

A utilização de software educativo na aprendizagem da Geometria por alunos do 3º Ciclo do Ensino Básico

Cristina Maria Pinto de Freitas Cadavez

Dissertação de Mestrado apresentada à Escola Superior de Educação de Bragança para a obtenção do Grau de Mestre em TIC na Educação e Formação

Orientada por
Professor Doutor Carlos Manuel Mesquita Morais

**Bragança
Julho, 2013**

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus filhos:

Diogo e Afonso

Agradecimentos

Ao terminar este trabalho queremos apresentar os meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas e instituições que tornaram possível a sua concretização:

- ao Professor Doutor Carlos Morais, pelo apoio incondicional, pela sua permanente disponibilidade e competência com que nos orientou;
- ao Agrupamento Vertical de Escolas de Macedo de Cavaleiros e particularmente ao seu presidente Dr. Paulo Dias pelo apoio incondicional à realização deste trabalho;
- aos meus filhos e ao meu marido por todo o seu apoio durante a realização deste trabalho.

Resumo

Este estudo teve como objetivo geral estudar a influência da utilização de um programa de geometria dinâmica, o Geogebra, na aprendizagem de conceitos geométricos, pelos alunos do 3.º ciclo do ensino básico. Como objetivo específico foi definido a avaliação da integração dos ambientes de geometria dinâmica como estratégia de ensino-aprendizagem da geometria. O trabalho experimental decorreu em Janeiro e Fevereiro de 2012, numa escola do distrito de Bragança. A população constituída por 170 alunos, que frequentavam o 8.º ano de escolaridade, distribuídos por oito turmas, e a amostra foi constituída por duas turmas lecionadas pela investigadora, desde no início do ano letivo. Uma turma foi selecionada, de forma aleatória, como grupo controlo (GC) e a outra como grupo experimental (GE). Como variável independente foi definida a estratégia de ensino caracterizada pela utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”, no grupo experimental, em alternativa à utilização apenas da régua e do compasso no grupo controlo. As variáveis dependentes estudadas associadas às isometrias foram as seguintes: Comunicação matemática (CM), com valores no conjunto de questões que envolvem a explicação das propriedades de isometrias; Raciocínio matemático (RM), com valores no conjunto de questões que envolvem a utilização das propriedades de isometrias; Desempenho escolar com valores na totalidade das questões no teste de isometrias, com valores que variam de zero a cem Classificação Total (CT) obtida no teste. O GC apresentou melhor ($p < 0,05$) desempenho na componente de RM (média 41,5% *versus* média 35,5%) e na CT do teste de isometrias. Não se observaram diferenças com nível de significância inferior a 0,05, entre o GC e o GE, na componente de CM. De uma forma geral, os alunos sentiram-se motivados para aprender com a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”. A maioria dos alunos (96%) considerou que a utilização do software “Geogebra” lhes facilitou a realização das tarefas propostas.

Palavras-chave: Aprendizagem, Ensino, Geometria, Geogebra

Abstract

The objective of this study was to investigate the effect of using the Geogebra software on the learning of geometric concepts, by students of the 3rd cycle of the basic education. As specific objective was defined the evaluation of the integration of dynamic geometry environments as a strategy for teaching-learning of geometry. The experimental work took place during January and February of 2012, in a school located in the Bragança district. The population was composed by 170 students, attending the 8th year of the secondary school, spread over eight classes, and the sample consisted of two classes taught by the researcher, from the beginning of the school year. One of the classes was randomly selected as control group (CG) and the other as experimental group (EG). Independent variable was defined as the teaching strategy, characterized by the use of dynamic geometry software "GeoGebra", in the experimental group, as an alternative to the use of ruler and compass in the control group. The dependent variables were associated with isometries as follows: Mathematical Communication (CM), referring to the set of issues involving the explanation of the isometries properties; Mathematical Reasoning (MR), for a set of issues that involves the use of the isometries; Learning Performance (CT), involving all the questions of the test concerning isometries. The CG showed better ($p < 0.05$) performance in the RM component (mean 41.5% *versus* mean 35.5%) and TC in the test of isometries. There were no differences ($p > 0.05$) between the CG and EG, concerning the CM component. In general, students felt motivating to learn geometry using the dynamic geometry software "GeoGebra". Most of the students (96%) considered that the use of "GeoGebra" software was able to increase the performance of the proposed tasks.

Keywords: Learning, Teaching, Geometry, Geogebra

Abreviaturas

GC – Grupo de controlo

GE – Grupo experimental

GD. – Geometria dinâmica

ME. – Ministério da Educação

CM – Comunicação matemática

RM – Raciocínio matemático

CT – Desempenho Global no teste de isometrias

TIC. – Tecnologias de informação e comunicação

Índice

Dedicatória.....	i
Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract.....	iv
Abreviaturas.....	v
Índice de Figuras	ix
Índice de Tabelas	x
Introdução.....	11
Capítulo 1: Contextualização do estudo	13
1.1 Apresentação do problema.....	13
1.3 Hipóteses de Investigação.....	17
1.4 Limitações do estudo	19
Capítulo 2: A utilização de software educativo no estudo da geometria.....	21
2.1 Introdução	21
2.2 Os softwares educativos e a construção do conhecimento	22
2.3 Tipos de Softwares Educacionais	24
2.4 Classificação dos softwares quanto ao tipo de aprendizagem	25
2.5 O software “Geogebra”	27
2.6 O Ensino da Geometria.....	29
2.7 Ambientes de geometria dinâmica no processo de ensino-aprendizagem da geometria	30
2.8 A Geometria no Programa de Matemática do Ensino Básico.....	35
2.9 Tarefas e recursos	37
2.10 Objetivos específicos dos conteúdos das isometrias.....	37
Na Figura 5 apresentam-se os principais tópicos associados às isometrias e os objetivos específicos a atingir em cada tópico.....	37
2.11 Conjetura e prova com geometria dinâmica	38
2.12 A Comunicação matemática e a geometria dinâmica	39
2.13 A resolução de problemas e a geometria dinâmica.....	40
2.14 Raciocínio matemático e a geometria dinâmica	41

Capítulo 3: Metodologia.....	43
3.1 Caracterização do estudo	43
3.2 População.....	43
3.3 Caracterização da amostra	44
Capítulo 4: Desenvolvimento da parte experimental	47
4.1 Variáveis	49
4.2 Material de apoio ao processo de ensino-aprendizagem	50
4.3 Instrumentos de recolha de dados relativo ao desempenho dos alunos	50
4.4 Descrição e análise da prova escrita	51
4.4 Recolha de dados de desempenho dos alunos	52
4.5 Tratamento estatístico dos dados de desempenho dos alunos	52
4.6 Perceções dos alunos do Grupo Experimental.....	52
4.7 Instrumentos de recolha de dados relativo às perceções dos alunos do grupo experimental.....	53
4.8 Recolha das opiniões dos alunos	54
Capítulo 5: Apresentação, análise e discussão dos resultados.....	55
5.1 Resultados de desempenho do teste escrito	55
5.2 Resultados das perceções dos alunos sobre a utilização do Geogebra no desenvolvimento de competências.....	58
5.3 Perceções sobre a utilização do software “Geogebra” no contexto de sala de aula	64
Capítulo 6: Conclusões	69
6.3 Perceções sobre a utilização do software “Geogebra” no contexto de sala de aula	70
Referências bibliográficas	73
Anexos.....	77
Anexo I: Questionário apresentado aos alunos do 8º ano.....	78
Anexo II: Teste de isometrias resolvido pelos alunos do 8º ano	81
Anexo III: Ficha de trabalho sobre propriedades das rotações	87
Anexo IV: Ficha de trabalho para resolução de exercícios.....	91
Anexo V: Ficha de trabalho sobre isometrias	94
Anexo VI: Ficha de trabalho sobre as propriedades das isometrias	96

Índice de Figuras

Figura 1: Interface gráfica do software de geometria dinâmica: “Geogebra”	28
Figura 2: Níveis de compreensão e características do modelo de Van Hiele (1986)	32
Figura 3: Propósitos principais para o ensino da Geometria no 1º, 2º e 3º Ciclos (Ponte et al., s/d)	35
Figura 4: Objetivos gerais de aprendizagem para a geometria nos três ciclos do ensino básico (Ponte et al., s/d)	36
Figura 5: Tópicos e objetivos específicos do tema: Isometrias (Ponte et al., s/d).....	38
Figura 6: Calendarização da parte experimental	48
Figura 7: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho obtidos na componente de comunicação matemática (CM) no teste de Isometrias.....	56
Figura 8: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho obtidos na componente de raciocínio matemático (RM) no teste de Isometrias.....	57
Figura 9: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho globais obtidos no teste de Isometrias.....	57
Figura 10: Motivação para a aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)	58
Figura 11: Desempenho escolar com a utilização do “Geogebra” (n=18)	59
Figura 12: Interesse pela disciplina com a utilização do “Geogebra” (n=18).....	60
Figura 13: Envolvimento nas tarefas propostas com a utilização do “Geogebra” (n=18)	60
Figura 14: Desinibição perante a aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)	61
Figura 15: Autonomia na aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)	62
Figura 16: Confiança nas suas capacidades com a utilização do “Geogebra” (n=18)	62
Figura 17: Gosto por colocar questões com a utilização do “Geogebra” (n=18).....	63
Figura 18: Facilidade na interpretação dos conceitos com a utilização do “Geogebra”	63
Figura 19: Esforço para realizar melhor os trabalhos propostos na aula com a utilização do “Geogebra” (n=18).....	64

Índice de Tabelas

Tabela 1: Distribuição das idades dos alunos dos Grupos Experimental e Controlo	44
Tabela 2: Disciplinas às quais os alunos dos Grupo Experimental e Controlo apresentaram mais dificuldades	45
Tabela 3: Disciplinas às quais os alunos do grupo experimental tinham apoios educativos à disciplina de matemática, Língua Portuguesa e Inglês	45
Tabela 4: Disciplinas às quais os alunos do grupo experimental tiveram níveis inferiores a três no final do 7º ano	45
Tabela 5: Distribuição das questões por tópicos e objetivos na prova escrita.....	51
Tabela 6: Média e desvio padrão (dp) das classificações obtidas pelo GC e GE no teste de desempenho de Isometrias (RM: raciocínio matemático, CM: comunicação matemática, CT: classificação total) e a classificação obtida no primeiro período	55
Tabela 7: Resultados das respostas (%) dos alunos à questão: 3 - Refere as dificuldades que sentiste na utilização do programa “Geogebra”	65
Tabela 8: Resultados das repostas (%) dos alunos à questão 4 - “Refere as vantagens da utilização do programa Geogebra no ensino e aprendizagem da Geometria”	65
Tabela 9: Resultados das repostas (%) dos alunos à questão 5 - Salienta as principais características das aulas de Matemática em que utilizaste o programa Geogebra	66
Tabela 10: Resultados das repostas (%) dos alunos à questão 6 - A utilização do software Geogebra facilitou-lhe a realização das tarefas desenvolvidas na sala de aula?	66

Introdução

A problemática da aprendizagem de conceitos geométricos, pelos alunos do 3.º ciclo do ensino básico, a grande valorização destes conceitos no exame nacional de final do 3.º ciclo e, ainda, a integração dos ambientes de geometria dinâmica, no ensino da geometria, como estratégia de ensino-aprendizagem foram os aspetos motivadores para a realização deste trabalho.

De acordo com o documento de Reflexão dos Docentes do 3.º ciclo sobre os Resultados do Exame de Matemática de 2005 (GAVE, 2006), os alunos revelam dificuldades na aplicação dos conhecimentos de geometria às situações concretas, tais como: visualização espacial, desenho e construções geométricas. No relatório dos testes intermédios de 2010 (GAVE, 2010) pode ler-se: “no teste do 8.º ano, o item que consistia na resolução de problemas de geometria foi aquele em que os alunos mostraram pior desempenho, com um valor de classificação média em relação à cotação total de 13%” (p.11). Da mesma forma, no relatório do exame nacional 2011 (GAVE, 2011) o item com pior desempenho foi o item 14.3 (de resposta curta) que avaliava conteúdos de geometria.

Embora o Ministério da Educação (ME) possua dados que revelam o fraco desempenho dos alunos nos conteúdos de geometria nos exames nacionais do 3.º ciclo, a sua valorização, nos exames nacionais do ensino básico e testes intermédios, atinge um valor de 35% da cotação total, logo a seguir à álgebra e funções com um valor de 45%.

Assim, Gravina (1996) considera que a utilização de ambientes de geometria dinâmica pode contribuir para diminuir este problema, pelo que o Ponte et al. (s/d), defendem a sua utilização como estratégia de ensino-aprendizagem. No relatório dos testes intermédios de 2011, (GAVE, 2011) são apontadas as seguintes propostas de intervenção: “No que respeita à geometria é importante que os alunos manipulem materiais diversificados que facilitem a compreensão de conceitos e propriedades. O recurso a programas de geometria dinâmica é também, uma estratégia a considerar na lecionação deste tema” (p.15).

O conhecimento desta problemática motivou-nos para a realização deste trabalho com os alunos do 8.º ano de escolaridade de uma Escola do Norte de Portugal. Assim, foi delineado um trabalho experimental envolvendo duas turmas, uma como grupo de controlo (GC) e a outra como grupo experimental (GE). Em ambas as turmas, os conteúdos foram ministrados pelo mesmo professor e durante o mesmo período tempo. Com o GE desenvolveu-se a estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no estudo das “isometrias”, e com o GC desenvolveu-se uma estratégia de ensino-aprendizagem sem recurso às tecnologias de informação e comunicação (TIC). No final do estudo, os alunos do GE foram inquiridos para conhecer a sua opinião sobre as aulas que decorreram com a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”.

Na turma que constituiu o GE, os alunos foram organizados em grupos de três elementos, sendo atribuído em cada aula um computador portátil a cada grupo. As opiniões dos alunos do GE foram recolhidas através de um inquérito, na aula imediatamente a seguir à última sessão da fase experimental do estudo.

Este trabalho está organizado em cinco capítulos, designados por:

Capítulo 1: Contextualização do estudo, onde apresentamos a contextualização do estudo, para tal os principais tópicos referenciados neste capítulo são: a apresentação do problema, que motivou a realização deste estudo, os objetivos do estudo, a caracterização do estudo, as hipóteses de investigação e as limitações do estudo;

Capítulo 2: A utilização de software educativo no estudo da geometria, trata-se da revisão bibliográfica sobre a utilização de software educativo no estudo da geometria;

Capítulo 3: Metodologia, onde é descrita a metodologia utilizada, descrevendo com alguma minuciosidade os principais detalhes, para realizar a parte experimental do trabalho. São, também, descritas a população e a amostra, os instrumentos da recolha de dados, tendo em consideração os objetivos definidos, o desenvolvimento da parte experimental e a recolha de dados;

Capítulo 4: Análise e tratamento dos dados, no qual é efetuada a apresentação e a discussão dos resultados obtidos;

Capítulo 5: Conclusões, no qual apresentamos as conclusões extraídas deste trabalho. O trabalho termina com a apresentação da bibliografia utilizada e com os anexos.

Capítulo 1: Contextualização do estudo

1.1 Apresentação do problema

Desde a antiguidade, a matemática está ligada a todos os setores da nossa sociedade. Se olharmos à nossa volta, logo nos apercebemos que vivemos num “cenário matematizado” (Providência, 2001, citado por Ferreira, 2005, p. 2), pois a matemática está presente na natureza, na arquitetura, na culinária, na biologia, na medicina, na música, na arte, na engenharia, na física; isto é, está presente no nosso dia a dia . O que nos leva a concluir que a matemática é uma ciência fundamental e imprescindível para a compreensão de todas as outras ciências.

Por exemplo, existe uma relação muito complexa entre a matemática e a física, que torna o conhecimento matemático estruturante do conhecimento físico, pelo que o conhecimento matemático tem implicações profundas para o ensino de Física (Pietrocola, 2002).

Paty (1995), citado por Pietrocola (2002), considera que a “Matemática é a linguagem da natureza, substituindo com economia a linguagem comum”(p. 94). De facto, já Galileu, para quem a matemática era a linguagem de todas as ciências, considerava que a "Matemática era concebida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza, da qual, precisamente, era a língua” (Paty 1995, citado por Pietrocola, 2002, p. 9). Assim, a formação dos alunos na educação matemática deve ocorrer em contexto real, isto é, o professor deve, sempre que possível, fazer a ponte entre a matemática e as diferentes ciências para que os alunos se mostrem mais ativos, motivados e críticos na sua aprendizagem e possam perceber para que serve a matemática.

Para Ponte et al. (s/d), as orientações do Programa de Matemática do Ensino Básico exigem que a escola potencie uma formação sólida em matemática a todos os alunos, devendo preparar os alunos não só para as diferentes disciplinas para as quais ela

é necessária, bem como para a sua vida ativa. Assim, para Ponte et al. (s/d) o ensino da Matemática, ao longo dos três ciclos da escolaridade básica, deve ser orientado pelas finalidades fundamentais :

“a) Promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade, da sua integração e mobilização em contextos diversificados. Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos da:

- compreensão de conceitos, relações, métodos e procedimentos matemáticos e da capacidade de os utilizar na análise, interpretação e resolução de situações em contexto matemático e não matemático;
- capacidade de analisar informação e de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática;
- capacidade de abstração e generalização e de compreender e elaborar argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;
- capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega.

b) Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência. Esta finalidade deve ser entendida como incluindo o desenvolvimento nos alunos de:

- autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, e autonomia e desembaraço na sua utilização;
- à-vontade e segurança em lidar com situações que envolvam Matemática na vida escolar, corrente, ou profissional;
- interesse pela Matemática e em partilhar aspetos da sua experiência nesta ciência;
- compreensão da Matemática como elemento da cultura humana, incluindo aspetos da sua história;
- capacidade de reconhecer e valorizar o papel da Matemática nos vários sectores da vida social e em particular no desenvolvimento tecnológico e científico;
- capacidade de apreciar aspetos estéticos da Matemática (p. 3).”

Para o Terceiro Ciclo, os objetivos gerais de aprendizagem nos conteúdos de geometria, segundo a Direção Geral de Inovação e de Desenvolvimento Curricular,

DGIDC (2009) são:

- “ desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capaz de os usar;
- compreender e ser capaz de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano e no espaço;
- compreender e ser capaz de usar as relações de congruência e semelhança de triângulos;
- compreender a noção de demonstração e ser capaz de fazer raciocínios dedutivos.

Segundo as mesmas orientações Ponte et al. (s/d) os objetivos anteriores devem contribuir para o desenvolvimento das seguintes capacidades transversais definidas para o 3.º ciclo:

- “-Resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adaptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas, discutindo as soluções encontradas e os processos utilizados;
- Raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas e generalizações, e desenvolvendo e avaliando argumentos matemáticos incluindo cadeias dedutivas;
- Comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando, expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos;” (p. 29)

Dos objetivos apresentados este trabalho contribuirá de forma particular para a concretização dos seguintes: desenvolver o raciocínio matemático e a comunicação matemática.

No tópico “isometrias”, o trabalho deve revestir-se de um carácter exploratório e investigativo (DGIDC, 2009). Nas aulas, os alunos devem trabalhar em tarefas onde têm que formular estratégias e, simultaneamente, aplicar conhecimentos, anteriormente desenvolvidos, para poder atingir os objetivos definidos. Ao longo dos anos, os meios disponíveis devem proporcionar ambientes de aprendizagem criativos e didáticos.

Atualmente, a integração das tecnologias, em todas as áreas do conhecimento, poderá contribuir para melhorar o processo de ensino-aprendizagem em todas as disciplinas, em particular no ensino da matemática. Tal como refere Laborde (1998), aprender geometria com papel, lápis, régua e compasso é diferente de aprender recorrendo a materiais manipuláveis, que por sua vez é diferente de aprender geometria recorrendo a ambientes computacionais dinâmicos, como o Cabri-Géomètre, o Geometer’s Sketchpad ou o Geogebra.

Tendo em conta as dificuldades apresentadas, pelos alunos, na visualização espacial, no desenho, construções geométricas e na aplicação de conhecimentos de geometria a situações concretas, mesmo que simples, e os objetivos gerais de aprendizagem referidos para o terceiro ciclo nos conteúdos de geometria definidos pela DGIDC (2009), conduziu-nos a esta reflexão: “qual a estratégia a utilizar em sala de aula para resolver este problema?”.

Com a apresentação deste problema pretendemos manifestar um conjunto de preocupações relacionadas com o processo de ensino-aprendizagem da geometria e contribuir para a sua resolução. Este estudo teve como principal preocupação contribuir para que a aprendizagem da geometria se processe com o rigor, e possa usufruir dos ambientes de geometria dinâmica como estratégia para facilitar e melhorar a sua aprendizagem

A utilização de software de geometria dinâmica apresenta, entre outros, aspetos didáticos importantes para o ensino da geometria:

- Os alunos têm a possibilidade de construir as figuras geométricas e deste modo aprender as técnicas de construção (Gravina, 1996);
- O professor pode dar ao aluno as figuras já construídas e cabe ao aluno deduzir as propriedades que as caracterizam (Gravina, 1996; Aguiar, 2009).

Neste trabalho utilizámos o software de Geometria dinâmica “Geogebra”, para tentar obter respostas a questões, relativas ao processo de ensino-aprendizagem “isometrias”, nomeadamente nos aspetos relacionados com a motivação, desempenho escolar, interesse na disciplina, envolvimento na tarefa, autoconfiança, autonomia e satisfação pela aprendizagem.

Este estudo teve como objetivo principal apreciar a influência da utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos “isometrias”, no 8.º ano de escolaridade, nomeadamente ao nível do desempenho, na aprendizagem das propriedades das “isometrias”.

O trabalho foi orientado de acordo com os objetivos específicos:

- Avaliar o desempenho dos alunos do 8.º ano de escolaridade quando submetidos a uma estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no estudo das isometrias;

- Identificar as percepções dos alunos do 8.º ano de escolaridade sobre a estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias.

Para a concretização do objetivo “Avaliar o desempenho dos alunos do 8.º ano de escolaridade quando submetidos a uma estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no estudo das isometrias” foram efetuados os seguintes procedimentos:

- preparação de material de apoio ao processo de ensino e aprendizagem;
- preparação de instrumentos de avaliação para medir o desempenho dos alunos;
- implementação de aulas cuja estratégia de ensino-aprendizagem se baseou na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”;
- administração dos instrumentos de avaliação;
- recolha, organização, tratamento e análise dos dados.

No sentido de atingir o objetivo “ Identificar as percepções dos alunos do 8.º ano de escolaridade sobre a estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias” foram efetuados os seguintes procedimentos

- construção, e validação de um questionário;
- administração do questionário aos grupos experimental(GE).
- recolha, organização, análise e discussão dos dados obtidos por questionário.

1.3 Hipóteses de Investigação

Almeida e Freire (2003) definem hipótese como a explicação ou a solução mais verosímil do problema, assim quando se pretende efetuar uma investigação experimental, esta requer a formulação antecipada de uma ou mais hipóteses, estas são imprescindíveis, pois fazem a ligação entre a teoria e a realidade. Sendo a partir delas que se desenvolve todo o estudo e estas devem ser: testáveis, quantificáveis e perceptíveis.

Neste estudo vamos considerar: hipótese nula (H_0) e hipótese alternativa (H_a). A hipótese nula defende que os dados oriundos de diferentes grupos não diferem estatisticamente. Evidentemente que o objetivo do investigador é rejeitar a hipótese nula

para que a sua hipótese experimental ou causal tenha consistência (Pinto, 1990, citado por Almeida e Freire, 2003). A rejeição da hipótese nula não significa a confirmação da hipótese experimental. Quando na hipótese experimental é defendida a asserção de que a variável independente causou influência na variável dependente a certeza não é absoluta mas uma asserção probabilística (Pinto, 1990, citado por Almeida e Freire, 2003). Isto quer dizer, que quando rejeitamos a hipótese nula devemos acreditar com maior probabilidade na veracidade da hipótese experimental, no entanto, não temos uma infalibilidade plena que seja verdadeira.

As hipóteses relativas aos resultados do desempenho nos conteúdos “isometrias” foram formuladas em função das variáveis apresentadas. Sendo assim, foi formulada uma hipótese para cada variável. Deste modo, definiram-se as seguintes:

H1: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” obtêm melhor desempenho no raciocínio matemático do que aqueles que o não utilizam.

H2: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” obtêm melhor desempenho na comunicação matemática do que aqueles que o não utilizam.

H3: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” obtêm melhor desempenho escolar no teste de isometrias do que aqueles que o não utilizam.

Para cada uma das hipóteses enunciadas, designadas por hipóteses alternativas (H_a), formulou-se uma hipótese nula (H_o), cuja rejeição, ou não rejeição, depende do nível de significância verificado adotando-se 5% neste estudo.

Foram ainda obtidas contribuições para responder às seguintes questões:

Q1: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” melhoram a sua motivação?

Q2: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam atenção na aprendizagem dos conteúdos?

Q3: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias”

revelam interesse na aprendizagem?.

Q4: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam envolvimento nas tarefas propostas?

Q5: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam desinibição perante a aprendizagem ?

Q6: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam facilidade na tomada de decisões?

Q7: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam autonomia na aprendizagem?

Q8: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam confiança na aprendizagem?

Q9: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” gostam de colocar questões?

Q10: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam facilidade na interpretação de conceitos?

Q11: Os alunos de 8.º ano de escolaridade que utilizam o software de geometria dinâmica o Geogebra como estratégia de ensino aprendizagem nos conteúdos “isometrias” revelam prazer na realização dos trabalhos?

1.4 Limitações do estudo

Para Ponte et al. (2003):

“A aprendizagem da Matemática é um processo complexo, que se desenvolve em momentos diversificados, onde podem predominar a exploração, a formalização e

a integração das ideias matemáticas. Ouvir o professor e praticar a resolução de exercícios permite adquirir algumas competências matemáticas, mas não permite adquirir todas as competências matemáticas, em especial as mais importantes. Por isso, o processo de ensino-aprendizagem tem de envolver os alunos noutros tipos de experiências e situações, como a exploração, a investigação, a resolução de problemas, a realização de ensaios e projetos, a comunicação e a discussão.” (p. 16)

Todos os professores estão dependentes do cumprimento rígido de um horário e de um programa e por isso, a grande maioria das vezes, os professores não proporcionam aos seus alunos os tais momentos diversificados referidos por Ponte et al. (2003), que são indispensáveis à investigação, à exploração e à formalização de conceitos matemáticos.

As grandes limitações deste estudo prenderam-se com o facto de a docente ter um programa a cumprir e, como tal, não pôde disponibilizar para aulas de investigação mais do que aquelas que foram definidas na planificação para cada capítulo em Área Disciplinar.

Uma outra limitação do estudo relaciona-se com os meios físicos uma vez que não conseguimos que cada aluno tivesse acesso a um computador, pelo que as tarefas foram realizadas em ambiente de trabalho de grupo.

Capítulo 2: A utilização de software educativo no estudo da geometria

2.1 Introdução

As tecnologias da informação e comunicação (TIC) podem desempenhar um papel de mediador no processo de ensino-aprendizagem, auxiliando o aluno na construção do saber. No passado, o quadro negro, o giz e o livro foram as únicas ferramentas que os profissionais de ensino tinham ao seu dispor. Nos últimos cinquenta anos, as tecnologias tomaram conta de todas as áreas da nossa sociedade e a educação não ficou de fora. O desenvolvimento de software educativo contribuiu para que o computador se tornasse um dos mais versáteis mediadores tecnológicos no cenário educacional (Jucá, 2006).

Os softwares educacionais inserem-se em duas categorias (Oliveira, 1997):

- Software aplicativo – software desenvolvido sem finalidades educativas, mas que podem ser utilizados para este fim, são programas como, por exemplo: processadores de texto, editores gráficos, entre outros;
- Software educativo – software desenvolvido para a construção do conhecimento relativo a um conteúdo didático numa determinada área, com ou sem a mediação do professor.

Assim, o objetivo de um software educativo é favorecer os processos de ensino-aprendizagem e a sua principal característica é o seu carácter didático. Nesse sentido, estes softwares servem para auxiliar o professor a utilizar o computador como ferramenta pedagógica, servir de fonte de informação, auxiliar o processo de construção de conhecimentos e desenvolver a autonomia do raciocínio, da reflexão e da criação de soluções.

2.2 Os softwares educativos e a construção do conhecimento

Existe, atualmente, um grande número de softwares educativos disponíveis no mercado, que exploram os conteúdos das disciplinas em espaço virtual. Estes podem ser usados nas escolas para dinamizar as aulas, contribuindo para potenciar processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Os softwares educativos representam uma opção inovadora e interessante para o processo de ensino-aprendizagem da matemática, podendo ser utilizados em variadas aplicações, tais como: simulações de situações em contexto real, estimulação do raciocínio lógico e da autonomia, uma vez que os alunos podem formular as suas hipóteses, fazer inferências e tirar as suas próprias conclusões (Bona, 2009).

Os softwares educativos podem conter opções teóricas de ensino-aprendizagem diferentes, tendo em conta a construção do conhecimento do aluno (Cybis et al., 2000, citado por Bona, 2009) das duas escolas: comportamentalista e construtivista.

A escola comportamentalista estuda a relação entre o estímulo e a resposta do indivíduo observável, por outro lado a escola cognitivista/construtivista propõe modelos teóricos para diversas estruturas cognitivas internas responsáveis pelo tratamento da informação.

Nos softwares de conceção comportamentalista, o aluno tem um comportamento passivo em todo o processo de ensino-aprendizagem. O discente segue as mensagens presentes no ecrã não tendo qualquer necessidade e nem oportunidade de raciocinar. Se o aluno falha não lhe é dada qualquer indicação que o obrigue a reformular o raciocínio. Por outro lado, os softwares de conceção construtivista centram-se na aprendizagem interativa. Neste caso, o aluno é o alvo de todo o processo de ensino-aprendizagem, tornando-se um ser ativo em todo o processo. O conhecimento do aluno e das suas características de aprendizagem são tidas em consideração (Bona, 2009). Dentro da conceção construtivista, um software educativo deve ser um ambiente interativo que garanta que o aluno investigue, levante hipóteses, teste as suas hipóteses e as reformule, só dessa forma o discente estará construindo o seu próprio conhecimento (Valente, 1999).

Barros e Amaral (2007), citado por Miranda et al. (2012), definiram como estilos de uso do espaço virtual os seguintes: “estilo de uso participativo, estilo de uso busca e

pesquisa, estilo de estruturação e planeamento e, estilo de ação concreta e produção, associando a cada um dos estilos referidos, respetivamente, os estilos de aprendizagem: ativo, reflexivo, teórico e pragmático” (p.185).

Apresentamos em seguida a definição de cada um dos estilos de aprendizagem segundo Morais e Miranda (2008):

- “ Estilo ativo: as pessoas empenham-se em novas experiências, têm uma mente aberta, entusiasma-se com qualquer coisa nova, são sociáveis e envolvem-se constantemente com os outros, procuram ser o centro de todas as atividades, interessam-se por desafios e situações problemáticas, manifestam forte implicação na ação;

-Estilo reflexivo: as pessoas dão prioridade à observação antes da ação, gostam de observar as experiências de diversas perspetivas, centram-se na reflexão e na construção de significados, recolhem informações tanto da sua própria experiência como da experiência dos outros, preferem pensar antes de chegarem a qualquer conclusão, gostam de observar os outros em ação e de perceber o sentido geral da discussão antes de dizerem o que está na sua própria mente;

- Estilo teórico: as pessoas tendem a estabelecer relações, deduzir, integrar os factos em teorias coerentes, tendem a ser perfeccionistas, gostam de analisar e de sintetizar. A sua abordagem aos problemas é consistente e lógica. Procuram a racionalidade e a objetividade, sentem-se desconfortáveis com conclusões subjetivas, pensamentos ou qualquer aspeto superficial;

- Estilo pragmático: as pessoas gostam de experimentar ideias, e técnicas para ver se funcionam na prática. O seu ponto forte é a aplicação das ideias. Gostam de atuar de uma forma confiante e rápida sobre as ideias e os projetos que os atraem; tendem a evitar a reflexão e ficam impacientes com discussões sem fim. Essencialmente, são pessoas práticas, terra a terra, que gostam de chegar a conclusões práticas e de resolver problemas.”(p.215)

2.3 Tipos de Softwares Educacionais

Os softwares educacionais podem ser classificados (Wolff, 2008), de acordo com os seus objetivos pedagógicos, em: tutoriais, programação, exercícios e práticas, multimédia e Internet, simulação e modelação e jogos. O mesmo autor apresenta uma descrição de cada um dos tipos de software educacional:

Tutoriais: Caracterizam-se por transmitirem informações pedagogicamente organizadas, como se fossem um livro animado, um vídeo interativo ou um professor eletrónico. A informação é apresentada ao aluno seguindo uma sequência e este pode escolher a informação que desejar. A informação disponível para o aluno é definida e organizada previamente, pelo que o computador assume o papel de uma “máquina de ensinar”. A interação entre o aluno e o computador consiste na leitura, do que está escrito no ecrã, ou em escutar a informação fornecida. A interação com o aluno é muito baixa e, portanto, o aluno é um simples recetor de informações.

Exercícios e práticas: Enfatizam a apresentação das lições ou exercícios, a ação do aluno restringe-se a virar a página de um livro eletrónico ou a realizar exercícios, cujo resultado pode ser avaliado pelo próprio computador. As atividades exigem apenas o fazer, o memorizar a informação, não importando a compreensão do que se faz.

Programação: Estes softwares permitem que os professores, ou os alunos, elaborem protótipos de programas, mesmo sem grandes conhecimentos de programação avançada. Ao programar o computador, o aluno necessita de utilizar conceitos e estratégias, funcionando como uma ferramenta para resolver problemas. A realização de um programa exige que o aluno processe a informação e a transforme em conhecimento.

Multimédia e Internet: Os softwares deste tipo podem caracterizar-se como softwares multimédia prontos e como softwares que permitem ao aluno desenvolver o seu sistema de multimédia. No primeiro tipo, o uso do software é semelhante à utilização de um software tutorial. Apesar de oferecer muitas combinações com textos, imagens e sons, a ação do aluno resume-se a escolher opções pré-definidas. Após a escolha, o computador apresenta a informação disponível e o discente pode refletir sobre a mesma. Por vezes, o software pode oferecer, ao aluno, uma oportunidade de selecionar entre várias opções e navegar entre elas. Essa ideia pode manter o aprendiz ocupado por um certo tempo, todavia pode não lhe oferecer a oportunidade de compreender e de

aplicar de modo significativo as informações selecionadas. Desta forma, o uso de softwares multimídia e Internet são atividades que auxiliam o aluno a adquirir informações. Na segunda situação, em que o aluno tem que desenvolver o seu software multimídia, o aluno seleciona as informações em diferentes fontes e programas construindo assim um sistema multimídia. Desta forma o aluno tem a possibilidade de refletir sobre os resultados obtidos, compará-los com suas ideias iniciais e aprofundar a informação apresentada.

Simulação e modelagem: Estes softwares são o ponto forte da utilização do computador na escola, pois possibilitam a vivência de situações difíceis ou até perigosas de serem reproduzidas na sala de aula. Estes permitem a realização de experiências químicas ou de balística, dissecação de cadáveres, até a criação de planetas e viagens na história. Para que um fenômeno possa ser simulado no computador, é necessário implementar um modelo do mesmo, escolhido à priori e fornecido ao aluno. Na modelagem, o modelo do fenômeno é criado pelo aluno que utiliza recursos de um sistema computacional para o implementar no computador, utilizando-o como se fosse uma simulação.

Jogos: São, geralmente, desenvolvidos com a finalidade de desafiar e de motivar o aluno, envolvendo-o numa disputa com a máquina ou com os colegas. Os jogos permitem interessantes usos educacionais, principalmente se integrados noutras atividades. Todavia, Valente (1999) alerta que os jogos têm a função de envolver o aluno na competição e esta pode dificultar o processo da aprendizagem uma vez que, enquanto estiver a jogar, o interesse do aluno está voltado para ganhar o jogo e não para refletir sobre os processos e as estratégias envolvidos no mesmo. Sem essa consciência é difícil uma transformação no processo de aprendizagem.

2.4 Classificação dos softwares quanto ao tipo de aprendizagem

Quanto ao tipo de aprendizagem, os softwares educativos podem ser classificados em três categorias (Valente, 1999):

- Sequencial: A única preocupação é a transferência de informação; o objetivo deste tipo de ensino é apresentar o conteúdo ao aluno e ele, por sua vez, deverá memorizá-lo e repeti-lo quando for solicitado. Este tipo de aprendizagem conduz a um aluno passivo.

- Relacional: Tem como objetivo principal a aquisição de determinadas competências, permitindo que o aluno teça relações com outros factos ou outras fontes de informação. O realce é dado ao aluno e a aprendizagem processa-se somente através da interação do aluno com a tecnologia. Este tipo de aprendizagem conduz a um aluno isolado.

- Criativo: Associado à criação de novos esquemas mentais, permite a interação entre as pessoas e as tecnologias, partilhando objetivos comuns. Este tipo de aprendizagem conduz a um aluno participativo.

O uso do computador na educação, como "máquina de ensinar" está a evoluir para uma ferramenta educacional complementar, de aperfeiçoamento e de possível melhoria na qualidade do ensino (Valente, 1999).

Atualmente, a informação cresce de forma exponencial, pelo que é difícil acompanhar estes processos que ocorrem de forma muito rápida e impercetível. Assim, o conhecimento que a escola ensina, rapidamente se torna obsoleto e, portanto, inútil. Desta forma, ao invés de memorizar a informação, os estudantes devem ser ensinados a procurar e a usar a informação, ou seja: aprender a aprender.

No ensino da matemática, o computador pode dar um contributo muito importante, pois permite a realização de atividades difíceis de implementar na sala de aula tradicional. Com o auxílio do computador podemos criar ambientes de aprendizagem informatizados, nos quais os alunos poderão experimentar hipóteses, desafiando a criatividade no desenvolvimento do seu raciocínio, evitando o ensino da Matemática como ciência pronta e acabada, o que poderá contribuir para despertar o interesse por esta disciplina (Moraes, 1997).

A utilização de um software educacional permite ao aluno a assimilação de conhecimento, antes não proporcionado pelas limitações da utilização do lápis e papel (Machado & Costa, 2009). A escolha de um software adequado, deve inserir-se nas práticas de ensino de forma adequada, pelo que cabe ao professor propor o uso de ferramentas informatizadas capazes de criar situações favoráveis ao processo de ensino-aprendizagem e à superação das dificuldades dos alunos. Ou seja, a escolha de um software educacional, para o ensino da matemática, deve oferecer recursos que auxiliem o aluno na construção do conhecimento e na superação de dificuldades através de atividades de expressão ou exploração (Gravina & Santarosa, 1999).

Na expressão, o aluno cria um modelo, segundo as suas ideias e o seu pensamento,

que servirá de base para a experimentação e para a reflexão sobre as suas concepções, podendo ajustá-las ou modificá-las. Na exploração, o aluno parte de modelos prontos, com os quais vai interagir, manipulando-os, procurando compreendê-los, estabelecendo relações e construindo conceitos. Assim, mais importante que o software, por si só, é o modo como é utilizado, pelo que a escolha do software deve fundamentar-se na proposta pedagógica a implementar na escola para o ensino da matemática (Hinostroza & Mellar, 2001).

O professor de matemática tem uma grande oportunidade para mudar o processo de ensino-aprendizagem da matemática. Todavia, se o ensino se baseia na aprendizagem de algoritmos, perde esta oportunidade, pois pode destruir o interesse dos alunos e bloquear o seu desenvolvimento intelectual. Se, por outro lado, lhes aguça a curiosidade através de problemas, proporcionais ao seu conhecimento, e os acompanha com questões estimulantes, poderá aumentar o seu desejo para o desenvolvimento de um pensamento independente (Polya, 1975).

2.5 O software “Geogebra”

Existem vários softwares de geometria dinâmica, entre os quais destacamos os seguintes: Cabri-géomètre, The Geometers Sketchpad, Geometric Supposer, Cinderell, Euklid, Régua e Compasso, Tabulæ (geometria plana) e o Mangaba (geometria espacial). Para o desenvolvimento deste trabalho escolhemos o “Geogebra”, pois trata-se de um software livre, desenvolvido por Markus Hohenwater¹, que agrega geometria, álgebra e cálculo. É um software de utilização simples, com o qual podemos fazer construções (incluindo pontos, vetores, segmentos, retas, e secções cónicas), bem como implementar um conjunto variado de funções. Assim, com esta escolha foi fácil instalar o software nos computadores portáteis, disponíveis na escola, utilizados nas aulas de geometria. Na figura 1 apresenta-se o ambiente de trabalho do Geogebra.

¹ Creator of GeoGebra, Project Leader



Figura 1: Interface gráfica do software de geometria dinâmica: “Geogebra”

O ambiente de trabalho do Geogebra (Figura 1) possui três janelas de trabalho: a janela geométrica; a janela de álgebra; a janela de entrada de texto. A janela geométrica, de cor branca, é o local de construção dos objetos, que podemos colorir, aumentar a espessura das linhas, medir os ângulos, medir a distância entre dois pontos, construir polígonos, calcular as suas áreas e os perímetros, entre outras funções. A janela de álgebra é o local de visualização da representação algébrica dos objetos construídos na janela geométrica. A janela de entrada de texto é usada para escrever coordenadas, equações, comandos e funções, que são mostrados na zona gráfica. imediatamente após se pressionar a tecla “Enter”.

As características do Geogebra possibilitam a criação de cenários para atividades exploratórias e investigativas, nas quais o aluno pode verificar, de uma forma muito rápida, as propriedades de uma figura. As atividades exploratórias e investigativas são definidas por Skovsmose (2008) como o processo no qual o aluno é despertado por questões do tipo: “O que acontece se...?”; convidando-o a descobertas, a formular questões e a procurar respostas. Por meio destas questões a sala de aula de Matemática transforma-se em um ambiente de aprendizagem em que o aluno é levado a um processo de exploração e explicação.

Segundo Ponte e Serrazina (2000), citado por Sousa (2005), o ambiente de aprendizagem é caracterizado “pelo maior ou menor envolvimento dos alunos no trabalho e pela rigidez ou informalidade nas relações entre eles e o professor. Relaciona-

se com as tarefas propostas, o tipo de comunicação e negociação de significados, o modo de trabalho dos alunos e a cultura de sala de aula” (p. 36).

2.6 O Ensino da Geometria

No período que antecedeu o Movimento da Matemática Moderna, o ensino da geometria restringia-se, basicamente, ao ensino da Geometria Euclidiana. Neste período, a Geometria era vista como um conhecimento de “carácter axiomático e dedutivo da matemática”, e menosprezavam-se os aspetos ligados à experimentação, à construção e à observação (Ponte et al., 2003). Assim, dava-se importância à memorização de axiomas, de fórmulas e à resolução de exercícios (Velo, 1998, citado por Santos, 2011).

Nos anos sessenta, surgiu o Movimento da Matemática Moderna que conduziu a alterações significativas nos *curricula*, nos quais foram introduzidas novas matérias e postas de parte as matérias tradicionais. Em Portugal, o protagonista destas alterações foi José Sebastião e Silva², na sua proposta defende que a geometria deva ser “orientada de uma forma mais ou menos explícita, pelas ideias de transformação e de grupo de transformações”, a partir da “álgebra dos conjuntos” (Matos & Silva, 2011).

José Sebastião e Silva mostrou, também, grandes preocupações pedagógicas e, por isso, fez grandes críticas ao método de ensino expositivo, no qual os alunos têm apenas um papel passivo e valorizou o método de ensino pela “redescoberta” baseado nas ideias construtivistas, nas quais o aluno constrói os seus conceitos a partir de observações e, principalmente, de conceções prévias. São deles as palavras seguintes Ponte et al. (2003):

“O professor deve abandonar, tanto quanto possível, o método expositivo tradicional, em que o papel dos alunos é quase cem por cento passivo, e procurar, pelo contrário, seguir o método ativo, estabelecendo diálogo com os alunos e estimulando a imaginação destes, de modo a conduzi-los, sempre que possível, à redescoberta.” (p. 26)

Freudenthal (1981) num artigo intitulado “Principais problemas da educação matemática” aponta vários problemas ao ensino da matemática e do ensino da

2 José Sebastião e Silva foi um Matemático Português que nasceu em Mértola em 1914 e faleceu em 1972. Escreveu entre outras obras o livro: “Geometria analítica plana para o 7º ano dos liceus”.

Geometria (Janela, 2012). Para Freudenthal (1981) os alunos aprendem muito melhor os conceitos de geometria se, de uma forma gradual, tomarem consciência do espaço que está à sua volta.

Atualmente, a Geometria é vista como a parte da Matemática na qual prevalece o raciocínio visual (Loureiro, 2009, citado por Santos, 2011) e, por isso, possui um papel essencial na compreensão do espaço em que nos movemos e na percepção de aspectos essenciais da atividade matemática (Ponte et al., 2003). Para estes autores, é imprescindível que os conceitos geométricos sejam trabalhados experimentalmente e que, sempre que possível, se liguem esses conceitos à vida real. Deste modo, pretende-se, acima de tudo, que estudando geometria, os alunos possam “aprender as formas e as estruturas geométricas e o modo de analisar as suas características e relações” (NTCM, 2008, citado por Santos, 2011, p.11).

Alsina (1999) considera que os elementos de Euclides, os tratados de Bourbaki³, os livros sábios de geometria métrica, bem como os mais sofisticados livros de álgebra linear não servem para conteúdos de geometria no currículo da matemática. Assim, considera que fazer geometria na sala de aula não é repetir a história e antes deve ser ensinada a geometria útil para todos, ou seja: o conhecimento matemático do espaço. Esta autora considera que o ensino da geometria deve apoiar-se na intuição e na experimentação aconselhada pelo sentido comum deve ser rico em temas de representação e de interpretação e fomentar a capacidade de ordenar, de classificar e de mover figuras planas e espaciais. Por outro lado, deve ser aberto à interdisciplinaridade com as ciências e as artes.

2.7 Ambientes de geometria dinâmica no processo de ensino-aprendizagem da geometria

A designação de Geometria Dinâmica (GD) é utilizada para especificar a Geometria implementada em computador, permitindo a movimentação de objetos mantendo todos os vínculos estabelecidos aquando da construção. Isotani e Brandão (2006a) definiram GD como sendo o contrário da geometria tradicional de régua e

³ Bourbaki é um pseudônimo de um grupo de jovens matemáticos franceses que decidiram publicar uma obra enciclopédica, cobrindo a maior parte da matemática moderna.

compasso, que é "estática", uma vez que o aluno ao realizar a construção de uma figura geométrica, se ele desejar analisar alguns dos objetos dessa construção noutra disposição terá que construir um novo desenho. A GD possui como característica principal o “arrastar” dos objetos pelo ecrã do computador com o uso do rato, possibilitando a transformação de figuras geométricas.

Vários autores (Gravina & Santarosa, 1999; Bravo, 2005; Aguiar, 2009) utilizam o termo geometria dinâmica para programas interativos, que permitem a produção e a “manipulação” de figuras geométricas através das suas propriedades. Desta forma, as figuras geométricas deixam de ser consideradas como objetos estáticos passando a desenhos em movimento. A utilização de programas de geometria dinâmica apresenta dois aspetos didáticos importantes:

- Os alunos têm a possibilidade de construir as figuras geométricas e, deste modo, aprender as técnicas de construção (Gravina & Santarosa, 1999);
- O professor dá ao aluno as figuras já construídas e cabe ao aluno deduzir as propriedades que as caracterizam (Gravina & Santarosa, 1999; Aguiar, 2009; Silva & Penteadó, 2009).

O objetivo desta última modalidade de trabalho é possibilitar que, por meio da experimentação, os alunos “descubram as invariantes das propriedades das figuras reproduzidas” (Silva & Penteadó, 2009). Estes autores dão grande importância às atividades de construção das figuras geométricas, por isso na construção de um simples quadrado, se os alunos o construírem, sem utilizar as propriedades que o definem, no simples movimento de arrastar o quadrado, este desfar-se-á. Assim, se alunos trabalharem figuras prontas, estes não serão capazes de compreender a diferença entre desenho e construção.

Nos ambientes de GD temos a possibilidade de alterar os objetos preservando a sua construção, esta é então definida como geometria do tipo “1-construção, N-testes,”, enquanto a tradicional de régua e compasso é do tipo “1-construção, 1-teste”. Esta é, para todos que utilizam os softwares de GD, a grande vantagem sobre a geometria tradicional, pois permite que o aluno teste conjecturas e procure descobrir propriedades (Marrades & Gutiérrez, 2000, citado por Isotani & Brandão, 2006a). Para Arcavi (2000) os programas de GD podem ser comparados a “laboratórios virtuais”, nos quais os alunos podem manusear, inquirir, investigar e aprender.

Na Figura 2 apresentamos os níveis de compreensão e as suas características de acordo com o pensamento de Van Hiele (1986).

Níveis de compreensão	Características
Visualização ou Reconhecimento (Nível 1)	- Reconhece visualmente uma figura geométrica; - Tem condições de aprender o vocabulário geométrico; - Não reconhece ainda as propriedades de identificação de uma determinada figura.
Análise (Nível 2)	- Identifica as propriedades de uma determinada figura; - Não faz inclusão de classes.
Dedução informal ou Ordenação (Nível 3)	- Já é capaz de fazer inclusão de classes; - Acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra.
Dedução Formal (Nível 4)	- É capaz de fazer provas formais; - Raciocina num contexto de um sistema matemático completo.
Rigor (Nível 5)	- É capaz de comparar sistemas baseados em diferentes axiomas.

Figura 2: Níveis de compreensão e características do modelo de Van Hiele (1986)

A utilização de software educativo nas aulas de geometria, especialmente os de GD, permitem criar ambientes que fazem surgir novas formas de pensar e de agir aos alunos. De facto, os softwares de GD são precisos e permitem a construção de vários objetos geométricos, bem como a sua visualização que apresenta uma grande importância no processo de ensino-aprendizagem da geometria. O provérbio “uma imagem vale mais que mil palavras” caracteriza bem a importância da visualização em todo o processo de ensino-aprendizagem da geometria. Van Hiele (1986), citado por Alves e Soares (s/d), considera que a visualização é crucial para a “construção do conhecimento” e chega mesmo a afirmar que a “representação mental dos objetos geométricos, a análise e a organização formal (síntese) das suas propriedades geométricas relativas a um conceito geométrico são passos preparatórios para o entendimento da formalização de um conceito”.

Os ambientes de GD revelaram-se um auxílio precioso no estudo dos níveis de pensamento do modelo de Van Hiele (1986) (Figura 2), que é um guia para a aprendizagem e um instrumento para a avaliação das habilidades dos alunos em geometria e apresenta cinco níveis de compreensão: visualização, análise, dedução ou classificação, dedução formal e rigor (Ferreira, 2005; Alves & Sampaio, 2010).

Ferreira (2005) descreve da forma seguinte cada um dos níveis do modelo de Van Hiele (1986):

Nível 1 - Visualização:

Os alunos reconhecem as figuras geométricas pela sua aparência global. São capazes de descrever, identificar e reproduzir figuras, como triângulos, quadrados, paralelogramos, pela sua forma, depois de terem visualizado protótipos, mas não se apercebem explicitamente das suas propriedades ; (p. 54)

Nível 2 - Análise:

Neste nível já reconhecem as figuras pelas suas propriedades e pelos elementos que as constituem e podem descobrir e generalizar essas propriedades através da experimentação. Estabelecem propriedades observando, medindo, desenhando, trabalhando com modelos. Não conseguem, no entanto, estabelecer relações entre as figuras ou as propriedades. Por exemplo, reconhecem que um paralelogramo tem quatro lados, ângulos opostos geometricamente iguais, lados opostos paralelos, mas não reconhecem que um retângulo é um paralelogramo, que um quadrado é um retângulo ou que um triângulo equilátero tem todos os ângulos geometricamente iguais pelo facto de ter os lados geometricamente iguais; (p. 54)

Nível 3 - Dedução ou Classificação:

Os alunos começam a inter-relacionar as figuras e as suas propriedades e a fazer deduções informais, começando-se a desenvolver a capacidade de raciocínio formal. Conseguem perceber e deduzir, por exemplo, que num paralelogramo ângulos opostos geometricamente iguais implicam lados geometricamente iguais ou que lados opostos geometricamente iguais implicam lados paralelos. Já conseguem estabelecer que todo o quadrado é um retângulo ou que um quadrado é um losango, porque além de algumas propriedades comuns têm mais outras. Contudo, ainda não constroem demonstrações nem sentem a sua necessidade. Estas têm ainda um carácter informal, baseado na observação de alguns casos particulares; (p. 54)

Nível 4 - Dedução formal:

Os alunos já fazem conjecturas e começam a compreender o significado de demonstrar. Compreendem e fazem raciocínios lógico-formais, em que a demonstração tem um papel fundamental na verificação de propriedades. Por exemplo, através das relações lógicas entre as propriedades explícitas dos retângulos, conseguem escrever uma demonstração para a igualdade das diagonais. O trabalho dos alunos não se centra ainda na compreensão de sistemas

axiomáticos nem nas suas relações; (p. 55)

Nível 5 - Rigor:

“Traduz o nível máximo do rigor matemático, onde os alunos analisam e comparam outros sistemas axiomáticos e desenvolvem a sua atividade matemática”. (p. 55)

Segundo Van Hiele (1986) a progressão nos diferentes níveis de compreensão de conceitos geométricos pode ser influenciada pelos métodos de ensino que o professor utiliza na sala de aula. Mesmo existindo opiniões divergentes sobre como a visualização se processa na mente humana, Kaleff (1998) salienta que a visualização pode ser desenvolvida, desde que estejam disponíveis para o aluno materiais de apoio didáticos baseados em materiais concretos representativos do objeto geométrico em estudo. É, então, necessário que o professor ponha ao dispor dos alunos estratégias de ensino-aprendizagem que lhes permitam serem os construtores do seu próprio conhecimento. Por este motivo, Ribeiro (2011) considera que a utilização de softwares de geometria dinâmica, dentro de uma aprendizagem significativa, promove a aprendizagem baseada na construção do seu próprio conhecimento, num ambiente que o desafie e o motive para explorar, refletir, refinar as ideias e a descoberta, e que o alerte continuamente para a realidade prática do próprio e às suas experiências.

Também Alves et al. (2005), citados por Alves e Sampaio (2010), e Bennet (1997), citado por Isotani e Brandão (2006a), partilham a opinião de que os ambientes de GD proporcionam estratégias de ensino-aprendizagem com grandes potencialidades na construção do conhecimento uma vez que permitem: a exploração, a descoberta e a visualização dos objetos geométricos, a prova de conjecturas e até mesmo a demonstração. Como refere Ponte et al. (2003) os software de GD proporcionam a visualização do que se está a fazer e, desta forma, transmitem ao aluno uma melhor compreensão dos conceitos que estão ser trabalhados.

Através dos recursos de animação de alguns softwares de GD, o aluno pode construir, mover e observar de vários ângulos as figuras geométricas, além de modificar algumas das suas características. Há desenhos de execução bastante complicada e até mesmo impossível com as tecnologias tradicionais (papel e lápis ou quadro e giz) e que se tornam facilmente exequíveis com o uso do computador, e em particular com a utilização de programas de geometria dinâmica.

2.8 A Geometria no Programa de Matemática do Ensino Básico

O Programa de Matemática do Ensino Básico aprovado em Dezembro de 2007 (Ponte *et al.*, s/d), apresenta como propósitos principais (Figura 3) para o ensino em Geometria, ao longo de todo o ensino básico, o desenvolvimento do sentido espacial dos alunos, com destaque para a visualização e na compreensão de propriedades de figuras geométricas.

Ciclo	Propósitos principais para o ensino da Geometria
1º	Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras no plano e no espaço, a noção de grandeza e respetivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas geométricos e de medida em contextos diversos.
2º	Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão das propriedades de figuras no plano e no espaço, a compreensão de grandezas geométricas e respetivos processos de medida, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades na resolução de problemas em contextos diversos.
3º	Desenvolver nos alunos o sentido espacial, com ênfase na visualização e na compreensão de propriedades de figuras no plano e no espaço, a compreensão das transformações geométricas e da noção de demonstração, bem como a utilização destes conhecimentos e capacidades para resolver problemas em contextos diversos.

Figura 3: Propósitos principais para o ensino da Geometria no 1º, 2º e 3º Ciclos (Ponte *et al.*, s/d)

Da análise da Figura 3 podemos constatar que, em todos os ciclos, é exigido o desenvolvimento nos alunos do sentido espacial com ênfase na visualização e na compreensão das propriedades de figuras no plano e no espaço. Apenas no terceiro ciclo se exige, dos alunos, a compreensão das transformações geométricas e a noção de demonstração o que nos leva a depreender que no 1.º e 2.º ciclos o desenvolvimento do sentido espacial terá por base a exploração, a manipulação e a experimentação de materiais. No terceiro ciclo, os alunos deverão elaborar justificações, produzindo pequenas cadeias dedutivas, familiarizando-se com o processo de demonstração e darão início ao raciocínio geométrico dedutivo.

Na figura 4 apresentam-se os objetivos salientados no programa oficial de Matemática do 1.º, 2.º e 3.º ciclos

Ciclo	Objetivos gerais de aprendizagem
1º	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver a visualização e ser capazes de representar, descrever e construir figuras no plano e no espaço e identificar propriedades que as caracterizam; - Ser capazes de identificar e interpretar relações espaciais; - Ser capazes de resolver problemas, raciocinar e comunicar no âmbito deste tema.
2º	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender propriedades das figuras geométricas no plano e no espaço; - Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar; - Ser capazes de analisar padrões geométricos e desenvolver o conceito de simetria; - Ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em situações que envolvam contextos geométricos.
3º	<ul style="list-style-type: none"> - Desenvolver a visualização e o raciocínio geométrico e ser capazes de os usar; - Compreender e ser capazes de utilizar propriedades e relações relativas a figuras geométricas no plano e no espaço; - Compreender e ser capazes de usar as relações de congruência e semelhança de triângulos; - Compreender a noção de demonstração e ser capazes de fazer raciocínios dedutivos; - Ser capazes de resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos e trigonométricos.

Figura 4: Objetivos gerais de aprendizagem para a geometria nos três ciclos do ensino básico (Ponte et al., s/d)

Pela leitura da Figura 4 podemos verificar que existem objetivos comuns aos três ciclos: resolver problemas, comunicar e raciocinar matematicamente em contextos geométricos. Portanto ao longo dos diferentes ciclos o professor deve criar condições na sala de aula para desenvolver essas capacidades designadas de transversais.

As orientações que o professor deve seguir são (Ponte et al., s/d): resolução de problemas, raciocínio matemático e comunicação matemática.

Resolução de problemas: É uma das três capacidades transversais consideradas muito importante, por isso é fundamental que os alunos adquiram agilidade em lidar com problemas em contexto real;

Raciocínio matemático: O raciocínio matemático é uma capacidade essencial que envolve a formulação e teste de conjeturas e só numa fase mais avançada a demonstração. Os alunos devem desenvolver a capacidade para fazerem generalizações, casos particulares e contra-exemplo. Para além disso o raciocínio matemático deve envolver a estruturação de cadeias argumentativas que devem iniciar-se com breves justificações baseada em procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos na resolução das suas tarefas e progressivamente evoluírem para justificações mais complexas. Em todas as argumentações os alunos devem utilizar a linguagem dos Números, da Álgebra e da Geometria.

Comunicação matemática: A comunicação matemática abrange as vertentes oral e escrita, incluindo o domínio sucessivo da linguagem simbólica própria da Matemática. Os alunos devem desenvolver a capacidade de exprimir as suas ideias e as dos outros. Os relatórios escritos e a elaboração de pequenos textos escritos sobre resultados matemático devem ser estimulados. Para o desenvolvimento da comunicação oral o professor deve fomentar a discussão em pequenos grupos e na turma. Para estimular a comunicação escrita, o professor deve desenvolver momentos em que os alunos tenham de elaborar pequenos textos e relatórios, usando de forma adequada, consistente e progressiva a notação, a simbologia e o vocabulário específico da matemática. Associada à comunicação escrita vem a representação simbólica de dados, ideias, conceitos e situações matemáticas sob diversas formas. É importante que os alunos adquiram facilidade em passar informação de uma forma de representação para outra, para obterem diferentes perspetivas de uma mesma situação.

2.9 Tarefas e recursos

Segundo Ponte et al. (s/d) na resolução de problemas geométricos, como nas tarefas exploratórias e de investigação, é importante que os alunos tenham um tempo apropriado para realizar experiências, elaborar estratégias, formular conjecturas, descrever processos e justificá-los com rigor progressivo. Os alunos devem recorrer a software de GD, sobretudo na realização de tarefas exploratórias e de investigação. As tarefas propostas aos alunos também devem contemplar aspetos rotineiros como a utilização de fórmulas.

2.10 Objetivos específicos dos conteúdos das isometrias

Na Figura 5 apresentam-se os principais tópicos associados às isometrias e os objetivos específicos a atingir em cada tópico.

Tópicos	Objetivos específicos
Isometrias	Compreender as noções de vetor e de translação e identificar e efetuar translações.
Translação associada a um vetor	Identificar e utilizar as propriedades de invariância das translações. Compor translações e relacionar a composição de translações com a adição de vetores.
Propriedades das isometrias	Reconhecer as propriedades comuns das isometrias. Reconhecer que a translação é a única isometria que conserva direções.

Figura 5: Tópicos e objetivos específicos do tema: Isometrias (Ponte et al., s/d)

Para Ponte et al. (s/d) o estudo do tema das isometrias, iniciado no 1.º ciclo e prosseguido no 2.º ciclo, aprofunda-se neste ciclo com o estudo da translação. Este tópico compreende uma abordagem geométrica e uma abordagem vetorial. A abordagem geométrica pode ser iniciada através da análise de exemplos ligados às artes decorativas. Para a abordagem vetorial o professor pode usar exemplos associados às ciências (por exemplo, à Física). Faz-se também a comparação das propriedades das diversas isometrias. Espera-se que os alunos se acostumem com o processo de demonstração matemática, nomeadamente ao demonstrarem propriedades e relações que encontram ao realizarem atividades de investigação. Os alunos devem ser instigados a questionar e avaliar a correção matemática das demonstrações apresentadas pelos colegas ou pelo professor.

2.11 Conjetura e prova com geometria dinâmica

No passado, a demonstração lógico-dedutiva era a única metodologia considerada válida e aceitável para fazer a validação de qualquer propriedade matemática. Hoje, os ambientes de GD alteraram o conceito de demonstração matemática (Hanna, 1996), recorrendo aos ambientes de GD os professores e os alunos podem testar as suas hipóteses por um processo de indução (Schwartz, 1993; Junqueira, 1995). De facto, recorrendo aos ambientes de GD os alunos veem a demonstração como aquela que os ajuda a perceber as conjeturas formuladas, não se importando com a veracidade da mesma (Hanna, 1996).

A prática frequente da argumentação e da justificação das suas próprias afirmações, bem como a procura de justificações para defender as conjeturas que formulam, nas atividades de investigação, permite melhorar o discurso matemático e as formas de

expressar os raciocínios dos alunos (Veloso, 1998).

2.12 A Comunicação matemática e a geometria dinâmica

A comunicação humana é um processo que envolve a troca de informações, utilizando os sistemas simbólicos como suporte, de várias formas: gestos com as mãos, a fala, a escrita e, hoje, utilizando a rede global: a internet. Todavia, a comunicação entre os seres humanos depende de vários fatores, entre eles, a forma de emissão e de recepção da mensagem (através de sons, escrita, gestos, entre outros). Através da união destes fatores, as pessoas são capazes de estruturar pensamentos, transmitir ideias, atribuir sentidos e produzir significados (Isotani & Brandão, 2006b).

Ausubel (1968), citado por Moreira (2000), considera que o desenvolvimento da linguagem é o que, em grande parte, permite aos seres humanos a aquisição, por aprendizagem significativa recetiva, de uma vasta quantidade de conceitos e princípios que, por si só, poderiam nunca descobrir ao longo de suas vidas. O mesmo autor define aprendizagem significativa como “aprendizagem com significado”, ou seja quando novos conhecimentos (conceitos, ideias, proposições, modelos, fórmulas) passam a significar algo para o aluno, quando este é capaz de explicar situações com as suas próprias palavras, quando é capaz de resolver problemas novos, enfim, quando compreende.

O novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., s/d) considera a comunicação matemática como uma importante capacidade transversal a toda a aprendizagem da matemática, juntamente com a resolução de problemas e o raciocínio matemático. Nas orientações do novo programa Ponte et al. (s/d) pode ler-se: “os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático” (p. 5).

O que se pretende, então, é que os alunos sejam capazes de interpretar enunciados apresentados de forma oral ou escrita, expressar ideias usando uma linguagem matemática correta, descrever e explicar estratégias e processos utilizados nas suas produções, argumentar e discutir argumentações apresentadas por outros (Ponte *et al.*, s/d).

Para que a comunicação oral e escrita surjam em contexto de sala de aula é essencial que o professor dinamize atividades de comunicação oral e escrita. Como referem Alro e Skovsmose (2006), citados por Passos (2008), “só através da comunicação matemática o professor pode detetar dificuldades de compreensão e conceitos”. Uma vez que o tipo de respostas está diretamente relacionado com o tipo de perguntas, é imprescindível que o professor proponha aos alunos questões cujas respostas os convidem à investigação e à mobilização de conhecimentos. É, então, fundamental que todos os professores propiciem aulas de investigação, onde as interações entre todos os intervenientes sejam possíveis, pois ao contrário dos animais, sujeitos aos mecanismos instintivos de adaptação, os seres humanos criam instrumentos e sistemas de signos cujo uso lhes permite transformar e conhecer o mundo, comunicar suas experiências e desenvolver novas funções psicológicas. Só desta forma os alunos irão progressivamente apropriar-se da linguagem matemática.

2.13 A resolução de problemas e a geometria dinâmica

No programa de matemática (Ponte et al., s/d), a resolução de problemas é considerada como:

uma capacidade matemática fundamental, considerando-se que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas matemáticos e também com problemas relativos a contextos do seu dia-a-dia e de outros domínios do saber. O aluno tem então de ser capaz de resolver e de formular problemas, de analisar diferentes estratégias e efeitos de alterações no enunciado de um problema. A resolução de problemas não só é um importante objetivo de aprendizagem em si mesmo, como constitui uma atividade fundamental para a aprendizagem dos diversos conceitos, representações e procedimentos matemáticos (p. 8).

Segundo Minuzzi e Camargo (2009) é inconcebível um processo de ensino-aprendizagem da matemática que dê grande importância à memorização e que se debruce apenas no ensino de algoritmos em detrimento da aprendizagem que desenvolva as capacidades cognitivas dos alunos. A educação matemática nas escolas limita-se, muitas vezes, ao ensino de algoritmos, ou seja, à transmissão e resolução de exercícios a

partir de passos e regras formais, este procedimento mecaniza a obtenção de resultados e não contribui para a construção de conhecimentos. A matemática é, então, encarada como uma disciplina difícil e aborrecida e sem qualquer ligação com a realidade. Sendo assim, Minuzzi e Camargo (2009) entendem que a resolução de problemas é uma estratégia metodológica de ensino que pode contribuir para o desenvolvimento cognitivo dos alunos e, conseqüentemente, para a inserção social dos mesmos uma vez que a resolução de problemas relacionados com temas do quotidiano aproximam a “sala de aula” da realidade dos educandos.

2.14 Raciocínio matemático e a geometria dinâmica

Em Portugal, alguns documentos curriculares de Matemática apontam o desenvolvimento do raciocínio matemático como um objetivo central do ensino da Matemática e alertam para a necessidade de desenvolver essa capacidade nos alunos de forma sólida, recorrendo-se à sua utilização sistemática numa diversidade de contextos (Ponte, 2002, Martins, 2003, NTCM, 2008, citados por Semana & Santos, 2008). Sendo o raciocínio matemático um objetivo central no ensino da matemática, apresentamos algumas definições de raciocínio matemático.

Para Saraiva (2008), citado por Santos (2011), a “interpretação do que é o raciocínio matemático varia bastante”, uma vez que “depende da perspectiva que cada um tem sobre o que é a Matemática” (p. 3).

Oliveira (2008), citado por Santos (2011), refere que a expressão “raciocínio matemático” designa “um conjunto de processos mentais complexos através dos quais se obtêm novas proposições (conhecimento novo) a partir de proposições conhecidas ou assumidas (conhecimento prévio)” (p. 3). Este autor, salienta, ainda, que o raciocínio matemático não se restringe apenas ao raciocínio dedutivo, mas que inclui, também, outras vertentes de carácter mais intuitivo e relacionadas com um trabalho de cariz experimental.

O novo Programa de Matemática do Ensino Básico (Ponte et al., s/d) refere que é de extrema importância que os alunos raciocinem matematicamente usando os conceitos, representações e procedimentos matemáticos. Neste documento, os seus autores

apontam o raciocínio matemático como uma capacidade fundamental, que envolve a explicação e a justificação de ideias, a formulação e o teste de conjeturas e só numa fase mais avançada a demonstração. Para o desenvolvimento desta capacidade é essencial estimular os alunos a fundamentarem matematicamente as suas afirmações, em todas as atividades matemáticas que realizarem.

No terceiro ciclo, os alunos devem ser capazes de (Ponte et al., s/d):

“formular, testar e demonstrar conjeturas; distinguir entre uma demonstração e um teste de uma conjetura e fazer demonstrações simples; identificar e usar raciocínio indutivo e dedutivo; compreender o papel das definições em Matemática; distinguir uma argumentação informal de uma demonstração; selecionar e usar vários tipos de raciocínio e métodos de demonstração (p.64).”

Tendo em conta a minha experiência, como professora do ensino básico, considero que é fundamental para que os alunos tenham um bom desempenho na comunicação matemática e no raciocínio matemático, sejam capazes de compreender o papel das definições em matemática, formular, testar e demonstrar conjeturas, fazer a distinção entre uma argumentação informal de uma demonstração e que identifiquem e usem o raciocínio indutivo e dedutivo só desta forma conseguiram obter um bom desempenho escolar.

Capítulo 3: Metodologia

3.1 Caracterização do estudo

Este trabalho de investigação assume características de natureza qualitativa e quantitativa. Recorremos à investigação por inquérito para conhecermos a opinião dos alunos em relação aos conceitos e atitudes sobre a utilização do software “Geogebra” no ensino das “isometrias, as respostas abertas deram origem a dados de carácter qualitativo e as respostas fechadas a dados de carácter quantitativo, assim como o tratamento dos resultados dos testes de avaliação de conhecimentos. O estudo pode ser considerado quase experimental nos aspetos relacionados com a seleção da amostra que participou no estudo e aos procedimentos associados ao efeito da variável independente nas variáveis dependentes. Teve como objetivo avaliar a estratégia de ensino-aprendizagem baseada no processo da utilização do “Geogebra” nos resultados de desempenho dos alunos do 8.º ano no estudo das “isometrias”, bem como identificar as perceções dos alunos sobre essa utilização.

3.2 População

A população considerada neste estudo foi constituída pelos alunos que frequentavam o 8.º ano de escolaridade no ano letivo de 2011/2012 numa escola secundária do Norte de Portugal, com um total de 170 alunos distribuídos por oito turmas.

A amostra foi constituída por duas dessas turmas do oitavo ano, lecionadas pela investigadora desde o início do ano letivo. Nas oito turmas foram selecionadas as duas lecionadas pela investigadora, e dessas selecionada aleatoriamente uma, para o grupo controlo (GC) e outra para grupo experimental (GE). O GE foi submetido a um processo

de ensino-aprendizagem baseado na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”. O GC foi sujeito às mesmas atividades e conteúdos, durante o mesmo tempo e sem recurso à utilização das TIC.

3.3 Caracterização da amostra

A turma que constituiu o grupo experimental era constituída por 18 alunos, cujas idades no início do ano letivo, eram de 13 e 14 anos, sendo a média de 13,4 anos e a moda e a mediana de 13 anos. Na turma existiam quatro alunos retidos, pelo menos uma vez ao longo do seu percurso escolar. A turma foi formada no sétimo ano de escolaridade e apenas um aluno do sexo feminino, repetente, integrou a turma pela primeira vez. As disciplinas em que os alunos disseram ter mais dificuldades foram: Matemática, Inglês e Língua Portuguesa (Tabela 1).

Tabela 1: Distribuição das idades dos alunos dos Grupos Experimental e Controlo

Idades	Grupo Experimental (n=18)		Grupo Controlo (n=21)	
	Número	%	Número	%
13	12	66,7	11	52,4
14	5	27,7	9	42,9
15	1	5,6	1	4,7

No 7.º ano de escolaridade, 72,2% dos alunos frequentou o apoio educativo à disciplina de matemática. No final do sétimo ano 55,6% dos alunos teve nível inferior a três à disciplina de matemática. A turma que constitui o grupo controlo era constituída por 21 alunos, cujas idades no início do ano letivo eram de 13, 14 e 15 anos, sendo a média de 13,5 anos, a moda e a mediana de 13 anos. Na turma existem cinco alunos retidos, pelo menos uma vez ao longo do seu percurso escolar. A turma foi formada no sétimo ano de escolaridade. As disciplinas em que os alunos disseram ter mais dificuldades foram: Matemática, Inglês e Língua Portuguesa (Tabela 2).

Tabela 2: Disciplinas às quais os alunos dos Grupo Experimental e Controlo apresentaram mais dificuldades

Disciplina	Grupo Experimental (n=18)		Grupo Controlo (n=21)	
	Número	%	Número	%
Matemática	10	55,6	13	61,9
Língua Portuguesa	3	16,7	2	9,5
Inglês	13	72,2	-	-
História	2	11,1	1	4,8

No 7.º ano de escolaridade, 71,4% dos alunos frequentou o apoio educativo à disciplina de matemática. No final do sétimo ano 72,6% dos alunos obteve nível inferior a três à disciplina de matemática (Tabelas 3 e 4).

Tabela 3: Disciplinas às quais os alunos do grupo experimental e controlo tinham apoios educativos à disciplina de matemática, Língua Portuguesa e Inglês

Disciplina	Grupo Experimental (n=18)		Grupo Controlo (n= 21)	
	Número	%	Número	%
Matemática	13	72,2	15	71,4
Língua Portuguesa	3	16,7	2	9,5
Inglês	4	22,2	3	14,3

Tabela 4: Disciplinas às quais os alunos do grupo experimental e controlo tiveram níveis inferiores a três no final do 7º ano

Disciplina	Grupo Experimental (n=18)		Grupo Controlo (n= 21)	
	Número	%	Número	%
Matemática	10	55,6	16	76,2
Língua Portuguesa	3	16,7	4	19
Inglês	5	27,7	3	14,3
Espanhol	-	-	1	4,8
Ciências da Natureza	-	-	2	9,5

Em síntese quer o grupo experimental quer o grupo de controlo as disciplinas onde a maioria dos alunos apresentou maiores dificuldades foram matemática e inglês, assim como foi nas disciplinas que existiu maior percentagem de alunos com apoio e maior percentagem de alunos com nível de classificação inferior a três.

Capítulo 4: Desenvolvimento da parte experimental

A parte experimental deste trabalho decorreu durante quatro semanas, de 3 a 26 de Janeiro, ambas as turmas (GE e GC) tiveram três sessões de noventa minutos por semana. Na primeira sessão, os alunos resolveram um teste de avaliação diagnóstica, para avaliar os conhecimentos dos alunos sobre isometrias. Na sessão seguinte, os alunos do GE foram divididos em grupos de três elementos, perfazendo um total de seis grupos, e foi-lhes atribuído um computador por grupo. Nesta sessão, os alunos familiarizaram-se com os computadores portáteis, estes eram um pouco antigos e, por isso, surgiram alguns problemas com a utilização do rato. Esta sessão serviu, também, para os alunos se adaptarem ao programa Geogebra. Nas sessões seguintes, os alunos desenvolveram dois tipos de atividades: construíram figuras geométricas com o Geogebra e resolveram as tarefas propostas, e exploraram as propriedades das isometrias de figuras geométricas pré-construídas.

A capacidade de argumentação, apoiada em procedimentos, propriedades e conceitos matemáticos foi um dos tópicos do raciocínio matemático que esteve presente em praticamente todas as tarefas desenvolvidas. Proporcionamos, aos alunos, situações de raciocínio indutivo (formulando conjecturas a partir de dados obtidos na exploração de regularidades) e de raciocínio dedutivo (demonstrando conjecturas). Nestas atividades, salientamos o papel das definições na dedução de propriedades das isometrias. Outra propriedade transversal desenvolvida foi a comunicação matemática relativa à interpretação, representação, expressão e discussão. Recorremos, também, a vários tipos de representações (gráfica, algébrica e tabular) e estabelecemos conexões entre elas, para obter múltiplas perspetivas dos problemas e das suas resoluções e soluções. Solicitamos aos alunos a utilização progressiva e consistente de simbologia e vocabulário adequados às situações, proporcionámos oportunidades para apresentações individuais e em grupo, bem como para diversos tipos de interação (professor-aluno, aluno-aluno, aluno-turma, professor-turma). Criamos situações para os alunos interpretarem e criticarem as soluções dos problemas (ou a inexistência de soluções) no

seu contexto e discutirem o processo de resolução usado, apresentando argumentos fundamentados.

Os alunos trabalharam de forma colaborativa em grupo e, quando todos terminavam a tarefa, expunham as suas conclusões, num vídeo projetor, numa tabela construída para o efeito. Sempre que algum grupo não conseguia finalizar as suas atividades, este foi auxiliado pelo grupo que tivesse terminado a tarefa. Na penúltima sessão, foram resolvidos exercícios de revisão e na última sessão os alunos realizaram o teste de avaliação sobre o tema das isometrias. O teste de avaliação foi construído tendo em conta as propriedades, as definições e os conceitos das isometrias que os alunos trabalharam nas aulas. A validação do teste foi efetuada com recurso às opiniões dos colegas do grupo de matemática e de especialistas em educação.

As tarefas realizadas nas aulas foram as que constam no manual intitulado “Novo Espaço 8” de Costa e Rodrigues (2012). Os alunos do GE resolveram as tarefas utilizando o programa de geometria dinâmica “Geogebra” e utilizando régua e compasso quando necessário. Os alunos do grupo controlo utilizaram apenas o método tradicional, tendo como únicos recursos a régua e o compasso. Na Figura 6 apresentamos a calendarização da parte experimental.

Calendarização das sessões	Tópicos	Objetivos específicos
03/01/2012	Resolução do teste de avaliação diagnóstica	
05/01/2012	Familiarização com o programa “Geogebra”	
09/01/2012	Simetrias axial e rotacional Revisão (2.º ciclo)	Compreender as noções de simetria axial e rotacional e identificar as simetrias numa figura
10/01/2012	Simetrias axial e rotacional Revisão (2.º ciclo)	Identificar as simetrias de frisos e rosáceas. Construir frisos e rosáceas.
12/01/2012	Translação associada a um vetor	Compreender as noções de vetor e de translação e identificar e efetuar translações.
16/01/2012	Translação associada a um vetor	Identificar e utilizar as propriedades de invariância das translações.
17/01/2012	Translação associada a um vetor.	Compor translações e relacionar a composição de translações com a adição de vetores.
19/01/2012	Propriedades das isometrias.	Reconhecer as propriedades comuns das isometrias.
23/01/2012	Propriedades das isometrias	Reconhecer que a translação é a única isometria que conserva direções.
24/01/2012	Exercícios de revisão	
26/01/2012	Realização do teste escrito	

Figura 6: Calendarização da parte experimental

4.1 Variáveis

Tendo em conta o papel que cada uma das variáveis assume na investigação, estas classificam-se em variáveis independentes, variáveis dependentes e variáveis intervenientes. As variáveis independentes são definidas como as características que o investigador controla com o objetivo de conhecer o seu impacto nas variáveis dependentes (Almeida & Freire, 2003).

Neste estudo considerou-se como variável independente a estratégia de ensino, a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”. Segundo Ribeiro e Ribeiro (1990), citado por Morais (1994), "por estratégia de ensino entende-se um conjunto de ações do professor orientadas para alcançar determinados objetivos de aprendizagem que se têm em vista" (p. 60).

As variáveis dependentes foram definidas como os resultados do desempenho dos alunos nos conteúdos das isometrias. Assim, os valores que as diversas variáveis dependentes podem assumir foram definidas como as pontuações obtidas, pelos alunos, nas diferentes questões do teste. O teste foi cotado de 0 a 100 pontos e a cotação foi distribuída de forma não uniforme pelas questões do mesmo, ou seja nem todas as questões têm a mesma cotação. As variáveis dependentes consideradas foram as seguintes:

- Comunicação matemática, referente ao conjunto de questões que envolvem a explicação das propriedades das isometrias (0 a 20 pontos);
- Raciocínio matemático, referente ao conjunto de questões que envolvem a utilização das propriedades das isometrias (0 a 80 pontos).
- Desempenho escolar, referente a todas as questões do teste sobre isometrias (0 a 100 pontos).

As variáveis intervenientes, apesar de alheias ao estudo, podem influenciar os resultados. Estas variáveis têm várias origens e destacamos as seguintes: comportamento dos alunos, expectativas em relação ao estudo, atitudes nos momentos de avaliação, motivações pessoais e o ambiente em que decorre a investigação (Almeida & Freire, 2003). A influência de cada uma destas variáveis intervenientes não será tida em consideração no nosso trabalho, pois não foi possível eliminar completamente o seu efeito, pelo que os resultados de desempenho dos alunos na aprendizagem das isometrias

reflete, também, estes efeitos.

4.2 Material de apoio ao processo de ensino-aprendizagem

Como material de apoio ao processo de ensino-aprendizagem foram construídas algumas figuras geométricas, utilizando o software “Geogebra” para o estudo das propriedades das isometrias. Estas figuras foram utilizadas para que os alunos reconhecessem as propriedades das isometrias, pelo que a construção das figuras foi considerada pouco relevante pelos alunos. No início de cada sessão, a professora distribuiu, pelos alunos, uma pasta com as figuras em estudo. As tarefas realizadas foram retiradas do capítulo das isometrias do manual do aluno “Novo Espaço 8º” (Costa & Rodrigues, 2012). As tarefas foram:

- Tarefa 1: Explorar as noções de simetria axial, e rotacional e identificar as simetrias numa figura.
- Tarefa 2. Completar, desenhar e explorar padrões geométricos que envolvam simetrias;
- Tarefa 3: Explorar as noções de vetor e de translação e identificar e efetuar translações;
- Tarefa 4: Identificar e utilizar as propriedades de invariância das translações;
- Tarefa 5:Explicar a composição de translações e relacionar a composição de translações com a adição de vetores;
- Tarefa 6: Explicar as propriedades comuns das Isometrias;
- Tarefa 7: Verificar que a translação é a única isometria que conserva direções;
- Tarefa 8: Identificar as simetrias de frisos e rosáceas;
- Tarefa 9: Construir frisos e rosáceas

4.3 Instrumentos de recolha de dados relativo ao desempenho dos alunos

O efeito da utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no desempenho dos alunos no estudo das isometrias foi avaliado através de uma prova escrita. As provas escritas são instrumentos de avaliação interessantes pois propiciam: “uma situação comum a que todos os estudantes respondem; o mesmo conjunto de

instruções para todos; o mesmo conjunto de regras para valorizar as respostas; uma descrição do desempenho de cada aluno, geralmente, quantitativa” (Valadares & Graça, 1998, p. 128). Para Ary et al. (1988), citado por Morais (2000), os testes definem-se “como uma série de estímulos que se apresentam a um indivíduo para suscitar respostas, na base das quais se atribui uma pontuação numérica” (p. 161). Assim, a prova escrita foi resolvida pelas duas turmas (GE e GC) e teve como principais objetivos avaliar raciocínio matemático e a comunicação matemática.

4.4 Descrição e análise da prova escrita

A prova foi constituída por 14 itens de construção: 5 itens de resposta curta e 9 itens que envolveram a apresentação de cálculos/argumentações. A prova incidiu exclusivamente, no domínio temático de geometria, no tópico de isometrias. Com os itens 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11 e 14 avaliou-se o raciocínio matemático na capacidade de argumentação apoiada em conceitos e procedimentos matemáticos e nos itens 1, 8, 12 e 13 avaliou-se a comunicação matemática nos subtópicos: interpretação, representação, expressão e discussão. A relação entre tópicos, objetivos, questões e cotações é apresentada na tabela 5.

Tabela 5: Distribuição das questões por tópicos e objetivos na prova escrita

Tópicos	Objetivos específicos	Questão	Cotação por questão
Raciocínio matemático			
Argumentação	Compreender o papel das definições em matemática	5) 6) 10) 11) 14)	8 pontos
	Fundamentar afirmações	2) 4) 7) 9)	8 pontos
Comunicação matemática			
Interpretação	Interpretar conceitos matemáticos representados de diversas formas.	12) 13)	5 pontos
Representação	Representar conceitos matemáticos de diversas formas.	1)	5 pontos
Expressão	Exprimir resultados, processos e ideias matemáticas, oralmente e por escrito, utilizando a notação, simbologia e vocabulário próprios.	3)	5 pontos
Discussão	Discutir conceitos matemáticos	8)	5 pontos

4.4 Recolha de dados de desempenho dos alunos

Na primeira sessão de noventa minutos, ainda antes de se introduzirem os conteúdos programáticos das isometrias, todos os alunos foram submetidos a um teste de avaliação diagnóstica, ministrado às duas turmas à mesma hora. Como não foi possível à investigadora acompanhar as duas turmas, foi solicitado a uma professora do grupo de matemática que administrasse o pré-teste numa das turmas. Na última sessão foi administrado o mesmo teste às duas turmas, e seguiu-se o mesmo procedimento do pré-teste.

4.5 Tratamento estatístico dos dados de desempenho dos alunos

Os dados foram tratados estatisticamente com o software R (R Development Core Team, 2013), assim os resultados de desempenho dos alunos foram submetidos a uma análise de variância uni-factorial para comparar o desempenho do GC com o GE. Os dados de desempenho foram também analisados através da construção de gráficos de bigodes e de barras e da aplicação dos testes estatísticos nomeadamente o teste t-Student para comparação das pontuações médias dos resultados dos alunos no teste de isometrias.

4.6 Perceções dos alunos do Grupo Experimental

A aprendizagem não é um processo unicamente cognitivo, pelo que as interações sociais têm sido objeto de estudo no sentido de avaliar a sua intervenção na cognição e na estruturação do conhecimento matemático (Serrazina, 1995). Para Vygotsky (1987), o ambiente de sala de aula exige interação social, considerando que o ambiente social é a nascente do conhecimento socialmente construído, afirmando que a aprendizagem e o desenvolvimento são adquiridos por modelos sociais e pela motivação do aluno na sala de aula. De facto, numa sala de aula deve existir um processo interativo, onde todos os intervenientes tenham a oportunidade de expor as suas dúvidas, levantar as suas hipóteses e chegar às suas conclusões (Martins, 1997). Como não é possível separar o

ambiente de sala de aula das interações sociais e de todos os meios conciliadores da mesma, sejam eles físicos ou humanos, é necessário utilizar os meios físicos que melhor potenciem tais interações e possibilitem uma melhor aprendizagem.

Como refere Ambrosio (1989)

“...Os professores, em geral, mostram a matemática como um corpo de conhecimento acabado e polido. Ao aluno não é dado em nenhum momento a oportunidade ou gerada a necessidade de criar nada, nem mesmo uma solução mais interessante. O aluno passa assim a acreditar que na aula de matemática o seu papel é passivo e desinteressante” (p. 2).

Há então necessidade de estruturar o currículo de matemática onde o referencial não seja a simples repetição de exercícios, mas "aprender a interpretar problemas, desenvolver sistemas de ações, comparar ideias, métodos e soluções, saber comunicar ideias através da matemática e concluir processos de forma clara, rigorosa e precisa, entre outras estratégias"(Azcárate, 1997, citado por Groenwald & Nunes, 2007, p. 99).

Para identificar as perceções dos alunos do 8.º ano escolaridade relativamente à estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias foram construídos pela investigadora instrumentos de recolha de dados.

4.7 Instrumentos de recolha de dados relativo às perceções dos alunos do grupo experimental

As perceções dos alunos em relação à utilização do software de geometria dinâmica o Geogebra foram obtidas através de um inquérito por questionário construído e validado para o efeito. Os alunos responderam ao inquérito na aula seguinte à última sessão da parte experimental do estudo. O principal instrumento de recolha de dados foi um questionário. Deste questionário fazem parte treze questões de resposta fechada e quatro questões de resposta aberta. Nas questões de resposta fechada os alunos respondem às questões tendo em conta a seguinte escala: 1 – Discordo completamente, 2 – Discordo, 3 – Não concordo nem discordo, 4 – Concordo, 5 – Concordo completamente. Foi atribuído nível zero à ausência de resposta. As respostas às questões de resposta aberta foram organizadas em categorias, tendo em conta as opiniões

identificadas nas respostas dos alunos. Após a identificação da unidade de análise “cada opinião identificada nas respostas” e a integração das unidades de registo nas respetivas categorias organizaram-se os dados e expressaram-se os seus valores percentuais.

4.8 Recolha das opiniões dos alunos

A resposta ao inquérito realizou-se na aula imediatamente a seguir à realização do pós-teste. O inquérito permitiu identificar as perceções dos alunos do 8.º ano de escolaridade sobre a estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias.

Capítulo 5: Apresentação, análise e discussão dos resultados

5.1 Resultados de desempenho do teste escrito

De salientar que os resultados no pré-teste foram muito baixos nas duas turmas, com médias de 0 % no GC e 0% no GE, pelo que consideramos as duas turmas com nível de conhecimentos idênticos e passaremos a tratar apenas os dados obtidos no pós-teste, que designamos por teste escrito, realizado após ter terminado a parte experimental do estudo.

Na Tabela 6 apresentamos as estatísticas descritivas das classificações obtidas pelo GC e GE no teste de desempenho de isometrias e a classificação obtida no primeiro período. Podemos observar que o GC obteve classificação mais elevada no primeiro trimestre, do que o GE, havendo diferenças significativas ($p < 0,05$) pelo que é expectável que os resultados obtidos no teste de isometrias seja contaminado por esta diferença de desempenho das duas turmas à disciplina de matemática. O GC apresentou melhor desempenho do que o GE na componente de raciocínio matemático (41,5 no GC e 35,5 no GE), havendo diferenças significativas ($p < 0,05$). Não se observaram diferenças significativas para ($p < 0,05$) entre o GC e o GE na componente de comunicação matemática. Assim, o GC apresentou melhor desempenho que o GE no resultado geral do teste de isometrias.

Tabela 6: Média e desvio padrão (dp) das classificações obtidas pelo GC e GE no teste de desempenho de Isometrias (RM: raciocínio matemático, CM: comunicação matemática, CT: classificação total) e a classificação obtida no primeiro período

	n	1º Período		RM		CM		CT	
		Média	dp	Média	dp	Média	dp	Média	dp
Grupo Controlo	21	41,5 ^a	22,0	41,5 ^a	21,4	11,2 ^a	5,7	52,7 ^a	24,8
Experimental	18	36,5 ^b	22,5	35,5 ^b	23,1	11,1 ^a	6,2	46,6 ^b	26,8

^{a,b} Médias com letras diferentes, dentro da mesma coluna, são estatisticamente diferentes ($p < 0,05$); dp = desvio padrão; RM = Raciocínio matemático; CM = Comunicação matemática; CT = Classificação total do teste.

Na Figura 7 apresentamos o gráfico de bigodes da distribuição dos resultados do teste das isometrias na componente de comunicação matemática. A inspeção destes gráficos permite avaliar a distribuição dos dados, avaliando a simetria e a existência de eventuais dados anormais (pontos extremos). O GC apresentou os dados mais concentrados em torno da média, apresentando menos dados extremos. Por outro lado, o GE além de apresentar a média não significativamente superior ($p < 0,05$) na CM do teste de isometrias, apresentou maior variação em torno da média. Este resultado indica que poderão existir alunos que tiraram maior proveito desta estratégia de ensino-aprendizagem, pelo que importa identificar que fatores podem estar na base desta variação observada no grupo experimental.

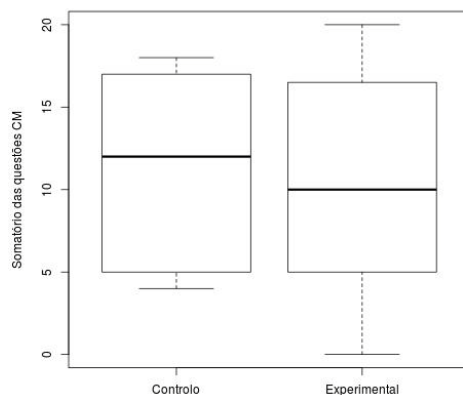


Figura 7: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho obtidos na componente de comunicação matemática (CM) no teste de isometrias

Apesar de não se observarem diferenças entre os GC e GE na componente de comunicação matemática, o GC apresentou uma distribuição mais densa em torno da média, o que mostra tratar-se de uma turma mais homogénea.

Na Figura 8 apresentamos o gráfico de bigodes da distribuição dos resultados do teste de isometrias para a componente de raciocínio matemático.

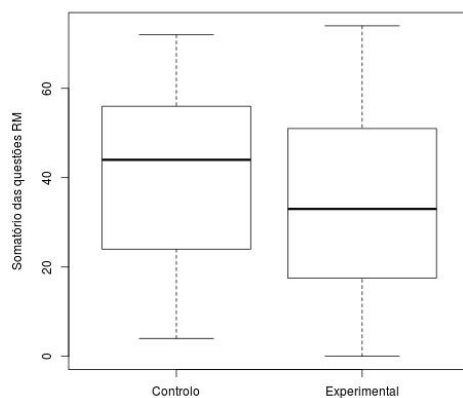


Figura 8: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho obtidos na componente de raciocínio matemático (RM) no teste de isometrias

Na Figura 9 apresentamos o gráfico de bigodes da distribuição dos resultados globais do teste de isometrias. O GC apresentou uma distribuição de resultados mais densa em torno da média, assim além dos melhores resultados globais no teste, com diferenças significativas ($p < 0,05$) a turma apresenta resultados mais homogêneos, ou seja com menor dispersão.

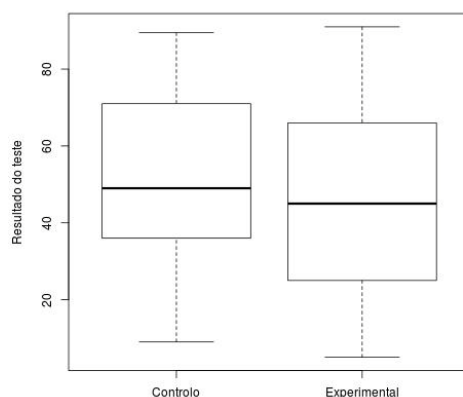


Figura 9: Gráfico de bigodes dos resultados de desempenho globais (CT) obtidos no teste de Isometrias

Em síntese a utilização da estratégia baseada no “Geogebra” não produziu melhores resultados em termos de desempenho do que a estratégia baseada no ensino tradicional.

5.2 Resultados das percepções dos alunos sobre a utilização do Geogebra no desenvolvimento de competências

Nesta secção apresentamos os resultados do questionário, anexo I administrado no final do período experimental. Com este questionário pretendeu-se avaliar a percepção dos alunos sobre a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no processo de ensino-aprendizagem das isometrias.

Na Figura 10 apresentamos os resultados relativos à pergunta “Sinto motivação para aprender sozinho”. Podemos notar que todos os alunos se sentem mais motivados, 66,7% concordaram e 33,3 % concordaram completamente, para aprender sozinhos com a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”.

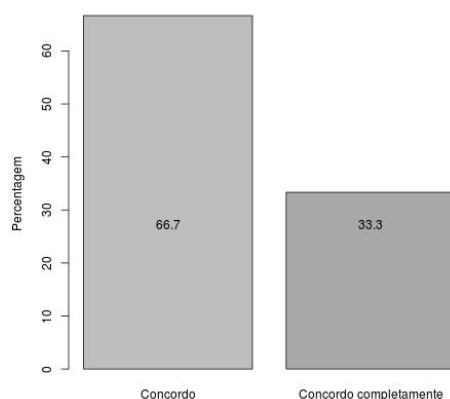


Figura 10: Motivação para a aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Os resultados relativos à pergunta “melhorou o desempenho escolar” são apresentados na Figura 11. Cerca de 50% dos alunos não formularam uma opinião clara sobre o efeito da utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no seu desempenho escolar pois responderam nem concordo nem discordo, todavia, 55,6% dos alunos, 38,9% concordaram e 16,7% concordaram completamente, consideraram que a utilização do software “Geogebra” contribuiu para melhorar o seu desempenho escolar.

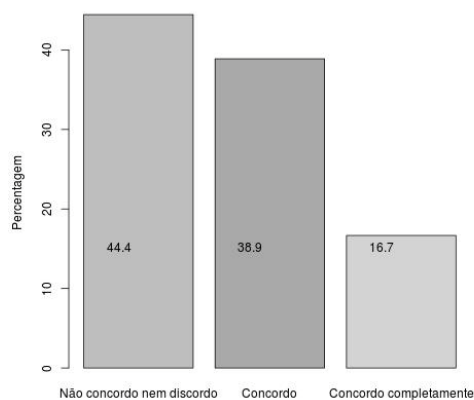


Figura 11: Desempenho escolar com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Todos os alunos consideraram que estão mais atentos quando utilizam o software de geometria dinâmica “Geogebra”. Os dezoito alunos inquiridos responderam concordo completamente, pelo que a utilização desta tecnologia em ambiente de sala de aula pode contribuir para melhorar o ambiente de aprendizagem e, desta forma, melhorar o desempenho escolar dos alunos, o que não se verificou neste estudo, mas será necessário procurar outras estratégias e talvez passar a utilizar com regularidade os recursos tecnológicos para diminuir o impacto de carácter esporádico e pouco usual da realização de experiências com finalidades investigativas.

Na Figura 12 apresentamos os resultados relativos à pergunta “interesse pela disciplina”. Podemos verificar que aproximadamente todos os alunos 94,4% consideraram que a utilização do software “Geogebra”, como estratégia de ensino aprendizagem no estudo das isometrias, contribuiu para aumentar o interesse dos alunos pela disciplina.

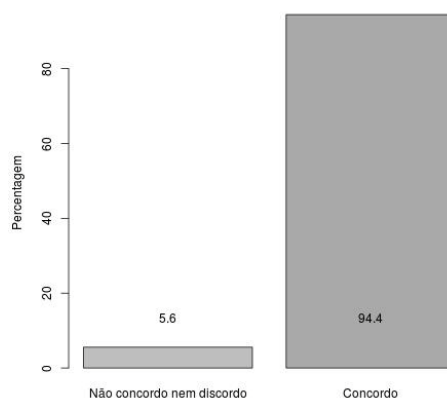


Figura 12: Interesse pela disciplina com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Na Figura 13 apresentamos os resultados relativos à pergunta “Envolver-me mais nas tarefas propostas”. Cerca de metade dos alunos 55,6% consideraram que se envolveram mais nas tarefas propostas com a utilização do software “Geogebra”, como estratégia de ensino-aprendizagem no estudo das isometrias. Contudo, uma elevada percentagem de alunos (cerca de 45%) mostram-se indiferentes à utilização do software “Geogebra”.

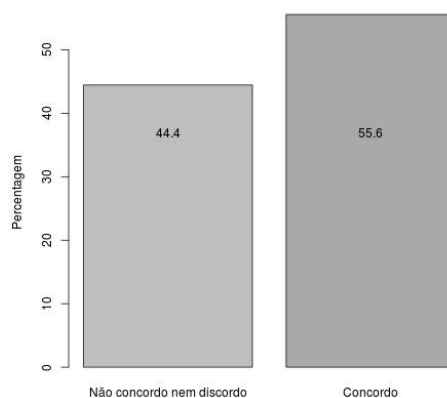


Figura 13: Envolver-me mais nas tarefas propostas com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Na Figura 14 apresentamos os resultados relativos à pergunta “Fico mais desinibido(a) perante a aprendizagem”. Os resultados indicam que 50% dos alunos concordaram que se sentiram mais desinibidos para a aprendizagem da matemática quando utilizaram o software “Geogebra”, como estratégia de ensino-aprendizagem no

estudo das isometrias. Todavia, 50% dos alunos mostraram-se indiferentes (não concordaram ou não discordaram completamente) com a utilização do software “Geogebra”.

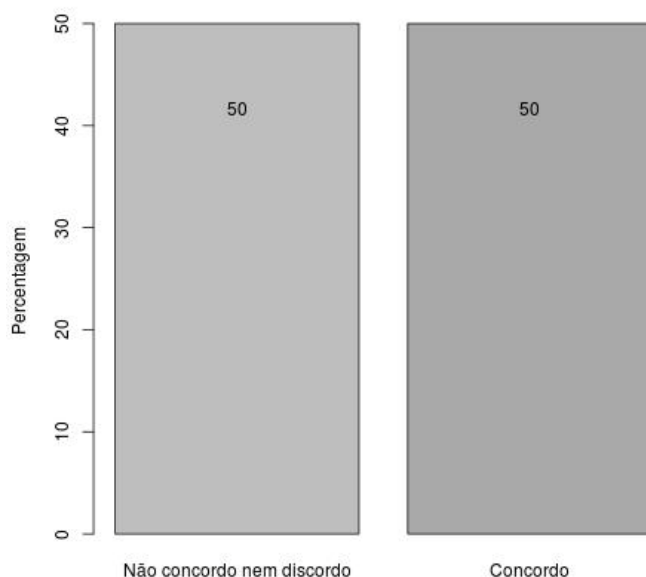


Figura 14: Desinibição perante a aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)

No que diz respeito aos resultados relativos à pergunta “Tomo decisões mais facilmente”, todos os alunos se mostraram indiferentes a esta questão. De facto, todos responderam que “não concordaram e nem discordaram” sobre a maior facilidade da tomada de decisões quando utilizaram o software “Geogebra” como estratégia de ensino-aprendizagem no estudo das isometrias.

Na Figura 15 apresentamos os resultados relativos à pergunta “Sinto mais autonomia na aprendizagem”. Cerca de 61% dos alunos consideraram que sentiram mais autonomia com a utilização do “Geogebra” como estratégia de ensino aprendizagem no estudo das isometrias.

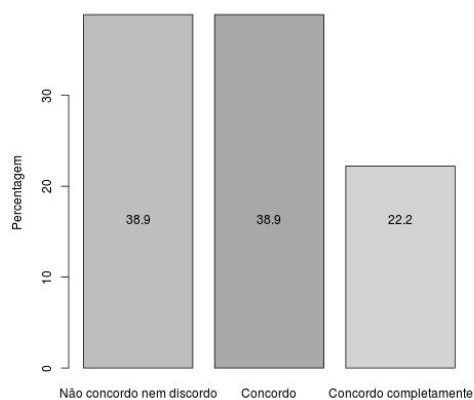


Figura 15: Autonomia na aprendizagem com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Na Figura 16 apresentam-se os resultados relativos à pergunta “Tenho mais confiança nas minhas capacidades”. Podemos observar que cerca de 72 % dos alunos consideraram que a utilização do “Geogebra”, como estratégia de ensino aprendizagem no estudo da isometrias, contribuiu para aumentar a confiança nas suas capacidades.

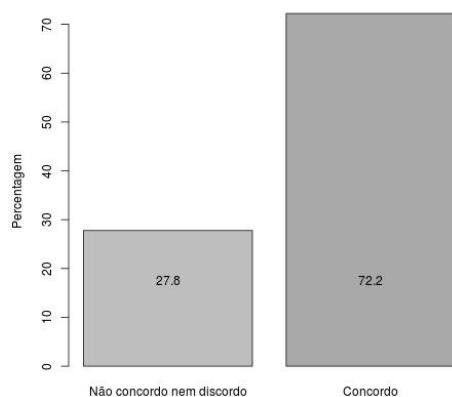


Figura 16: Confiança nas suas capacidades com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Na Figura 17 apresentam-se os resultados relativos à pergunta “Gosto de colocar questões”. Todos os alunos consideraram (50% concordaram e 50% concordaram completamente) que a utilização do software “Geogebra” melhorou o seu gosto para colocar questões.

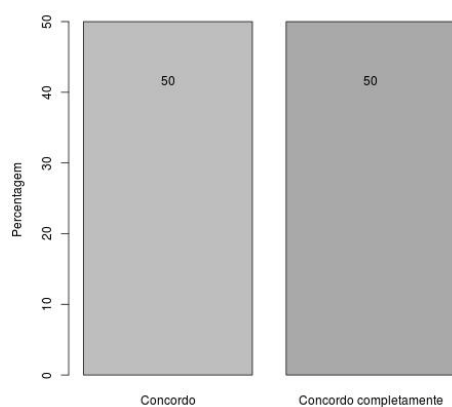


Figura 17: Gosto por colocar questões com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Na Figura 18 apresentamos os resultados da pergunta “Tenho mais facilidade na interpretação dos conceitos”. Aproximadamente 28% dos alunos consideraram que sentiram mais facilidade na interpretação dos conceitos no estudo das isometrias com a utilização do “Geogebra” como estratégia de ensino-aprendizagem.

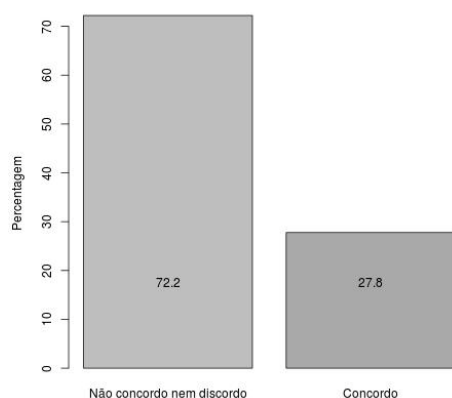


Figura 18: Facilidade na interpretação dos conceitos com a utilização do “Geogebra”

Na Figura 19 apresentam-se os resultados relativos à pergunta “Esforço-me por realizar melhor os trabalhos propostos na aula”. Aproximadamente 89% dos alunos consideraram que se esforçaram (44,4% concordaram e 44,4% concordaram completamente) para realizar melhor os trabalhos propostos na aula quando utilizaram o “Geogebra” como estratégia de ensino-aprendizagem no estudo das isometrias.

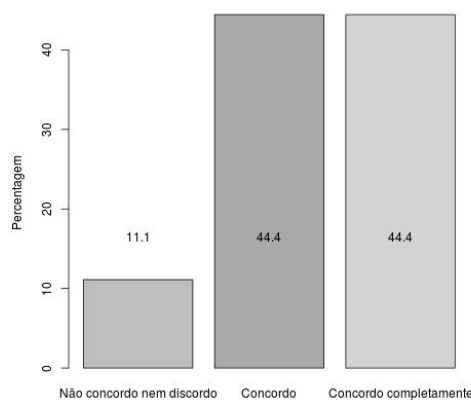


Figura 19: Esforço para realizar melhor os trabalhos propostos na aula com a utilização do “Geogebra” (n=18)

Todos os alunos consideraram que realizaram os trabalhos com mais prazer, quando utilizaram o software de geometria dinâmica “Geogebra” no processo de ensino-aprendizagem das Isometrias.

5.3 Perceções sobre a utilização do software “Geogebra” no contexto de sala de aula

Na análise das respostas à questão “Refere as dificuldades que sentiste na utilização do programa “Geogebra” foi considerada como unidade de análise “a opinião identificada em cada resposta dos alunos”. Nas dezoito respostas foram identificadas 39 unidades de registo, estas foram distribuídas pelas categorias: “adaptação ao programa, reduzido número de computadores por grupo e antiguidade dos computadores portáteis”.

No início, os alunos apresentaram algumas dificuldades de adaptação ao software e aos computadores, pois estes possuíam apenas os ratos integrados. Estas observações de sala de aula foram corroboradas pelas respostas dos alunos ao inquérito. Assim, 35,9% dos alunos identificaram como dificuldade sentida a “Adaptação ao programa”, 38,5% referiram como dificuldade o reduzido número de computadores e 25,6% apontaram a idade dos computadores e o rato integrado como uma dificuldade de adaptação.

Pela leitura da Tabela 7 podemos afirmar que as dificuldades que os alunos sentiram, quando utilizaram o “Geogebra”, foram a necessidade de adaptação ao programa e ao computador.

Tabela 7: Resultados das respostas (%) dos alunos à questão: 3 - Refere as dificuldades que sentiste na utilização do programa “Geogebra” (n =39)

Dificuldades identificadas	Opiniões (%)
Adaptação ao programa	35,9
Reduzido número de computadores por grupo	38,5
antiguidade dos computadores portáteis”.	25,6

Na análise das respostas à questão “Refere as vantagens da utilização do programa Geogebra no ensino e aprendizagem da Geometria” foi considerada como unidade de análise “ cada opinião identificada em cada resposta dos alunos” . Assim, nas dezoito respostas foram identificadas 65 unidades de registo, estas foram distribuídas pelas categorias: “visualizam-se melhor as definições e propriedades, estimula mais a aprendizagem, facilita a descoberta e a compreensão dos conceitos, consegue-se fundamentar melhor as respostas e percebem-se melhor as matérias”.

Quando se questionaram os alunos sobre as vantagens da utilização do “Geogebra”, no ensino-aprendizagem da Geometria, 27,6% afirmaram que visualizavam melhor as definições e as propriedade, 26,2% dos alunos afirmaram que lhes facilitava a descoberta e a compreensão de conceitos, 18,5% foram da opinião que conseguem fundamentar as suas respostas e 12,2% disseram compreender melhor as matérias (Tabela 8).

Tabela 8: Resultados das respostas (%) dos alunos à questão 4 - “Refere as vantagens da utilização do programa Geogebra no ensino e aprendizagem da Geometria” (n =65)

Vantagens identificadas	Opiniões (%)
Visualizam-se melhor as definições e propriedades	27,6
Estimula mais a aprendizagem	15,4
Facilita a descoberta e a compreensão dos conceitos	26,2
Consegue-se fundamentar melhor as respostas	18,5
Percebem-se melhor as matérias	12,2

Na análise das respostas à questão “Salienta as principais características das aulas de Matemática em que utilizaste o programa Geogebra” foi considerada como unidade de análise “a opinião identificada em cada resposta dos alunos”. Assim, nas dezoito

respostas foram identificadas 80 unidades de registo, estas foram distribuídas pelas categorias: “mais barulhentas, mais confusão, passaram mais rápido, tornam-se menos monótonas e aborrecidas, as aulas foram interessantes e diferentes das habituais, a aula é mais descontraída, as aulas foram mais dinâmicas, as aulas deveriam ser sempre assim e foi diferente”.

Pela análise da Tabela 9, podemos constatar que 16,3% de alunos considerou as aulas de matemática mais dinâmicas e 15,2 % dizem que deveriam ser sempre assim. Saliente-se também que 13,8% dizem que as aulas passaram mais rápido e foram menos monótonas e aborrecidas.

Tabela 9: Resultados das respostas (%) dos alunos à questão 5 - Salienta as principais características das aulas de Matemática em que utilizaste o programa Geogebra (n= 80)

Características das aulas de Matemática	Opiniões (%)
Mais barulhentas	6,3
Mais confusão	8,3
Passaram mais rápido	13,8
Torna-se menos monótonas e aborrecidas	13,8
As aulas foram interessantes e diferentes das habituais	8,8
A aula é mais descontraída	10,0
As aulas foram mais dinâmicas	16,3
As aulas deveriam ser sempre assim	15,2
Foi diferente	7,5

Na análise das respostas à questão “ A utilização do software Geogebra facilitou-te a realização das tarefas desenvolvidas na sala de aula” foi considerada como unidade de análise a opinião identificada em cada resposta dos alunos. Assim, nas dezoito respostas foram identificadas 18 unidades de registo, estas foram distribuídas pelas categorias: “é mais fácil e não é mais fácil”.

Pela análise da Tabela 10 observamos que 94,4% dos alunos asseguraram que a utilização do “Geogebra” facilitou a realização das tarefas desenvolvidas na aula. Estes consideraram que foi mais fácil interpretar os resultados, tirar conclusões, explicar o processo de resolução e argumentar sobre os resultados obtidos.

Tabela 10: Resultados das repostas (%) dos alunos à questão 6 - A utilização do software Geogebra facilitou-lhe a realização das tarefas desenvolvidas na sala de aula?

Facilidade de realização das tarefas	Opiniões(%)
É mais fácil	94,4
Não é mais fácil	5,6

Em síntese, podemos considerar que na utilização do programa “Geogebra” as principais dificuldades sentidas pelos alunos foram o reduzido número de computadores e a adaptação ao programa. As principais vantagens foram visualizar melhor as definições e as propriedades das figuras geométricas. Nas características das aulas salienta-se o serem mais dinâmicas e passarem mais rápido, menos monótonas e aborrecidas e as tarefas realizam-se de uma forma mais fácil.

Capítulo 6: Conclusões

As conclusões deste estudo estão organizadas segundo os objetivos previamente definidos. Assim, iniciamos pelo desempenho dos alunos do 8.º ano de escolaridade, quando submetidos a uma estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no estudo das isometrias, nas componentes de raciocínio matemático, comunicação matemática e desempenho global dos alunos. Finalizamos este trabalho com a apresentação das conclusões relativas às perceções dos alunos do 8.º ano de escolaridade sobre a estratégia de ensino-aprendizagem baseada na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias.

6.1 Desempenho dos alunos

O grupo experimental apresentou resultados inferiores ao grupo controlo no teste escrito sobre conteúdos de isometrias, no desempenho global, no raciocínio matemático e na comunicação matemática. Assim, não identificámos qualquer vantagem em termos de desempenho na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” no ensino das isometrias. Todavia, estes resultados encontram-se limitados pelo desenho experimental utilizado, bem como pelas diferenças no desempenho das turmas escolhidas. De facto, a utilização de apenas duas turmas, uma definida como grupo controlo e outra como grupo experimental, coloca várias dificuldades à interpretação dos resultados. Por um lado, não foi possível separar o efeito do tratamento (utilização do software de geometria dinâmica) do desempenho anterior das turmas escolhidas. De facto, a turma de controlo apresentou melhores resultados nas componentes de raciocínio matemático (41,5 *versus* 35,5) e desempenho global (52,7 *versus* 46,6), o que encontra explicação no nível mais elevado do grupo de controlo, como mostram os resultados obtidos pelas duas turmas no primeiro trimestre (41,5 *versus* 36,5). De facto, os resultados do teste de isometrias refletem, claramente, os resultados obtidos pelas turmas no primeiro trimestre. Desde o início do trabalho que tínhamos a perceção e o interesse de realizar um estudo experimental que envolvesse diversas turmas, de várias

escolas, para desta forma podermos avaliar a importância destes fatores contextuais na aprendizagem da geometria e da sua interação com a metodologia de ensino. Todavia, os recursos financeiros e humanos disponíveis limitaram-nos à utilização de duas turmas, pelo que os resultados obtidos neste trabalho são de difícil generalização. A realização de trabalhos futuros, nesta temática, devem assentar num delineamento experimental passível de generalização dos resultados.

6.2 Perceções dos alunos sobre a utilização do Geogebra no desenvolvimento de competências

Apesar dos resultados do teste escrito não evidenciarem qualquer vantagem em termos de desempenho na utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra”, os resultados do inquérito provenientes das respostas dos 18 alunos do grupo experimental destinado a conhecer as perceções dos alunos sobre a utilização do software de geometria dinâmica “Geogebra” são bastante motivadores. De facto, os alunos consideraram que a utilização do software “Geogebra” contribuiu para: aumentar a sua motivação para aprender sozinho 100%, melhorar o seu desempenho escolar 55,6%, aumentar o seus níveis de concentração na sala de aula 100%, aumentar o interesse pela disciplina 94,4%, aumentar o seu envolvimento nas tarefas 55,6%, os desinibir para a aprendizagem da matemática 50%, aumentar o seu grau de autonomia na aprendizagem de matemática 61%, aumentar a confiança dos alunos nas suas capacidades para o estudo da matemática 72%, o esforço por realizar melhor os trabalhos propostos na aula 88,8%. Por fim, todos os alunos consideraram que realizaram os trabalhos com prazer, pelo que este aspeto é, no nosso entender, fundamental para melhorar os níveis de desempenho na disciplina de matemática.

6.3 Perceções sobre a utilização do software “Geogebra” no contexto de sala de aula

No que diz respeito às dificuldades sentidas pelos dezoito alunos do grupo experimental na utilização do software “Geogebra” destacam-se a adaptação ao software 35,9%, o reduzido número de computadores disponíveis 38,5% e a antiguidade dos

computadores 25,6%. Assim, a disponibilização de computadores atuais e funcionais e em número suficiente é fundamental para a realização deste tipo de trabalhos. De facto, estas dificuldades interagem com os resultados, pelo que dificultam a verificação das hipóteses experimentais.

No que diz respeito às vantagens da utilização do software “Geogebra” no processo de ensino-aprendizagem da geometria, os alunos consideraram que contribuiu para: melhorar a visualização das definições e propriedades 27,6%, estimular mais a aprendizagem 15,4%, facilitar a descoberta e a compreensão dos conceitos 26,2%, fundamentar melhor as suas respostas 18,2% e entenderem melhor os conteúdos 12,2%.

Quanto à caracterização das aulas de matemática com a utilização do software “Geogebra”, os alunos consideraram como aspetos positivos: passam mais rapidamente, são menos monótonas e aborrecidas, interessantes e diferentes das habituais, mais descontraídas, mais dinâmicas, deveriam ser sempre assim e foram diferentes.

Por fim, mas não menos importante, a quase totalidade dos alunos 96% consideram que a utilização do software “Geogebra” lhes facilitou a realização das tarefas propostas.

Referências bibliográficas

- Aguiar, C. E. (2009). Óptica e geometria dinâmica. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 31(3), 3302.
- Almeida, L. S. & Freire, T. (2003). *Metodologia da investigação em psicologia e educação* (3ª Ed.). Braga :Psiquilíbrios.
- Alro, H. & Skovsmose, O. (2006). *Diálogo e aprendizagem em educação matemática*. Brasil: Autêntica.
- Alsina, C. (1999). Geometria no Currículo de Matemática. Em *Ensino da Geometria no virar do milénio* (1ª ed.). Lisboa.
- Alves, G. S. A. & Soares, A. B. (s/d). *Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do software Tabulae*. Rio de Janeiro: Universidade Federal do Rio de Janeiro.
- Alves, G. e Sampaio, F. (2010). Modelo de desenvolvimento do pensamento geométrico de Van Hiele e possíveis contribuições da geometria. *Revista de Sistemas de Informação da FSMA*, 5, 69–76.
- Alves, G. S., Soares, A. B. & Lima, C. (2005). Informática e educação matemática: um estudo de caso com triângulos através da geometria dinâmica. In XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação. XI Workshop de Informática na Escola. São Leopoldo (RS): Unisinos.
- Ambrosio, B. S. D. (1989). Como ensinar matemática hoje? *Temas e Debates*, 2, 5–19.
- Arcavi, A. N. H. (2000). Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers of Mathematical Learning*, 5(1), 25–45.
- Ary, D., Jacobs, L. & Razavieh, A. (1988). *Introducción a la Investigacion Pedagogica* (2ª ed.). México: Interamericana.
- Ausubel, D. P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt
- Azcárate, P. (1997). ¿Qué matemáticas necesitamos para comprender el mundo actual?. *Investigación en la Escuela*, 32, 77-85. México: Scielo.
- Barros, D. & Amaral, F. (2007). Instrumento de investigação sobre os estilos de uso do espaço virtual. In *Virtual Educa*, 1–20. São José dos Campos:
- Bennet, D. (1997). Geometry Turned On!. Dynamic geometry renews interest in an old problem, *The Mathematical Association*, 25–28, America.
- Bona, B. O. (2009). Análise de softwares educativos para o ensino de matemáticos nos anos iniciais do ensino fundamental. *Experiências em Ensino de Ciências*, 4, 35–55.
- Bravo, J. F. B. (2005). *Impacto da utilização de um ambiente de geometria dinâmica no ensino-aprendizagem da geometria por alunos do 4º ano do 1º ciclo do ensino básico*. Tese de Mestrado, Universidade do Minho, Braga : Universidade do Minho
- Costa, B. & Rodrigues, E. (2012). *Novo Espaço. Matemática 8º ano (Parte 1)*. Porto: Porto Editora

-
- Cybis, W. d. A., Scapin, D., & Andres, D. P. (2000). Especificação de método de avaliação ergonômica de usabilidade para sites/web de comércio eletrônico. In de Computação, S. B., Proceedings of 3rd Workshop on Human Factors in Computer Systems, 54–63, Porto Alegre.
- DGIDC (2009). Triângulos e quadriláteros. Materiais de apoio ao professor, com tarefas para o 3.º ciclo – 7.º ano, Lisboa: Ministério da Educação
- Ferreira, E. M. B. (2005). Ensino e aprendizagem de geometria em ambientes de geometria dinâmica. Tese de Mestrado, Universidade do Minho. Braga.
- Freudenthal, H. (1981). *Major problems of mathematics education*. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 133–155.
- GAVE (2006). Reflexão dos docentes do 3º ciclo sobre os resultados do exame de matemática de 2005. *Relatório Técnico*, Ministério da Educação, Gabinete de avaliação Educacional.
- GAVE (2010). Exame nacionais. relatório 2010. Relatório Técnico, Ministério da Educação, Lisboa.
- GAVE (2011). Exame nacionais. relatório 2011. Relatório Técnico, Ministério da Educação.
- Gravina, M. A. (1996). Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria. In *Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação*, 1–13, Belo Horizonte, Brasil.
- Gravina, M. A. & Santarosa, L. M. C. (1999). A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. *Revista Brasileira de Informática na Educação*, 2(1), 73–88.
- Groenwald, C. L. O. & Nunes, G. S. (2007). Currículo de matemática no ensino básico: a importância do desenvolvimento dos pensamentos de alto nível. *Relime*, 10(1), 97-116.
- Hanna, G. (1996). The ongoing value of proof. Ed. L. Puig & A. Gutiérrez, *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21–34, Valência.
- Hinostroza, E. J. & Mellar, H. (2001). Pedagogy embedded in educational software design: report of a case study. *Computers & Education*, 37, 24–40.
- Isotani, S. & Brandão (2006a). Como usar a geometria dinâmica? o papel do professor e do aluno frente às novas tecnologias. In: *Anais do XXVI Congresso da SBC. XII Workshop de Informática na Escola*. Campo Grande.
- Isotani, S. & Brandão, L. O. (2006b). O uso do computador no ensino da geometria para deficientes auditivos. In *III Fórum de Informática Aplicada a Pessoas Portadoras de Necessidades Especiais*, Salvador da Bahia.
- Janela, M. A. C. R. M. P. (2012). O novo programa de matemática do ensino básico e o desenvolvimento do raciocínio geométrico. Tese de Mestrado. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Jucá, S. C. (2006). A Relevância dos softwares educativos na educação profissional. *Ciências e cognição*, 8, 22–28.
- Junqueira, M. M. (1995). Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos - um estudo no 9º ano de escolaridade. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.
- Kaleff, A. M. M. R. (1998). *Vendo e Entendendo Poliedros*. Niterói: EdUFF.
- Laborde, C. (1998). Perspectives on the Teaching of Geometry for the 21st Century – An ICMI Study. In: *Visual Phenomena in the Teaching/Learning of Geometry in a*
-

-
- Computer-Based Environment, 113–121. Kluwer Academic, Dordrecht, Boston.
- Loureiro, C. (2009). Geometria no novo programa de matemática do ensino básico: contributos para uma gestão curricular reflexiva. *Revista Educação e Matemática*, 105, 61–66, Lisboa: APM.
- Machado, A. F. & Costa, L. M. (2009). *A utilização do software modellus no ensino da física*, 14, 45–50, Rio de Janeiro: Interagir.
- Martins, J. C. (1997). Vygotsky e o papel das interações sociais na sala de aula: Reconhecer e desvendar o mundo, 28, 111–122. São Paulo: Série Idéias.
- Martins, R. A. (2003). *Ensino-aprendizagem de geometria uma proposta fazendo uso de caleidoscópios, sólidos geométricos e softwares educacionais*. Tese de Mestrado, Universidade Estadual Paulista. Instituto de Geociências e Ciências Exatas.
- Matos, J. M. & Silva, M. C. L. (2011). O movimento da matemática moderna: Diferentes propostas curriculares para o ensino de geometria no Brasil e em Portugal, 24(38), 171–196, Rio Claro.
- Minuzzi, I. & Camargo, M. (2009). O ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: X Encontro Gaúcho de Educação Matemática.
- Miranda, L., Morais, C., Goulão, F., & Melaré, D. (2012). Estilos de aprendizagem: Uso do virtual por alunos do ensino superior. *Revista de estilos de aprendizagem*, 10(1), 184–195.
- Moraes, C. M. (1997). *Subsídios para Fundamentação do Programa Nacional de Informática na Educação*. Brasília: SEED/MEC
- Morais, C. M. (1994). Ambiente hipermédia no ensino recorrente de adultos em tarefas de transferência e aplicação de informação, tese de mestrado, Universidade do Minho.
- Morais, C. M. M. (2000). Complexidade e comunicação mediada por computador na aprendizagem de conceitos matemáticos, tese de doutoramento, Universidade do Minho.
- Moreira, M. A. (2000). Aprendizagem significativa subversiva. Atas do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, 33–45, Peniche.
- Morais, C. & Miranda, L. (2008). Estilos de aprendizagem e atitude face à matemática. In J. Clares López & C. Ongallo Chanclón, *III Congresso Mundial de Estilos de Aprendizagem*, . 211-222 . Cáceres: Universidade de Extremadura.
- NTCM (2008). *Princípios e normas para a Matemática Escolar*. Lisboa: APM.
- Oliveira, P. (2008). O raciocínio matemático à luz de uma epistemologia soft. *Revista Educação e Matemática*, 11–15, Lisboa: APM.
- Oliveira, R. (1997). *Informática educativa dos planos e discursos à sala de aula*. Brasil: Papyrus.
- Passos, C. L. B. (2008). A comunicação nas aulas de matemática revelada nas narrativas escritas em diários reflexivos de futuros professores. *Revista Interações*, 8, 18–36.
- Paty, M. (1995). *Matéria roubada*. São Paulo: Edusp.
- Pietrocola, M. (2002). A matemática como ambiente estruturante do conhecimento físico. *Caderno Catarinense de Ensino de Física*, 19(1), 89–109.
- Ponte, J. P. et al (s/d). Programa de Matemática do Ensino Básico. Lisboa.
- Ponte, J. P. (2002). O ensino da matemática em Portugal: Uma prioridade educativa? Conferência realizada no Seminário sobre “O Ensino da Matemática: Situação e Perspetivas”, promovido pelo Conselho Nacional de Educação, Lisboa.
- Ponte, J. P., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2003). *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica.
-

-
- Ponte, J. P. & Serrazina, L. (2000). Didática da matemática do 1º ciclo. Lisboa: Universidade Aberta.
- Providência, N. B. (2001). $2 + 2 = 11$. Coleção, O Prazer da Matemática, (1 edição), Lisboa: Gradiva.
- R Development Core Team (2013). R: A Language e Environment for Statistical Computing. Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria.
- Ribeiro, A. & Ribeiro, L. (1990). Planificação e Avaliação do Ensino Aprendizagem. Lisboa :Universidade Aberta.
- Ribeiro, T. N. (2011). A utilização de softwares de geometria dinâmica como ferramenta pedagógica nas aulas experimentais de matemática, V Colóquio Internacional Educação e Contemporaneidade.
- Santos, C. R. (2011). O raciocínio matemático dos alunos do 7º ano em tarefas de exploração e investigação no tópico triângulos. Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa.
- Saraiva, M. J. (2008). Raciocinar em matemática com imagens visuais vagas e com intuição. *Revista de Educação e Matemática*, EM100, 29–32.
- Schwartz, J. L., Yerushalmy, M., & Wilson, B. (1993). The Geometric supposer: What is it a case of?. Hillsdale, New. Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Semana, S. & Santos, L. (2008). A avaliação e o raciocínio matemático. *Revista Educação e Matemática*, 100, 51–60.
- Serrazina, M. L. (1995). Ensinar a aprender matemática. *I Livro de Atas do ProfMat95*, 33–41, Lisboa: APM.
- Silva, H. G. e Penteado (2009). O trabalho com geometria dinâmica em uma perspetiva investigativa, *I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 1, 1-14.
- Skovsmose, O. (2008). *Educação Matemática Crítica - A Questão da Democracia*. (4ª Edição). Campinas: Papirus.
- Valadares, J. & Graça, M. (1998). Avaliando para melhorar a aprendizagem, Lisboa: Plátano, Edições Técnicas.
- Valente, J. A. (1999). O Computador na Sociedade do Conhecimento, Informática na educação no Brasil: Análise e contextualização histórica, 1–13, Campinas: Nied Unicamp.
- Van Hiele, P. (1986). *Structure e Insight*. Orlando: Academic Press.
- Vygotsky, L. S. (1987). *A formação social da mente*. São Paulo: Martins Fontes.
- Veloso, E. (1998). *Geometria: Temas atuais*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional
- Wolff, J. F. d. S. (2008). Avaliação de softwares educacionais: critérios para seleção de softwares educacionais para ensino de matemática. *Ciência e Conhecimento – Revista Eletrônica da Ulbra*, 3, 1–14, São Jerônimo: Universidade Luterana do Brasil.

Anexos

Anexo I: Questionário apresentado aos alunos do 8º ano

Questionário: Utilização do *software* Geogebra no ensino da Geometria

Este questionário enquadra-se no âmbito do Mestrado em TIC na Educação e Formação, da Escola Superior de Educação, do Instituto Politécnico de Bragança. Tem como principal objetivo identificar as perceções dos alunos de 8.º ano face à utilização do *software* de geometria Dinâmica “Geogebra” no ensino das Isometrias.

O questionário é anónimo.

Responda a todas as questões.

1. Completa:

1.1. Idade: _____

1.2. Género: _____

1.3. Classificação em Matemática no 1.º Período: _____

1.5. Disciplina de que gostas mais _____

1.4. Disciplina de que gostas menos _____

1.5. Disciplina em que tens mais dificuldades _____

2. Considerando a utilização do *software* de Geometria Dinâmica o “Geogebra” no ensino da Geometria, manifesta a tua opinião fazendo uma cruz na opção que melhor traduz a tua opinião, tendo em conta a seguinte convenção: 1 – Discordo completamente, 2 – Discordo, 3 – Não concordo nem discordo, 4 – Concordo, 5 – Concordo completamente.

Com a utilização do <i>software</i> de Geometria Dinâmica o “Geogebra”:	Opções				
	1	2	3	4	5
2.1. Sinto motivação para aprender sozinho(a).					
2.2. Melhoro o desempenho escolar.					
2.3. Sinto que estou mais atento (a).					
2.4. Aumento o meu interesse pela disciplina.					
2.5. Envolve-me mais nas tarefas propostas					
2.6. Fico mais desinibido(a) perante a aprendizagem.					
2.7. Tomo decisões mais facilmente.					
2.8. Sinto mais autonomia na aprendizagem.					
2.9. Tenho mais confiança nas minhas capacidades.					
2.10. Gosto de colocar questões.					
2.11. Tenho mais facilidade na interpretação dos conceitos.					
2.12. Esforço-me por realizar melhor os trabalhos propostos na aula.					
2.13. Realizo os trabalhos propostos com mais prazer.					

3. Refere as dificuldades que sentiste na utilização do programa Geogebra.

4. Refere as vantagens da utilização do programa Geogebra no ensino e aprendizagem da Geometria.

5. Salienta as principais características das aulas de Matemática em que utilizaste o programa Geogebra?

6. A utilização do software Geogebra facilitou-te a realização das tarefas desenvolvidas na sala de aula?

Não: _____

Sim: _____

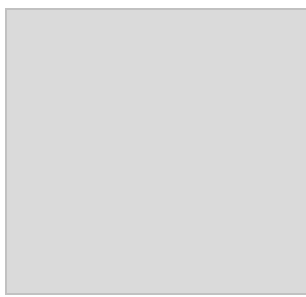
Porque: _____

—

Data: _____

Obrigada pela colaboração

Anexo II: Teste de isometrias resolvido pelos alunos do 8º ano



Disciplina
Matemática

8º Ano

Data teste: ____ / ____ / 200__

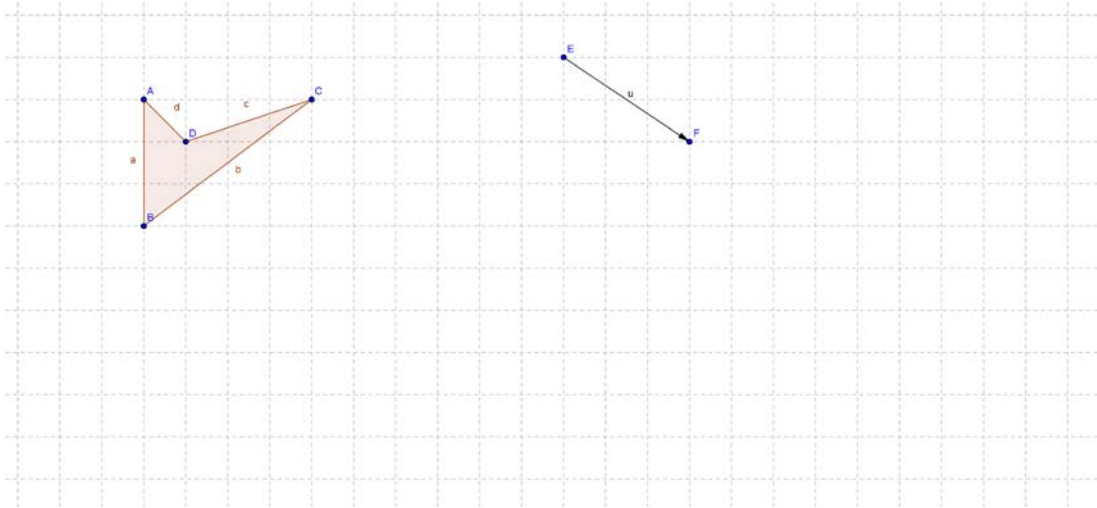
Classificação _____

Professora _____

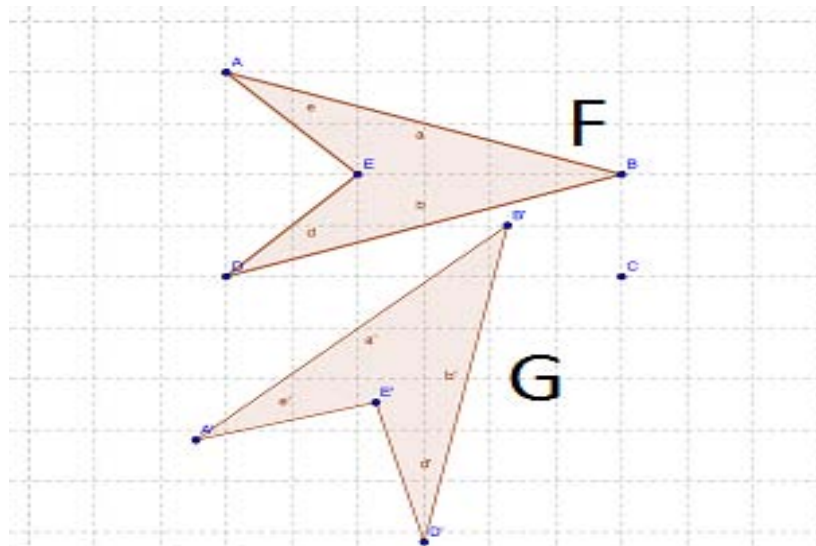
Enc. Ed. _____

Nome: _____ Nº _____ Turma _____

1. Representa a figura transformada de $[ABCD]$ por uma translação associada ao vetor \vec{u} .



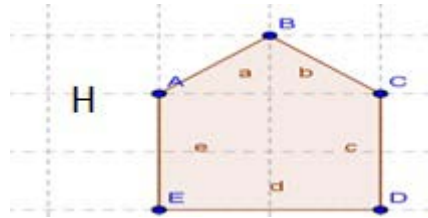
2. Utilizando as **propriedades das translações**, justifica se a figura F é a imagem da figura G por uma translação.



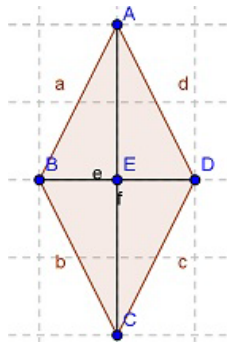
3. A professora propôs que os alunos escolhessem uma **isometria** (translação ou rotação de centro

num ponto da figura ou uma reflexão cujo eixo intersectasse a figura) e construísem o transformado da figura **H** A Catarina perguntou ao Ismael que **isometria** iria escolher, ao qual respondeu: “ Apenas te digo que nenhum ponto será fixo.” Será esta resposta suficiente para saber qual a isometria escolhida pelo Ismael?

Justifica a tua resposta



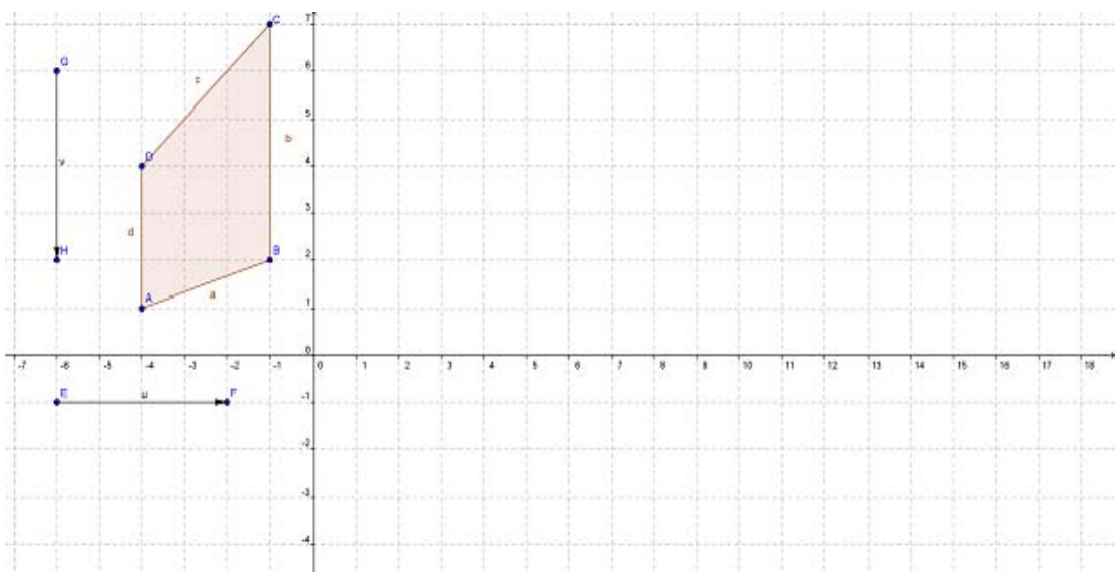
4. Na figura está desenhado um losango $[ABCD]$, $\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{EA}$



Determina $(T_v \circ T_u)(D) =$

5. Sabendo que $[A'B'C'D']$ é o transformado do quadrilátero $[ABCD]$ ABCD pela translação $T_u \circ T_v$,

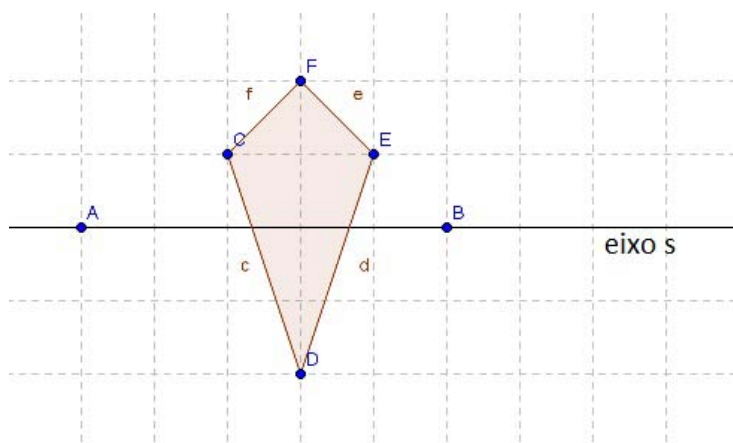
indique as coordenadas de A' , B' , C' e D' .



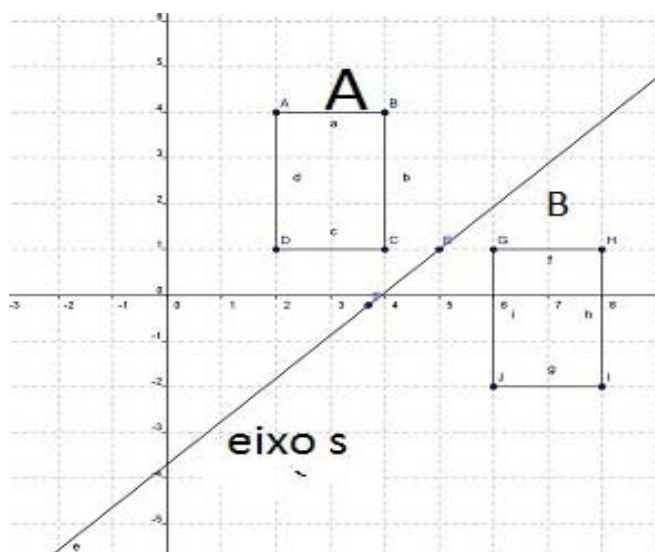
6. “ Dada uma reta **r** (eixo de reflexão), dá-se o nome de reflexão de eixo **r** à transformação geométrica

que transforma pontos de r em si próprios e que, a cada ponto P não pertencente a r , faz corresponder um ponto P' tal que a distância de P a r é igual à distância de P' a r e PP' é perpendicular a r .

Tendo em conta a definição anterior desenha a reflexão da figura $[CFED]$ sendo s o eixo de reflexão.



7. Explica porque a figura A não é a reflexão do eixo s da figura B. Justifica a tua resposta baseando-te nas propriedades das reflexões.



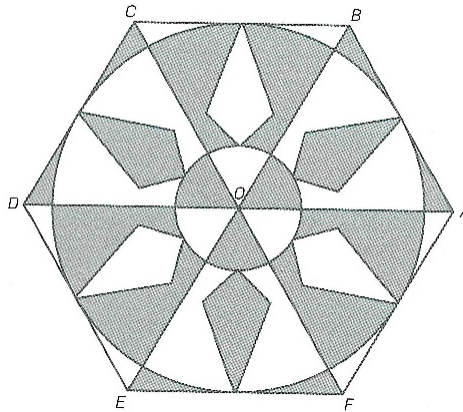
8. Comenta a seguinte afirmação:

“Um quadrado pode ser a imagem de um retângulo (não quadrado) por uma reflexão, pois ambos têm quatro ângulos retos.

9. Através de um **contra-exemplo** mostra que a seguinte afirmação não é verdadeira: “A reflexão é uma transformação geométrica onde não existe qualquer ponto que fica fixo”.

10. A praça principal de uma determinada localidade vai ser remodelada. As obras de remodelação

incluem pavimentação do centro da praça, em calçada portuguesa, utilizando pedra branca e cinzenta.

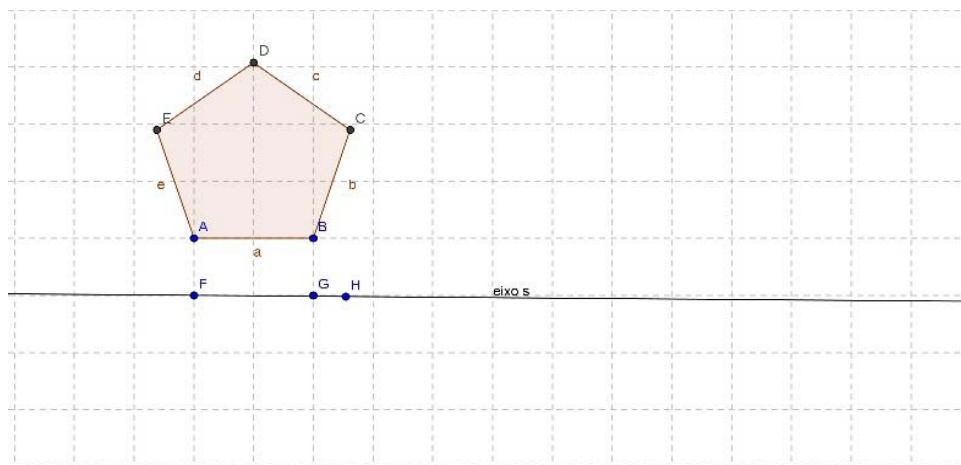


A figura anterior ilustra esquematicamente a proposta apresentada para repavimentação da praça. Na figura estão representados, entre outros elementos geométricos :

- O hexágono regular $[ABCDEF]$
- A circunferência inscrita no hexágono, de centro no ponto O .

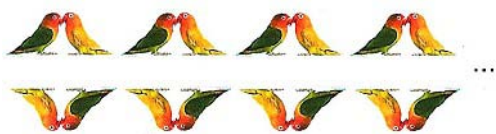
Através de uma rotação de centro no ponto O pode obter-se, a partir do triângulo $[EFO]$, o triângulo $[ABO]$. Apresenta um valor da amplitude em graus dessa rotação. Justifica a tua resposta.

11. Na figura está representado um pentágono e um eixo s .



Aplica ao pentágono uma reflexão deslizante e ao conjunto obtido aplica a translação segundo o vetor \vec{AB} .

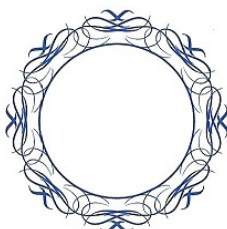
12. Identifica as simetrias que podes observar nos seguintes frisos:



13. “O número de eixos de simetria de um polígono regular de n lados é igual a n .”

Tendo em conta a afirmação anterior, diz quantos eixos de simetria axial tem um polígono regular com 12 lados.

14. Quantas simetrias de reflexão e de rotação podes identificar na seguinte figura ?



Cotação

Questão	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
cotação	5	8	8	8	8	8	8	5	8	8	8	5

Questão	13	14
cotação	5	8

Anexo III: Ficha de trabalho sobre propriedades das rotações

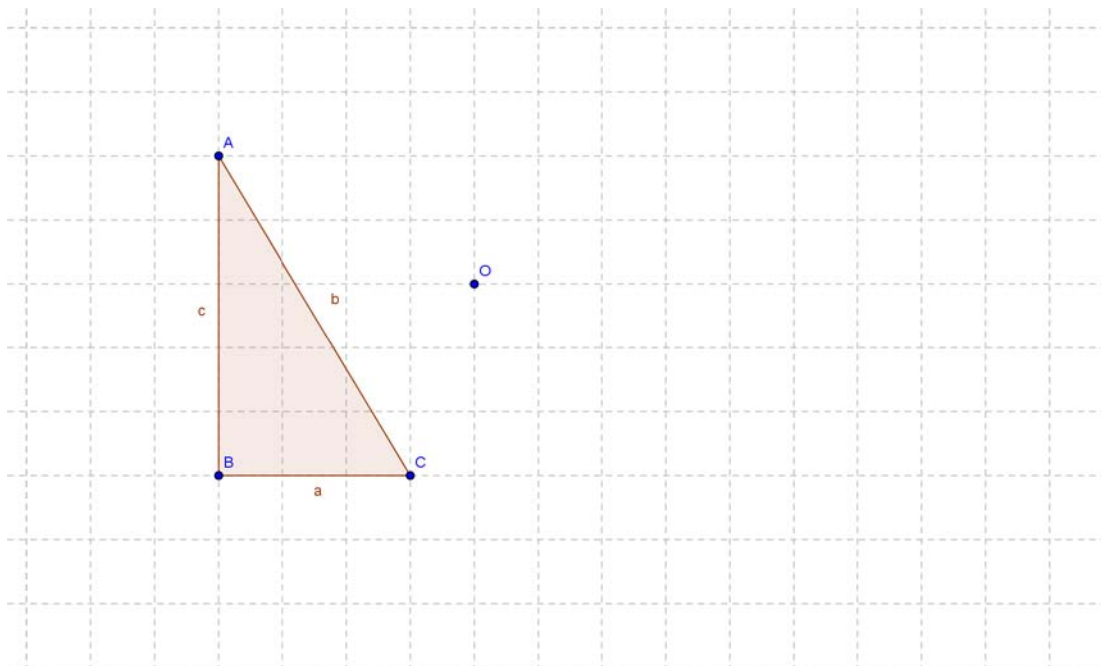
APLICAÇÃO DA DEFINIÇÃO DE ROTAÇÃO

À PROCURA DO CENTRO E ÂNGULO DE ROTAÇÃO

Rotação: Para descrever uma rotação é necessário conhecer:

- O centro de rotação;
- A medida da amplitude do ângulo de rotação;
- O sentido do ângulo de rotação.

1. Desenha a figura transformada da figura dada por uma rotação de centro O e amplitude (-90 graus).



1.1 Desenha os segmentos AO, OC e OB.

1.2 Desenha os arcos de circunferência de centro O e raios \overline{OA} , \overline{OC} , \overline{OB}

1.3 Com a ajuda do transferidor mede os ângulos de modo que: o ângulo A1OA = 90°, o ângulo B1OB = 90° e C1OC = 90°

1.4 Desenha-se o triângulo A1B1C1(**triângulo resultante**)

2..Desenha a figura utilizando o software de geometria dinâmica o Geogebra.

2.1 Selecciona, na janela de barra de ferramentas rodar em torno de um ponto com uma amplitude.

2.2 Selecciona a figura e o centro de rotação.

2.3 Marca a amplitude do ângulo. Como este exemplo a amplitude é negativa deves seleccionar o sentido horário.

3. Completa a seguinte tabela:

Figura original		Figura transformada	
Sentido dos ângulos		Sentido dos ângulos	
Orientação dos ângulos		Orientação dos ângulos	
Comprimento dos lados da figura		Comprimento dos lados da figura	

3.1 Compara as duas colunas da tabela e regista as tuas conclusões.

Conclusões:

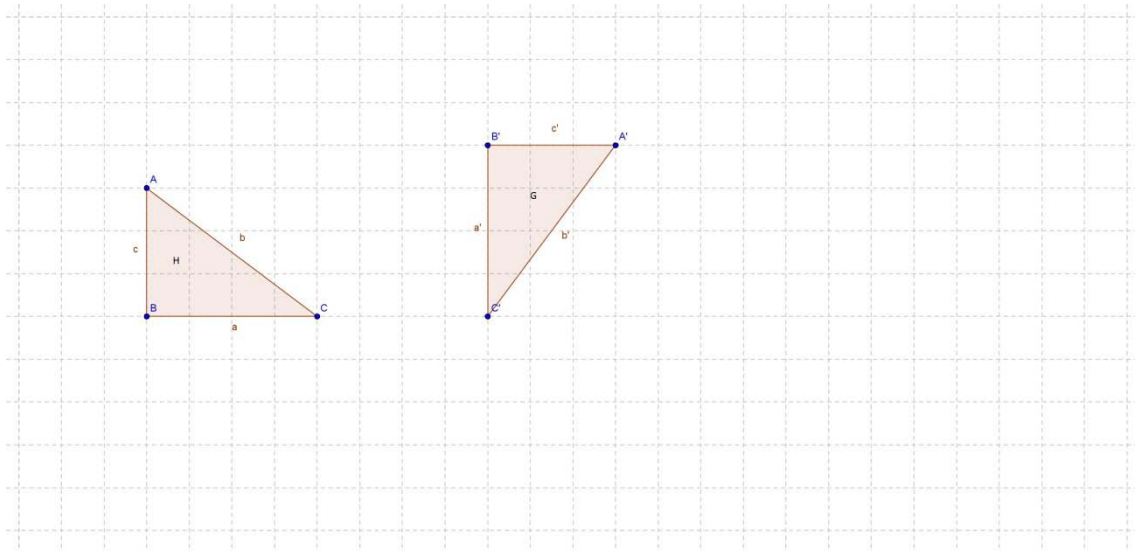
- Um segmento é transformado num segmento de reta com _____
- Um ângulo é transformado num ângulo com a _____ amplitude e a _____ orientação.
- O centro de rotação é o único que se mantém fixo se o ângulo de rotação não for múltiplo de _____.

Atividade: À procura do centro e do ângulo de rotação

1. O triângulo H é transformado no triângulo G por uma rotação. Usando material de desenho, identifica o ângulo e o centro de rotação.

“Sabemos por definição de rotação que a distância de um ponto e do seu transformado ao centro de rotação é a mesma. Logo, o centro de rotação está na mediatriz de segmento definido por um ponto e o seu transformado. Portanto vamos desenhar duas mediatrizes de dois segmentos de reta definidos por pontos e respetivos transformados. Isto porque precisamos de determinar o ponto de interseção das duas mediatrizes. Esse é o centro de rotação. Quanto ao ângulo, é só medir e identificar o sentido de rotação.”

- 1.1 Desenha duas mediatrizes de dois segmentos de reta definidos por pontos e respetivos transformados.
- 1.2 A interseção das duas mediatrizes é o centro de rotação.
- 1.3 Une o ponto A com o centro de rotação.
- 1.4 Une um ponto qualquer e o seu transformado com o centro de rotação
- 1.5 Com ajuda de um transferidor mede a amplitude do que construístes em 1.4



2. Usando agora o software ,geogebra identifica **o centro e o ângulo de rotação.**

2.1 Desenha duas mediatrizes de dois segmentos de reta definidos por pontos e respetivos transformados.

2.2 Desenha dois segmentos de reta entre os pontos da figura original e da figura transformada.

2.3 Desenha as mediatrizes desses dois segmentos de reta.

2.4 A interseção das mediatrizes é o centro de rotação.

2.5 Desenha um segmento de reta entre um dos pontos da figura original e o centro de rotação.

2.6 Desenha um segmento de reta entre o transformado do ponto que escolheste em 2.5 e o centro de rotação.

2.7 Faz a medição do ângulo que construístes com 2.5 e 2.6.

2.8 Para saberes a orientação do ângulo é necessário observar se o movimento da figura transformada foi no sentido horário ou anti-horário.

Anexo IV: Ficha de trabalho para resolução de exercícios

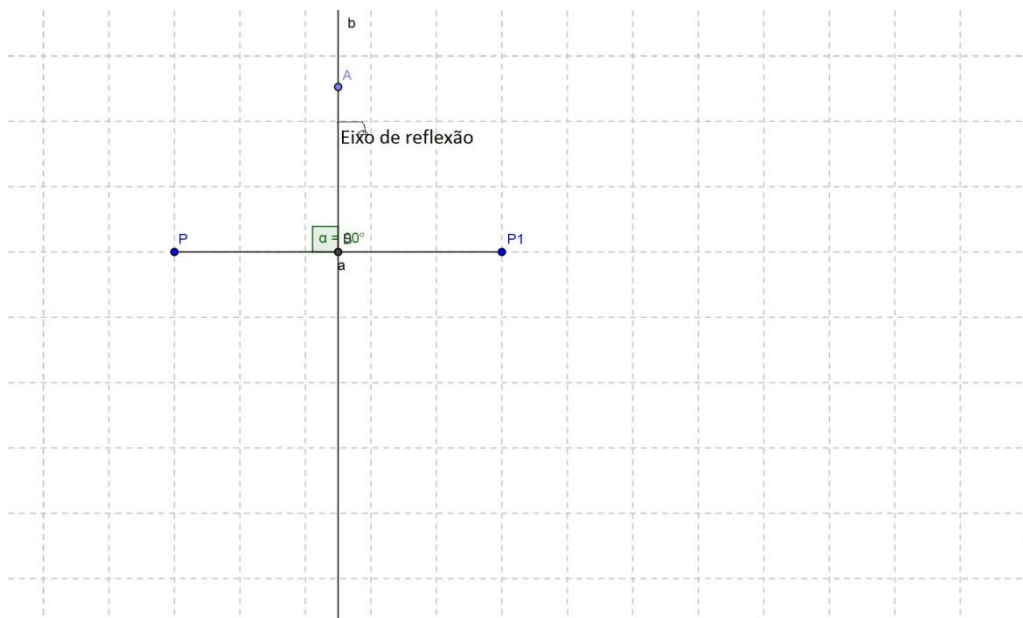
Atividade: Investigando as propriedades das Reflexões

REFLEXÃO

Numa reflexão existe sempre um eixo de reflexão

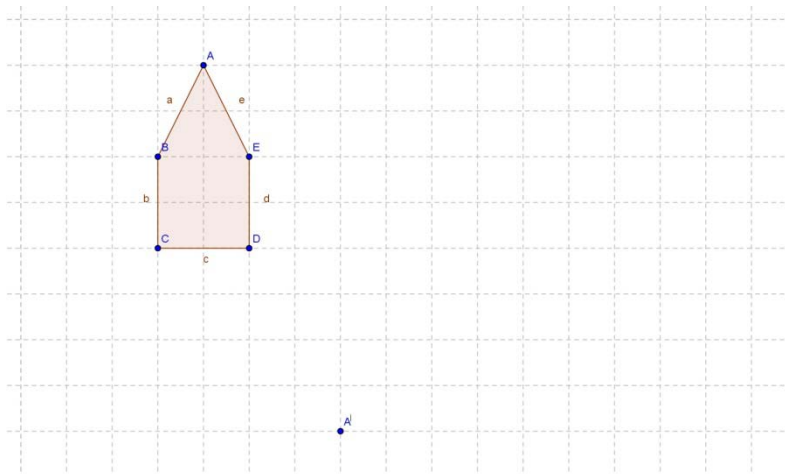
Definição

Dada uma reta r (eixo de reflexão) dá-se o nome de reflexão de eixo r à isometria que transforma os pontos de r em si próprios e que a cada ponto P não pertencente a r , faz corresponder um ponto $P1$ tal que o eixo r é a mediatriz de $PP1$



1. Realiza o exercício 1 da tarefa 4 da página 16 do teu manual

2. Desenha a figura transformada de $[ABCDE]$, da figura seguinte, por uma reflexão que transforma o ponto A no ponto A' .



2.1 Desenha o eixo de reflexão que é a mediatriz do segmento de reta $[AA']$. Isto porque conheces um ponto e o seu transformado.

2.2 Traça segmentos de reta perpendiculares ao eixo de reflexão entre os pontos da figura original e da figura resultante. Exemplo: traça o segmento de reta $[AA']$ e este segmento tem que ser perpendicular ao eixo de reflexão. Faz isto para todos os pontos da figura.

2.3 Une os vértices e obterás a figura resultante.

3. Completa a tabela

Figura original		Figura resultante	
Comprimento dos segmentos de reta		Comprimento dos segmentos de reta	
Amplitude do ângulo orientado		Amplitude do ângulo orientado	
Sentido do ângulo		Sentido do ângulo	
Distância dos pontos ao eixo		Distância dos pontos r ao eixo	

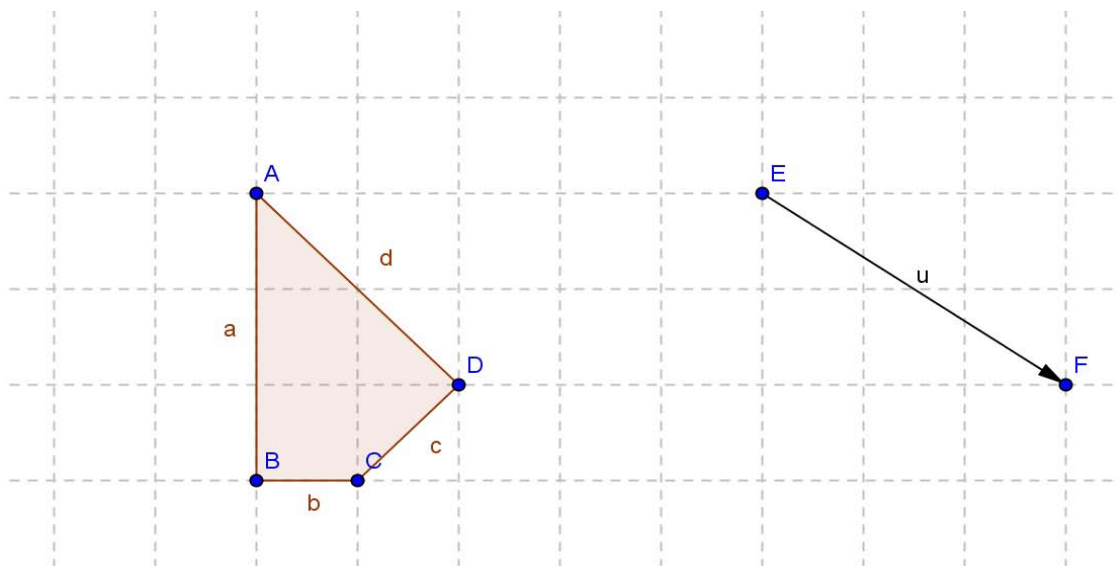
Conclusões: (propriedades das reflexões)

- 1 Um segmento de reta é transformado num segmento de reta com o _____
2. Um ângulo orientado é transformado num ângulo orientado com a _____ mas com _____.
3. Qualquer ponto do eixo de reflexão é transformado em si _____.
4. A distância de um ponto original ao eixo de reflexão é _____ à distância da imagem desse ponto ao eixo.
5. Uma reta e uma semireta são transformadas numa _____ e numa _____ respetivamente.

Anexo V: Ficha de trabalho sobre isometrias

Atividade: Investigando as propriedades das translações

1. Na figura estão representados um quadrilátero ABCD e um vetor u.

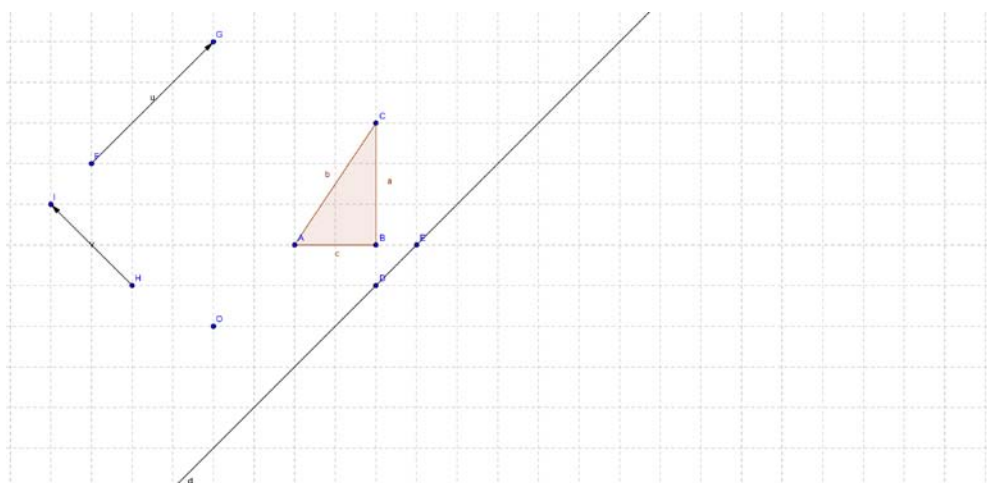


1. Reproduz a figura no teu caderno e constrói o quadrilátero A_1, B_1, C_1 e D_1 . Em que A_1, B_1, C_1 e D_1 são as imagens dos pontos A, B, C e D respetivamente.
2. Em relação ao par de segmentos de reta AB e A_1B_1 verifica se são paralelos e compara os seus comprimentos. Proceda de igual forma para outros pares de segmentos de reta homólogos, isto é, o original e a respetiva imagem.
3. Em relação ao par de ângulos ABC e $A_1B_1C_1$ verifica se têm igual orientação e compara as suas amplitudes.
4. Realiza a mesma atividade tendo como ferramenta o software de geometria dinâmica o Gogebra.
5. Regista as tuas conclusões sobre as propriedades das translações. Completa os espaços em branco.
 - Nas translações os comprimentos _____
 - Nas translações segmentos de reta são transformados em segmentos de reta que lhe são _____
 - Nas translações as amplitudes dos ângulos são _____
 - Nas translações as orientações dos ângulos são _____

Anexo VI: Ficha de trabalho sobre as propriedades das isometrias

INVESTIGANDO AS PROPRIEDADES DAS ISOMETRIAS

Observa a seguinte figura



6. Reproduz no teu caderno o triângulo ABC e o ponto O. Constrói no teu caderno o triângulo ABC pela rotação de centro O e amplitude de 90° .
7. Reproduz no teu caderno o triângulo ABC e o eixo r. Constrói a imagem do triângulo ABC pela reflexão de eixo r.
8. Reproduz no teu caderno o triângulo ABC e o vetor u. Constrói a imagem do triângulo ABC pela translação associada ao vetor u.
9. Reproduz no teu caderno o triângulo ABC e o eixo r e o vetor v. Constrói a imagem do triângulo ABC pela reflexão deslizante de eixo r e vetor v.
10. Realiza as questões anteriores com o software de Geometria dinâmica o Geogebra.

-
11. Analisa os resultados das construções feitas nos pontos anteriores, copia a tabela para o teu caderno e completa-a com S(sim) ou N (não).

	Mantém os comprimentos	Mantém as amplitudes dos ângulos	Mantém a orientação dos ângulos	Mantém as direções
Rotação				
Reflexão				
Translação				
Reflexão deslizante				