

## Um Novo Elemento Finito de Tubo Curvo para Análise de Tubagens Tridimensionais. Caso de Estudo Numérico e Experimental

Elza Fonseca<sup>a,\*</sup>, Carlos Magalhães Oliveira<sup>b</sup>, Francisco Queirós de Melo<sup>c</sup>  
e Paulo Ribeiro<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Instituto Politécnico de Bragança  
Departamento de Mecânica Aplicada  
5301-857 Bragança, Portugal

<sup>b</sup>Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Departamento de Engenharia Mecânica  
4200-465 Porto, Portugal

<sup>c</sup>Universidade de Aveiro  
Departamento de Engenharia Mecânica  
3810-193 Aveiro, Portugal

\*Autor correspondente: [efonseca@ipb.pt](mailto:efonseca@ipb.pt)

Recebido: 6 de Junho, 2003; Aceite: 28 de Outubro, 2003; Revisto: 3 de Novembro, 2003

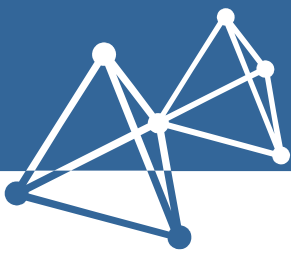
**Resumo.** Em engenharia são várias as necessidades industriais no uso combinado de elementos tubulares rectos e curvos. Estas estruturas sendo submetidas a diversos tipos de carregamento e solicitações térmicas, exigem uma análise cuidada do seu comportamento estrutural. Neste artigo apresenta-se o desenvolvimento de uma formulação para a caracterização do estado de tensão e deformação em sistemas tubulares de parede fina utilizando o método dos elementos finitos. Desenvolveu-se um elemento finito de 2 nós, com base num campo de deslocamentos para uma casca, usando o modelo de deformação de semi-membrana. É utilizada uma formulação baseada no desenvolvimento de séries de Fourier para obtenção de deslocamentos de distorção da secção recta da estrutura. É apresentado um estudo numérico para cálculo do campo de deslocamentos e tensões numa estrutura tubular tridimensional. Comparam-se os resultados obtidos com os dos programas comerciais COSMOS<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>. Instrumentou-se uma estrutura tubular para obtenção do campo de tensões, utilizando a extensometria. As vantagens do uso deste novo elemento referem-se na simplicidade da geração da malha de elementos finitos, no esforço computacional dispendido reduzido e na facilidade de recolha dos resultados em qualquer secção recta da estrutura.

**Palavras-Chave:** Novo elemento de tubo curvo; tubagem; modelo de deformação semi-membrana; ovalização e empenamento.

### 1 INTRODUÇÃO

O trabalho desenvolvido tem como objectivo fundamental o desenvolvimento de um modelo computacional para a análise do comportamento de tubagens sob a acção de carregamentos mecânicos. Pela sua grande divulgação ao nível do projecto de estruturas, recorreu-se

ao Método dos Elementos Finitos, tal como apresenta Zienkiewicz 1994 [1], sob a forma de uma formulação baseada no campo dos deslocamentos. Desenvolveu-se e implementou-se um novo elemento finito de 2 nós para estudos de sistemas tubulares tridimensionais com características semelhantes às de um elemento de casca fina.



Este novo elemento permite efectuar a análise linear de problemas que envolvam esforços normais, transversais, de flexão e de torção. Para tal é necessário a definição de graus de liberdade afectos a deslocamentos provocados por este tipo de esforços, para além dos deslocamentos de ovalização e empenamento da secção tubular. Uma das vantagens deste elemento é permitir o estudo de sistemas tubulares (com elementos curvos e/ou rectos) incluindo constrangimentos provocados pela presença de flanges finas ou espessas ou outro tipo de apoios, através de uma maior facilidade na geração de malhas de elementos finitos. Este elemento possibilita a determinação do campo de deslocamentos ao longo da sua linha média, obtidos em função da teoria de vigas e deslocamentos à superfície da casca, função da teoria de cascas finas. Possibilita o cálculo de tensões de membrana em qualquer secção recta da estrutura e permite ainda verificar a distorção de qualquer secção do elemento.

No que respeita a um enquadramento histórico relativo a soluções disponíveis para a análise de tensões em regime linear de tubos curvos, deve destacar-se Theodore von Kármán 1911 [2], que apresentou a primeira solução teórica para o problema de flexão de tubos curvos. No domínio experimental muitas contribuições podem ser referidas, de salientar Gross e Ford 1952 [3], na utilização da técnica de extensometria. Também Findlay e Spence 1966 [4] publicaram resultados experimentais com tubos curvos submetidos à flexão. Thomson 1980 [5] apresentou um estudo exaustivo sobre a análise de deformação em acessórios curvos e inúmeros resultados experimentais. No domínio dos métodos numéricos, podem ser referidos entre outros, os seguintes autores, Bathe e Almeida 1982 [6, 7] propuseram um elemento de anel. Wilczek 1984 [8] apresentou uma técnica da solução por matriz transferência com elementos de tubo associados entre si, formando uma tubagem. Estas e outras contribuições têm dinamizado o esforço para encontrar soluções em várias áreas de intervenção, como na análise estrutural, dinâmica e até na análise de defeitos em estruturas, como é exemplo a contribuição de Queirós de Melo 1988 [9].

## 2 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE TUBO TRIDIMENSIONAL

### 2.1 Definição Geométrica do Elemento Finito Tubular com Dois Nós

Para o desenvolvimento deste elemento foram incluídas na formulação algumas hipóteses simplificativas:

- A espessura é considerada muito pequena quando comparada com o raio da secção transversal, medido em relação à espessura média.

- O raio da secção é considerado muito inferior ao raio de curvatura do círculo médio.
- A deformação circunferencial é considerada nula  $\epsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{r} (w + \frac{\partial v}{\partial \theta}) = 0$ , ou seja a superfície média é transversalmente inextensível como proposto inicialmente por Love 1944 [10].
- A contribuição da flexão segundo a direcção longitudinal é considerada desprezável, pelo que o problema será resolvido com base na teoria de semi-membrana.

Os parâmetros geométricos considerados para a definição do elemento são o comprimento do arco curvo ( $s$ ), o raio de curvatura média ( $R$ ), a espessura ( $h$ ), o raio da secção recta do tubo ( $r$ ) e o ângulo ao centro ( $\alpha$ ) como se verifica na figura 1.

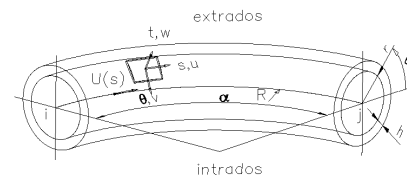


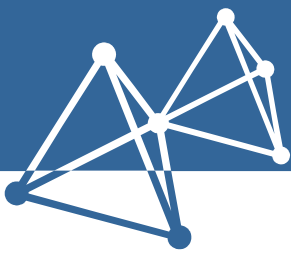
Figura 1: Parâmetros geométricos do elemento de tubo.

Os deslocamentos  $u$ ,  $v$  e  $w$  são calculados à superfície da casca do elemento estrutural, função da definição de um campo de deslocamentos sobre a linha média do arco do tubo ( $U$ ,  $W$  e  $\varphi$ ). Estes parâmetros estão relacionados entre si através de expressões diferenciais simples que são consequência directa da teoria de flexão de vigas de secção transversal indeformável. Constituem hipóteses simplificativas consideradas por Melo e Castro 1992-1997 [11, 12] e por Thomson 1980 [5]. Na 1ª hipótese a rotação de cada secção está associada ao deslocamento transversal  $W$  através da equação diferencial, à semelhança da teoria de Euler-Bernoulli:

$$\varphi = \frac{dW}{ds} \quad (1)$$

Na 2ª hipótese, considerando que a solicitação se refere à flexão de uma viga curva no plano de curvatura o deslocamento tangencial  $U$  relaciona-se com  $W$  admitindo que o eixo curvo baricentrico é de perímetro constante (inextensível):

$$W = -\frac{dU}{ds}R \quad (2)$$



A curvatura é dada pela expressão:

$$k_s = \frac{d^2W}{ds^2} \quad (3)$$

O campo de deslocamentos a obter é sobre a linha média do arco considerado como elemento de viga rígida:  $U_x$  é o deslocamento tangencial,  $U_y$  e  $U_z$  deslocamentos transversos,  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  e  $\varphi_z$  as rotações nas direcções de cada eixo, conforme se representa nas figuras 2 e 3, para o plano do elemento e fora do plano do elemento, respectivamente.

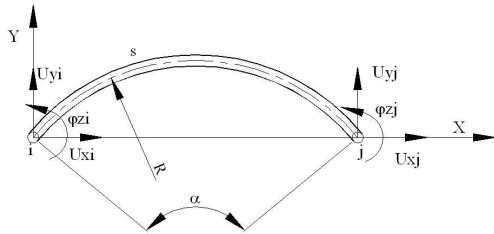


Figura 2: Graus de liberdade no plano.

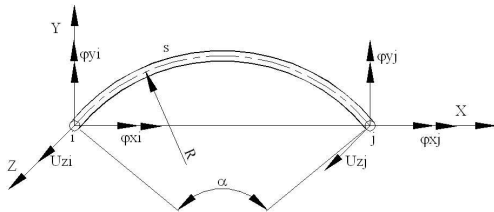


Figura 3: Graus de liberdade fora do plano.

Quando o elemento de tubo tem deslocamentos no plano considerou-se uma formulação de alta ordem do tipo viga curva, sendo necessários seis parâmetros para definir o campo de deslocamentos. Assim  $U$  pode ser aproximado pelo seguinte polinómio de 5ª ordem:

$$U_{(s)} = a_0 + a_1s + a_2s^2 + a_3s^3 + a_4s^4 + a_5s^5 \quad (4)$$

Os coeficientes são determinados em função de condições de fronteira impostas, à passagem de um elemento considerado recto, num sistema local  $(X, Y)$ , para o referencial curvo  $(s)$ , conforme a figura 2. Nestas condições, o campo de deslocamentos genérico determinado no sistema local, designado por sub índice  $IN$ , é função das

seguintes equações:

$$U_{(s)IN} = (U_{xi}N_{xi} + U_{xj}N_{xj}) + (U_{yi}N_{yi} + U_{yj}N_{yj}) + (\varphi_{zi}N_{zi} + \varphi_{zj}N_{zj}) \quad (5)$$

$$W_{(s)IN} = -R \left[ (U_{xi}N'_{xi} + U_{xj}N'_{xj}) + (U_{yi}N'_{yi} + U_{yj}N'_{yj}) + (\varphi_{zi}N'_{zi} + \varphi_{zj}N'_{zj}) \right] \quad (6)$$

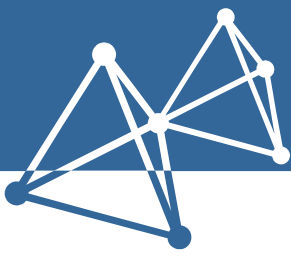
$$\varphi_{(s)IN} = -R \left[ (U_{xi}N''_{xi} + U_{xj}N''_{xj}) + (U_{yi}N''_{yi} + U_{yj}N''_{yj}) + (\varphi_{zi}N''_{zi} + \varphi_{zj}N''_{zj}) \right] \quad (7)$$

Cujas funções de forma são determinadas de acordo com as expressões:

$$N_{xi} = \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{1}{R} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) s + \left(-\frac{10}{L^3} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{6}{RL^2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^3 + \left(\frac{15}{L^4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{8}{RL^3} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^4 + \left(-\frac{6}{L^5} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{3}{RL^4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^5 \quad (8)$$

$$N_{xj} = \left(\frac{10}{L^3} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{4}{RL^2} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^3 + \left(-\frac{15}{L^4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{7}{RL^3} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^4 + \left(\frac{6}{L^5} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{RL^4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^5 \quad (9)$$

$$N_{yi} = \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{1}{R} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) s + \left(-\frac{10}{L^3} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{6}{RL^2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^3 + \left(\frac{15}{L^4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{8}{RL^3} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^4 + \left(-\frac{6}{L^5} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{RL^4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)\right) s^5 \quad (10)$$



$$N_{yj} = \left( -\frac{10}{L^3} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{4}{RL^2} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) s^3 + \left( \frac{15}{L^4} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) - \frac{7}{RL^3} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) s^4 + \left( -\frac{6}{L^5} \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) + \frac{3}{RL^4} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \right) s^5 \quad (11)$$

$$N_{zi} = -\frac{1}{2R} s^2 + \frac{3}{2LR} s^3 - \frac{3}{2L^2R} s^4 + \frac{1}{2L^3R} s^5 \quad (12)$$

$$N_{zj} = -\frac{1}{2LR} s^3 + \frac{1}{L^2R} s^4 - \frac{1}{2L^3R} s^5 \quad (13)$$

O campo de deslocamentos genérico para fora do plano, designado pelo sub índice *OUT*, no sistema local do elemento, é função das seguintes equações:

$$W_{(s)OUT} = U_{zi}N_1 - \varphi_{yi}N_2 + U_{zj}N_3 - \varphi_{yj}N_4 \quad (14)$$

$$\varphi_{(s)OUT} = U_{zi}N'_1 - \varphi_{yi}N'_2 + U_{zj}N'_3 - \varphi_{yj}N'_4 \quad (15)$$

$$\beta_{(s)OUT} = \varphi_{xi}N_i + \varphi_{xj}N_j \quad (16)$$

As funções de forma utilizadas nas equações 14 a 16 referem-se a deslocamentos do tipo viga de terceira e de primeira ordem.

## 2.2 Definição do Campo de Deslocamentos e de Deformações

O campo de deslocamentos à superfície da casca é função do deslocamento longitudinal ou tangencial ao longo de  $s(u)$ , do deslocamento meridional ou tangencial segundo  $\theta(v)$  e do deslocamento transversal da casca  $t(w)$ , conforme figura 1. O campo de deslocamentos proposto, é obtido por sobreposição de um campo de deslocamentos associado a um tubo de secção circular em que a sua configuração não é alterada conforme estabelecido nas equações 5 a 7 e 14 a 16, e em deslocamentos associados ao fenómeno de ovalização e empenamento da secção, conforme solução apresentada por Thomson 1980 [5]. Thomson apresentou no seu trabalho, um extenso estudo sobre a análise da deformação de acessórios curvos com extremos flangeados para flexão no plano, tendo desenvolvido soluções baseadas unicamente em séries trigonométricas.

A solução utilizada para o cálculo dos deslocamentos devido a fenómenos de ovalização e empenamento da secção circular, consiste então na utilização de um elemento toroidal em que o campo de deslocamentos é definido por combinação de funções lineares, polinómios de 1ª ordem, com os desenvolvimentos em série trigonométrica proposto por Thomson 1980 [5]. O deslocamento da superfície na direcção radial resultante unicamente da ovalização, considerada dentro e fora do plano é obtido em

função da expressão seguinte:

$$w(s, \theta) = \left( \sum_{i \geq 2} a_i \cos i\theta + \sum_{i \geq 2} \bar{a}_i \sin i\theta \right) N_i + \left( \sum_{i \geq 2} a_i \cos i\theta + \sum_{i \geq 2} \bar{a}_i \sin i\theta \right) N_j \quad (17)$$

O deslocamento meridional resultante da ovalização é obtido através da expressão a seguir mencionada.

$$v(s, \theta) = \left( -\sum_{i \geq 2} \frac{a_i}{i} \sin i\theta + \sum_{i \geq 2} \frac{\bar{a}_i}{i} \cos i\theta \right) N_i + \left( -\sum_{i \geq 2} \frac{a_i}{i} \sin i\theta + \sum_{i \geq 2} \frac{\bar{a}_i}{i} \cos i\theta \right) N_j \quad (18)$$

Finalmente o deslocamento longitudinal resultante do empenamento da secção é função da seguinte equação:

$$u(s, \theta) = \left( \sum_{i \geq 2} b_i \cos i\theta + \sum_{i \geq 2} \bar{b}_i \sin i\theta \right) N_i + \left( \sum_{i \geq 2} b_i \cos i\theta + \sum_{i \geq 2} \bar{b}_i \sin i\theta \right) N_j \quad (19)$$

A condição de inextensibilidade circunferencial verifica a primeira e a segunda das expressões anteriores em que:

$$w(s, \theta) = -\frac{\partial v(s, \theta)}{\partial \theta} \quad (20)$$

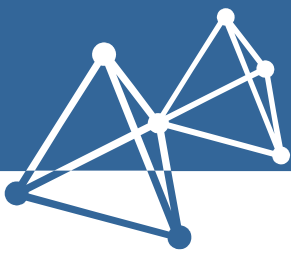
Os termos  $a_i$  e  $\bar{a}_i$  são constantes a determinar função do desenvolvimento da série de Fourier para os termos de ovalização, dentro e fora do plano, respectivamente. As constantes  $b_i$  e  $\bar{b}_i$  também função do desenvolvimento da série de Fourier, resultam dos deslocamentos devidos ao empenamento, para o plano e fora do plano, respectivamente.

Sobrepondo o campo de deslocamentos devidos a fenómenos de ovalização e empenamento da secção tubular, ao do elemento de viga rígida, equações 5 a 7 e 14 a 16, obtém-se o campo de deslocamentos à superfície de uma casca, conforme as seguintes equações:

$$u = U_{(s)IN} - r \cos \theta \varphi_{(s)IN} - r \sin \theta \varphi_{(s)OUT} + u(s, \theta) \quad (21)$$

$$v = -W_{(s)IN} \sin \theta + W_{(s)OUT} \cos \theta + r \beta_{(s)OUT} + v(s, \theta) \quad (22)$$

$$w = W_{(s)IN} \cos \theta + W_{(s)OUT} \sin \theta + w(s, \theta) \quad (23)$$



O campo de deformação refere-se a deformações de membrana e a variações de curvatura. Foi adoptado um modelo de deformação de semi-membrana e desprezou-se a rigidez à flexão na direcção longitudinal da casca toroidal, considerando-se a flexão meridional resultante da ovalização, conforme proposto por Melo e Castro 1992 [11], Flügge 1973 [13] e Kitching 1970 [14].

$$\begin{aligned} \zeta^e &= \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{s\theta} \\ \chi_{\theta\theta} \end{Bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial s} & -\frac{\sin\theta}{R} & \frac{\cos\theta}{R} \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{\partial}{\partial s} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial\theta} & \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial\theta^2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

$\varepsilon_{ss}$  representa a deformação longitudinal de membrana,  $\gamma_{s\theta}$  a deformação de corte e  $\chi_{\theta\theta}$  é a curvatura meridional relativa à ovalização.

No caso de elementos tubulares rectos utilizaram-se unicamente as funções de Hermite conforme desenvolvimento anterior. Foram considerados 22 deslocamentos nodais (6 de viga e 16 de distorção), sendo necessário o desenvolvimento em 8 termos na série de Fourier para a ovalização e empenamento. Simulou-se ainda o campo de deslocamentos com 30 graus de liberdade em que 24 dizem respeito aos termos de distorção, ou seja desenvolvimentos de 12 termos na expansão trigonométrica.

A matriz rigidez linear foi calculada efectuando integrações exactas em  $s$  e  $\theta$ , conforme se representa na seguinte expressão:

$$\begin{aligned} [K]_{\text{global}} &= [T]^T \\ &\times \left( \int_{s=0}^{s=L} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} [B]_{\text{local}}^T [D] [B]_{\text{local}} r h ds d\theta \right) [T] \end{aligned} \quad (25)$$

A matriz  $[B]$  é obtida em função do operador diferencial apresentado na equação 24 multiplicado pelas funções de forma. O termo  $1/R$  é nulo, no caso em que se considera que o tubo é recto. A matriz transformação  $[T]$  permite a passagem da matriz  $[K]$  para o sistema global. A matriz das constantes elásticas  $[D]$  é representada por:

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{E}{1-\nu^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{E}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)} \end{bmatrix} \quad (26)$$

Os deslocamentos nodais são obtidos pela inversão do

seguinte sistema de equações:

$$\{F\}_{\text{global}} = [K]_{\text{global}} \{\delta\}_{\text{global}} \quad (27)$$

O vector força pode ser formado por termos que envolvam forças longitudinais, forças transversais, momentos de flexão e torção, ou termos relativos à expansão de Fourier para os deslocamentos de ovalização e empenamento. Todas as forças e momentos referidos nesta situação devem pertencer ao sistema global do elemento, com excepção das forças relativas aos deslocamentos de ovalização e empenamento.

Finalmente as tensões são calculadas para um referencial local conforme a equação 28. No caso do elemento de tubo considerado, a expressão da tensão longitudinal  $\sigma_{ss}$ , é referida no folheto médio da casca.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{s\theta} \\ M_{\theta\theta} \end{Bmatrix} = [D] \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} \\ \gamma_{s\theta} \\ \chi_{\theta\theta} \end{Bmatrix} \quad (28)$$

### 3 CASO EM ESTUDO: ANÁLISE DE TENSÕES NUMA ESTRUTURA TUBULAR

Estudou-se o comportamento mecânico de uma estrutura tubular submetida a um carregamento pontual numa extremidade, sendo impedida de se movimentar na extremidade oposta. A estrutura é composta por tubos curvos a 90° ASTM A234 e tubos rectos ASTM A106, conforme se representa na figura 4. Os tubos têm um diâmetro nominal de 44.62 mm e espessura uniforme de 4 mm. O material utilizado possui um módulo de elasticidade de  $2.1 \times 10^5$  N/mm<sup>2</sup> e o coeficiente de Poisson  $\nu$  igual a 0.3.

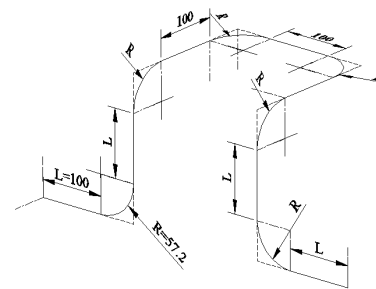


Figura 4: Geometria da estrutura tridimensional utilizada.

A figura 5 representa as várias secções em estudo para análise do campo de tensões, no modelo desenvolvido com elementos de 2 nós, para uma malha com 65 elementos finitos. Na figura 6 é apresentada a malha com elementos de casca a ser utilizada no programa comercial COSMOS®.

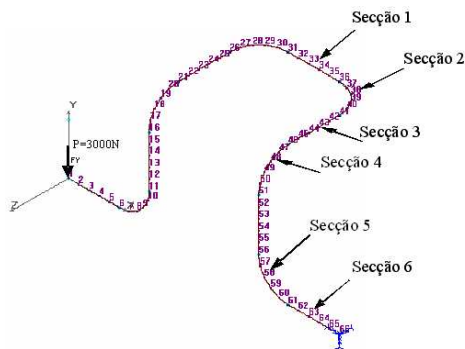
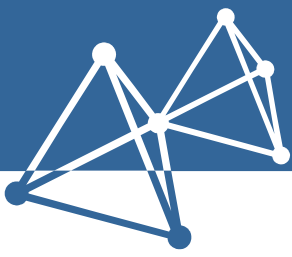


Figura 5: Secções rectas para o cálculo de tensões no elemento desenvolvido.

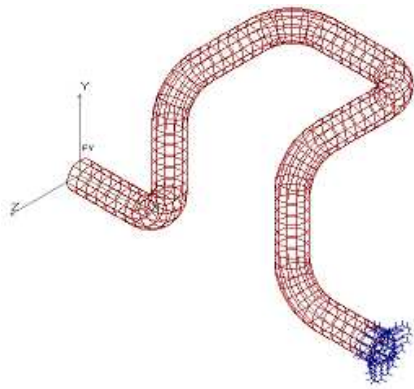


Figura 6: Modelo com elementos de casca.

Os campos de deslocamentos obtidos com o elemento finito desenvolvido são comparados com os resultados obtidos utilizando os programas COSMOS® e ANSYS®. Utilizaram-se os elementos ELBOW e PIPE, destes programas, em conjunto na mesma malha de elementos finitos. Cada um destes elementos possui 6 graus de liberdade (3 translações e 3 rotações), possibilitando unicamente a comparação dos deslocamentos referidos na linha central do elemento de tubo desenvolvido, utilizando-se a mesma malha apresentada na figura 5.

O resultado do campo de tensões obtido com o elemento desenvolvido também foi comparado com os resultados experimentais obtidos e com os resultados numéricos utilizando o programa COSMOS®. Neste caso, foi necessário utilizar um elemento de casca (SHELL4) com 6 graus de liberdade para cálculo das tensões de membrana em qualquer secção recta tubular. Os elementos PIPE e ELBOW não possibilitam o cálculo de tensões em qualquer ponto da secção circular, possibilitando unicamente a comparação com um valor médio da tensão, por se tratar de uma formulação semelhante à do elemento de viga.

A figura 7 representa a estrutura em análise, instrumentada e submetida a um carregamento pontual de 3000 N através de um sistema hidráulico com uma célula de carga.



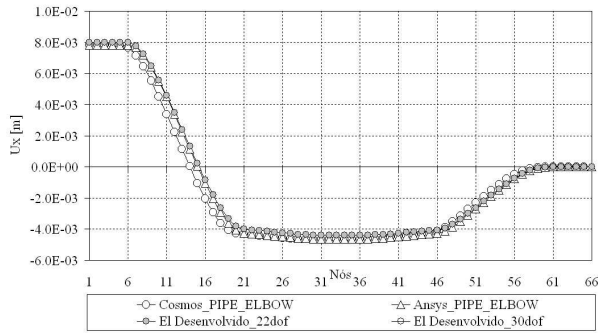
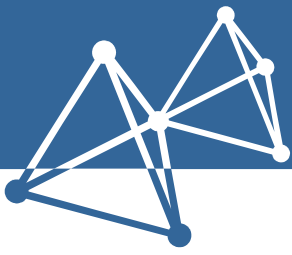
Figura 7: Estrutura submetida a uma carga.

Utilizou-se um sistema de medição (SPIDER8 da HBM) disponível com 12 canais para a recolha do sinal da deformação em secções rectas da estrutura previamente definidas, conforme se representa na figura 8. Os resultados das tensões obtidos experimentalmente são comparáveis com os resultados numéricos. Os gráficos da

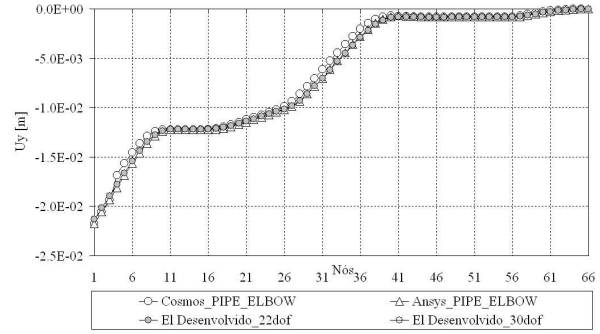


Figura 8: Sistema SPIDER8 de medição com 12 canais.

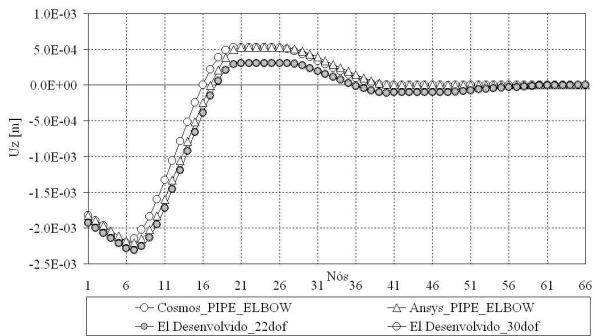
figura 9 representam o campo de deslocamentos ao longo de toda a estrutura tubular, tendo sido utilizada uma malha com 65 elementos, tanto no programa desenvolvido como nos programas COSMOS® e ANSYS®. Verificou-se



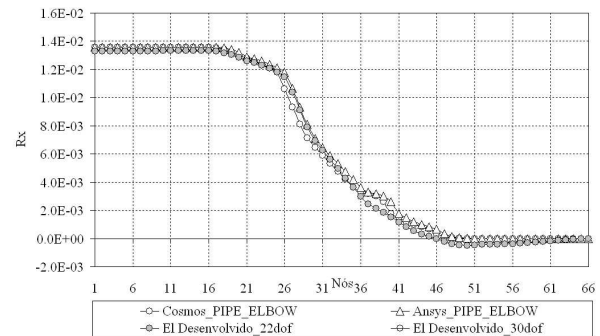
(a) Deslocamento transversal  $U_x$  (m).



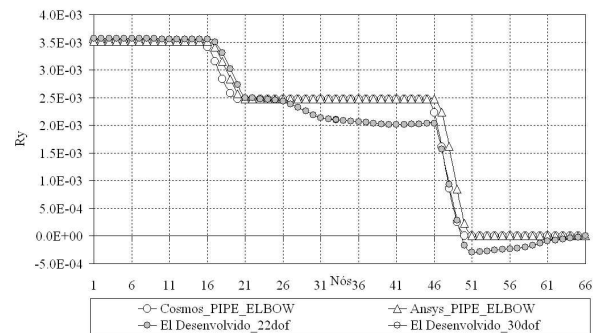
(b) Deslocamento transversal  $U_y$  (m).



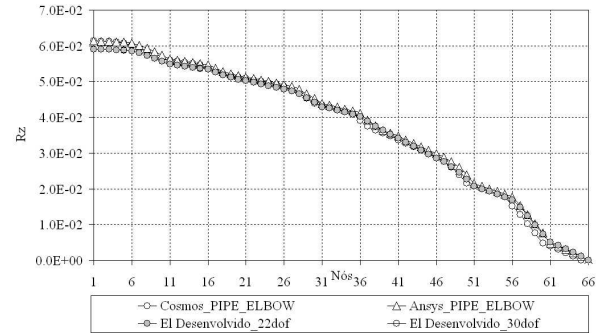
(c) Deslocamento transversal  $U_z$  (m).



(d) Rotação  $\psi_x$ .

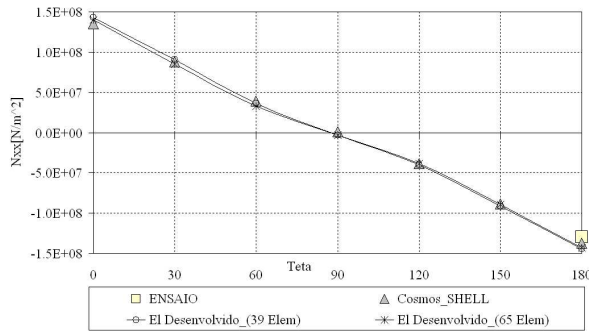
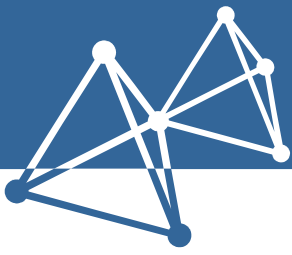


(e) Rotação  $\psi_y$ .

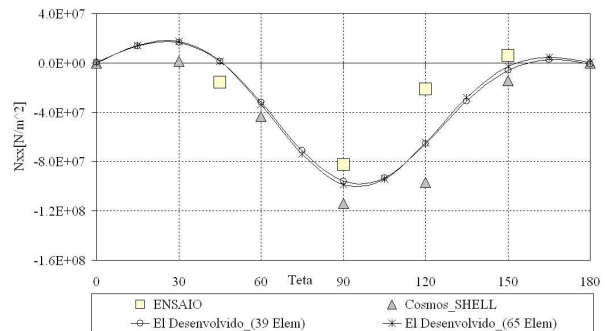


(f) Rotação  $\psi_z$ .

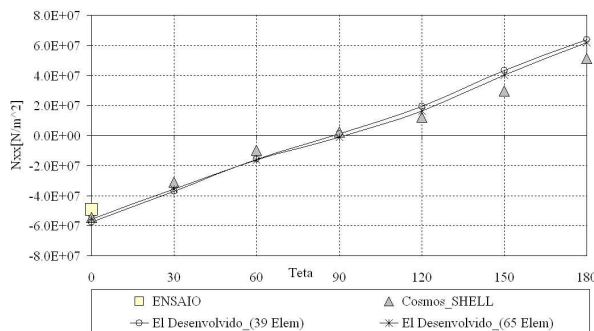
Figura 9: Deslocamentos obtidos com o elemento desenvolvido e com outros elementos.



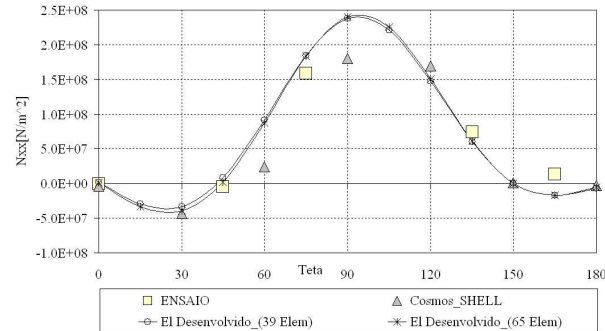
(a) Secção recta 1.



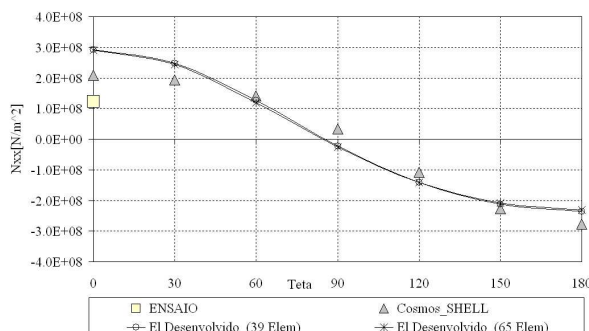
(b) Secção recta 2.



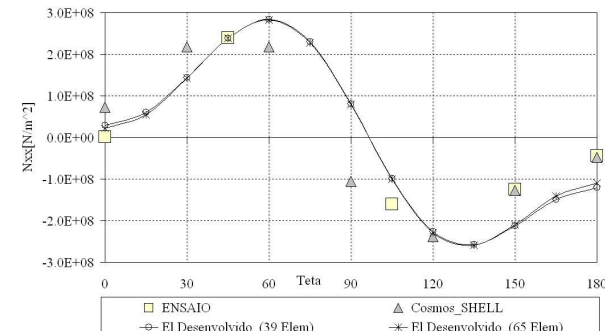
(c) Secção recta 3.



(d) Secção recta 4.

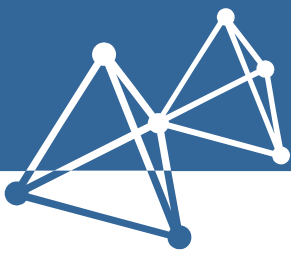


(e) Secção recta 6.



(f) Secção recta 5.

Figura 10: Tensões longitudinais obtidas com diferentes malhas comparáveis com os resultados experimentais e o elemento SHELL4 do COSMOS® em várias secções tubulares.



ainda que utilizando unicamente 22 graus de liberdade, se obtêm os mesmos resultados em relação a utilizar-se 30 graus de liberdade com o elemento desenvolvido.

Os gráficos da figura 10 representam o campo de tensões obtido com o programa desenvolvido comparável com os resultados experimentais e os resultados numéricos obtidos no programa COSMOS®.

Os resultados são apresentados para as várias secções rectas definidas na figura 6. Para ser possível comparar os resultados ao longo das várias secções tubulares utilizaram-se elementos de casca fina no modelo numérico do programa COSMOS®. Utilizaram-se dois tipos de malhas de elementos finitos com o programa desenvolvido verificando-se que com o uso de uma discretização menos refinada, se obtêm os mesmos resultados comparáveis com a solução apresentada para malhas de elementos finitos mais refinadas.

#### 4 CONCLUSÕES

O elemento finito desenvolvido permite obter campos de tensões e de deslocamentos em estruturas tubulares, utilizando uma formulação com base na teoria de cascas finas. A solução combina uma formulação do campo de deslocamentos de elementos de viga com termos da série de Fourier para a modelação da ovalização e empenamento da superfície tubular. A estrutura tubular instrumentada permitiu obter resultados comparáveis com os campos de tensão obtidos numericamente. A sobreposição dos deslocamentos devidos à distorção da secção, na formulação do campo de deslocamentos de viga rígida, permite obter resultados comparáveis com outros elementos finitos disponíveis em códigos, de uma forma fácil e simples. A utilização deste elemento permite um desempenho computacional elevado no que respeita à facilidade da geração de malhas, na simulação das condições de fronteira com ou sem restrições de bordo, apresentando bons resultados mesmo com malhas menos refinadas. Permite ainda obter resultados do estado de tensão em qualquer secção recta da estrutura tubular, com a utilização de elementos de 2 nós. A complexidade de análises deste tipo de estruturas exige o recurso a métodos numéricos de elevado desempenho, pelo que se recorreu à utilização do método dos elementos finitos, desenvolvendo um elemento com este tipo de características.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Zienkiewicz, O.C.; Taylor, R.L.; *The Finite Element Method* 4<sup>th</sup> ed., Mc Graw-Hill, United Kingdom, 1994.
- [2] von Kármán, T.; *Über die Formänderung Dünnwandiger Rohre insbesondere federnder Ausgleichrohre*, Zeits V.D.I. **55**:1889-1895, 1911.
- [3] Gross, N.; Ford, H.; *The flexibility of short-radius pipe bends*, Actas do I. Mech. E., (B) **18**:480, 1952-1953.
- [4] Findlay, G.E.; Spence, J.; In-plane bending of a large 90° smooth bend, *Journal of Strain Analysis* **1**(4):290, 1966.
- [5] Thomson, G.; *In plane bending of smooth pipe bends*, Tese de Doutoramento, University of Strathclyde, Scotland, UK, 1980.
- [6] Bathe, K.J.; Almeida, C.A.; A simple and effective pipe elbow element — pressure stiffening effects, *Journal of Applied Mechanics* **49**:914-916, 1982.
- [7] Bathe, K.J.; Almeida, C.A.; A simple and effective pipe elbow element — interaction effects, *Journal of Applied Mechanics* **49**:165-171, 1982.
- [8] Wilczek, E.; *Statische Berechnung Eines Rohrkrümmers mit Realen Randbedingungen*, Tese de Doutoramento, Institut für Leichtbau, Aachen, 1984.
- [9] Melo, F.J.M.Q.; *Análise de Tensões em Acessórios Tubulares de Parede Fina Podendo Possuir Defeitos de Penetração Parcial*, Tese de Doutoramento, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 1988.
- [10] Love, A. E. H.; A treatise on the mathematical theory of elasticity, *Dover Publ.*, N.Y., 1944.
- [11] Melo, F.J.M.Q.; Castro, P.M.S.T.; A reduced integration Mindlin beam element for linear elastic stress analysis of curved pipes under generalized in-plane loading, *Computers & Structures* **43**:787-794, 1992.
- [12] Melo, F.J.M.Q.; Castro, P.M.S.T.; The linear elastic stress analysis of curved pipes under generalized loads using a reduced integration finite ring element, *Journal of Strain Analysis* **32**(1):47-59, 1997.
- [13] Flügge, W.; *Thin Elastic Shells*, Springer, Berlin, 1973.
- [14] Kitching, R.; Smooth and mitred pipe bends, Gill, S.S. (Ed.), *The stress analysis of pressure vessels and pressure vessels Components*, Cap. 7, Pergamon Press, Oxford, 1970.

---

O espaço restante desta página foi intencionalmente deixado em branco.