mm) com partículas esféricas ($d = 0.3375$ mm) verifica-se que se atinge uma boa permeabilidade (ver Figs. 3.15) para $x_D = 0.75$ (superior aquela registada para $x_D = 0$) onde a porosidade é também bastante reduzida (0.227). Logo, como referido anteriormente, poderão obter-se neste ponto ($x_D = 0.75$) fluxos de calor elevados e quedas de pressão baixas. Este facto tem particular importância nos reactores do tipo *trickle bed* onde partículas inertes de pequena dimensão são introduzidas em empacotamentos de partículas cilíndricas de catalisador de forma a aumentar a molhabilidade do catalisador e permitir o arrefecimento mais rápido dos reactores (devido ao decréscimo da porosidade). Adicionalmente, é demonstrado neste trabalho que o decréscimo da porosidade não implica necessariamente o aumento da queda de pressão e portanto de custos de bombagem.

Tortuosidade

A tortuosidade foi determinada através da equação (1.15) no caso de empacotamentos constituídos por partículas esféricas. A equação de Kozeny-Carman não permite a determinação da tortuosidade no caso de misturas de partículas com diferente forma, uma vez que a forma dos poros é desconhecida neste caso enquanto que no caso de partículas esféricas a assunção de poros cilíndricos é uma aproximação comumente aceite. Nas Figs. 3.16 a 3.19, apresentam-se os resultados experimentais da tortuosidade para as diferentes misturas de esferas de vidro.

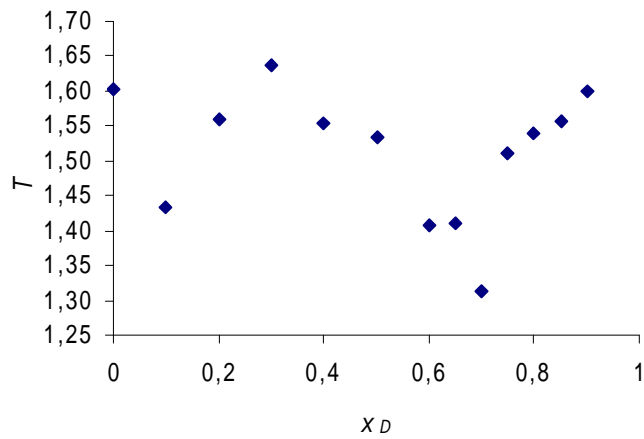


Figura 3.16 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta = 0.386$.

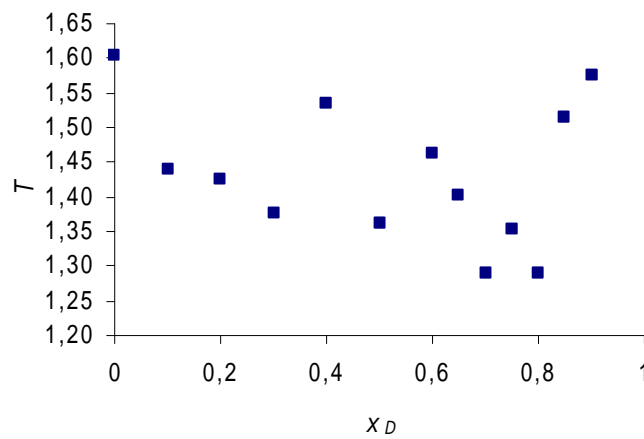


Figura 3.17 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta = 0.168$.

Não se detectou grande variação da tortuosidade com x_D embora se possa observar, para os diferentes valores de δ , que a tortuosidade assume valores ligeiramente mais baixos na região da porosidade mínima ($x_D \approx 0.7$), podendo este facto explicar porque é que a permeabilidade mínima não é atingida na região da porosidade mínima.

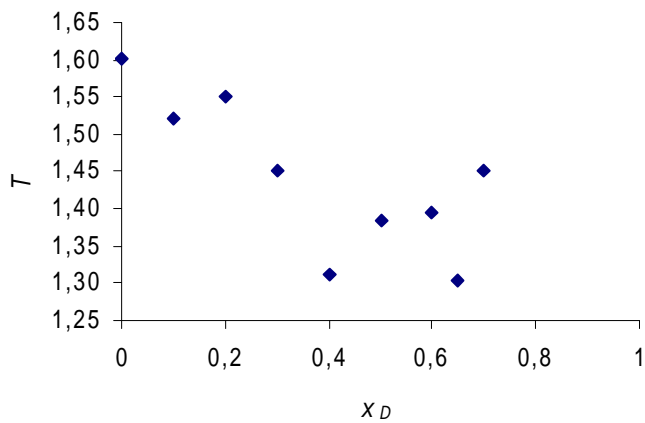


Figura 3.18 – Pontos experimentais da tortuosidade nas misturas com $\delta = 0.113$.

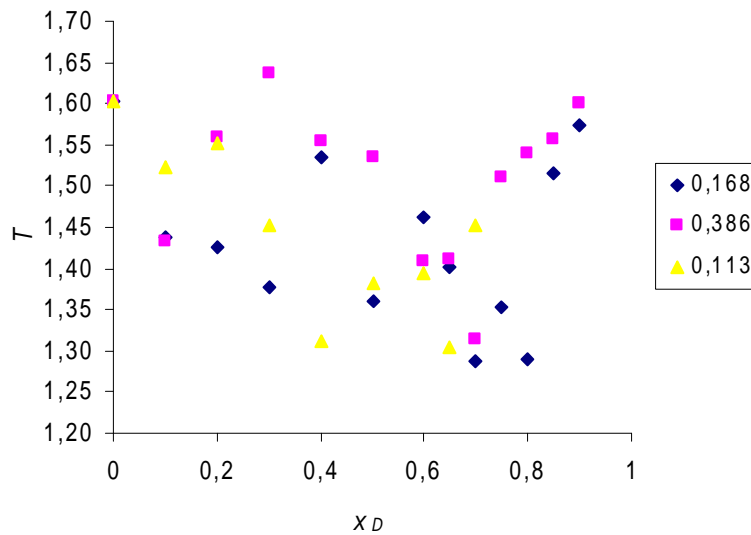


Figura 3.19 – Comparação dos pontos experimentais da tortuosidade das misturas binárias para diferentes (0.113, 0.168 e 0.386) valores de δ .

A equação 1.15 parece sugerir que a tortuosidade máxima se deveria atingir na região da porosidade mínima se o parâmetro n for encarado como uma constante. No entanto é sabido [12] que diferentes mecanismos de distorção do arranjo das partículas no empacotamento (ver Figs. 1.6 e 1.11) poderão conduzir a valores baixos do parâmetro n na região da porosidade mínima.

4 Conclusões e Sugestões para Trabalhos Futuros

4.1 Conclusões

A porosidade e permeabilidade de empacotamentos contendo misturas de esferas ou misturas de esferas/cilindros com diferente tamanho são bastante influenciadas pela composição das referidas misturas.

Com as partículas cilíndricas usadas no presente trabalho não se observou uma mudança significativa do comportamento da porosidade e permeabilidade relativamente ao comportamento da permeabilidade e porosidade obtido com leitos granulados contendo misturas de partículas esféricas com dimensões similares.

A porosidade e permeabilidade de leitos contendo partículas esféricas com diferente diâmetro são bastante dependentes do rácio δ , enquanto a tortuosidade não foi significativamente influenciada pelo referido rácio na gama de valores de δ estudada.

4.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Estudar escoamentos de fluidos não-Newtonianos através de leitos granulados contendo partículas com diferente tamanho, uma vez que este tipo de escoamentos pode ser encontrado muitas vezes na natureza e indústria.

Utilizar partículas com valores de esfericidade inferiores às do presente estudo.

5 Bibliografia

- [1] M.Vakilha, M.T.Manzari. Modelling of power-law fluid flow through porous media using smoothed particle hydrodynamics. *Transp Porous Med* (2008) 74:331-346
- [2] M.Mota, J.A.Teixeira, A.Yelshin. Image analysis of packed beds of spherical particles of different sizes. *Separation and Purification Technology* 15 (1999) 59-68
- [3] R.Dias, J.A.Teixeira, M.Mota, A.Yelshin. Preparation of controlled particulate mixtures with glass beads of different sizes. *Separation and Purification Technology* 37 (2004) 69–80
- [4] R.P.Dias, J.A.Teixeira, M.Mota, A.Yelshin. Particulate Binary Mixtures: Dependence of Packing Porosity on Particle Size Ratio. *Ind. Eng. Chem. Res.* 2004, 43, 7912-7919
- [5] C.Wightman, P.R.Mort, F.J.Muzzio, R.E.Riman, The Structure of Mixtures of Particles Generated by Time-Dependent Flow. *Powder Technology*, 1995, Vol. 84, 231-240.
- [6] T. Wright, D.M.Smith, D.L.Stermer, Knudsen Diffusion in Bi disperse Mixtures of Uniform Particles. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1987, Vol. 26, Nº 6, 1227-1232.
- [7] R.P.Dias, C.S.Fernandes, J.A.Teixeira, M.Mota, A.Yelshin. Permeability analysis in bisized porous media: Wall effect between particles of different size. *Journal of Hydrology* (2008) 349, 470– 474
- [8] M.Mota, J.A.Teixira, W.R.Bowen,A.Yelshin. Binary spherical mixed beds:Porosity and permeability relationship measurement. *Trans.Filt. Soc.*,Vol 1 (4), 2001
- [9] A.B.Yu, N.Standish, Estimation of the Porosity of Particle Mixtures by a Linear-Mixture Packing Model. *Ind. Eng. Chem. Res.*, 1991, Vol. 30, No. 6, 1372-1385.
- [10] E.Abe, H.Hirosue, Porosity Estimation of a Mixed Cake in Body Filtration. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 15, 1982, Nº 6, 490-493.

[11] R.P.Dias, C.S.Fernandes, M.Mota, J.A.Teixeira, A.Yelshin. Permeability and effective thermal conductivity of bisized porous media. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 1295–1301

[12] R.P.Dias, J.A.Teixeira, M.Mota,A.Yelshin. Tortuosity variation in a low density binary particulate bed. *Separation and Purification Technology* 51 (2006) 180–184

[13] D.R.Lide. *Handbook of chemistry and physics*. Edição 85. 2004-2005

[14] H. P. Caputo. *Mecânica dos solos e suas aplicações - VOL 1*. 6ª Ed.1996

Apêndice

A.1 Porosidade, Permeabilidade e Tortuosidade

Em seguida apresenta-se um exemplo de cálculo da porosidade, permeabilidade e tortuosidade para uma mistura de $\delta = 0.168$ (misturas de esferas com diâmetro 0.3375 mm e 2 mm) com composição $x_D = 0.3$

Valores obtidos experimentalmente

Altura do empacotamento na coluna

$$L = 11.5 \text{ cm}$$

Altura de água no manómetro

$$H_f = 70 \text{ cm}$$

Temperatura da água

$$T = 14.8 \text{ }^\circ\text{C}$$

Tempo necessário para preencher uma proveta de 2 l

$$t = 108 \text{ s}$$

Cálculo da queda de pressão

Altura total da coluna = 35 cm

Distância da coluna ao manómetro = 47 cm

$$H = 47 + H_f + (35 - L)$$

$$H = 47 + 70 + (35 - 11.5)$$

$$H = 140.5 \text{ cm}$$

Sabendo que $1 \text{ cm H}_2\text{O} = 98,0638 \text{ Pa}$ [13], é possível calcular a queda de pressão (Δp) associada a cada ensaio experimental.

$$\Delta P = 140.5 \times 98.0638$$

$$\Delta P = 13777.96 \text{ Pa}$$

Cálculo da velocidade

Sabendo que o tempo gasto (t) para preencher uma proveta de 2 l com água, é possível calcular o caudal associada a cada ensaio experimental.

$$Q = \frac{2 \text{ l}}{108 \text{ s}} = 0.018518 \frac{\text{l}}{\text{s}} \times 0.001 \frac{\text{m}^3}{\text{l}} = 1.8519 \times 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Com o valor do caudal (Q) é possível saber a velocidade (u) associada através do valor da área de secção da coluna ($A_{\text{secção}}$) que de acordo com a secção 2.1 têm 4,95 cm de lado interno.

$$u = \frac{Q}{A_{\text{secção}}} = \frac{1.8519 \times 10^{-5}}{0.0495 \times 0.0495} = 0.007558 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Determinação da viscosidade

A partir da temperatura da água (T) registada da através de um termómetro e com o apoio da tabela abaixo representada é possível determinar o valor da viscosidade da água (μ), através de interpolação linear.

Tabela A.1 – Valores do coeficiente de viscosidade da água [14]

T(°C)	$\mu \times 10^3 \text{ (Pa} \cdot \text{s)}$
10	1.293
20	1.000
30	0.800
40	0.654
50	0.546

$$T = 14.8 \text{ }^\circ\text{C} \rightarrow \mu = 1.14572 \times 10^{-3} \text{ Pa} \cdot \text{s}$$

Cálculo da porosidade

A porosidade pode ser definida como uma fracção entre o volume de espaços vazios presente na mistura (V_{vazio}) e o volume total da mistura (V_{total}).

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{vazio}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{A.1})$$

O volume de espaços vazios gerado na mistura é definido como a diferença entre o volume total da mistura (V_{total}) e o volume de esferas presentes na mistura (V_{esferas}).

$$\varepsilon = \frac{V_{\text{total}} - V_{\text{esferas}}}{V_{\text{total}}} \quad (\text{A.2})$$

Sabendo a altura de empacotamento na coluna (L) e o valor do lado interno (4.95 cm) da mesma é possível calcular o volume total da mistura, V_{total} .

$$V_{\text{total}} = 0.0495 \times 0.0495 \times \left(\frac{11.5}{100} \right)$$

$$V_{\text{total}} = 2.81778 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Sabendo a massa de esferas utilizada (500 g) na mistura e o valor da massa volúmica das esferas ($2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$) é possível calcular o volume de esferas da mistura, V_{esferas} .

$$V_{\text{esferas}} = \frac{m_{\text{esferas}}}{\rho_{\text{esf}}} = \frac{500 \text{ g}}{2.5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 2 \times 10^{-4} \text{ m}^3$$

Assim através da equação A.2 é possível calcular o valor da porosidade, ε .

$$\varepsilon = \frac{2.81778 \times 10^{-4} - 2 \times 10^{-4}}{2.81778 \times 10^{-4}}$$

$$\varepsilon = 0.290$$

Cálculo da permeabilidade

Através da equação (1.6), conhecendo o valor da altura do empacotamento na coluna (L), sabendo de experiências anteriores que $R_m = 1.542 \times 10^5$ e com os valores de queda de pressão (Δp), viscosidade (μ) e velocidade (u) é possível calcular o valor da permeabilidade experimental, k .

$$k = \frac{0.115}{\frac{13777.96}{1.14572 \times 10^{-3} \times 0.007558} - 1.542 \times 10^5}$$

$$k = 7.193 \times 10^{-11} \text{ m}^2$$

Cálculo da tortuosidade

Primeiramente é necessário determinar o valor do diâmetro médio das partículas presentes nos leitos binários, d_{av} .

$$d_{av} = \frac{1}{\left(\frac{x_D}{D}\right) + \left(\frac{1-x_D}{d}\right)} \quad (\text{A.3})$$

Conhecendo a composição da mistura efectuada (x_D) bem como as dimensões dos diâmetros das esferas utilizadas (D e d) então:

$$d_{av} = \frac{1}{\left(\frac{0.3}{2 \times 10^{-3}}\right) + \left(\frac{0.7}{3.375 \times 10^{-4}}\right)}$$

$$d_{av} = 0.00045 \text{ m}$$

Através da equação (1.16), conhecendo já o valor da permeabilidade (k), porosidade (ϵ), diâmetro médio das partículas (d_{av}) e sendo $K_0=2.0$ para empacotamentos de esferas [8].

$$n = \frac{\ln\{36 \times 7.193 \times 10^{-11} \times 2 \times (1 - 0.290)^2 / (0.290^3 \times 0.00045^2)\}}{2 \ln(0.290)}$$

$$n = 0.258$$

Sendo assim com o valor da porosidade (ϵ) e de n através da equação (1.15) calcula-se a tortuosidade, T .

$$T = \frac{1}{0.290^{0.258}}$$

$$T = 1.376$$

Nas tabelas seguintes encontram-se os valores obtidos para os diversos ensaios experimentais.

Tabela A.2 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.386$

x_D	$K \text{ (m}^2\text{)}$	ε	T	n
0	8,04E-11	0,372	1,603	0,477
0,1	7,08E-11	0,331	1,433	0,325
0,2	6,41E-11	0,325	1,559	0,396
0,3	6,28E-11	0,320	1,636	0,432
0,4	6,54E-11	0,302	1,554	0,368
0,5	6,79E-11	0,290	1,534	0,346
0,6	8,21E-11	0,278	1,409	0,267
0,65	8,27E-11	0,271	1,411	0,264
0,7	9,67E-11	0,265	1,314	0,205
0,75	9,76E-11	0,278	1,511	0,323
0,8	1,25E-10	0,29	1,539	0,348
0,85	1,50E-10	0,296	1,556	0,364
0,9	1,89E-10	0,308	1,601	0,400
0,95	-	0,336	-	-
1	-	0,372	-	-

Tabela A.3 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.168$

x_D	$K \text{ (m}^2\text{)}$	ε	T	n
0	8,04E-11	0,372	1,603	0,477
0,1	7,87E-11	0,336	1,438	0,333
0,2	6,86E-11	0,308	1,426	0,301
0,3	7,19E-11	0,290	1,376	0,258
0,4	6,18E-11	0,278	1,535	0,334
0,5	5,73E-11	0,237	1,361	0,214
0,6	6,04E-11	0,230	1,462	0,258
0,65	6,16E-11	0,215	1,402	0,220
0,7	7,77E-11	0,207	1,288	0,161
0,75	9,88E-11	0,215	1,352	0,196
0,8	1,37E-10	0,215	1,289	0,166
0,85	2,04E-10	0,244	1,515	0,295
0,9	3,45E-10	0,265	1,575	0,342
0,95	-	0,296	-	-
1	-	0,367	-	-

Tabela A.4 – Valores obtidos para os empacotamentos com $\delta = 0.113$

x_D	$K \text{ (m}^2\text{)}$	ε	T	n
0	8,04E-11	0,372	1,603	0,477
0,1	6,66E-11	0,331	1,522	0,380
0,2	6,40E-11	0,314	1,551	0,379
0,3	5,72E-11	0,278	1,452	0,291
0,4	5,06E-11	0,237	1,312	0,189
0,5	4,32E-11	0,215	1,383	0,211
0,6	4,63E-11	0,200	1,395	0,206
0,65	4,84E-11	0,184	1,305	0,157
0,7	5,65E-11	0,192	1,452	0,226
0,75	-	0,192	-	-
0,8	-	0,215	-	-
0,85	-	0,251	-	-
0,9	-	0,296	-	-
0,95	-	0,325	-	-
1	-	0,367	-	-

Tabela A.5 – Valores obtidos para os empacotamentos com diferente forma (esferas e cilindros).

x_D	$K \text{ (m}^2\text{)}$	ε
0	8,04E-11	0,372
0,1	6,10E-11	0,336
0,2	5,41E-11	0,316
0,3	5,37E-11	0,282
0,4	5,16E-11	0,274
0,5	5,24E-11	0,236
0,6	5,35E-11	0,216
0,65	5,57E-11	0,209
0,7	6,33E-11	0,203
0,75	1,04E-10	0,227
0,8	1,29E-10	0,252
0,85	2,18E-10	0,284
0,9	3,41E-10	0,319
0,95	-	0,349
1	-	0,396

A.2 Diâmetro equivalente

Para partículas como cilindros é analiticamente possível determinar o diâmetro equivalente usando o conceito de esfericidade, Ψ :

$$\Psi = \frac{\text{área de superfície de uma esfera com o mesmo volume da partícula}}{\text{área de superfície da partícula}} \quad (\text{A.4})$$

Dimensões da partícula

Comprimento $L_c = 3.567$ mm

Diâmetro $D_c = 2.425$ mm

$$V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot r_c^2 \cdot L_c = V_{\text{partícula}}$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_e^3 = \pi \cdot r_c^2 \cdot L_c$$

$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r_e^3 = \pi \times \left(\frac{2.425}{2}\right)^2 \times 3.567$$

$$r_e = \sqrt[3]{\frac{3}{4} \times \left(\frac{2.425}{2}\right)^2 \times 3.567} = 1.5785 \text{ mm}$$

Cálculo da área de superfície de uma esfera com o mesmo volume do cilindro

$$A_{\text{esf}} = 4 \cdot \pi \cdot r_e^2$$

$$A_{\text{esf}} = 4 \times \pi \times 1.5785^2$$

$$A_{\text{esf}} = 31.311 \text{ mm}^2$$

Cálculo da área de superfície do cilindro

$$A_c = \pi \cdot D_c \cdot L_c + 2 \cdot \pi \cdot r_c^2$$

$$A_c = \pi \times 2.425 \times 3.567 + 2 \times \pi \times \left(\frac{2.425}{2}\right)^2$$

$$A_c = 36.412 \text{ mm}^2$$

Logo pela equação (A.4) é possível determinar o valor da esfericidade

$$\Psi = \frac{31.311}{36.412} = 0.8599$$

Cálculo do diâmetro da esfera com o mesmo volume da partícula

$$d_v = r_e^2 = 1.5785^2$$

$$d_v = 3.157 \text{ mm}$$

Cálculo do diâmetro equivalente

$$d_p = \Psi \cdot d_v$$

$$d_p = 0.8599 \times 3.157$$

$$d_p = 2.715 \text{ mm}$$