

ESTIMACIÓN E IDENTIFICABILIDADE DOS PARÂMETROS DO MOTOR  
DE INDUÇÃO TRIFÁSICOAmérico Vicente Leite<sup>(\*)</sup>, Rui Esteves Araújo<sup>(\*\*)</sup>, Diamantino da Silva Freitas<sup>(\*\*)</sup><sup>(\*\*\*)</sup> CEFAT - Centro de Estudos de Física, Acústica e Telecomunicações

Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto

Rua dos Bragas, 4099 Porto Codex, Portugal

Telefone - 351-2-2041804 Telefax - 351-2-319280 email - raraujo@fe.up.pt, dfreitas@fe.up.pt

<sup>(\*)</sup> Escola Superior de Tecnologia e Gestão do Instituto Politécnico de Bragança

Telefone - 351-73-3303083 Telefax - 351-73-313051 email - avtl@ipb.pt

Quinta de Sta. Apolónia - Apartado 134, 5300 Bragança, Portugal

## RESUMO

Este trabalho apresenta a estimação dos parâmetros do motor de indução trifásico e a sua identificabilidade, através da aplicação de técnicas de modelização paramétrica e identificação. Estas técnicas são desenvolvidas com a construção de modelos baseados na descrição matemática do motor, simplificada através da utilização da transformada de Park ou do método dos fasores espaciais, com posterior linearização. A estimação destes modelos é realizada com o método dos mínimos quadrados recursivo, com base nos sinais da velocidade de rotação, das tensões e das correntes das equações de Park no referencial do estator, com o motor a funcionar no seu ambiente normal de trabalho. Os valores estimados dos parâmetros dependem de vários factores e neste trabalho mostra-se como o ponto de funcionamento do motor influencia a identificabilidade dos diferentes parâmetros.

**Palavras chave:** Identificação paramétrica, modelização paramétrica, método dos mínimos quadrados recursivo, motor de indução trifásico.

## 1. Introdução

As características mais importantes do motor de indução trifásico, como a robustez, a ausência de manutenção e o preço, fazem dele o substituto do motor de corrente contínua, em quase todas as aplicações industriais actuais. O conhecimento de modelos e respectivos parâmetros, tem sido objecto de estudo desde o seu aparecimento e, particularmente, desde a sua utilização em aplicações de controlo moderno. O desenvolvimento das tecnologias de aquisição e processamento digital de dados, nomeadamente, dos processadores digitais de sinal (DSP) e das teorias e técnicas de controlo, fez despontar uma grande actividade na identificação dos parâmetros do motor de indução trifásico.

Os trabalhos desenvolvidos que apresentam os procedimentos mais robustos na identificação dos parâmetros, prendem-se em geral, a situações específicas e particulares de funcionamento, distantes das condições reais de funcionamento normal do motor. Uma destas situações é a estimação dos parâmetros com o motor parado, isto é, com velocidade nula. O anular da velocidade nas equações do motor, cria um desacoplamento entre as equações de Park e torna o procedimento de identificação muito mais simples. É uma técnica utilizada, por exemplo, em [1] e [2].

A situação mais ambiciosa, mais difícil e por isso menos robusta, é a que consiste na identificação simultânea de todos os parâmetros, em tempo real, no ambiente normal de trabalho. Nenhum procedimento se mostra até à data, suficientemente robusto para realizar tal tarefa, em quaisquer condições. Contudo, os trabalhos [2], [3], [4], [5], [6] e [7], são bons exemplos de contributos para esse fim. Este trabalho insere-se neste âmbito, em particular, no que se refere à análise da identificabilidade dos modelos, na situação acima descrita.

## 2. Linearização do modelo do motor

A aplicação da transformada de Park permite simplificar as equações gerais das máquinas eléctricas rotativas, em geral, linearizando as equações fundamentais por eliminação do ângulo entre os eixos magnéticos do estator e do rotor. Procurando eliminar os fluxos e as grandezas associadas ao rotor, das equações de Park no referencial do estator, uma vez que não se podem medir directamente, resultam as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{ds}}{dt^2} + \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) \frac{di_{ds}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} i_{ds} + \omega \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s} \omega i_{qs} + \left( i_{qs} - \frac{1}{\sigma L_s} \phi_{qs} \right) \frac{d\omega}{dt} = \\ = \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{du_{ds}}{dt} + \omega u_{qs} \right) + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} u_{ds} \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} + \left( \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \right) \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} i_{qs} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} - \frac{R_s}{\sigma L_s} \omega i_{ds} + \left( \frac{1}{\sigma L_s} \phi_{ds} - i_{ds} \right) \frac{d\omega}{dt} = \\ = \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{du_{qs}}{dt} - \omega u_{ds} \right) + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} u_{qs} \end{aligned} \quad (2)$$

Em que  $\tau_r = L_r/R_r$  e  $\sigma = 1 - M^2/(L_r L_s)$ .  $L_s$  e  $L_r$  são os coeficientes de auto-indução por fase do estator e rotor;  $M$  é o coeficiente de indução mútua entre uma fase do rotor e uma fase do estator;  $R_s$  e  $R_r$  são as resistências por fase do estator e rotor, respectivamente. Tomando a segunda equação, por exemplo, a linearização em torno de um ponto de funcionamento por eliminação de  $\phi_{ds}$ , admitindo  $\omega = \text{constante}$ , e definição de um novo conjunto de parâmetros:

$$\theta_1 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{1}{\sigma \tau_r} \quad \theta_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} \quad \theta_3 = \frac{R_s}{\sigma L_s} \quad \theta_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \quad \theta_5 = \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \quad (3)$$

resulta em:

$$\frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} = - \frac{di_{qs}}{dt} \theta_1 - i_{qs} \theta_2 + \omega i_{ds} \theta_3 + \left( \frac{du_{qs}}{dt} - \omega u_{ds} \right) \theta_4 + u_{qs} \theta_5 \quad (4)$$

O modelo linear nos parâmetros, como o anterior, não é único. Dependendo da forma como se agrupam os parâmetros físicos do motor, podem obter-se diferentes modelos lineares nos novos parâmetros. Repare-se que o modelo anterior pode escrever-se da forma:

$$- \frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} + \omega \frac{di_{ds}}{dt} = \left( \frac{di_{qs}}{dt} - \omega i_{ds} \right) K_1 + i_{qs} K_2 + \frac{di_{qs}}{dt} K_3 - \left( \frac{du_{qs}}{dt} - \omega u_{ds} \right) K_4 - u_{qs} K_5 \quad (5)$$

em que:

$$K_1 = \frac{R_s}{\sigma L_s} \quad K_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s \tau_r} \quad K_3 = \frac{1}{\sigma \tau_r} \quad K_4 = \frac{1}{\sigma L_s} \quad K_5 = \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \quad (6)$$

Ambos os modelos, com os vectores de parâmetros  $\theta$  e  $K$ , são sobreparametrizados visto que são constituídos por cinco parâmetros a estimar, enquanto que os parâmetros físicos do motor, possíveis de estimar com aqueles modelos são apenas quatro:  $R_s$ ,  $L_s$ ,  $\sigma$  e  $\tau_r$ . Em vários trabalhos, nomeadamente em [2]

e [4], admite-se que a resistência do estator é conhecida, uma vez que este parâmetro, de entre todos os parâmetros do motor, é o mais simples de medir e o que tem menor dinâmica, porque depende fundamentalmente da temperatura. Assim, medindo ou estimando previamente a resistência do estator, pode desenvolver-se qualquer dos modelos anteriores como em [8] e chegar à seguinte equação:

$$\frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} = -\frac{1}{\sigma \tau_r} \frac{di_{qs}}{dt} + \frac{1}{\sigma L_s} \left( \frac{du_{qs}}{dt} - R_s \frac{di_{qs}}{dt} - \omega (u_{ds} - R_s i_{ds}) \right) + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} (u_{qs} - R_s i_{qs}) \quad (7)$$

e escrever o seguinte modelo:

$$\frac{d^2 i_{qs}}{dt^2} - \omega \frac{di_{ds}}{dt} = -\frac{di_{qs}}{dt} X_1 + \left( \frac{du_{qs}}{dt} - R_s \frac{di_{qs}}{dt} - \omega (u_{ds} - R_s i_{ds}) \right) X_2 + (u_{qs} - R_s i_{qs}) X_3 \quad (8)$$

Este novo modelo parametrizado com o vector de parâmetros X, permite determinar os parâmetros do motor  $L_s$ ,  $\sigma$  e  $\tau_r$ , a partir dos parâmetros  $X_1$ ,  $X_2$  e  $X_3$ , estimados à custa do valor conhecido de  $R_s$ . Neste caso, o modelo não é sobreparametrizado.

Optando por trabalhar no referencial do estator, com a resistência do estator conhecida, pode-se simplificar o modelo anterior, reduzindo-o a uma equação diferencial mais simples e de 1ª ordem, estimando um ou ambos os fluxos do estator como em [8]. Neste caso, basta eliminar as grandezas rotóricas nas equações de Park no referencial do estator e estimar os fluxos através das equações:

$$\phi_{ds}(t) = \int_{t_1}^{t_2} (u_{ds}(\tau) - R_s i_{ds}(\tau)) d\tau \quad \text{e} \quad \phi_{qs}(t) = \int_{t_1}^{t_2} (u_{qs}(\tau) - R_s i_{qs}(\tau)) d\tau \quad (9)$$

resultando a seguinte equação:

$$\frac{di_{qs}}{dt} - \omega i_{ds} = -\frac{1}{\sigma \tau_r} i_{qs} + \frac{1}{\sigma L_s} (u_{qs} - R_s i_{qs} - \omega \phi_{ds}) + \frac{1}{\sigma L_s \tau_r} \phi_{qs} \quad (10)$$

O modelo baseado na equação (10), além dos problemas dos modelos anteriores, é muito sensível ao ruído e à precisão no valor conhecido de  $R_s$ .

Em sùmula, estas estruturas de modelos são regressões lineares às quais pode ser aplicado directamente o método dos mínimos quadrados recursivo. É possível obter diferentes modelos lineares nos parâmetros, mas a identificabilidade simultânea de todos os parâmetros não é garantida, em quaisquer condições, e os erros nos valores estimados não são indiferentes aos modelos escolhidos.

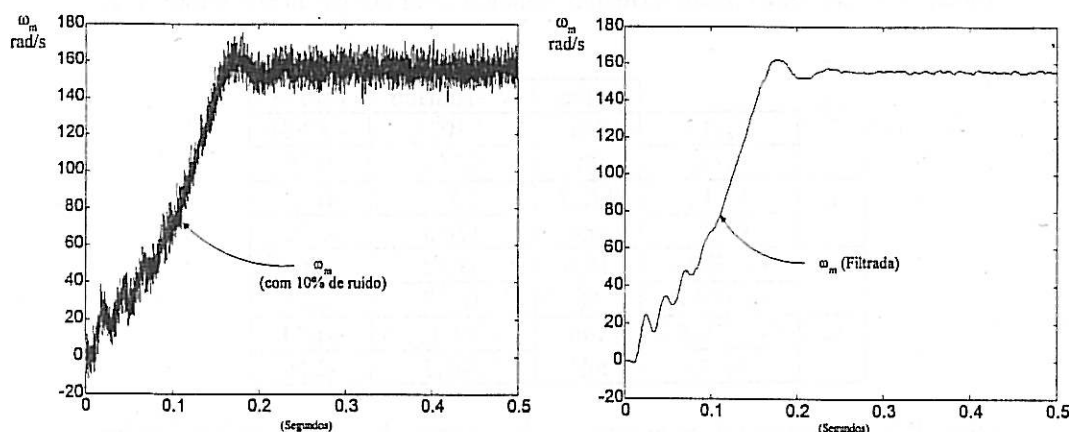


Figura 1.- Velocidade do motor, com ruído e filtrada.

### 3. Resultados

Os sinais utilizados na estimação dos parâmetros foram obtidos com a simulação do motor a funcionar nas condições normais de trabalho usando o programa *Matlab* com *Simulink*. O sinal da velocidade de rotação está representado na figura 1.

Os valores estimados, utilizando o método dos mínimos quadrados recursivo, foram os seguintes:

	v. real	v. inicial	v. estimado	Erro %
$\theta_1$	125.495	$\theta_{1real}+30\%$	125.781	-0.23
$\theta_2$	411.718	$\theta_{2real}-30\%$	1.06e3	-158.03
$\theta_3$	70.942	$\theta_{3real}+30\%$	71.077	-0.19
$\theta_4$	88.678	$\theta_{4real}-30\%$	89.071	-0.44
$\theta_5$	514.648	$\theta_{5real}+30\%$	505.242	1.83

Tabela I.- Vector de parâmetros  $\theta$  estimado.

	v. real	v. inicial	v. estimado	Erro %
$K_1$	71.2	$K_{1real}+30\%$	71.077	0.17
$K_2$	413.231	$K_{2real}-30\%$	1.06e3	-157.09
$K_3$	54.753	$K_{3real}+30\%$	54.704	0.09
$K_4$	89	$K_{4real}-30\%$	89.071	-0.08
$K_5$	516.539	$K_{5real}+30\%$	505.242	2.19

Tabela II.- Vector de parâmetros K estimado.

		v. real	v. estimado	Erro %
$R_s$	$\theta_1/\theta_4$	0.8	0.798	0.25
	$\theta_2/\theta_5$	$\Omega$	2.103	-162.84
$\tau_r$	$\theta_4/\theta_5$	172.3	176.3	-2.32
	$\theta_3/\theta_2$	ms	66.9	61.17
$\sigma$	$\theta_3/(\theta_1\theta_4 - \theta_3\theta_4)$	10.6	10.37	2.55
	$\theta_2/(\theta_1\theta_3 - \theta_3^2)$	%	27.32	-156.79
$L_s$	$(\theta_1 - \theta_3)/\theta_5$	106	108.3	-2.14
	$(\theta_1\theta_3 - \theta_3^2)/(\theta_2\theta_4)$	mH	41.1	61.24

Tabela III.- Parâmetros físicos do motor, obtidos a partir dos parâmetros  $\theta$  estimados.

		v. real	v. estimado	Erro %
$R_s$	$K_2/K_3$	0.8	2.1027	-162.84
	$K_1/K_4$	$\Omega$	0.798	0.26
$\tau_r$	$K_1/K_2$	172.3	66.9	61.17
	$K_4/K_5$	ms	176.3	-2.32
$\sigma$	$K_2/(K_1K_3)$	10.6	27.32	-156.79
	$K_3/(K_2K_4)$	%	10.37	2.55
$L_s$	$K_1K_3/(K_2K_4)$	106	41.1	61.24
	$K_3/K_5$	mH	108.3	-2.14

Tabela IV.- Parâmetros físicos do motor, obtidos a partir dos parâmetros K estimados.

Os sinais adquiridos durante o funcionamento normal do motor não garantem ser suficientemente informativos e persistentes para excitarem todos os modos do sistema. Contudo, mostra-se que é possível estimar os parâmetros do motor, apesar de o segundo parâmetro destes modelos não ser correctamente estimado (notar que o modelo é sobreparametrizado), uma vez que apenas são necessários quatro parâmetros para obter os parâmetros físicos do motor, como se mostra nas tabelas III e IV.

Definindo:  $S_i = u_i \cdot \theta_{i,real}$ , em que  $u_i$  é entrada que estimula o parâmetro  $\theta_i$ , a equação (4) pode escrever-se da forma:

$$y = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \quad (11)$$

Verifica-se que os termos  $S_i$  não têm todos a mesma importância, quer em termos de amplitude quer em termos de conteúdo harmónico, na sua contribuição para a saída do modelo linear, como se pode verificar na figura 2. Em particular, é de prever erros mais elevados na estimação dos parâmetros  $\theta_i$  correspondentes aos termos  $S_i$  de menor persistência.

Pode dizer-se, portanto, que uma vez que os sinais de excitação do sistema são combinações das tensões, das correntes e da velocidade, a identificabilidade dos parâmetros depende, entre outros factores, dos parâmetros escolhidos. Pode também concluir-se de (4), (5) e (8) que a referida identificabilidade é dependente do ponto de funcionamento do motor, nomeadamente, da velocidade e da carga. Por exemplo, para velocidades de rotação baixas, o termo  $S_3$  torna-se insignificante em (4) o que não acontece em (5). A variação do ponto de funcionamento afecta diferentemente cada modelo, sendo o vector de parâmetros  $X$  o mais robusto, nestes casos.

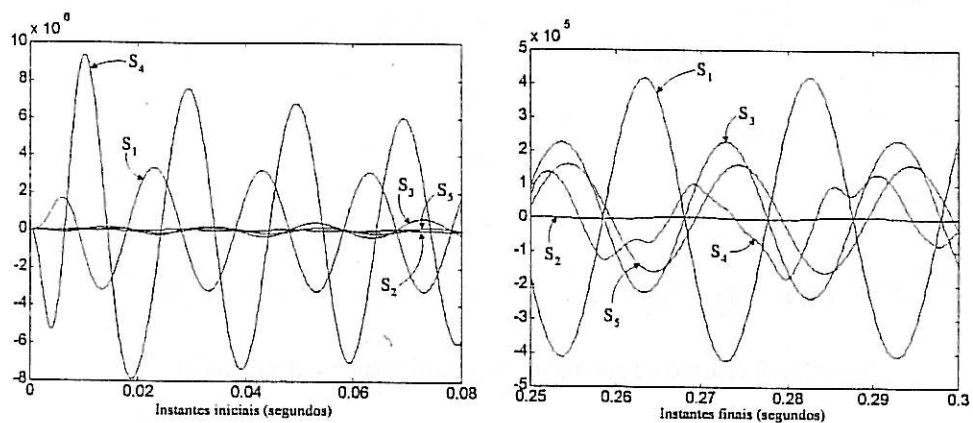


Figura 2.- Análise da identificabilidade dos parâmetros  $\theta$ .

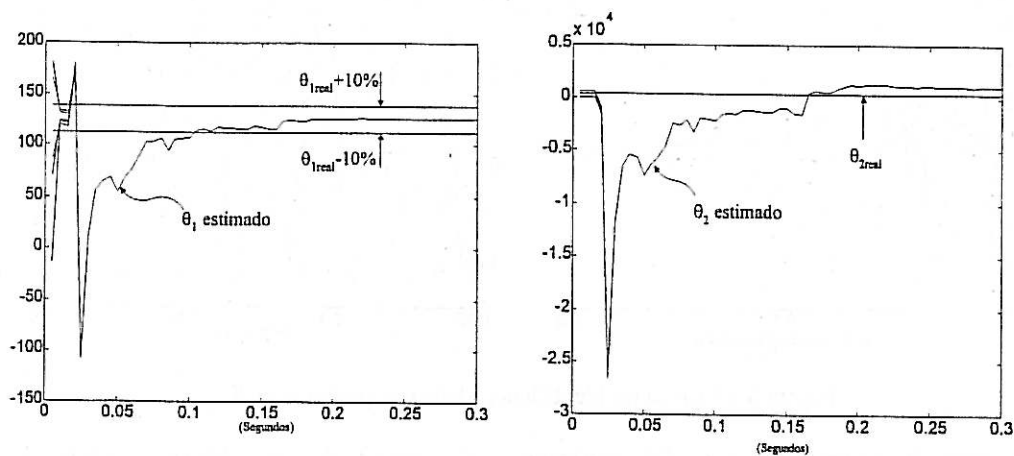


Figura 3.- Evolução dos parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  para diferentes valores iniciais.

Atendendo à importância relativa de cada termo  $S_i$  na equação (11), através da análise da figura 2, é fácil compreender os resultados das tabelas I e II e estudar a identificabilidade dos parâmetros  $\theta_i$ . Repare-se, por exemplo, que o termo  $S_2$  na figura 2 é insignificante face aos restantes, durante todo o tempo de estimação e, por essa razão, o parâmetro  $\theta_2$  não é correctamente estimado como se mostra na figura 3. Por outro lado, o termo  $S_4$  é suficientemente persistente nos instantes finais, pelo que  $\theta_4$  terá um valor final muito próximo do seu valor real e uma convergência rápida pela importância de  $S_4$  nos instantes iniciais, como se pode ver na figura 4.

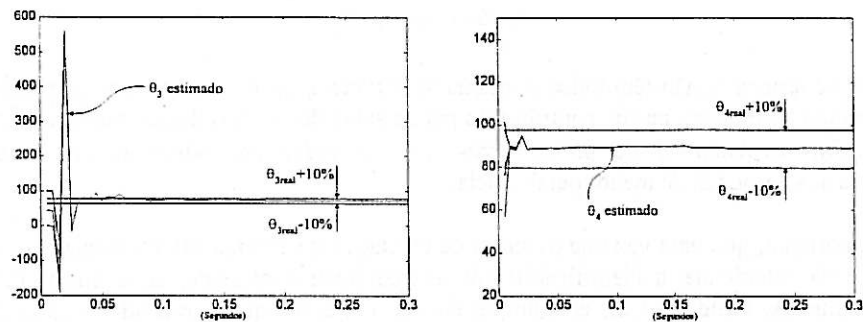


Figura 4.- Evolução dos parâmetro  $\theta_3$  e  $\theta_4$  para diferentes valores iniciais.

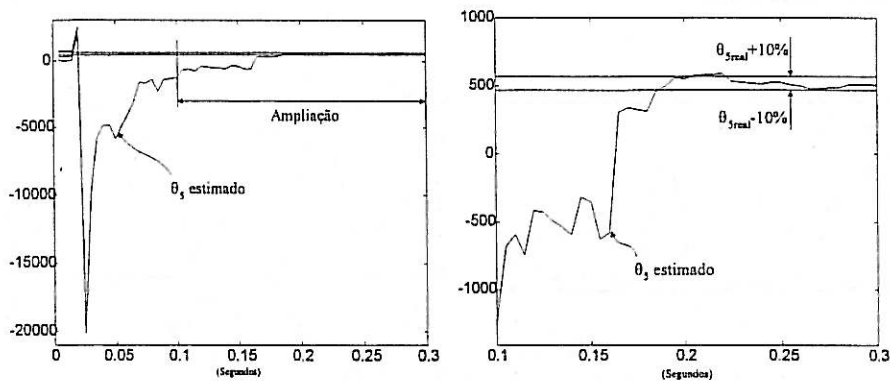


Figura 5.- Evolução do parâmetro  $\theta_5$  para diferentes valores iniciais.

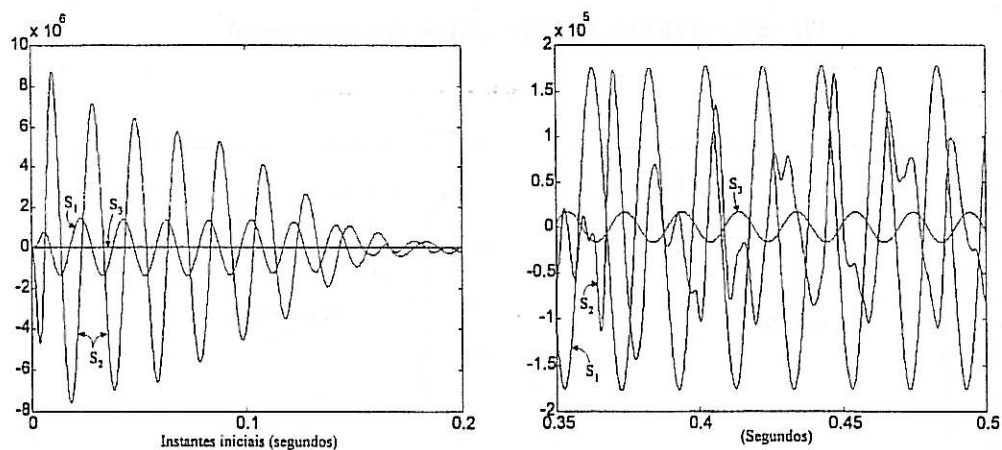


Figura 6.- Análise da identificabilidade dos parâmetros X.

Relativamente à identificabilidade dos parâmetros  $X_i$ , apesar de não haver o problema da sobreparametrização, também neste caso, os dados podem não ser suficientemente informativos como se

apreende da figura 6, onde o termo  $S_3$  não chega a ter a importância relativa dos outros dois. Mesmo assim, os parâmetros são correctamente estimados. Contudo, o parâmetro  $X_3$  tem uma convergência mais lenta e mais "oscilante" em torno do valor real e isso reflecte-se na recuperação dos parâmetros físicos do motor.

A análise da figura 6 permite concluir que o parâmetro  $X_2$  será estimado com menor erro devido à informação de  $S_2$  nos instantes finais e convergirá mais rapidamente do que os outros dois devido à importância de  $S_2$  nos instantes iniciais, o que se comprova através da evolução de  $X_2$  na figura 7. A importância do termo  $S_3$  na equação  $y=S_1+S_2+S_3$  é pequena pelo que o parâmetro  $X_3$  tem uma convergência mais difícil, como se mostra na figura 8.

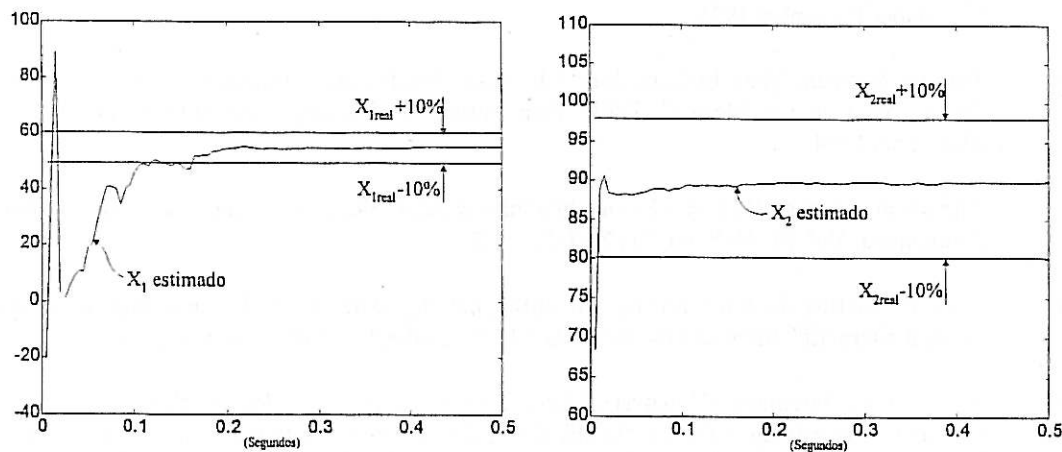


Figura 7.- Evolução do parâmetro  $X_1$  e  $X_2$ .

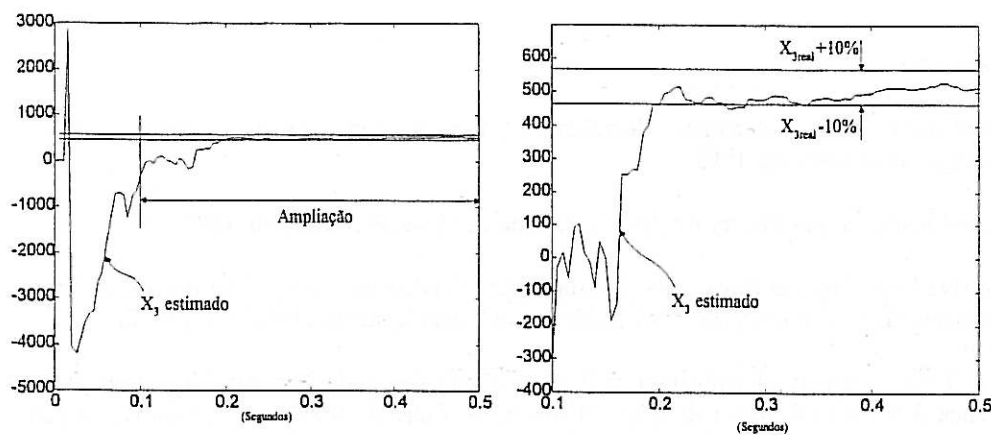


Figura 8.- Evolução do parâmetro  $X_3$ .

#### 4. Conclusões

Neste trabalho mostra-se que é possível estimar simultaneamente todos os parâmetros do motor de indução trifásico, utilizando modelos lineares nos parâmetros aos quais é aplicado o método dos mínimos quadrados recursivo, mas tal identificação nem sempre é garantida, com o motor a funcionar no seu ambiente normal de trabalho, uma vez que os sinais de excitação, obtidos a partir dos sinais de tensão, corrente e velocidade de rotação, não são suficientemente informativos ou de excitação persistente, para quaisquer modelos ou pontos de funcionamento. Para além da não persistência dos sinais, em quaisquer situações, as estimativas obtidas dependem não só da escolha do modelo, mas também do ponto de funcionamento do motor.

## Referências:

- [1] João Carlos H. R. Costa, Eduardo de Sousa Saraiva, Eduardo A. Baptista Veiga, "Identificação de Sistemas - Aplicação à Estimação de Parâmetros em Máquinas Eléctricas"; parte I: "Teoria e modelização de Máquinas Eléctricas"; parte II: "Teste e Implementação dos Algoritmos de Identificação", Congresso da Ordem dos Engenheiros. Porto, Portugal, 18-22 de Janeiro, 1988.
- [2] Thierry Caussat, "Pilotage Vectoriel Autonome d'une Machine Asynchrone Alimentée par Convertisseur Statique", thèse de Docteur de L'INP de Toulouse. França, Setembro, 1995.
- [3] Joachim Holtz, Thomas Thimm, "Identification of the Machine Parameters in a Vector-Controlled Induction Motor Drive", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 27, Nº 6. November/December 1991.
- [4] Jannifer Stephan, Marc Bodson, John Chiasson, "Real-Time Estimation of the Parameters and Fluxes of Induction Motors", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. 30, Nº 3, May/June, 1994.
- [5] Christiaan Moons, Bart de Moor, "Parameter Identification of Induction Motor Drives", Automatica, Vol. 31, Nº 8, pp. 1137-1147, 1995.
- [6] Salvador Carlos de Lara Jayme, "Identification des paramètres des machines électriques à courant alternatif", thèse de Docteur de L'INP de Toulouse. França, Janeiro, 1995.
- [7] Y. M. Li, C. Bergmann, B. Feuvrie, "An approach of parameter identification for asynchronous machine", Proceedings of the 1996 IEEE IECON, 22nd International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation.
- [8] Américo Vicente Leite, "Aplicação de técnicas de modelização paramétrica e identificação ao motor de indução trifásico", tese de mestrado na FEUP. Porto, Portugal, Setembro de 1996.

## Bibliografia:

- "Theory and Practice of Recursive Identification", Lennart Ljung, Torsten Soderstrom. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 1983.
- "System Identification - Theory for the User", Lennart Ljung. Prentice Hall, 1987.
- "Recursive Least Squares Rotor Time Constant Identification for Vector Controlled Induction Machine", M. Boussak, G. A. Capolino, Electric Machines and Power Systems, 20:137-147, 1992.
- "Rotor Time Constant Identification in Vector Controlled Induction Machine Applied Flux Model Reference Adaptative System (MRAS)", M. Jemli, M. Boussak, M. Gossa, A. Chaâri, Melecon Industry Applications in Power System Computer Science and Telecommunications, 1994.
- "Estimation of the Induction Motor Parameters", Krystyna Macek-Kaminska, Electric Machines and Power Systems, 23:329-344, 1995.
- "Online Estimation of Stator Resistance of an Induction Motor for Speed Control Applications", L. Umanand, S. R. Bhat, IEE Proceedings-Electric Power Applications, vol. 142, Nº 2, March 1995.