

CONHECIMENTO ESTATÍSTICO: UM ESTUDO COM FUTUROS PROFESSORES

Cristina Martins

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança

mcesm@ipb.pt

Manuel Vara Pires

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança

mvp@ipb.pt

Paula Maria Barros

Escola Superior de Tecnologia e de Gestão do Instituto Politécnico de Bragança

pbarros@ipb.pt

Resumo

Este texto tem por base um estudo exploratório realizado com futuros professores com o propósito de identificar os seus conhecimentos estatísticos no início da Licenciatura em Educação Básica e de verificar a influência da intervenção da unidade curricular Números e Estatística na evolução desses conhecimentos. Para este estudo seleccionámos os conhecimentos estatísticos dos alunos relativos a dois domínios: (i) organização de dados; e (ii) medidas de tendência central (moda, média e mediana). Os resultados apontam que o desenvolvimento da unidade curricular ajudou os alunos a aprofundar, alterar ou consolidar os seus conhecimentos estatísticos.

1. Introdução

A estatística apresenta uma enorme expansão e desenvolvimento no mundo actual, tendo uma importância crescente na sociedade, colocando-se, assim, a qualquer cidadão o desafio de gerir e utilizar a informação que lhe chega para tomar as suas decisões conscientemente.

Considerando que “desenvolver o pensamento estatístico e probabilístico ao longo da escolaridade constitui um aspecto importante da formação que a escola deve proporcionar” (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 94), é imprescindível que na formação inicial de educadores e professores seja dada uma maior relevância ao desenvolvimento do conhecimento estatístico para que os futuros professores percebam melhor e se apropriem das novas orientações curriculares. A este respeito, registre-se que o novo programa de Matemática do ensino básico homologado em Dezembro de 2007 (Ponte et al., 2007) refere explicitamente a *Organização e tratamento de dados* como um dos temas matemáticos a trabalhar desde o 1.º Ciclo, defendendo que o propósito principal do seu ensino se deve centrar quer na recolha, organização, representação e interpretação de dados quer na compreensão e produção de informação estatística e na sua utilização para resolver problemas e para tomar decisões fundamentadas.

Além disso, ao longo da sua escolaridade, os alunos vão experimentando diferentes formações e processos de ensino que influenciam, de uma forma mais ou menos nítida, a aprendizagem dos conceitos e procedimentos estatísticos. Como futuros professores necessitam, então, de clarificar e consolidar o seu conhecimento, de forma a que lhes seja possível seguir, posteriormente, abordagens significativas da estatística com os seus alunos.

Nesta perspectiva, com o intuito de identificar conhecimentos estatísticos que futuros professores revelam no início da sua licenciatura em Educação Básica e verificar como a intervenção da unidade curricular *Números e Estatística* influencia esses conhecimentos, desenvolvemos um estudo exploratório orientado para duas questões principais:

- Que conhecimentos estatísticos revelam os alunos no início da sua licenciatura?
- De que forma a unidade curricular *Números e Estatística* intervém no aprofundamento, alteração ou consolidação dos seus conhecimentos estatísticos?

Tendo em consideração alguns estudos realizados (Barros, 2003; Batanero, Godino & Navas, 1997; Li & Shen, 1994), bem como a nossa própria percepção das dificuldades dos alunos, seleccionámos para esta comunicação os conhecimentos estatísticos relativos a dois domínios: (i) organização de dados; e (ii) medidas de tendência central (moda, média e mediana).

2. Enquadramento teórico

Há muitos estudos que apresentam razões importantes para o ensino e aprendizagem da estatística e probabilidades no contexto escolar. Shulte e Smart (1992) consideram que a Matemática escolar deve trabalhar temas de estatística e probabilidades dado que, sendo motivantes e proporcionando métodos para lidar com a incerteza, ajudam a compreender os argumentos estatísticos e a distinguir as utilizações correctas de procedimentos estatísticos de utilizações incorrectas ou falaciosas e permitem aplicações significativas da Matemática a todos os níveis. De facto, embora as situações de tipo aleatório tenham uma forte presença no nosso meio envolvente, a escola tem privilegiado o pensamento determinista (Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999), pelo que há necessidade de facultar aos alunos uma visão mais equilibrada da realidade.

Deste modo, o estudo da estatística permite ampliar a imagem que os alunos vão desenvolvendo sobre a Matemática através da contextualização das aprendizagens e da sua ligação à realidade. Realmente, não requerendo procedimentos matemáticos muito sofisticados, a estatística proporciona múltiplas aplicações da Matemática para resolver problemas reais em contextos diversificados (Batanero, 2001). Neste sentido, a abordagem de situações próximas dos interesses e do meio envolvente dos alunos possibilita a resolução de tarefas de natureza mais aberta e desafiadora, contribuindo para potenciar a motivação dos alunos (Shulte & Smart, 1992).

Por outro lado, numa perspectiva curricular, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) argumentam que os conceitos de estatística e probabilidades ajudam a compreender outros tópicos matemáticos ligados aos números, às medidas ou às representações gráficas, e evidenciam diversas conexões matemáticas com noções relativas a fracções, percentagens, proporções ou números decimais, entre outras.

Mas existem, igualmente, muitos estudos que evidenciam dificuldades em estatística reveladas por alunos (alguns, futuros professores), nomeadamente, na leitura, elaboração e interpretação de gráficos ou tabelas e na utilização das medidas de tendência central.

Li e Shen (1994) verificaram que muitos alunos não reflectem sobre a necessidade de seleccionar cuidadosamente os diferentes tipos de gráficos de acordo com o propósito a que se destinam. Por outro lado, na sua construção, omitem as escalas de cada um dos eixos horizontal ou vertical ou em ambos, não especificam a origem das coordenadas, não proporcionam divisões suficientes nas escalas dos eixos e esquecem-se de atribuir nomes aos eixos. Muitos alunos também ignoram a precisão requerida na representação gráfica, usando, por exemplo, o mesmo sector do gráfico circular para representar duas percentagens diferentes ou construindo gráficos circulares em que os sectores não são proporcionais às frequências das categorias.

Também tem sido detectada a existência de erros conceptuais e dificuldades de aplicação prática dos conhecimentos sobre as medidas de tendência central (Barros, 2003; Batanero, Godino & Navas, 1997). De acordo com Barros (2003), alguns futuros professores têm dificuldades em identificar a moda quando a variável em causa é qualitativa, confundindo-a com a respectiva frequência relativa. Do mesmo modo, quando estão em causa variáveis qualitativas, muitos deles não reconhecem que não é possível calcular a média, tentando associar-lhe um valor numérico e manipulando os dados sem ter em conta o contexto (o cálculo da média das frequências é o erro mais frequente). Relativamente à mediana, as incorrecções identificadas prendem-se com a sua associação a metade da amplitude dos dados, com o cálculo da mediana dos valores da variável, com a identificação da mediana com 50% dos inquiridos, o que significa confundir a mediana com a sua localização, e com a consideração do 0 (zero) como elemento neutro.

O novo programa de Matemática do ensino básico estabelece como propósito principal de ensino do tema *Organização e tratamento de dados*, para 1.º ciclo, “desenvolver nos alunos a capacidade de ler e interpretar dados organizados na forma de tabelas e gráficos, assim como de os recolher, organizar e representar com o fim de resolver problemas em contextos variados relacionados com o seu quotidiano” (Ponte et al., 2007, p. 26) e, para o 2.º Ciclo, “desenvolver nos alunos a capacidade de compreender e de produzir informação estatística, bem como de a utilizar para resolver problemas e tomar decisões informadas e argumentadas” (p. 42). Para a sua concretização, é proposto que os alunos trabalhem, nos quatro primeiros anos de escolaridade, a leitura e interpretação de informação apresentada em tabelas e gráficos; a classificação de dados utilizando diagramas de Venn e de Carroll, tabelas de frequências absolutas, gráficos de pontos e pictogramas; gráficos de barras, moda e situações aleatórias; e, no 2.º ciclo, a formulação de questões; a natureza dos dados; tabelas de frequências absolutas e relativas; gráficos de barras, circulares, de linha e diagramas de caule-e-folhas; a média aritmética e extremos e amplitude.

Estas orientações traduzem um grande avanço em relação aos programas ainda em vigor, sendo notória a crescente relevância que os documentos curriculares oficiais atribuem aos temas estatísticos com as consequentes implicações na formação de (futuros) professores. Por exemplo, Albuquerque et al. (2006), consideram que a formação inicial dos futuros professores de Matemática dos ensinos básicos e secundário, em particular no que respeita à sua componente matemática, tem uma importância determinante na qualidade da formação matemática das crianças e jovens. Relativamente ao estudo da estatística, estes autores sugerem, globalmente, que seja dada uma maior atenção aos processos relacionados com a recolha, organização, representação e interpretação de dados em todos os níveis de ensino, dada a sua indiscutível importância para a compreensão de muitos problemas e para a interpretação de informação veiculada.

Neste sentido, Albuquerque et al. (2006) sintetizam os saberes estatísticos essenciais para um futuro professor em três grandes áreas: (i) planeamento de um estudo; (ii) descrição

dos dados; e (iii) obtenção de conclusões. No planeamento é necessário compreender o objecto do estudo, delinear os procedimentos de recolha de dados, criar e organizar conjuntos de dados e reflectir sobre eles e agir em conformidade. A descrição dos dados exige compreender a forma como esses dados se distribuem, apoiando-se nas medidas de localização e medidas de dispersão, utilizando diferentes formas de representação ou procurando correlações. Relativamente à obtenção de conclusões, é importante saber seleccionar as representações e medidas mais adequadas para comunicar as conclusões, analisando possíveis causas de variabilidade e compreendendo as dificuldades que surgem na escolha da amostra e na inferência das conclusões para a população.

3. Metodologia de investigação

Optámos pela realização de um estudo de natureza exploratória, que se desenvolveu em *Números e Estatística* (unidade curricular anual do 1.º ano da licenciatura) entre Outubro de 2008 e Janeiro de 2009. A recolha de dados recorreu a um questionário aplicado no início do estudo, à observação participante ao longo das aulas dedicadas ao tema e a um teste sumativo no final do estudo (parte integrante do processo de avaliação da unidade curricular). Os participantes foram 40 alunos da turma do 1.º ano que se encontrava dividida em dois grupos, sendo dois dos autores desta comunicação os professores de cada um dos grupos.

Os alunos da turma têm idades compreendidas entre 17 e 32 anos, mas com uma moda situada nos 18 anos. Nos 10.º, 11.º e 12.º anos de escolaridade ou equivalente frequentaram áreas de estudo muito diversificadas (tais com Ciências Sociais e Humanas, Desporto, Humanidades, Ciências e Tecnologias, Científico-Naturais, Curso Tecnológico de Informática, Área Tecnológica de Acção Social ou Curso de Secretariado), tendo estudado também diferentes disciplinas de Matemática (Matemática A, Matemática B, Métodos Quantitativos ou Matemática Aplicada às Ciências Sociais) ou, em poucos casos, sem qualquer ligação à área de Matemática. Assim, a maioria dos alunos estudou temas de estatística durante o seu percurso no ensino secundário. Há também alguns alunos que estão a repetir a frequência na unidade curricular.

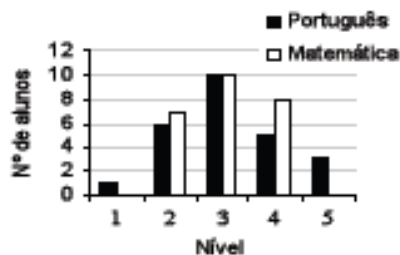
O questionário inicial centrou-se nas seguintes categorias: (a) organização de dados qualitativos, quantitativos discretos e quantitativos contínuos em tabelas de frequências e gráficos adequados a cada caso; (b) determinação (se possível) da moda, média e mediana dado um gráfico de barras relativo à frequência absoluta de uma variável qualitativa; dado um conjunto de dados quantitativos discretos e dado um conjunto de dados quantitativos contínuos; (c) aplicação dos conceitos de média, moda e mediana na resolução de problemas; e (d) registo escrito de ideias sobre moda, média e mediana. A observação participante foi efectuada pelos professores em cada grupo e complementada com notas de campo. O teste sumativo foi aplicado no final do estudo, contendo questões apresentadas no questionário inicial. A análise dos dados baseou-se na interpretação das respostas dos alunos e das notas de campo, seguindo as categorias que suportaram a elaboração do questionário inicial.

As aulas concretizaram o programa da unidade curricular, tendo sido abordados os temas: (i) dados e variáveis; (ii) organização dos dados em tabelas e gráficos; (iii) características amostrais, medidas de localização e dispersão; e (iv) probabilidades. A resolução e discussão de tarefas, bem como a realização de um trabalho em grupo (*Vamos conhecer a nossa turma*) foram as principais estratégias de intervenção utilizadas. No desenvolvimento das aulas, houve a intenção de partir dos conhecimentos prévios dos alunos e das suas dificuldades e a preocupação em sistematizar os diferentes conceitos e procedimentos trabalhados.

Em algumas tarefas propostas pretendíamos que os alunos determinassem medidas de tendência central dado, por exemplo, um conjunto de dados organizados num gráfico de barras:

“Os alunos de uma turma de 9.º ano resolveram construir um gráfico de barras comparando, no fim do 1.º período, as classificações a Português e a Matemática.

Determine, para cada disciplina, a média, a moda e a mediana das classificações.”



Noutras tarefas, como a que se apresenta a seguir, pretendíamos que os alunos determinassem um dado desconhecido tendo por base a aplicação do conceito de média:

“A média das idades de um grupo de três amigos é 15 anos. Juntou-se ao grupo um outro amigo. Sabendo que a média das idades dos quatro amigos passou a ser 16 anos, determine a idade do amigo que se juntou ao grupo.”

Quanto ao trabalho em grupo, o propósito principal foi conhecer características da turma (idade, hábitos alimentares, gostos de leitura, perspectivas de futuro...), aplicando o método estatístico com recurso a meios informáticos. Para isso, cada grupo: (i) construiu um questionário sobre um tema que considerou interessante estudar na turma; (ii) fez a respectiva recolha e organização de dados, analisou e interpretou a informação obtida e tirou as respectivas conclusões; e (iii) apresentou os resultados da pesquisa aos restantes elementos da turma. Ao longo da realização do trabalho, nas aulas, foram discutidos e clarificados conceitos e procedimentos necessários para a sua concretização.

No final do estudo foi realizado um questionário final (teste sumativo) em que foram retomadas as questões do questionário inicial relacionadas com as categorias que se revelaram mais significativas para os propósitos do estudo.

4. Apresentação e análise das respostas dos alunos

Para a apresentação e análise das respostas dos alunos seguimos as categorias definidas para o questionário inicial.

(a) Organização de dados qualitativos, quantitativos discretos e quantitativos contínuos em tabelas de frequências e gráficos adequados a cada caso

Nas Tarefas 1, 2 e 3, cujos enunciados se reproduzem a seguir, foi pedido aos alunos para: (i) organizarem os dados usando uma tabela de frequências; e (ii) representarem graficamente os dados, utilizando o tipo de gráfico que considerassem mais adequado.

Tarefa 1 – *Cor dos olhos*

Na turma do José recolheram-se os seguintes dados relativos à cor dos olhos dos alunos:

Azuis	Azuis	Castanhos	Azuis	Verdes
Castanhos	Castanhos	Verdes	Castanhos	Castanhos
Castanhos	Pretos	Castanhos	Castanhos	Castanhos
Pretos	Azuis	Azuis	Pretos	Azuis

Tarefa 2 – *Número de irmãos*

Registou-se o número de irmãos dos alunos de uma turma, tendo-se obtido os seguintes valores:

3	2	4	1	0	2	3	2	1	2	6
1	0	3	2	2	3	1	1	3	2	1

Tarefa 3 – *Altura dos alunos*

As alturas, em metros, dos alunos de uma turma do 10.º ano são as seguintes:

1,69	1,50	1,74	1,55	1,65	1,70	1,72
1,52	1,58	1,63	1,58	1,66	1,58	1,66
1,70	1,71	1,62	1,71	1,61	1,54	1,68
1,61	1,64	1,66	1,64	1,62	1,56	1,67

Da análise dos dados é possível afirmar que, no questionário inicial e relativamente à organização de dados qualitativos (cor dos olhos) e de dados quantitativos discretos (número de irmãos), a generalidade dos alunos, na construção de tabelas de frequências, recorreu apenas a tabelas de frequências absolutas e elegeu o gráfico de barras como forma principal de representar os dados. A incorrecção mais frequente foi a construção do gráfico de barras com as barras unidas. No questionário final, constatou-se uma ampliação do conceito de frequência, com os alunos a apresentarem tabelas que incluíam as frequências absolutas, relativas, absolutas acumuladas e relativas acumuladas.

Quanto à organização dos dados quantitativos contínuos (alturas dos alunos), no questionário inicial, foi usual a construção da tabela de frequências como se tratasse de uma variável quantitativa discreta (não utilizaram intervalos) e, conseqüentemente, a representação gráfica escolhida foi o gráfico de barras (Figura N.º 1). Esta situação alterou-se no final do estudo, dado que a generalidade dos alunos passou a agrupar os dados em intervalos e recorreu à construção de um histograma para a sua representação. No entanto, na resposta a uma outra tarefa do mesmo tipo, nesta construção foram detectadas algumas dificuldades como, por exemplo, a não consideração do referencial como origem ou a falta de uma percepção clara da natureza contínua da variável (indicação explícita do intervalo, Figura N.º 2).

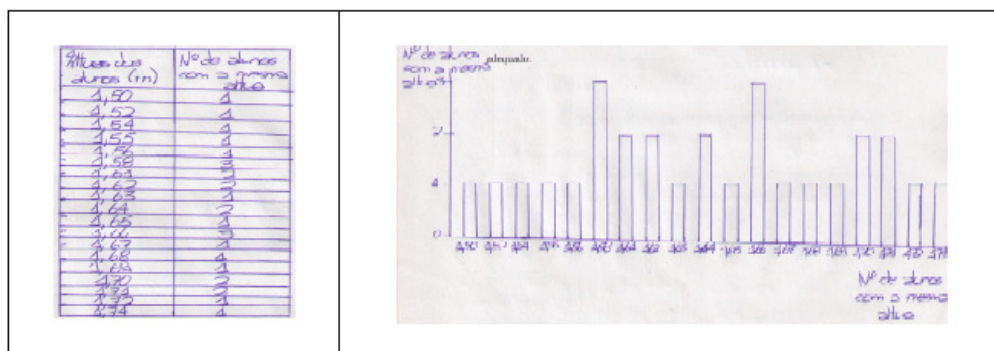


Figura N.º 1 – Tabela de frequências e representação gráfica (questionário inicial)

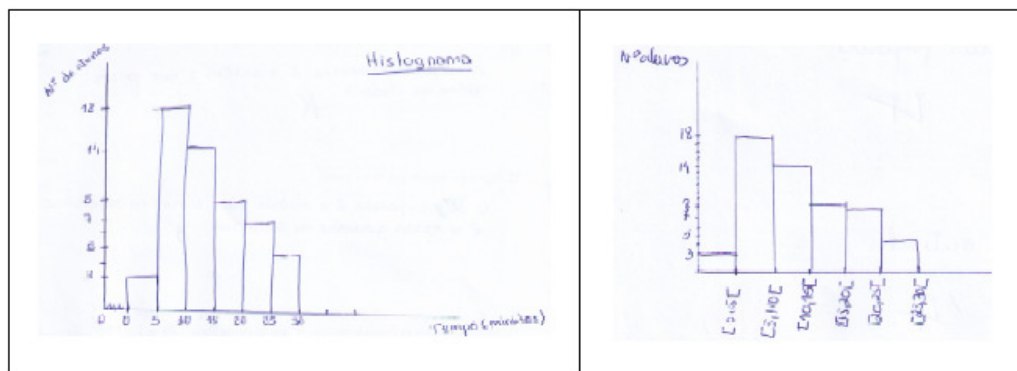


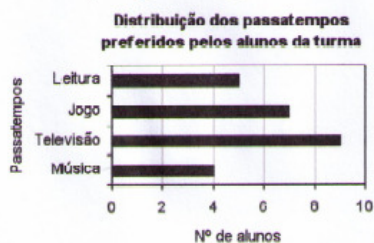
Figura N.º 2 – Dificuldades na construção de histogramas (questionário final)

(b) Determinação (se possível) da moda, média e mediana, dado um gráfico de barras relativo à frequência absoluta de uma variável qualitativa; dado um conjunto de dados quantitativos discretos e dado um conjunto de dados quantitativos contínuos

Nas Tarefas 4, 5 e 6, foi pedido aos alunos para indicarem, justificando, a moda, a média e mediana, no caso de variáveis qualitativas e quantitativas discretas e a média, a classe modal e a classe mediana no caso de uma variável quantitativa contínua.

Tarefa 4 – Passatempos preferidos

A distribuição dos passatempos preferidos pelos alunos de uma turma do 4.º ano é definida pelo gráfico seguinte:



Tarefa 5 – A semanada

A Maria perguntou a dez amigos quanto recebiam de semanada, tendo obtido os seguintes dados (em euros):

10 15 9 7 8 5 10 6 10 30

Tarefa 6 – Tempo do percurso

Inquiriram-se os 55 alunos de uma escola sobre o tempo gasto no percurso de casa para a escola e construiu-se a seguinte tabela:

Tempo (em minutos)	[0, 5[[5, 10[[10, 15[[15, 20[[20, 25[[25, 30[
Número de alunos	3	18	14	8	7	5

Moda

Em relação à moda, no questionário inicial, a maioria dos alunos identificou-a correctamente, quer na questão que envolvia uma variável qualitativa (passatempos preferidos), quer na questão que envolvia uma variável quantitativa discreta (a semanada). No caso da variável qualitativa, a dificuldade que sobressaiu foi a indicação da maior frequência absoluta como moda, tendo os alunos respondido, por exemplo: “a moda é 9, pois existe maior número de alunos que vê televisão”; “a moda é 9, pois é o número/passatempo que tem maior frequência”. No teste final, todos os alunos responderam correctamente às duas

questões, excepto um aluno que, no caso da variável qualitativa, associou a moda à maior frequência absoluta: “a moda é 9, pois os alunos preferem a televisão”.

No caso da variável quantitativa contínua (tempo do percurso), no questionário inicial, 23 alunos (mais de metade) não apresentaram qualquer resposta e 15 indicaram bem a classe modal. No questionário final, todos os alunos responderam correctamente.

Média

No cálculo da média, dada uma variável qualitativa, no questionário inicial, não houve respostas correctas e 17 alunos, simplesmente, não responderam. Alguns dos erros detectados foram: o cálculo da média das frequências absolutas, a manipulação numérica dos valores apresentados no gráfico (por exemplo, média dos valores apresentados no eixo dos xx) ou a indicação de uma categoria da variável (por exemplo, “a média é televisão”). No teste final, todos os alunos responderam, 28 dos quais apresentaram respostas correctas (por exemplo, “não se pode calcular porque se trata de uma variável qualitativa”). Os restantes calcularam a média das frequências absolutas ou indicaram um dos passatempos.

Para a variável quantitativa discreta (dados não agrupados), no questionário inicial, mais de metade dos alunos (24 alunos) respondeu correctamente. Os erros mais frequentes foram: a confusão com a moda ou a não consideração dos valores repetidos. No questionário final, todos os alunos seguiram o processo de cálculo da média de forma adequada, excepto dois que não atenderam à repetição de valores.

Para a variável quantitativa contínua, no questionário inicial, apenas 3 alunos efectuaram o cálculo correctamente, metade dos alunos não respondeu e verificou-se uma grande diversidade nas 17 respostas incorrectas (Tabela N° 1).

Tipos de respostas incorrectas	N.º alunos
Cálculo da média das frequências absolutas “(3+18+14+8+7+5)/6=9,2”	4
Indicação do limite (inferior ou superior) dos intervalos que se encontram na posição central da tabela “a média é 15”	3
Tratamento dos limites dos intervalos como se de números decimais se tratasse e cálculo da sua média “(0,5+5,10+10,15+15,20+20,25+25,30)/6=12,75”	2
Cálculo da média dos limites superiores dos intervalos “(5+10+15+20+25+30)/6=17,5”	1
Cálculo da média dos limites inferior e superior dos intervalos de classe “(0+5+10+15+20+25+30)/7 =15”	1
Cálculo do quociente entre o limite superior do último intervalo e o número de inquiridos “30:55=0,54”	1
Confusão entre média e classe modal “a média do tempo gasto é de 5 a 10 min”	1
Outras respostas (por exemplo, construção da tabela de frequências na vertical)	4

Tabela N.º 1 – Respostas incorrectas no cálculo da média (questionário inicial).

No questionário final, apenas 2 alunos não apresentaram qualquer resposta e 21 alunos responderam adequadamente indicando o cálculo efectuado (algoritmo da média ponderada

com base no representante da classe), 5 dos quais cometeram alguns erros de cálculo. Houve, ainda, 17 alunos que responderam incorrectamente, havendo alguma diversidade nas respostas (Tabela N.º 2).

Tipos de respostas incorrectas	N.º alunos
Indicação de um dos intervalos que se encontram na posição central da tabela	5
Cálculo da média das frequências absolutas	4
Cálculo do representante da classe seguido de manipulação numérica sem significado	3
Cálculo da média dos valores máximos dos intervalos	2
Cálculo do quociente entre o limite superior do último intervalo e o número de intervalos	2
Denominador incorrecto (número de classes) na aplicação do algoritmo da média	1

Tabela N.º 2 – Respostas incorrectas no cálculo da média (questionário final).

Mediana

No questionário inicial, relativamente à questão em que se pedia a indicação da mediana, dada uma variável qualitativa, não houve qualquer resposta correcta (não se pode calcular a mediana). De realçar que 28 alunos não apresentaram, mesmo, qualquer resposta. Dos alunos que responderam notou-se uma tendência para procurar o valor central de algo mas sem significado concreto: por exemplo, indicar que a mediana está entre os dois valores centrais referenciados na escala correspondente ao eixo que representa a frequência absoluta (ou indicar mesmo esse valor central), indicar uma ou as duas modalidades cujas barras estão no meio do gráfico ou fazer a média das frequências absolutas correspondentes às duas barras centrais, havendo neste caso um aluno que depois escolhe a modalidade cuja frequência mais se aproxima desse valor. Há ainda um outro aluno que indica, como mediana, a maior frequência absoluta.

No questionário final, há uma melhoria significativa do desempenho, pois houve apenas 2 alunos que não responderam e 28 alunos apresentaram uma resposta correcta, embora 3 deles não justificassem a sua resposta. Em algumas respostas incorrectas continua a haver alguma tendência para a identificação da mediana com o valor central de algo: “a mediana é 4 e 6, bimodal, porque é onde se encontra o valor central” ou indicar os valores das frequências absolutas e assinalar o centro.

Para a variável quantitativa discreta (dados não agrupados), no questionário inicial, verificou-se novamente a inexistência de respostas correctas e mais de metade dos alunos (27 alunos) não respondeu. De realçar que um aluno apresentou os dados ordenados por ordem crescente e indicou a separação correcta mas não deu qualquer resposta final. Em relação às respostas dadas, o erro mais frequente foi a não ordenação dos dados para determinar o valor da mediana.

No questionário final, 18 alunos responderam correctamente à questão. Também neste caso o erro mais frequente foi a não ordenação dos dados para determinar o valor da mediana, indicando assim a média dos dois valores centrais (ou indicando que a mediana está entre esses dois valores) de acordo com a sequência apresentada no enunciado.

Relativamente à questão que envolvia a indicação da classe mediana (variável quantitativa contínua), no questionário inicial, houve 30 alunos que não responderam e apenas 4 indicaram correctamente o intervalo correspondente à classe mediana, embora um deles não

tenha justificado a solução, um apresentasse uma justificação incorrecta (apresenta a média dos limites inferior e superior dos intervalos que se encontram na posição central da tabela de frequências) e 2 referissem apenas “é o valor que se encontra quando ordenamos a amostra e dividimos por 2”. Alguns erros cometidos foram: confusão da mediana com a sua localização – divisão do número total de inquiridos por 2 e apresentação desse valor como mediana (1 aluno), confusão da mediana com a moda – indicação da classe com maior frequência absoluta (1 aluno), indicação de uma das classes que está na posição mais central da tabela (4 alunos). No questionário final, os alunos tiveram melhor desempenho, pois 20 alunos indicaram a classe mediana correctamente (embora nem todos indicassem o seu raciocínio), havendo apenas 8 alunos que não responderam à questão.

(c) Aplicação dos conceitos de média, moda e mediana na resolução de problemas

Foi apresentado aos alunos o seguinte problema:

Tarefa 7 – *Idade dos filhos do Sr. João*

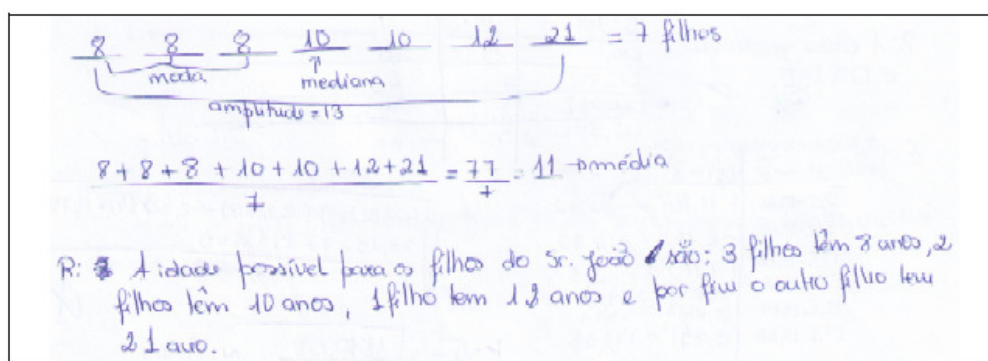
O Sr. João tem sete filhos. Sabe-se que a média das suas idades é 11 anos, a moda é 8, a mediana é 10 e a amplitude das idades é 13 anos. Considerando que nenhuma das medidas calculadas foi arredondada, indique, justificando, uma idade possível para cada um dos filhos do Sr. João.

No questionário inicial, 27 alunos não responderam. Dos 13 alunos que responderam, 10 indicaram apenas os dados fornecidos no problema e 3 apresentaram as respostas incorrectas referidas na Tabela N.º 3.

Tipos de respostas incorrectas		N.º alunos
Cálculo da média dos números apresentados no enunciado “(7+11+ 8+ 10+ 13)/5 ... a idade é 9,8, arredondando 10”		1
Consideração unicamente do critério da moda	“3 filhos com 8 anos, um com 17, um com 20 e dois com 18 anos”	1
	“uma idade possível para cada um dos filhos é 8, uma vez que a moda é o número que se repete frequentemente que neste caso é 8”	1

Tabela N.º 3 – Respostas incorrectas na resolução do problema (questionário inicial).

No questionário final, 9 alunos não responderam, 6 apresentaram uma resposta correcta — utilização dos critérios da moda, média, mediana e amplitude com justificação (Figura N.º 3), 12 apresentaram respostas incorrectas, mas recorreram aos critérios da média, da moda e da mediana, esquecendo o critério da amplitude (Figura N.º 4), 4 apenas se basearam em alguns dos quatro critérios, 5 apresentaram uma solução incorrecta sem qualquer justificação, 2 limitaram-se a manipular numericamente os dados do problema e outros 2 apresentaram cálculos sem significado evidente.



8 8 8 10 10 12 21 = 7 filhos
 moda mediana
 amplitude = 13

$$\frac{8+8+8+10+10+12+21}{7} = \frac{77}{7} = 11 \rightarrow \text{média}$$

R: As idades possíveis para os filhos do Sr. João são: 3 filhos têm 8 anos, 2 filhos têm 10 anos, 1 filho tem 12 anos e por fim o outro filho tem 21 anos.

Figura N.º 3 – Exemplo de utilização correcta de todos os critérios (questionário final)

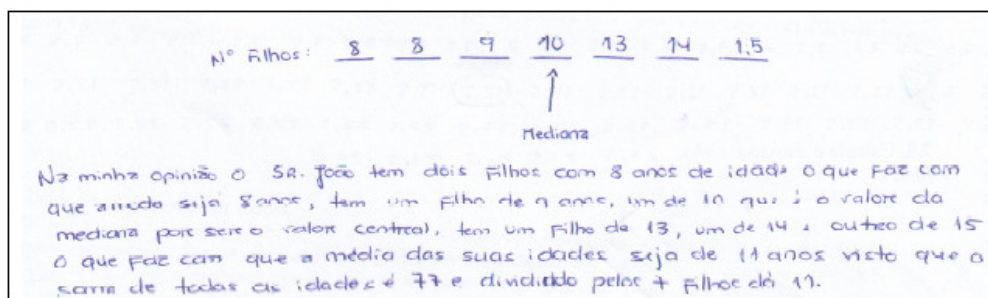


Figura N.º 4 – Exemplo de utilização de alguns critérios (questionário final)

(d) Registo escrito de ideias sobre moda, média e mediana

Na Tarefa 7, foi pedido aos alunos para escreverem o que entendiam por: (i) moda; (ii) mediana; e (iii) média.

No questionário inicial, 14 alunos não responderam à questão sobre a moda, um associou-a “ao maior número que incide numa tabela de resultados” e os restantes entenderam a moda como a maior frequência absoluta (mais como um número e menos como uma categoria). Já no questionário final, todos os alunos responderam e, de uma maneira geral, consideraram a moda como “o valor que aparece mais vezes”, mas apenas três alunos a referenciaram como “categoria ou classe de maior frequência”.

Na questão da média, no questionário inicial, quase metade (18 alunos) não respondeu, 12 alunos associaram a média ao algoritmo seguido no seu cálculo, “soma de todos os resultados divididos pelos valores existentes”, um aluno identificou-a com a “noção de equilíbrio” e os restantes 9 apresentaram respostas inconsistentes do tipo “é o valor médio” ou “é a soma dos números”. No questionário final, um aluno não respondeu, metade dos alunos associou a média ao processo de cálculo, 12 entenderam-na como “o valor que equilibra os valores mais altos e mais baixos” e 7 deram respostas inconsistentes.

Em relação à mediana, no questionário inicial, a grande maioria (34 alunos) não respondeu à questão, 3 alunos ligaram a mediana ao “valor que está no meio”, embora apenas um tivesse remetido para “quando ordenada a amostra”, 2 alunos escreveram que “é o quartil 2” e um confundiu mediana com média escrevendo “é o número médio de todos os resultados”. No questionário final, um aluno não respondeu, quase todos (36 alunos) associaram a mediana ao valor/número “que está no meio”, “que divide ao meio”, “central”, “intermédio” ou “que está mais ou menos a meio”, e 3 misturaram características da mediana e da média, escrevendo “divide a amostra ao meio e equilibra os grandes valores com os pequenos” ou “é o valor médio”.

5. Considerações finais

Relativamente à organização de dados qualitativos, quantitativos discretos e quantitativos contínuos em tabelas de frequências e gráficos adequados a cada caso é possível afirmar que a intervenção curricular permitiu aos alunos ampliar o conceito de frequência e eleger, com segurança, o gráfico adequado à natureza da variável (embora ainda com algumas dificuldades na construção de histogramas).

Quanto às medidas de tendência central, podemos dizer que na determinação da moda ou classe modal não se verificaram problemas com variáveis qualitativas, nem com variáveis quantitativas. No caso da média, constatou-se uma evolução na sua compreensão embora

continuam a existir dificuldades quando estão em causa variáveis qualitativas ou quantitativas contínuas, sendo a determinação da média das frequências absolutas um erro frequente, principalmente no primeiro caso. Quanto à mediana houve em todas as questões uma acentuada melhoria da sua compreensão com o desenvolvimento na unidade curricular, já que no questionário inicial praticamente não havia respostas correctas e no teste final houve, comparativamente, um aumento de respostas correctas. No entanto, alguns alunos persistiram na incorrecção de não ordenarem os valores dos dados para determinar a mediana no caso das variáveis quantitativas discretas.

Na aplicação dos conceitos de média, moda e mediana na resolução de problemas verificámos que, após a intervenção da unidade didáctica, os alunos revelam conhecimentos mais consolidados, embora continuem a manifestar algumas dificuldades em trabalhar simultaneamente com vários conceitos.

Em geral, no registo escrito de ideias sobre moda, média e mediana, constatámos uma interpretação instrumental dos conceitos por parte dos alunos, centrando-se na utilização e aplicação de fórmulas ou processos de cálculo.

Assim, em conclusão, o presente estudo torna evidente que, de uma maneira geral, a unidade curricular permitiu que os alunos aprofundassem, alterassem ou consolidassem os seus conhecimentos estatísticos e sustenta interpretações e dificuldades já referenciadas em outros estudos (Barros, 2003; Batanero, Godino & Navas, 1997; Li & Shen, 1994).

6. Referências bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Departamento da Educação Básica, Ministério da Educação.
- Albuquerque, C., Veloso, E., Rocha, I., Santos, L., Serrazina L., & Nápoles, S. (2006). *A Matemática na formação inicial de professores*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática & Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.
- Barros, P. (2003). *Os futuros professores do 2.º ciclo e a estocástica – Dificuldades sentidas e o ensino do tema*. Coleção TESES. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la estadística*. Universidade de Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística. (disponível em <http://www.ugr.es/~batanero>, 10/02/2009)
- Batanero, C., Godino, J. D., & Navas, F. (). Concepciones de maestros de primaria en formación sobre los promedios. Versão ampliada do trabalho publicado em H. Salmerón (Ed.), VII Jornadas LOGSE: Evaluación educativa (pp. 310-314). Granada: Universidade de Granada. (disponível em <http://www.ugr.es/~batanero>, 10/02/2009)
- Li, K., & Shen, S. (1994). Students' weaknesses in statistical projects. Em D. Green (Ed.), *Teaching statistics at its best* (pp. 42-48). Sheffield, UK: Teaching Statistics Trust.
- Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., Menezes, L., Martins, M. G., & Oliveira, P. (2007). *Programa de Matemática do ensino básico*. (disponível em <http://sitio.dgidec.min-edu.pt/matematica/Documents/ProgramaMatematica.pdf>)
- Shulte, A. e Smart, J. (1992). Why teach statistics and probability - a rationale. Em A. Shulte e J. Smart (Eds.), *Teaching statistics and probability*. Virgínia: National Council of Teachers of Mathematics.