livro de atas

proceedings

V Encontro International
de **Formação** na **Docência**

5th International Conference
on **Teacher Education**

incte'20
international
conference on
teacher education

http://incte.ipb.pt/

Título | Title
V Encontro International de Formação
na Docência | Livro de Atas

5th International Conference
on Teacher Education | Proceedings

Editores | Editors
Rui Pedro Lopes, Cristina Mesquita, Elisabete Mendes Silva, Manuel Vara Pires | Instituto Politécnico de Bragança

Edição de Comunicação e Design | Communication and Design Edition
Jacinta Costa & Carlos Casimiro da Costa | Instituto Politécnico de Bragança

Publicação | Publisher
IPB | Instituto Politécnico de Bragança

Morada | Address
Escola Superior de Educação de Bragança
Campus de Santa Apolónia
5300-253 Bragança . Portugal
http://incte.ipb.pt/
incte@ipb.pt

ISBN + Handle
978-972-745-276-7 | http://hdl.handle.net/10198/20081

Presidência da Comissão Organizadora | Conference Chairs
Cristina Mesquita | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal
Elisabete Mendes Silva | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal
Mário Cardoso | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

Comissão Organizadora | Organising committee
Adorinda Gonçalves | IPB, Portugal
Angelina Sanches | IPB, Portugal
Jacinta Costa | IPB, Portugal
Luís Castanheira | IPB, Portugal
Manuel Vara Pires | IPB, Portugal
Maria do Céu Ribeiro | IPB, Portugal
Paula Vaz | IPB, Portugal
Rui Pedro Lopes | IPB, Portugal

Organizado por | Organised by

ipb INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

cieb CENTRO INVESTIGAÇÃO EDUCAÇÃO BÁSICA

Apoios | Sponsors

Bragança · ageas · Valled Soluções Energéticas · Caixa Geral de Depósitos · Hotel *** Santa Apolónia · Porto Editora · Hotel Turismo São Lázaro · Quinta das Queimadas restaurante e eventos

União das Freguesias de Sé, Santa Maria e Meixedo · factoryplay premium inflatables · Caixa CA Fundação · Fepronor · Hotel Estalagem Turismo · frutas ferreira

Resolução de uma tarefa de proporcionalidade por futuros professores dos primeiros anos escolares

José António Fernandes[1], Paula Maria Barros[2], Gabriela Gonçalves[3]
jfernandes@ie.uminho.pt, pbarros@ipb.pt, gmc@isep.ipp.pt

[1] Universidade do Minho, Portugal
[2] Instituto Politécnico de Bragança, Portugal
[3] Instituto Politécnico do Porto, Portugal

Resumo

Nesta investigação estuda-se a exploração de uma tarefa de proporcionalidade direta por futuros professores dos primeiros anos escolares, mais especificamente analisam-se as respostas dadas e as estratégias desenvolvidas por esses futuros professores. No estudo participaram 31 estudantes que frequentavam o 1.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma universidade do Norte de Portugal. Os estudantes resolveram várias tarefas, em contexto de sala de aula, envolvendo situações de proporcionalidade direta e de não proporcionalidade, das quais iremos apresentar aqui apenas uma sobre a proporcionalidade direta. Essa tarefa envolve a produção de uma mistura, conhecida a razão de café e cevada usada, sendo os estudantes inquiridos sobre a determinação de quantidades desses produtos, conhecidas as quantidades de outros. Em termos de resultados, verificou-se que, em média, na globalidade dos itens da tarefa, se obteve à volta de 50% de respostas corretas, tendo sido mais difícil para os estudantes determinar uma quantidade conhecida a quantidade de mistura do que determinar uma quantidade de mistura, conhecida outra quantidade. Já as estratégias subjacentes às respostas dos estudantes foram diversificadas, salientando-se, em termos da frequência de uso, o recurso à estratégia *regra de três simples*, à estratégia *aditiva* e à estratégia *unidade de mistura*. Comparativamente com as outras estratégias, *a regra de três simples* foi muito mais usada pelos estudantes e conduziu quase sempre a respostas corretas, enquanto as estratégias *aditiva* e de *unidade de mistura* conduziram sempre a respostas incorretas.

Palavras-Chave: tarefas matemáticas, proporcionalidade, futuros professores, ensino básico.

Abstract

In this research we study the exploration of a task of direct proportionality by prospective primary school teachers, more specifically analyse the answers given and the strategies developed by these prospective teachers. The study included 31 students attending the 1st year of the Basic Education Degree at a university in the North of Portugal. The students solved several tasks, in classroom context, involving direct proportionality and non-proportionality situations, of which we will present here only one about direct proportionality. The task intends to produce a mixture, known the ratio of coffee and barley used, and the students are asked about the determination of quantities of these products, after knowing the quantities of others. In terms of results, it was found that, on average, in the globality of the task items, around 50% of correct answers were found, and it was more difficult for students to determine an amount, known the amount of mixture, than to determine a quantity of mixture, known other quantity. The strategies underlying the student responses were diversified, with emphasis, based on the frequency of use, on the *three simple rule* strategy, the *additive* strategy and the *mixing unit* strategy. Compared to the other strategies, the *simple three rule* was much used by students and almost always led to correct answers, while *additive* and *mixing unit* strategies always led to incorrect answers.

Keywords: mathematical tasks, proportionality, prospective school teachers, primary school.

1 Introdução

A proporcionalidade é um conceito largamente usado na disciplina de Matemática, nas outras disciplinas e na vida quotidiana das pessoas, o que revela a sua importância em termos académicos, pessoais e sociais. Na Matemática, por exemplo, este conceito está presente na semelhança de figuras, nas probabilidades e na trigonometria; nas outras disciplinas pode pensar-se nas Ciências Naturais e na Geografia e, finalmente, na vida quotidiana podemos pensar no custo de quantidades (discretas ou contínuas) de custo unitário fixo, na determinação de percentagens ou na determinação de distâncias reais a partir de distâncias em mapas.

Porque se trata de um conceito importante e ao mesmo tempo complexo, a aprendizagem da proporcionalidade na escola acontece desde os primeiros anos de escolaridade (Ministério da Educação e Ciência, 2013), sendo progressivamente aprofundada com o avanço dessa escolaridade. Diretamente envolvidos na proporcionalidade, encontram-se os conceitos de razão, de proporção e de função e, relacionados com ela, encontram-se os conceitos de número racional, fração e percentagem.

Estudos antes realizados mostram que os alunos, incluindo futuros professores dos primeiros anos escolares, têm dificuldades nos conceitos de razão, proporção e proporcionalidade (Fernandes, Barros, & Gonçalves, 2019; Burgos & Godino, 2020; Fernandes & Leite, 2015; Livy & Vale; 2011; Singh, 2000), dificuldades essas relativas à definição, à representação e à aplicação destas noções à resolução de situações-problema.

No presente estudo analisam-se as resoluções de estudantes, futuros professores dos primeiros anos escolares, de uma tarefa envolvendo proporções e proporcionalidade no que respeita às respostas (corretas e incorretas) dadas pelos estudantes e às estratégias de resolução por eles desenvolvidas no processo de obtenção das respostas. Comparativamente com os estudos antes referidos, neste trabalho inquiriram-se os estudantes sobre uma situação de mistura, em que se esperava que determinassem termos de uma proporção, em que a razão da proporção não é dada na forma unitária, ou que recorressem a outros métodos de resolução.

Seguidamente, nas próximas secções, apresenta-se o enquadramento teórico do estudo, discutindo os conceitos de proporção e proporcionalidade e revendo alguns estudos realizados sobre esses conceitos; informa-se sobre o método de pesquisa seguido no estudo; analisam-se os dados resultantes das resoluções dos estudantes e, por fim, sintetizam-se as principais conclusões do estudo e extraem-se algumas implicações didáticas.

2 Enquadramento teórico

2.1 O conceito de proporcionalidade

Tal como foi referido na secção anterior, a proporcionalidade é um conceito muito presente na aprendizagem da matemática, de outras disciplinas e na vida do dia a dia, o que mostra a sua importância e justifica o seu estudo ao longo de todo o ensino básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013), especialmente no 2.º e 3.º ciclo.

No caso da proporcionalidade direta, que é o tipo de proporcionalidade aqui estudado, ela pode ser encarada como um conceito complexo, envolvendo muitos outros conceitos. Nesta perspetiva, para resolver um problema de proporcionalidade podemos fazê-lo recorrendo a estratégias variadas, designadamente: recorrer a uma proporção; usar uma regra de três simples; aplicar o conceito de operador escalar entre dois espaços de medida; ou socorrer-se de uma função de proporcionalidade direta entre dois espaços de medida.

Sendo a proporção uma igualde entre duas razões, ela implica a noção de razão, a qual, por sua vez, é a "comparação entre duas quantidades" (Livy & Vale, 2011, p. 26). A noção de razão, embora não constitua um tema explícito dos programas escolares (Ministério da Educação e Ciência, 2013), assume-se como uma noção multifacetada e que pode ter diferentes interpretações, como seja a interpretação parte-todo, que favorece o desenvolvimento da noção de medida e frações equivalentes; a interpretação de quociente, que permite relacionar razões e taxas, além de comparar, adicionar e subtrair frações; e a interpretação de operador, que integra a divisão e multiplicação de frações (Lamon, 2007). Além disso, independentemente da interpretação que se assuma, a noção de razão está ligada à noção de número racional.

Conclui-se, assim, que o raciocínio proporcional requer a compreensão das noções de razão e proporção. Recorrendo às proporções, resolvem-se dois tipos fundamentais de problemas: os problemas de comparação, em que, dados os valores a, b, c e d, se pretende comparar (recorrendo às relações $<, >$ ou $=$) as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$; e os problemas de valor omisso, nos quais são dados três dos quatro valores da proporção e se pretende determinar o valor em falta. É exemplo de problema de comparação verificar, de dois concentrados de café e leite, se ambos têm a mesma concentração de café (e de leite) ou aquele que tem maior concentração de café (e menor de leite), enquanto no problema de valor omisso se pretende determinar o valor em falta, supondo que as duas misturas têm a mesma concentração de café e leite.

Segundo Lamon (2007), o raciocínio proporcional alicerça-se em "relações estruturais entre quatro quantidades (a, b, c, d) num contexto envolvendo simultaneamente a covariância e a invariância de razões ou produtos" (p. 638), como acontece com a proporção e a regra de três simples. A regra de três simples assume-se, essencialmente, como um método alternativo ao método da proporção para resolver problemas de valor omisso, não promovendo a transição para abordagens mais gerais, como seja a exploração da proporcionalidade através de relações escalares e de relações funcionais, que trataremos a seguir.

A noção de operador escalar entre dois espaços de medida significa que a razão entre dois quaisquer valores de um dos espaços de medida é igual à razão entre os correspondentes valores do outro espaço de medida. No caso da situação: "Se a Rosa pagou 6 euros por 50 pães, quanto deve pagar o Filipe por 15 pães?", tem-se que $\frac{15}{50} = \frac{3}{10}$ é a razão entre os números de pães, a qual se deve manter para os custos dos pães. Portanto, o Filipe deve pagar $6 \times \frac{3}{10} = 1{,}8$ euros.

Já no caso da relação funcional entre dois espaços de medida, determinamos o valor unitário e multiplicamo-lo pela medida respetiva. No caso da situação: "Se a Rosa pagou 6 euros por 50 pães, quantos pães comprou o Filipe por 2,4 euros?", tem-se que o valor unitário é dado pela razão $\frac{50}{6} = \frac{25}{3}$ (que corresponde ao número de pães que se compram com 1 euro), donde com 2,4 euros o Filipe poderá comprar $\frac{25}{3} \times 2{,}4 = 20$ pães. Pode-se ainda definir uma relação funcional geral, do tipo $f(x) = \frac{25}{3}x$ $(x > 0)$, em que $f(x)$ define o número de pães que se compram com x euros.

Uma vez terminado o ensino básico, espera-se que os alunos estejam aptos a resolver problemas envolvendo proporções, a proporcionalidade direta e a proporcionalidade inversa (Ministério da Educação e Ciência, 2013), que lhes permitirá aprofundar temas como variáveis, funções lineares, vetores e outros temas estudados no ensino secundário. Contudo, Burgos, Godino, Giacomone e Beltrán-Pellicer (2018) referem que, no 3.º ciclo do ensino básico, o estudo da proporcionalidade "contempla quase exclusivamente um uso técnico da regra de três ou uma interpretação funcional a partir da fórmula da função linear" (p. 707), o que corresponde a apenas algumas das abordagens antes referidas.

2.2 Aprendizagem da proporcionalidade direta

Como foi afirmado antes, aprender o conceito de proporcionalidade direta é uma tarefa complexa, que decorre durante vários anos escolares. Este conceito baseia-se em variados conceitos, como sejam os conceitos de razão e de proporção.

Embora muitos alunos reconheçam a razão como comparação/relação entre grandezas, Fernandes e Leite (2015) e Suggate, Davis e Goulding (2006) verificaram que muitos desses participantes não especificaram o tipo de relação envolvida e, quando especificaram as operações implicadas, foram poucos os que referiram as operações de multiplicação e divisão, que são aquelas que estão associadas ao conceito de razão (Lamon, 2007). Ainda no estudo de Fernandes e Leite (2015), destaca-se a extensão que o conceito de razão tem para os estudantes inquiridos e as dificuldades e limitações concetuais reveladas nas suas respostas, sobretudo no que respeita às respostas muito curtas e pouco explicativas do significado do conceito de razão.

Num estudo subsequente, Leite, Fernandes, Viseu e Gea (2016) propuseram a futuros professores dos primeiros anos escolares a resolução de uma situação-problema sobre a comparação de razões. Nessa situação-problema, envolvendo a representação gráfica da rapidez de duas pessoas, constatou-se que um terço dos estudantes não foi capaz de comparar as razões correspondentes. Perante estes resultados, os autores preconizam o aprofundamento do estudo destes conceitos em variados contextos. Livy e Vale (2011) inquiriram futuros professores sobre um item em que se pedia a determinação de uma distância real a partir da distância no mapa. Os estudantes sentiram muitas dificuldades na resolução do item, obtendo-se apenas cerca de 10% de respostas corretas, tendo os erros resultado, fundamentalmente, da utilização das seguintes estratégias: um procedimento de resolução incompleto; incorreta conversão de unidades de comprimento; uso da adição ou subtração em vez da multiplicação; e incorreta interpretação da escala, designadamente assumindo a razão 1:1 (distância no mapa, distância real) em vez da razão 6(cm):75(km).

Num estudo posterior, em que participaram também futuros professores dos primeiros anos escolares, Viseu, Fernandes e Leite (2018) confrontaram os participantes com três itens, em que nos dois primeiros se dava a distância no mapa e real e pedia-se, respetivamente, a distância real e no mapa, enquanto no terceiro se davam duas distâncias reais e se pedia a razão entre as correspondentes distâncias no mapa. Em termos de resultados obtidos nos dois primeiros itens, verificou-se que cerca de metade ou mais dos estudantes respondeu corretamente aos dois primeiros itens. Já no último item os estudantes sentiram mais dificuldades, sendo poucos aqueles que determinaram corretamente a razão pedida, seja determinando a razão entre as distâncias reais (9 estudantes em 81), que coincide com a razão entre as distâncias no mapa, seja determinando a razão entre as distâncias no mapa (determinadas através da regra de três simples, 19 estudantes em 81). Em todos os três itens constatou-se que a maioria dos estudantes recorreu à regra de três simples, mas com maior frequência nos dois primeiros itens. No caso do terceiro item, o uso da regra de três simples é ainda mais paradigmático pois, de entre os estudantes que responderam corretamente, mais do dobro recorreu a essa regra, quando isso não era necessário.

Por último, no estudo de Fernandes, Barros e Gonçalves (2019) foram questionados futuros professores dos primeiros anos escolares sobre a proporcionalidade e o significado da noção de razão. Nos dois itens envolvendo a proporcionalidade, todos os estudantes recorreram à estratégia da regra de três simples, tendo mais de metade respondido corretamente, enquanto menos de $\frac{1}{5}$ atribuíram um significado correto à razão dada. Face a estes resultados, os autores recomendam que os estudantes desenvolvam uma maior flexibilidade e diversidade nas estratégias a adotar na resolução das situações-problema e que interpretem ou atribuam significado às expressões com que se deparam.

3 Método

Neste estudo analisam-se as resoluções de futuros professores dos primeiros anos (do 1.º e/ou 2.º ciclo do ensino básico) de uma tarefa envolvendo a noção de proporcionalidade. Participaram no estudo 31 estudantes do 1.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma universidade do Norte de Portugal. À entrada na universidade, estes estudantes apresentavam uma formação matemática muito variada, desde os que tinham concluído a disciplina de Matemática A até aos que terminaram o seu estudo de Matemática no 9.º ano de escolaridade. Os dados foram recolhidos através de um questionário com seis tarefas, incluindo tarefas de proporcionalidade e de não proporcionalidade em diversos contextos, e foi respondido individualmente em contexto de sala de aula. Nesta comunicação apresentamos e analisamos apenas uma tarefa envolvendo uma situação de proporcionalidade direta.

Tarefa proposta aos alunos

A Maria pretende preparar uma mistura de café e cevada, juntando por cada 2 kg de café 3 kg de cevada.

a) Que quantidade de café é necessária para produzir 2 kg de mistura?

b) Que quantidade de cevada é necessária para produzir 3 kg de mistura?

c) Supondo que há cevada suficiente, que quantidade de mistura se pode produzir com 3 kg de café?

Os três itens que compõem a tarefa, a), b) e c), podem ser resolvidos recorrendo a diferentes métodos, designadamente: através do conceito de proporção, em que se determina um dos quatro termos, conhecidos os outros três; através da regra de três simples, em está subjacente uma proporção; através do conceito de operador escalar entre dois espaços de medida; e através de uma função de proporcionalidade direta entre dois espaços de medida. A seguir, referem-se as estratégias que os estudantes podiam usar no item a), que são semelhantes às que podiam usar também nos itens b) e c).

- Regra de três simples:

$$\begin{array}{ccc} \text{café} & & \text{mistura} \\ 2 & \underline{\quad\quad} & 5 \\ x & \underline{\quad\quad} & 2 \end{array} \;;\quad x = \frac{2\times 2}{5} = 0{,}8\,\text{kg café}.$$

- Proporção: $\frac{2}{5} = \frac{x}{2}$; $x = \frac{2\times 2}{5} = 0{,}8\,\text{kg café}$.

- Escalar ($\frac{2}{5} = 0{,}4$): como $5\times 0{,}4 = 2\,\text{kg mistura}$; $2\times 0{,}4 = 0{,}8\,\text{kg café}$.

- Funcional: sendo $f(x) = \frac{2}{5}\times x$, em que x é a quantidade de café disponível;

  $f(2) = \frac{2}{5}\times 2 = 0{,}8\,\text{kg café}$.

Por último, em relação ao tratamento e análise de dados, estudaram-se as respostas e as estratégias apresentadas pelos estudantes. Em ambos os casos, determinaram-se frequências dos tipos de respostas (corretas e incorretas) e das estratégias, tendo-se usado tabelas para resumir essa informação. No caso das estratégias, recorreu-se à análise de conteúdo, sendo as categorias emergentes da revisão de literatura e da análise das resoluções apresentadas pelos estudantes descritas na próxima secção, aquando da apresentação de resultados. A categorização efetuada será ainda ilustrada com exemplos de respostas dos estudantes, identificados pela letra E (abreviatura de estudante) seguida do número que lhe foi atribuído (de 1 a 31).

4 Resolução da tarefa pelos futuros professores

Nesta secção apresentam-se as respostas dos estudantes, futuros professores, a cada um dos itens da tarefa, bem como as estratégias usadas para obter essas respostas.

4.1 Respostas dadas pelos futuros professores

Na Tabela 1 encontram-se as frequências dos tipos de resposta (corretas e incorretas) em cada um dos itens da tarefa, incluindo-se também as não respostas.

Tabela 1: Frequências (%) dos tipos de resposta nos itens a), b) e c).

Tipo de resposta	**Itens**		
	a)	**b)**	**c)**
Correta	13(42)	12(39)	21(68)
Incorreta	16(52)	14(45)	8(26)
Não resposta	2(6)	5(16)	2(6)

Pela análise da Tabela 1, verifica-se que, comparativamente com os itens a) e b), a frequência de respostas corretas é maior no item c), em que cerca de dois em cada três estudantes responderam corretamente. Em qualquer dos três itens, os estudantes deveriam determinar um dos quatro termos de uma proporção, conhecidos os restantes três termos, mais concretamente: determinar a quantidade de café para produzir 2 kg de mistura no item a); determinar a quantidade de cevada para produzir 3 kg de mistura no item b) e determinar a quantidade de mistura correspondente a 3 kg de café no item c). Por outro lado, no enunciado da tarefa afirma-se que a mistura se obtém juntando 2 kg de café por cada 3 kg de cevada. Ora, no item c), recorrendo a esses dados, os estudantes podiam determinar a quantidade de cevada correspondente aos 3 kg de café e, de seguida, adicionar os valores das quantidades de café e de cevada para obter o valor da quantidade de mistura. Diferentemente, nos itens a) e b) não era possível definir diretamente a proporção a partir dos dados do enunciado, antes teria de se determinar a quantidade 5 kg de mistura correspondente aos 2 kg de café e 3 kg de cevada, e só depois estabelecer a proporção. Esta exigência acrescida, em relação ao item c), parece explicar a maior dificuldade experimentada pelos estudantes nos itens a) e b).

4.2 Estratégias adotadas pelos futuros professores

Em todos os itens a), b) e c), envolvendo proporções, esperava-se que os estudantes recorressem a diferentes estratégias para resolver as respetivas situações-problema.

Na Tabela 2 apresentam-se as estratégias adotadas pelos estudantes para resolver cada um dos três itens da tarefa, segundo os tipos de respostas corretas e incorretas.

Tabela 2: Frequências das estratégias usadas nos itens a), b) e c).

Tipo de estratégia	**Respostas corretas**			**Respostas incorretas**			**Total**
	a)	**b)**	**c)**	**a)**	**b)**	**c)**	
Regra de três simples	9	9	20	—	—	2	40
Aditiva	—	—	—	7	6	4	17
Unidade de mistura	—	—	—	2	3	2	7
Razão	—	—	—	3	3	—	6
Funcional	2	2	1	—	—	—	5
Algébrica	1	1	—	1	1	—	4
Acaso	1	—	—	3	1	—	5

Nota: no cálculo das percentagens foram incluídas as não respostas.

Pela análise da Tabela 2, conclui-se que, globalmente, as estratégias adotadas pelos estudantes nas respostas corretas e nas respostas incorretas são quase sempre distintas. Seguidamente iremos referir-nos a cada uma das estratégias usadas na resolução dos vários itens da tarefa.

A estratégia *regra de três simples*, que se exemplifica na Figura 1, foi usada em todos os três itens e conduziu quase sempre a respostas corretas. Nas respostas erradas, do item c), os estudantes interpretaram a quantidade de cevada, calculada corretamente, como sendo a quantidade de mistura.

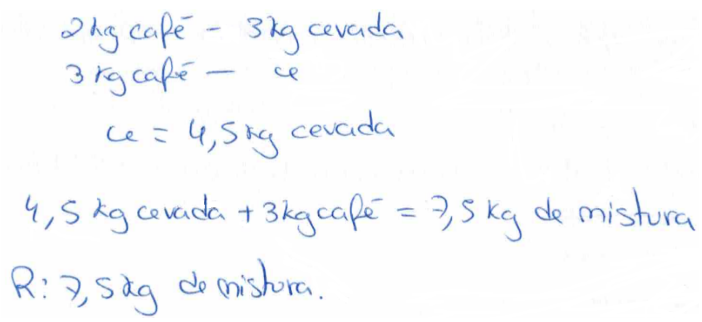

Figura 1: Resolução do item c) pelo estudante E11.

Na resolução, o estudante E11 começou por determinar a quantidade de cevada correspondente a 3 kg de café, obtendo 4,5 kg de cevada. De seguida, adicionou os 3 kg de café dados aos 4,5 kg de cevada determinados e obteve 7,5 kg de mistura, que é a resposta correta.

Já a estratégia *aditiva* conduziu sempre a respostas incorretas e também foi usada em todos os três itens. Na Figura 2 exemplifica-se o uso dessa estratégia.

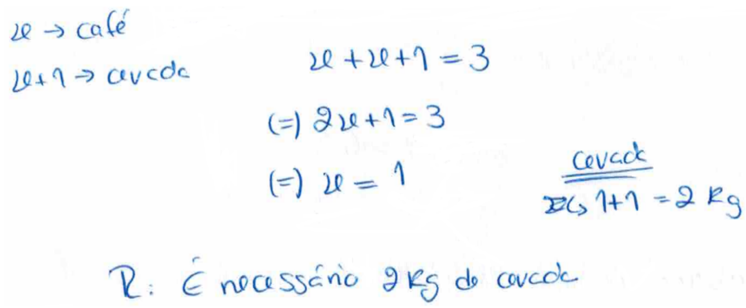

Figura 2: Resolução do item b) pelo estudante E5.

Na resolução, o estudante E5, dos dados 2 kg de café e 3 kg de cevada, constata que há mais 1 kg de cevada do que de café, relaciona esses dados através de uma equação, resolve a equação e obtém 1 kg para a quantidade de café e 2 kg para a quantidade de cevada.

A estratégia *unidade de mistura* também conduziu sempre a respostas incorretas devido ao valor incorreto que lhe foi atribuído. Neste caso, os estudantes consideraram que a mistura de 2 kg de café e 3 kg de cevada produziria 1 kg de mistura, em vez dos 5 kg de mistura, que seria o valor correto, ou, equivalentemente, que 1 kg de mistura corresponde a $\frac{2}{5}$ kg de café mais $\frac{3}{5}$ kg de cevada. Na Figura 3 exemplifica-se o uso desta estratégia.

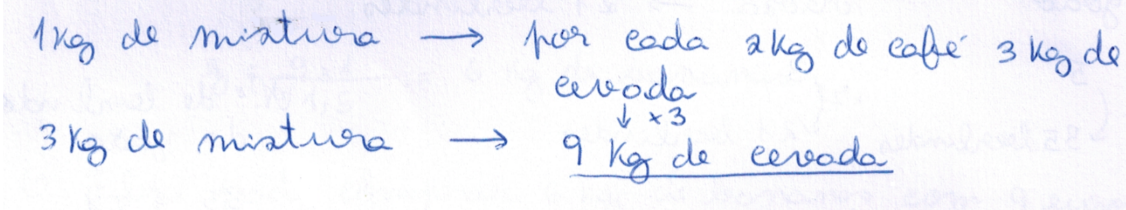

Figura 3: Resolução do item b) pelo estudante E17.

O estudante E17 afirma que com 2 kg de café e 3 kg de cevada se produz 1 kg de mistura e, de seguida, parece multiplicar os 3 kg de cevada pelos 3 kg de mistura, obtendo 9 kg de cevada, cálculo esse que corresponde à seguinte regra de três simples: se 1 kg de mistura corresponde a 3 kg de cevada, então 3 kg de mistura correspondem a x kg de cevada, sendo $x = 3 \times 3 = 9$ kg de cevada.

Na estratégia *razão*, que conduziu sempre a respostas incorretas, os estudantes determinaram a razão da quantidade de café pela quantidade de cevada, $\frac{2}{3}$ (ou a razão inversa) e, de seguida, alguns desses estudantes operaram com essa razão. Na Figura 4 apresenta-se um exemplo desta estratégia.

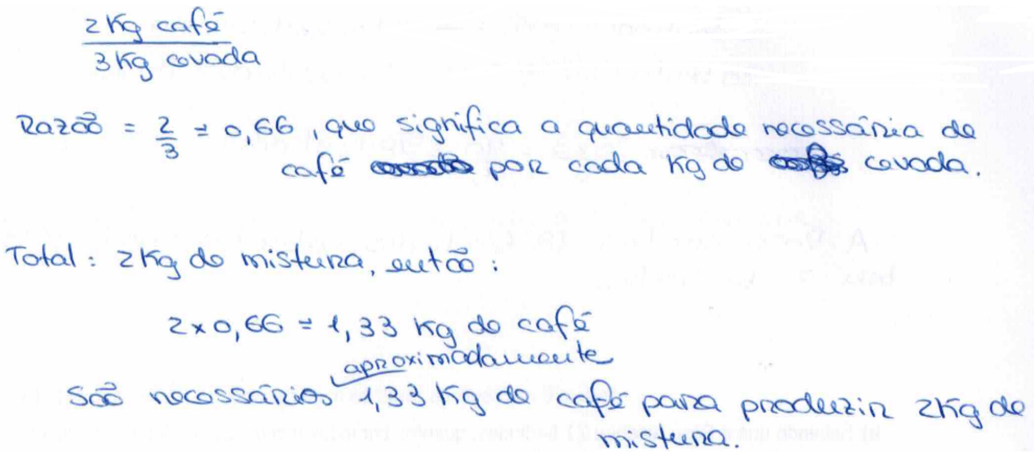

Figura 4: Resolução do item a) pelo estudante E7.

O estudante E7 calcula a razão $\frac{2}{3}$ e atribui-lhe um significado correto, contudo, a seguir, enfrentando possíveis dificuldades em usar a razão, multiplica-a pela quantidade de mistura dada no enunciado e obtém, assim, uma resposta incorreta. Na realidade, o estudante está a considerar que 0,66 (kg) é a quantidade de café necessária por cada quilograma de mistura, o que é diferente do que afirmou antes.

A estratégia *funcional*, que envolve o conceito de função, também foi usada em todos os itens e conduziu sempre a respostas corretas. Na Figura 5 ilustra-se essa estratégia.

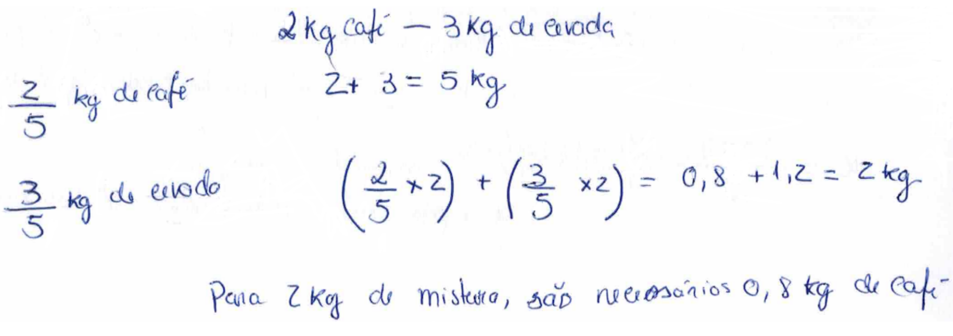

Figura 5: Resolução do item a) pelo estudante E16.

Neste caso, o estudante E16 recorreu à função de proporcionalidade direta para determinar a quantidade de café e de cevada em 2 kg de mistura. Para tal, o estudante estabeleceu duas funções de proporcionalidade direta, escolhendo, de seguida, o valor dado pela função de proporcionalidade direta que dá a quantidade de café da mistura.

Já a estratégia *algébrica* conduziu a respostas corretas e erradas. Na Figura 6 apresenta-se um exemplo desta estratégia que conduziu a uma resposta errada.

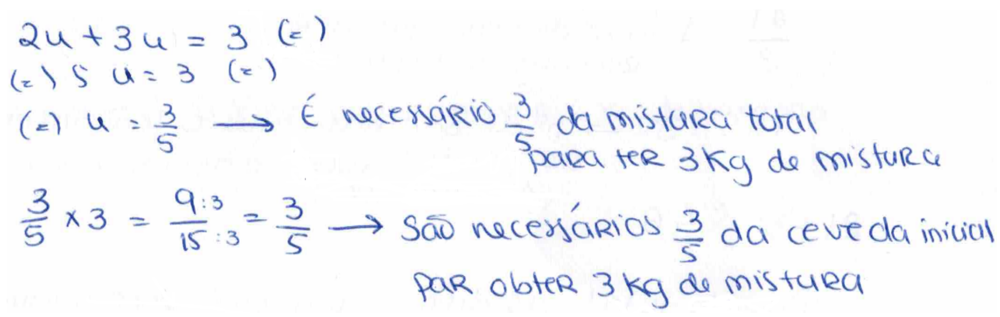

Figura 6: Resolução do item b) pelo estudante E2.

A estratégia adotada pelo estudante, apesar de ser correta, conduziu a uma resposta errada porque ele efetuou incorretamente o produto $\frac{3}{5}\times 3$. Nesse produto o estudante obtém o valor $\frac{3}{5}$, o que revela uma atitude pouco crítica e refletida ao considerar que o triplo de $\frac{3}{5}$ é $\frac{3}{5}$.

Por fim, a estratégia *acaso* conduziu, quase sempre, a respostas incorretas, tendo os estudantes apresentado respostas sem indicarem os processos de resolução que originaram tais respostas.

5 Conclusão

Globalmente, no conjunto dos três itens estudados neste estudo, verificou-se que mais de metade dos alunos responderam incorretamente aos itens a) e b) e corretamente ao item c). Este resultado mostra que os estudantes, futuros professores dos primeiros anos escolares, tiveram maior dificuldade quando era necessário definir uma razão em que se relacionava a quantidade de café ou de cevada com a quantidade correspondente da mistura, como acontece nos itens a) e b). Ora, o facto de não estar explícito no enunciado essa quantidade de mistura afetou negativamente o desempenho dos estudantes.

Analogamente a outros estudos (Burgos et al., 2018; Fernandes et al., 2019; Viseu et al., 2018), constatou-se que a regra de três simples foi a estratégia mais usada pelos estudantes, embora tenha sido usada menos frequentemente no presente estudo. Esta estratégia conduziu quase sempre à resposta correta. Em termos de frequência de utilização, seguiu-se o recurso a uma estratégia aditiva e, depois, à estratégia unidade de mistura, que conduziram sempre a uma resposta incorreta. Destaca-se que a estratégia unidade de mistura não é referida na literatura, constituindo, portanto, um resultado novo deste estudo. Por último, salienta-se o uso de uma estratégia funcional que, apesar de ter sido adotada por poucos estudantes, é uma estratégia que envolve um nível matemático mais avançado e que não tem sido observada nestes estudantes.

Tal como aconteceu com o tipo de resposta (correta e incorreta), o facto de estarem ou não explícitos no enunciado do item os três termos da regra de três simples influenciou o tipo de estratégia adotada pelos estudantes. No caso do item c), em que eram dados os três termos da regra de três simples, mais do dobro de estudantes recorreram a essa estratégia, comparativamente com os itens a) e b), em que era necessário determinar previamente um dos termos da regra de três simples.

Analogamente ao que se verificou no presente estudo, no estudo de Burgos et al. (2018), estudantes, futuros professores do ensino secundário, foram questionados sobre uma tarefa de proporcionalidade, tendo-se verificado que a regra de três simples foi a estratégia mais utilizada pelos estudantes (31,3%), seguindo-se uma estratégia tabelar (18,8%) e, em menor percentagem, recorreram a uma estratégia funcional (14,6%). No caso da regra de três simples, os autores apelidam-na de "degenerada", significando com isso que os estudantes omitiram a série de números proporcionais implicados na situação e a igualdade de razões correspondente. Note-se também que poucos estudantes usaram a estratégia funcional, embora se trate de estudantes com uma formação matemática mais avançada do que os do presente estudo.

O facto dos estudantes do presente estudo apresentarem um melhor desempenho, quer em termos de resposta correta, quer em termos de estratégia adequada, nas situações-problema em que é disponibilizada toda a informação necessária à implementação imediata da estratégia em questão, como acontece no item c), coloca desafios à formação destes futuros professores dos primeiros anos escolares. Assim, é fundamental que eles desenvolvam capacidades cognitivas mais elaboradas e mais complexas do que aquelas que foram reveladas pela maioria destes estudantes, que realizaram a aplicação mecânica da regra de três simples.

Assim, tendo em conta os principais resultados do presente estudo, recomenda-se que os estudantes, futuros professores dos primeiros anos escolares, desenvolvam uma maior flexibilidade, diversidade e profundidade em termos das estratégias a adotar na resolução das situações-problema com que se deparam, até porque as situações-problema aqui estudadas podem ser também exploradas pelos seus futuros alunos. Para tal, deve ser requerido dos futuros professores, ao longo do seu percurso formativo, o uso de diferentes estratégias de resolução de uma mesma tarefa ou de tarefas distintas, tal como se exemplifica no presente estudo. Neste âmbito, Viana e Miranda (2018) defendem que o processo de aquisição dos conceitos implicados no raciocínio proporcional é complexo, requerendo a exploração de muitas situações-problema. Portanto, uma aposta numa tal formação traduzir-se-á, certamente, num melhor desempenho tanto enquanto estudantes como enquanto professores no futuro, pois as suas experiências enquanto estudantes influenciarão as suas futuras práticas de ensino (Brown & Borko, 1992).

6 Referências

Brown, C., & Borko, H. (1992). Becoming a mathematics teacher. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 209–239). New York, NY: Macmillan.

Burgos, M., & Godino, J. D. (2020). Semiotic conflicts in the learning of proportionality: Analysis of a teaching experience in primary education. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(3), em0588.

Burgos, B., Godino, J. D., Giacomone, B., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Competencia de análisis epistémico de tareas de proporcionalidad de futuros profesores. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *31*(1), 706-713.

Fernandes, J. A., & Leite, L. (2015). Compreensão do conceito de razão por futuros educadores e professores dos primeiros anos de escolaridade. *Bolema*, *29*(51), 241-262.

Fernandes, J. A., Barros, P. M., & Gonçalves, G. (2019). Resolver problemas envolvendo razões e proporções por futuros professores dos primeiros anos. In M. V. Pires, C. Mesquita, R. P. Lopes, E. M. Silva, G. Santos, R. Patrício, & L. Castanheira (Eds.), *IV Encontro Internacional de Formação na Docência (INCTE): Livro de atas* (pp. 394-405). Bragança: Instituto Politécnico de Bragança.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Leite, L., Fernandes, J. A., Viseu, F., & Gea, M. M. (2016). Prospective primary school teachers' knowledge of the ratio concept. In Q. Kools, B. Koster, A. Bakx, P. Hennissen, & Leids Congres Bureau (Eds.), *Proceedings of the 41st Annual ATEE Conference* (pp. 87-96). Brussels, Belgium: ATEE.

Livy, S., & Vale, C. (2011). First year pre-service teachers' mathematical content knowledge: Methods of solution for a ratio question. *Mathematics Teacher Education and Development*, *13*(2), 22-43.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio among grade nine students in Malaysia. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(4), 579-599.

Suggate, J., Davis, A., & Goulding, M. (2006). *Primary mathematical knowledge for primary teachers*. Londres: David Fulton Publishers.

Viana, O. A., & Miranda, J. A. (2018). Problemas de comparação de razões: uma avaliação do raciocínio proporcional de alunos do sexto ano. *Revemat*, *13*(1), 163-182.

Viseu, F., Fernandes, J. A., & Leite, L. (2018) Prospective primary school teachers' use of the ratio and proportion concepts when solving a map-based task. In M. Sablić, A. Škugor & I. Đ. Babić (Eds.), *42nd ATEE Annual Conference 2017: Changing perspectives and approaches in contemporary teaching* (pp. 265-279). Dubrovnik, Croatia: ATEE.