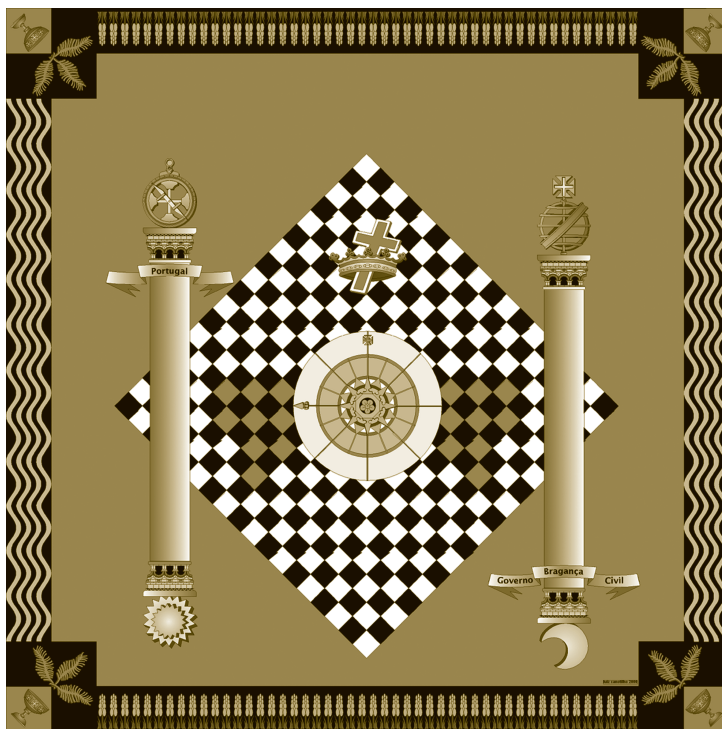


94

Luís Manuel Leitão Canotilho

Do quadrado ao Ponto da Bauhütte



SÉRIE

Estudos

Escola Superior de Educação

EDIÇÃO DO INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

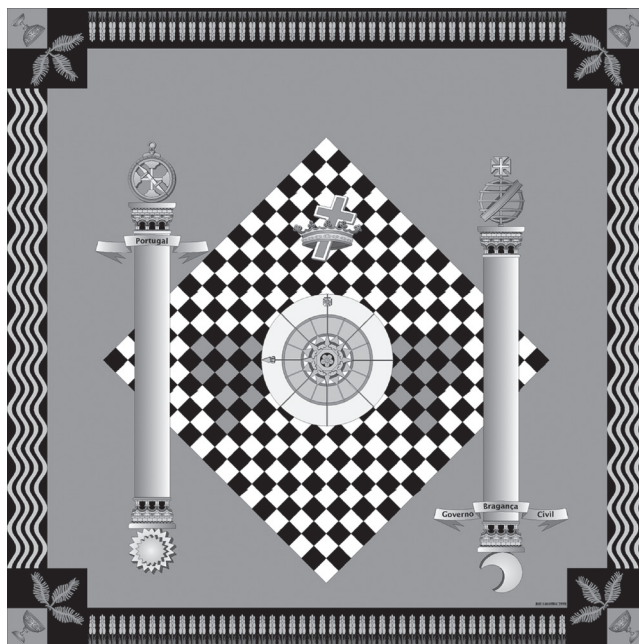
Luís Manuel Leitão Canotilho

Do quadrado ao Ponto da Bauhütte

94

Luís Manuel Leitão Canotilho

Do quadrado ao Ponto da Bauhütte



SÉRIE

Estudos

EDIÇÃO DO INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

Título: Do quadrado ao Ponto da Bauhütte

Autor: Luís Manuel Leitão Canotilho

Capa: Tapeçaria em Arraiolos (800x800 cm). Governo Civil de Bragança

Edição: Instituto Politécnico de Bragança · 2009

Apartado 1038 · 5301-854 Bragança · Portugal

Tel. 273 331 570 · 273 303 200 · Fax 273 325 405

<http://www.ipb.pt>

Execução: Serviços de Imagem do Instituto Politécnico de Bragança

(grafismo, Atilano Suarez; paginação, Luís Ribeiro e Sónia Cruz;
acabamento, Isaura Magalhães)

Tiragem: 200 exemplares

Depósito legal nº 300581/09

ISBN 978-972-745-106-7

Aceite para publicação em 2009

Índice

A descoberta da geometria e do número	7
O evangelho pitagórico	7
Proporção e harmonia	15
Razão áurea, média áurea, divina proporção, número de ouro ou número de Fídeas	15
Proporção áurea nas figuras geométricas	23
Espiral de Dürer	23
Quadrados proporcionais	24
Proporções áureas entre círculos e quadrados	25
Proporções áureas no triângulo e na elipse	25
Figuras geométricas	26
O pentagrama do rei Salomão	27
O rectângulo raiz quadrada de 2, 3, 4 e 5	29
Construção dos rectângulos	29
Propriedades dos rectângulos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{4}$	30
A armadura do rectângulo	32
Proporção e harmonia no campo das artes	34

A “razão áurea” na arquitectura _____	34
Razão áurea na cidadela do castelo de Bragança ____	39
A “razão áurea” nas artes plásticas _____	41
A “razão áurea” no campo do design _____	44
A “razão áurea” em outros campos da cultura erudita ____	46
Proporção e Harmonia na Figura Humana. O Cânon ____	49
O pentagrama inserido no “homem de Vitruvius”. ____	57
A geometria como fundamento místico e artístico _____	59
O procedimento operativo da geometria e do número ____	61
Os esquemas dos traçados dos templos da antiguidade ____	63
O teorema de Pitágoras e o número 12 _____	66
O ponto da Bauhütte _____	69
As operações geométricas de base _____	72
Encolhimento e divisão geométrica _____	75
A Harmonia só se atinge através da perspectiva _____	79
Harmonia e Proporção _____	87
O rectângulo $\sqrt{5}$ no Templo de Salomão _____	87
Resolução do ponto da Bauhütte _____	91
Bibliografia _____	93
Notas _____	99

A descoberta da geometria e do número

O evangelho pitagórico

“Dado que Deus só pode realizar coisas de forma ordenada; dado que a ordem pressupõe o número e o número pressupõe a medida; dado que só estão ordenadas as coisas limitadas, é evidente que Deus realizou as coisas em número, peso e medida.”

Buenaventura de Bagnorea¹ (século XIII)

Na filosofia pitagórica, posteriormente divulgada na Idade Média por Boécio, Alma e Corpo estão dependentes das mesmas regras que regulam os sons musicais, sendo que as mesmas leis, também regulam a harmonia de todo o cosmos, na base de regras matemáticas.

Pitágoras (571 a.C. – 496 a.C.), filósofo e matemático grego, foi o fundador da Escola Pitagórica. Este filósofo de suma importância no pensamento ocidental, baseou os seus princípios numa ordem cósmica perfeita e harmoniosa que pressupunha a ideia de belo.

A escola pitagórica defendia que seria a partir do número que todas as coisas seriam formadas, havendo quatro elementos fundamentais: Terra; Água; Ar; Fogo.



Figura 2 - “O ancião dos dias”. Aguarela de William Blake (23,3 x 16,8 cm). 1794. Deus é representado como o grande arquitecto do universo.

A Escola Pitagórica viria, fundamentalmente, a mostrar um grande interesse pelo estudo das propriedades dos números, princípio do conceito de Harmonia.

Pitágoras defendia a existência de uma doutrina com fundamentos exotéricos cujo princípio estabelecia que todas as coisas se baseiam na representação de números.

Só o esforço de carácter intelectual exercido pelo homem é que permitia a libertação da alma. Este exercício intelectual do indivíduo, consistia na descoberta da estrutura numérica das coisas dando à alma a necessária unidade harmónica. Este princípio exotérico estabelecia os números como as grandezas das coisas.

O homem, seja na sua actividade normal ou artística, desde cedo identificou a natureza e tudo o que o rodeia com as formas circulares.

Sendo as linhas curvas o princípio da representação da natureza, Pitágoras aceitou-as com a maior naturalidade, como sendo o processo da representação divina. Em contrapartida, as linhas rectas, seriam a representação humana das formas, fundamentalmente na arquitectura.

Esta ruptura, entre a criação divina baseada em formas com linhas curvas, e a criação humana estabelecida nas linhas rectas, implicava desde logo algumas dificuldades.



Figura 3 - Deus criando o Universo. Iluminura de uma Bíblia do século XIII.

O homem enquanto ser orgânico e natural, limitado sob o ponto de vista psicomotor, teria de realizar instrumentos compatíveis com a sua ideia de criação, capazes de executar o rigor na base das linhas rectas e curvas. Inventada deste modo, o esquadro para traçar as rectas e o compasso para construir o círculo, utilizando estes instrumentos de rigor como que o prolongamento da sua mão. Posteriormente o desenvolvimento psicomotor, cimentado através dos conhecimentos transmitidos de época para época e de corporação para corporação, permitiu a evolução das formas construídas pelo homem desde a antiguidade até aos nossos dias.

Em todas as culturas conhecidas o círculo constituiu sempre a forma representativa da noção de universo. A partir deste conceito, toda a representação no interior do círculo seria considerada de origem divina. Na figura 3, o então universo conhecido no século XIII, criado por Deus, está inserido no círculo.

Inicia-se, deste modo, o processo de abstracção do pensamento figurativo através da representação do círculo.

O ponto central (centro) do círculo passa a ser o princípio criador. É ponto de partida, o ponto a partir do qual se traçam as rectas, o ponto inicial de todas as construções geométricas (egípcias, gregas, romanas, judaicas, cristãs, etc.), o ponto que dará início à representação das figuras e sólidos, o início da simetria, o princípio do secretismo inerente ao ponto da Bauhütte.

Esta será a razão pela qual, todas as formas construídas pelo homem estão na permanente dicotomia entre o círculo e a recta.

E dentro deste princípio, Platão que muitas vezes questionou o conceito de beleza das formas, afirmava que quando realizadas a partir do círculo e das rectas nele inseridas, jamais se poderia colocar em causa a sua perfeição e beleza.

Este conceito seria reactivado, mais tarde, no renascimento através de Luca Paccioli² e dentro do princípio definido como “divina proporção”. Paccioli recomendava especial atenção, ao círculo e ao quadrado, como sendo as principais formas definidoras do conceito de curva e recta.

Este antagonismo, entre linha curva (Deus) e linha recta (homem), entre círculo (Deus) e quadrado (homem), seria transposto pelos gregos para o conceito de forma volumétrica, através da definição e determinação dos sólidos geométricos. Novamente entramos na dicotomia entre esfera (Deus) e cubo (homem).

A partir deste momento nascia, a concepção mais importante da estética, que fazia depender o conceito de beleza da Harmonia e da Proporção.



Figura 4 - O quadrado será o polígono que melhor define a dimensão humana.

Pitágoras foi um grande conhecedor do pensamento matemático egípcio, pelo que comungava com a visão, de que o princípio de todas as coisas está no número, nascendo assim a visão estético – matemática do Universo. Esta visão reguladora assentava, na ordenação

de todas as coisas, na base das leis matemáticas, determinando-se deste modo a nossa existência e todo o conceito de beleza ordenada.

Todo este pensamento teve início quando Pitágoras descobriu, que as relações matemáticas regulam os sons musicais, onde as proporções existem na relação entre a longitude da corda e a altura do som. O exemplo partiu da relação entre a longitude das cordas de uma lira e os respectivos acordes musicais. A título de exemplo, tocando a nota “Dó”, para se conseguir um outro “dó” mais baixo, é necessário usar uma corda mais larga na relação 2:1 sendo que, para as notas intermédias na ordem ascendente (“ré”, “mi”, fá, etc.), serão usadas cordas cuja longitude mantenham em relação à nota original, idênticas relações (figura 5).

Dó	Ré	Mi	Fá	Sol	Lá	Si	Dó
264	297	330	352	396	440	495	528
1/1	9/8	5/4	4/3	3/2	5/3	15/8	2/1



Figura 5 - Estudos de Pitágoras sobre as relações entre os sons. “Theorica Musicae” de Franchino Gaffurio (1492). Biblioteca Nacional de Brera / Milão.

O ponto foi portanto definido pelos gregos como o princípio criador, por se situar no centro do círculo. Em geometria o ponto não possui dimensão. No entanto a união de vários pontos permite determinar e definir o conceito de linha que será recta, se os seus pontos tomarem a mesma direcção. Será curva se os seus pontos mudarem de direcção.

O quadrado define muito bem as formas projectadas pelo homem, já que se trata de um polígono. Um polígono é uma superfície fechada e limitada por três ou mais segmentos de recta designados de lados. Será também de considerar que os polígonos têm tantos lados como ângulos, sendo designados pelo seu número de lados ou ângulos.

Apenas foram baptizados 12 polígonos³, sendo que os outros são designados pelo número de lados (Exemplo: Polígono de 13 lados).

Convém também referir e com rigor, que nos polígonos deve ser considerado o perímetro (soma do comprimento dos seus lados) e, a não ser nos triângulos, também as diagonais (segmentos de recta que unem dois vértices não contíguos do polígono).

No presente caso, estamos perante um quadrilátero, polígono com quatro lados e quatro ângulos. Contudo, por ter os lados opostos entre si paralelos e iguais, é designado de paralelogramo. Como também têm os seus ângulos iguais, deverá ser designado com rigor de quadrado.

A outra figura geométrica, a partir da qual serão realizadas todas as estruturas geométricas, é a circunferência.

A circunferência é uma linha curva, plana e fechada, com todos os seus pontos equidistantes de outro ponto interior denominado centro⁴.

No presente trabalho, será ainda conveniente definir algumas linhas fundamentais, para o traçado das estruturas e para a determinação do ponto da Bauhütte. Na circunferência há que considerar as seguintes linhas, entre outras: Raio | segmento de recta que une o centro com qualquer ponto da circunferência; Diâmetro | segmento de recta, que passando pelo centro, termina em dois pontos opostos da circunferência.

A superfície limitada pela circunferência e no interior dela chama-se círculo, e define o universo projectado por Deus⁵.

Convém ainda definir o conceito de triângulo, já que conforme se irá demonstrar neste trabalho, é um polígono, cuja compreensão irá ser fundamental.

O triângulo é um polígono com três ângulos e três lados, sendo que qualquer dos lados pode ser considerado como a sua base. No entanto é conveniente definir muito bem os triângulos possíveis que podem ser identificados quer quanto aos lados, quer quanto aos ângulos.

No que respeita aos lados podemos identificar três triângulos, sendo que o triângulo equilátero é o mais importante para este estudo, por ter os três lados iguais⁶.

No que respeita aos ângulos, será o triângulo rectângulo, o motivo deste estudo⁷. O triângulo rectângulo tem um dos ângulos rectos, ou seja com 90° . Os lados do rectângulo que formam o ângulo recto são designados de catetos. O lado oposto a esse ângulo é designado de hipotenusa.

Proporção e harmonia

Razão áurea, média áurea, divina proporção, número de ouro ou número de Fídeas

A Idade Média é referenciada no campo da arquitectura, pela eleição dos dois grandes instrumentos de rigor, o esquadro e o compasso, que possibilitavam inúmeras construções e resoluções de ordem prática, entre as quais o número de ouro e o rectângulo raiz quadrada. Contudo, o nascimento destes instrumentos perde-se nos tempos. Na realidade tudo se traçava ou determinava com a ajuda destes instrumentos.

A maior parte dos documentos do período da Idade Média, existem nas instituições monásticas. Dos edifícios religiosos realizados na época, observam-se inúmeros contratos de execução de obras e edifícios. É surpreendente a quase inexistência dos projectos dos edifícios, bem como das suas memórias descritivas, limitando-se os dados ao seu tamanho e materiais empregues. O mesmo se passa com a inexistência de um qualquer documento de consideração estética ou de estilo.

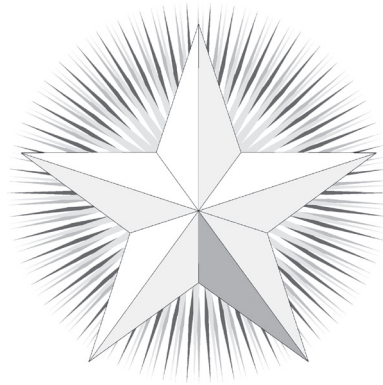


Figura 6 - Estrela de cinco pontas ou Pentagrama.

A prática utilizada na arquitectura baseava-se nas tradições que remontavam à antiguidade. Os únicos documentos que chegaram aos nossos dias limitam-se a duas publicações: O “Livro de desenhos” de Villard de Honnecourt publicado em 1235; e “Opúsculo sobre a correcta forma de realizar pináculos” “Buchlein von der Fialen Gerichtigkeit” de Roritzer, impresso em Regensburg em 1486.

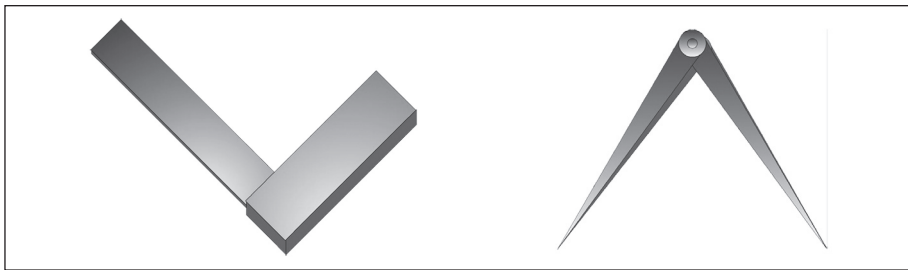


Figura 7 - Os instrumentos de rigor que desenharam e projectaram toda a arquitectura: Compasso; Esquadro.

O trabalho prático no campo da geometria era realizado por velhos artífices e transmitidos de mestre para aprendiz, sempre debaixo de um profundo secretismo associado a algum misticismo. Este secretismo era na realidade evidente pela ausência de documentos escritos, procedimento que impedia a sua divulgação. A divulgação limitava-se ao interior dos cerrados grémios⁸ de pedreiros.

O número de ouro, sendo uma grandeza puramente aritmética, constitui também uma misteriosa expressão à qual se atribuem

propriedades estéticas. A partir do número de ouro é possível construir um sem número de formas geométricas e de composições pictóricas, sendo as obras da antiguidade mais carismáticas, realizadas a partir deste procedimento, a Pirâmide de Kheops, o Parthénon de Atenas (figura 35) ou a Mona Lisa de Leonardo da Vinci (figura 47).

A criação da Razão Áurea, Média Áurea, Divina Proporção, Número de Ouro ou Número de Fídeas, teve como objectivo de fundo, estabelecer a proporção ou relação harmónica mais correcta para o campo da arquitectura e das artes. A sua obtenção partiria da dimensão humana. Naturalmente que esta descoberta deveu-se fundamentalmente a Matila Ghyka⁹.

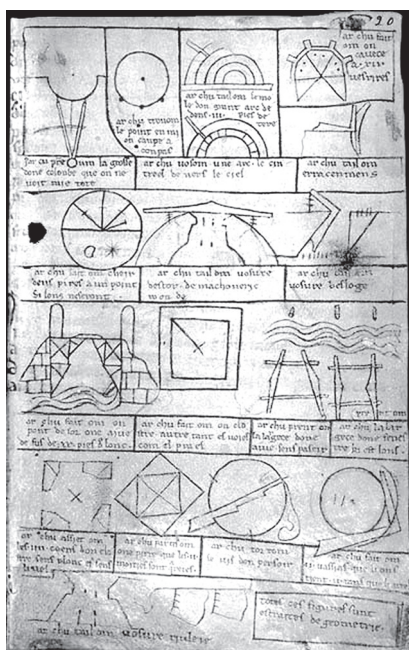


Figura 8 - Traçados de construção de Villard de Honnecourt (nascido provavelmente em 1220). Biblioteca Nacional de Paris. As figuras representam os traçados de geometria para a construção das catedrais, intercalados com legendas explicativas.

A partir da sequência de Leonardo Pisano (Fibonacci) é possível determinar e justificar a existência do Número de Ouro.

A criação da Razão Áurea, Média Áurea, Divina Proporção, Número de Ouro ou Número de Fídeas, teve como objectivo de fundo, estabelecer a proporção para os campos da arquitectura e das artes a partir da dimensão humana.

Através de uma justificação simplícista, o rectângulo de ouro é aquele que tem a seguinte propriedade: Quando lhe retiramos em área o correspondente à superfície de um quadrado, obtemos um outro rectângulo semelhante ao primeiro mas em área menor, e assim sucessivamente.

O valor numérico atribuído para definir esta proporção (Razão Áurea, Média Áurea, Divina Proporção, Número de Ouro ou Número de Fídeas) é identificado pela letra grega “fi” 'Ø'.

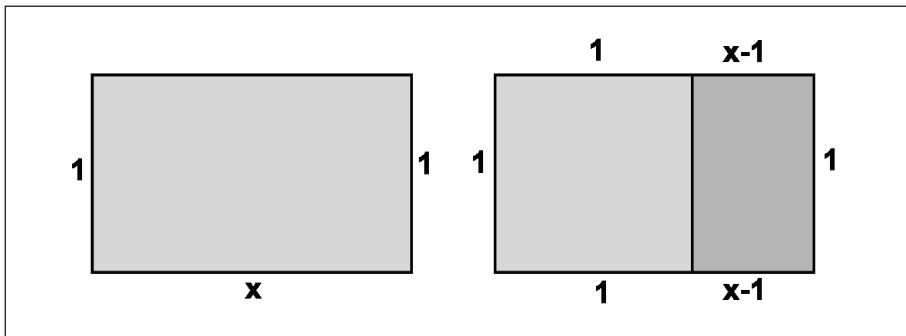


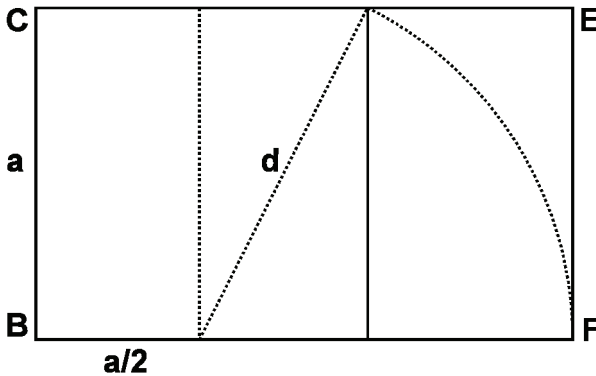
Figura 9.

No rectângulo da figura 9, situado à esquerda, pode-se retirar um quadrado cujo lado é igual ao lado menor do rectângulo, obtendo-se sempre um outro rectângulo semelhante ao primeiro.

O princípio é muito simples. Se estabelecermos como unidade o lado menor [1], podemos calcular a medida do lado maior [x] segundo a seguinte formula:

$$\varnothing = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1,61803398...$$

Contudo será importante comprovar se um dado rectângulo é áureo ou não. Observe-se o rectângulo [BCEF], cuja distância [BC] corresponde à sua altura e a distância [BF] à base do rectângulo que se quer provar que é áureo.



Começamos por dividir a sua base [BF] pela medida da sua altura [BC]. Depois de traçarmos a mediana vertical do quadrado obtido, poderemos encontrar a diagonal [d].

Agora, para demonstrar que estamos perante um rectângulo áureo, vamos calcular o valor de [d] utilizando o Teorema de Pitágoras.

$$d = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{a \cdot \sqrt{5}}{2}$$

Ou seja,

$$d = \frac{a \cdot \sqrt{5}}{2}$$

Calcula-se o valor da base.

$$\text{base} = \frac{a}{2} + d = \frac{a}{2} + \frac{a \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{a + a \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{a \cdot (1 + \sqrt{5})}{2}$$

Ou seja,

$$\text{base} = \frac{a \cdot (1 + \sqrt{5})}{2}$$

Calcula-se agora a razão entre a base e a altura do rectângulo.

$$\frac{\text{base}}{\text{altura}} = \frac{\frac{a \cdot (1 + \sqrt{5})}{2}}{a} = \frac{a \cdot (1 + \sqrt{5})}{2} \cdot \frac{1}{a} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Ou seja.

$$\frac{\text{base}}{\text{altura}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

Existem fundamentalmente, quatro processos para se determinar a razão áurea, que se passam a descrever.

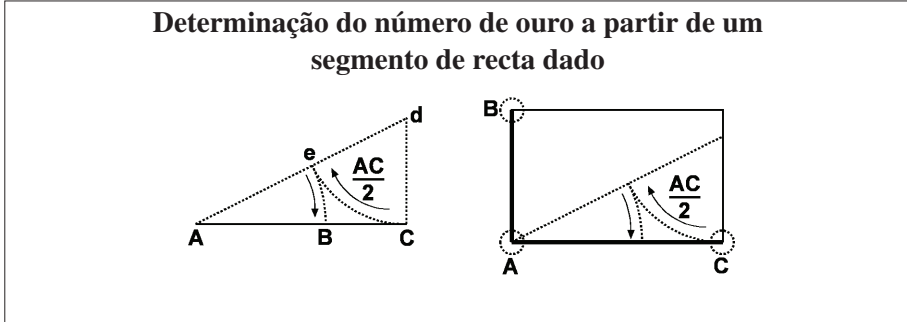


Figura 10.

Observe-se a figura 10. Traça-se um segmento de recta [AC]. A partir do ponto [C] traça-se um segmento de recta vertical cuja medida é metade de [AC]. Com centro no ponto encontrado [d] e um raio igual a metade da distância [AC], traça-se uma circunferência que intersectará o segmento de recta que une os pontos [A] e [d] no ponto [e].

Com centro em [A] traça-se uma circunferência cujo raio [Ae] permite encontrar o ponto [B].

[AB] corresponde á dimensão menor do rectângulo áureo.

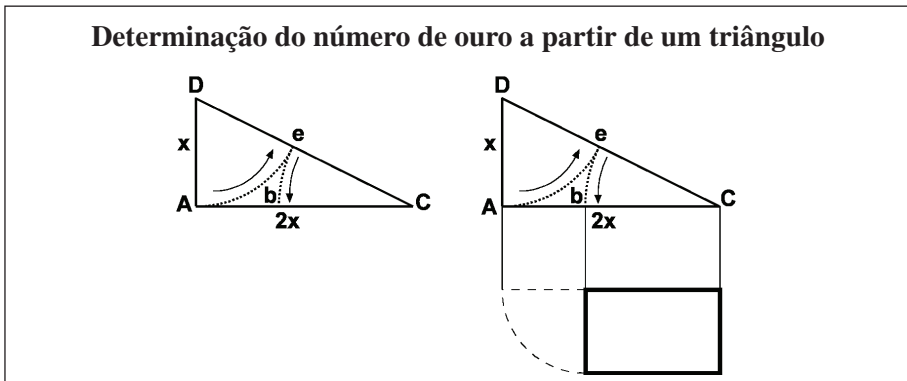


Figura 11.

Observe-se agora a imagem da figura 11. A partir da construção de um triângulo rectângulo, cujos catetos estão na proporção de 1:2, traça-se um arco de circunferência cujo centro é o vértice [D] sendo o raio o lado [DA] que cruzará a hipotenusa, obtendo-se assim o ponto [e].

Com centro no vértice [C] traça-se um novo arco de circunferência tendo como raio [Ce] que intersectará o lado [AC] do triângulo, obtendo-se assim o ponto [b].

Os segmentos [Ab] e [bC] estão em proporção áurea na razão de 1:1,618.

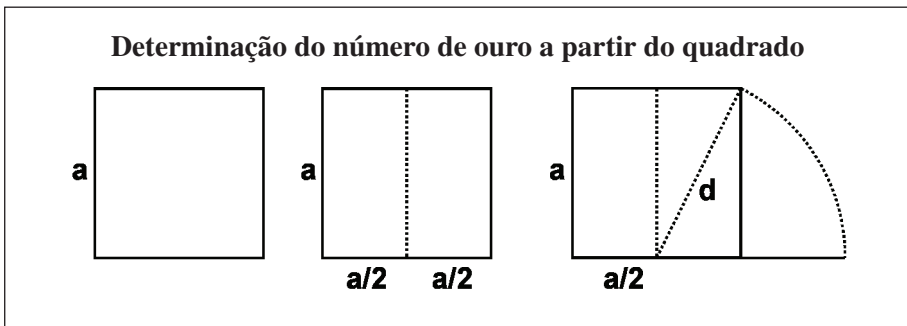


Figura 12.

Observe-se a figura 12. Depois de construído o quadrado de lado [a], é traçada a sua mediana vertical que permite obter dois rectângulos iguais [a/2]. Traça-se então a mediana [d] do segundo rectângulo, cuja medida é traçada sobre a horizontal.

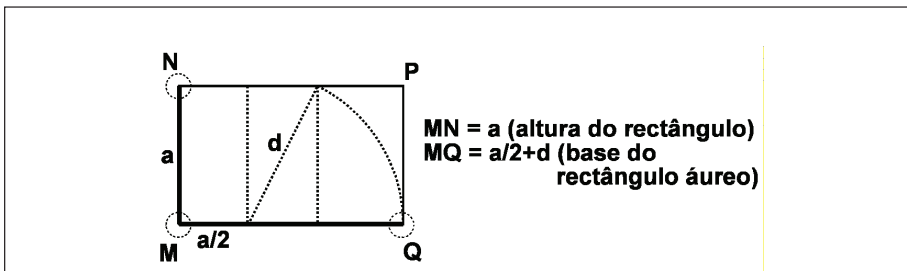


Figura 13.

Está assim traçada a base do rectângulo áureo (figura 13) que tem como altura o lado do quadrado. Sendo que [MN = a] (altura do rectângulo) e [MQ = a / 2 + d] (base do rectângulo áureo).

Observe-se agora a figura 14. A determinação do número de ouro a partir do quadrado permite obter duas figuras que formarão o rectângulo áureo: O quadrado original designado de Gnomon e o rectângulo obtido designado de Medida Áurea. Este último rectângulo também cumpre a proporção áurea. A subdivisão pode ser feita o número de vezes que se pretender, obtendo novas proporções áureas de menor dimensão.

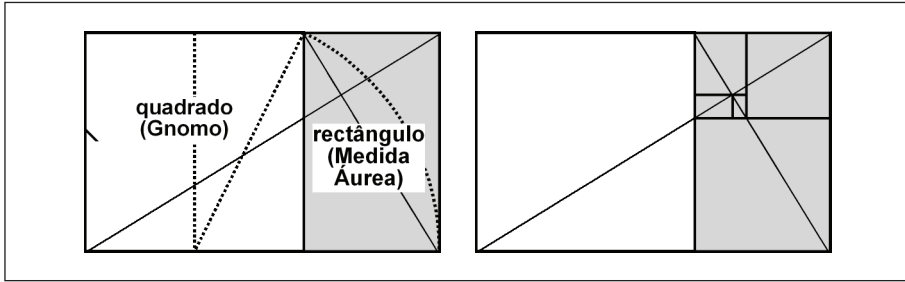


Figura 14.

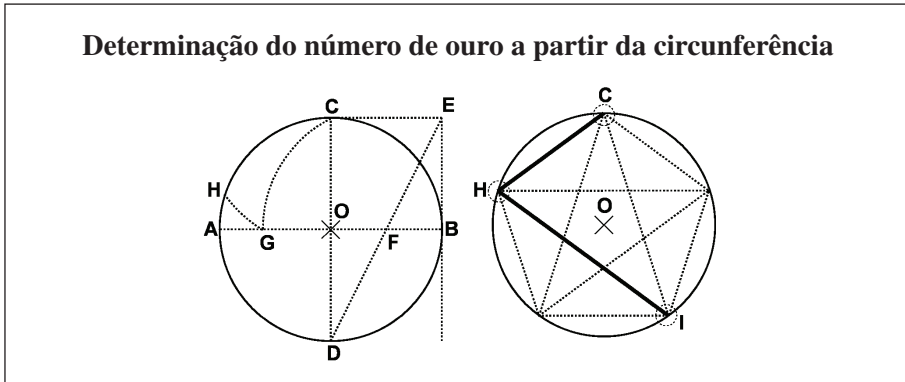


Figura 15.

Observe-se a primeira imagem da figura 15. Inicia-se o processo Traçando-se os segmentos de recta [CD] e [AB], perpendiculares entre si e que correspondem a dois diâmetros da circunferência. Determina-se o ponto [F] que corresponde a metade da dimensão do raio da circunferência.

Com centro em [F] e raio [FC] determina-se o ponto [G].

Com centro em [C] e com a abertura [CG], determina-se o ponto [H].

A distância [HC] corresponde à dimensão do lado do pentágono.

Na segunda imagem da figura 15, verifica-se que a distância [HC] corresponde à dimensão menor da secção áurea enquanto que a distância [HI] corresponde à maior dimensão.

Proporção áurea nas figuras geométricas

A Proporção Áurea nas figuras geométricas está de acordo com a Sequência de Fibonacci¹⁰.

Leonardo Pisano (1170 – 1250), mais conhecido por Fibonacci, foi um matemático italiano do período medieval a quem atribuímos a introdução na Europa dos números árabes e a descoberta da sequência com o seu nome – Sequência de Fibonacci.

Fibonacci, filho de comerciante italiano com interesses no Norte de Africa, ao viajar por este continente, depressa se apercebeu que a numeração árabe ultrapassava em muito a romana no que diz respeito à prática dos cálculos matemáticos.

Aos 32 anos publicaria o livro “Liber Abaci” (1202), que poderá ser traduzido para Livro do Ábaco, publicação que tinha conteúdos a aritmética e a álgebra, tornando-se fundamental para o desenvolvimento da matemática na Europa medieval. Pela primeira vez o número zero estava esclarecido.

A Sequência de Fibonacci, tal como o nome indica, é uma sequência de números sendo os dois primeiros números, 0 e o 1. Os números que se seguem obtêm-se a partir da soma dos dois que o antecedem:

0 – 1 – 1 – 2 – 3 – 5 – 8 – 13 – 21 – 34 – 55 – 89 – 144 – 233 – 377 – 610 – 987 – 1597 – 2584 – 4181 – 6765 – 10946...

Podemos recorrer à fórmula que seguidamente transcrevo:

$$F(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0; \\ 1, & \text{se } n = 1; \\ F(n-1) + (n-2) & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

Espiral de Dürer

A Proporção Áurea está de acordo com a sucessão de Fibonacci. A sucessão de Fibonacci veio a demonstrar que toda a natureza está de acordo com as leis da geometria, já que justifica o princípio do crescimento das formas dos reinos animal e vegetal.

Esta sucessão permite construir a espiral de Alberto Dürer (figura 16), forma geométrica omnipresente na natureza. De cons-

trução simples, basta usar o comprimento dos lados dos quadrados subdivididos com o raio de um círculo. Os arcos de cada quadrado são unidos entre si.

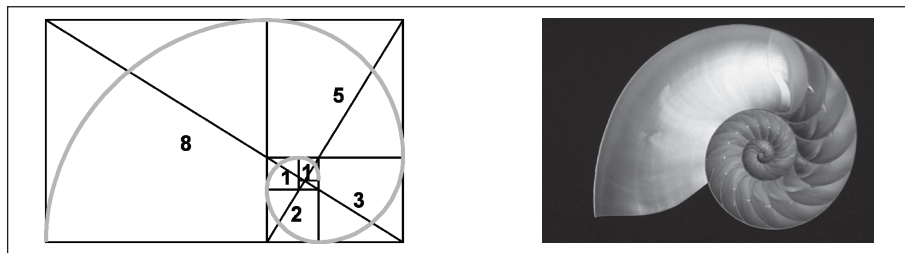


Figura 16.

Figura 17. O exemplo mais popular para demonstrar a sucessão de Fibonacci, a partir da Espiral de Dürer, é dado pela concha do Nautilus.

Embora limitando-se o objecto deste trabalho, ao estudo da razão áurea no campo das Artes Visuais, será sempre importante voltar a referir que a sua aplicação, não se baseia num mero jogo geométrico construído e teorizado por alguns. A “razão áurea” é sem dúvida a única lei da natureza imutável e comum a todos os seres vivos.

A partir da sucessão de Fibonacci, é possível explicar o crescimento das folhas no ramo de uma planta ou o número de pétalas de flores como o lírio. A flor do girassol só pode ter 13, 21, 34, 55 ou 89 pétalas. As sementes da flor do girassol formam sempre dois conjuntos de espirais logarítmicas, embora com sentidos diferentes. Cada conjunto possui um número de diferente de sementes. Contudo constituem dois números consecutivos da série de Fibonacci. A sucessão de Fibonacci permite determinar, a partir da Espiral de Dürer, o crescimento dos seres vivos.

Quadrados proporcionais

Outro aspecto interessante é observável na figura 18. Os quadrados do diagrama da subdivisão áurea da espiral de Dürer, guardam entre si, uma proporção áurea.

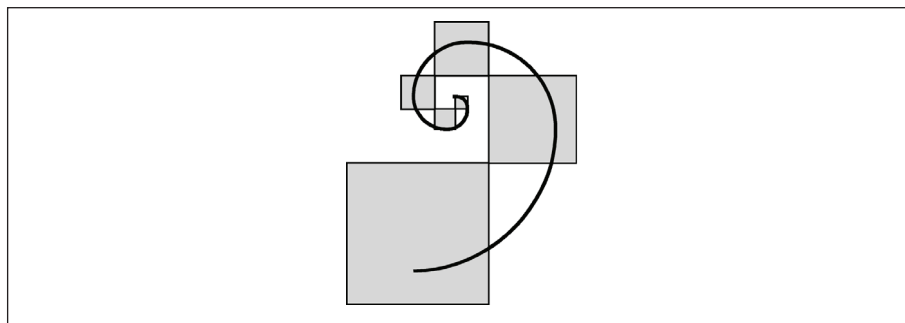


Figura 18.

Proporções áureas entre círculos e quadrados

O Triângulo Áureo também pode ser construído através de uma sucessão de círculos ou quadrados que guardam, entre si, a proporção áurea (figura 19).

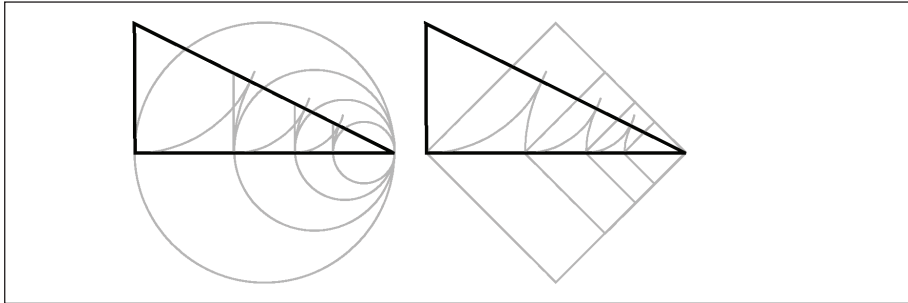


Figura 19.

Proporções áureas no triângulo e na elipse

O triângulo, para estar em proporção áurea, tem de ser isósceles. Conhecido pelo nome de “sublime”, a sua construção é simples a partir de um pentágono, tendo um vértice com o ângulo de 36° e outro de 72° em cada ângulo das bases.

A partir do decágono, também se encontram triângulos áureos. Unindo o centro do decágono a qualquer um dos ângulos adjacentes, obtêm-se uma série de 10 triângulos áureos (figura 20).

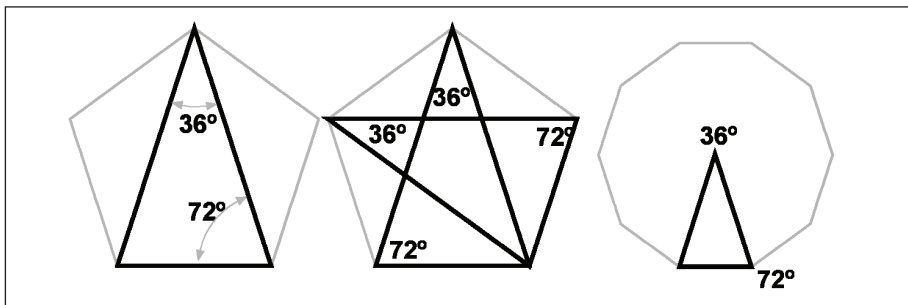


Figura 20.

O pentágono permite criar no seu interior o pentagrama, cuja parte central volta a ser outro pentágono. A esta sucessão de pentágonos e pentagramas foi dada a designação de “Alaúde de Pitágoras”, já que estão em proporção áurea (figura 21).

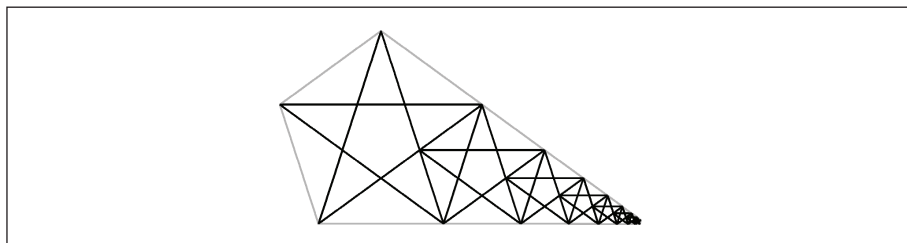


Figura 21.

A elipse também pode ter características áureas semelhantes às do rectângulo áureo ou do triângulo áureo (figura 22).

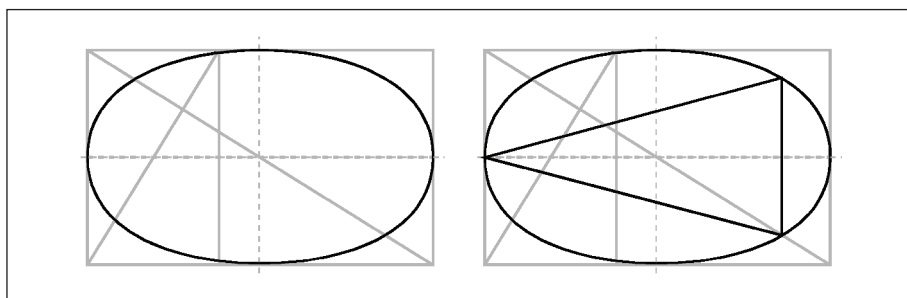


Figura 22.

Figuras geométricas

Um decágono regular, inscrito numa circunferência, tem os lados em relação dourada com o raio da circunferência.

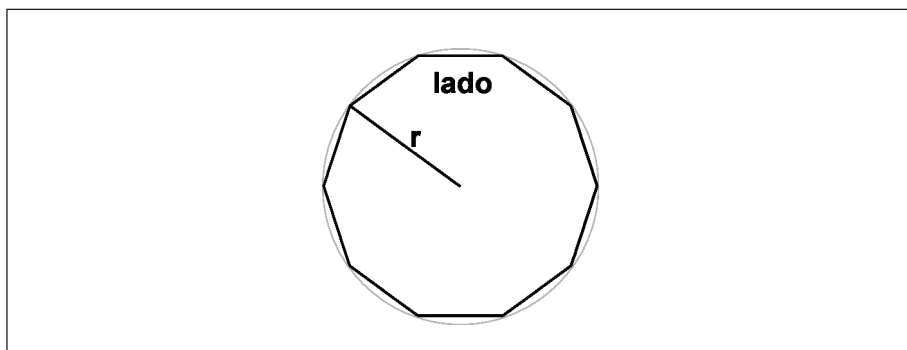


Figura 23.

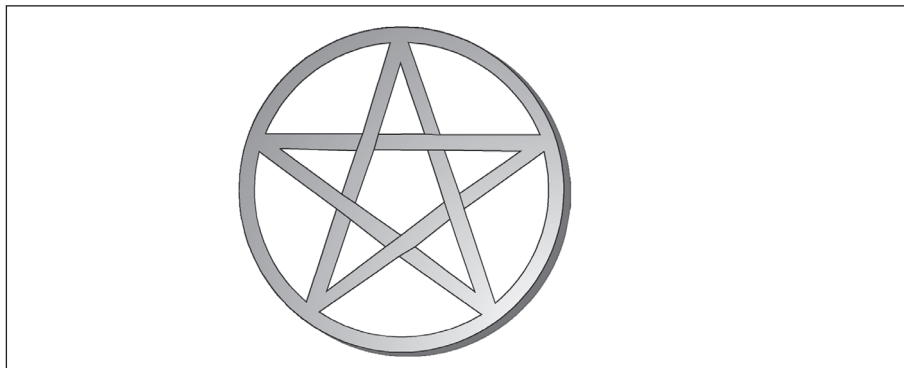


Figura 24 - Estrela de cinco pontas ou Pentagrama (Símbolo do Rei Salomão).

O Pentagrama é um dos “símbolos pagãos” mais poderosos e populares. O pentagrama (estrela de cinco pontas circunscrita num círculo), representa os quatro antigos e místicos elementos: fogo, água, ar e terra, superados pelo espírito. Na Wicca, o símbolo do pentagrama é geralmente desenhado com a ponta para cima a fim de simbolizar as aspirações espirituais humanas.

O pentagrama do rei Salomão

A descoberta da razão áurea no pentágono, figura geométrica inserida no círculo, seria determinante. A associação entre a recta (humana) e o círculo (divino) permitia obter a proporção geométrica harmónica.

Este facto revela-se de grande importância desde a antiguidade. A partir do momento em que o Rei bíblico Salomão, adoptou o pentágono como símbolo pessoal, passou-se a atribuir a esta figura geométrica “poderes mágicos”.

Relata a Bíblia que o rei do Povo Hebreu, David, quando já era ancião, estava ansioso por cumprir a promessa de edificar um grande templo ao Deus de Abraão.

A partir de documentos históricos sabemos que Salomão estava no Egipto, onde tinha desposado uma filha do faraó (Reis 3.5) e encontrava-se numa função de aprendizagem em Escolas Iniciáticas. Em Memphis, Salomão foi iniciado nos “Grandes Mistérios” (Mistérios Menores e Maiores) egípcios, numa escola directamente ligada à “Grande Fraternidade Branca”. Os Mistérios menores envolviam todos os conhecimentos históricos e científicos da humanidade. Nos Mistérios Maiores, era onde o postulante aprendia o domínio da mente.

Com o aproximar da morte do Rei David, quando Salomão chegou à Palestina, o trono estava praticamente ocupado pelo seu irmão Adonias.

A presença de Salomão no Egito transforma este futuro rei numa figura sábia e com conhecimentos extraordinários (Reis 14.29), transcorridos 482 anos desde a partida do povo Judeu do Egito.

Antes da sua Morte, David incumbiria Salomão de construir o Templo onde seria guardada a “Arca da Aliança”, no interior da qual estariam as “Tábuas da Lei”.

Os conhecimentos profundos e ritualistas obtidos no Egito, bem como os segredos da geometria e da construção da razão áurea, permitiram realizar uma obra concebida a partir dos cânones egípcios da arquitectura. O local construído não se destinaria apenas aos rituais religiosos. O Templo de Salomão constituiu uma autêntica “Escola” de mistérios, semelhantes às demais escolas existentes no Egito.

O Templo passou a ter duas funções distintas: A casa de adoração de Jehová e a casa Iniciática. A parte do templo material era dedicada a Jehová e correspondia à promessa feita pelo seu pai David ao povo hebreu. A parte imaterial do templo destinava-se aqueles que pretendiam evoluir no saber exotérico, então designada Escola Arcana da Sabedoria, que pretendia homenagear o “Grande Arquitecto do Universo”, criador de todas as relações geométricas.

Só assim se compreende o profundo respeito dos “magos” e “feiticeiros” de todos os tempos por Salomão. O seu nome aparece nos livros sagrados dos cristãos, dos islamitas, nos tratados de magia branca, de magia negra, nos livros da Maçonaria, de inúmeras outras ordens iniciáticas e sociedades secretas.

Salomão possuía um anel com poderes mágicos, também utilizado como selo. O Anel tinha a representação da estrela de cinco pontas, ou seja, a razão áurea.

Na tradição mística árabe são inúmeros os relatos do poder do anel com o desenho do pentagrama. Daí a sua colocação nas mesquitas e bandeiras árabes.

O Templo de Jerusalém não coincide com as formas de um templo religioso. É bem mais parecido com uma instituição de aprendizagem e de aperfeiçoamento humano.

Foi Pitágoras quem descobriu a proporção áurea no pentagrama. A própria “Irmandade Pitagórica”, fundada pelo próprio Pitágoras baseava-se no princípio que “tudo é número” já que a natureza, conforme se tem vindo a demonstrar, segue os padrões matemáticos estabelecidos através de relações áureas¹¹.

O rectângulo raiz quadrada de 2, 3, 4 e 5

Construção dos rectângulos

Como tem vindo a ser referido, a arte antiga estava sujeita a uma prévia composição geométrica. A estrutura geométrica pretendia estabelecer no observador a sensação de estabilidade. As linhas da estrutura “oculta” estão definidas pelos gestos das figuras, a sua inclinação e posição, forma dos edifícios, árvores e outros elementos da composição.

Cada um destes elementos define uma linha geométrica oculta. Desta ordenação geométrica surge um ritmo de leitura fácil e intuitivo para o observador.

Durante a organização de uma composição geométrica será sempre necessário ter cuidado, para que a vista do observador não se desloque para o exterior do espaço da composição.

A procura da proporção e da harmonia não terminou na medida áurea. A existência de outro cânone grego, relativamente ao rectângulo, foi tema de pesquisa de Jay Hambidge¹² por longos anos. O rectângulo foi utilizado pelos gregos como medida de proporcionalidade para a arquitectura, escultura e pintura. Hambidge descobriu que as curvas dinâmicas, da arte grega e da arte egípcia, estavam sujeitas a princípios específicos que podiam ser representados geometricamente através de uma série de rectângulos:

1º rectângulo | Quadrado;

2º rectângulo | Rectângulo raiz quadrada de dois (lado maior igual à diagonal do quadrado do lado menor);

3º rectângulo | Rectângulo raiz quadrada de três;

4º rectângulo | Rectângulo raiz quadrada de quatro;

5º rectângulo | Rectângulo raiz quadrada de cinco.

Será sempre interessante verificar que o rectângulo $\sqrt{4}$ corresponde a dois quadrados com o lado igual ao lado menor do rectângulo. No caso do rectângulo $\sqrt{5}$, verifica-se que corresponde à dimensão do quadrado com duas secções áureas (figura 25).

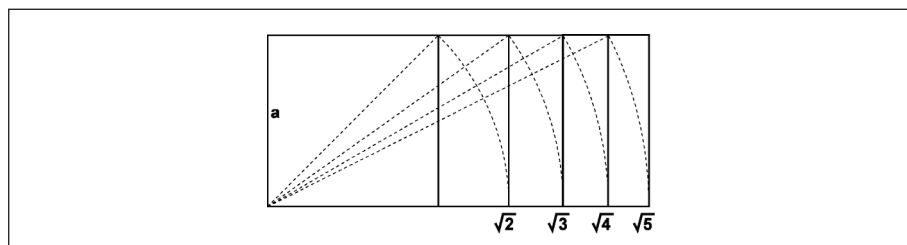


Figura 25 - Rectângulo raiz quadrada de 2, 3, 4 e 5.

Na figura 26 observa-se a construção do cânone do rectângulo dos gregos. O rectângulo $\sqrt{2}$ obtém-se traçando o seu lado maior com a medida da diagonal do quadrado. O rectângulo $\sqrt{3}$ obtém-se traçando o seu lado maior com a medida do rectângulo $\sqrt{2}$. O rectângulo $\sqrt{4}$ obtém-se traçando o seu lado maior com a medida do rectângulo $\sqrt{3}$. O rectângulo $\sqrt{5}$ obtém-se traçando o seu lado maior com a medida do rectângulo $\sqrt{4}$.

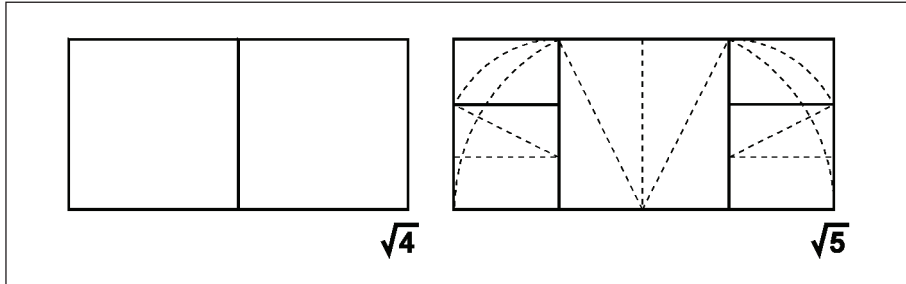


Figura 26 - O rectângulo $\sqrt{4}$ corresponde a dois quadrados cujo lado é a sua dimensão menor. O rectângulo $\sqrt{5}$ corresponde a um quadrado com duas secções áureas.

Propriedades dos rectângulos $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$ e $\sqrt{4}$

Um rectângulo é uma figura geométrica que tem a propriedade de se dividir infinitamente em rectângulos menores proporcionais. No caso do rectângulo $\sqrt{2}$, quando é dividido ao meio através da sua mediana, obtém-se dois rectângulos menores iguais entre si e proporcionais ao primeiro. A subdivisão poderá ser realizada indefinidamente. A proporção aproxima-se muita da Razão Áurea, já que as proporções do rectângulo obtido são 1:1,141 e a Razão Áurea é de 1:1,618, conforme já foi referido. O mesmo princípio de subdivisão e de determinação de rectângulos menores iguais entre si e proporcionais ao primeiro é observável nos rectângulos $\sqrt{3}$ (figura 28) e $\sqrt{4}$ (figura 30).

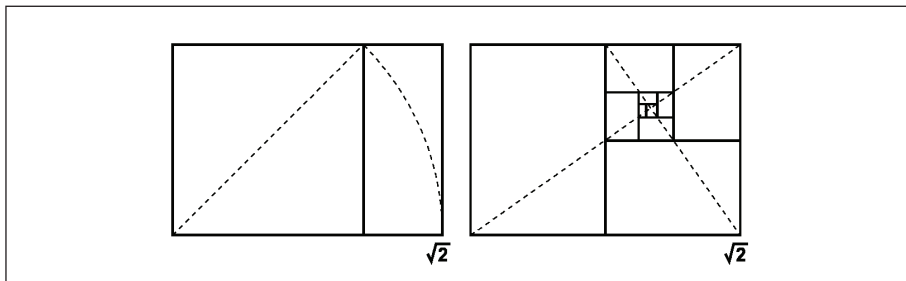


Figura 27 - Propriedades áureas do rectângulo $\sqrt{2}$.

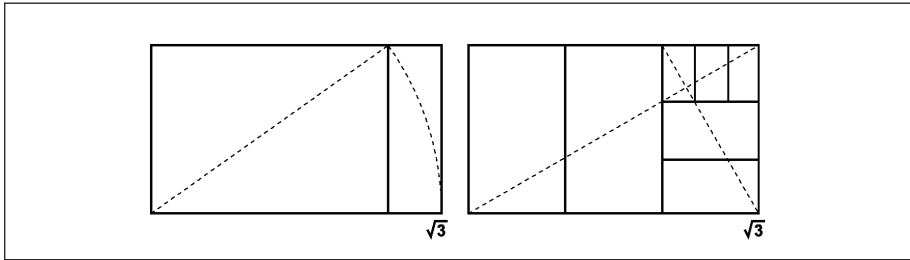


Figura 28 - Propriedades áureas do rectângulo $\sqrt{3}$.

Contudo o rectângulo $\sqrt{3}$ goza ainda de um atributo muito especial, no que respeita à Razão Áurea. Permite a construção do Hexágono (figura 29). Para tal, basta rodar o rectângulo $\sqrt{3}$, em torno do seu eixo, até que as arestas se encontrem. O resultado interno é a obtenção da figura estrelada de 6 pontas (“Estrela de David”).

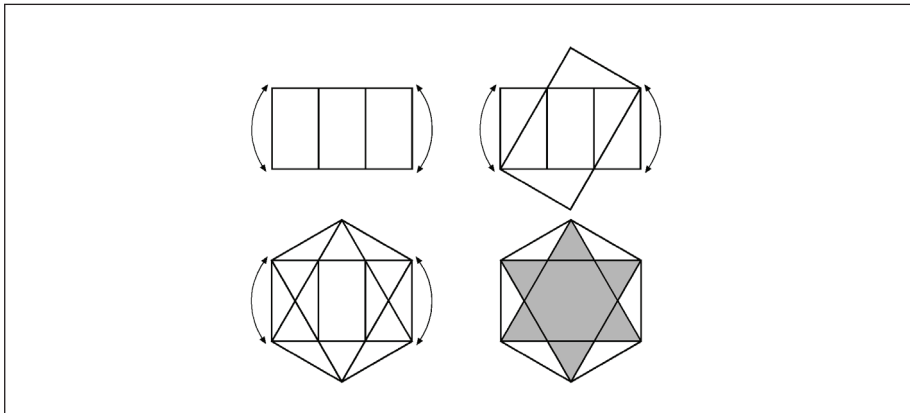


Figura 29 - Propriedade especial do rectângulo $\sqrt{3}$.

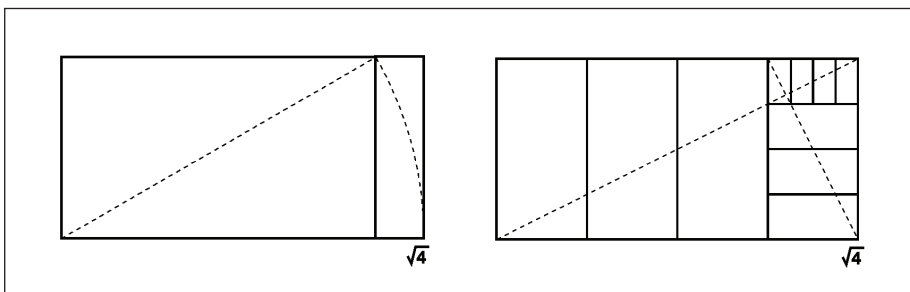


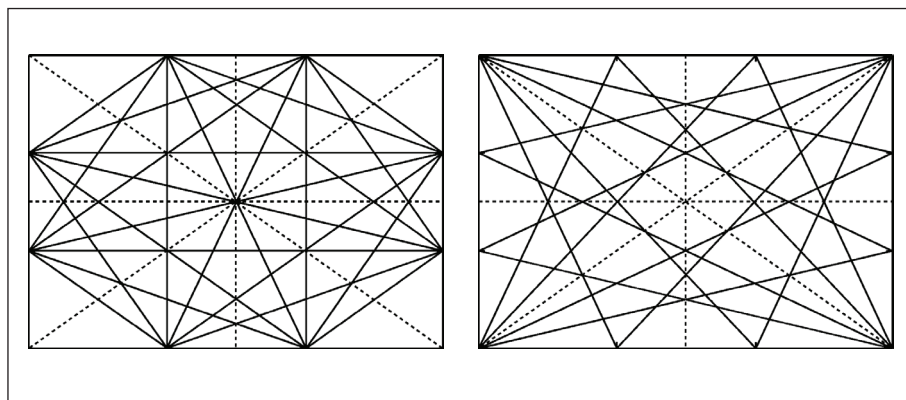
Figura 30 - Propriedades áureas do rectângulo $\sqrt{4}$.



Figura 31 - “os sete dias da semana”. Luís Canotilho 2004. Óleo sobre tela (92 x 65 cm). Colecção Particular da Dr.ª Celeste Miranda.

Este trabalho define a sua composição a partir do rectângulo $\sqrt{2}$. Verifica-se que o animal em primeiro plano é a forma que assume o maior protagonismo na composição. Além de ser colocado em primeiro plano, coincide com a ortogonal que define a medida do quadrado sobre o qual se determinou o rectângulo $\sqrt{2}$.

A armadura do rectângulo



Figuras 32 e 33 - Os dois rectângulos da figura, correspondem à dimensão áurea.

Outro processo para se obter a harmonia numa composição pictórica, realiza-se de uma forma bem mais simples, já que não é necessário recorrer à determinação da medida áurea ou ao rectângulo

raiz quadrada. A armadura do rectângulo pretende determinar linhas de força na composição, possibilitando no espectador a sensação de equilíbrio, sem se aperceber da sua existência.

O rectângulo com as dimensões eleitas é sujeito à subdivisão dos seus lados em partes iguais, determinando-se assim pontos, dos quais partem linhas dirigidas aos outros pontos de subdivisão dos outros lados. Obtém-se através deste processo, uma série de linhas que se intersectam, definindo determinados pontos designados de “pontos de força”, dada a sua localização privilegiada na composição.

Nas figuras 32 e 33, determinaram-se duas armaduras distintas do rectângulo. No primeiro caso, a armadura do rectângulo resultou da subdivisão dos lados em três partes iguais, obtendo-se oito pontos a partir dos quais surgem segmentos de recta dirigidos aos outros pontos. No segundo caso, o rectângulo embora sujeito à divisão dos seus lados em três partes iguais, considerou-se os vértices do rectângulo, como pontos para determinar a respectiva armadura. Uma determinada composição sujeita à armadura referenciada no primeiro caso, terá uma leitura diferente se for utilizada a segunda armadura.

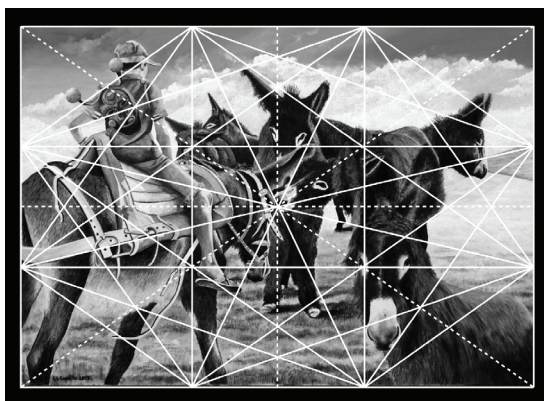


Figura 34 - Trata-se novamente da composição abordada na figura 31, onde se observava que o rectângulo correspondia intencionalmente à secção áurea. Contudo a composição estava incompleta. Na realidade a colocação das formas é intencional e baseia-se na armadura do rectângulo áureo.

Através de uma observação mais atenta, os focinhos dos asnos e o olho do animal em que está a criança de costas, estão no centro da composição. Por sua vez, os olhos dos animais estão alinhados através de linhas ortogonais e oblíquas que fazem parte da armadura traçada do rectângulo. Estas linhas, embora invisíveis, estabelecem a sensação de equilíbrio e harmonia.

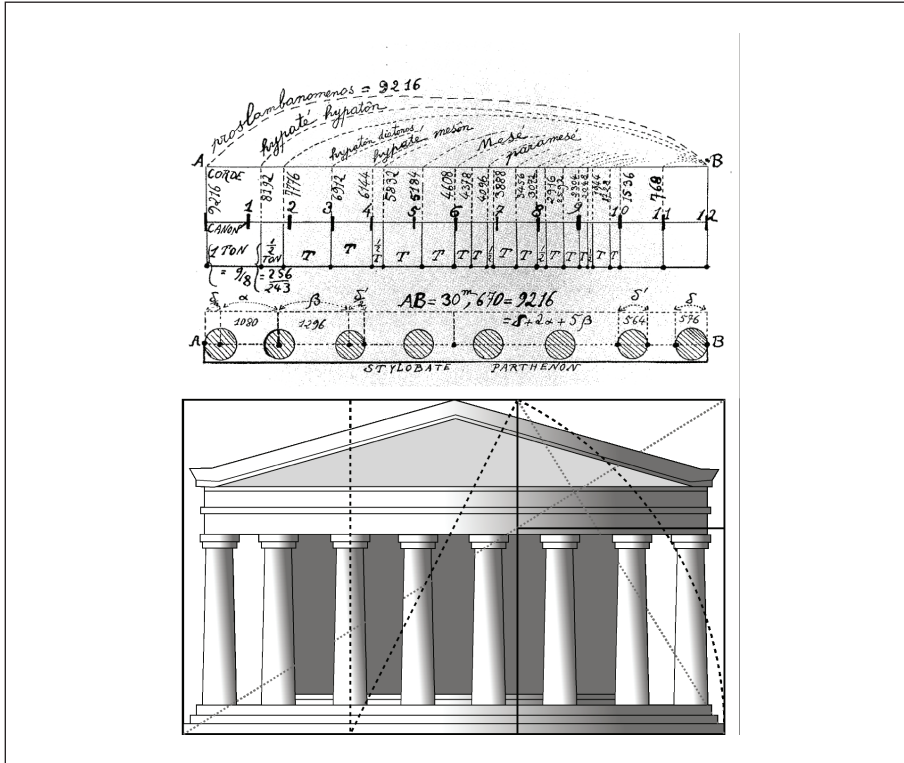


Figura 35 - Grafismo do livro o “número de ouro” de Matila C. Ghyka, publicado em Paris no ano de 1931. No desenho representado na parte superior, Matila C. Ghyka pretende demonstrar que o princípio que regula as fachadas dos templos gregos, no que respeita aos intervalos entre as colunas, está sujeito ao mesmo princípio que regula os intervalos musicais. Na parte inferior da imagem, verifica-se que a fachada do Parthénon está na Relação Áurea.

Proporção e harmonia no campo das artes

A “razão áurea” na arquitectura

Observamos no Parthénon, um dos melhores exemplos da aplicação da razão áurea, cuja dimensão, se sujeitou a este conceito de proporção e harmonia. Na figura 36, a fachada de frente, constituída por 8 colunas, possui na sua relação altura / largura a maior e a menor dimensão áurea. Ainda, a altura das colunas é obtida novamente através da dimensão áurea a partir do rectângulo obtido do quadrado inicial.



Figura 36 - O Parthénon foi um templo dedicado a Atena Parthenos. Atena era uma divindade guerreira, eternamente virgem, símbolo da sabedoria, protectora das artes manuais e padroeira de Atenas. Construída em estilo dórico (construído entre 447 e 433 a.C. | 69,5 X 30,85 metros), o templo é da autoria dos arquitectos Ictinos e Calícrates (século V a.C.) e do escultor Fídias (490-430 a.C.)

Novamente, o princípio da filosofia pitagórica é aplicado ao passarmos do conceito aritmético do número ao conceito geométrico – espacial, ou seja, do aritmético ao geométrico.

Estou a falar do “Tetraktys” de Pitágoras. Trata-se de uma figura geométrica, de grande poder simbólico, sob a qual eram e são realizados juramentos. Trata-se de um triângulo equilátero subdividido.

Na figura 37, observa-se o “Tetraktys” de Pitágoras. Cada lado do triângulo equilátero é formado por quatro pontos, havendo apenas um ponto no centro, simbolizando a unidade que gera todos os outros números. O número quatro simboliza a “Força”, a “Justiça” e a “Solidez”. Ao mesmo tempo, o triângulo formado por três séries de quatro números, produz sob o ponto de vista simbólico, a “igualdade perfeita”. Se verificarmos, os pontos definidos no “Tetraktys” de Pitágoras dão o número dez, princípio para podermos expressar todos os outros números.

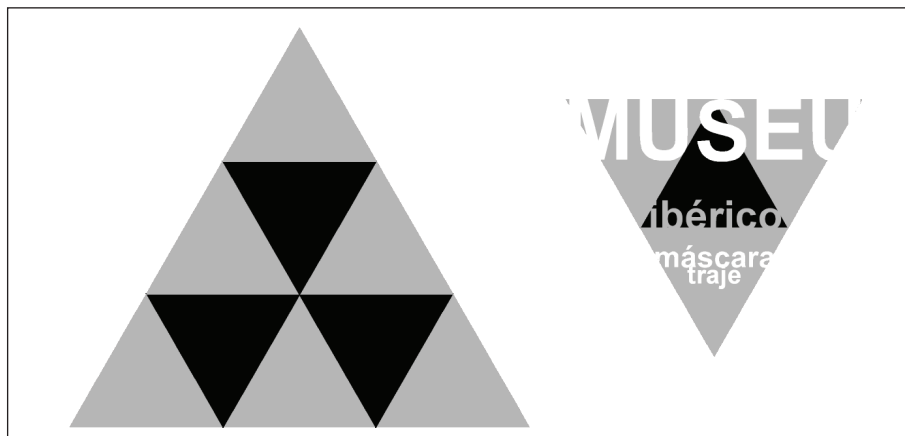


Figura 37 - “Tetraktys” de Pitágoras. O ponto central, designado de unidade está equidistante dos dez pontos que formam o triângulo equilátero. O símbolo do “Museu Ibérico do Traje e da Máscara”, localizado em Bragança, inspira-se na “Tetraktys” de Pitágoras.

Outro exemplo do emprego da razão áurea, realizado cerca de 2000 anos antes do Parthénon, foi a pirâmide de Keops, construída a partir da base do quadrado, estando os seus vértices orientados para os pontos cardeais (2550-2480 a.C.). Novamente, a base quadrada representa a dimensão humana, tese que tenho vindo a afirmar, sendo que novamente a razão áurea também está presente.

Cada bloco de pedra da Pirâmide de Keops, tem a forma do paralelepípedo e possuía em grandeza, 1,618 maior que o bloco que se sobrepunha (1,618, como já demonstramos no início deste trabalho, é o número “mágico” que define a “Razão Áurea, Média Áurea, Divina Proporção, Número de Ouro ou Número de Fídeas). Igual princípio foi definido para as câmaras do interior da pirâmide, já que possuem na sua proporção, um comprimento 1,618 vezes maior que a respectiva largura.

Na arquitectura militar também podemos observar o emprego da Razão Áurea na sua concepção. Um exemplo de beleza e harmonia é dado pelo Castelo de Belver que tem como planta o pentágono (figura 38).

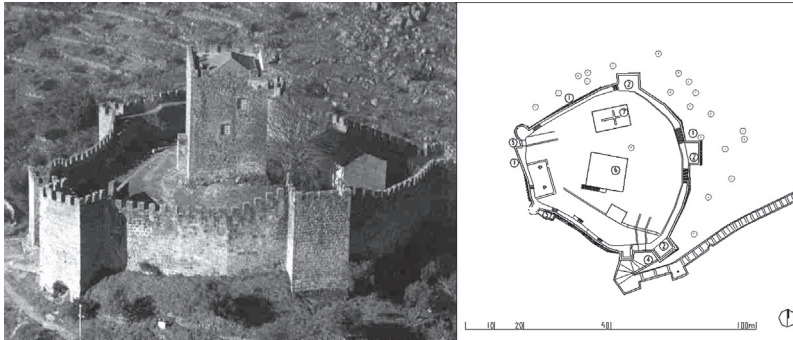


Figura 38 - O Castelo de Belfort, foi erigido pela Ordem dos Hospitalários de São João de Jerusalém¹³, a fim de defender o território raiano junto ao vale do Tejo. Em 1194, na sequência das investidas islâmicas que determinaram o recuo da fronteira cristã para a linha do Tejo, D. Sancho I doou a Afonso Paes, prior da Ordem de Hospital, as chamadas terras de Giudintesta, para aí construir este castelo com a forma do pentagrama.

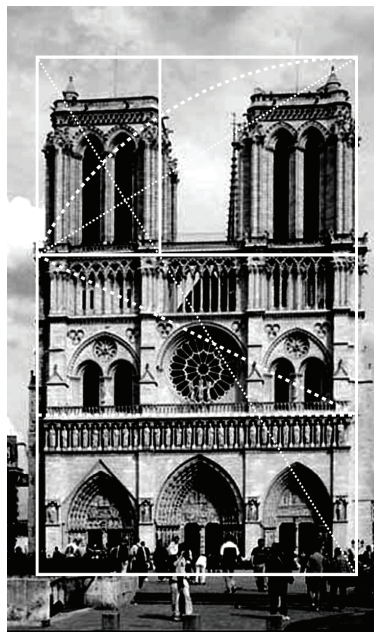


Figura 39 - Catedral de “Notre Dame” em Paris (1163 – 1235).

A Secção Áurea seria empregue, fundamentalmente, na arquitetura das catedrais góticas. Um exemplo de observação simples e indiciadora desta regra, é a fachada principal da catedral gótica de “Notre Dame” de Paris. A Secção Áurea envolve a fachada do edifício, sendo que o Rectângulo Áureo recíproco, define as duas torres.

Observa-se que a parte inferior da catedral, corresponde ao quadrado sobre o qual se projecta o Rectângulo Áureo. Por sua vez, a fachada inferior é subdividida em seis Rectângulos Áureos. As portas de entrada também correspondem a Rectângulos Áureos.

Contudo o Rectângulo Áureo, não se limita a definir a arquitectura clássica. Dentro dos exemplos mais bem sucedidos no século XX, no emprego desta regra, é a Capela do Instituto de Tecnologia de Illinois, da autoria do Arquitecto Mies Van Der Rohe (1886 – 1969).

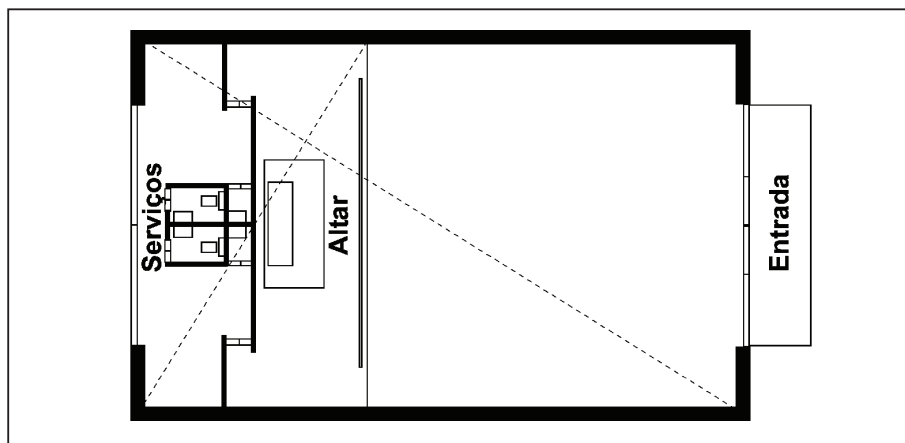


Figura 40 - Planta da Capela do Instituto de Tecnologia de Illinois do arquitecto Mies Van Der Rohe (1949 – 1952).

A secção áurea seria empregue, de uma forma muito simples, na concepção da própria planta, conforme se observa na figura 40. O alçado anterior, que corresponde à parte por detrás do altar, é subdividido em 3 rectângulos áureos verticais. O mesmo sucede com o alçado principal, observável na figura 41. A parte superior, é composta de um conjunto de 5 rectângulos verticais na dimensão áurea, que estão por de cima de cinco quadrados.

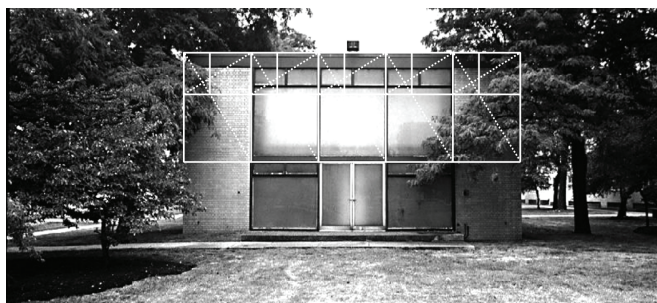


Figura 41 - Alçado de frente da Capela do Instituto de Tecnologia de Illinois do arquitecto Mies Van Der Rohe (1949 – 1952).

Outro exemplo do emprego da dimensão áurea, é a planta do edifício do Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América (figura 42), cuja forma pentagonal assume uma grande carga simbólica. A Constituição dos Estados Unidos da América, foi elaborada após a sua independência em 1787, resumia a tendência republicana defendida por Jefferson, e foi estabelecida dentro dos propósitos da maçonaria, princípios constitucionais que permanecem até hoje. A escolha do pentágono, para a planta do Departamento de Estado da maior potência económica e militar do mundo, talvez não tenha sido inocente.



Figura 42 - O Pentágono é o Quartel-general do Departamento de Defesa dos Estados Unidos da América. Situa-se perto de Washington D.C. e emprega cerca de 23.000 pessoas.

Razão áurea na cidadela do castelo de Bragança



Figura 43 - Cidadela de Bragança

Um dos exemplos de beleza, mais bem conservados do nosso património arquitectónico, é a cidadela de Bragança, que possui no seu interior, um Museu Militar e o Museu Ibérico da Máscara e do Traje.

A muralha circundante, foi ao longo dos tempos, sujeita a diversas transformações, embora o aspecto geral observável, induz-nos a supor que a sua forma original se aproximava do pentágono.

A torre de menagem do Castelo de Bragança, teve o início da sua construção em 1409 por D. João I. Demoraria 40 anos a ser acabada. Sendo a mais bela existente em Portugal (consideração unânime), deve a sua beleza à perfeição da sua dimensão, já que cumpre o requisito da secção áurea. Conforme se pode observar na figura 43, a base que sustenta as quatro torres cilíndricas é cúbica, o que naturalmente determina que os lados são quadrados. O rebatimento da mediana da divisão horizontal do quadrado, permite encontrar com rigor, a altura das ameias. De igual modo, a janela gótica ogival da torre de menagem do Castelo de Bragança, cumpre os requisitos da secção áurea, conforme se observa na figura 44.

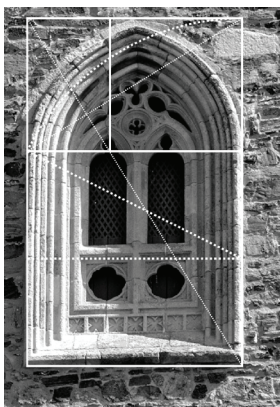


Figura 44 - A janela da torre gótica cumpre os requisitos da secção áurea.

De uma época anterior e com forma pentagonal, a Domus Municipalis de Bragança, é constituída por janelas alinhadas cuja dimensão, está também de acordo com a razão áurea. Verifica-se que a largura do quadrado, corresponde à altura da abertura da janela, a menor dimensão da razão áurea.

A Domus Municipalis de Bragança é um edifício do século XII. Outros autores afirmam que a sua origem poderá datar da ocupação romana, ou mesmo sendo um vestígio da dominação grega. Assume-se como o ícone do poder municipal em Portugal. Edifício com uma forma pouco comum, foi também sujeito a várias transformações, caracterizando-se pela harmonia já que as suas janelas cumprem a dimensão áurea.



Figura 45 - As janelas da Domus Municipalis de Bragança, edifício do século XII, estão de acordo com a razão áurea.

A “razão áurea” nas artes plásticas

Contudo, foi nos campos da escultura e da pintura onde a preocupação pela proporção foi maior, tendo sido mesmo, uma obsessão durante o renascimento. O renascentista Piero della Francesca¹⁴, representa um dos exemplos perfeitos do artista que demonstrou permanente preocupação na representação dos temas, cuja composição estava sujeita aos princípios da razão áurea. Piero della Francesca, Filippo Brunelleschi e Leon Battista Alberti, são considerados os pais da perspectiva. Na composição da figura 46, o segundo plano onde se desenrola a flagelação de Jesus Cristo, está inserida num quadrado delimitado pelas formas arquitectónicas representadas, que por sua vez, tem um chão decorado com quadrados brancos e pretos.

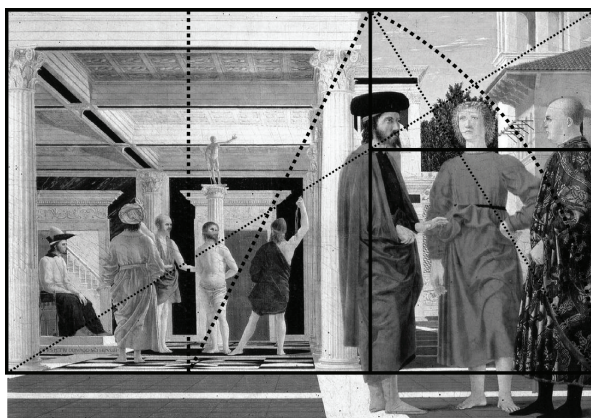


Figura 46 - “A flagelação” (1469) de Piero Della Francesca. Óleo sobre tempera (58.4 x 81.5 cm). Galleria Nazionale delle Marche, Urbino.

A “Mona Lisa del Giocondo” (figura 47), é talvez o trabalho mais popular no campo da pintura clássica. Leonardo da Vinci, iniciou o retrato em 1503 e terminou-o em 1507. O artista usou uma composição triangular. Esta formulação foi também usada pelo mesmo autor na “Virgem dos Rochedos”. Este autor, uma das principais personagens do Alto Renascimento¹⁵, tinha naturalmente uma grande obsessão pela geometria e pelas projecções da perspectiva linear. Conhecedor de todos os princípios da geometria pitagórica, Leonardo concebeu o trabalho a partir da razão áurea, observando-se ao mesmo tempo que o segundo rectângulo áureo permite situar na composição o rosto do modelo. Além de utilizar a relação áurea para definir o corpo e a cabeça, Leonardo utilizou o mesmo princípio para definir as partes do rosto.

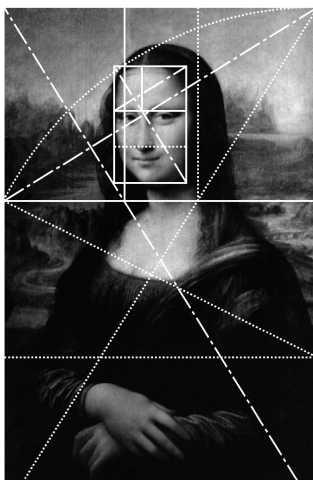


Figura 47 - “Mona Lisa” de Leonardo da Vinci (1452 – 1519). Óleo sobre madeira de álamo (53 x 77 cm). Museu do Louvre. Paris.

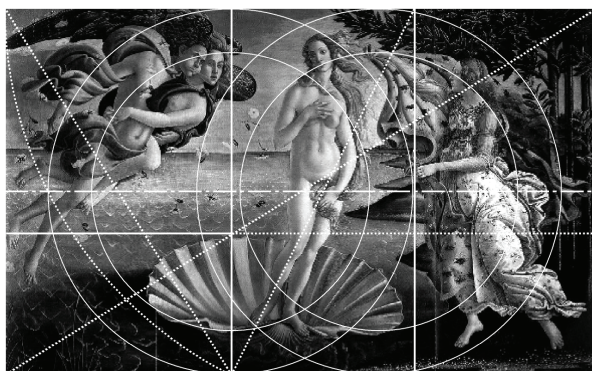


Figura 48 - “Nascimento de Venus” de Sandro Botticelli (1445 – 1510). Tempera sobre tela (278,5 x 172,5 cm). Galeria Uffizi. Florença.

Sandro Botticelli, artista da escola florentina, sendo do mesmo período de Leonardo da Vinci, considerava que a composição se equilibrava a partir de uma boa estrutura geométrica. Botticelli trabalharia a maior parte da sua vida para os Médici, aspecto que foi fundamental para o seu êxito no campo da pintura.

Uma das obras mais importantes deste artista é o “Nascimento de Vénus”, onde se verifica que Afrodite está na proporção áurea, o mesmo acontecendo com a composição em geral. Este trabalho representa a deusa grega Vénus emergindo do mar como uma mulher adulta, segundo a mitologia grega (figura 48).

A pintura contemporânea continua a aplicar as mesmas regras herdadas dos artistas clássicos. Um exemplo importante, é do trabalho de Salvador Dali intitulado “O sacramento da última ceia”. Na figura 49 observa-se que o trabalho está dentro da razão áurea. A obra foi realizada sobre um suporte com a medida áurea, medida determinante para encontrar a altura da mesa.

A composição é verdadeiramente espectacular. Baseia-se no número 12. Este número, era considerado pela filosofia de Platão (século IV a.C.), como um número divino. No entanto, o conceito de Belo e Perfeito, só teria a sua tradução visível através das figuras geométricas. E neste caso, o dodecaedro passou a ser considerado como o símbolo do Universo, confundindo-se com o próprio Deus Universal. Não esquecer que o dodecaedro é um sólido geométrico constituído por doze faces, faces que são o pentágono, cuja significância já foi abordada.

A Composição foi baseada na perspectiva renascentista e na simetria. Para Dali existia uma cosmografia aritmética baseada no número 12, que correspondia ao Zodíaco. Os doze apóstolos, estão inseridos num sólido geométrico, o dodecaedro, constituído por 12 faces pentagonais contendo ao centro, o homem microcósmico, Jesus Cristo.



Figura 49- “O sacramento da última ceia”, 1955. Óleo sobre tela (167 x 268 cm). Galeria Nacional de Arte, Washington, D.C. Coleção Chester Dale. Salvador Dali (1904 – 1989). Composição baseada na perspectiva renascentista e na simetria. Para Dali existe uma cosmografia aritmética baseada no número 12, os signos do Zodíaco. Os doze apóstolos estão inseridos num sólido geométrico, o dodecaedro, constituído por 12 faces pentagonais, contendo ao centro o homem microcósmico, Jesus Cristo.

A “razão áurea” no campo do design

Actualmente, na sociedade do “senso comum”, reina a ideia de que a geometria aplicada ao campo das artes, é redutora da actividade criativa, tratando-se de algo ultrapassado pela “modernidade”. Ignorância pura e falta de capacidade de observação. Começamos por utilizar a razão áurea nos cartões de crédito, na dimensão dos livros, dos jornais e até das fotografias.

O rigor, baseado nas regras geométricas estabelecidas pela natureza, é regra de ouro, para a realização da obra gráfica ou do design tecnológico mais actual.

Jules Chéret¹⁶, um dos grandes mestres do cartaz, utilizava a geometria como base para a elaboração da composição dos seus cartazes. Embora pareçam que foram realizados de forma expressiva e espontânea, a estruturação geométrica está na base da composição. O movimento das figuras é obtido geralmente, a partir da forma pentagonal e da medida áurea.

Outro exemplo da estruturação do cartaz, a partir de uma estrutura geométrica, pode ser observado no trabalho sobre a “Mostra da Bauhaus” (litografia de 1923), de Fritz Schleiher. Inspirado no Construtivismo, a estrutura geométrica é extremamente rígida. A “razão áurea” também esteve na base da elaboração de cartazes de artistas como Adolphe Mouron¹⁷, Tom Puvis, Max Bill¹⁸, Jan Tschichold¹⁹, Josef Müller Brockmann²⁰, Wim Crouwel²¹, Bruno Monguzzi²², etc.

É no entanto, no campo do design de mobiliário, onde poderemos encontrar inúmeros exemplos construídos a partir da “razão áurea”. No caso específico das cadeiras, o arquitecto Mies Van Der Rohe (1949 – 1952), foi o designer das cadeiras tão conhecidas como a “Brno Chair” (1929), e da “Barcelona Chair” (1929), peças ainda hoje existentes em inúmeros serviços públicos. Charles Eames, autor da “Plywood Chair” e Eero Saarinen, o designer da “Pedestal Chair”, são também duas referências, no design de mobiliário, que obedecem ao conceito da “razão áurea”.

Os electrodomésticos mais simples do dia a dia, como a “varinha mágica” Braun, a Cafeteira eléctrica “Braun Aromaster”, a chaleira cónica desenhada por Aldo Rossi, também cumprem a “razão áurea”.

Contudo, o melhor exemplo de design moderno aplicado à tecnologia de ponta é o Volkswagem Beetle, modelo de 1997, da autoria de Jay Mays, Freeman Thomas e Peter Schreyer. Considero pessoalmente, que estamos perante uma escultura em movimento, onde o conceito de equilíbrio e unidade é verdadeiramente extraordinário.

É possível observar, na figura 50, que o alçado lateral está inserido na parte superior de uma elipse áurea. O mesmo procedimento

foi utilizado para a concepção das janelas laterais. As portas estão inseridas na dimensão áurea do rectângulo.

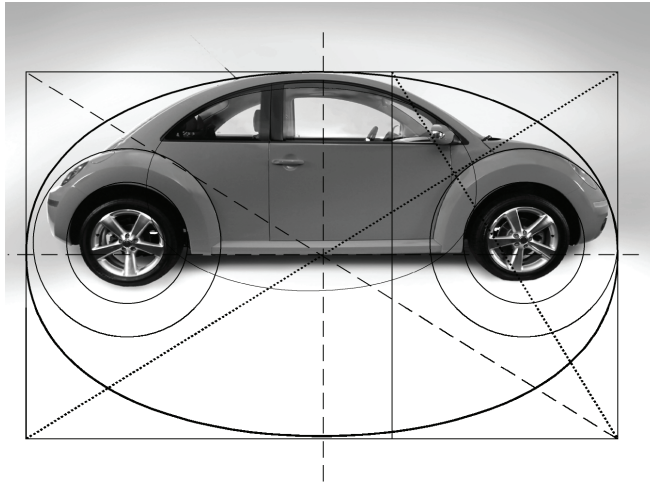


Figura 50 - O conceito do “Carocha”, nasceu em 1925 da mão do engenheiro Bela Barenyi. Tendo sido o primeiro modelo a ser fabricado pela Volkswagen, constitui o carro mais vendido no mundo. Actualmente possui um design moderno e tem a designação de “Volkswagem Beetle”.

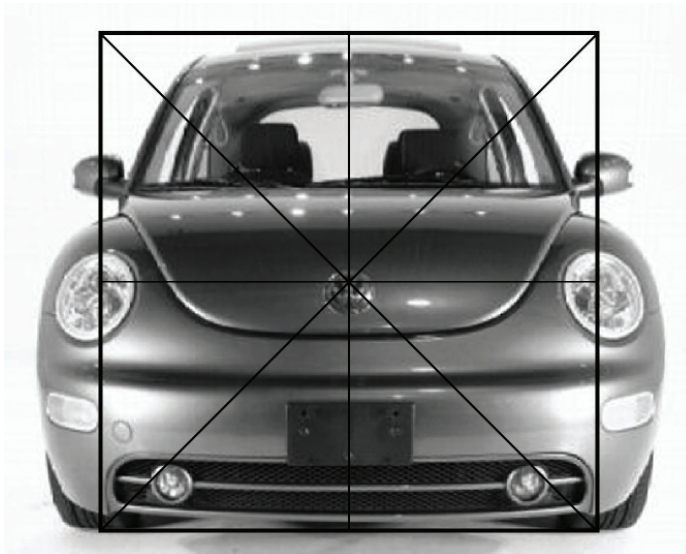


Figura 51 - O formato quadrado permite encontrar, na intersecção das suas diagonais e medianas, o símbolo da Volkswagen.

A “razão áurea” em outros campos da cultura erudita

Conforme foi referido inicialmente, Pitágoras descobriu que as relações matemáticas regulam os sons musicais, onde as proporções existem na relação entre a longitude da corda e a altura do som. Este aspecto determinante, seria mais tarde traduzido de várias formas no campo da música, quer através dos grandes compositores, quer através do emprego da medida áurea na concepção dos instrumentos.

Beethoven²³ empregou a dimensão áurea nas 5^a e 9^as sinfonias.

Igual preocupação, é tida actualmente pelo baterista americano de Jazz, Max Roach (nascido em 1924). Este compositor toca solos curtos, tendo em conta as relações geométricas inerentes à medida áurea.

Contudo, foi António Stradivari²⁴, a personagem quem levou a sério a medida áurea. A forma que o violino ainda hoje possui, foi definida por este construtor segundo a medida áurea. Este é uma tese defendida por vários autores que justificam, deste modo, um dos segredos deste instrumento fabricado por Stradivari. Iñaki Pérez Ortega, defende mesmo a tese de que este foi concebido, segundo o conceito do “homem de Vitruvius”. Na figura 52, observa-se o desenho da Voluta do violino de Stradivari, concebido dentro da regra geométrica designada como espiral de Alberto Dürer, forma geométrica omnipresente na natureza. De construção simples, basta usar o comprimento dos lados dos quadrados subdivididos, com o raio de um círculo. Os arcos de cada quadrado são unidos entre si.

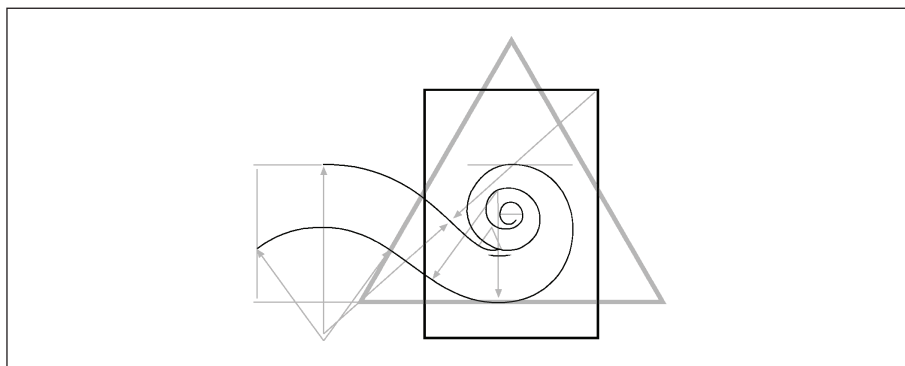


Figura 52 - Voluta do violino de Stradivari.

A literatura tem, em dois autores marcantes como Homero e Camões, o emprego da medida áurea, como base estruturante na composição das suas obras universais.

O poema épico “Ilíada” escrito por Homero²⁵, estabelece uma proporção entre as estrofes maiores e menores, cujo valor é de 1,618, ou seja, a medida áurea.

Os “Lusíadas” de Luís de Camões²⁶, constituem também um poema épico de características renascentistas. A filosofia renascentista apoia-se, sem dúvida nenhuma, no princípio da proporção do número de ouro. O início do Canto VII, que aborda a chegada dos portugueses à Índia, corresponde no contexto de toda a obra, ao ponto em que é dividida na medida áurea.

No campo do cinema, o “Couraçado de Potemkin”, realizado pelo realizador russo Sergei Eisenstein²⁷ em 1925, relata a revolta da sua tripulação ocorrida em 1905, em plena Revolução Russa. Neste filme, que pertence à história da sétima arte, Sergei Eisenstein, para marcar os inícios de cenas importantes da trama, media a razão áurea pelo tamanho das fitas de película²⁸.

Proporção e Harmonia na Figura Humana. O Cânon

A representação do homem, na nossa sociedade ocidental, esteve sempre sujeita ao cânon. O cânon, compreende a opção por um conjunto de regras ou modelos, na representação das formas humanas. No campo das artes, o cânon define regras ou leis com a intenção de materializar o belo. No entanto, ao longo dos séculos, essas regras tem sido vulneráveis às diferentes correntes e visões estéticas.

O cânon da dimensão humana, no antigo Egito, foi alterado três vezes ao longo dos 30 séculos da sua civilização. Posteriormente, o dogmático cânon grego constituiu-se num valor mais filosófico vulnerável à interpretação dos escultores gregos. O cânon grego aproximava-se das sete cabeças, cujos exemplos são dados por Policeto (figura 54) e na estátua de bronze de Posídon (figura 55).

Contudo, foi a geração dos escultores gregos Fídeas e Míron e posteriormente Praxíteles, a que tentava concretizar nas suas obras escultóricas, uma espécie de beleza realista que tivesse consonância com as composições musicais. Esta beleza grega, não é abstracta e caracteriza-se pela sua atitude psicofísica de compromisso entre alma e corpo. Trata-se do ideal de “Kalokagathía”, expressão utilizada na literatura grega antiga com o significado literal de “belo e bom”. Pitágoras definiria, de forma definitiva, a beleza como um conceito sempre actualizado de Harmonia e Proporção.

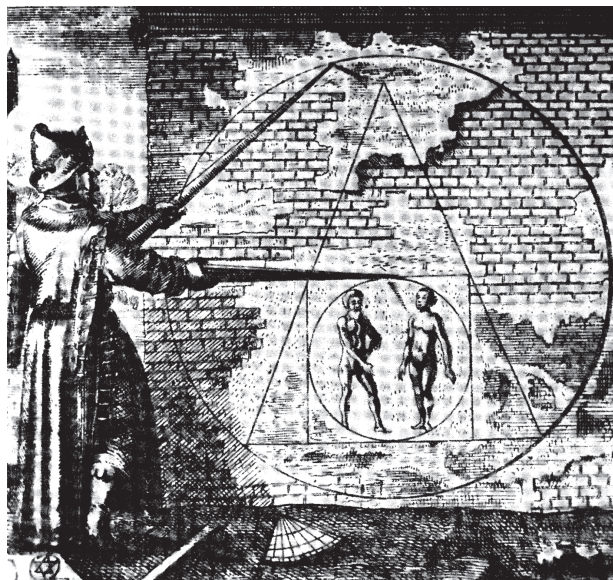


Figura 53 - Gravura da publicação “*Les symboles de la table d’Or*”. Frankfurt | 1617.

“*Fac ex maré et foemina circulum, inde quadrangulum, hinc triangulum, fac circulum et habebis Lapidem Philosophorum*”. Tradução: “Do homem e da mulher faz um círculo, em seguida um quadrado, disso faz um triângulo, depois um círculo e terás a Pedra dos Filósofos”.

O Cânon dos alquimistas, também define a geometria, como símbolo da Criação e do Saber.

Apesar de tudo, o conceito pitagórico inicial também mudou, já que se impunha somente a partir do termo harmonia, definida através da oposição par / ímpar, limitado / ilimitado, unidade / multiplicidade, direita / esquerda, feminino / masculino.

A definição proposta por Heraclito, para o termo harmonia, seria distinta. Tendo em conta que no Universo existem os contrários, realidades que não se conciliam como a unidade e a multiplicidade, o amor e o ódio, a paz e a guerra, a harmonia jamais poderia ser a ausência de contrastes mas sim o seu equilíbrio.

É a partir da aceitação da noção de Equilíbrio, entre duas entidades opostas, que se neutralizam mutuamente, criando-se a Harmonia já que se converteram em simetria. A filosofia pitagórica defende assim o conceito de Simetria, convertendo-se num dos cânones da beleza da arte grega, mais tarde expressada por Vitruvius.

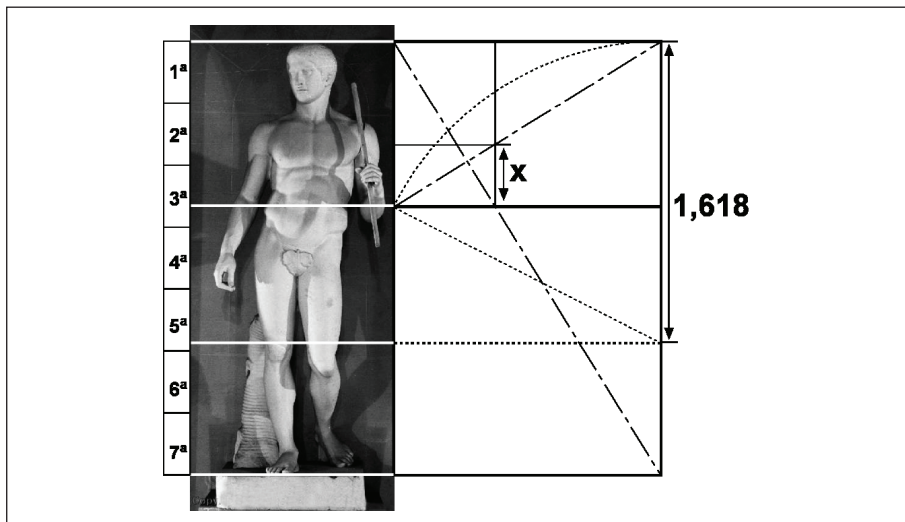


Figura 54 - Doríforo de Policeto de Argos (480 ou 450 – 420 a.C.). Escultor grego do mesmo período de Míron e Fídias. O cânon de Policeto corresponde às sete cabeças. A construção está estabelecida a partir da proporção áurea. A divisão do quadrado inicial, através da sua mediana horizontal permite encontrar o joelho, sendo que o lado superior da figura geométrica está situado sobre o umbigo. A construção da medida áurea, permite encontrar a parte superior da cabeça. O espaço encontrado corresponde à dimensão de sete cabeças. Esta dimensão também pode ser obtida através da já referida espiral de Dürer. A dimensão “X” é o terceiro rectângulo áureo e corresponde à altura da cabeça.

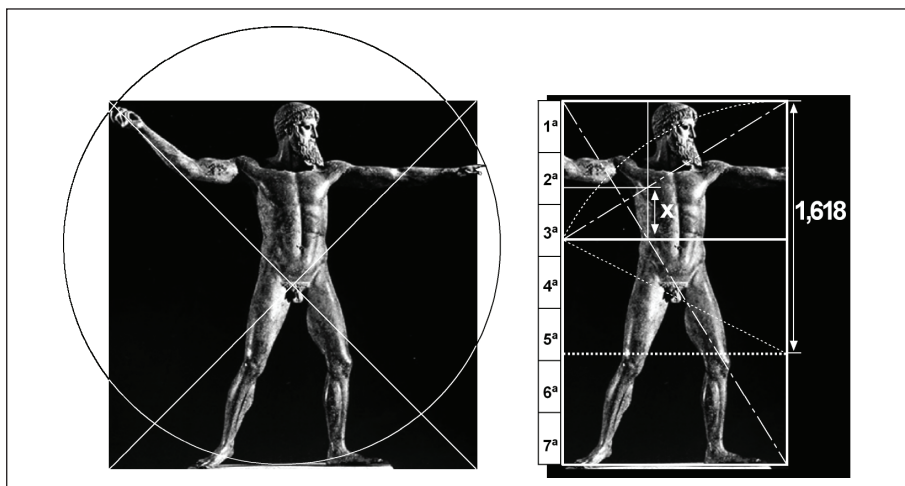


Figura 55 - Posídon. Estátua de bronze, Cabo Artemísio, Eubéia. (-460/-450). Atenas, National Archaeological Museum.

Se Roma não alterou o cânon, esta obediência seria colocada em causa, durante o longo e negro período da Idade Média.

O Renascimento, período que teve como inspiração e referência a antiga Grécia, permitiu o regresso do cânon. Contudo, os teóricos do Renascimento apoiaram-se fundamentalmente na teoria de Vitruvius²⁹. O princípio era simples: Toda a arquitectura deveria tomar como referência de base a dimensão do corpo humano, já que este estava em perfeito equilíbrio, por cumprir a medida áurea. A teorização de Vitruvius inclui também as proporções da face baseada também na dimensão áurea. O Exemplo da construção do rosto da “Mona Lisa”, já apresentado na figura 47, corresponde ao princípio estabelecido por Vitruvius.

Contudo, foi a partir de Alberti³⁰ que artistas como Leonardo da Vinci e Albert Dürer, entenderam que poderiam haver outras regras a seguir para além do cânon grego.

Apesar de tudo, todos os artistas do Renascimento apoiaram-se fundamentalmente em Vitruvius. O cânon de Vitruvius (figura 56) apoia-se no princípio filosófico que a arquitectura tinha de possuir “utilitas, venustas e firmitas” (utilidade, beleza e solidez). O cânon passava a ter oito cabeças. Embora adaptado pelos artistas renascentistas, o seu uso não foi tornado obrigatório, havendo mesmo casos de interpretação.

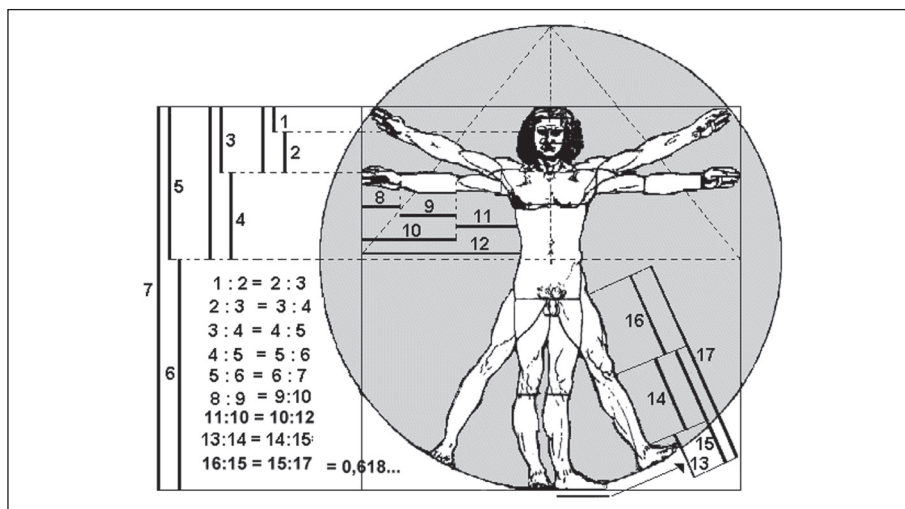


Figura 56 - O cânon de Vitruvius. O Homem tem de altura o correspondente a oito cabeças: na segunda cabeça encontramos os mamilos; na terceira o umbigo; na quarta a zona púbica; na sexta os joelhos; na oitava a planta dos pés. A largura do homem também deveria corresponder a oito cabeças. Este aspecto permitia inserir o homem, de pé e com os braços abertos, no quadrado.

Albert Dürer³¹ daria grande importância ao cânon. Embora seguisse os princípios estabelecidos por Vitruvius, Dürer realizou vários estudos sobre o corpo humano, não se limitando à sua condição masculina, demonstrando interesse pela sua evolução anatômica desde a infância à idade adulta, não deixando de estudar diversos factores como a magreza ou a obesidade. Esta pesquisa estava associada a procura do ideal de beleza por Dürer.

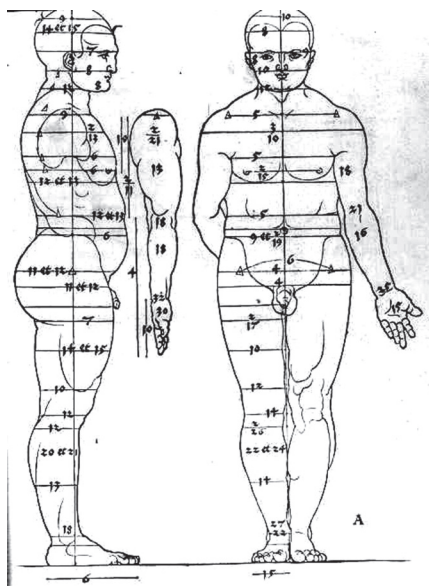


Figura 57 - O cânon de Dürer parece aproximar-se do homem das sete cabeças e baseava-se na procura do ideal de beleza.

Com o aparecimento do maneirismo, o cânon permite a construção de figuras humanas correspondentes em altura, aos actuais jogadores de Basket de alta competição. O melhor exemplo é oferecido na pintura do El Greco³². O corpo humano parece atingir a nove cabeças. O maneirismo é um movimento, que surge como reacção ao humanismo renascentista criando um cânon baseado, no exagerado alongamento das figuras humanas (figura 58).

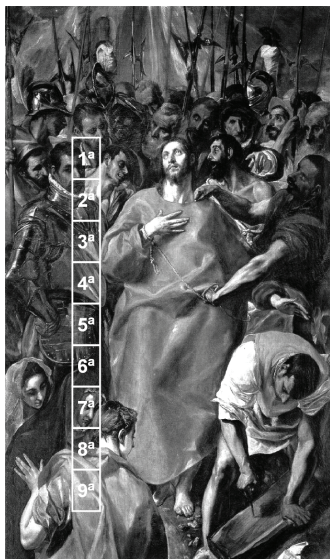


Figura 58 - O Espólio de El Greco (*The spoliation, Christ Stripped of His Garments*). 1579. óleo sobre tela (285 x 173 cm). Sacristia da Catedral de Toledo.

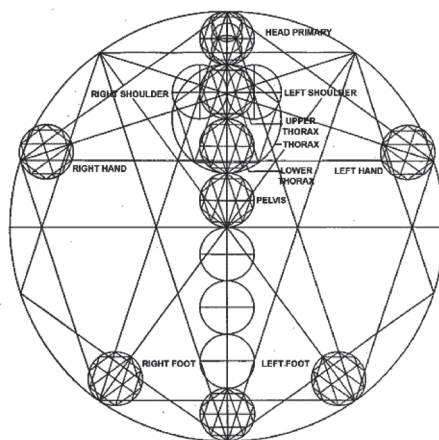


Figura 59 - Esquemas do engenheiro Matila Ghyka. Este teórico, sugere a inserção da figura humana no pentágono, a partir do qual e perante a dimensão áurea, era possível dimensionar as outras partes do corpo.

Foi o engenheiro Matila Ghyka, em 1927 (figura 59), quem baptizou uma grandeza aritmética com o nome de “número de ouro”. Estava assim definitivamente criada a ideia, de que os antigos se guiavam, na construção dos seus monumentos e concepção das obras de arte, por um sistema de relações de proporção.

Esta ideia, definida por Matila Ghyka, partiu dos estudos que realizou da “médica e extrema razão”, conhecidos pelos renascentistas e cuja origem remonta a Pitágoras.

Esta linha pitagórica chega a Itália, através dos construtores e mestres bizantinos, após a queda de Constantinopla. Caberia a Luca Paccioli a teorização e a sua divulgação nos meios artísticos.

A “Divina Proporção” de Luca Paccioli (1445-1517)³³, seria posteriormente ilustrada por Leonardo da Vinci em 1509 (figura 60). Partindo do conhecido “homem de Vitruvius” que ilustrava a tese de Pitágoras (490 -420 a.C.)³⁴, segundo a qual “o homem é a medida de todas as coisas”, Leonardo inscreve numa circunferência e num quadrado, um homem de braços e pernas estendidos, representando assim o cânone de proporções do corpo humano. O texto que acompanha o desenho, transmite-nos a ideia muito concreta, de que cada secção do corpo humano é uma medida (percentagem) do todo.

O homem de braços abertos em cruz e as pernas juntas está inscrito num quadrado cujo centro corresponde à pélvis. Com os braços levantados e as pernas abertas, observa-se outra figura humana sobreposta à primeira, agora inscrita num círculo cujo centro é o umbigo.

Da interacção entre o quadrado e o círculo, nasce o pentágono, que contém em si o número de ouro, cuja demonstração será realizada de seguida³⁵.

No presente caso, foi intenção não aprofundar mais a noção de proporção humana, cuja realidade foi sendo alterada ao longo dos séculos. Pretendeu-se apenas voltar a referir a permanente dicotomia entre círculo | Deus e quadrado | homem.

Vitruvius nos seus estudos encontrava a razão áurea no corpo humano, entre duas dimensões:

- Altura do crâneo humano e a altura da mandíbula até à parte de cima da cabeça;
- A distância entre o ombro e a ponta do dedo e a distância entre o cotovelo e a ponta do dedo;
- A distância que vai desde o quadril ao solo e a distância desde o joelho ao mesmo solo;
- O comprimento do pénis e a medida da palma da mão;
- A Altura do corpo humano e a distância do umbigo até ao chão;
- O tamanho dos dedos e a medida da dobra central até à ponta;
- A distância que vai desde a cintura à cabeça e o tamanho do tórax.

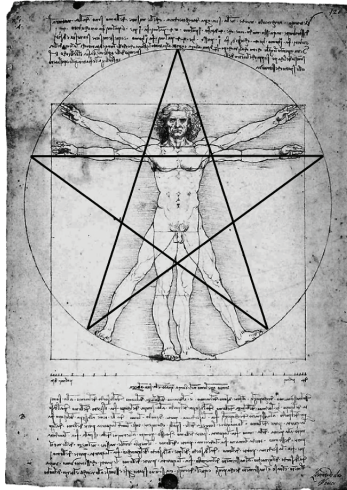
O pentagrama inserido no “homem de Vitruvius”.

Figura 62 - Pentagrama no “homem de Vitruvius”.

Na “Divina Proporção“ de Luca Paccioli (1445-1517), ilustrada por Leonardo da Vinci em 1509, partindo do conhecido “homem de Vitruvius” (figura 62), o pentagrama poderá inserir-se no círculo, mas o resultado reside no facto de que a sua inserção deve-se á sobreposição das duas figuras, criando uma perfeita simbiose entre o divino (figura inserida no círculo) e o humano (figura inserida no quadrado). Assim sendo, são os braços inseridos no quadrado que estabelecem interacção com as pernas inscritas no círculo.

A geometria como fundamento místico e artístico

Já foi referida, a importância do engenheiro Matila Ghyka, na descoberta das regras geométricas essenciais para a construção das obras de arte na antiguidade, bem como das associações de construtores que guardavam e defendiam tais saberes.

Matila Ghyka defende, na sua publicação, que a geometria

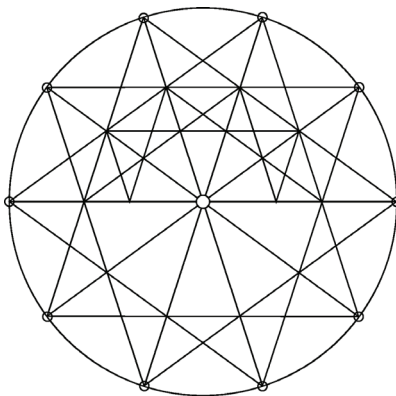


Figura 63 - Base para a segmentação do círculo director em 10 partes iguais, segundo o arquitecto Ernest Mössel.

exotérica de Pitágoras, foi aplicada na arquitectura e teve como base as corporações ou associações de construtores, desde a Antiguidade até à Idade Média. São exemplos referidos por Matila Ghyka, a Deutsche Bauhütte, a maçonaria operativa inglesa e as confrarias francesas do compagnonage.

Matila Ghyka vai mais longe, ao referir as influências exotéricas do Poema Regius (século XIV d.C.), o manuscrito de de Cooke (século XV d.C.), o manuscrito de Tew (século XVII a.C.) e o manuscrito de William Watson (século XV d.C.).

Já durante o 1.º milénio antes de Cristo, havia na região da Síria, escultores e pedreiros que formavam associações religiosas, que se constituíam como empresas de construção civil e que construíam os templos em toda a Ásia Menor, independentemente da crença religiosa. Tal foi o caso do Templo de Salomão.

Já em pleno império romano (715 a.C.), foi organizada a “Confraria dos Pontífices Dionisíacos”, fundada por Numa Pompílio³⁷. Esta confraria estava organizada em colégios de construtores que seguiam as legiões romanas e, tinham como missão a construção de estradas, pontes, aquedutos, campos fortificados, templos, anfiteatros e urbanizações. O legado destes construtores, como se sabe, abunda em Portugal.

Estas confrarias, conforme está devidamente comprovado, trabalhavam tanto para cristãos como para muçulmanos, sendo constituídas na sua maior parte, por pedreiros e arquitectos bizantinos.

Com a cristianização de todo a Europa, a necessidade de construção de mosteiros e outros espaços religiosos, obrigou determinadas ordens religiosas a servirem-se destas confrarias, que vinham a possuir cada vez mais poderes e determinadas regalias.

Com rigor, foram os entalhadores de pedra da Lombardia, aqueles que constituíram as primeiras corporações, submetidas a uma hierarquia que guardava religiosamente os seus conhecimentos.

Constituíram estes pedreiros, a designada maçonaria “operativa”, bastante diferente da actual Maçonaria designada de “especulativa”. Esta decadência dos pedreiros operativos, coincide com o aparecimento do Renascimento, por se terem deixado de construir mosteiros e catedrais. Apenas se mantiveram operativas as associações escocesas.

“A antiga arquitectura sagrada era essencialmente simbólica. Desde o plano de conjunto aos mais pequenos pormenores ornamentais, tudo deveria ser ordenado segundo certos números místicos e de acordo com as regras de uma geometria especial, só conhecida pelos iniciados. As figuras geométricas, na realidade, davam lugar a interpretações sobre as quais se enxertava uma doutrina secreta que pretendia fornecer a chave

de todos os mistérios. Ora os construtores de catedrais provaram, pelas suas obras, que estavam instruídos nessas tradições filosóficas, das quais os alquimistas, simultaneamente, eram detentores.”

Matila Ghyka

O procedimento operativo da geometria e do número

Todo o tipo de concepções estabelecidas pelos antigos, fossem de carácter místico ou artístico, foram operacionalizadas através de uma geometria prática, que se viria a materializar na arquitectura, onde o círculo consistiu a base de todos os traçados geométricos.

Observe-se a figura 64. O processo começa sempre pela orientação do edifício a construir. No ponto onde se pretendia erguer a construção, enterrava-se uma vara, a partir da qual e com a ajuda de uma longa corda, era traçado um círculo. Por volta do meio-dia, obtinha-se a sombra mínima da vara que correspondia com rigor à direcção norte – sul. Obtida esta direcção traçavam-se os ângulos rectos a partir do centro do círculo obtendo-se a direcção este – oeste. Os ângulos rectos eram calculados a partir do designado rectângulo 3 – 4 – 5, cujas propriedades conhecidas por Pitágoras deram nome ao famoso “Teorema de Pitágoras”.

O triângulo rectângulo era realizado com uma corda de 12 nós, que dividiam a sua longitude em 12 partes iguais. Para se realizar o triângulo rectângulo eram cravadas duas estacas no solo, distanciadas entre si 3 nós presos nas estacas. De seguida, era espetada uma terceira estaca, distanciada a 4 nós, restando a distância correspondente aos outros 5 nós sobrantes, permitindo assim realizar um triângulo rectângulo perfeito.

O triângulo rectângulo 3 – 4 – 5 cuja soma é 12, permitiu considerar este valor com fundamentos exotéricos, por parte dos antigos, sendo considerado o símbolo do universo e correspondendo aos doze meses do ano ou aos doze símbolos do Zodíaco, tão considerados na antiguidade.

Traçado o círculo com o respectivo centro, sobre o qual eram desenhados dois diâmetros perpendiculares entre si e determinados nas direcções dos pontos cardeais, estava conseguida a grelha de base para a implementação do edifício pretendido (figura 64).

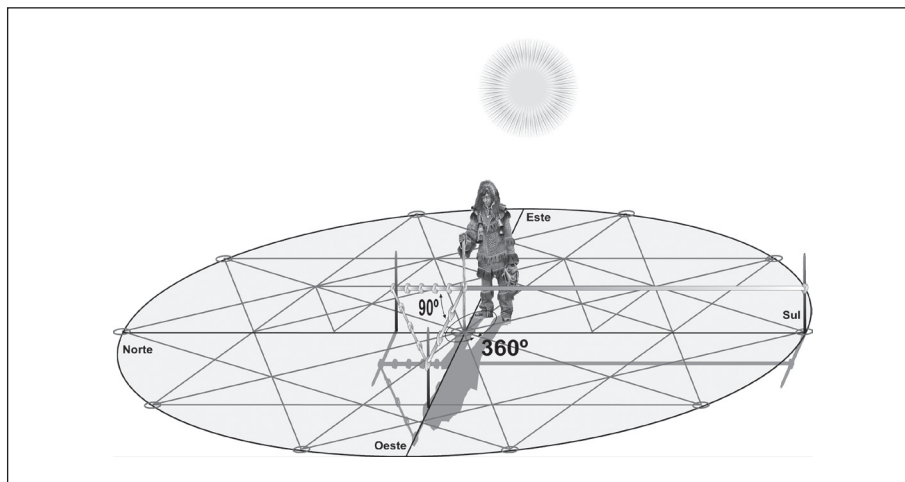


Figura 64 - Base para o traçado de um edifício.

A partir da representação do espaço a ocupar, tendo como base o círculo, os procedimentos seriam realizados tendo como princípio a magia do número e o seu significado exotérico.

O número tornava-se agora, o fundamento de cada traçado posterior, tendo como base o seu significado e os princípios da filosofia grega:

Unidade (número um) | Consiste na unidade geométrica e aritmética, ponto central das formas planas e corporais (“homem de Vitruvius”) e que sob o ponto de vista exotérico, significava a primeira lei, o princípio de tudo, o centro omnipresente que não tem dimensão alguma, o nada que contém o todo;

Binário (número dois) | Ao resultar da soma de $1 + 1$, representa no fundo, a linha recta, sendo esta uma expressão de força e direccionalidade, a distância entre dois pontos infinitos, entre um e o outro, significando progressão e criação humana;

Ternário (número três) | Representado através do triângulo, é a união de três pontos por intermédio de três linhas rectas, definindo-se assim, pela primeira vez, a noção de superfície. Na linguagem exotérica significa, a prevalência da lei sobre toda e qualquer acção, actividade regulada e organizada. É possível com o número três, construir o triângulo equilátero com três ângulos e três lados iguais, forma geométrica que representa a perfeição, a harmonia, a sabedoria constituindo-se no Delta Luminoso, representando a figura divina;

Quaternário (número quatro) | Obtém-se da soma de $3 + 1$, pelo que define o quadrado, figura resultante da união de quatro pontos. Sob o ponto de vista exotérico representa a obra concluída.

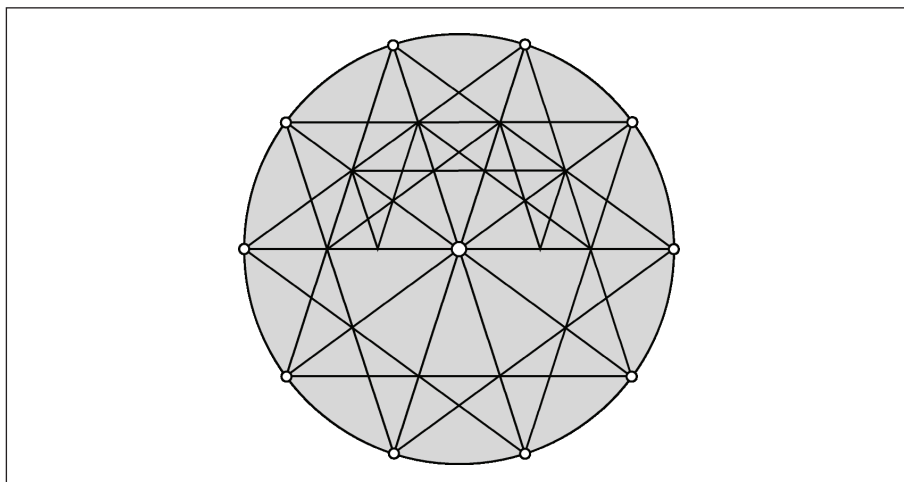


Figura 65 - O círculo base dividido em 10 partes iguais para o traçado de um edifício.

Acompanhe-se este raciocínio observando a figura 65. No círculo estão identificados os números 1, 2, 3, e 4, cuja soma é igual 10. A dezena constituía-se como o número cujo significado era o princípio e o fim de tudo. O número 1 está presente no ponto central (centro do círculo). O número 2 está identificado no diâmetro que une dois pontos do círculo. Contudo, como o diâmetro passa pelo centro, forma o número 3. O número 4 aparece na divisão do círculo no ângulo de 90° .

Como os triângulos são uma subdivisão do círculo de 360° , por serem retângulos, correspondem a 4 ângulos de 90° , presentes na figura geométrica que é o quadrado. É então fácil deduzir que através do triângulo, o círculo tem proporcionalidade em relação ao quadrado e vice-versa. Novamente, o que temos vindo a afirmar, relativamente à dialéctica entre o divino (Círculo) e o humano (Quadrado), coloca-se sob o ponto de vista exotérico, na construção da grelha. O triângulo rectângulo simbolizava, o espiritual e o material, já que era proporcionalidade do círculo (condição espiritual) e do quadrado (condição material).

Por este processo estava justificada a aplicação do Teorema de Pitágoras nas construções dos edifícios.

Os esquemas dos traçados dos templos da antiguidade

Seria o arquitecto Mössel a demonstrar que os grandes edifícios da antiguidade, independentemente da época, cultura ou religião, estavam concebidos a partir da segmentação polar do círculo.

Mössel, dedicou-se ao estudo rigoroso das medidas e proporções dos tempos egípcios, gregos e góticos, concluindo que todos os diagramas geométricos para as plantas, alçados e cortes verticais dos edifícios, estavam projectados a partir do círculo.

Em alguns dos casos, existem vários círculos concêntricos de um ou vários polígonos regulares.

Mais interessante ainda, foi a conclusão que chegou ao verificar que a segmentação do círculo era em 5 e 10 partes, pelo que o pentágono e decágono regulares estavam inscritos no círculo director.

“A composição dos planos arquitectónicos desde o começo das arquitectura egípcia até ao fim da Idade Média não é aritmética, na grande maioria dos casos, mas sim geométrica. Deriva das segmentações angulares regulares do círculo.”

Mössel

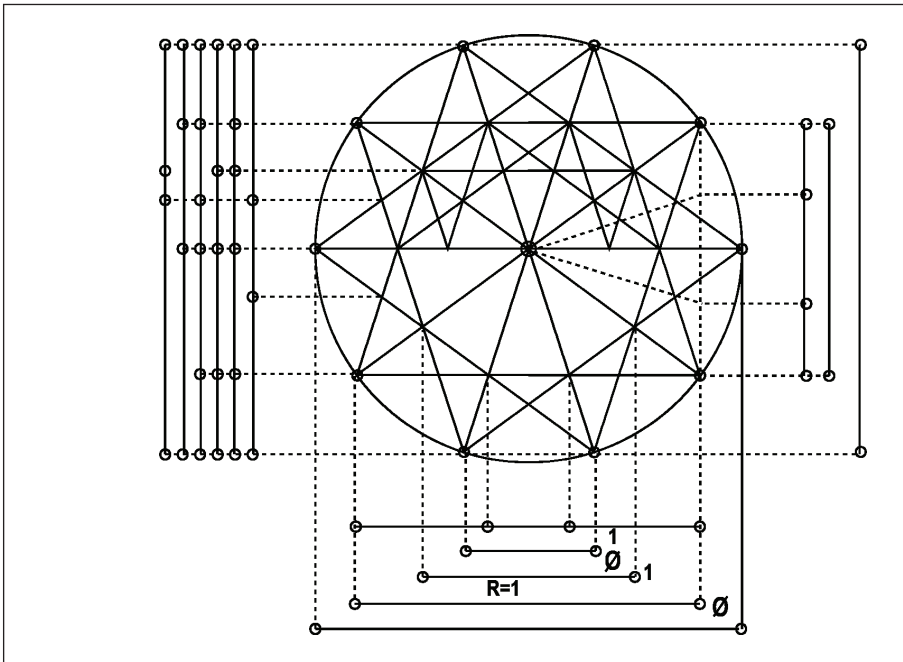
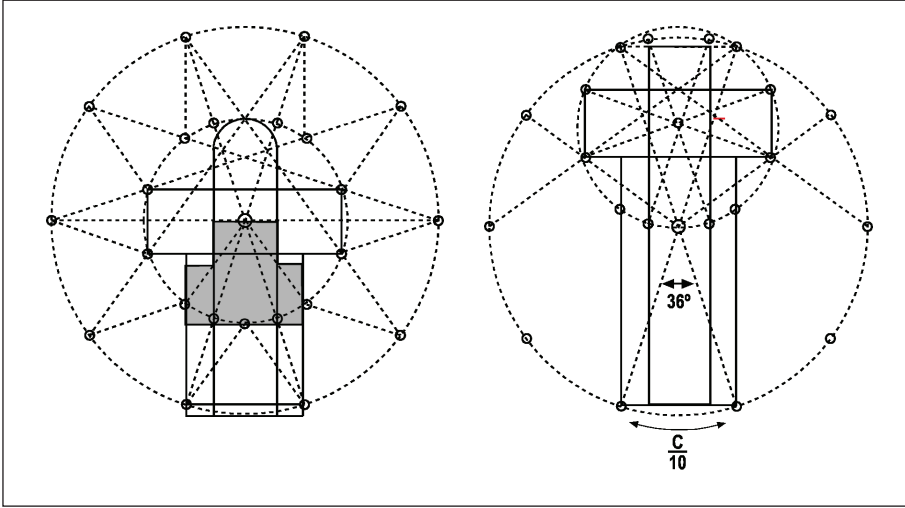


Figura 66 - Sistema de proporções obtido a partir da segmentação polar do círculo, segundo Mössel³⁸.



Figuras 70 e 71 - Esquemas em que se baseiam as catedrais góticas, a partir da segmentação polar do círculo, segundo Mössel.

O teorema de Pitágoras e o número 12

Já foi referido que o triângulo rectângulo 3–4–5 cuja soma é 12, permitiu considerar este valor com fundamentos exotéricos por parte dos antigos, sendo o símbolo do universo e correspondendo aos doze meses do ano, correspondendo aos símbolos do Zodíaco.

Segundo o “teorema de Pitágoras”, o quadrado construído sobre a hipotenusa de um triângulo rectângulo, é igual à soma dos quadrados construídos sobre os outros dois lados (catetos).

Observe-se na figura 72 a respectiva demonstração.

No triângulo [ABC], sobre a sua hipotenusa [BC], foi construído o quadrado [BCDE]. De seguida e sobre os outros dois lados do triângulo [ABC] foram construídos os quadrados [ABFG] e [ACIH].

Torna-se portanto necessário demonstrar que o quadrado [BCDE] = [ABFG] + [ACIH].

A partir do ponto A, traça-se o segmento de recta vertical [AJ] que vai dividir o quadrado [BCDE] nos rectângulos [BEJK] e [KJDC]. A área do rectângulo [BEJK] é igual à do quadrado [ABFG], e a área do rectângulo [KJDC] é igual à do quadrado [ACIH], ou seja:

$$[BEJK] + [CDJK] \text{ ou } [BCDE] = [BAGF] + [ACIH].$$

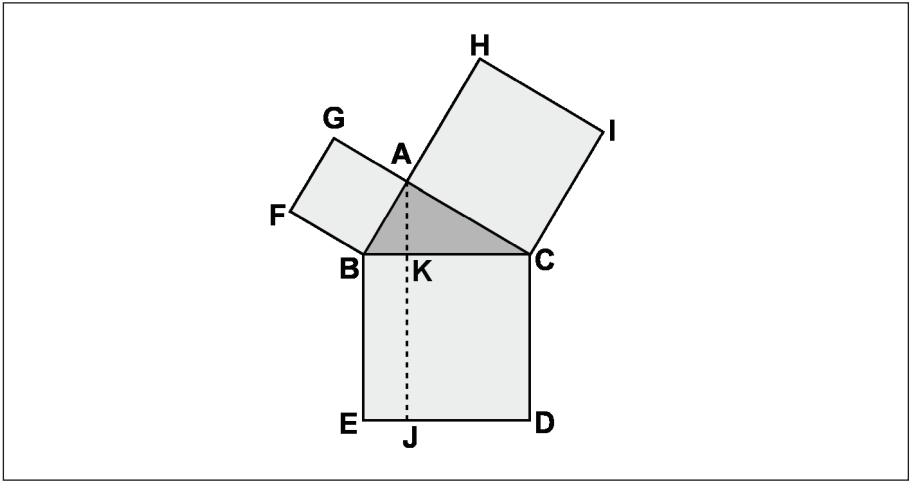


Figura 72 - Teorema de Pitágoras.

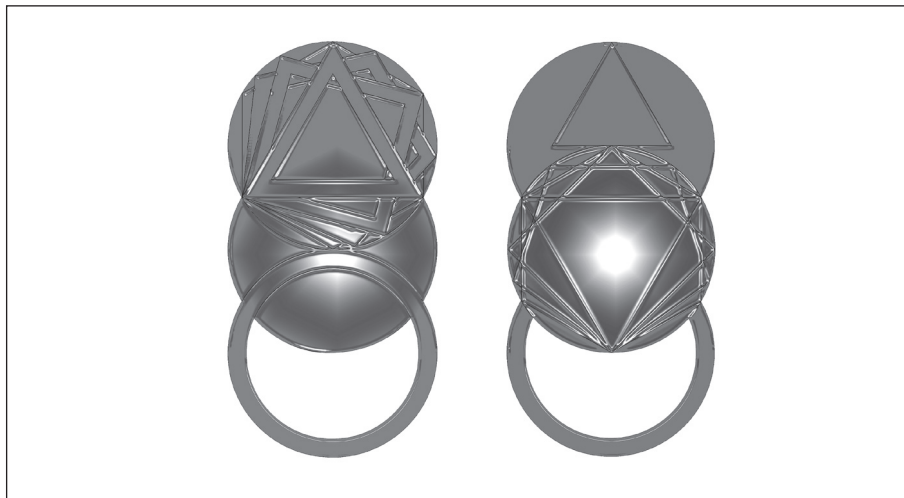
O ponto da Bauhütte

De uma forma simples, é possível associar a Bauhütte aos signos usados como assinaturas, existentes nas construções góticas, signos identificadores de quem realizou tal obra. Estes signos eram elaborados no interior de um círculo e a partir do seu centro, onde se traçavam quadrados e triângulos, a partir dos quais era possível traçar a identificação individual do pedreiro.

A Bauhütte, constituiu uma associação de carácter secreto, que unia as lojas de pedreiros e construtores do Sacro Império Germânico e dos países limítrofes como o caso da Suiça. Segundo os estudos de Ghyka, teria sobrevivido até ao século XVIII, tendo sido a continuidade como organização, da dos antigos “colégios de construtores”, anteriores à dissolução do Império Romano do Ocidente.

O segredo da Bauhütte baseava-se, nos princípios já descritos anteriormente, no sistema de proporções obtido da segmentação polar do círculo, segundo Mössel.

O princípio embora pareça simples, baseava-se na ciência do círculo e dos polígonos inscritos, comum à arquitectura das civilizações antigas e que presidiu ao traçado dos mandala indo – tibetanos (figura 75).



Figuras 73 e 74 - Formas escultóricas baseada no Ponto da Bauhütte. Luís Canotilho. 2004. Bronze.

Foi determinado, no campo inferior esquerdo do círculo, o ponto que produz a coincidência das figuras geométricas nele inscritas: Triângulo equilátero; Quadrado; Pentágono; Hexágono.



Figura 75 - Um mandala é basicamente um círculo, muitas vezes numa moldura quadrada. É um resumo de uma imagem do mundo e da representação de forças divinas, utilizado para a meditação nas culturas orientais indo-tibetanas.

Entre os séculos VIII e XI, as Abadias Beneditinas provocavam o aparecimento ao seu redor de escolas de arquitectos, dirigidas por monges da respectiva ordem. No entanto, estes grupos de mestres e pedreiros possuíam na sua maioria, elementos laicos possuidores dos conhecimentos necessários à construção dos grandes edifícios. Baseavam e transmitam os seus conhecimentos, através de documentos transmitidos sobre a ciência da proporção da Antiguidade, baseando-se na filosofia pitagórica.

As assinaturas inscritas nas paredes dos templos, no período bizantino, eram constituídas por letras do nome reunidas num monograma. Na época romântica e posteriormente no gótico, os traçados passaram a ser puramente geométricos e desprovidos de letras.

Foi o arquitecto austríaco Franz Rziha³⁹, quem melhor estudou e decifrou as respectivas chaves geométricas de cerca de 9.000 signos lapidares de toda a Europa (figura 76).

Franz Rziha, encontraria quatro matrizes de base, cada qual com uma matriz – base que correspondia a uma das quatro Lojas de construtores: Loja de Estrasburgo; Loja de Colónia; Loja de Viena; Lojas de Berna e Praga.

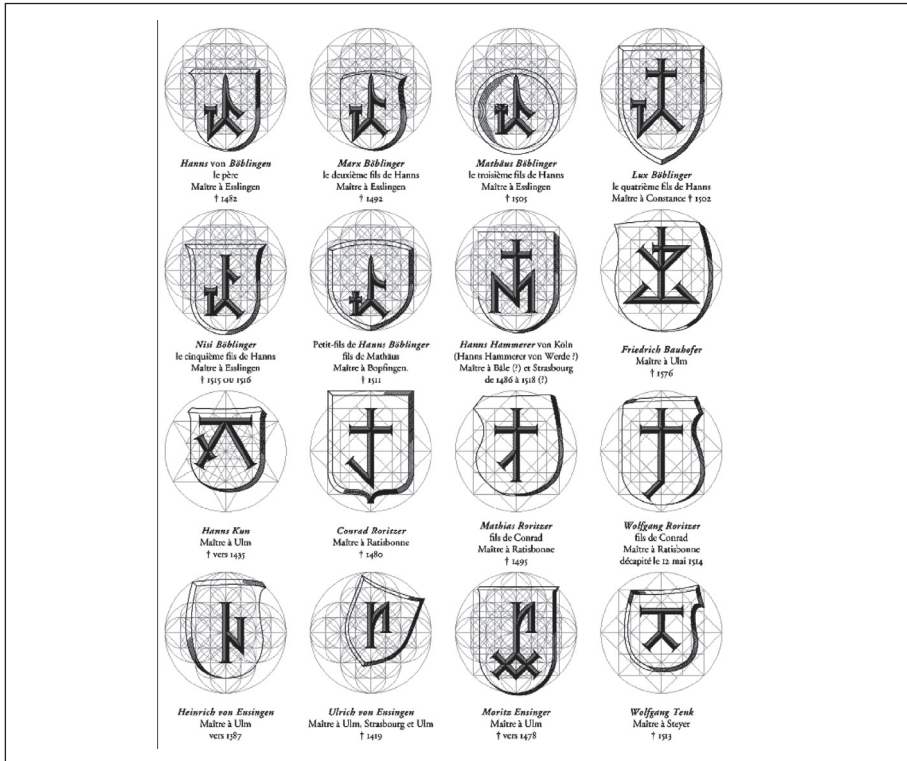


Figura 76 - Franz Rziha (matrizes dos construtores das catedrais).

Antes de Franz Rziha, Matthias Roriczer⁴⁰, já havia realizado aquela que é a primeira publicação sobre o tema em causa. Matthias Roriczer foi um Mestre – Maçon e arquitecto da Catedral de Ratisbonne, que através de diversas ilustrações na sua publicação, explicava a forma de representar determinados pormenores.

Também não convém esquecer as inúmeras estampas e desenhos realizados, nos séculos XV e XVI, por intermédio de grandes artistas como Albrecht Dürer.

O arquitecto Friedrich Hoffstard⁴¹ assume também neste tema, uma grande importância como estudioso das relações da designada geometria secreta dos construtores das catedrais. A sua publicação aborda todo o estilo Neogótico.

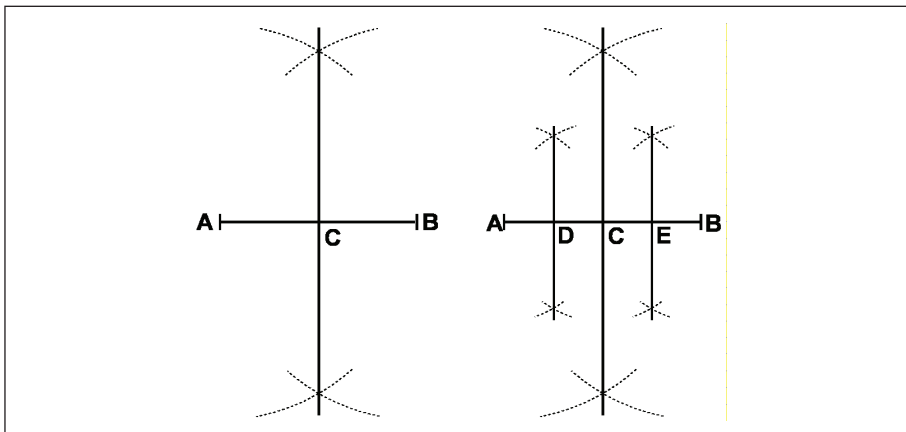
As operações geométricas de base

Todos os esquemas, empregues pelos construtores de templos, procedem de um único gráfico.

O traçado baseia-se num princípio único: Qualquer operação deve ser realizada a partir de pontos e segmentos de recta (distâncias e ângulos), obtidos apenas com o recurso ao compasso e à régua. Independentemente da complexidade do traçado, todas as partes procedem do ponto central do círculo.

Fundamentalmente existem dois tipos de grelhas. No entanto, ambas são traçadas a partir do círculo e nunca saem do seu espaço, iniciando-se todo o processo de construção a partir do seu raio.

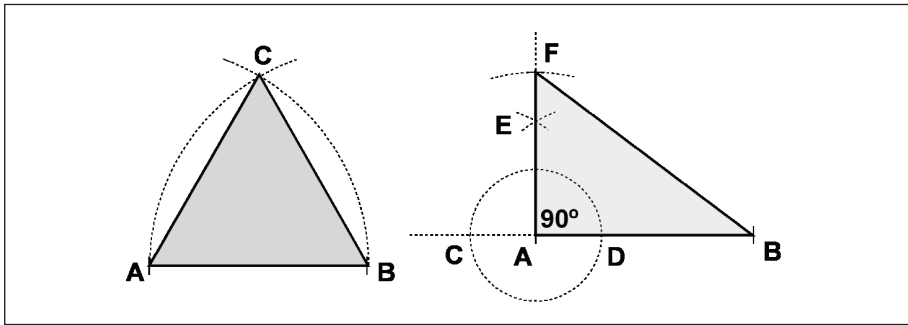
Para o efeito, é necessário conhecer as construções geométricas fundamentais, que de seguida se descrevem nas figuras.



Figuras 77 e 78 - Divisão de um segmento de recta em duas e três partes iguais.

No primeiro caso da figura 77, a partir dos pontos [A] e [B], que definem o segmento de recta [AB], foram traçadas duas circunferências com o mesmo raio e com uma abertura superior a mais de metade do segmento de recta. A intersecção das duas circunferências permite obter dois pontos pelos quais se traça uma recta vertical que dividirá o segmento de recta em duas partes iguais no ponto [C].

No segundo caso (figura 78) repete-se igual procedimento, e de seguida, volta-se a determinar a divisão de cada um dos segmentos de recta obtidos [AC] e [CB].



Figuras 79 e 80 - Construção de um triângulo equilátero, dada a dimensão de um lado e, construção de um triângulo rectângulo, dadas as dimensões dos catetos.

A primeira imagem da figura 79, demonstra a construção de um triângulo equilátero. Sabendo a dimensão do lado e tendo em conta que o triângulo equilátero se define por ter três lados e três ângulos iguais, traça-se o lado [AB]. A partir dos dois pontos encontrados [A] e [B] e com uma abertura da circunferência igual ao lado do triângulo, traçam-se duas circunferências, cuja intersecção permite obter o ponto [C] que corresponde ao vértice em falta.

Na figura 80, na segunda imagem, observa-se a construção de um triângulo rectângulo, dados os dois catetos que como é sabido, um dos ângulos é recto (90°).

Inicia-se a construção do cateto [AB], que é a base do triângulo rectângulo. Segue-se o seu prolongamento para o lado esquerdo, na figura está a tracejado. Com centro em [A], traça-se uma circunferência que permite obter os pontos [C] e [D]. A partir dos pontos [C] e [D], traçam-se duas circunferências com abertura maior que metade do raio da circunferência, obtendo-se assim o ponto [E] que unido ao vértice [A] permite obter o outro cateto, perpendicular em relação ao primeiro. A sua dimensão é obtida com a ajuda da circunferência que, com o centro em [A], e com a abertura do cateto, permite obter o ponto [F]. Unindo [F] a [B] obtemos a hipotenusa do triângulo rectângulo.

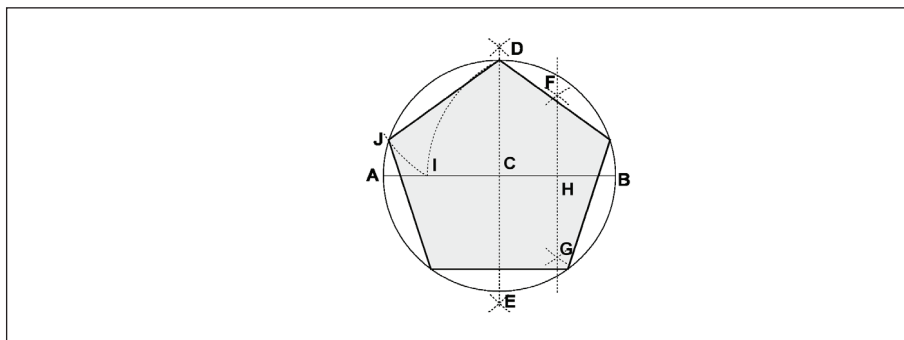


Figura 81 - Construção de um pentágono.

A figura 81 demonstra a construção do pentágono. Depois de traçado o diâmetro [AB] da circunferência, determina-se o outro diâmetro vertical [DE] conseguido pelo processo de subdivisão de um segmento de recta com o auxílio de um compasso. Igual processo, é realizado para determinar a divisão em duas partes iguais, do segmento de recta [CB]. Com o auxílio do compasso, com centro em [H] e com a abertura [HD], traça-se uma circunferência que intersectará o diâmetro [AB] no ponto [I]. Com centro no ponto [D] e com uma abertura [DI], traça-se uma circunferência que permite obter o ponto [J]. A abertura da circunferência [JD], corresponde à quinta parte do pentágono. Com esta abertura, é simples de determinar os outros lados com o compasso.

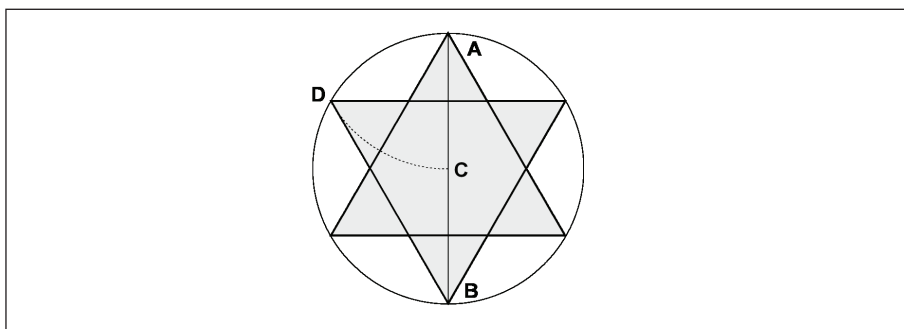


Figura 82 - Construção de um hexágono.

Na figura 82, observa-se que o traçado do hexágono é extremamente simples, já que o lado corresponde ao raio da circunferência. Este aspecto permite a determinação deste polígono de seis lados iguais, com o simples recurso ao compasso.

Convém observar que este processo permite realizar o processo de inserção do triângulo equilátero no círculo.

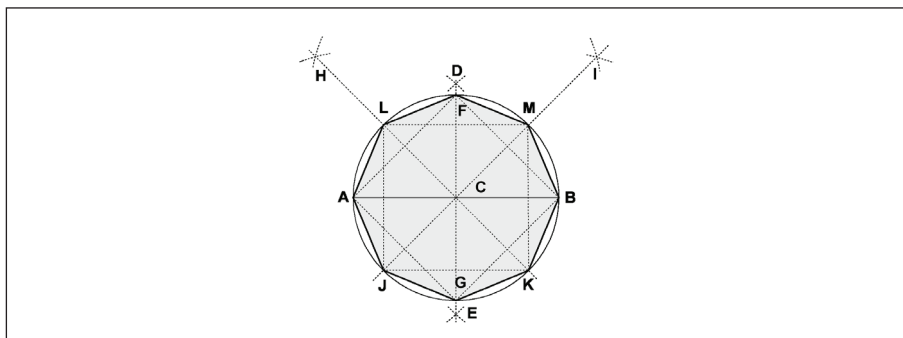


Figura 83 - Construção de um octógono.

A figura 83 explica a construção do octógono. Depois de traçado o diâmetro [AB] da circunferência, determina-se o outro diâmetro vertical [FG], que se obtém através do processo já explicado da divisão de um segmento de recta em partes iguais. Conseguídos os pontos [A], [F], [B] e [G] é possível inscrever o primeiro quadrado [AFBG] no círculo. Determinam-se agora os Pontos [L] e [M], obtidos a partir da divisão dos segmentos de recta [AF] e [FB] em duas partes iguais. Prolongando as rectas obtidas das divisões dos segmentos de recta, é possível encontrar os pontos em falta [K] e [J]. A união dos pontos [L], [M], [K] e [J], permite encontrar o segundo quadrado [LMKJ].

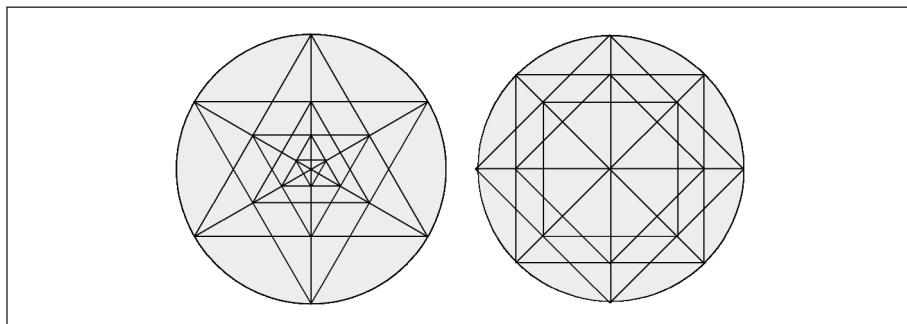
Da união dos vértices dos dois quadrados inscritos no círculo, obtém-se o octógono [FMBKGJAL].

Encolhimento e divisão geométrica

Certamente que o leitor, já observou que os traçados explicados, seriam muito mais simples com o recurso a um esquadro. Contudo e como já foi referido, os traçados só podem ser executados com o auxílio do compasso e da régua.

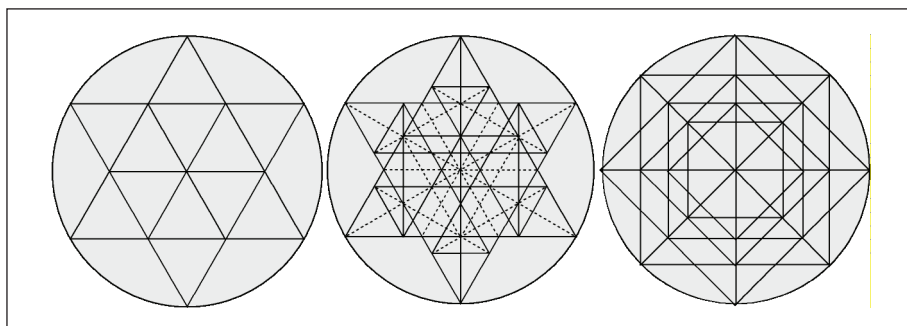
As figuras de base que se irão traçar, estão estabelecidas segundo dois métodos simples de realização, que são o “Encolhimento” e a “Subdivisão”.

O encolhimento geométrico obtém-se traçando todas as diagonais das figuras, entretanto circunscritas no círculo, através da união dos seus vértices. Este processo, permite encontrar novos pontos, na realidade vértices, que permitem obter sucessivamente figuras geométricas semelhantes às primeiras (figuras 84 e 85).



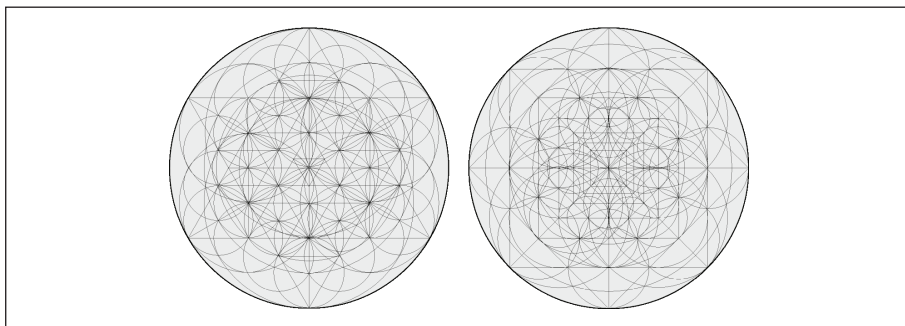
Figuras 84 e 85 - Método do encolhimento para a determinação do ponto da Bauhütte.

O processo designado de “divisão geométrica”, tem como base a subdivisão em partes iguais, dos lados das figuras geométricas inscritas no círculo. Se a figura inscrita no círculo é o triângulo equilátero, a divisão dos lados deverá ser em três partes. No caso do quadrado inscrito no círculo, os seus lados deverão ser subdivididos em duas partes (figuras 86, 87 e 88).



Figuras 86, 87 e 88 - Método da divisão para a determinação do ponto da Bauhütte.

Finalmente, convém ainda referir que estes procedimentos estabelecidos para o encolhimento e subdivisão geométrica, podem atingir processos de extrema complexidade, observáveis nos dois exemplos que se seguem nas figuras 89 e 90.



Figuras 89 e 90 - Esquemas de traçados complexos.

Não posso terminar esta abordagem, ao ponto da Bauhütte, sem referir uma das referências da pintura portuguesa. Refiro-me a Almada Negreiros, um dos maiores estudiosos da geometria aplicada às artes plásticas.

Os últimos anos de vida de Almada Negreiros, passaram a ser dedicados a uma das suas maiores obras plásticas: O painel “Começar”, existente no átrio da Fundação Calouste de Gulbenkian.

Dentro da sua filosofia neopitagórica, associada à obsessão pelo número, Almada tenta determinar o “ponto da Bauhütte” através de complicados cálculos geométricos. O pentagrama e outras figuras simbólicas geométricas são bem visíveis (figura 91). Almada, apesar dos inúmeros estudos, não conseguiria encontrar o Ponto da Bauhütte.

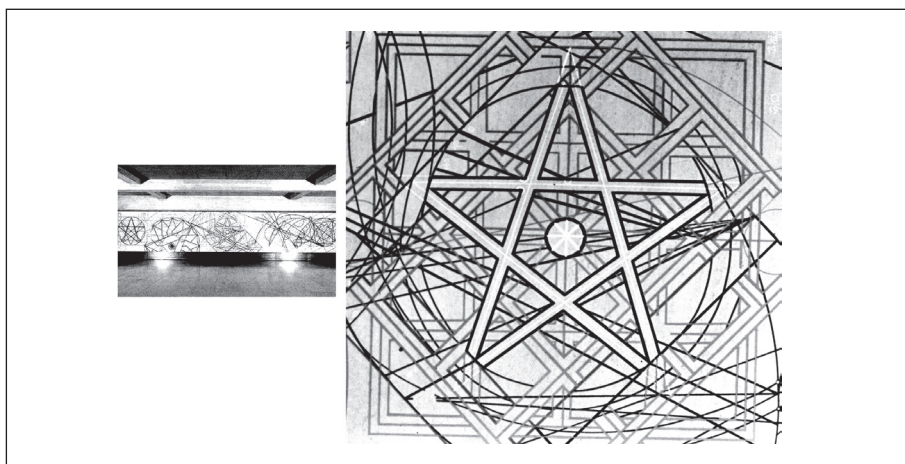


Figura 91 - Almada Negreiros (1893 - 1970). Painel “começar” (1968 / 69), Fundação Calouste Gulbenkian. Na figura é observável o painel como fundo e um pormenor da parte central com os elementos que temos vindo a desenvolver neste trabalho.

A Harmonia só se atinge através da perspectiva

O campo das artes plásticas, só atingiria a sua máxima precisão com a teorização e aplicação prática da perspectiva, verdadeiramente iniciada a partir do Renascimento. Partindo inicialmente de uma prática pouco racional, a perspectiva passaria a técnica pictórica, caracterizada ao longo dos séculos, pela grande variedade de sistemas diferentes de construção espacial.



Figura 92 - Albrecht Dürer (1471 - 1528). Xilogravura de 1525, pertencente ao seu tratado sobre perspectiva "Unterweisung der Messung".

O princípio, como é natural, começaria por um método empírico, baseado na observação directa. Com a sua racionalização, acompanhada da aplicação do método científico, permitiria os primeiros desenhos precisos.

Embora o tema preferido pelos egípcios e mesopotâmios, fosse a figura humana, observa-se apesar de tudo, no seu realismo paralisante, que as figuras assumem sempre uma pose lateral e bidimensional. Daí que, somos geralmente levados a concluir a perspectiva como uma técnica desconhecida pelos artistas desse período.



Figura 93 - Paleta do Rei egípcio Narmer. Realizada em ardósia com 64 cm de altura. Museu do Cairo. 3.000 A.C.

A arte egípcia era profundamente figurativa e caracterizava-se pela sua lateralidade e estaticidade. A representação da perspectiva é realizada da forma mais elementar e primária, apesar de intencional. As personagens adquirem diferentes dimensões, dependentes sempre do seu grau de importância e distância em relação ao horizonte (figura 93).

A primeira referência ocidental aparece através do arquitecto Vitruvius (século I a.C.). Vitruvius, através do seu "Tratado de Arquitectura", que teria sido escrito por volta de 46 a.C., menciona pela primeira vez, a perspectiva no parágrafo que vou passar a mencionar:

"Uma vez determinado um ponto central, as linhas devem coincidir, como acontece na natureza, no ponto de encontro dos raios visuais, de modo que algumas partes parecem retroceder para o fundo e outras avançam para a frente."

Vitruvius (46 a.C.)

A pintura na civilização romana tinha apenas uma intenção decorativa. As paredes das salas das casas senhoriais eram comple-

tamente pintadas com temas figurativos rodeados de simulações pictóricas de volumes e colunas clássicas. Este tipo de decoração a simular volumes foi muito utilizado nas igrejas do período barroco.

A pintura, utilizada como decoração de paredes interiores pelos gregos, não teria qualquer evolução durante o período romano. Gregos e romanos, chegavam mesmo a pintar as esculturas.

Este autor dá-nos também a indicação que um tal Agatharchus, pintor de Atenas, teria sido o primeiro artista a simular a perspectiva. Em princípio, Agatharchus teria sido um artista, executante de cenários em perspectiva arquitectónica para o teatro, a pedido de Esquilo. Agatharchus, possivelmente autor de um tratado escrito, teria influenciado Anaxagoras, para definir o processo primitivo de construção da perspectiva.

Posteriormente, tem-se como referência, a escola de Pamphilus, fundada por Eupomus, onde os primeiros passos do ensino da geometria descritiva eram dados. Pamphilus, conhecedor da geometria, promoveu mesmo a divulgação, desta então considerada "ciência/arte". A prova desta divulgação está nas personagens que seguiram os seus passos: Apelles, Melanthus, Protogenes e Euphranor.

Pode-se considerar por intermédio de Vitruvius, com o primeiro testemunho escrito da técnica em que as linhas paralelas coincidem num ponto, que foram os gregos quem descobriu a perspectiva actual.

Esta observação credível, é provada pelos frescos romanos, que pretendem criar a ilusão de perspectiva. Estes frescos, como se sabe, limitaram-se à cópia da técnica desenvolvida pelos gregos.

O primeiro tratado sobre óptica, foi publicado pelo matemático Euclides (250 a.C.). Euclides é a personagem, quem pela primeira vez, referencia em teoria, o processo racional de observação. Como anteriormente, já havia sido referido por Vitruvius, Euclides acreditava no chamado "cone visual", cujo vértice saía dos nossos olhos. O cone visual era constituído por um número infinito de raios visuais que intersectavam as formas visualizadas, determinando o seu contorno e formas salientes. A demonstração, empírica concluía, que as formas iam diminuindo de tamanho, quanto mais se afastavam.

Com o fim da civilização grega, Roma nada mais faria, no campo artístico, do que simplesmente copiar os frescos das casas gregas. Portanto, a perspectiva, integrada desde o princípio na geometria, nascia na Grécia, parecendo ter morrido com essa civilização.

O desinteresse e a ignorância dessa técnica permaneceriam até ao fim da Idade Média. Conhecedores que somos, do período tão difícil que foi a Idade Média na Europa, sabemos que a temática pretendia ter muito pouco de real, sendo profundamente idealista, intemporal e simbólica.

A Arte medieval caracteriza-se pela negação da procura da simulação do espaço real. A pintura baseia-se em alçados laterais e a planta, do conjunto a representar. Todo o virtuosismo da profundidade sugerida pela técnica da perspectiva seria ignorado pelos artistas medievais (figura 53).

O mesmo aconteceria com a riquíssima herança cultural doada pelos gregos e romanos.

Sabemos com rigor, o desenvolvimento da cultura medieval, num espaço socio-económico adulterado por medos, guerras, poder indefinido, etc.

Esta cultura da profundidade (perspectiva) havia que esperar cerca de 1.000 anos para poder voltar a ressurgir.

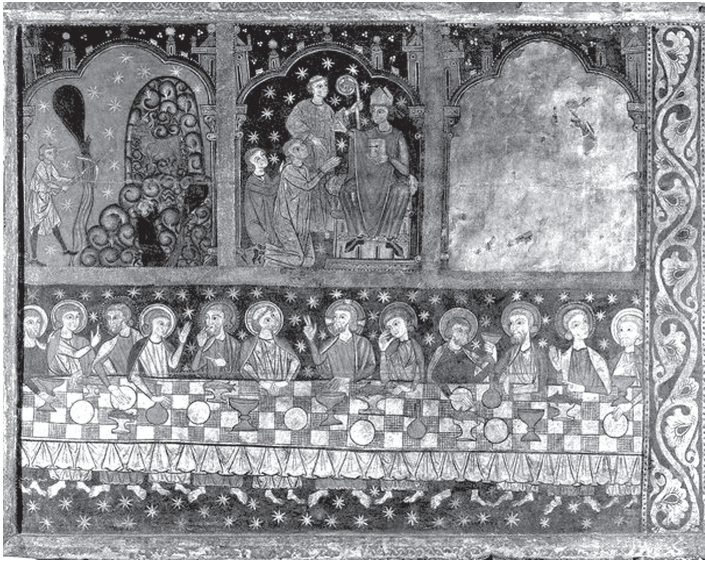


Figura 94 - Frontal de Soriguerola | Finais do século XIII. Museu de Arte da Catalunha. Barcelona.

Observe-se a construção da composição pelo artista medieval. Intencionalmente não utiliza a simulação da perspectiva. A composição limita-se aos alçados e às plantas dos diferentes elementos. Começando pelas figuras humanas, estão representadas bidimensionalmente, estando os elementos principais de frente e os secundários em posição lateral. A profundidade é simulada, tal como na arte egípcia, pela diminuição do tamanho das figuras humanas. Observe-se a mesa. O tempo e os pratos estão representados em planta, ou seja, vistos de cima. Os cálices estão representados em alçado lateral.

Não ignoremos um pormenor importante. A perspectiva, acima de tudo é, profundidade do conhecimento, visão, abertura do

espaço infinito, ausência de limites e limitações culturais. Este é que é o verdadeiro simbolismo da perspectiva. Daí que, a explosão técnica da perspectiva, coincide com o período mais fecundo da nossa civilização ocidental, designado de Renascimento.

Se a perspectiva começou apenas por simular edifícios, nos cenários teatrais gregos e no Renascimento, o seu desenvolvimento, deve-se exclusivamente ao labor dos pintores e arquitectos italianos da época.

Assinale-se os arquitectos Filippo Brunelleschi (1377-1446) e Leon Battista Alberti (1404-1472), e o pintor Piero della Francesca (1418-1492).

A perspectiva renascentista começaria em período anterior a Giotto. Giotto foi o artista que iniciaria a negação da abstracção bizantina, ao introduzir a profundidade nas suas obras.

Embora de forma intuitiva, Giotto, é o primeiro artista a simular volume nas figuras que constrói, ao mesmo tempo que as coloca em sobreposição.

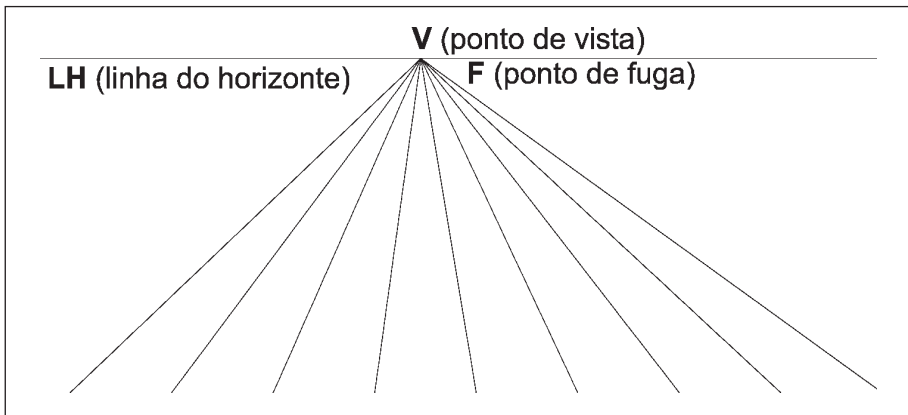


Figura 95 - Brunelleschi (1377 – 1446) foi o descobridor da designada perspectiva paralela. Esta perspectiva caracteriza-se pela existência de um ponto de fuga central situado sobre a linha do horizonte.

Do mesmo período, Ambrogio Lorenzetti (1319-1347), também intuitivamente, estabeleceu várias perspectivas empíricas no mesmo trabalho, numa tentativa de descrever na totalidade, as diferentes vistas.

A perspectiva "científica" (rigorosa) esperaria depois de Giotto, um século, ao ser traduzida do campo teórico para o prático, pelo arquitecto florentino Filippo Brunelleschi (1377-1446). Embora não existam as demonstrações do arquitecto Brunelleschi (figura 95), a "Vida de Brunelleschi", escrita por Giorgio Vasari, identifica

com precisão a existência de uma perspectiva baseada em planos, intersecções e elevações.

Leon Battista Alberti (1404-1472) é um dos outros arquitectos da perspectiva, que em 1436, escreveu o seu "Trattato della Pittura". Esta publicação referência Brunelleschi, como o descobridor dos pontos de distância (D) e (D'). Brunelleschi, é considerado pelos seus biógrafos, como o unificador dos conhecimentos científicos constituídos, a saber: Linha do horizonte (LH); Pontos de distância (D) e (D'); Ponto de fuga (F).

Brunelleschi foi talvez, quem descobriu verdadeiramente, a perspectiva paralela com um ponto de fuga (F) a coincidir com o ponto de vista (V), de onde saiam os raios paralelos (figura 95). Situava também o ponto de fuga (F), sobre uma linha existente, a linha do horizonte (LH). O arquitecto Brunelleschi, também identificou a planta, o perfil e o alçado, como elementos fundamentais, para o desenho da forma em perspectiva.

Do conhecimento adquirido por Brunelleschi (ponto de fuga, ponto de vista e linha do horizonte), Alberti desenhou a linha do horizonte e a linha de terra. Marcando sobre a primeira, o ponto de fuga (figura 96). A linha de terra, foi subdividida em espaços iguais, correspondendo à largura dos quadrados. Desenhou então raios visuais que partiram do ponto de fuga até às distâncias marcadas sobre a linha de terra (figura 96).

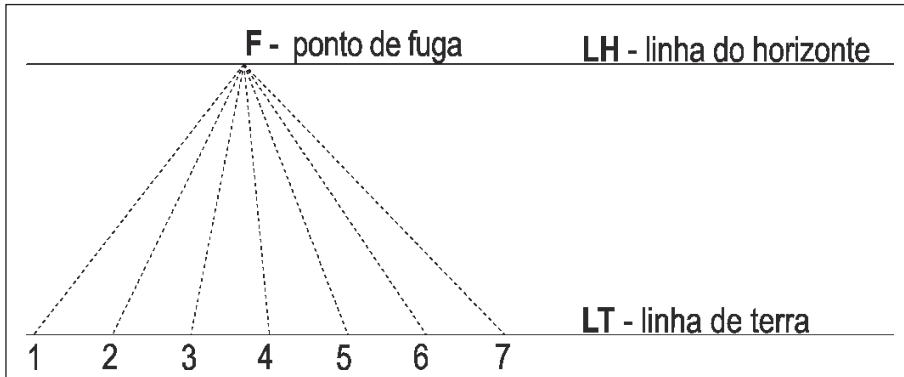


Figura 96 - Construção da primeira quadrícula, identificando com rigor o Ponto de Fuga (F), a Linha do Horizonte (LH) e a Linha de Terra (LT), segundo Brunelleschi.

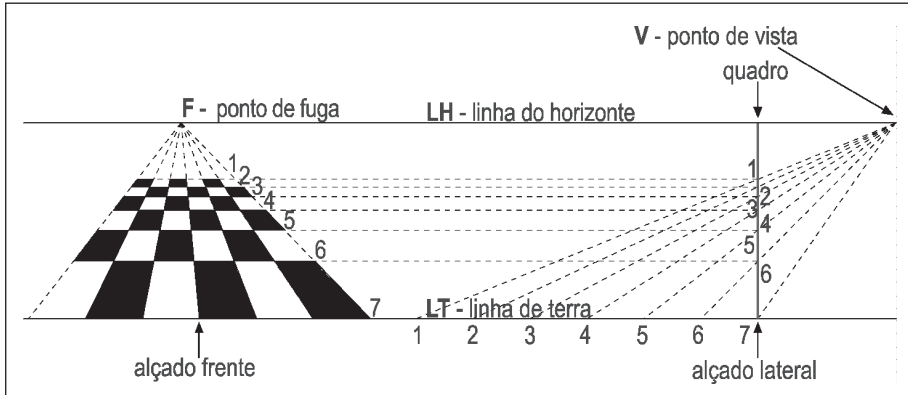


Figura 97 - Processo de localização das linhas horizontais no espaço da perspectiva. Através da construção do perfil lateral e da planta da quadrícula, segundo Brunelleschi.

De seguida, habilmente, resolveu o problema da situação das linhas horizontais, que embora paralelas entre si diminuam de distância à medida que se afastavam no horizonte (figura 97). Simplesmente desenhou a quadrícula de perfil e em planta, obtendo as distâncias com rigor. Se Alberti resolveu muito no plano teórico, no plano prático revolucionou quase tudo. Ao estabelecer uma quadrícula indeterminada numa composição, criava o ponto de partida para os pintores desenharem e colocarem as formas proporcionadas no quadro.

Alberti quase que descobriu os pontos de distância (D) e (D'), se prolongasse as diagonais dos quadrados traçados em perspectiva até à linha do horizonte (LH) (figura 98).

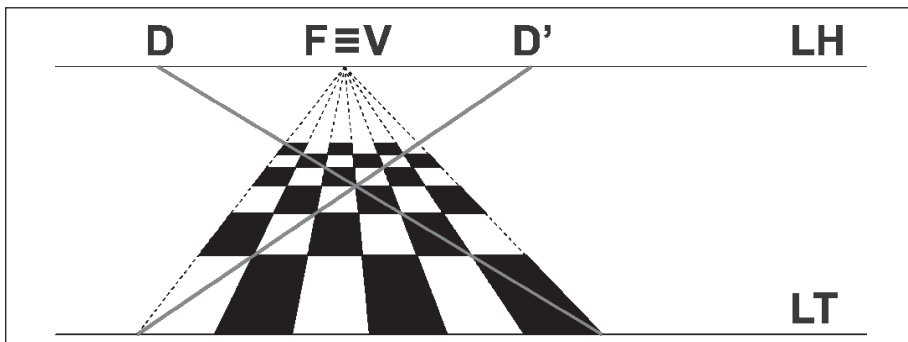


Figura 98 - Processo elementar de localização das diagonais de uma quadrícula, através da determinação dos pontos de distância (D) e (D'). Alberti quase que chegaria a descobri-los.

Os estudos de Alberti foram fundamentais para o desenvolvimento da perspectiva. A sua publicação, já referida neste trabalho "Trattato della Pittura" (1436), tratou-se da primeira publicação sobre perspectiva. Alberti ao estudar e desenvolver campos como a física, a matemática, a pintura, a música, a comédia e a literatura, foi a personagem renascentista característica.

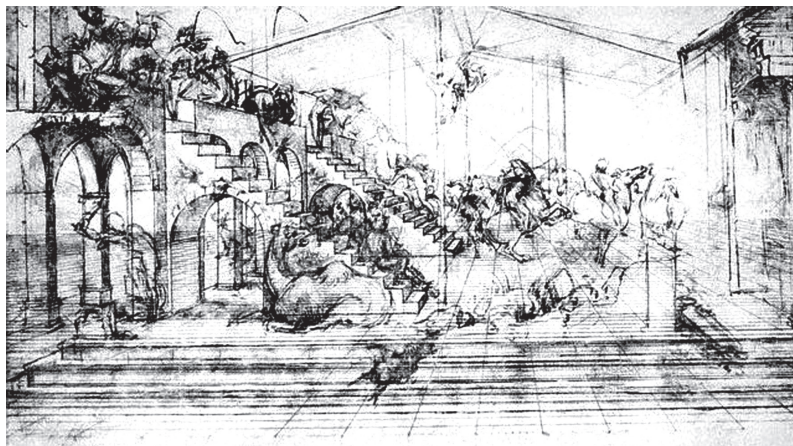


Figura 99 - Estudo para a “Adoração dos Magos”. Papel e tinta | 1481. Galeria degli Uffizi. Florença. A importância deste estudo demonstra que um dos princípios utilizados pelos artistas da época para determinar a perspectiva, era através da subdivisão do espaço (quadro geométrico) em quadrículas. Contudo, Leonardo, através dos seus relatos escritos, demonstra que a perspectiva não devia sobrepor-se à composição. Leonardo da Vinci (1452 – 1519).

Harmonia e Proporção

O rectângulo $\sqrt{5}$ no Templo de Salomão

O templo de Salomão, foi realizado no décimo ano do seu reinado e, demoraria 7 anos a ser edificado.

As dimensões do templo estão referidas na Bíblia numa medida designada de côvado, sendo que um côvado corresponde a 0,444 metros. O Templo de Salomão tinha 60 côvados de comprimento, 20 de largura e 30 de altura: 26,64 metros de comprimento x 8,88 metros de largura x 13,32 metros de altura.

Virado a Oriente, erguia-se um pórtico. O interior compreendia duas divisões (Santo e o Santo dos Santos). O Santo tinha 40 côvados de comprimento. O Santo dos Santos, que se prolongava do lado do Oriente, tinha 20 côvados de comprimento, 20 de largura e 20 de altura. As paredes e o tecto do Templo de Salomão eram guardados de tábuas de cedro.

A fachada da entrada estava virada para oriente e além do pórtico (destituído de tecto) já referido, existiam duas colunas que não sustentavam nenhuma estrutura. As colunas, uma de cada lado do pórtico tinham as seguintes designações:

A coluna da direita (lado sul) era chamada Jaquim⁴², que

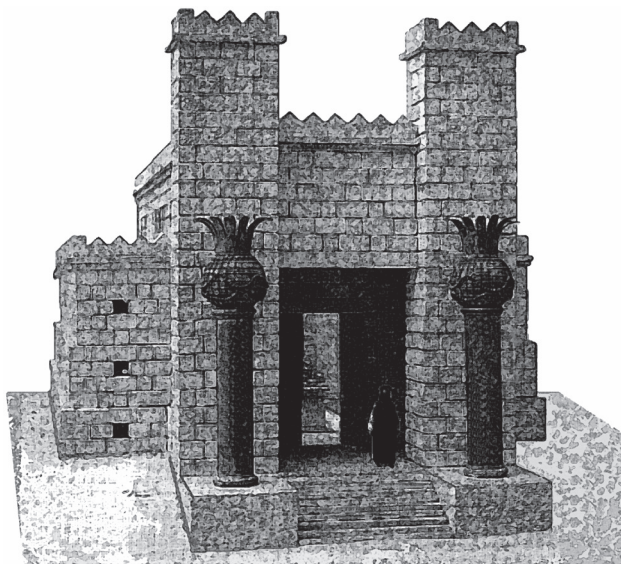


Figura 100 - Um das muitas tentativas de representação do Templo de Salomão. Desenho de autor desconhecido.

significa: “Ele (Yahweh) estabelece”, referindo-se ao templo e à sua adoração;

A coluna da esquerda (lado norte) era chamada Boaz⁴³, que quer dizer: “Nele (em Yahweh) há força”, no sentido de que Israel, seu templo e sua adoração não podiam ser derrotados, pois a manifestação divina sempre estaria presente para conferir significado e estabilidade⁴⁴.

O templo estava assente em 12 colunas que não faziam parte da estrutura de sustentação, já que o tecto era em tábuas de cedro. Tal como as duas colunas exteriores, as colunas interiores também tinham apenas o valor simbólico ligado ao número 12. A noção de simetria está também presente nesta estrutura arquitectónica.

Com a tomada de Jerusalém por Nabucodonosor, as colunas de Salomão foram levadas para a Babilónia⁴⁵.

As dimensões do Templo de Salomão indicam que não era uma estrutura arquitectónica de grandes dimensões (26,64 metros de comprimento x 8,88 metros de largura + 13,32 metros de altura).

Convém no entanto referenciar os locais e dimensões para melhor leitura das imagens seguintes (figuras 62 a 64):

- 1- Altar de bronze | 20 côvados de comprimento x 20 côvados de largura x 10 côvados de altura;
- 2- Colunas de bronze (com capitéis proto – jónicas?) | 18 côvados de altura + 5 côvados) e 10 degraus? ;

- 3 - Abertura sem batentes | 14 a 20 côvados de largura?);
- 4 - Vestíbulo | 20 côvados de comprimento x 10 côvados de largura);
- 5 - Porta do Templo | 10 a 20 côvados de largura?);
- 6 - Santo, revestido de ouro e com janelas | 40 côvados de comprimento x 20 côvados de largura);
- 7 - Porta, de 5 ângulos, do Santo dos Santos | 16 côvados de largura?);
- 8 - Santo dos Santos, revestido de ouro | 20 côvados de comprimento x 20 côvados de largura x 20 côvados de altura);
- 9 - Celas laterais | 5 côvados de altura cada uma, 5 côvados de largura, 6 côvados de largura e 7 côvados de largura);
- 10-Rampa | 6 côvados de altura?) formando a base das celas laterais (?)
- 11- Balaustrada de madeira de sândalo.

O quadrado seria a base estruturante do Templo edificado por Salomão. O chão do interior estava decorado com uma quadrícula de ladrilhos brancos e pretos. Contudo, será interessante observar a planta e os alçados laterais, para se verificar que já na época era conhecido o rectângulo raiz quadrada, já abordado neste trabalho. Será também interessante observar que a divisão mais interior designada de “Santo dos Santos”, tem a forma cúbica.

Se observarmos o esquema da planta do templo na figura 101, verifica-se que esta corresponde com rigor, ao rectângulo $\sqrt{5}$ que, na realidade é um quadrado com duas secções áureas.

Se observarmos o esquema do alçado lateral Norte do templo (que é igual ao alçado Sul), na figura 102, verifica-se que também corresponde com rigor ao rectângulo $\sqrt{5}$, que na realidade é um quadrado com duas secções áureas.

Se observarmos o esquema dos alçados laterais Oeste e Este do templo na figura 103, verifica-se que correspondem ao quadrado.

Perante estes factos referidos, o Templo de Salomão pode considerar-se como a obra estrutural mais perfeita e harmónica, correspondendo a todos os cânones de beleza geométrica definidos por pelo pitagorismo.

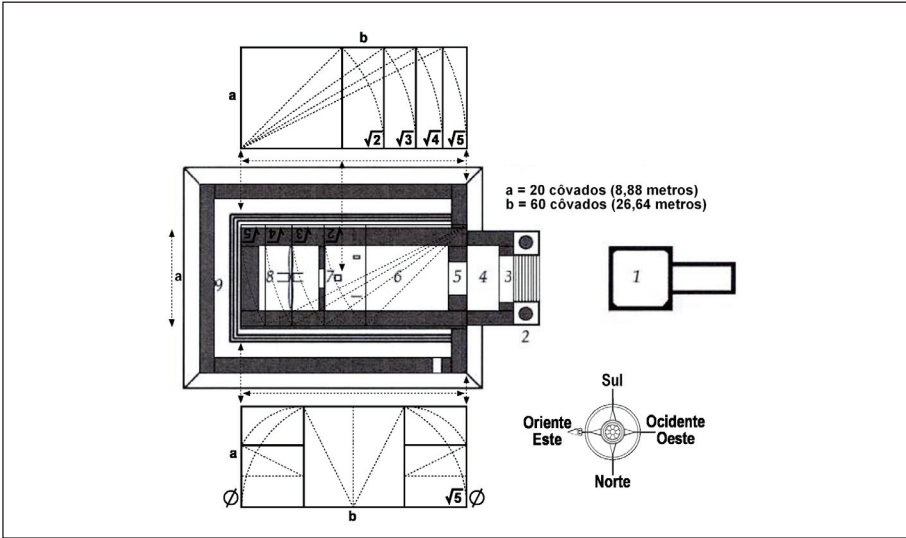


Figura 101 - A planta do Templo de Salomão corresponde com rigor ao retângulo $\sqrt{5}$ que na realidade é um quadrado com duas secções áureas.

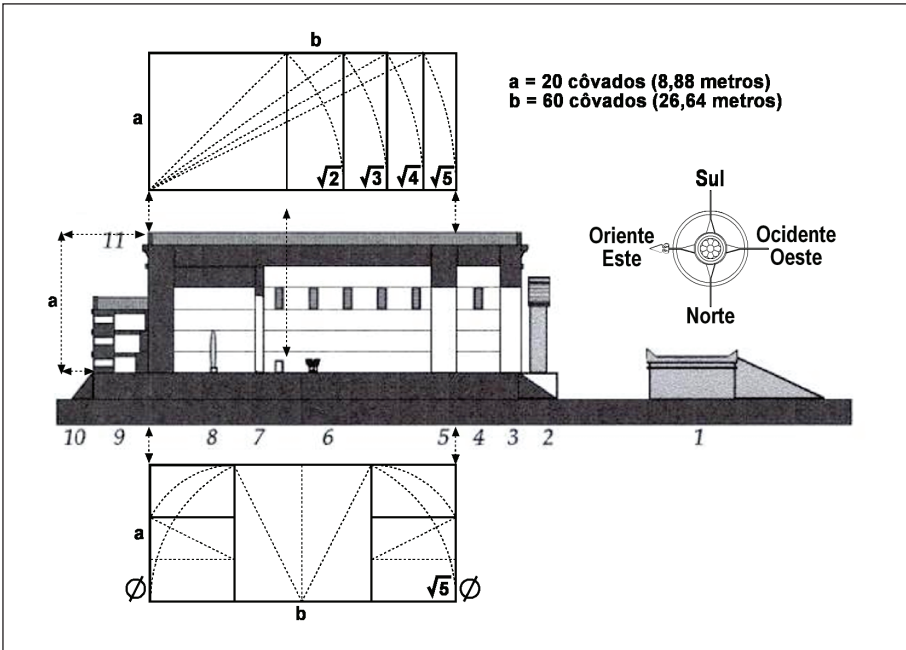


Figura 102 - Os alçados laterais Norte e Sul do Templo de Salomão, correspondem com rigor ao retângulo $\sqrt{5}$, que na realidade é um quadrado com duas secções áureas.

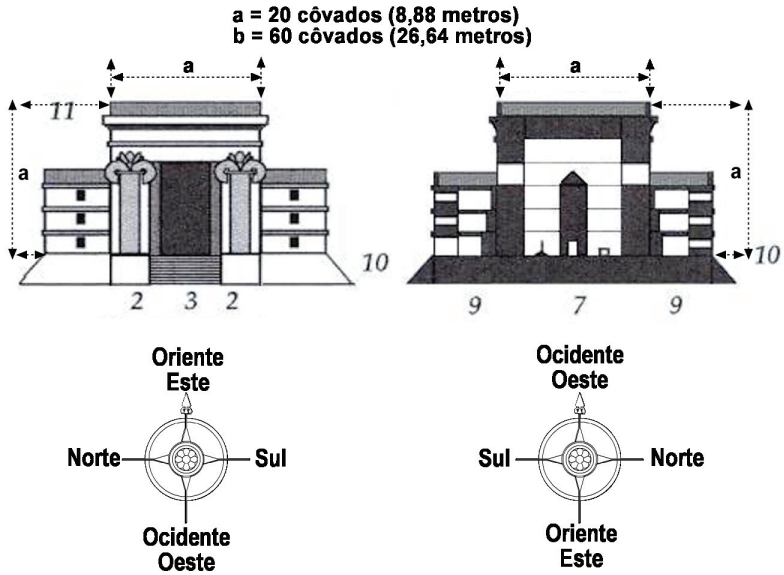


Figura 103 - Os alçados laterais Oeste (pórtico) e Este do Templo de Salomão correspondem ao quadrado.

Resolução do ponto da Bauhütte

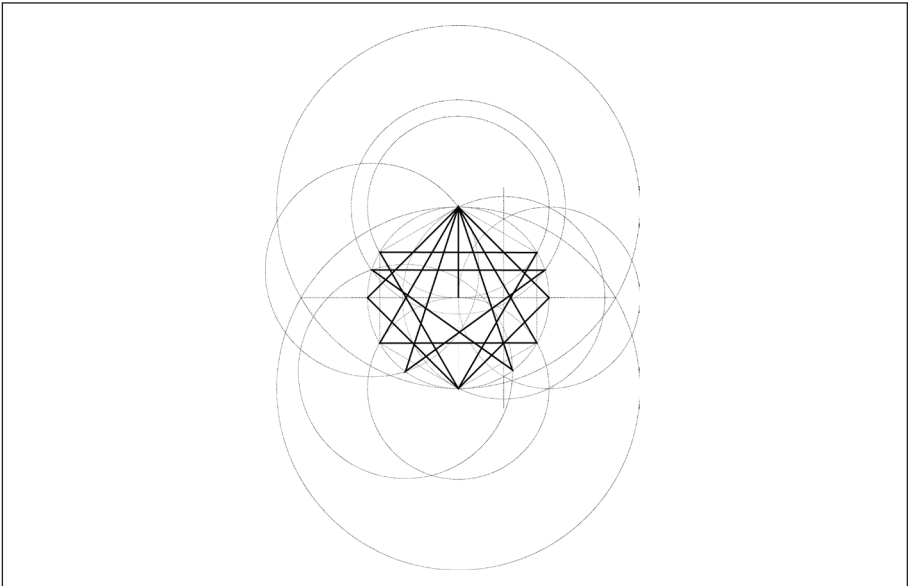


Figura 104 - Determinação do Ponto da Bauhütte por Luís Canotilho.

Bibliografia

- 46 a.C. – VITRUVIUS. *Tratado de arquitectura*.
- 250 a.C. – EUCLIDES. *Tratado sobre óptica*.
- 1436 - ALBERTI, Leon Batista. *Tratatto della Pittura* (talvez a primeira publicação específica sobre perspectiva).
- 1440 - BRAMBIANTINO, Bartolomeu. *Regole di Prospettiva e Misure delle Antichità di Lombardia*.
- 1486 - RORICZER, Matthias. *Livret de la rectitude dès pinacles*.
- 1494 - PACCIOLLI, F. Luca. *Summa d' Aritmetica e Geometria*.
- 1525 - DURER, Albrecht. *Viático do Aprendiz de Pintor*.
- 1550 - VIATOR, Jean Pelerin. *De Artificialis Perspective*.
- 1560 - COUSIN, J. *Livre de Perspective*.
- 1612 - CAUSE, Salomon de. *Perspective avec la raison des ombres*.
- 1615 - SERLIO, Sebastiano. *Opere d'architettura e Prospettiva di S. D. Scamozzi*.
- 1619 - MAROLAIS, Samuel. *La Perspective contenant la théorie et la pratique*.

- 1625 - HOUDIN, H. *Institution en la Perspective.*
- 1642 – DUBREUIL. *The Jesuits Perspective.*
- 1651 - VINCI, Leonardo da. *Trattato della Pittura.*
- 1652 - NICERON, Père. *La Perspective curieuse.*
- 1661 – BOURGOING. *La Perspective Affranchie de l'embarras du point du vue.*
- 1669 - ALBERTINI, André. *Deux livres sur la Perspective.*
- 1669 - BARBARO, Daniel. *Practica di Prospettiva.*
- 1672 - TROGLI, Giuliu. *Parodossi della Prospettiva.*
- 1673 - DESCHALESQUE, Père. *La Perspective du; qui se trouve dans son Coursus Mathematicus.*
- 1693 – POZZO. *La Perspectiva pictorum et architectorum.*
- 1701 - LAMI, Père. *La Traité de Perspective ou sont contenus les fundements de la peinture.*
- 1711 - GRAVESANDE, S. *L'Essai de Perspective.*
- 1731 - TAYLOR, Dr. Brook. *Linear Perspective.*
- 1745 – JACQUIER, Père. *Elementi di Prospettiva.*
- 1748 – HAMILTON. *Stereography, a general Treatise of Perspective in all its branches.*
- 1749 - TAYLOR, Brook. *New Principies of linear Perspective.*
- 1750 - JEAURAT, de. *Traité de Perspective pratique à l'usage des artistes. L'Académie des Sciences*
- 1750 – PETITOT. *Raisonnement sur la Perspective pour enfaciliter l'usage aux artistes.*
- 1754 - KIRBY, John JOSHUA, Dr. Brook TAYLORS'. *Method of Perspective made easy both in theory and practice.*
- 1757 – ROI. *Le Essay sur la Perspective pratique par le moyen du calcul.*
- 1770 – PRIESTLEY. *Familiar introductions in the theorie and practice of Perspective.*
- 1776 - MALTON, Thomas. *A complete Treatise on Perspective in theory and pratice on the PrincipIes of Dr. Brook Taylor.*
- 1800 - MALTON, James. *The Young Pajnters Maulstick; being a practical treatise on Perspective.*

- 1803 - A.R.A., Edward Edwards. *Practical Treatise on Perspective on the Principles of Dr. Brook Taylor.*
- 1805 – HODSON, T. *The Cabinet of the Arts.*
- 1808 - NOBLE, T. *Practical Perspective.*
- 1832 – BARBARO. *Practica della Prospettiva.*
- 1837 - F.R.S., John BURNET. *The education of the eye with reference to Painting.*
- 1840 - HOFFSTARD, Friedrieich. *Les principes du style gothique exposés d'après des documents authentiques du Moyen – Age, à l'usage des ouvriers et des artistes.*
- 1852 - PYNE, George. *Perspective for Beginners.*
- 1862 – BURCHET. *Linear Perspective.*
- 1872 - PENLEY, Aaron. *Elements of Perspective.*
- 1873 - CASSAGNE, M. A. *Traité Pratique de Perspective.*
- 1874 – HENRIET. *Cours Rational de Dessin.*
- 1883 - WARE, W.R. *Modern Perspective Plates.*
- 1884 - TROBRIDGE, G. *The Principies of Perspective.*
- 1886 - CASSAGNE, Armand. *Practical Perspective applied to artistic and industrial design.*
- 1888 - JAMES, Henry. *Handbook of Perspective.*
- 1891 - FERGUSON, F. O. *Architectural Perspective.*
- 1892 - CARROLL. J. M. *Principles and Practice of Perspective.*
- 1897 - POLAK, S. *Theory and Practice of Perspective Drawing.*
- 1960 - BRUNO, Sampaio, *Os Cavaleiros do Amor.* Compil. e introd. De Joel Serrão. Guimarães Editores. Lisboa.
- 1960 - JAY Hambidge. *Practical Applications of Dynamic Symmetry, The Devin-Adair Company.* New York.
- 1974 - SMITH, Stan. *Anatomia, Perspectiva y Composicion para el artista.* Hermann Blume.
- 1976 - COLE, Rex Vicat. *Perspective for artists.* Dover Publications, Inc. New York.
- 1976 - MUNARI, Bruno. *Design e Comunicazione Visiva.* Biblioteca di Cultura Moderna. Laterza.
- 1977 – GEOMETRIA. série escolar – educação. Autor desconheci-

- do. Editora Educação Nacional de Adolfo Machado, Rua do Almada, 125. Porto.
- 1977 - MERCOLLI, A. *Teoria del Campo*. Corso di educazione alla visione. Sansoni.
- 1978 - CARDOSO, Paulo. *Frei Luís de Sousa: Uma Leitura Esotérica, Perspectivas & Realidades*. Lisboa.
- 1978 - COSTA, Dalila Pereira da. *A Nau e o Graal*. Lello & Irmãos Editores. Porto.
- 1984 - GRUBE, G. M. A. *El pensamiento de Platón*. Madrid. Gredos.
- 1985 - HUNTLEY, H. E. *A Divina Proporção - Um Ensaio sobre a Beleza na Matemática*. Brasília Editora. Universidade de Brasília.
- 1985 - WHITE, Gwen. *Perspective. A Guide for Artists, Architects and Designers*. Watson - Guptill Publicatios. New York.
- 1986 - DURAND, Gilbert. *O Imaginário Português e as Aspirações do Ocidente Cavaleiresco, in Cavalaria Espiritual e Conquista do Mundo*. Org. Yvette K. Centeno. Instituto Nacional de Investigação Científica. Lisboa.
- 1986 - FREITAS, Lima de. *Considerações Portuguesas em torno do Preste João*. In *Cavalaria Espiritual e Conquista do Mundo*. Org. Yvette K. Centeno. Instituto Nacional de Investigação Científica. Lisboa.
- 1986 - PESSOA, Fernando. *Obra Poética e em Prosa*. Org. António Quadros e Dalila Pereira da Costa. Volume I. Lello & Irmão Editores. Porto.
- 1987 - DURAND, G. *Mitolvsismos de Lima de Freitas, Perspectivas & Realidades*. Lisboa.
- 1990 - ECO, Umberto. *O Pêndulo de Foucault*. Círculo de Leitores. Lisboa.
- 1991 - FRANCANSTEL. *Peinture et Societé (...)*. Paris. Denoel / Gonthier.
- 1991 - H. DAMISCH. *El Origen de la Perspectiva*. Madrid. Alianza Forma.
- 1991 - HAPPEL, Bruno. *L'Ordre du Temple: Les Textes Fondateurs*. Guy Trédaniel Éditeur. Paris.
- 1991 - PANOFKY. *A Perspectiva Como Forma Simbólica*. Lisboa. Edições 70.
- 1993 - ASINS, Francisco. *Cómo se dibuja al lápiz (perspectiva,*

retrato, dibujos maestros, trazos, esbozos y copias, detalles y expresión, los materiales y su manejo, técnicas, recomendaciones y consejos. Curso práctico completo). Editorial de Vecchi. Barcelona.

- 1993 - COLE, Alison. *Perspective: A Collins Eyewitness Guide to Art*. Harper Collins. London. UK.
- 1993 - FRANZ, Rziha. *Estudos sobre as marcas dos pedreiros*.
- 1993 - NEGREIROS, Almada. *Um percurso possível*. Coord. Cabral, G.S. e Lopes, F. Imprensa Nacional – Casa da Moeda. Lisboa.
- 1993 - FREITAS, Lima de. *515, Le Lieu du miroir*. Albin Michel. Paris.
- 1994 - CHEVALIER, J. e GHEERBRANT, A. *Dicionário dos Símbolos*. Teorema. Lisboa.
- 1994 – NAUBERT - Riser, C. Klee. *Estampa / Círculo de Leitores*. Lisboa.
- 1995 - BRUSATI, Celeste. *Artifice and Illusion: The Art and Writing of Samuel van Hoogstraten*. University of Chicago Press. Chicago. USA.
- 1996 - ANES, José Manuel. *Re - Criações Herméticas*. Hugin Editores. Lisboa.
- 1996 – BAUVAL Y GILBERT. *The Orion Mystery*. Buenos Aires. Argentina. Emece Editores.
- 1996 - BOYER, C. *Historia de la Matemática*. Madrid. Alianza Universidad.
- 1997 - FREITAS, LIMA de. *Almada e o Número*. Biblioteca Arcádia. Lisboa.
- 1997 – J. V. FIELD. *The Invention of Infinity (...)*. Oxford / New York / Tokyo. Oxford University Press.
- 1998 - FREITAS, LIMA de. *50 anos de pintura*. Hugin. Lisboa.
- 1999 - COSTA, AMORIM da, A. M. *Alquimia, Um discurso religioso*. Vega.
- 1999 - KACZOR, Pablo J.; SCHAPOSCHNIK, Ruth A.; Franco Eleonora; Cicala, Rosa A. y Díaz, Bibiana H. *Matemática I*. Editorial Santillana. Polimodal.
- 1999 - LOUÇÃO, Paulo Alexandre. *Os Templários na Formação de Portugal*. Ésquilo Multimédia. Lisboa.
- 2000 - ÁLVAREZ, Cristina; ÁLVAREZ, Fernando; GARRIDO, Luis Mario; MARTINEZ, Stella M. y Ruiz, ANDRÉS. *Matemática*

- I - Ciências*. Editorial Vicens Vives. Polimodal. Primer Año.
- 2000 – CARIONE, Noemi H; CARRANZA, Susana G; DIÑERO, María Teresa; LATORRE, María Laura y TRAMA, Eduardo E. *Matemática 3*. Editorial Santillana.
- 2000 - DAEHNHARDT, Rainer. *Páginas Secretas da História de Portugal*. Publicações Quipu. Lisboa.
- 2000 - LIVIO, Mario. *Razão áurea: a história do phi*. São Paulo.
- 2000 - PERERO, Mariano. *Historia e Historias de matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.
- 2000 - VITERBO, Frei Joaquim de Santa Rosa. *O Templo e a Ordem Templária de Portugal*. Director Manuel J. Gandra. Ano I. n.º 1.
- 2001 - ALVES, Adalberto. *As Sandálias do Mestre: Em Torno do Sufismo de Ibn Qasi nos Começos de Portugal*. Hugin Editores. Lisboa.
- 2001 - CALVET, Carlos. *Mitogeometria de Portugal*. Hugin Editores. Lisboa.
- 2001 - GUEDJ, Denis. *El imperio de las cifras y los números*. Biblioteca de bolsillo. Claves. Ediciones Grupo Zeta.
- 2002 - ANDRÉS. *Matemática 9*. Editorial Vicens Vives. E.G.B. Tercer Ciclo. Noveno Año.
- 2003 - REALE, G. *Por una nueva interpretación de Platón*. Barcelona. Herder.
- 2004 - CANOTILHO, Luís. *Perspectiva Pictórica*. Instituto Politécnico de Bragança.
- 2004 - ECO, U. (ed.). *Historia de la belleza*. Barcelona. Lumen.
- 2004 - NEUFERT, Ernst; NEUFERT, Peter. *Arte de projectar em arquitectura*. Barcelona. Editorial Gustavo Gili.
- 2004 - ÁLVAREZ, Cristina; ÁLVAREZ, Fernando, Garrido; MÁRIO Luís; MARTINEZ, Stella M. y RUIZ.

Notas

- 1) Giovanni da Fidanza(1221 - 1274). Franciscano italiano conhecido pelo nome de Bonaventure. Foi um teólogo e doutor da Igreja.
- 2) Luca Paccioli. (1445–1517). Arquitecto italiano. Em 1494 publicou o seu famoso livro “Summa de Arithmetica, Geometria proportioni et propornaliti” (coleção de conhecimentos de aritmética, geometria, proporção e proporcionalidade).
- 3) Polígonos conhecidos: Triângulo (3 ângulos ou lados); Quadrilátero (4 ângulos ou lados); Pentágono (5 ângulos ou lados); Hexágono (6 ângulos ou lados); Heptágono (7 ângulos ou lados); Octógono (8 ângulos ou lados); Eneágono (9 ângulos ou lados); Decágono (10 ângulos ou lados); Hendecágono (11 ângulos ou lados); Dodecágono (12 ângulos ou lados); Pentadecágono (15 ângulos ou lados); Isocágono (20 ângulos ou lados).
- 4) A circunferência costuma notar-se pela letra do centro (O ou C).
Na circunferência ainda há a considerar as seguintes linhas: Corda | segmento de recta que une dois pontos da circunferência; Tangente | recta que toca a circunferência num só ponto; Secante | recta que corta a circunferência em dois pontos.
- 5) Qualquer porção limitada da circunferência é designada de arco de círculo.
- 6) No que respeita aos lados podemos identificar três triângulos: Triângulo Equilátero, quando tem os três lados iguais; Triângulo Isósceles, quando tem apenas dois lados iguais; Triângulo Escaleno, quando tem todos os lados desiguais.
- 7) No que respeita aos ângulos podemos identificar três triângulos: Triângulo Acutângulo, quando tem os três ângulos agudos; Triângulo Rectângulo, quando tem um ângulo recto (90°); Triângulo Obtusângulo, quando tem um ângulo obtuso.
- 8) Os grémios de construtores tiveram início a partir do século XIII. Grémio em

inglês tem a designação de Guilds, enquanto que em alemão é designado de Bauhütte.

- 9) O termo “número de ouro” só nasceu em 1932 e deve-se a Matila Ghyka, diplomata e engenheiro romeno, que sobre o termo realizou uma volumosa obra. O livro de Matila Ghyka publicado em 1932 resultou num grande êxito já que, estava inspirado na corrente filosófica alemã do século XIX, que consagravam Platão e Euclides, numa tentativa de criar uma espécie de estética científica.
- 10) Leonardo Fibonacci (1170 – 1240). Matemático italiano, nascido na cidade de Pisa. A sucessão de Fibonacci constitui-se numa série de números, onde o valor de cada corresponde à soma dos dois precedentes: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181, 6765, 10946..., e assim sucessivamente.
- 11) Pitágoras nasceu em 570 a.C., em Samos, na Grécia. Seria na cidade de Crotono, no sul da Itália, onde fundaria a "Irmandade Pitagórica". No seio desta irmandade, deslumbrada pelas propriedades dos números inteiros, Pitágoras descobriria o seu famoso teorema.
- 12) Jay Hambidge, publicou em 1925 o livro "The Parthenon and Other Greek Temples: Their Dynamic Symmetry".
- 13) Na cultura cristã primitiva, a estrela de cinco pontas, sendo a Estrela do Oriente ou a Estrela da Iniciação, é a que simbolizou o nascimento de Jesus. É o símbolo do Homem Perfeito, da Humanidade plena entre Pai e Filho. O homem nos seus cinco aspectos: físico, emocional, mental, intuitivo e espiritual.
- 14) Piero della Francesca (1410 - 1492), representante do Quattrocento Italiano, permaneceu no esquecimento até que, em princípios do século XIX, foi considerada pelos estudiosos uma importante expressão da arte renascentista italiana. Aluno de Domenico Veneziano, em 1442, tornou-se conselheiro municipal de Borgo San Sepulcro, onde executou o seu primeiro trabalho, para a confraria da Misericórdia. Em 1452, realizou os afrescos da igreja de San Francisco, em Arezzo, obra monumental, conhecida como "A lenda da verdadeira". Em 1459, Piero esteve em Roma ao serviço do papa Pio II. Viveu depois, entre Arezzo e Urbino, até que retornou, já velho e cego, à cidade natal. Permanecem, deste artista renascentista, dois tratados escritos sobre perspectiva e geometria.
- 15) O período quinhentista em Itália corresponde ao século XVI (1501 - 1600). Durante esse período italiano, designado de Alta Renascença, observamos o aparecimento da escola de Veneza e o maneirismo.
- 16) Jules Chéret (1836 – 1932). Pintor e litógrafo francês.
- 17) Adolphe Mouron (1901 – 1968). Artista plástico francês.
- 18) Max Bill (1908 – 1994). Designer gráfico suíço e professor de design.
- 19) Jan Tschichold (1902 – 1974). Tipógrafo alemão e professor de design.
- 20) Josef Müller Brockmann (1914 – 1996). Designer gráfico de origem suíça.
- 21) Wim Crouwel (nasc. em 1928). Artista gráfico e designer alemão.
- 22) Bruno Monguzzi (nasc. em 1941). Designer suíço.
- 23) Ludwig van Beethoven (1770 - 1827). Compositor alemão que viveu no período de transição entre o classicismo e o período romântico do século XIX. Compôs 32 sonatas para piano.
- 24) Antonio Giacomo Stradivari (Cremona, 1648 - Cremona, 1737). Foi como discípulo de Nicolo Amati que aprendeu a construir instrumentos de corda (violinos, violas e violoncelos, contra-baixos, violões e harpas).
- 25) Homero foi um poeta grego que viveu provavelmente no século VIII a.C. Conhecido pelas suas obras épicas Ilíada e Odisséia.

- 26) Luís Vaz de Camões (Data provável de nascimento 1524 - 1580). Poeta português.
- 27) Serguei Mikhailovitch Eisenstein (1898 - 1948). É o realizador russo mais importante do século XX, sendo conectado com movimento de arte da vanguarda russa, tendo participado apaixonadamente, em toda a revolução russa de 1917.
- 28) Wikipédia.
- 29) Marcus Vitruvius Pollio ou Marcos Vitruvius Polião (século I a.C.) Arquitecto teórico romano que escreveu em dez volumes De Architectura (aprox. 40 a.C.). Este conjunto, o único tratado do período grego – romano, constituiu a principal referência do Renascimento. O cânon de proporção que construiu para a arquitectura “utilitas, venustas e firmitas” (utilidade, beleza e solidez), deu origem ao classicismo.
- 30) Leon Battista Alberti (1404 - 1472). Mais conhecido pela sua obra de arquitectura, Alberti simboliza o humanismo italiano, já que foi como Leonardo da Vinci um teórico, arquitecto, urbanismo, pintor, músico e escultor. Foi Giorgio Vasari quem escreveu sobre Alberti, personificando-o como “uomo universale”.
- 31) Albrecht Dürer (1471 - 1528) Gravador, pintor e ilustrador alemão. Dürer, em 1512 tornou-se o pintor de corte de Maximiliano I da Alemanha. Após a morte do imperador (1520), vai viver para os Países Baixos. É o autor de vários tratados sobre a perspectiva, matemática, geografia, arquitectura, geometria e fortificação. Dürer representa também o espírito humanista do Renascimento.
- 32) Doménikos Theotokópoulos (1541 – 1614), popularmente conhecido como El Greco, foi um artista grego que viveu em Espanha (“El Griego”). Foi um pintor maneirista. Convém referir que do mesmo período, temos figuras como António da Costa, Grão Vasco e Paolo Veronese.
- 33) Luca Bartolomeo de Pacioli (1445 - 1517?). Monge franciscano, personalidade fundamental no campo da matemática e de grande influência no humanismo renascentista. Em 1494 foi publicada em Veneza a “Summa de Arithmetica, Geometria proportioni et propornaliti” (coleção de conhecimentos de Aritmética, Geometria, proporção e proporcionalidade). Em 1509 escreveu a sua segunda obra mais importante, “De Divina Proportioni”, ilustrada por da Vinci.
- 34) Leonardo da Vinci, dentro das suas múltiplas facetas como renascentista, realizou um estudo profundo da geometria de Euclides e Platão, ilustrando-a de uma forma importante, deixando mesmo de pintar durante um longo período, e dedicando-se à realização volumétrica do que conhecemos como sólidos platónicos.
- 35) Leitura do sistema de proporção humana: O centro do corpo humano é definido pela pélvis sendo que as pernas abertas formam o triângulo equilátero; O comprimento dos braços abertos em posição horizontal é igual a sua altura, integrando-se deste modo no quadrado.
- 36) Ernst Neufert (1900 – 1986). Arquitecto alemão que escreveu o livro “A Arte de Projectar em Architectura”. Referência fundamental do século XX, é uma publicação que aborda os princípios, normas, regulamentos, construção, urbanismo, mobiliário, etc. Com mais de 6.200 ilustrações e tabelas, é o livro de arquitectura mais vendido durante o século XX, estando actualmente na 17ª edição portuguesa e na 35ª edição alemã.
- 37) Cerca de 715 a.C., Numa Pompílio sucede a Rómulo, tornando-se no segundo rei de Roma (até 673 a.C.). Ao analisar o calendário, Numa apercebe-se que aquele estava atrasado relativamente ao ano trópico. Novos cálculos demonstraram então, que o ano continha realmente cerca de 12 lunações – mais duas do que anteriormente admitido – correspondente a 354 dias. Mantendo a nomencla-

tura dos meses, por esta apresentar um aspecto muito prático, Numa Pompílio defendeu o acréscimo de mais dois meses ao calendário em vigor.

- 38) “Die Proportion in der Antike und Mittelalter”.
- 39) Franz Rziha publicou em 1993 o livro “Estudos sobre as marcas dos pedreiros”, obra na qual o autor decifrava alguns segredos da geometria dos antigos.
- 40) Roriczer, Matthias. “livret de la rectitude dès pinacles”. 1486.
- 41) Hoffstard, Friedrieoh. “les principes du style gothique exposés d’après des documents authentiques du Moyen – Age, à l’usage des ouvriers et des artistes”. 1840.
- 42) Reis 7:21
- 43) Reis 7:21
- 44) Salmos 28:7 e 8; 46:1 e 2; 62:78; 140:7; Isaiás 45:24; 49:5; Jeremias 16:19.
- 45) II Reis 25:13 e Jeremias 52:17

Títulos publicados:

- 1 • **A agricultura nos distritos de Bragança e Vila Real**
Francisco José Terroso Cepeda – 1985
- 2 • **Política económica francesa**
Francisco José Terroso Cepeda – 1985
- 3 • **A educação e o ensino no 1º quartel do século XX**
José Rodrigues Monteiro e Maria Helena Lopes Fernandes – 1985
- 4 • **Trás-os-Montes nos finais do século XVIII: alguns aspectos económico-sociais**
José Manuel Amado Mendes – 1985
- 5 • **O pensamento económico de Lord Keynes**
Francisco José Terroso Cepeda – 1986
- 6 • **O conceito de educação na obra do Abade de Baçal**
José Rodrigues Monteiro – 1986
- 7 • **Temas diversos – economia e desenvolvimento regional**
Joaquim Lima Pereira – 1987
- 8 • **Estudo de melhoramento do prado de aveia**
Tjarda de Koe – 1988
- 9 • **Flora e vegetação da bacia superior do rio Sabor no Parque Natural de Montesinho**
Tjarda de Koe – 1988
- 10 • **Estudo do apuramento e enriquecimento de um pré-concentrado de estanho tungsténio**
Arnaldo Manuel da Silva Lopes dos Santos – 1988
- 11 • **Sondas de neutrões e de raios Gama**
Tomás d'Aquino Freitas Rosa de Figueiredo – 1988
- 12 • **A descontinuidade entre a escrita e a oralidade na aprendizagem**
Raul Iturra – 1989
- 13 • **Absorção química em borbulhadores gás-líquido**
João Alberto Sobrinho Teixeira – 1990

-
- 14 · **Financiamento do ensino superior no Brasil – reflexões sobre fontes alternativas de recursos**
Victor Meyer Jr. – 1991
 - 15 · **Liberalidade régia em Portugal nos finais da idade média**
Vitor Fernando Silva Simões Alves – 1991
 - 16 · **Educação e loucura**
José Manuel Rodrigues Alves – 1991
 - 17 · **Emigrantes regressados e desenvolvimento no Nordeste Interior Português**
Francisco José Terroso Cepeda – 1991
 - 18 · **Dispersão em escoamento gás-líquido**
João Alberto Sobrinho Teixeira – 1991
 - 19 · **O regime térmico de um luvissole na Quinta de Santa Apolónia**
Tomás d'Aquino F. R. de Figueiredo - 1993
 - 20 · **Conferências em nutrição animal**
Carlos Alberto Sequeira - 1993
 - 21 · **Bref aperçu de l'histoire de France – des origines à la fin du II^e empire**
João Sérgio de Pina Carvalho Sousa – 1994
 - 22 · **Preparação, realização e análise / avaliação do ensino em Educação Física no Primeiro Ciclo do Ensino Básico**
João do Nascimento Quina – 1994
 - 23 · **A pragmática narrativa e o confronto de estéticas em *Contos de Eça de Queirós***
Henriqueta Maria de Almeida Gonçalves – 1994
 - 24 · **“Jesus” de Miguel Torga: análise e proposta didáctica**
Maria da Assunção Fernandes Morais Monteiro – 1994
 - 25 · **Caracterização e classificação etnológica dos ovinos churros portugueses**
Alfredo Jorge Costa Teixeira – 1994
 - 26 · **Hidrogeologia de dois importantes aquíferos (Cova de Lua, Sabariz) do maciço polimetamórfico de Bragança**
Luís Filipe Pires Fernandes – 1996

-
- 27 · **Micorrização in vitro de plantas micropropagadas de castanheiro (*Castanea sativa* Mill)**
Anabela Martins – 1997
- 28 · **Emigração portuguesa: um fenómeno estrutural**
Francisco José Terroso Cepeda – 1995
- 29 · **Lameiros de Trás-os-Montes: perspectivas de futuro para estas pastagens de montanha**
Jaime Maldonado Pires; Pedro Aguiar Pinto; Nuno Tavares Moreira – 1994
- 30 · **A satisfação / insatisfação docente**
Francisco Cordeiro Alves – 1994
- 31 · **O subsistema pecuário de bovinicultura na área do Parque Natural de Montesinho**
Jaime Maldonado Pires; Nuno Tavares Moreira – 1995
- 32 · **A terra e a mudança – reprodução social e património fundiário na Terra Fria Transmontana**
Orlando Afonso Rodrigues – 1998
- 33 · **Desenvolvimento motor: indicadores bioculturais e somáticos do rendimento motor de crianças de 5/6 anos**
Vítor Pires Lopes – 1998
- 34 · **Estudo da influência do conhecimento prévio de alunos portugueses na compreensão de um texto em língua inglesa**
Francisco Mário da Rocha – 1998
- 35 · **La crise de Mai 68 en France**
João Sérgio de Pina Carvalho Sousa – 1999
- 36 · **Linguagem, psicanálise e educação: uma perspectiva à luz da teoria lacaniana**
José Manuel Rodrigues Alves
- 37 · **Contributos para um estudo das funções da tecnologia vídeo no ensino**
Francisco Cordeiro Alves – 1998
- 38 · **Sistemas agrários e melhoramento dos bovinos de raça Mirandesa**
Fernando Jorge Ruivo de Sousa – 1998

-
- 39 · **Enclaves de clima Cfs no Alto Portugal – a difusa transição entre a Ibéria Húmida e a Ibéria Seca**
Ário Lobo Azevedo; Dionísio Afonso Gonçalves; Rui Manuel Almeida Machado – 1995
 - 40 · **Desenvolvimento agrário na Terra Fria – condicionantes e perspectivas**
Duarte Rodrigues Pires – 1998
 - 41 · **A construção do planalto transmontano – Baçal, uma aldeia do planalto**
Luísa Genésio – 1999
 - 42 · **Antologia epistolográfica de autores dos sécs. XIX-XX**
Lurdes Cameirão – 1999
 - 43 · **Teixeira de Pascoaes e o projecto cultural da “Renascença Portuguesa”**
Lurdes Cameirão – 2000
 - 44 · **Descargas atmosféricas – sistemas de protecção**
Joaquim Tavares da Silva
 - 45 · **Redes de terra – princípios de concepção e de realização**
Joaquim Tavares da Silva
 - 46 · **O sistema tradicional de exploração de ovinos em Bragança**
Carlos Barbosa – 2000
 - 47 · **Eficiência de utilização do azoto pelas plantas**
Manuel Ângelo Rodrigues, João Filipe Coutinho – 2000
 - 48 · **Elementos de física e mecânica aplicada**
João Alberto Sobrinho Teixeira
 - 49 · **A Escola Preparatória Portuguesa – Uma abordagem organizacional**
Henrique da Costa Ferreira – 2002
 - 50 · **Agro-ecological characterization of N. E. Portugal with special reference to potato cropping**
T. C. Ferreira, M. K. V. Carr, D. A. Gonçalves – 1996
 - 51 · **A participação dos professores na direcção da Escola Secundária, entre 1926 e 1986**
Henrique da Costa Ferreira – 2002

-
- 52 · **A evolução da Escola Preparatória – o conceito e componentes curriculares**
Henrique da Costa Ferreira – 2003
- 53 · **O Homem e a biodiversidade (ontem, hoje... amanhã)**
António Réffega – 1997
- 54 · **Conservação, uso sustentável do solo e agricultura tropical**
António Réffega – 1997
- 55 · **A teoria piagetiana da equilibração e as suas consequências educacionais**
Henrique da Costa Ferreira – 2003
- 56 · **Resíduos com interesse agrícola - Evolução de parâmetros de compostagem**
Luís Manuel da Cunha Santos – 2001
- 57 · **A dimensão preocupacional dos professores**
Francisco dos Anjos Cordeiro Alves – 2001
- 58 · **Análise não-linear do comportamento termo-mecânico de componentes em aço sujeitas ao fogo**
Elza M. M. Fonseca e Paulo M. M. Vila Real – 2001
- 59 · **Futebol - Referências sobre a orientação do jogo**
João do Nascimento Quina – 2001
- 60 · **Processos de cozedura em cerâmica**
Maria Helena Pires César Canotilho – 2003
- 61 · **Labirintos da escrita, labirintos da natureza em "As Terras do Risco" de Agustina Bessa-Luís**
Helena Génésio – 2002
- 62 · **A construção da escola inclusiva - um estudo sobre a escola em Bragança**
Maria da Conceição Duque Fernandes Ferreira – 2003
- 63 · **Atlas das aves nidificantes da Serra da Nogueira**
Domingos Patacho
- 64 · **Dialecto rionorês: contributo para o seu estudo**
Dina Macias – 2003

-
- 65 · **A aquisição e o desenvolvimento do vocabulário na criança de 4 anos - Estudo de um caso**
Dina Macias – 2002
- 66 · **Barbela, um trigo escravo - a cultura tradicional de trigo na terra fria bragançana**
Ana Maria Carvalho
- 67 · **A língua inglesa, uma referência na sociedade da globalização**
Eliane Cristine Raab Pires – 2002
- 68 · **Etnobotânica das aldeias da Moimenta da Raia e Rio de Onor**
Ana Maria Carvalho; Ana Paula Rodrigues
- 69 · **Caracterização Biofísica da técnica de Mariposa**
Tiago Barbosa – 2004
- 70 · **As inter-relações turismo, meio-ambiente e cultura**
Eliane Cristine Raab Pires – 2004
- 71 · **Avaliação do impacto dos cursos de jovens empresários agrícolas em Trás-os-Montes**
Maria da Graça Ferreira Bento Madureira – 2004
- 72 · **Do pai ao pior – 4 conferências**
Acílio da Silva Estaqueiro Rocha; José Manuel Rodrigues Alves;
José Martinho; J. Gaglianone
- 73 · **Alguns deícticos de lugar: Análise pragmática**
Dina Rodrigues Macias – 2004
- 74 · **Fórum de psicanálise, sonho e criatividade – 100 anos sobre a ciência dos sonhos de Freud**
Vários autores organizados por José Manuel Rodrigues Alves
- 75 · **Perspectiva pictórica**
Luís Manuel Leitão Canotilho – 2005
- 76 · **Ética e psicanálise em Lacan: o desejo, o bem e a condição humana**
José Manuel Rodrigues Alves
- 77 · **Oscar Wilde: a tragicidade da vida de um escritor**
Eliane Cristine Raab Pires – 2005

-
- 78 · **Diário MS9: Dilemas de uma professora principiante**
Francisco Cordeiro Alves – 2005
- 79 · **O estudo do meio social como processo educativo de desenvolvimento local**
Maria do Nascimento Esteves Mateus – 2008
- 80 · **A voz dos professores na primeira pessoa**
Francisco Cordeiro Alves – 2006
- 81 · **Língua e Cultura**
Eliane Cristine Raab Pires – 2006
- 82 · **Ciclo de Conferências 2003: Estudos e Literatura**
Escola Superior de Educação - Departamento de Português – 2006
- 83 · **Pedregosidade dos solos em Trás-os-Montes: importância relativa e distribuição espacial**
Tomás d'Aquino Freitas Rosa de Figueiredo
- 84 · **Uma panorâmica sobre os recursos pedológicos do Nordeste Transmontano**
Tomás d'Aquino Freitas Rosa de Figueiredo
- 85 · **Erosão hídrica dos solos em Trás-os-Montes: avaliação e avaliações**
Tomás d'Aquino Freitas Rosa de Figueiredo
- 86 · **Beginning teachers and diversity in school: A European Study**
Hugh Gash (editor) – 2006
- 87 · **Formação profissional e a promoção do desenvolvimento local e regional. Uma problematização**
Maria Patrocínia Correia Ferreira – 2006
- 88 · **Reflexões sobre empresas virtuais**
Luís Carlos Magalhães Pires – 2007
- 89 · **O intertexto camoniano na poesia de Manuel Alegre**
Dina Rodrigues Macias – 2008
- 90 · **Ciclos de vida das famílias agrícolas**
Maria da Graça Bento Madureira – 2008
- 91 · **A organização do processo de ensino em Educação Física**
João do Nascimento Quina – 2009

-
- 92 · A iconografia nos manuais escolares do Estado Novo**
Cristina Maria Mesquita Gomes Pires; Elza da Conceição Mesquita; Maria do Céu Ribeiro – 2009
- 93 · Da toxicodependência à depressão: Consumos, significações e prevalências**
António Ribeiro Alves; Leonel Preto; Augusta Mata; Inês Corredeira; Mário Escudeiro – 2008
- 94 · Do quadrado ao Ponto da Bauhütte**
Luís Manuel Leitão Canotilho – 2009

A publicar brevemente:

**As Inspeções da Educação em Portugal e Espanha na
segunda metade do séc. XX: Percursos e percepções**

Manuel Eugénio Ribeiro Ferreira

Análise, Projecto e Avaliação de Websites Educativos

Vitor Manuel Barrigão Gonçalves