

Exploração de escalonamentos óptimos na gestão de exames médicos

Sara Gabriella Afonso Santos

Dissertação apresentada à
Escola Superior de Tecnologia e Gestão
Instituto Politécnico de Bragança

para obtenção do grau de Mestre em
Tecnologia Biomédica

Julho de 2016

Exploração de escalonamentos óptimos na gestão de exames médicos

Sara Gabriella Afonso Santos

Dissertação apresentada à
**Escola Superior de Tecnologia e Gestão
Instituto Politécnico de Bragança**

para obtenção do grau de Mestre em
Tecnologia Biomédica

Orientador:
Professora Doutora Ana Isabel Pereira

Julho de 2016

O presente relatório encontra-se escrito segundo as regras do antigo acordo ortográfico.

*"Para nós os grandes homens não são aqueles que resolveram os problemas,
mas aqueles que os descobriram!"*

Autor: Albert Schweitzer

Agradecimentos

A realização deste projecto não seria possível sem o contributo de algumas pessoas, para tal gostaria de expressar a minha gratidão pela compreensão e apoio que me demonstraram ao longo deste percurso. Em primeiro lugar, gostaria de agradecer à Professora Doutora Ana Isabel Pereira e ao Engenheiro Paulo Canha, pela forma como sempre me orientaram, me ajudaram na clarificação de dúvidas, pela constante disponibilidade, pelo interesse demonstrado e pela ímpar capacidade de motivação. Em segundo lugar a todos os colaboradores da clínica Briosa e Gala, que sempre se mostraram disponíveis para ajudar e esclarecer qualquer dúvida. Os meus agradecimentos finais, mas não menos importantes, vão para a minha família que me apoiou desde sempre, dando-me força para continuar a lutar pelos meus objectivos.

Resumo

Uma das áreas de aplicação da optimização é a Engenharia Biomédica, pois a optimização intervém no estudo de próteses e implantes, na reconstrução tomográfica, na mecânica experimental, entre outras aplicações. Este projecto tem como principal objectivo a criação de um novo programa de marcação de exames médicos a fim de minimizar o tempo de espera na realização dos mesmos. É efectuada uma breve referência à teoria da optimização bem como à optimização linear e não-linear, aos algoritmos genéticos, que foram usados para a realização deste trabalho. É também apresentado um caso de estudo, formulado como um problema de optimização não linear com restrições. Com este estudo verificou-se que o escalonamento de exames médicos nunca poderá ser optimizado a 100 por cento devido à quantidade de variáveis existentes, sendo que algumas delas não são passíveis de prever com antecedência.

Palavras chave: Optimização, algoritmos genéticos, escalonamento de exames médicos.

Abstract

Biomedical Engineering is one of the application areas of optimization, in the study of prostheses and implants in tomographic reconstruction, experimental mechanics, among other applications. This project aims to create a new tagging program of medical examinations in order to minimize the waiting time in implementing them. A brief reference to the theory of optimization as well as linear and non-linear optimization is performed, and genetic algorithms also, which were used for this work. It also presented a case study, formulated as a nonlinear optimization problem with constraints. With this study it was found that the scheduling of medical examinations can never be optimized to 100 percent due to the amount of existing variables, some of which are not likely to predict in advance.

Keywords: Optimization, genetic algorithms, scheduling of medical examinations.

Conteúdo

| | |
|---|-------------|
| Índice de Tabelas | xiii |
| Índice de Figuras | xv |
| 1 Introdução | 1 |
| 1.1 Motivação | 1 |
| 1.2 Estrutura do relatório | 2 |
| 2 Problemas de Escalonamento | 3 |
| 2.1 Introdução - Teoria da Optimização | 3 |
| 2.2 Métodos para Optimização | 4 |
| 2.2.1 Optimização Linear e não-Linear | 6 |
| 2.2.2 Optimização não-Linear sem Restrições | 7 |
| 2.2.3 Optimização não-Linear com Restrições | 8 |
| 2.3 Optimização Global | 10 |
| 2.3.1 Introdução | 10 |
| 2.3.2 Algoritmos Genéticos (AG) | 11 |
| 3 Escalonamento de exames médicos numa clínica | 17 |
| 3.1 Introdução | 17 |
| 3.2 Sistema de marcações actual | 17 |
| 3.3 Software em desenvolvimento | 22 |
| 3.3.1 NetBeans | 22 |
| 3.3.2 Base de dados no novo software | 23 |

| | | |
|----------|---|-----------|
| 3.4 | Variáveis | 30 |
| 3.5 | Marcações | 31 |
| 3.6 | Agenda | 36 |
| 3.7 | Realização do exame | 38 |
| 3.7.1 | Check-in | 38 |
| 3.7.2 | Seguimento | 39 |
| 3.8 | Relatórios em rede | 41 |
| 3.9 | Vantagens e desvantagens do novo software | 42 |
| 4 | Caso Experimental | 43 |
| 4.1 | Definição | 43 |
| 4.2 | Caracterização dos dados | 43 |
| 4.3 | Resultados Numéricos | 46 |
| 4.3.1 | Opções função <i>ga</i> | 46 |
| 4.3.2 | Opções da função <i>fmincon</i> | 47 |
| 4.3.3 | Método <i>GA adaptado</i> | 48 |
| 4.4 | Discussão de resultados | 50 |
| 5 | Caso de estudo | 51 |
| 5.1 | Definição | 51 |
| 5.2 | Caracterização dos dados | 51 |
| 5.3 | Modelação | 55 |
| 5.4 | Caso 1 | 56 |
| 5.4.1 | Resultados Numéricos | 57 |
| 5.4.2 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> | 59 |
| 5.5 | Caso 2 | 63 |
| 5.5.1 | Resultados do método <i>GA adaptado</i> | 63 |
| 5.6 | Discussão de resultados | 65 |
| 6 | Conclusões e Trabalho Futuro | 67 |
| 6.1 | Conclusões | 67 |
| 6.2 | Trabalho Futuro | 68 |

| | |
|---------------------|-----------|
| Bibliografia | 69 |
| Apêndices | 69 |
| A | 71 |

Lista de Tabelas

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Exemplos de Densitometrias ósseas | 24 |
| 3.2 | Exames pertencentes à especialidade de Gastroenterologia | 24 |
| 3.3 | Exemplos de algumas IRM | 25 |
| 3.4 | Exames de Provas funcionais respiratórias | 25 |
| 3.5 | Exemplos de algumas TAC | 26 |
| 3.6 | Exemplos de alguns Raios-X | 27 |
| 3.7 | Exames de Eco-Doppler | 28 |
| 3.8 | Exames de Cardiologia | 28 |
| 3.9 | Exemplos de Ecografias | 29 |
| 4.1 | Resultados numéricos da função GA adaptado | 49 |
| 5.1 | Resultados numéricos da função ga sem opções | 57 |
| 5.2 | Resultados numéricos da função ga com opção 1 | 58 |
| 5.3 | Resultados numéricos da função ga com opção 4 | 58 |
| 5.4 | Resultados numéricos da função ga com opção 5 | 58 |
| 5.5 | Resultados numéricos da função ga com opção 9 | 59 |
| 5.6 | Resultados numéricos da função $fmincon$ sem opções | 59 |
| 5.7 | Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 1 | 60 |
| 5.8 | Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 2 | 60 |
| 5.9 | Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 6 | 60 |
| 5.10 | Resultados numéricos da função GA adaptado - Caso 1 | 61 |
| 5.11 | Resultados numéricos da função GA adaptado - Caso 2 | 63 |
| A.1 | Resultados numéricos da função ga com opção 2 | 71 |

| | | |
|------|---|----|
| A.2 | Resultados numéricos da função <i>ga</i> com opção 3 | 71 |
| A.3 | Resultados numéricos da função <i>ga</i> com opção 6 | 72 |
| A.4 | Resultados numéricos da função <i>ga</i> com opção 7 | 72 |
| A.5 | Resultados numéricos da função <i>ga</i> com opção 8 | 72 |
| A.6 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 3 | 73 |
| A.7 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 4 | 73 |
| A.8 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 5 | 73 |
| A.9 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 7 | 74 |
| A.10 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 8 | 74 |
| A.11 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 9 | 74 |
| A.12 | Resultados numéricos da função <i>fmincon</i> com opção 10 | 75 |
| A.13 | Resultados numéricos do Caso 1 da função <i>GA adaptado</i> | 75 |
| A.14 | Resultados numéricos do Caso 1 da função <i>GA adaptado</i> | 75 |
| A.15 | Resultados numéricos do Caso 1 da função <i>GA adaptado</i> | 75 |
| A.16 | Resultados numéricos do Caso 1 da função <i>GA adaptado</i> | 76 |
| A.17 | Resultados numéricos do Caso 1 da função <i>GA adaptado</i> | 76 |
| A.18 | Resultados numéricos do Caso 2 da função <i>GA adaptado</i> | 76 |
| A.19 | Resultados numéricos do Caso 2 da função <i>GA adaptado</i> | 77 |

Lista de Figuras

| | | |
|------|--|----|
| 3.1 | Ambiente de trabalho do programa actual | 18 |
| 3.2 | Sistema de marcações actual | 18 |
| 3.3 | Pesquisa da ficha do paciente | 19 |
| 3.4 | Criar uma nova da ficha do paciente | 20 |
| 3.5 | Opção que permite introduzir os exames que o paciente vai efectuar | 20 |
| 3.6 | Alteração dos exames já introduzidos | 21 |
| 3.7 | Opção que permite aceder aos relatórios anteriores | 21 |
| 3.8 | Visualização do relatório de determinado exame | 21 |
| 3.9 | Janela de trabalho do NetBeans | 22 |
| 3.10 | Ambiente de trabalho do novo programa | 23 |
| 3.11 | Criação de um novo exame | 30 |
| 3.12 | Opção de alerta, preparação do exame, caso seja necessária | 30 |
| 3.13 | Efectuar nova marcação | 31 |
| 3.14 | Agenda das marcações | 32 |
| 3.15 | Tipo de marcação | 32 |
| 3.16 | Pesquisa da ficha do paciente para efectuar a marcação | 33 |
| 3.17 | Pesquisa da ficha do paciente, continuação | 33 |
| 3.18 | Criação da ficha do paciente | 33 |
| 3.19 | Criação da ficha do paciente-Saúde | 34 |
| 3.20 | Criação da ficha do paciente-Morada | 34 |
| 3.21 | Criação da ficha do paciente-Alertas | 34 |
| 3.22 | Crítérios de preferência do paciente no momento da marcação | 35 |
| 3.23 | Disponibilidade dos exames diferenciada por cores | 35 |
| 3.24 | Subsecções da agenda | 36 |

| | | |
|------|---|----|
| 3.25 | Criar horário padrão-Parte 1 | 37 |
| 3.26 | Criar horário padrão-Parte 2 | 37 |
| 3.27 | Importar reservas padrão já existentes | 38 |
| 3.28 | Criar nova reserva | 38 |
| 3.29 | "Check-in" do paciente | 39 |
| 3.30 | Salas de espera disponíveis | 39 |
| 3.31 | Encaminhamento do paciente para a respectiva sala de espera | 40 |
| 3.32 | Atribuição da sala de espera | 40 |
| 3.33 | Modo de envio do exame, caso necessário | 40 |
| 3.34 | Situação actual do paciente | 41 |
| 3.35 | Relatórios em rede | 41 |
| 3.36 | Criação de um novo URL | 41 |
| 4.1 | Exames passíveis de ser realizados | 44 |
| 4.2 | Exames a realizar por paciente | 45 |
| 4.3 | Exames e respectivo consultório e tempo de realização de cada exame | 45 |
| 4.4 | Solução obtida através da função <i>GAadaptado</i> | 50 |
| 5.1 | Exames passíveis de ser realizados | 52 |
| 5.2 | Exames a realizar por paciente | 53 |
| 5.3 | Exames e respectivo consultório e tempo de realização de cada exame | 54 |
| 5.4 | Solução obtida através do Caso 1 da função <i>GAadaptado</i> | 62 |
| 5.5 | Solução obtida através do Caso 2 da função <i>GAadaptado</i> | 65 |

Capítulo 1

Introdução

1.1 Motivação

A área da optimização aplica-se a qualquer problema emergente de diversas áreas de investigação. Os problemas que surgem são cada vez mais complexos e de difícil resolução, permitindo a optimização identificar a estrutura do problema e adaptá-la de forma a obter o melhor resultado. Uma das áreas de aplicação é na Engenharia Biomédica, pois a optimização intervém no estudo de próteses e implantes, na reconstrução tomográfica, na mecânica experimental, entre outras aplicações [10]. O objectivo deste trabalho é efectuar o escalonamento de exames médicos, minimizando o tempo de realização desses mesmos exames de forma reduzir o tempo de espera entre cada exame a realizar, rentabilizando assim o tempo, tanto dos médicos como dos pacientes. Para tal, foi efectuado um estágio, com duração de um ano, na Clínica de Imagiologia Briosa e Gala, em Aveiro, com o objectivo de criar um novo software de marcação de exames, fazendo uso do software NetBeans. Começou por ser analisado o funcionamento do programa de marcações de exames já existente, a fim de verificar quais os aspectos a melhorar de forma a rentabilizar o tempo, não só no momento da marcação, mas também na realização dos exames agendados. Foi também elaborado um caso de estudo no qual existem seis pacientes, sendo que cada um pode realizar no máximo quatro exames, estando disponíveis doze exames passíveis de ser feitos em cinco consultórios distintos, mas em cada um dos consultórios só podem ser realizados determinado tipo de exames, podendo o mesmo tipo de exame ser realizado em diferentes consultórios. Al-

guns exames são somente realizáveis num consultório. A fim de encontrar a melhor solução possível para o problema em estudo, de otimização não linear com restrições, foram usados o método do algoritmo genético e o método da programação quadrática sequencial (SQP), que se encontram implementados na *toolbox* do Matlab. Também foi testada uma variante do método do algoritmo genético para analisar a eficiência de algoritmos adaptados ao problema em estudo.

1.2 Estrutura do relatório

Este relatório possui a seguinte estrutura. Inicialmente discute-se a motivação do trabalho e apresenta-se a estrutura do relatório. No Capítulo 2 serão definidos alguns conceitos básicos sobre otimização não linear, com e sem restrições, bem como, a descrição de alguns métodos mais conhecidos nas várias áreas da otimização, entre os quais o método usado na realização deste trabalho, método dos algoritmos genéticos. Segue-se o Capítulo 3 no qual serão apresentados os softwares existente e em desenvolvimento na Clínica de Imagiologia Briosca e Gala, sendo feita uma comparação entre os mesmos, de forma a aferir os aspectos a ser melhorados a fim de alocar os pacientes minimizando o tempo de espera e de realização dos exames. Nos Capítulos 4 e 5 é feita a apresentação dos casos experimental e de estudo, respectivamente, os resultados obtidos e discussão dos mesmos, de ambos os casos em análise. No último capítulo são apresentadas as conclusões bem como o trabalho futuro.

Capítulo 2

Problemas de Escalonamento

2.1 Introdução - Teoria da Optimização

A optimização é uma área da matemática que tem vindo a ter um crescimento exponencial apesar de ser uma área relativamente recente, pois o desenvolvimento de métodos de optimização iniciou-se, praticamente, a partir do século XVIII [1]. Os problemas de optimização revelaram-se essenciais ao desenvolvimento das Ciências Experimentais, não por traduzirem escolhas decisivas, mas por ser possível descrever o comportamento dos fenómenos ou sistemas estudados através da optimização de funções apropriadas [14]. A teoria da optimização é aplicada em diversas áreas como a engenharia, a indústria, a saúde, a ciência, o ambiente, entre outras, tendo como objectivo final optimizar uma dada função, tal como o tempo, o custo e a eficácia do alvo em estudo. O objectivo principal da teoria da optimização envolve a descoberta da melhor solução para o problema. Em termos matemáticos, o objectivo é maximizar ou minimizar uma função dependente de n variáveis reais ou inteiras na região admissível, que é definida por equações e/ou inequações algébricas. Um problema genérico de optimização pode ser definido por:

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a} \quad & c_i(x) = 0, \text{ para } i \in I \\ & c_j(x) \geq 0, \text{ para } j \in D \end{aligned} \tag{2.1}$$

onde $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é designada por função objectivo e $c_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, com $i \in I$ as funções restrição de igualdade e $c_j(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, com $j \in D$, as funções restrição de desigualdade. Se o conjunto de índices I e D for vazio, o problema é dito sem restrições, caso contrário é

considerado um problema com restrições [5].

A optimização dispõe de diversas técnicas que se aplicam a determinados tipos de problemas. Os problemas podem ser contínuos, reais, inteiros, mistos, entre outros.

Actualmente os problemas são cada vez mais complexos e de difícil resolução, assim a teoria da optimização tem de acompanhar este progresso, criando novas formas e técnicas de os resolver. Para obter as soluções dos problemas são geralmente propostos métodos de resolução, são adaptadas técnicas já existentes aos problemas em estudo, ou são conjugados ambos os métodos para obter melhores resultados.

2.2 Métodos para Optimização

Os métodos aplicados na optimização são caracterizados pelo estudo de convergência e pelo algoritmo. Um algoritmo corresponde a uma sucessão finita de instruções bem definidas e não ambíguas. Cada instrução pode ser executada mecanicamente num período de tempo finito e com uma quantidade de esforço finita. Estes executam em processos iterativos, sendo que, para gerarem uma sucessão de aproximações à solução do problema, normalmente necessitam de uma aproximação inicial. O método de optimização deverá ser preciso, eficiente e robusto. É preciso, caso a aproximação à solução contenha um baixo grau de variação, ou seja, o erro entre a aproximação à solução e a solução exacta deve ser reduzido. O método é eficiente se não requerer muito tempo/memória para encontrar a solução, e se resolver correctamente um elevado número de problemas diz-se robusto [8]. Os algoritmos de optimização podem requerer os valores da função objectivo, do vector das restrições, da primeira e segunda derivada (função objectivo ou restrições) e valores gerados nas iterações anteriores. Os problemas de maximização podem ser facilmente transformados em problemas de minimização, uma vez que:

$$\max f(x) = -\min(-f(x)). \quad (2.2)$$

Seja $x^* \in \mathbb{R}^n$ a solução exacta do problema, ou seja, o ponto onde se verifica $f(x^*) \leq f(x)$, para $\forall x \in \nu_\delta(x^*)$ onde, $\nu_\delta(x^*)$ representa uma vizinhança em torno de x^* com raio δ . O valor

de $f(x^*)$ é o mínimo do problema, o ponto x^* designa-se por minimizante local do problema se $f(x^*) \leq f(x)$, para $\forall x \in \nu_\delta(x^*)$ e $x_i \neq x_i^*$ para $i = 1, \dots, n$, ou seja, é ponto do domínio de f cuja imagem não é superior às imagens de todos os pontos que pertencem à sua vizinhança. O ponto x^* é o minimizante global do problema se $f(x^*) \leq f(x)$, para $x \in \mathbb{R}^n$ [14].

Sem perda de generalidade, a partir desta secção apenas serão referidos problemas de minimização.

O tipo de optimização empregue depende da estrutura do problema e do grau de fiabilidade das variáveis utilizadas. Se todas as variáveis de decisão são reais e a função objectivo e as restrições são lineares, então o problema é dito de programação linear. Mas o mundo real usualmente requer funções não lineares, variáveis de valores discretos (ou inteiros), variáveis lógicas e restrições de diferentes naturezas aplicadas a essa gama de elementos, o que origina problemas não lineares [7].

Na teoria da optimização é fundamental o conceito de convexidade, sendo que o termo convexo pode ser aplicado tanto a conjuntos como a funções. Para que $S \in \mathbb{R}^n$ seja um conjunto convexo o segmento de linha recta que liga quaisquer dois pontos em S está inteiramente dentro de S ; para quaisquer dois pontos $x \in S$ e $y \in S$ tem-se $\alpha x + (1 - \alpha)y \in S$ para todo $\alpha \in [0, 1]$.

A função f é convexa se o seu domínio for um conjunto convexo e, se para quaisquer dois pontos x e y , neste domínio, o gráfico de f encontra-se abaixo da linha recta que conecta $(x, f(x))$ a $(y, f(y))$ no espaço \mathbb{R}^{n+1} . Assim tem-se:

$$f(\alpha x + (1 - \alpha)y) \leq \alpha f(x) + (1 - \alpha)f(y), \quad (2.3)$$

para todo $\alpha \in [0, 1]$.

A função f é dita côncava se $-f$ for convexa.

Os métodos de optimização para a programação sem restrições convergem para um ponto estacionário (maximizante, minimizante ou ponto sela) da função objectivo f . Se f é uma função convexa então o algoritmo converge para um minimizante global, uma vez que existe

apenas um mínimo da função [8].

Ao estudo de optimização com restrições no qual a função objectivo é convexa; as funções das restrições de igualdade $c_i(\cdot)$, $i \in I$, são lineares e as funções das restrições de desigualdade $c_j(\cdot)$, $j \in D$, são convexas, designa-se por programação convexa [7].

2.2.1 Optimização Linear e não-Linear

O tipo de optimização empregue depende da estrutura do problema e do grau de fiabilidade das variáveis utilizadas. Se todas as variáveis de decisão são reais, e a função objectivo e as restrições são lineares, então o problema é dito linear. Entretanto, os problemas reais, por vezes, requerem funções não lineares, variáveis de valores discretos (ou inteiros), variáveis lógicas e restrições de diferentes naturezas aplicadas a essa gama de elementos que origina os problemas não lineares. Os problemas de optimização são divididos em problemas de optimização linear e problemas de optimização não linear com base nas funções objectivo e nas restrições. Para $x \in \mathbb{R}^n$, um problema de optimização linear pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \min \quad & a^T x \\ \text{s.a} \quad & Ax = b \\ & Cx \leq d \end{aligned} \tag{2.4}$$

em que a função objectivo é baseada no vector $a \in \mathbb{R}^n$ e as restrições são definidas com base nas matrizes $A, C \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ e nos vectores $b, d \in \mathbb{R}^m$.

A programação linear estuda técnicas de determinação de sucessivas soluções básicas possíveis que correspondam a um melhor valor da função objectivo [8].

A optimização não linear trata dos problemas em que a função objectivo ou algumas das restrições do problema são funções não lineares das variáveis envolvidas. Os principais problemas onde este tipo de optimização é aplicado são nos problemas quadráticos (onde $f(x)$ é quadrática e contém restrições lineares), nos problemas convexos (caracterizados por funções convexas), entre outras classes de problemas.

Um problema de optimização não-linear pode ser apresentado como:

$$\begin{aligned}
& \min f(x) \\
& \text{s.a. } Ax = b \\
& \quad Cx \leq d \\
& \quad c_i(x) = 0, \text{ para } i \in I \\
& \quad c_j(x) \geq 0, \text{ para } j \in D
\end{aligned} \tag{2.5}$$

onde $A, C \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ os vectores $b, d \in \mathbb{R}^m$, e pelo menos uma das funções $c_i, i \in I, c_j, j \in D$ e f , é não linear nas variáveis. As restrições $Ax = b$ e $Cx \leq d$ são designadas por restrições lineares e as restantes por restrições não lineares [7].

2.2.2 Optimização não-Linear sem Restrições

Seja f uma função não-linear, tal que, $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. O mínimo da função $f(x)$ é $f(x^*)$. A resolução analítica deste tipo de problemas consiste na execução de dois passos:

1. Resolver $\nabla f(x) = 0$, obtendo os pontos estacionários x^k , onde 0 representa o zero do espaço \mathbb{R}^n .
2. Analisar $\nabla^2 f(x^k)$, que representa a matriz hessiana da função f no ponto x^k .

Seja x^k um ponto estacionário em \mathbb{R}^n e f duas vezes continuamente diferenciável em $\nu_\delta(x^k)$, com $\delta > 0$.

Então:

- Se $\nabla^2 f(x^k)$ é definida positiva então $f(x^k)$ é mínimo local em $\nu_\delta(x^k)$;
- Se $\nabla^2 f(x^k)$ é definida negativa então $f(x^k)$ é máximo local em $\nu_\delta(x^k)$;
- Se $\nabla^2 f(x^k)$ é indefinida então (x^k) é ponto sela em $\nu_\delta(x^k)$;
- Se $\nabla^2 f(x^k)$ é semidefinida negativa (positiva) então nada se pode concluir.

2.2.2.1 Técnicas de globalização

As técnicas de globalização garantem que o método converge para um ponto estacionário a partir de uma qualquer aproximação inicial x_0 (ou seja, x_0 pode estar fora da região de convergência). Todos os métodos de optimização devem ter na sua implementação uma

técnica de globalização [11]. As técnicas de globalização determinam o valor $\alpha \in \mathbb{R}$, tal que, dada uma direcção de procura p_k ,

$$\min f(x^k + \alpha p_k) \quad (2.6)$$

2.2.3 Optimização não-Linear com Restrições

A optimização não-linear com restrições consiste no estudo de técnicas com o objectivo de determinar a solução de um problema de optimização sujeito a um determinado conjunto de restrições [7].

Seja f uma função não linear, tal que $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$. Pretende-se determinar o ponto $x^* \in \mathbb{R}^n$, tal que

$$\begin{aligned} \min & f(x) \\ \text{s.a} & c_i(x) = 0, \text{ para } i \in I \\ & c_j(x) \geq 0, \text{ para } j \in D \end{aligned} \quad (2.7)$$

A função restrição diz-se activa se for verificada a igualdade em x^k , isto é $c_i(x^k) = 0$.

Caso contenha uma restrição inactiva verifica-se a desigualdade em x^k , ou seja, $c_j(x^k) > 0$.

A região admissível corresponde ao conjunto de pontos que satisfazem todas as restrições do problema [11], isto é,

$$\Omega = \{x \in \mathbb{R}^n, c_i(x) = 0, i \in I, c_j(x) \geq 0, j \in D\} \quad (2.8)$$

Uma função muito útil na teoria da optimização com restrições é a função Lagrangeana que é definida por:

$$L(x, \lambda) = f(x) - \sum_{i \in I \cup D} \lambda_i c_i(x) \quad (2.9)$$

onde:

- $f(x)$ representa a função objectivo;
- λ_i é o multiplicador Lagrangeano associado à restrição i ;
- $c_i(x)$ é a função restrição i .

Designa-se por conjunto activo em $\bar{x} \in \mathbb{R}^n$, ao conjunto definido por:

$$\mathbb{A}(\bar{x}) = \{I \cup i \in D : c_i(\bar{x}) = 0\} \quad (2.10)$$

O conjunto $\mathbb{A}(\bar{x})$ é um conjunto de índices para os quais as restrições verificam a igualdade quando avaliados no ponto \bar{x} [8].

2.2.3.1 Método da programação quadrática sequencial

O método da programação quadrática sequencial (SQP) aproxima localmente o problema inicial por um problema mais simples de programação quadrática, tendo sido um dos métodos usados para a resolução do problema de optimização em estudo.

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ \text{s.a} \quad & c_i(x) = 0, \text{ para } i \in I \\ & c_j(x) \geq 0, \text{ para } j \in D \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde,

- a função objectivo $f(x)$ é aproximada por um modelo quadrático;
- a função restrição $c_i(x)$ é aproximada por um modelo linear.

A série de Taylor de $g(x)$, em torno do ponto \bar{x} , em $\bar{x} + p$, é dada por:

$$g(\bar{x} + p) = g(\bar{x}) + p^T \nabla g(\bar{x}) + \frac{1}{2} p^T \nabla^2 g(\bar{x}) p + \dots \quad (2.12)$$

Seja x^k uma aproximação ao problema inicial.

- Modelo quadrático de $f(x)$:

$$f(x^k) + \nabla^T f(x^k) p + \frac{1}{2} p^T \nabla^2 f(x^k) p \quad (2.13)$$

- Modelo linear $c_i(x)$:

$$\nabla^T c_i(x^k) p + c_i(x^k) \quad (2.14)$$

2.3 Optimização Global

2.3.1 Introdução

A optimização   englobada em dois grupos distintos, a optimização global e a optimização local. A optimização global encontra a melhor solução num conjunto de todas as soluções possíveis, independentemente das condições de  ncio do processo de procura. Como requirita um maior poder de computação localiza o ótimo global em problemas de optimização não linear, enquanto a optimização local encontra uma solução do problema. A solução encontrada depende do ponto de  ncio do processo de procura [5]. Em algumas aplicações é muito difícil encontrar uma solução ótima global, pois requer muito tempo de procura, mas uma solução ótima local pode ser bastante eficiente. Actualmente, os problemas exigem o conhecimento das margens da solução obtida e, se possível, a determinação da melhor solução de todas (global), o que exige, na investigação, a programação de algoritmos capazes de encontrar o mínimo global [10]. Na optimização global existem os métodos determinísticos, também denominados de métodos clássicos que, em geral, são baseados no cálculo de derivadas de primeira ordem ou parciais de segunda ordem, e os não-determinísticos ou estocásticos. Os métodos estocásticos podem seguir duas abordagens diferentes: métodos de 2-fases e métodos de procura directa que incorporam o conceito de aleatoriedade onde apresentam um comportamento direccionado para uma certa distribuição estatística [4].

Alguns exemplos de métodos estocásticos são o *Simulated Annealing*, Algoritmos Genéticos, *Particle Swarm Optimization Algorithm*, entre outros [5].

Os algoritmos determinísticos são algoritmos que apresentam comportamento previsível e resolvem problemas com uma sequência fixa de passos, sendo que a solução é sempre a mesma quando aplicado ao mesmo problema. Alguns exemplos de métodos determinísticos são o método *Cutting Plane*, o método *Branch and Bound*, o método de decomposição *Primal-Dual*, entre outros [4].

A aplicação destes métodos na optimização global permite obter o mínimo global da função objectivo sujeito a um conjunto de restrições, na determinação dos limites (inferior e supe-

rior) do mínimo global e de todas as soluções contidas num determinado intervalo.

Para encontrar todos os mínimos globais de uma função têm de ser feitos sub-intervalos do domínio da função que contêm todos os pontos óptimos globais. Estes métodos aproximam-se do conjunto de todas as soluções de sistemas de equações não lineares com restrições e são baseados na estrutura *branch and bound* que explora todo o espaço e, então, pode dar garantias de encontrar todas as soluções do problema [5, 10].

2.3.2 Algoritmos Genéticos (AG)

Os algoritmos genéticos foram formalmente apresentados nos Estados Unidos na década de 1970 por John Holland da Universidade de Michigan. As contínuas melhorias de sistemas computacionais em termos de preço e desempenho tornou-os atraentes para alguns tipos de optimização, em particular, os algoritmos genéticos funcionam muito bem em problemas mistos (contínuos e discretos e problemas combinatórios). Os algoritmos genéticos são menos susceptíveis de ficar “presos” em óptimos locais, encontrando rapidamente o óptimo global do problema, mas tendem a ser computacionalmente mais caros. Embora originalmente não tenham sido projectados para a optimização de funções, os algoritmos genéticos foram implementados para demonstrar a sua capacidade impressionante em localizar óptimos em grandes e complexos espaços de procura. Os algoritmos genéticos operam numa população (conjunto) de pontos, e não a partir de um ponto isolado; operam num espaço de soluções codificadas e não directamente no espaço de procura; necessitam somente de informações sobre o valor de uma função objectivo para cada membro da população e não requerem derivadas ou qualquer outro tipo de conhecimento e usam transições probabilísticas e não regras determinísticas [9].

Os métodos genéticos fazem parte da família dos métodos evolutivos que possuem a sua origem na inteligência artificial, sendo este um campo que procura o desenvolvimento de sistemas que sejam capazes de tomar decisões com base no raciocínio. Assim, esses sistemas devem aprender de acordo com uma base de informação, generalizando a aplicação desse conhecimento a novas possibilidades. Existem duas formas de aprendizagem:

- dedutiva, na qual o sistema é desenvolvido com base em regras que tornam possível o raciocínio por meio da generalização do conhecimento, sendo normalmente o processo de formalização do conhecimento feito por especialistas
- indutiva, na qual são aplicadas técnicas de extração do conhecimento sobre uma base de dados passados, sendo obtidos modelos sob a forma de regras, algoritmos ou funções matemáticas capazes de gerar o conhecimento.

Normalmente as metodologias de métodos computacionais evolutivos visam a optimização de um problema definido por meio de uma formulação matemática do seu objectivo, denominada função objectivo. Os modelos evolutivos constituem um caso especial de aprendizagem, pois ao mesmo tempo que dependem da aprendizagem dedutiva na formulação da sua função, também utilizam algoritmos indutivos para obtenção da optimização esperada. Os algoritmos genéticos são os métodos mais conhecidos baseados na teoria da evolução natural e na genética, sendo que estes modelos possuem a capacidade de trabalhar problemas com uma grande gama de soluções. Nos algoritmos genéticos a população é um conjunto de possíveis soluções ao problema determinado, sendo que cada indivíduo dessa população tem uma estrutura semelhante aos cromossomas. Normalmente num algoritmo genético cada indivíduo da população -cromossoma- corresponde a um ponto do espaço de procura e representa uma possível solução do problema. Com o mecanismo de reprodução aplicado sobre os indivíduos da população actual o algoritmo genético pode explorar o espaço de possíveis soluções, na tentativa de encontrar aquelas que são as "melhores". A "melhor" solução geralmente é definida como aquela que optimiza um valor numérico predefinido para o problema em questão, que é chamada de 'adequabilidade da solução' [15]. A popularidade dos algoritmos genéticos deve-se, entre outros, ao facto:

- de a evolução ser um método de adaptação reconhecidamente bem sucedido e robusto em sistemas biológicos;
- de poderem realizar buscas em espaços com hipóteses (soluções candidatas) contendo partes complexas que interagem entre si e onde o impacto de cada parte no desempenho

da hipótese como um todo é de difícil modelagem;

- de serem facilmente indicados para programação em paralelo.

Este método é muito eficiente na busca de soluções óptimas numa grande diversidade de problemas, pois não impõe limitações que são encontradas na maioria das vezes, nos métodos convencionais de busca. Existem diversos factores a ter em conta antes de usar um algoritmo genético para tentar solucionar um problema, tais como:

- escolha da representação mais adequada para as soluções potenciais;
- estabelecimento do critério para a criação da população inicial de soluções;
- definição da função de avaliação que desempenha o papel do ambiente;
- definição dos operadores genéticos a serem usados;
- atribuição de valores para vários parâmetros que o AG usa (tamanho da população, probabilidades de aplicação de operadores genéticos, entre outros).

De uma forma simplificada um algoritmo genético consiste:

- num número ou população de potenciais soluções do problema;
- numa forma de qualificar o quão 'boa' ou 'má' é cada uma das soluções individuais numa população;
- num método para compor partes das melhores soluções que possam ser formadas;
- num operador de mutação para evitar a perda permanente da diversidade na população.

Ao invés de começar a partir de um único ponto no espaço de busca, um algoritmo genético é inicializado com uma população de soluções potenciais. Estas são normalmente geradas aleatoriamente e representam pontos espalhados no espaço de procura. Um típico AG usa três operadores, para conduzir a população na direcção de convergência para o ponto óptimo global:

- selecção;
- cruzamento;

- mutação.

Os três aspectos mais importantes do uso de algoritmos genéticos são a definição da função objectivo, a definição e implementação da representação genética, e a definição e implementação dos operadores genéticos. Uma vez que esses três foram definidos, o algoritmo genético genérico deve funcionar muito bem. Podem fazer-se muitas variações diferentes para melhorar o desempenho, a fim de encontrar a solução óptima do problema em estudo [10, 2, 12]. O processo de selecção tenta aplicar "pressão" sobre a população de forma semelhante à que é exercida pela selecção natural em sistemas biológicos. Indivíduos cujo desempenho é baixo são descartados e indivíduos que têm um melhor desempenho têm uma oportunidade maior que a média de passar a informação que eles contêm para a próxima geração. O cruzamento permite que soluções troquem informações de forma semelhante àquela usada por organismos naturais via reprodução sexual. A mutação é usada para trocar aleatoriamente o valor de um único ponto.

Após a aplicação da selecção, cruzamento e mutação, uma nova população é formada. O processo é repetido até que um determinado número de gerações tenha sido criado ou, então, que algum outro critério de paragem tenha sido atingido [15].

2.3.2.1 Vantagens dos algoritmos genéticos

Existem diversas vantagens no uso dos algoritmos genéticos, entre as quais:

- optimizam um grande número de variáveis;
- realizam buscas simultâneas em várias regiões do espaço de busca;
- fornecem uma lista de parâmetros óptimos ao invés de uma única solução;
- são flexíveis para trabalhar com restrições e optimizar múltiplas funções com objectivos conflituosas;
- são facilmente hibridizados com outras técnicas heurísticas;

- não necessitam de conhecimento aprofundado do problema considerado.

Os algoritmos genéticos foram usados neste trabalho para tentar resolver o problema de optimiza o em estudo.

2.3.2.2 Fun o *ga*

O método dos algoritmos genéticos está implementado no Matlab através da fun o *ga* [6]. A fun o *ga* presente na *toolbox* do Matlab, é chamada na linha de comandos do mesmo da seguinte forma:

$$[x, fval] = ga(@fun, nvars, options)$$

onde as variáveis de entrada são,

- *fun*   a fun o objectivo;
- *nvars* corresponde ao número de variáveis independentes;
- *options*   a estrutura que especifica as op es (opcional);

e as variáveis de saída são,

- *x* que corresponde ao minimizante fun o *fun*;
- *fval* que corresponde ao mínimo da fun o *fun*, ou seja, $fun(x)$;

2.3.2.3 Fun o *GA adaptada*

O algoritmo *GA adaptado* foi feito usando um algoritmo já existente, que tem como base o método dos algoritmos genéticos, determinando o mínimo global de uma fun o [3].

Este algoritmo foi criado com o objectivo de resolver um problema de escalonamentos numa clínica, tendo em conta restri es de precedência, minimizando o tempo de término do último exame concluido em determinada sequência de exames médicos. Era necessário ter em conta que em alguns consultórios   possível efectuar mais do que um tipo de exame, sendo

cada um dos exames realizado em pelo menos um dos consultórios disponíveis; n exames médicos devem ser efectuados no mínimo tempo possível e cada exame i apresenta uma única sequência de execução. A execução de cada exame i do paciente j , O_{ij} , requer um consultório, sendo este seleccionado a partir de um conjunto de consultórios disponíveis.

Cada consultório pode efectuar, no máximo, um exame de cada vez.

A função custo tinha a seguinte descrição:

$$C_{max} = \max(t) \quad (2.15)$$

onde,

- t corresponde à matriz dos tempos, ou seja, o tempo que cada exame i do paciente j demora a ser efectuado.

Para a realização deste trabalho foi necessário fazer uma adaptação do algoritmo apresentado anteriormente, estando essa mesma adaptação definida no Capítulo 5.

Capítulo 3

Escalonamento de exames médicos numa clínica

3.1 Introdução

O escalonamento de exames médicos implica a disposição de diversos pacientes em diferentes consultórios a fim de realizar vários exames, sendo que cada consultório realiza exames distintos. O objectivo é minimizar o tempo final após a conclusão do último exame a realizar por cada paciente. A fim de obter dados reais para a realização deste trabalho foi efectuado um estágio na Clínica de Imagiologia Briososa e Gala, sediada em Aveiro, tendo este tido a duração de um ano. Começou por ser analisado o sistema de marcações existente, bem como a disposição dos pacientes nas salas de espera respeitantes aos exames a realizar pelos mesmos, tendo sido estabelecida uma comparação entre o sistema actual de marcações e um novo sistema que estava a ser desenvolvido.

3.2 Sistema de marcações actual

O actual sistema de marcações, cujo ambiente de trabalho é apresentado na Figura 3.1 funciona manualmente, ou seja, tendo em conta os exames que o paciente tem de realizar é procurado, aleatoriamente, um dia e uma hora em que todos eles possam ser efectuados, sendo muitas vezes a hora de marcação a mesma para todos eles, por exemplo são agendados um raio-X ao tórax e uma ecografia vesical à mesma hora, sendo estes efectuados em

consultórios diferentes, não sendo isso executável em situação real.

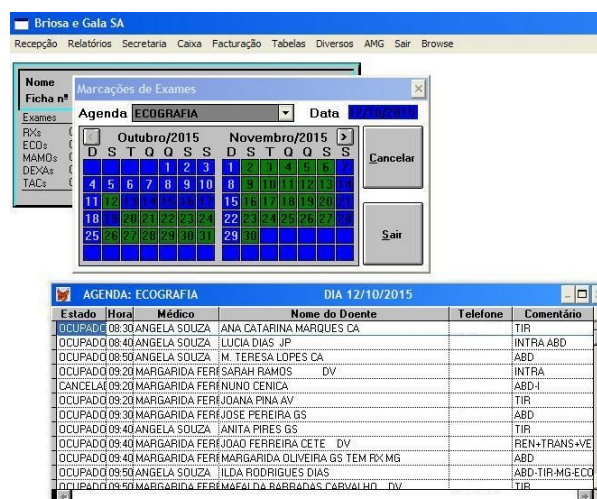


The screenshot shows a window titled 'Briosa e Gala SA' with a menu bar containing 'Recepção', 'Relatórios', 'Secretaria', 'Caixa', 'Facturação', 'Tabelas', 'Diversos', 'AMG', 'Sair', and 'Browse'. Below the menu is a table with the following data:

| Exames | Número | Txs Moderadoras | Escudos | Euros |
|--------------------|--------|-----------------|---------|----------|
| Rx's | 0 | | 0.00 | 0 |
| ECD's | 0 | | 0.00 | 0 |
| MAMOs | 0 | | 0.00 | 0 |
| DEXAs | 0 | | 0.00 | 0 |
| TACs | 0 | | 0.00 | 0 |
| Total Taxas | | | | 0 |

Figura 3.1: Ambiente de trabalho do programa actual

Este sistema permite efectuar a marcação escolhendo o médico ou técnico que realizará o exame, existindo horários predefinidos para o efeito. É possível agendar mais que um paciente na mesma vaga, à mesma hora, mesmo já não havendo vagas, para o mesmo consultório, como se pode constatar através da Figura 3.2, cuja situação apresentada é hipotética, sendo este método viável a nível teórico, mas na prática não funciona. Isto acaba por, inevitavelmente, causar atrasos na realização dos exames.



The screenshot shows two overlapping windows from the 'Briosa e Gala SA' software. The top window is a calendar titled 'Marcações de Exames' for 'ECOGRAFIA' in October and November 2015. The bottom window is a table titled 'AGENDA: ECOGRAFIA' for 'DIA 12/10/2015'.

The calendar shows a grid for October and November 2015. The 'Cancelar' button is visible on the right side of the calendar.

The agenda table below shows the following data:

| Estado | Hora | Médico | Nome do Doente | Telefone | Comentário |
|-----------|-------|--|-------------------------|----------|----------------|
| Ocupado | 08:30 | ANGELA SOUZA | ANA CATARINA MARQUES CA | | TIR |
| Ocupado | 08:40 | ANGELA SOUZA | LUCIA DIAS JP | | INTRA ABD |
| Ocupado | 08:50 | ANGELA SOUZA | M. TERESA LOPES CA | | ABD |
| Ocupado | 09:20 | MARGARIDA FERREIRA SARAH RAMOS | DV | | INTRA |
| Cancelado | 09:20 | MARGARIDA FERREIRA NUNO CENICA | | | ABD-J |
| Ocupado | 09:20 | MARGARIDA FERREIRA JOANA PINA AV | | | TIR |
| Ocupado | 09:30 | MARGARIDA FERREIRA JOSE PEREIRA GS | | | ABD |
| Ocupado | 09:40 | ANGELA SOUZA | ANITA PIRES GS | | TIR |
| Ocupado | 09:40 | MARGARIDA FERREIRA JOAO FERREIRA CETE | DV | | REN+TRANS+VE |
| Ocupado | 09:40 | MARGARIDA FERREIRA MARGARIDA OLIVEIRA GS TEM RX/MG | | | ABD |
| Ocupado | 09:50 | ANGELA SOUZA | ILDA RODRIGUES DIAS | | ABD-TIR-MG-ECD |
| Ocupado | 09:50 | MARGARIDA FERREIRA AELDA BARBODAS CARVALHO | DV | | TIR |

Figura 3.2: Sistema de marcações actual

No dia do exame, a pesquisa do utente pode ser feita através do nome ou da data de nascimento do mesmo, sendo seguido o passo apresentado na Figuras 3.3. Caso este não possua ficha pessoal, esta é de imediato criada sendo colocados os seguintes dados:

- nome do paciente;
- sexo;
- data de nascimento;
- localidade;
- contacto telefónico;
- posto médico;
- nome do médico que prescreveu o exame;
- subsistema do utente (A.R.S.S, ADSE, SAMS, Seguros de Saúde, entre outros), como se pode verificar através da Figura 3.4.



Figura 3.3: Pesquisa da ficha do paciente

Figura 3.4: Criar uma nova da ficha do paciente

Após aceder à ficha do utente e serem confirmados os dados são, então, introduzidos os exames a realizar pelo mesmo, seguindo o passo apresentado na Figura 3.5.

| TAXAS | U | U |
|--------------------|---|----------|
| Outros | 0 | 0 |
| Total Taxas | | 0 |

Figura 3.5: Opção que permite introduzir os exames que o paciente vai efectuar

Caso seja necessária fazer alguma alteração dos exames introduzidos, por exemplo, caso o paciente não o realize por algum motivo ou tenha feito mais algum exame complementar, é possível fazer essa mudança recorrendo à opção visível na Figura 3.6.

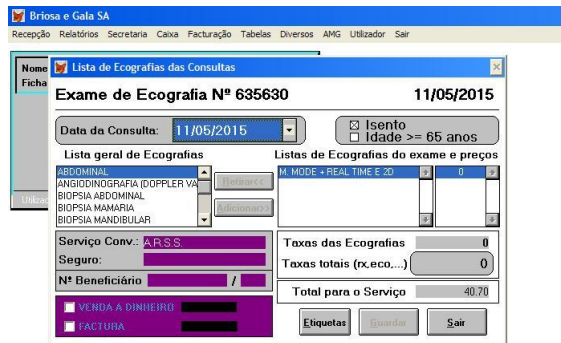


Figura 3.6: Alteração dos exames já introduzidos

O programa actual permite aceder aos relatórios dos exames anteriores já efectuados pelo paciente, como se pode constatar através das Figuras 3.7 e 3.8 facilitando assim a comparação com o novo diagnóstico, caso se justifique.

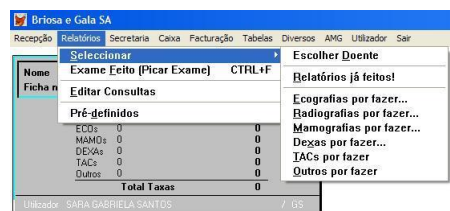


Figura 3.7: Opção que permite aceder aos relatórios anteriores

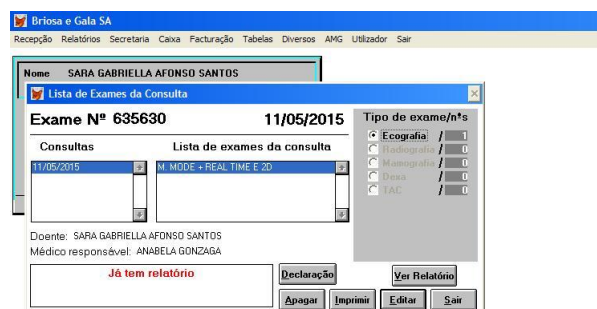


Figura 3.8: Visualização do relatório de determinado exame

No sistema actual o utente é direccionado para a sala de espera aleatoriamente, não se sabendo se de facto esse será o método mais rápido e eficiente de realização de todos os exames, pois não existe um sistema que permite efectuar o "check-in" e "check-out" do doente e indicar o tempo de espera estimado em cada sala.

3.3 Software em desenvolvimento

3.3.1 NetBeans

O NetBeans foi o recurso usado para a criação do novo software de marcações que consiste num ambiente de desenvolvimento de diversas linguagens entre as quais Java, C, C++, PHP, Ruby, entre outras, tendo este sido criado pela empresa SUN Microsystems. Este software é codificado em Java e funciona na maioria dos sistemas com uma Máquina Virtual Java (JVM), incluindo Solaris, Mac Os e Linux. O ambiente de trabalho deste software é apresentado na Figura 3.9 que se segue.

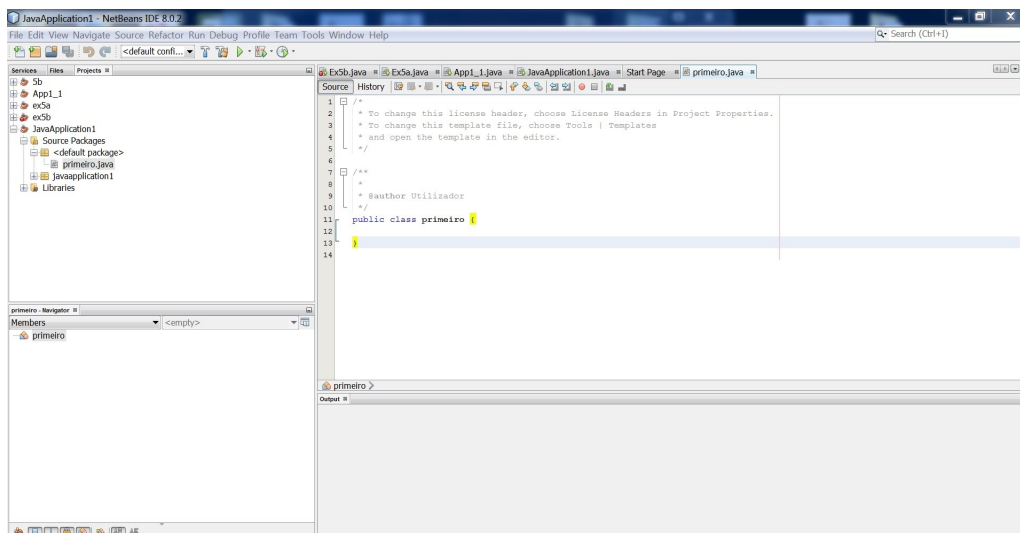


Figura 3.9: Janela de trabalho do NetBeans

3.3.2 Base de dados no novo software

A criação do novo software, cujo ambiente de trabalho é apresentado na Figura 3.10 implicou, em primeiro lugar, a análise do programa de marcações já existente a fim de perceber quais os parâmetros a melhorar.



Figura 3.10: Ambiente de trabalho do novo programa

Foi feita a selecção de todos os exames passíveis de ser realizados e estudou-se o tempo de duração de cada um deles, sendo que esse tempo foi dividido em:

- tempo de preparação, que consiste no período de tempo que precede o exame, quando o utente entra no vestiário a fim de se preparar para a realização do exame, pois muitas vezes é, por exemplo, necessário despir e colocar uma bata. Sendo o doente de mobilidade reduzida esse espaço de tempo é aumentado, estando também essa opção disponível no programa;
- tempo útil, que consiste na execução do exame. Este tempo pode também variar consoante o médico que executa o mesmo, pois cada um tem o seu próprio ritmo e horário definido;

Os exames encontram-se divididos em classes, entre as quais Ecografia, Eco-Doppler, Raios-X, TAC, RM, Mamografia, Gastroenterologia, Densitometria óssea, Provas Funcionais Respiratórias e Cardiologia, que abrangem todos os exames passíveis de ser efectuados.

- **Mamografia**, exame de diagnóstico por imagem, que tem como finalidade estudar o tecido mamário;
- **Densitometria óssea**, que consiste num método que permite medir a densidade mineral óssea, sendo indispensável para o diagnóstico e tratamento da osteoporose e de outras possíveis doenças que possam atingir os ossos; Na Tabela 3.1 são apresentados exemplos de densitometrias ósseas.

Tabela 3.1: Exemplos de Densitometrias ósseas

| |
|-----------------------|
| DEXA |
| Coluna |
| Colo femural |
| Punho |
| Coluna + Colo femural |

- **Gastroenterologia**, que é a especialidade médica que lida com os distúrbios do sistema digestivo, nomeadamente patologias que afectam o tracto gastro-intestinal, cujos exames podem ser efectuados com ou sem sedação; Alguns exames pertencentes a esta especialidade são referidos na Tabela 3.2.

Tabela 3.2: Exames pertencentes à especialidade de Gastroenterologia

| |
|-----------------------------------|
| Gastroenterologia |
| Colonoscopia |
| Endoscopia digestiva alta |
| Clister opaco com duplo contraste |
| Trânsito esofágico |
| Trânsito gastro-duodenal |

- **IRM (Imagem por ressonância magnética)**, que é um meio de diagnóstico que permite observar e estudar com grande detalhe os órgãos, vasos e tecidos do corpo. Na Tabela 3.3 são enunciados alguns tipos de IRM existentes.
- **Provas Funcionais Respiratórias**, que avaliam as capacidades do sistema respiratório ajudando no diagnóstico de várias doenças respiratórias, na avaliação de resposta a tratamentos e na repercussão respiratória da exposição a agentes agressores, como por exemplo o tabaco. São exames simples e indolores, mas que requerem a colaboração activa do paciente, de forma a garantir a fiabilidade e precisão dos resultados. Diversos tipos de provas funcionais respiratórias são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.3: Exemplos de algumas IRM

| |
|-----------------|
| IRM |
| Crânio |
| Coluna Cervical |
| Coluna Dorsal |
| Coluna Lombar |
| Mama |
| Anca |
| Joelho |
| ... |

Tabela 3.4: Exames de Provas funcionais respiratórias

| |
|--|
| Provas funcionais respiratórias |
| Espirometria |
| Prova de broncodilatação |
| Prova de débito-volume |
| Capacidade de difusão |

- **TAC (Tomografia Axial Computorizada)**, que consiste num método complementar de diagnóstico por imagem, que permite obter imagens do interior do corpo com precisão e nitidez, sendo enunciados alguns tipos de TAC na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Exemplos de algumas TAC

| TAC |
|----------------------|
| Crânio-encefálica |
| Dentalscan Maxilar |
| Dentalscan Mandíbula |
| Ouvidos |
| Seios perinasais |
| Coluna Cervical |
| Coluna Dorsal |
| Coluna Lombar |
| Torácica |
| Abdominal |
| Pélvica |
| Renal |
| Anca |
| Joelho |
| Pé |
| Ombro |
| Mão |
| ... |

- **Raio-X** que é usado na análise das condições dos órgãos internos, em pesquisa de fracturas, entre outras. Na Tabela 3.6 que se segue são apresentados alguns tipos de raio-X.

Tabela 3.6: Exemplos de alguns Raios-X

| Raios-X |
|-------------------------|
| Crânio |
| Ortopantomografia |
| Telerradiografia |
| Seios perinasais |
| Coluna Cervical |
| Coluna Dorsal |
| Coluna Lombar |
| Charneira lombo-sagrada |
| Coluna Coccígea |
| Torác |
| Abdómen |
| Anca |
| Bacia |
| Joelho |
| Tornozelo |
| Pé |
| Ombro |
| Mão |
| ... |

- **Eco-Doppler**, que consiste no estudo ecográfico associado à técnica Doppler. Consiste no estudo do sistema vascular: artérias carótídeas e vertebrais; artérias e veias dos membros inferiores; artérias renais. Este exame permite registrar a velocidade e o sentido do sangue num determinado ponto de um vaso sanguíneo. Alguns exemplos de eco-doppler são enunciados na Tabela 3.7.

Tabela 3.7: Exames de Eco-Doppler

| |
|--|
| Eco-Doppler |
| Carotídeo |
| Cardíaco |
| Arterial dos membros superiores e inferiores |
| Venoso dos membros superiores e inferiores |
| Abdominal |
| Renal |

- **Cardiologia**, que é a especialidade médica que se ocupa do diagnóstico e tratamento das doenças que acometem o coração bem como os outros componentes do sistema circulatório. Na Tabela 3.8 são apresentados alguns tipos de exame subjacentes a esta especialidade.

Tabela 3.8: Exames de Cardiologia

| |
|--------------------------|
| Cardiologia |
| Ecocardiograma |
| ECG (electrocardiograma) |
| ECG com prova de esforço |
| HOLTER |
| MAPA |
| Consulta de cardiologia |

- **Ecografia**, que é um meio complementar de diagnóstico que utiliza as propriedades dos ultrassons, nomeadamente a sua reflexão nas estruturas do organismo, já que certas estruturas refletem mais ou menos os sons, enquanto outras (por exemplo a água) os

deixam passar. É considerada totalmente inócua nas doses utilizadas em diagnóstico, embora noutras frequências os ultrassons sejam uma arma terapêutica, nomeadamente em fisioterapia. A ecografia permite detectar lesões focais ou difusas em órgãos e estruturas parenquimatosas, como por exemplo no fígado, pâncreas, baço, rins, próstata, mama e tiróide, entre outras, e tem um papel fundamental na avaliação ginecológica (útero e ovários). Na Tabela 3.9 são apresentados alguns tipos de ecografia.

Tabela 3.9: Exemplos de Ecografias

| Ecografia |
|---|
| Tiroideia |
| Mamária |
| Abdominal |
| Renal |
| Vesical |
| Pélvica |
| Ginecológica por via supra púbica |
| Ginecológica por via endocavitária |
| Prostática |
| Prostática e das vesículas seminais |
| Articular (joelho, ombro, punho, tornozelo, entre outros) |
| Tecidos moles |
| ... |

Cada exame dá informação ao colaborador da necessidade, ou não, de indicar ao utente alguma preparação prévia para a execução do exame, como ocorre em algumas TAC, ecografias, colonoscopia, entre outros, sendo isso definido na opção "alertas", como é possível verificar através das Figuras 3.11 e 3.12.

Figura 3.11: Criação de um novo exame

Figura 3.12: Opção de alerta, preparação do exame, caso seja necessária

3.4 Variáveis

A disposição dos pacientes em consultórios distintos está sujeita a diversas restrições, entre as quais:

- tipo de exame a realizar, pois alguns exames médicos têm prioridade sobre outros, como por exemplo a densitometria óssea face aos raios-X, pois a radiação de um exame de raio-X é 10 vezes superior à de um exame de densitometria óssea podendo influenciar os resultados do exame;
- horário dos médicos, tendo em conta que cada médico define a quantidade de exames que irá realizar num determinado período de tempo, seleccionando também o tipo de exames a efectuar nesse espaço de tempo;
- atraso dos médicos ou dos pacientes, pois dependendo do problema do utente um determinado tipo de exame pode prolongar-se por mais tempo que o previsto, havendo assim um atraso face aos pacientes que se seguem. Muitas vezes os próprios pacientes ou médicos chegam atrasados, pelas mais diversas razões, tais como trânsito, por vezes os utentes também se enganam no horário da marcação,

entre outras causas;

- tempo de preparação e tempo útil do exame;

3.5 Marcações

No novo software as marcações são feitas tendo em conta a existência, ou não, da ficha do utente. Na Figura 3.13 encontra-se apresentado o passo que permite efectuar uma nova marcação. Caso o paciente nunca tenha realizado exames na clínica, é de imediata criada uma ficha do mesmo onde constam os dados pessoais, sendo também registados problemas de saúde que este tenha.

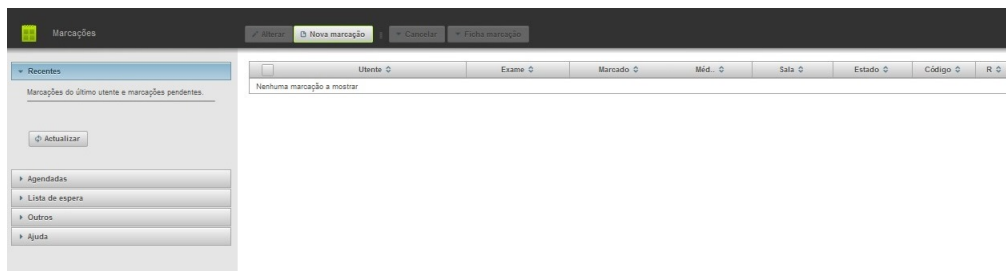


Figura 3.13: Efectuar nova marcação

As marcações dividem-se em:

- agendadas, como se verifica através da Figura 3.14 onde é possível visualizar as marcações já feitas com as seguintes particularidades:
 - a partir de hoje;
 - para hoje de manhã;
 - para hoje de tarde;
 - a partir de hoje até uma determinada data seleccionada;
 - entre datas.

É ainda possível verificar a lista de espera que existe para o agendamento de determinado tipo de exames fazendo a pesquisa através do nome do utente ou do exame, podendo ainda filtrar a pesquisa seleccionando o nome do médico que efectua o exame ou a sala onde este é realizado.

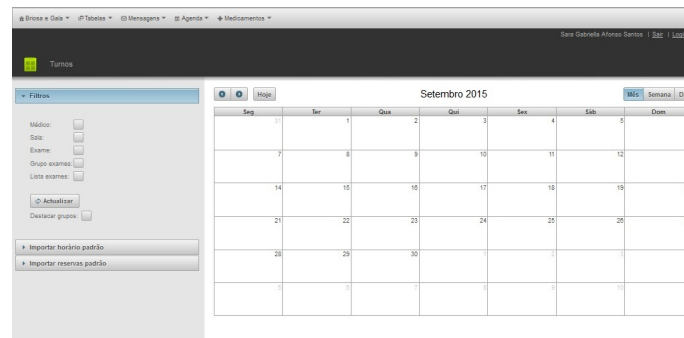


Figura 3.14: Agenda das marcações

- nova marcação, que nos permite seleccionar como foi feito o agendamento, via telefone, correio electrónico ou pessoalmente, como se verifica na Figura 3.15 que se segue.

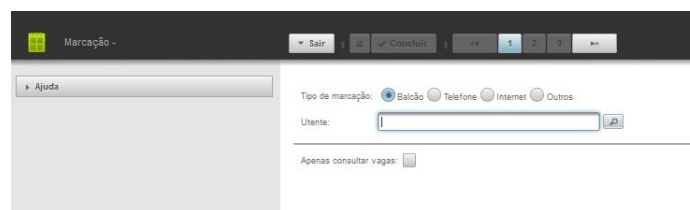


Figura 3.15: Tipo de marcação

Nova marcação

Quando seleccionamos o item para fazer uma nova marcação, surge de imediato o campo que nos permite indicar como foi feito o agendamento (telefone, correio electrónico ou pessoalmente). De seguida podemos efectuar a pesquisa do paciente, cujos passos estão apresentados nas Figuras 3.16 e 3.17, caso este já tenha uma ficha pré-

via ou criamos uma nova, conforme a necessidade. A criação de uma nova ficha do paciente requer o seguimento dos passos evidenciados nas Figuras 3.18, 3.19, 3.20 e 3.21.

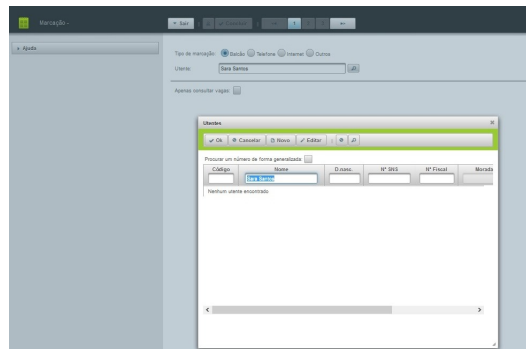


Figura 3.16: Pesquisa da ficha do paciente para efectuar a marcação

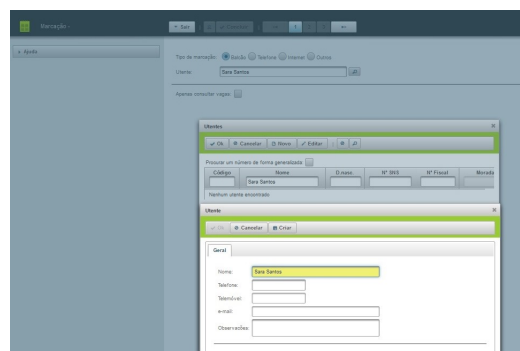


Figura 3.17: Pesquisa da ficha do paciente, continuação

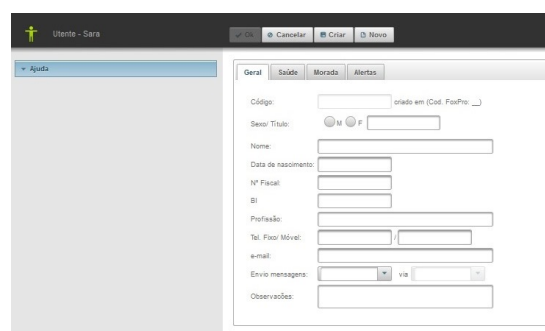


Figura 3.18: Criação da ficha do paciente

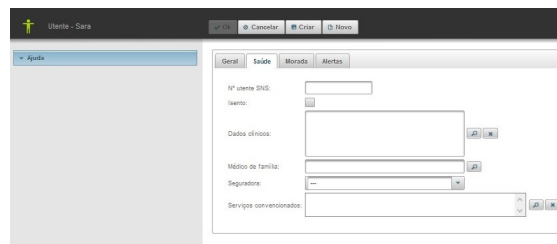
The screenshot shows a web application interface for creating a patient's health record. At the top, there is a header with a user icon and the name 'Utente - Sara'. Below the header, there are navigation buttons: 'Cancelar', 'Criar', and 'Novo'. The main content area is divided into two sections. On the left, there is a sidebar with a 'Ajuda' button. On the right, there is a form with several tabs: 'Geral', 'Saúde', 'Morada', and 'Alertas'. The 'Saúde' tab is currently selected. The form contains several input fields: 'Nº utente SNS', 'Isento', 'Dados clínicos', 'Médico de família', 'Seguradora', and 'Serviços convencionados'. Each field has a corresponding 'Ajuda' button next to it.

Figura 3.19: Criação da ficha do paciente-Saúde

The screenshot shows the same web application interface as Figure 3.19, but with the 'Morada' tab selected. The form now contains a single large text input field for the address, with 'Ajuda' and navigation buttons ('+', 'x', '↻') to its right.

Figura 3.20: Criação da ficha do paciente-Morada

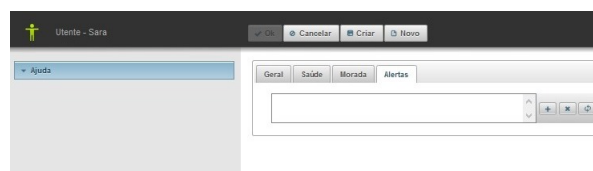
The screenshot shows the same web application interface as Figure 3.20, but with the 'Alertas' tab selected. The form now contains a single large text input field for the alerts, with 'Ajuda' and navigation buttons ('+', 'x', '↻') to its right.

Figura 3.21: Criação da ficha do paciente-Alertas

Após a selecção do utente é/são seleccionado/s o/s exame/s desejado/s. De seguida verifica-se a disponibilidade de marcação dos exames tendo em conta a preferência do paciente, seja horário (início da manhã; meio da manhã; final da manhã; início da tarde; meio da tarde e final da tarde), pelos dias da semana, pela opção de efectuar todos os exames no mesmo período, no mesmo dia, ou o mais cedo possível, como se verifica através da Figura 3.22.

A disponibilidade dos exames está diferenciada por cores como é possível ver na Figura 3.23.

Figura 3.22: Critérios de preferência do paciente no momento da marcação

Figura 3.23: Disponibilidade dos exames diferenciada por cores

3.6 Agenda

A agenda divide-se em três subsecções, como se pode constatar através da Figura 3.24:

- Agenda, que nos permite filtrar a visualização segundo o médico, o tipo de exame ou o consultório;

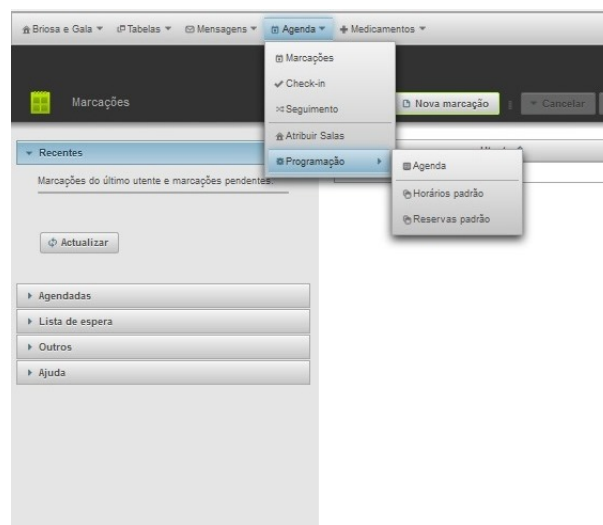


Figura 3.24: Subsecções da agenda

- Horário padrão, que corresponde ao horário estabelecido para cada médico, havendo diferentes horários para o mesmo médico, por exemplo, determinado médico está predefinido para realizar exames vários dias por semana, tendo horários diferentes em cada um desses dias, realizando também exames distintos. Mas, dependendo da semana pode vir apenas num dos dias predefinidos não vindo nos restantes tendo, assim, de haver diferentes horários de forma a abranger todas as opções possíveis. A criação de um horário padrão divide-se em duas partes, geral e turnos, como se pode verificar pelas Figuras 3.25 e 3.26.

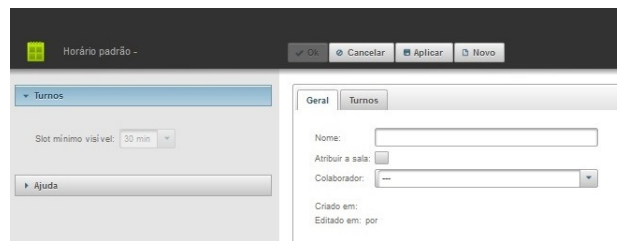


Figura 3.25: Criar horário padrão-Parte 1

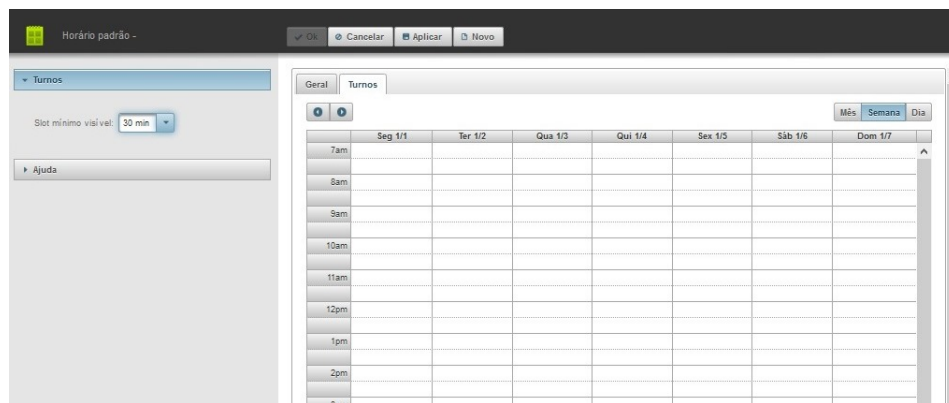


Figura 3.26: Criar horário padrão-Parte 2

- Reservas padrão, que permite efectuar reservas de exames, ou seja, quando as vagas predefinidas para determinado exame/médico (muitas vezes o paciente tem preferência pelo médico que vai realizar o exame), já estão totalmente preenchidas pode recorrer-se a este item que permite acrescentar vagas às já existentes ou então colocar pacientes em lista de espera.

O problema desta opção reside no facto de, quando são acrescentadas vagas às já existentes, são sobrepostos exames, ou seja à mesma hora, teoricamente, teremos mais que um exame na mesma sala, o que não é possível na realidade, ou seja, acarreta atrasos na realização dos exames.

Na Figura 3.27 é apresentada a janela que permite a importação de reservas já existentes. Já na Figura 3.28 é evidenciado o passo que permite a criação de uma nova reserva padrão.

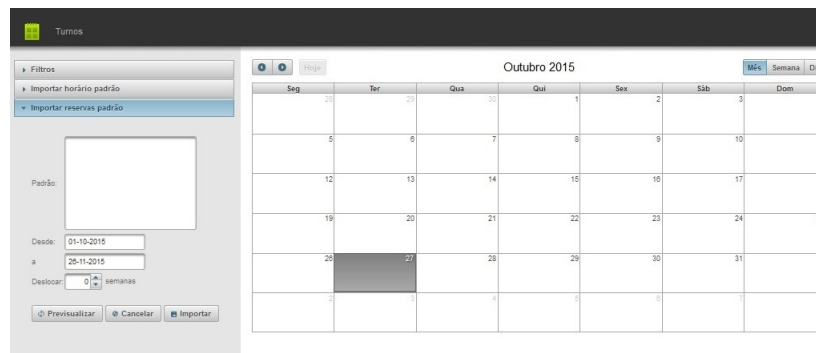


Figura 3.27: Importar reservas padrão já existentes

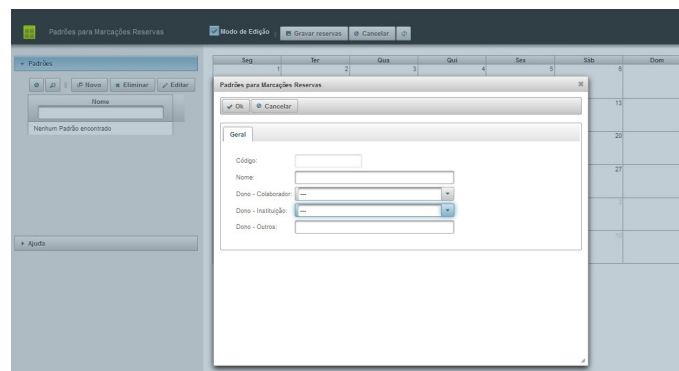


Figura 3.28: Criar nova reserva

3.7 Realização do exame

3.7.1 Check-in

No dia do exame o paciente dirige-se a um dos balcões da recepção e nesse primeiro balcão é feito o "check-in", como se pode ver através da Figura 3.29, ou seja, na opção "check-in" do software é colocada a indicação de que o paciente já deu entrada na clínica, sendo depois encaminhado para o balcão seguinte a fim de efectuar o pagamento dos exames e ser direccionado para a/s sala/s de espera do/s respectivo/s exame/s.

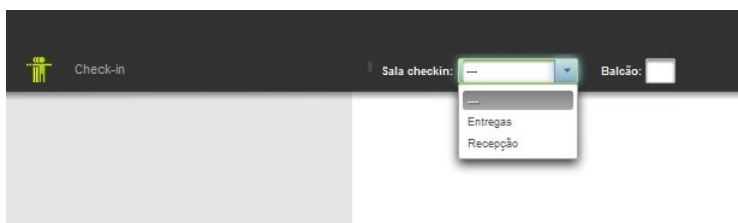


Figura 3.29: "Check-in" do paciente

3.7.2 Seguimento

Após o "check-in" é dado seguimento ao paciente, tendo em conta o/s exame/s que irá realizar, sendo indicada pela programa a respectiva sala de espera. Essa informação é dada com base em critérios como o tempo de espera previsto em cada sala, o tipo de exame a realizar, entre outros.

As salas de espera disponíveis estão evidenciadas na Figura 3.30, sendo a opção que permite o encaminhamento do paciente para a respectiva sala de espera apresentada nas Figuras 3.31 e 3.32.

Nesta secção é também indicada a forma como o utente pretende que o seu exame seja enviado, caso necessário, seja para o posto médico ou para a morada fiscal, como se pode ver na Figura 3.33.

 A screenshot of a software interface titled 'Salas'. It features a table with columns for 'Código', 'Nome', 'Descrição', 'Tipo', and 'Multimédia principal'. The table lists 10 rows of waiting room data. To the left of the table is a sidebar with a 'Ajuda' button. At the top of the interface, there are navigation buttons: 'Ver', 'Editar', 'Eliminar...', and 'Novo'.

| Código | Nome | Descrição | Tipo | Multimédia principal |
|--------|----------|------------------------------------|----------------------|----------------------|
| 11 | 1 | Sala de espera 1 (VIP) | Sala de espera | Geral TV |
| 12 | 2 | Sala de espera 2 - Mamografia | Sala de espera | Geral TV |
| 13 | 3 | Sala de espera 3 - Mamografia/ ECO | Sala de espera | Geral TV |
| 14 | 4 | Sala de espera 4 - ECO | Sala de espera | Geral TV |
| 15 | 5 | Sala de espera 5 - TAC | Sala de espera | Geral TV |
| 16 | 6 | Sala de espera 6 - RX | Sala de espera | Geral TV |
| 17 | Resson. | Sala de espera Ressonância | Sala de espera | Geral TV |
| 18 | Recepção | Sala de espera Recepção geral | Sala de espera comum | Geral TV |
| 19 | Entregas | Sala de espera Entregas | Sala de espera comum | Geral TV |

Figura 3.30: Salas de espera disponíveis

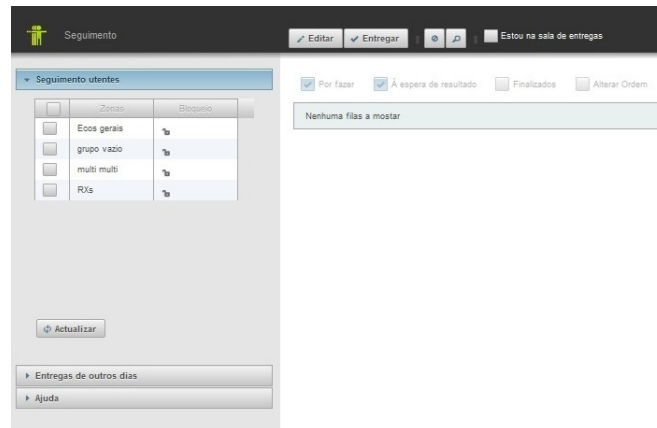


Figura 3.31: Encaminhamento do paciente para a respectiva sala de espera

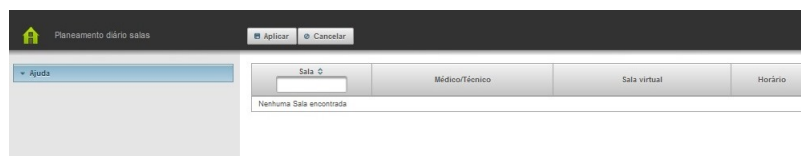


Figura 3.32: Atribuição da sala de espera

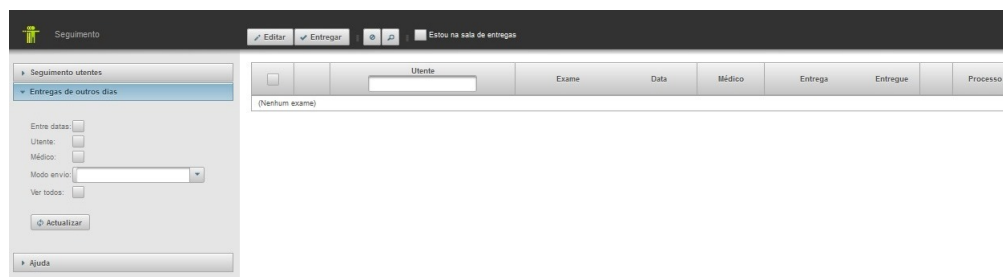


Figura 3.33: Modo de envio do exame, caso necessário

Após a realização dos exames, o médico/técnico tem a opção de colocar a indicação no programa de que o paciente já efectuou o exame, permitindo assim saber o tempo de espera para cada exame, como é possível ver na Figura 3.34.



Figura 3.34: Situação actual do paciente

3.8 Relatórios em rede

A grande inovação no novo sistema é a colocação dos documentos em rede. Quando um novo relatório está concluído é criado um URL para aquele documento, como se verifica através das Figuras 3.35 e 3.36, o que permite a qualquer médico aceder ao mesmo em qualquer parte do mundo, desde que tenha conhecimento deste mesmo código que será fornecido ao paciente após a realização do exame.

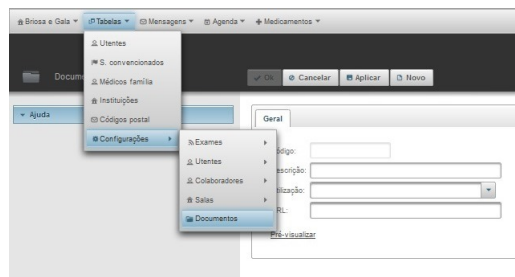


Figura 3.35: Relatórios em rede

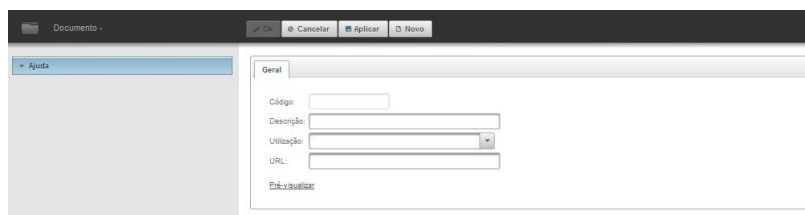


Figura 3.36: Criação de um novo URL

3.9 Vantagens e desvantagens do novo software

Vantagens

- as marcações são efectuadas tendo em conta o tempo de realização do exame;
- permite fazer o "check-in" e "check-out" do paciente;
- a alocação do paciente na respectiva sala de espera é feita tendo em conta o tempo de espera de cada consultório;
- permite a colocação de relatórios em rede.

Desvantagens

- o sistema de reservas padrão permite a sobreposição de exames, podendo, assim, provocar atrasos na realização dos exames.

Capítulo 4

Caso Experimental

4.1 Definição

O caso de estudo a seguir descrito foi alvo de análise no âmbito do Projecto para obtenção do grau de Licenciatura por mim efectuado [13].

O caso em análise implica a disposição de diversos pacientes em diferentes consultórios a fim de realizar vários exames, sendo que cada consultório realiza exames distintos. O objectivo é minimizar o tempo final após a conclusão do último exame a realizar por cada paciente.

Neste capítulo será feito um breve resumo dos resultados obtidos em [13].

4.2 Caracterização dos dados

São considerados cinco pacientes, podendo cada um deles efectuar no máximo quatro exames, existindo cinco exames distintos a realizar, sendo que há apenas três consultórios onde estes estão distribuídos e onde podem ser efectuados.

Computacionalmente designou-se por 1 o exame Raio-X; por 2 o exame Mamografia; por 3 o exame Densitometria óssea; por exame 4 o exame IRM e por 5 o exame TAC,

como se pode verificar na Figura 4.1.

A distribuição de exames por paciente é a seguinte:

- **paciente 1:** necessita realizar dois exames: Raio-X e Mamografia;
- **paciente 2:** necessita realizar três exames: TAC, IRM e Mamografia;
- **paciente 3:** necessita realizar quatro exames: Raio-X, IRM, Densitometria óssea e TAC;
- **paciente 4:** necessita realizar três exames: Raio-X, Mamografia e Densitometria óssea;
- **paciente 5:** necessita realizar três exames: TAC, Densitometria óssea e Mamografia.

Na Figura 4.2 estão representados os exames que cada paciente tem de realizar.

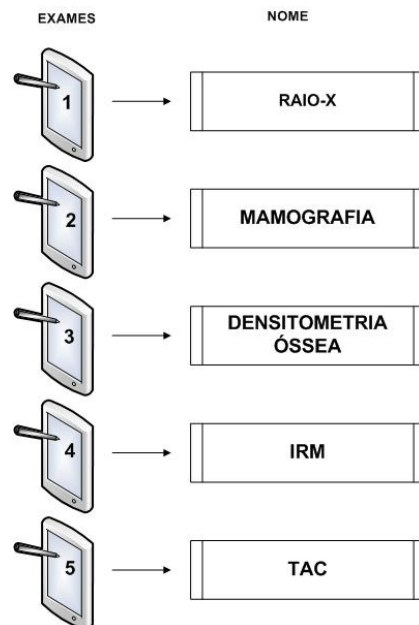


Figura 4.1: Exames passíveis de ser realizados

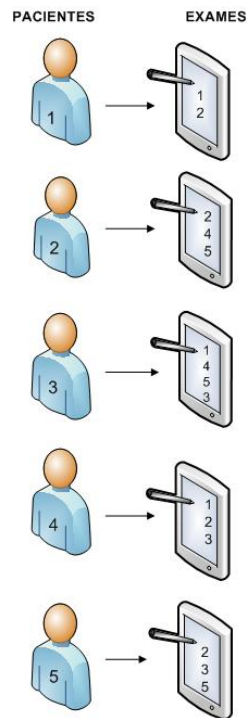


Figura 4.2: Exames a realizar por paciente

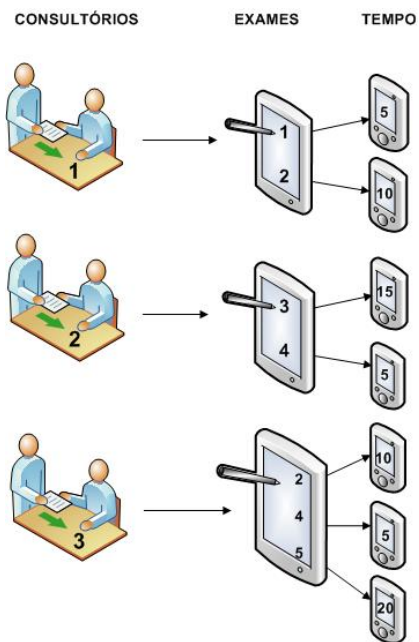


Figura 4.3: Exames e respectivo consultório e tempo de realização de cada exame

Cada um dos exames pode ser realizado em diferentes consultórios, havendo três consultórios distintos para o efeito, podendo o mesmo tipo de exame ser efectuado em mais de um consultório.

Na Figura 4.3 apresentada estão representados os consultórios em que cada exame pode ser efectuado, bem como o tempo de realização dos mesmos.

4.3 Resultados Numéricos

Todos os testes efectuados foram realizados tendo como valor inicial, x_0 , um valor aleatório.

Para cada uma das funções usadas recorreu-se ao uso da estrutura *options* disponível na *toolbox* do Matlab. Esta estrutura fornece os detalhes específicos da função para os respectivos valores das opções seleccionadas

Recorreu-se às funções *ga* e *fmincon* presentes na *toolbox* do Matlab, tendo as mesmas como base o método do algoritmo genético e o método de programação quadrática sequencial (SQP), respectivamente.

4.3.1 Opções função *ga*

Opção 0: diz respeito à função *ga*, sem recurso à estrutura *options*, isto é, foi usado o método dos algoritmos genéticos com as opções definidas por defeito;

Opções 1, 2 e 3: foi alterado o parâmetro relativo ao algoritmo usado para continuar a execução da função após o algoritmo *ga* terminar, *HybridFcn*, tendo sido neste caso escolhidos os algoritmos *fmincon* (opção 1), *fminsearch* (opção 2) e *fminunc* (opção 3);

Opção 4, 5, 6, 7 e 8: foi alterado o parâmetro usado pela função para criar os filhos resultantes do cruzamento seleccionado, *CrossoverFcn*, tendo neste caso sido escolhidos os cruzamentos *crossoverheuristic* (opção 4), *crossovergathered* (opção 5), *crossoversinglepoint* (opção 6), *crossovertwo-point* (opção 7) e *crossoverarithmetic* (opção 8);

Opção 9: foi alterado o parâmetro relativo ao tamanho da população, *PopulationSize*, cujo valor padrão é 20, para 300.

4.3.2 Opções da função *fmincon*

Opção 0: diz respeito à função *fmincon*, sem recurso à estrutura *options*, ou seja, foi usado o método de programação quadrática sequencial (SQP) com as opções definidas por defeito;

Opção 1: foi alterado o parâmetro relativo à tolerância de término da função, *TolFun*, cujo valor padrão é 10^{-6} para 10^{-8} ;

Opções 2, 3, 4 e 5: a função *fmincon* possibilita o uso de quatro algoritmos, tendo sido escolhidos o *active – set* (opção 2), *trust – region – reflective* (opção 3), *interior – point* (opção 4) e *sqp* (opção 5);

Opção 6: foi alterado parâmetro relativo ao número de avaliações da função, *MaxFunEvals*, que por defeito é (100* número de variáveis da função) para todos os algoritmos excepto para o *interior – point* cujo valor é 3000. Este valor foi alterado para 2000;

Opção 7: alterou-se o parâmetro relativo ao número de iterações permitidas da função, *MaxIter*, que por defeito é 400 para todos os algoritmos (excepto para o *interior – point* cujo

valor é 1000), para 600;

Opção 8: foi alterado o parâmetro que diz respeito à tolerância de incumprimento/violação das restrições, $TolCon$, cujo valor por defeito é 10^{-6} e foi alterado para 10^{-8} ;

Opção 9: alterou-se parâmetro relativo à tolerância de término de x_i^* , $TolX$, cujo valor padrão é 10^{-6} para todos os algoritmos excepto o do *interior – point* que é 10^{-10} e foi alterado para 10^{-8} ;

Opção 10: foi alterado o parâmetro que indica o valor de tolerância de término da violação das restrições a cada iteração do algoritmo SQP, $TolConSQP$, cujo valor padrão é 10^{-6} e foi alterado para 10^{-8} ;

Em todas as opções anteriormente referidas não foi obtida qualquer solução viável ao problema em estudo, sendo isso visível através do *exitflag*, que corresponde ao valor que identifica que o algoritmo terminou, neste caso -2 indica que não foi encontrado um ponto admissível.

4.3.3 Método *GA adaptado*

O algoritmo da função *GA adaptado* teve como base o método do algoritmo genético de forma a conseguir otimizar o caso em estudo, tendo sido introduzidos novos dados a este algoritmo:

- a matriz dos tempos, referente ao tempo total de realização dos exames em cada consultório;
- o número total de exames a realizar por paciente;
- o consultório onde cada um dos exames pode ser efectuado, podendo realizar-se o mesmo tipo de exame em consultórios distintos;

- alguns dos exames podem ser realizados somente num consultório.

| x^* | $f(x^*)$ |
|---------------------------------|----------|
| [1 1 1 3 3 1 2 3 2 1 1 2 3 2 3] | 60 |

Tabela 4.1: Resultados numéricos da função GA adaptado

Na Tabela 4.1 verifica-se a existência de uma solução viável ao problema em estudo, correspondendo esta ao mínimo global da função, evidenciando que o tempo mínimo de realização de todos os exames é de sessenta minutos.

A alocação dos pacientes nos respectivos consultórios é evidenciada na Figura 4.4 onde:

- **paciente 1:** realizará o Raio-X no primeiro consultório e a Mamografia no terceiro consultório, demorando vinte minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 2:** efectuará a Mamografia no primeiro consultório, a IRM no terceiro consultório e a TAC no terceiro consultório, demorando quarenta minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 3:** realizará o Raio-X no primeiro consultório, a IRM no segundo consultório, a TAC no terceiro consultório e a Densitometria óssea no segundo consultório, demorando cinquenta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 4:** efectuará o Raio-X no primeiro consultório, a Mamografia também, no primeiro consultório e a Densitometria óssea no segundo consultório, demorando trinta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 5:** realizará a Mamografia no primeiro consultório, a Densitometria óssea no segundo consultório e a TAC no terceiro consultório, demorando cerca de sessenta minutos a efectuar a totalidade dos exames.

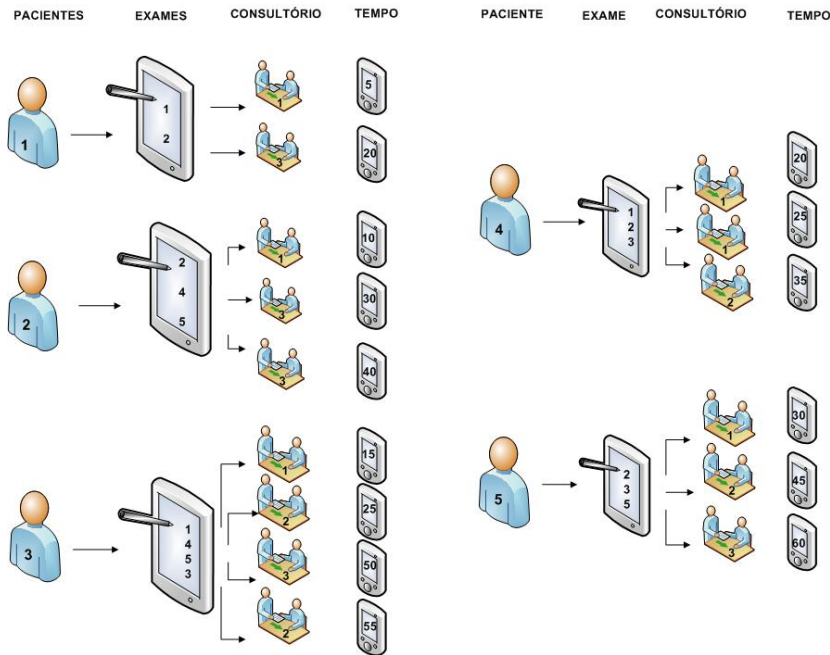


Figura 4.4: Solução obtida através da função *GAadaptado*

4.4 Discussão de resultados

Com os resultados obtidos conclui-se que o uso das funções presentes na *toolbox* do Matlab não é viável à resolução do problema, pois não se obtém qualquer solução admissível.

Quando comparada com a função *ga*, a função *fmincon* é um melhor método para otimizar o problema em estudo, apesar de apresentar sempre o mesmo valor de x^* e de $f(x^*)$, mesmo quando é alterado o valor do ponto inicial. Assim sendo, concluiu-se que para o caso em estudo a utilização da função *ga* para a determinação do mínimo não é viável.

A complexidade do problema em análise é um dos motivos pelos quais as funções usadas não permitem obter resultados exequíveis.

Por outro lado, os resultados revelados pela função *GA adaptado* são praticáveis à solucionar o problema em estudo.

Capítulo 5

Caso de estudo

5.1 Definição

O caso de estudo em análise implica a disposição de diversos pacientes em diferentes consultórios a fim de realizar vários exames, sendo que cada consultório realiza exames distintos. O objectivo é minimizar o tempo final após a conclusão do último exame a realizar por cada paciente. Os algoritmos usados em [13] foram adaptados a este caso de estudo, que teve como base dados reais obtidos na Clínica de Imagiologia Biosa e Gala.

5.2 Caracterização dos dados

No caso em estudo são considerados seis pacientes, podendo cada um deles efectuar no máximo quatro exames, existindo doze exames distintos a realizar, sendo que há apenas cinco consultórios onde estes estão distribuídos e onde podem ser efectuados. Alguns tipos de exame podem ser efectuados em consultórios distintos. Os exames são realizados de forma predefinida.

Computacionalmente a designação dos exames foi efectuada da seguinte forma, como é possível assegurar na Figura 5.1:

- **exame 1:** Raio-X do Tórax;

- **exame 2:** Electrocardiograma (ECG);
- **exame 3:** Ecografia Abdominal;
- **exame 4:** Provas Funcionais Respiratórias;
- **exame 5:** Densitometria Óssea;
- **exame 6:** Mamografia seguida de Ecografia Mamária;
- **exame 7:** Ecocardiograma (ECC);
- **exame 8:** Tomografia Axial Computorizada do Crânio;
- **exame 9:** Ecografia da Tiróide;
- **exame 10:** Ecografia Ginecológica por via endocavitária;
- **exame 11:** Ecografia Renal e Supra-renal;
- **exame 12:** Ecografia Vesical.

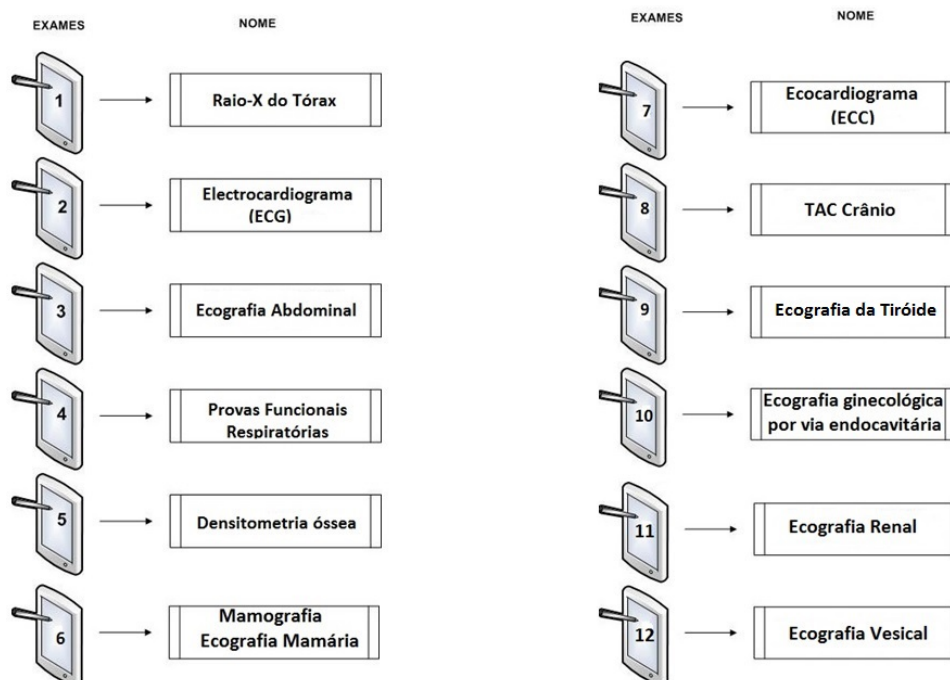


Figura 5.1: Exames passíveis de ser realizados

Cada paciente pode efectuar um máximo de quatro exames. A distribuição de exames por paciente encontra-se evidenciada na Figura 5.2 e é a seguinte:

- **paciente 1:** necessita realizar quatro exames: Raio-X do tórax, ECG, Ecografia abdominal e Provas funcionais respiratórias;
- **paciente 2:** necessita realizar três exames: Densitometria óssea, Mamografia seguida de Ecografia mamária e Raio-X do tórax;
- **paciente 3:** necessita realizar três exames: ECC, ECG e TAC do crânio;
- **paciente 4:** necessita realizar três exames: Mamografia seguida de Ecografia mamária, Ecografia da tiróide e Ecografia ginecológica por via endocavitária;
- **paciente 5:** necessita realizar dois exames: Raio-X do tórax e TAC do crânio;
- **paciente 6:** necessita realizar quatro exames: Ecografia renal e supra-renal, Ecografia vesical, ECG e Raio-X do tórax;

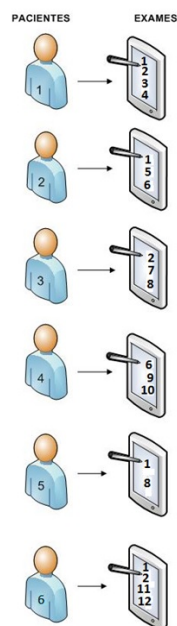


Figura 5.2: Exames a realizar por paciente

Cada um dos exames pode ser realizado em diferentes consultórios, havendo cinco consultórios distintos para o efeito, podendo o mesmo tipo de exame ser efectuado em mais de um consultório.

Na Figura 5.3 apresentada estão representados os consultórios em que cada exame pode ser efectuado, bem como o tempo de realização dos mesmos.

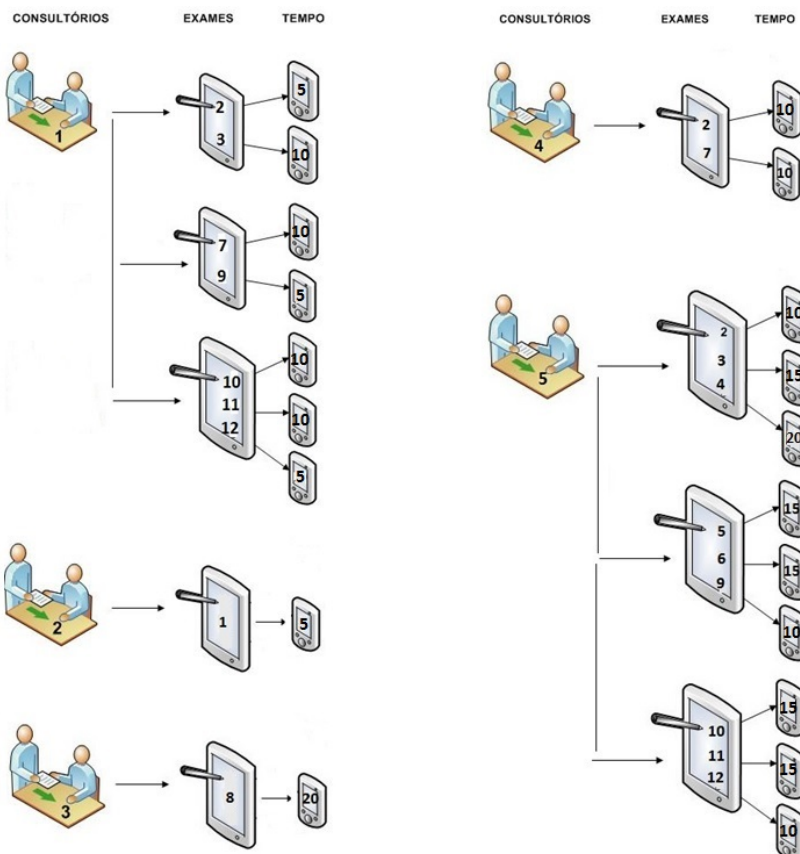


Figura 5.3: Exames e respectivo consultório e tempo de realização de cada exame

- **Raio-X do tórax** pode ser efectuado no segundo consultório sendo o seu tempo de realização de cinco minutos;
- **Electrocardiograma (ECG)** pode fazer-se no primeiro consultório demorando cinco minutos a ser realizado, sendo também efectuado nos quarto e quinto consultórios sendo dez minutos o seu tempo de realização em ambos;
- **Densitometria óssea** pode realizar-se no quarto consultório, demorando quinze

- minutos;
- **Ecografia abdominal** pode efectuar-se no primeiro e quinto consultórios, demorando dez e quinze minutos a ser realizada, respectivamente;
 - **TAC do crânio** pode ser efectuada no terceiro consultório, sendo o seu tempo de realização de vinte minutos;
 - **Prova funcional respiratória** pode ser efectuada no quarto consultório, sendo o seu tempo de realização de vinte minutos;
 - **Mamografia seguida de Ecografia mamária** pode ser efectuada no quarto consultório, sendo o seu tempo de realização de quinze minutos;
 - **Ecocardiograma** pode ser efectuada primeiro e quarto consultórios, sendo o seu tempo de realização, em ambos, de dez minutos;
 - **Ecografia da tiróide** pode ser efectuada no primeiro e quinto consultórios, sendo o seu tempo de realização de cinco e dez minutos, respectivamente;
 - **Ecografia ginecológica por via endocavitária** pode ser efectuada no primeiro e quinto consultórios, demorando dez e quinze minutos a ser efectuada, respectivamente;
 - **Ecografia renal e supra-renal** pode ser efectuada no primeiro e quinto consultórios, sendo o seu tempo de dez e quinze minutos, respectivamente;
 - **Ecografia vesical** pode ser efectuada no primeiro e quinto consultórios, sendo o seu tempo de cinco e dez minutos, respectivamente.

5.3 Modelação

O problema de optimização em estudo é definido por:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x) \quad (5.1)$$

onde $f(x)$ é definido por:

$$f(x) = \max(t_{ij}), i = 1 \dots n, j = 1 \dots m \quad (5.2)$$

onde,

- n corresponde ao número máximo de exames a realizar por paciente;
- m representa o número de pacientes;
- t_{ij} representa o tempo final do exame i do paciente j ;
- x_{ij} representa o consultório onde se realiza o exame i do paciente j ;
- x corresponde a um vector de dimensão 19, que diz respeito aos consultórios onde os pacientes são alocados a fim de efectuar cada um dos exames solicitados.

Os valores $x(1)$, $x(2)$, $x(3)$ e $x(4)$ correspondem aos consultórios onde o paciente 1 irá realizar os exames 1, 2, 3 e 4, respectivamente; $x(5)$, $x(6)$, $x(7)$ dizem respeito ao paciente 2; $x(8)$, $x(9)$ e $x(10)$ correspondem aos consultórios onde o paciente 3 irá efectuar os exames pretendidos; $x(11)$, $x(12)$ e $x(13)$ dizem respeito ao paciente 4; $x(14)$ e $x(15)$ são relativos aos consultórios onde o paciente 5 irá realizar os exames e, por fim, $x(16)$, $x(17)$, $x(18)$ e $x(19)$ remetem ao paciente 6.

5.4 Caso 1

Neste caso, t_{ij} é calculado considerando o tempo do exame que demora mais tempo a ser efectuado em determinado consultório. Por exemplo, no quarto consultório é possível realizar exames distintos tendo estes tempos de realização diferentes, neste caso cinco e dez minutos. Tendo em conta que é apenas contabilizado o tempo máximo por consultório, nesta situação, são desprezados os cinco minutos relativos a alguns dos exames passíveis de ser efectuados no quarto consultório, sendo definido dez minutos como tempo de realização de todos os exames neste mesmo consultório.

5.4.1 Resultados Numéricos

Todos os testes efectuados foram realizados tendo como valor inicial, x_0 , um valor aleatório.

Para cada uma das funções usadas recorreu-se ao uso da estrutura *options* disponível na *toolbox* do Matlab. Esta estrutura fornece os detalhes específicos da função para os respectivos valores das opções seleccionadas.

5.4.1.1 Resultados numéricos da função *ga*

Os resultados numéricos apresentados em seguida dizem respeito à aplicação da função *ga*, presente na *toolbox* do Matlab, ao problema de optimização em estudo. Esta função tem como base o método do algoritmo genético.

As opções usadas foram as mesmas que em [13], tendo estas sido enunciadas no Capítulo 4.

Nas Tabelas 5.1, 5.2, 5.3, 5.4 e 5.5 que se seguem são apresentados os resultados relativos às opções 0, 1, 4, 5 e 9, respectivamente.

Opção 0

Tabela 5.1: Resultados numéricos da função *ga* sem opções

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 2 1 1 1 1 1 1 4 3 1 3 1 1 1 1 1 1 1] | 400015 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1] | 200015 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 2 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 400000 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 1 4 2 1 2] | 300000 | -2 | 1 | 1081 |

Opção 9

Tabela 5.5: Resultados numéricos da função ga com opção 9

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1] | 300000 | -2 | 1 | 15921 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 200005 | -2 | 1 | 15921 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 3 1 3 1 1 1 1 1] | 300010 | -2 | 1 | 15921 |
| [1 1 1 1 1 1 2 1 1 3 1 1 1 1 1 1 1 1 2] | 300000 | -2 | 1 | 15921 |

Foram ainda testadas as opções 2, 3, 6, 7 e 8, podendo estes resultados ser consultados no Apêndice A.

Nenhuma das opções apresenta uma solução satisfatória à resolução do problema, pois o valor do *exitflag*, que corresponde ao valor que identifica que o algoritmo terminou, é sempre -2, indicando que não foi encontrado nenhum ponto admissível.

5.4.2 Resultados numéricos da função $fmincon$

Nas Tabelas 5.6, 5.7, 5.8, 5.9 que se seguem são apresentados os resultados relativos às opções 0, 1, 2 e 6, respectivamente.

Opção 0

Tabela 5.6: Resultados numéricos da função $fmincon$ sem opções

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

presentado por um número inteiro diferente, de um até cinco. Encontra-se também definido o tempo de realização de cada exame, no respectivo consultório. Para alocar os consultórios ao exame do paciente tem-se em consideração todos os consultórios possíveis onde se pode realizar o exame, sem sobreposições.

Tabela 5.10: Resultados numéricos da função *GA adaptado* - Caso 1

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 1 2 3 2 4 1 1] | 85 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 1 2 3 2 1 1 1] | 95 |
| [2 4 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 1 1 5] | 105 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 4 3 5 5 1 2 3 2 4 1 1] | 115 |
| [2 1 1 5 2 5 5 5 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 125 |
| [2 4 1 5 2 5 5 1 4 3 5 1 5 2 3 2 4 5 1] | 135 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 4 3 5 5 5 2 3 2 1 1 5] | 145 |

Na Tabela 5.10 verifica-se a existência de uma solução viável ao problema em estudo, correspondendo esta ao mínimo global da função, evidenciando que o tempo mínimo de realização de todos os exames é de oitenta e cinco minutos.

Outras opções viáveis à resolução do problema são também apresentadas no Apêndice A.

Uma das alocações possíveis dos pacientes nos respectivos consultórios, correspondente aos resultados apresentados na Tabela 5.10 é evidenciada na Figura 5.4 a seguir apresentada.

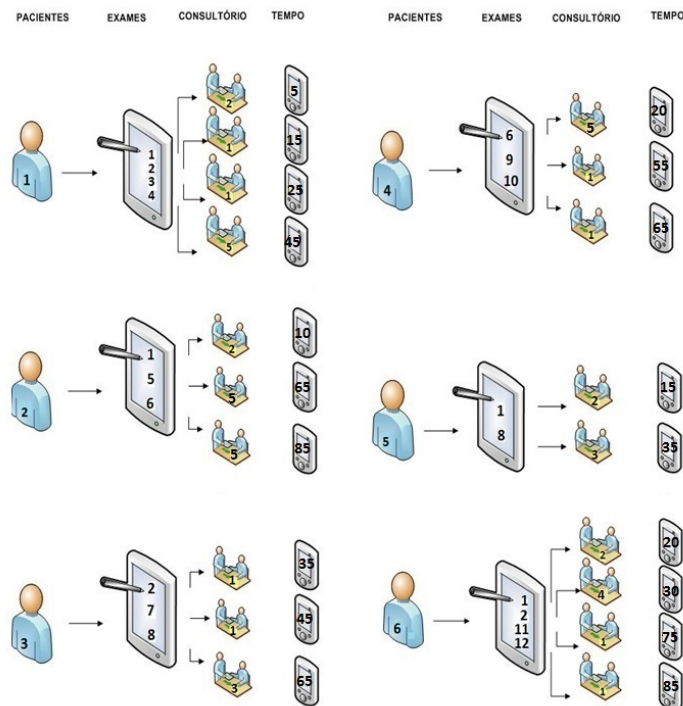


Figura 5.4: Solução obtida através do Caso 1 da função *GAadaptado*

Na Figura 5.4 verifica-se que:

- **paciente 1:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório, o Electrocardiograma e a Ecografia abdominal no primeiro consultório e a Prova Funcional Respiratória no quinto consultório, demorando quarenta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 2:** efectuará o Raio-X do tórax no segundo consultório, a Densitometria óssea e a Mamografia seguida de Ecografia mamária no quinto consultório, demorando oitenta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 3:** realizará o Electrocardiograma no primeiro consultório, o Ecocardiograma no primeiro consultório e a TAC do crânio no terceiro consultório, demorando sessenta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 4:** efectuará a Mamografia seguida de Ecografia mamária no quinto con-

- sultório, as Ecografias da tiróide e ginecológica por via endocavitária no primeiro consultório, demorando sessenta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 5:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório e TAC do crânio no terceiro consultório, demorando cerca de trinta e cinco minutos a efectuar a totalidade dos exames;
 - **paciente 6:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório, o Electrocardiograma no quarto consultório e as Ecografias renal e vesical no primeiro consultório, demorando cerca de oitenta e cinco minutos a efectuar a totalidade dos exames.

5.5 Caso 2

Neste caso, t_{ij} é calculado tendo em conta que o tempo de realização de cada exame é distinto.

Não foram efectuados testes utilizando as funções ga e $fmincon$ presentes na *toolbox* do Matlab, pois, como já foi concluído anteriormente, os resultados apresentados pelas mesmas não revelam soluções satisfatórias à resolução dos problemas em estudo, dada a complexidade dos mesmos.

5.5.1 Resultados do método GA *adaptado*

Tabela 5.11: Resultados numéricos da função *GA adaptado* - Caso 2

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 1 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 1] | 70 |
| [2 4 5 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 4 1 1] | 80 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 5 2 3 2 4 1 1] | 85 |
| [2 4 5 5 2 5 5 4 4 3 5 1 1 2 3 2 1 1 5] | 90 |
| [2 4 5 5 2 5 5 1 1 3 5 1 5 2 3 2 4 1 1] | 95 |

Na Tabela 5.11 verifica-se a existência de várias soluções viáveis à resolução do problema em estudo, sendo o mínimo global da função, que evidencia o tempo mínimo de realização de todos os exames é de setenta minutos. Outras soluções viáveis à resolução do problema em análise estão ainda presentes no Apêndice A.

Uma das alocações possíveis dos pacientes nos respectivos consultórios, correspondente aos resultados apresentados na Tabela 5.11 é evidenciada na Figura 5.5 onde se verifica que:

- **paciente 1:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório, o Electrocardiograma e a Ecografia abdominal no primeiro consultório e a Prova Funcional Respiratória no quinto consultório, demorando quarenta minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 2:** efectuará o Raio-X do tórax no segundo consultório, a Densitometria óssea e a Mamografia seguida de Ecografia mamária no quinto consultório, demorando setenta minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 3:** realizará o Electrocardiograma no primeiro consultório, o Ecocardiograma no quarto consultório e a TAC do crânio no terceiro consultório, demorando trinta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 4:** efectuará a Mamografia seguida de Ecografia mamária no quinto consultório, as Ecografias da tiróide e ginecológica por via endocavitária no primeiro consultório, demorando trinta e cinco minutos a realizar a totalidade dos exames;
- **paciente 5:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório e TAC do crânio no terceiro consultório, demorando cerca de cinquenta e cinco minutos a efectuar a totalidade dos exames;
- **paciente 6:** realizará o Raio-X do tórax no segundo consultório, o Electrocardiograma no quarto consultório e as Ecografias renal e vesical no primeiro consultório,

demorando cerca de cinquenta minutos a efectuar a totalidade dos exames.

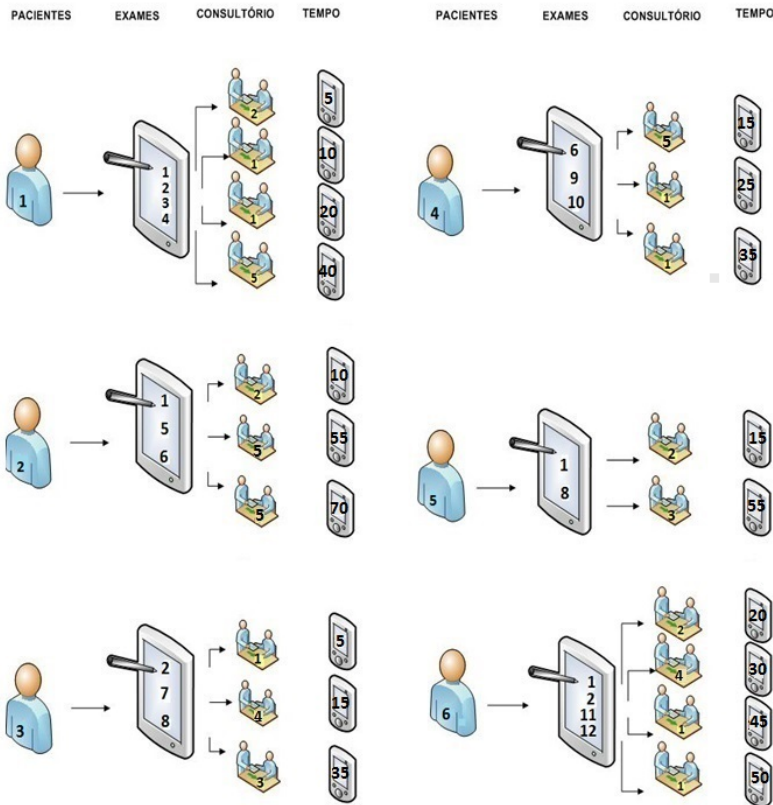


Figura 5.5: Solução obtida através do Caso 2 da função $GAadaptado$

5.6 Discussão de resultados

Com os resultados obtidos conclui-se que o uso das funções presentes na *toolbox* do Matlab não é viável à resolução do problema tendo em conta que não se obtém qualquer solução exequível ao caso em estudo, sendo isso comprovado através do *exitflag*.

Estabelecendo uma comparação entre os dois métodos utilizados, observa-se que o uso da função $fmincon$, $f(x^*)$ apresenta um valor inferior quando comparado com os resultados da função ga para o mesmo ponto, concluindo-se, assim, que o uso da função $fmincon$ é um melhor método para otimizar o problema em estudo, apesar de

apresentar sempre o mesmo valor de x^* e de $f(x^*)$, mesmo quando é alterado o valor do ponto inicial. Por conseguinte, concluiu-se que para o caso em estudo a utilização da função ga para a determinação do mínimo não é exequível.

A complexidade do problema em análise é um dos motivos pelos quais as funções usadas não permitem a obtenção de resultados viáveis à resolução do mesmo.

Em oposição, os resultados apresentados pela função *GA adaptado* solucionam o problema, pois o algoritmo desta teve como base de criação os algoritmos genéticos tendo sido implementado um algoritmo apto a otimizar o caso em estudo.

Em contrapartida, o tempo de realização dos exames apresentado nos resultados do Caso 1 da função *GA adaptado* não corresponde à realidade, pois neste caso foi apenas contabilizado o tempo máximo de execução dos exames por consultório.

Os resultados apresentados no Caso 2 da função *GA adaptado* apresentam solução satisfatória à resolução do problema em estudo, pois este tem em conta o tempo de execução de todos os exames passíveis de ser efectuados, ou seja, que o tempo de cada um dos exames é distinto.

Capítulo 6

Conclusões e Trabalho Futuro

6.1 Conclusões

Neste trabalho foi estudado um problema de escalonamento de exames numa clínica de Imagiologia, tendo sido criado um novo programa de marcação de exames a fim de tentar minimizar o tempo de espera na realização de exames médicos. Apesar do novo sistema de marcações não ter sido sujeito a uma fase de teste, prevê-se que este irá surtir efeitos positivos aquando da sua implementação, dada a quantidade de opções existentes tanto no momento da marcação como no dia de realização do exame e dada também a existência de um registo da situação actual do doente, que permite saber para onde este deve ser encaminhado de forma a ser atendido o mais rápido possível, havendo assim uma diminuição do tempo de espera. É importante verificar que otimizar este tipo de sistemas será sempre complexo tendo em conta a quantidade de variáveis existentes, pois algumas não são passíveis de ser previstas, tais como os atrasos devido ao trânsito. Foi ainda elaborado um caso de estudo, tendo sido usadas as funções da *toolbox* do Matlab *fmincon* e *ga*, tendo-se constatado que não apresentavam resultados satisfatórios para o problema em análise. Foi, então, usado um algoritmo já existente, *GAadaptado*, que determina o mínimo global de uma função, ao fim de vários estudos sobre a optimização e de vários testes efectuados a funções das quais se tinha conhecimento da solução. A estrutura deste algoritmo tem como base o método dos algoritmos genéticos. Este algoritmo foi adaptado ao caso de estudo conseguindo

obter-se o resultado pretendido, ou seja, o escalonamento dos exames médicos, encontrando um óptimo global, setenta, que neste caso identifica o tempo total mínimo de realização de todos os exames necessários a efectuar, ou seja, setenta minutos. Como conclusão final, constata-se que os métodos de optimização implementados no Matlab nem sempre são robustos para resolver problemas reais, em particular para resolver problemas de escalonamento.

6.2 Trabalho Futuro

Como trabalho futuro poderia proceder-se à implementação do novo programa, estabelecendo depois uma comparação com o sistema actual, a fim de perceber se este é realmente uma mais valia na marcação de exames, verificando se existe diminuição do tempo de espera.

Poder-se-ia também adaptar o novo sistema de marcações a outras instituições, por exemplo hospitais, onde existe um maior número de pacientes, exames e consultórios, tornando o problema ainda mais complexo, bem como usar outras modelações para resolução do problema em estudo.

Bibliografia

- [1] F. Cajori, *A history of mathematics*, Macmillan Co., 1919.
- [2] R. Chelouah and P. Siarry, *A continuous genetic algorithm designed for the global optimization of multimodal functions*, *Journal of Heuristics* **6** (2000), 191–213.
- [3] A. Curralo, A.I. Pereira, J. Barbosa, and P. Leitão, *Sensibility study in a flexible job shop scheduling problem*, *ICNAAM* (2013), 1–4.
- [4] C.A. Floudas, *Deterministic global optimization: Theory, methods and application*, Kluwer Academic, 2000.
- [5] E.M.T. Hendrix and B.G. Tóth, *Introduction to nonlinear and global optimization*, Budapest University of Technology and Economics, 2009.
- [6] MathWorks, *Optimization toolbox user's guide*, COPYRIGHT, 1990-2009.
- [7] S.G. Nash and A. Sofer, *Linear and nonlinear programming*, Industrial Engineering Series, McGraw-Hill International Editions, 1996.
- [8] J. Nocedal and S. Wright, *Numerical optimizations*, Springer Series in Operations Research, Springer, 1999.
- [9] M.A.C. Pacheco, *Algoritmos genéticos: princípios e aplicações*, Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Católica do Rio de Janeiro (1999), 1–2.

- [10] P.M. Pardalos and H.E. Romeijn, *Handbook of global optimization*, Kluwer Academic Publishers, 1995.
- [11] A.I. Pereira, *Guia de estudo da unidade curricular de matemática aplicada*, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, 2013/2014.
- [12] R. Salomon, *Re-evaluating genetic algorithm performance under coordinate rotation of benchmark functions. a survey of some theoretical and practical aspects of genetic algorithms*, *BioSystems* **39** (1996), 263–278.
- [13] S.G. Santos, *Exploração de escalonamentos ótimos na gestão de exames médicos*, Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, 2014.
- [14] L.V. Tavares and F.N. Correia, *Optimização linear e não linear- conceitos, métodos e algoritmos*, Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- [15] G.E. Vieira, M.M. Soares, and O.G. Junior, *Otimização do planeamento mestre da produção através de algoritmos genéticos*, XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção (2002), 1–8.

Apêndice A

Resultados adicionais das funções

Resultados numéricos da função ga do Caso 1

Nas Tabelas A.1, A.2, A.3, A.4, A.5 podem ser consultados os resultados relativos às opções 2, 3, 6, 7 e 8, respectivamente.

Opção 2

Tabela A.1: Resultados numéricos da função ga com opção 2

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 2 1 1 1 1 1 1 4 3 1 3 1 1 1 1 1 1 1] | 400015 | -2 | 1 | 1101 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1] | 200015 | -2 | 1 | 1101 |
| [1 1 2 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 400000 | -2 | 1 | 1101 |

Opção 3

Tabela A.2: Resultados numéricos da função ga com opção 3

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 400005 | -2 | 1 | 1101 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 2 2 2 1] | 100000 | -2 | 1 | 1101 |
| [1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1] | 300013 | -2 | 1 | 1101 |

Opção 6

Tabela A.3: Resultados numéricos da função *ga* com opção 6

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 3 1 2 1 1 1 2 1 2 2 1] | 600010 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 200013 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1] | 200000 | -2 | 1 | 1081 |

Opção 7

Tabela A.4: Resultados numéricos da função *ga* com opção 7

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1] | 200015 | -2 | 1 | 1081 |
| [2 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 200008 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 1 2 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 2 1] | 500010 | -2 | 1 | 1081 |

Opção 8

Tabela A.5: Resultados numéricos da função *ga* com opção 8

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 300005 | -2 | 1 | 1081 |
| [2 2 1 1 1 1 1 3 2 1 1 1 1 2 2 1 1 1 1] | 400015 | -2 | 1 | 1081 |
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 200000 | -2 | 1 | 1081 |

Resultados numéricos da função *fmincon* do Caso 1

Nas Tabelas A.6, A.7, A.8, A.10, A.11 e A.12 podem ser consultados os resultados relativos às opções 3, 4, 5, 8, 9 e 10, respectivamente.

Opção 3

Tabela A.6: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 3

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

Opção 4

Tabela A.7: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 4

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [2 2 2 2 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 8 | 180 |

Opção 5

Tabela A.8: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 5

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 21 |

Opção 7

Tabela A.9: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 7

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

Opção 8

Tabela A.10: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 8

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

Opção 9

Tabela A.11: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 9

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

Opção 10

Tabela A.12: Resultados numéricos da função $fmincon$ com opção 10

| x^* | $f(x^*)$ | exitflag | nº de iterações | nº de avaliações |
|---|----------|----------|-----------------|------------------|
| [1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1] | 100000 | -2 | 1 | 20 |

Resultados numéricos da função GA adaptado do Caso 1

Tabela A.13: Resultados numéricos do Caso 1 da função GA adaptado

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 1 1 1] | 85 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 1] | 85 |

Tabela A.14: Resultados numéricos do Caso 1 da função GA adaptado

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 4 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 5 2 3 2 1 1 1] | 105 |
| [2 4 1 5 2 5 5 4 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 105 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 1 5 2 3 2 1 1 1] | 105 |

Tabela A.15: Resultados numéricos do Caso 1 da função GA adaptado

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 5 1 2 3 2 1 1 1] | 115 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 5 1 2 3 2 1 1 1] | 115 |

Tabela A.16: Resultados numéricos do Caso 1 da função *GA adaptado*

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 5 1 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 125 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 5 2 3 2 4 1 5] | 125 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 5 5 2 3 2 4 1 1] | 125 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 1 5 5] | 125 |

Tabela A.17: Resultados numéricos do Caso 1 da função *GA adaptado*

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 5 1 3 5 1 5 2 3 2 1 1 1] | 135 |
| [2 4 1 5 2 5 5 5 1 3 5 5 1 2 3 2 4 1 1] | 135 |
| [2 1 1 5 2 5 5 5 4 3 5 1 5 2 3 2 1 1 1] | 135 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 5 2 3 2 1 5 1] | 135 |

Resultados numéricos da função *GA adaptado* do Caso 2

Tabela A.18: Resultados numéricos do Caso 2 da função *GA adaptado*

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 1 2 3 2 1 1 1] | 70 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 1 2 3 2 4 2 2] | 70 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 1 1 1] | 70 |
| [2 4 5 5 2 5 5 1 4 3 5 1 1 2 3 2 1 1 1] | 80 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 80 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 80 |
| [2 1 1 5 2 5 5 1 1 3 5 1 5 2 3 2 4 1 1] | 85 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 1 5 2 3 2 4 1 1] | 85 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 1 5 2 3 2 1 1 1] | 85 |

Tabela A.19: Resultados numéricos do Caso 2 da função *GA adaptado*

| x^* | $f(x^*)$ |
|---|----------|
| [2 1 1 5 2 5 5 4 4 3 5 5 1 2 3 2 1 1 5] | 90 |
| [2 4 5 5 2 5 5 4 4 3 5 1 1 2 3 2 4 1 5] | 90 |
| [2 1 1 5 2 5 5 4 1 3 5 5 1 2 3 2 4 1 5] | 90 |
| [2 1 1 5 2 5 5 5 4 3 5 1 5 2 3 2 1 1 5] | 95 |
| [2 4 1 5 2 5 5 4 1 3 5 5 1 2 3 2 1 1 5] | 95 |
| [2 4 1 5 2 5 5 1 4 3 5 1 1 2 3 2 4 5 1] | 95 |

