

## INFLUÊNCIA DOS CONSTRANGIMENTOS NA TEMPERATURA CRÍTICA DE VIGAS SUJEITAS À ENCURVADURA LATERAL

Luís M. R. Mesquita<sup>1\*</sup>, Paulo A. G. Piloto<sup>1</sup>, Mário A. P. Vaz<sup>2</sup>, Paulo J. M. M. Vila Real<sup>3</sup>

1: Departamento Mecânica Aplicada  
Escola Superior de Tecnologia e de Gestão  
Instituto Politécnico de Bragança  
Campus Santa Apolónia, ap. 1134, 5301-857 Bragança – Portugal  
e-mail: {lmesquita, ppiloto}@ipb.pt, web: {www.ipb.pt/~lmesquita, www.ipb.pt/~ppiloto}

2: Departamento de Engenharia Mecânica e Gestão Industrial  
Faculdade de Engenharia  
Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, 4200-465 Porto – Portugal  
e-mail: gmavaz@fe.up.pt, web: www.fe.up.pt

3: Departamento de Engenharia Civil  
Universidade de Aveiro  
Campus Santiago, 3810-193 Aveiro – Portugal  
e-mail: pvreal@civil.ua.pt

**Palavras-chave:** Resistência ao fogo, Instabilidade de Vigas, Encurvadura lateral, Temperatura Crítica, Grau de Utilização, Análise numérica de grandes deslocamentos.

**Resumo.** *Quando uma viga sem constrangimentos laterais se encontra sujeita a um carregamento mecânico e é simultaneamente submetida ao efeito de temperaturas elevadas, pode ocorrer instabilidade por encurvadura lateral torsional devido à diminuição da capacidade resistente. São determinadas as equações diferenciais de equilíbrio para a encurvadura lateral e as respectivas condições de fronteira de elementos sujeitos a restrições e a temperaturas elevadas.*

*São apresentadas análises não lineares de geometria e material, realizadas no programa ANSYS, em vigas de aço IPE220 de diferentes comprimentos, sujeitas a um estado de flexão uniforme, correspondente a graus de utilização de 40 % e 60%. É analisado o efeito da rigidez da restrição axial no comportamento das vigas e da sua temperatura crítica. Na fase inicial de aquecimento, vigas com restrição axial possuem deslocamentos superiores aos ocorridos em vigas sem restrições. Para temperaturas mais elevadas, os esforços de reacção mantêm a estabilidade do elemento devido à capacidade resistente axial.*

## 1. INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas passa pela verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, necessitando da combinação adequada das várias acções envolvidas. Exemplo das acções a ter em consideração são as acções acidentais, da qual faz parte a exposição da estrutura, ou parte da mesma, ao fogo. Dependendo das características geométricas do elemento, pode haver necessidade da verificação de segurança do fenómeno de instabilidade por encurvadura lateral torsional.

A capacidade resistente de uma viga à encurvadura lateral exposta ao fogo é influenciada pelos elementos adjacentes, por exemplo vigas secundarias ou colunas, que durante a acção do mesmo, introduzem esforços provenientes da restrição de deslocamentos e ou rotações, originando uma variação do diagrama de momentos flectores. Estas restrições podem ser pontuais, actuando nos elementos estruturais, induzindo forças que resistem aos deslocamentos e rotações de encurvadura e ao empenamento. São usualmente assumidos como elásticos, podendo ser caracterizados pela sua rigidez elástica. Em alguns casos os constrangimentos podem ser assumidos como rígidos, impedindo um ou mais deslocamentos de encurvadura. As restrições contínuas podem ser provenientes dos elementos de cobertura, em que a rigidez elástica é essencialmente devida à rigidez de membrana do mesmo, [1].

Enquanto que, à temperatura ambiente, o valor de cálculo das acções que actuam numa viga pode ser considerado aproximadamente constante, quer a viga possua ou não restrições axiais, quando a mesma é sujeita a temperaturas elevadas, estas já influenciam, de forma significativa, o comportamento e a resistência ao fogo destes elementos estruturais, [2].

Quando uma viga se encontra sujeita a uma carga axial e possui restrições axiais, o seu comportamento a temperaturas elevadas pode ser dividido em três etapas. Inicialmente, no estágio de pré-encurvadura, a mesma encontra-se numa posição de equilíbrio estável, enquanto que a força axial aumenta devido à restrição da expansão axial, (OA), ver a Figura 1. O equilíbrio estável mantém-se até a força axial igualar a capacidade resistente à encurvadura, instante em que se desenvolvem deslocamentos laterais elevados, acompanhados por uma contracção da viga e redução da carga de compressão, (AB). No estágio de pós-encurvadura existe um aumento contínuo do deslocamento lateral e do momento flector causado por este, pelo que a intensidade da carga deve baixar para manter a estabilidade da viga, [3].

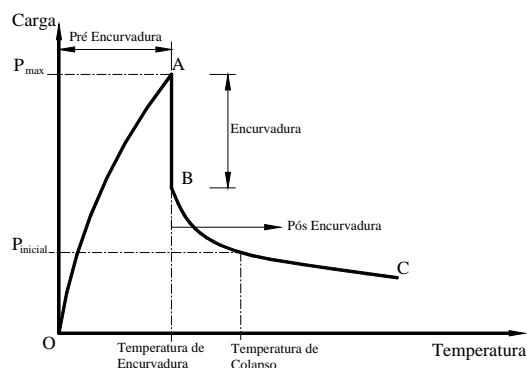


Figura 1. Comportamento carga vs temperatura de um elemento com restrição axial, [3].

A amplitude das restrições existentes nas extremidades de uma viga depende da rigidez à restrição axial e de rotação dos elementos estruturais adjacentes. Wong, [2], apresenta um método de cálculo simples da restrição axial exercida em vigas, em função dos elementos existentes na sua vizinhança, e um método de cálculo da sua temperatura crítica.

Em 1995 Cabrita Neves, [4], através de ensaios experimentais estuda o efeito dos constrangimentos axiais na resistência ao fogo de colunas de aço. Analisa também o efeito da rigidez da estrutura, esbelteza da coluna e da excentricidade das forças exercidas. Mais tarde, em 2000, Rodrigues et al, [5], conclui através resultados numéricos e de testes experimentais que, quando são desprezados os efeitos devidos à restrição da dilatação térmica, a resistência ao fogo das colunas é sobrestimada.

Ying e Wang, [6], apresentaram um estudo numérico, efectuado no software Abaqus, sobre o comportamento de vigas de aço submetidas a temperaturas elevadas com constrangimentos. Neste estudo foram utilizados diferentes valores de rigidez elástica axial e de rotação nas extremidades. Embora o objectivo do estudo fosse a análise da acção de membrana em vigas de aço com restrição axial, também foi apresentado o efeito da restrição numa viga de 8 [m] sujeita ao fenómeno de encurvadura lateral torsional, solicitada com um grau de utilização de 70%. O estudo mostra ainda que o comportamento das vigas é influenciado de forma mais significativa aquando da presença de restrições axiais e respectiva rigidez, quando comparado com a restrição à rotação ou a distribuição da temperatura, uniforme ou não uniforme.

Neste artigo é apresentada a análise da energia de deformação de vigas de parede fina, sujeitas a um carregamento mecânico genérico, sob a acção de restrições de deslocamento e de rotação aplicadas em ambas as extremidades, e simultaneamente sob a acção de uma distribuição de temperatura uniforme na secção transversal. São apresentadas as equações diferenciais de equilíbrio e as respectivas condições de fronteira.

Considerando uma viga sujeita a um estado de flexão uniforme sem constrangimentos laterais, são apresentadas diversas simulações numéricas do comportamento a temperaturas elevadas. São apresentados resultados para diferentes valores da amplitude da restrição axial e da rotação.

## 2. ANÁLISE ELÁSTICA DA ENCURVADURA LATERAL

As teorias de estabilidade são formuladas para determinar as condições para as quais um sistema, que se encontra em equilíbrio, deixa de ser estável. Estas condições estão relacionadas com uma carga, contudo a temperatura pode ser também utilizada como parâmetro variável [7]. Quando o elemento se encontra restringido axialmente, a temperatura do elemento origina uma deformação térmica e por sua vez um aumento do esforço axial, incrementando o efeito  $P-\delta$  desde o início da acção térmica.

### 2.1. Equação da energia

Considere-se um sistema elástico conservativo, inicialmente no estado de equilíbrio e sob a acção de um conjunto de forças. Este sistema deixa o estado actual se for exercido um incremento no valor das forças a que está submetido. Assumindo que o processo de aplicação da carga é quasi-estático, desprezando os efeitos dinâmicos, por consequência energia cinética nula, não existindo perdas de energia por atrito ou por deformação plástica e continuando a carga a ser aplicada segundo a direcção original, sendo esta conservativa, pode assumir-se que existe conservação de energia mecânica total. O potencial total,  $U_T$ , do elemento e das suas cargas é definido pela energia de deformação,  $U$ , e pela energia potencial das cargas,  $V$ .

$$U_T = U + V \quad (1)$$

Considere-se o elemento representado na Figura 2, submetido a forças concentradas em ambas as extremidades ( $Q_{y1}, Q_{y2}, Q_{z1}, Q_{z2}$ ), submetido a um sistema de forças distribuídas  $q_y$  e  $q_z$  e ainda a momentos na extremidade  $M_{x1}$  e  $M_{x2}$ . Ambas as extremidades encontram-se sujeitas a restrições axiais segundo os três eixos,  $K_{A,x}, K_{A,y}$  e  $K_{A,z}$ , e a restrições à rotação,  $K_{R,x}, K_{R,y}$  e  $K_{R,z}$ .

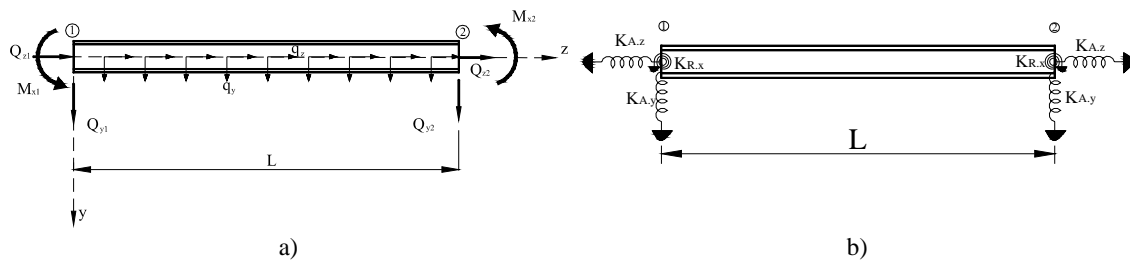


Figura 2. a) Carregamento genérico aplicado. b) Restrições nas extremidades do elemento.

As propriedades geométricas da secção são definidas pelas relações integrais da equação 2.

$$\begin{aligned}
 A &= \int_A dA \quad , \quad I_y = \int_A x^2 dA \quad , \quad I_x = \int_A y^2 dA \\
 I_p &= \int_A (x^2 + y^2) dA \\
 \int_A x dA &= \int_A y dA = \int_A xy dA = 0
 \end{aligned} \tag{2}$$

A deformação normal de um ponto arbitrário existente na secção de um perfil duplamente simétrico, pode ser decomposta numa componente linear e outra não linear, sendo dada por, [1]:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_t &= \varepsilon_{t,l} + \varepsilon_{t,nl} \\
 &= (w' - xu'' - yv'' + \omega\phi'') + \left[ \frac{1}{2}(u'^2 + v'^2) - x\phi v'' + y\phi u'' + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\phi'^2 \right]
 \end{aligned} \tag{3}$$

A deformação total do elemento quando sujeito a temperaturas elevadas, pode ser dividida na componente de deformação térmica,  $\varepsilon_{th}$ , e na deformação mecânica,  $\varepsilon_\sigma$ , proveniente do estado de tensão, desprezando a deformação causada por fluência.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{th} + \varepsilon_\sigma \tag{4}$$

A deformação normal de origem mecânica,  $\varepsilon_\sigma$ , é expressa a partir da deformação total subtraída da deformação térmica,  $\varepsilon_{th}$ . Assumindo que o comportamento do material obedece à lei de Hooke, o estado de tensão é determinado por:

$$\sigma = E\varepsilon_\sigma = E(\varepsilon_t - \varepsilon_{th}) \tag{5}$$

onde o módulo de elasticidade  $E$  deve ser calculado à temperatura  $T$ .

Quando o elemento estrutural é submetido a uma distribuição uniforme de temperatura, ao longo do seu comprimento e na sua secção transversal, a deformação térmica é proporcional ao coeficiente de expansão térmica axial,  $\alpha$ .

$$\varepsilon_{th} = \alpha \Delta T \tag{6}$$

Neste caso a variação de temperatura,  $\Delta T$ , não produz um aumento da deformação de corte no elemento.

A energia interna de deformação ocorrida durante o processo de deformação, de 0 a  $\varepsilon_t$ , num elemento com deformações iniciais nulas, é determinada pela equação 7.

$$U_\sigma = \int_V \int_\varepsilon \sigma d\varepsilon dV = \int_V \int_0^{\varepsilon_t} E(\varepsilon - \varepsilon_{th}) d\varepsilon dV = \int_V E \left( \frac{\varepsilon_t^2}{2} - \varepsilon_{th}\varepsilon_t \right) dV \tag{7}$$

Substituindo a equação 3 em 7, desprezando o termo quadrático da componente não linear

da deformação e considerando as propriedades geométricas da viga, a energia interna de deformação devida à deformação normal é dada pela equação 8.

$$\begin{aligned}
 U_{\sigma} = & \frac{1}{2} \int_0^L \left[ EA w'^2 + EI_y u''^2 + EI_x v''^2 + EI_w \phi''^2 \right] dz + \\
 & + \frac{1}{2} \int_0^L N (u'^2 + v'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x (2\phi u'') dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_y (2\phi v'') dz \\
 & + \int_0^L EA \alpha \Delta T w' dz + \frac{1}{2} \int_0^L EA \alpha \Delta T (u'^2 + v'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L E \alpha \Delta T I_p \phi'^2 dz
 \end{aligned} \quad (8)$$

A energia de deformação produzida pela torção de St Venant é dada pela equação 9, em que G representa o módulo de corte e J a constante de rigidez ao corte.

$$U_{\tau} = \frac{1}{2} \int_0^L GJ \phi'^2 dz \quad (9)$$

Considerando a rigidez elástica dos elementos de restrição, axial e de rotação, em ambas as extremidades, a energia interna de deformação é obtida pela equação 10.

$$U_R = \sum_{1,2} \left( \frac{K_{A,x} u^2}{2} + \frac{K_{A,y} v^2}{2} + \frac{K_{A,z} w^2}{2} + \frac{K_{R,x} v'^2}{2} + \frac{K_{R,y} u'^2}{2} + \frac{K_{R,z} \phi^2}{2} \right) \quad (10)$$

Considerando o carregamento, concentrado e distribuído, aplicado na direcção yy à coordenada  $y_Q$  e  $y_q$ , o deslocamento do centro de corte é determinado por:

$$v_q = v - \frac{1}{2} y_q \phi^2 \quad , \quad v_Q = v - \frac{1}{2} y_Q \phi^2 \quad (11)$$

A energia potencial, V, do carregamento apresentado na Figura 2a) é definida por:

$$V = - \int_0^L \left[ q_y \left( v - y_q \frac{\phi^2}{2} \right) + q_z w \right] dz - \sum_{1,2} \left[ Q_y \left( v - y_Q \frac{\phi^2}{2} \right) + Q_z w - M_x v' \right] \quad (12)$$

O potencial total do elemento, quando sujeito a uma variação de temperatura e com restrições em ambas as extremidades é obtido com base na soma das várias componente já referidas.

$$\begin{aligned}
 U_T = U_\sigma + U_\tau + U_R + V = 0 \\
 \frac{1}{2} \int_0^L [EAw'^2 + EI_y u''^2 + EI_x v''^2 + EI_w \phi''^2] dz + \frac{1}{2} \int_0^L GJ\phi'^2 dz \\
 + \frac{1}{2} \int_0^L N(u'^2 + v'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_x(2\phi u'') dz + \frac{1}{2} \int_0^L M_y(2\phi v'') dz \\
 + \int_0^L EA\alpha\Delta T w' dz + \frac{1}{2} \int_0^L EA\alpha\Delta T(u'^2 + v'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L E\alpha\Delta T I_p \phi'^2 dz \\
 + \sum_{1,2} \left( \frac{K_{A,x} u^2}{2} + \frac{K_{A,y} v^2}{2} + \frac{K_{A,z} w^2}{2} + \frac{K_{R,x} v'^2}{2} + \frac{K_{R,y} u'^2}{2} + \frac{K_{R,z} \phi^2}{2} \right) \\
 - \int_0^L \left[ q_y \left( v - y_q \frac{\phi^2}{2} \right) + q_z w \right] dz - \sum_{1,2} \left[ Q_y \left( v - y_Q \frac{\phi^2}{2} \right) + Q_z w - M_x v' \right] = 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

## 2.2. Equações diferenciais de equilíbrio

Admitindo que o elemento sofre um conjunto de deslocamentos virtuais desde uma posição de equilíbrio, sob a acção de forças e momentos constantes, o princípio da estacionaridade do potencial total, equivalente ao princípio do trabalho virtual, requer que a nova configuração do elemento também seja de equilíbrio, para qualquer deslocamento virtual.

Reescrevendo em termos da primeira variação do potencial total,

$$\begin{aligned}
 \delta U_T = \delta U_\sigma + \delta U_\tau + \delta U_R + \delta V = 0 \\
 \int_0^L [EAw' \delta w' + EI_y u'' \delta u'' + EI_x v'' \delta v'' + EI_w \phi'' \delta \phi'' + GJ\phi' \delta \phi'] dz \\
 + \int_0^L N(u' \delta u' + v' \delta v') dz + \int_0^L M_x(\delta \phi u'' + \phi \delta u'') dz + \int_0^L M_y(\delta \phi v'' + \phi \delta v'') dz \\
 + \int_0^L EA\alpha\Delta T \delta w' dz + \int_0^L EA\alpha\Delta T(u' \delta u' + v' \delta v') dz + \int_0^L E\alpha\Delta T I_p \phi' \delta \phi' dz \\
 + \sum_{1,2} (K_{A,x} u \delta u + K_{A,y} v \delta v + K_{A,z} w \delta w + K_{R,x} v' \delta v' + K_{R,y} u' \delta u' + K_{R,z} \phi \delta \phi) \\
 - \int_0^L [q_y (\delta v - y_q \phi \delta \phi) + q_z \delta w] dz - \sum_{1,2} [Q_y (\delta v - y_Q \phi \delta \phi) + Q_z \delta w - M_x \delta v'] = 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

A variação do potencial total é função dos deslocamentos virtuais e das suas derivadas. Integrando por partes a equação 14, obtém-se uma expressão que depende somente dos deslocamentos virtuais. Como a condição de estacionaridade deve ser válida para qualquer conjunto de deslocamento virtual, determinam-se as equações diferenciais de equilíbrio:

$$\begin{aligned}
 (EAw')' + (EA\alpha\Delta T)' + q_z &= 0 \\
 (EI_y u'')'' - (Nu')' + (M_x \phi)'' - (EA\alpha\Delta Tu')' &= 0 \\
 (EI_x v'')'' - (Nv')' + (M_y \phi)'' - (EA\alpha\Delta Tv')' - q_y &= 0 \\
 (EI_w \phi'')'' - (GJ\phi')' + (M_x u'') + (M_y v'') - (E\alpha\Delta T I_P \phi')' + q_{y,y} \phi &= 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

Estas equações de equilíbrio estão sujeitas às seguintes condições de fronteira.

$$\begin{aligned}
 [EAw']_0^L &= 0 \\
 [EA\alpha\Delta T]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{A,z} w - Q_z) \\
 [EI_y u'' + M_x \phi]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{R,y} u') \\
 \left[ (EI_y u'')' + (Nu') - (M_x \phi)' + (EA\alpha\Delta Tu') \right]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{A,x} u) \\
 [EI_x v'' + M_y \phi]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{R,x} v' + M_x) \\
 \left[ -(EI_x v'')' + (Nv') - (M_y \phi)' + (EA\alpha\Delta Tv') \right]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{A,y} v - Q_y) \\
 [EI_w \phi'' + GJ\phi']_0^L &= 0 \\
 \left[ -(EI_w \phi'')' + E\alpha\Delta T I_P \phi' \right]_0^L &= -\sum_{1,2} (K_{R,z} \phi)
 \end{aligned} \tag{16}$$

Para o caso de uma viga submetida a um estado de flexão uniforme,  $M_x = M$ , e sujeita ao fenómeno de instabilidade por encurvadura lateral, desprezando-se os deslocamentos de pré encurvadura, as equações diferenciais de equilíbrio são as apresentadas pela equação 17, onde é contabilizado o efeito da deformação térmica.

$$\begin{aligned}
 (EI_y u'')'' + (M_x \phi)'' - (EA\alpha\Delta Tu')' &= 0 \\
 (EI_w \phi'')'' - (GJ\phi')' + (M_x u'') - (E\alpha\Delta T I_P \phi')' &= 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

### 3. RESISTÊNCIA À ENCURVADURA LATERAL – EUROCÓDIGO 3

O fogo é considerado uma acção de acidente, pelo que o valor do efeito das acções em situação de incêndio,  $E_{fi,d,t}$ , deve englobar as acções directas, como as acções permanentes ( $G_k$ ) e as acções variáveis ( $Q_{k,1}$ ), assim como as acções indirectas resultantes das restrições

às dilatações térmicas e o efeito da temperatura nas propriedades mecânicas do aço ( $A_d$ ). A combinação da acção accidental a considerar é definida no Eurocódigo 1 parte 2.2, [8]:

$$\sum G_k + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} + \sum A_d \quad (18)$$

Numa análise global da estrutura ou parte da mesma, o Eurocódigo especifica que a variação da rigidez do elemento com a temperatura e as acções indirectas, efeitos da expansão e deformações térmicas, devem ser contabilizadas. Quando é efectuada a verificação de resistência por elementos, os efeitos das deformações térmicas resultantes dos gradientes térmicos da secção transversal devem ser considerados. Neste ultimo caso, ainda podem ser desprezados os efeitos da expansão axial. As condições de fronteira nos suportes e nas extremidades do elemento podem ser consideradas constantes durante a fase de exposição ao fogo.

A resistência ao fogo de um elemento estrutural pode ser definida como o intervalo de tempo decorrido desde o início de um incêndio normalizado, até ao momento em que o elemento atinge a sua temperatura crítica. Isto é, a temperatura a partir da qual deixa de satisfazer as funções de suporte de cargas para que foi projectado, deixando de verificar a condição de segurança da inequação 19, [9]. Esta temperatura depende do grau de utilização do elemento e do nível das imperfeições existentes.

$$E_{fi,d} \leq R_{fi,d,t} \quad (19)$$

No caso da verificação de segurança de elementos de viga (classe 1 e 2),  $R_{fi,d,t}$  pode representar, por exemplo, o valor de cálculo do momento flector resistente no instante  $t$ ,  $M_{b,fi,t,Rd}$ , sem constrangimentos laterais, devendo este ser determinado pela equação 20.

$$M_{b,fi,t,Rd} = \chi_{LT,fi} W_{pl,y} k_{y,\theta,com} f_y / \gamma_{M,fi} \quad (20)$$

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade (elementos comprimidos por flexão sujeitos à encurvadura lateral) deverá obedecer a um processo iterativo, uma vez que a resistência não é directamente proporcional à tensão de cedência do aço. Para os casos em que se verifica esta proporcionalidade, a temperatura crítica pode ser determinada em função do grau de utilização,  $\mu_0$ , pela equação 21.

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[ \frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833}} - 1 \right] + 482 \quad (21)$$

O grau de utilização,  $\mu_0$ , é definido pela relação entre o valor de cálculo do efeito das acções e a capacidade resistente no instante  $t = 0$ , isto é, à temperatura ambiente.

$$\mu_0 = \frac{E_{fi,d}}{R_{fi,d,0}} \quad (22)$$

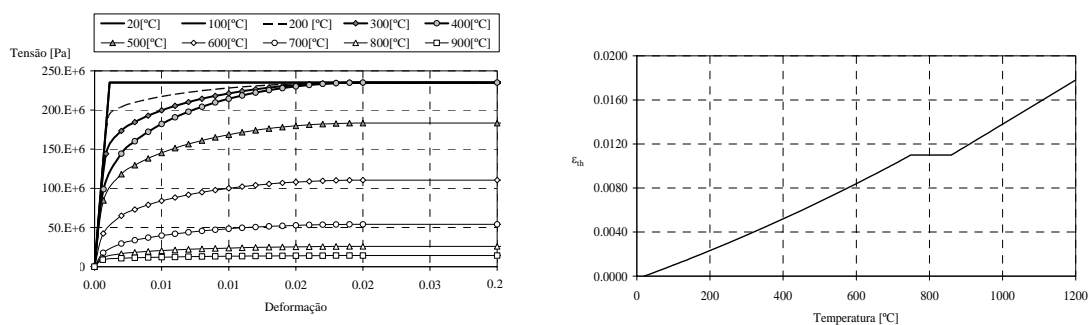
#### 4. MODELO NUMÉRICO

De uma forma genérica, a resistência ao fogo de um elemento estrutural é estabelecida com base no período de tempo mínimo em que este pode estar submetido à curva de incêndio padrão ISO834. Este objectivo, de proveniência conservativa, envolve elevados custos de construção com o propósito de garantir a resistência ao fogo de toda a estrutura.

Quando uma estrutura de aço é sujeita a temperaturas elevadas, a sua capacidade resistente diminui devido à deterioração das propriedades mecânicas, exibindo comportamentos geométricos não lineares provocados pela variação de geometria. Esta situação exige a utilização de técnicas de solução não lineares para a obtenção do comportamento instável da estrutura, sendo utilizado, com frequência o método de Newton-Raphson, [10].

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o programa ANSYS, com elemento finito de viga BEAM189. É um elemento quadrático de 3 nós baseado na teoria de vigas de Timoshenko. A deformação de corte é constante na secção transversal e as secções mantêm-se planas e sem distorção após deformação. Possui sete graus de liberdade por nó, deslocamentos, rotações e amplitude de empenamento.

Foi utilizado um aço S235 com um módulo de elasticidade  $E = 210[GPa]$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . O modelo de endurecimento isotrópico de plasticidade de von Mises pode ser escolhido com a opção MISO “multilinear isotropic hardening” no qual são introduzidas as curvas tensão deformação do aço definidas no Eurocódigo 3 parte 1.2 e apresentadas na figura 3a). A deformação térmica segue a evolução apresentada na figura 3b), de acordo com o Eurocódigo.



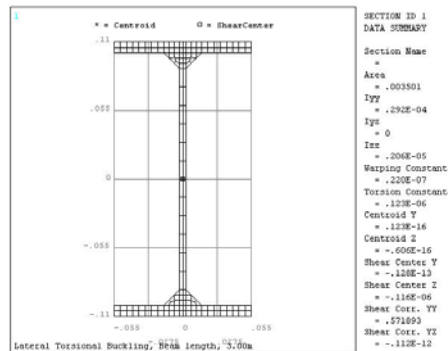
a) Relação tensão/deformação para temperaturas elevadas.

b) Deformação térmica.

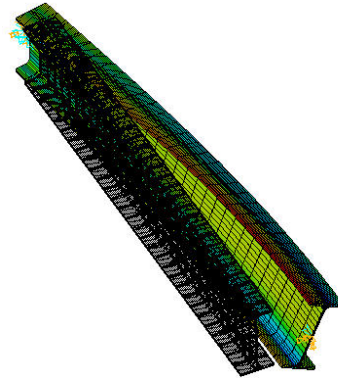
Figura 3. Propriedades do material.

A secção transversal, de perfil IPE220, foi discretizada com células, definidas por nove nós e quatro pontos de integração, como apresentado na Figura 4. Foram aplicadas tensões residuais, de distribuição bi-triangular, nos pontos de integração da secção transversal com um valor máximo de 30% do valor da tensão de cedência, permanecendo constantes ao longo das espessuras da alma e do banzo.

Foi utilizada uma imperfeição lateral correspondente a uma variação sinusoidal de amplitude máxima igual a  $L/1000$ .



a) Discretização da secção transversal.



b) Deformada de uma viga com L=3[m].

Figura 4 – Secção transversal do elemento de viga BEAM189.

A restrição axial foi modelada através de molas com rigidez linear, utilizando o elemento finito Combin39.

## 5. CASOS DE ESTUDO

Os casos de estudo analisados são compostos por vigas sujeitas a flexão uniforme e submetidas a diferentes níveis de restrição axial nas extremidades, conforme representado na Figura 5. O valor do momento aplicado corresponde a um grau de utilização de 40% e 60%, obtido de acordo com a equação 22.

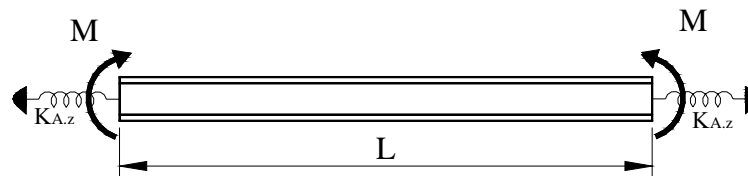


Figura 5 – Caso de estudo. Viga sujeita a flexão uniforme com restrição axial e de rotação.

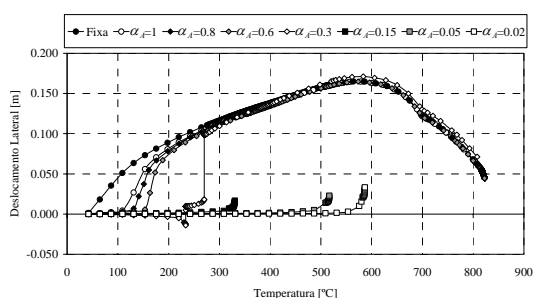
Para verificar a influência da amplitude das restrições existentes na viga, considerou-se a rigidez relativa  $\alpha$ , definida como a razão entre a rigidez da restrição axial, ( $k_{A,z}$ ), e a rigidez inicial da viga ( $k_{B,A} = EA/L$ ), conforme a equação 23.

$$\alpha_A = \frac{k_{A,z}}{k_{B,A}} \quad (23)$$

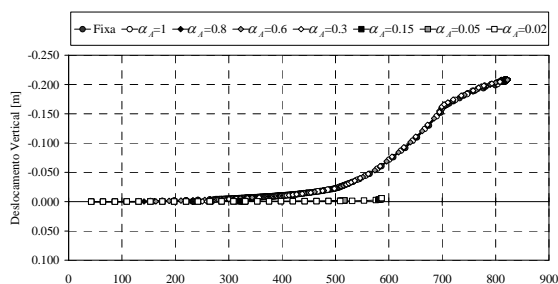
## 5.2. Caso de estudo 1 – Restrição axial com $\mu_0 = 0.4$

As simulações foram efectuadas em vigas IPE220 de 3 e 6 [m] de comprimento, submetidas a um momento flector correspondente a um grau de utilização de 40%. Foram analisados os casos correspondentes à extremidade fixa e com diferentes valores de rigidez da restrição axial,  $\alpha_A = 0.02, \alpha_A = 0.05, \alpha_A = 0.15, \alpha_A = 0.30, \alpha_A = 0.60, \alpha_A = 0.80$  e  $\alpha_A = 1$ .

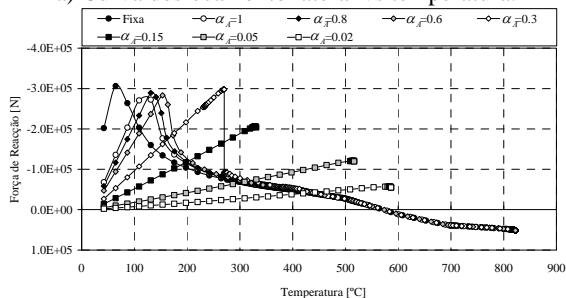
As figuras 6 e 7 mostram as curvas dos deslocamentos, lateral e vertical, e da força de reacção em função da temperatura, para vigas de 3 e 6 [m], respectivamente. Pode-se verificar que as vigas com uma rigidez elevada de restrição axial desenvolvem grandes deslocamentos a temperaturas mais baixas do que em vigas com baixa rigidez de restrição axial, devido ao efeito  $P-\delta$ .



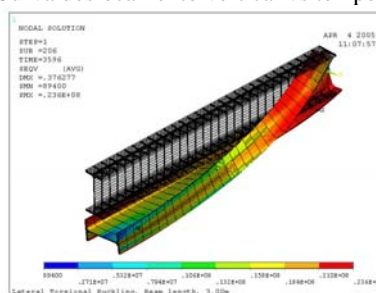
a) Curva deslocamento lateral vs temperatura.



b) Curva deslocamento vertical vs temperatura



c) Curva força de reacção vs temperatura.



d) Viga com extremidade fixa no instante de colapso.

Figura 6 - Resultados para uma viga de 3[m], sujeita a flexão uniforme. Grau de utilização de 40%.

No caso de vigas com um comprimento de 3[m], e para valores de rigidez da restrição axial superior a 30%, o deslocamento lateral apresenta um comportamento semelhante para temperaturas mais elevadas.

Nas vigas com um valor elevado de rigidez da restrição axial e para temperaturas mais elevadas, o deslocamento lateral é reversível, verificando-se que a viga se aproxima do seu plano vertical inicial.

Nas Figuras 6d) e 7d) encontra-se ainda representada a distribuição das tensões equivalentes de von Mises no instante de colapso.

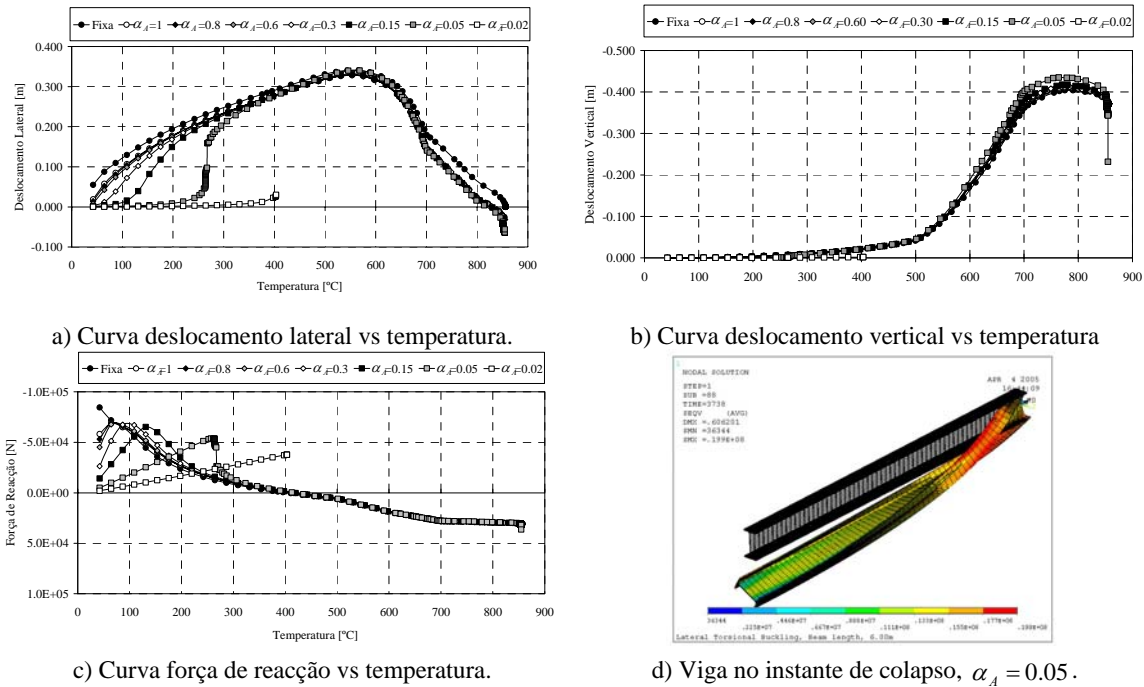


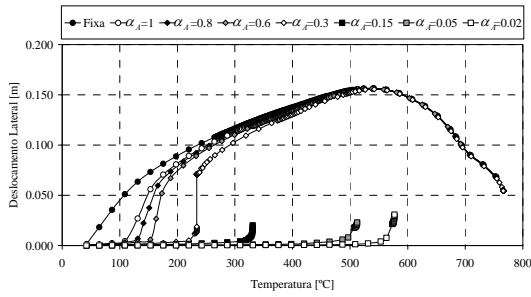
Figura 7 - Resultados para uma viga de 6[m], sujeita a flexão uniforme. Grau de utilização de 40%.

Com o aumento de temperatura, a restrição da dilatação térmica origina uma força de compressão na viga até ao instante em que a viga não consegue suportar o carregamento. Neste instante a viga começa a ter grandes deslocamentos, não conseguindo manter o seu equilíbrio ou, dependendo da rigidez da restrição axial, o esforço normal inverte o sinal e mantém o equilíbrio da viga até esgotar a sua capacidade resistente axial.

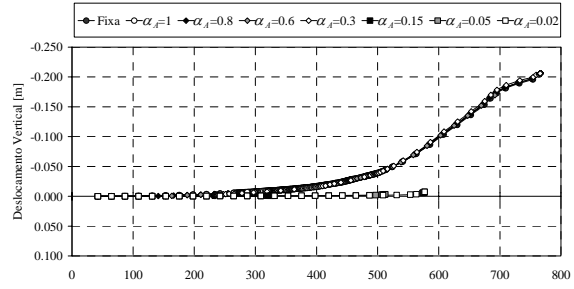
A temperaturas elevadas, a viga deixa de estar sujeita a flexão uniforme e passa a estar solicitada com uma combinação de esforços de compressão/tracção e flexão, originando no instante de colapso um grau de utilização diferente do inicial.

## 5.2. Caso de estudo 2 – Restrição axial com $\mu_0 = 0.6$

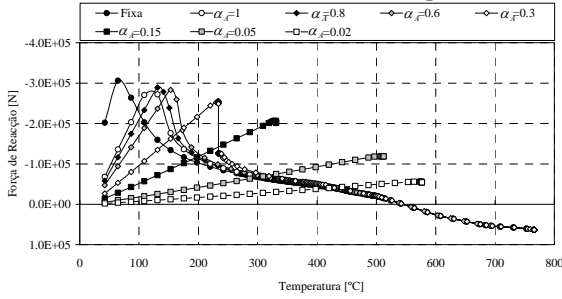
Foram do mesmo modo analisados os modelos apresentados no caso de estudo anterior mas sujeitos a um momento flector correspondente a um grau de utilização de 60%. Os resultados obtidos foram os apresentados nas Figuras 8 e 9.



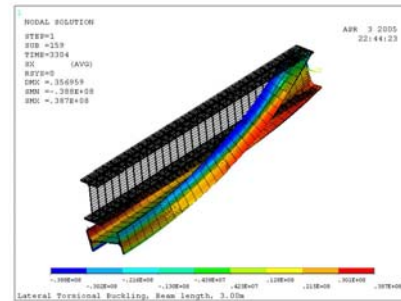
a) Curva deslocamento lateral vs temperatura.



b) Curva deslocamento vertical vs temperatura

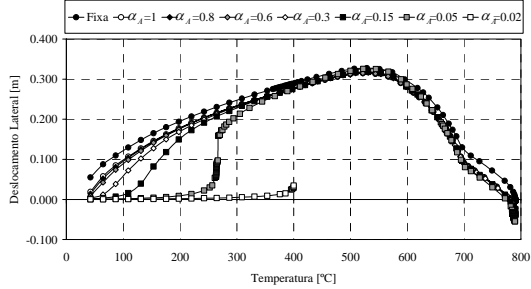


c) Curva força de reacção vs temperatura.

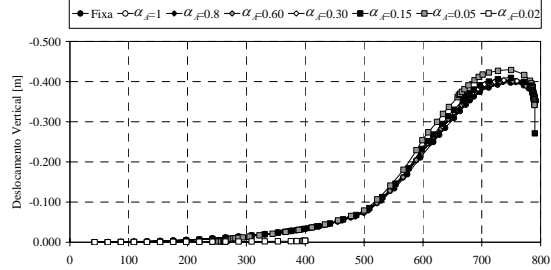


d) Viga com extremidade fixa no instante de colapso.

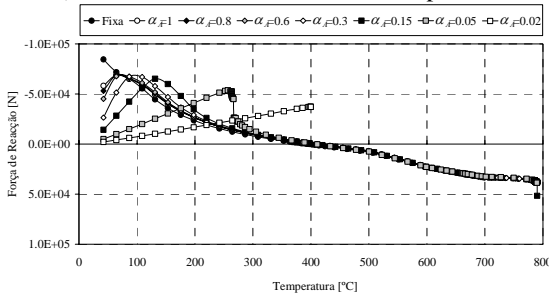
Figura 8 - Resultados para uma viga de 3[m], sujeita a flexão uniforme. Grau de utilização de 60%.



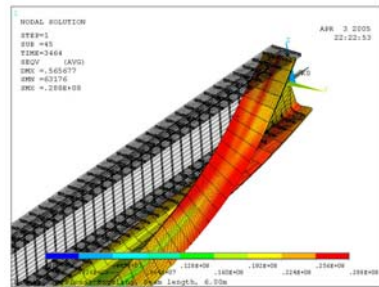
a) Curva deslocamento lateral vs temperatura.



b) Curva deslocamento vertical vs temperatura



c) Curva força de reacção vs temperatura.



d) Viga no instante de colapso,  $\alpha_A = 0.6$ .

Figura 9 - Resultados para uma viga de 6[m], sujeita a flexão uniforme. Grau de utilização de 60%.

As vigas de 6[m] conseguem manter o equilíbrio devido à força de reacção axial para valores inferiores de rigidez da restrição axial, quando comparadas com as vigas de 3[m].

Aumentando o comprimento da viga a instabilidade por encurvadura e a inversão da força de reacção, de compressão para tracção, ocorrem a temperaturas inferiores.

Para o mesmo grau de utilização e baixos valores da restrição axial, quando a viga não possui um comportamento de pós encurvadura, a temperatura crítica diminui com o comprimento da viga. Quando existe um deslocamento de pós encurvadura, para o mesmo comprimento de viga, a temperatura crítica é aproximadamente constante para qualquer valor da restrição axial, aumentando de forma pouco significativa com o comprimento da viga.

Na fase de pós encurvadura o deslocamento vertical é muito semelhante para todos os valores de restrição axial. Considerando a temperatura existente na viga, quando esta possui um deslocamento vertical igual a  $L/20$ , como sendo a temperatura crítica, existe uma pequena variação com o comprimento da viga e com o grau de utilização. Para o grau de utilização de 40% a temperatura crítica das vigas com 3 e 6 [m] de comprimento é de 695 e 660 [°C], respectivamente, enquanto que para o grau de utilização de 60% a temperatura crítica é de 670 e 630 [°C], respectivamente.

## 6. CONCLUSÕES

Baseada na equação da energia de um elemento sujeito a um carregamento mecânico genérico, com restrições axiais e de rotação, submetido a temperaturas elevadas, foram apresentadas as equações diferenciais de equilíbrio para a encurvadura lateral e as respectivas condições de fronteira.

Foi apresentado um método numérico do estudo do comportamento de vigas sujeitas a temperaturas elevadas e simultaneamente a restrições axiais, provenientes da rigidez dos elementos adjacentes, representando de forma mais realista o elemento estrutural quando inserido numa estrutura.

As vigas que possuem restrições axiais desenvolvem esforços axiais, de compressão e de tracção, resultantes da restrição da dilatação térmica, fazendo com que ocorra encurvadura lateral a temperaturas inferiores. Posteriormente, no estado de pós encurvadura esta força axial permite manter o equilíbrio da viga e atingir temperaturas superiores.

A temperaturas elevadas e para qualquer valor de restrição axial, as vigas possuem o mesmo comportamento de pós encurvadura, relativamente aos deslocamentos e esforços de reacção.

## REFERÊNCIAS

- [1] Trahair, N. S.; “Flexural Torsional Buckling of Structures”; E & FN SPON; USA; 1993.
- [2] Wong, M.B.; “Modelling of axial restraints for limiting temperature calculation of steel members in fire”, *Journal of Constructional Steel Research*, 61, pp 675-687, 2005.
- [3] Y. C. Wang; “Postbuckling behavior of axially restrained and axially loaded steel columns under fire conditions”; *Journal of Structural Engineering*, vol.130, nº3, pp

371-380, 2004.

- [4] Cabrita Neves, I.; “The critical temperature of steel columns with restrained thermal elongation”, *Fire Safety Journal*, Vol. 24, Issue 3, pp 211-227, 1995.
- [5] Rodrigues, J.P.; Cabrita Neves, I., Valente, J.C.; “Experimental research on the critical temperature of compressed steel elements with restrained thermal elongation”, *Fire Safety Journal*, Vol. 35, Issue 2, pp 77-98, 2000.
- [6] Y.Z. Yin; Y. C. Wang; “A numerical study of large deflection behaviour of restrained steel beams at elevated temperatures”; *Journal of Constructional Steel Research*, 60, pp 1029-1047, 2004.
- [7] ESDEP Society; “European Steel Design Education Programme”; UK; CD-ROM version; 1999.
- [8] CEN ENV EN 1991 –2-2; “Eurocode 1, Basis of Design and Actions on Structures – Part 2-2: Actions on Structures – Actions on Structures Exposed to Fire”; 1995.
- [9] CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; April, 2003, stage 49 draft.
- [10] Iu, C.K.; Chan, S.L., “A simulation-based large deflection and inelastic analysis of steel frames under fire”, *Journal of Constructional Steel Research*, 60, pp 1495-1524, 2004.