Relatos e investigação de práticas de ensino de Ciências e Tecnologia

Atas do Encontro internacional “A Voz dos Professores de C&T” (VPCT 2020)

Editores:
J. Benardino Lopes
José Paulo Cravino
Carla Aguiar Santos
Eliane de Souza Cruz

Universidade de Trás-os-Montes e Alto Douro | 2021

ISBN (pdf): 978-989-704-429-8

Este livro contém os textos aceites das comunicações orais, pósteres e oficinas, que foram apresentados no Encontro Internacional A Voz dos Professores de Ciências e Tecnologia (VPCT2020). Contém ainda os resumos das comunicações convidadas e das intervenções dos convidados no debate.

FICHA TÉCNICA

TÍTULO: Relatos e investigação de práticas de ensino de Ciências e Tecnologia - Atas do Encontro internacional "A Voz dos Professores de C&T" (VPCT 2020)

EDITORES: J. Bernardino Lopes

J. Paulo Cravino

Carla A. Santos

Eliane de Souza Cruz

LOGÓTIPO DO VPCT2020:

Pedro Couto Lopes

ISBN: 978-989-704-429-8

ARTICULAÇÃO ENTRE MATEMÁTICA E FÍSICA: UM ESTUDO COM RECURSO À MODELAGEM MATEMÁTICA E AO GEOGEBRA

Sidnei Fernandes de Souza [1], Manuel Vara Pires [2], Damião de Sousa Vieira Júnior [3]

[1] Departamento de Física da Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Brasil, sidnei.souza@ufv.br
[2] Centro de Investigação em Educação Básica, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, mvp@ipb.pt
[3] Departamento de Matemática, Física e Estatística do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais, Campus Rio Pomba, Rio Pomba, Brasil, damiao.vieira@ifsudestemg.edu.br

Resumo: Este texto apresenta aspetos do trabalho desenvolvido em um programa de intercâmbio entre duas instituições do ensino superior, uma brasileira e uma portuguesa, centrado no papel que a modelagem matemática pode desempenhar na articulação entre a Física e a Matemática. Na estadia em Portugal, foram concebidas três tarefas (e respetivos roteiros) relacionadas com os movimentos retilíneo uniforme e circular uniforme, recorrendo à modelagem matemática e ao GeoGebra. Já no Brasil, alunos do ensino médio concretizaram e avaliaram um desses roteiros, roteiro no qual se centra este artigo, expressando opiniões muito favoráveis às diversas componentes da proposta de trabalho.

Palavras-chave: física, matemática, tarefas, movimentos, modelagem matemática.

Resumen Este texto presenta aspectos del trabajo desarrollado por un programa de intercambio entre dos instituciones de educación superior, una brasileña y una portuguesa, centrado en el papel que puede desempeñar la modelización matemática en la articulación entre Física y Matemáticas. Durante su estancia en Portugal, se concibieron tres tareas (y guiones respectivos) relacionadas con los movimientos rectilíneo uniforme y circular uniforme, utilizando la modelización matemática y el GeoGebra. En Brasil, estudiantes de secundaria resolvieron y evaluaron uno de estos guiones, guión en el que se centra este artículo, expresando opiniones muy favorables a los distintos componentes de la propuesta de trabajo.

Palabras claves: física, matemáticas, tareas, movimientos, modelización matemática.

Abstract: This text presents aspects of the work developed by a higher education exchange program between two higher education institutions, one Brazilian and one Portuguese, centred on the role that mathematical modelling can play in the articulation between Physics and Mathematics. In stay in Portugal, three tasks (and respective scripts) were conceived related to the uniform rectilinear and uniform circular movements, using mathematical modelling and GeoGebra. In Brazil, high school students solved and evaluated one of these scripts, script on which this paper focuses, expressing opinions very favourable to the various components of the work proposal.

Keywords: physics, mathematics, tasks, movements, mathematical modelling.

1. Contexto do estudo

Uma vertente da Matemática que vem ganhando destaque em metodologias de ensino é a modelagem (ou modelação) matemática. Um dos grandes objetivos desta área, de forma geral, é a tentativa de descrever matematicamente um fenômeno estudado em qualquer área da ciência humana. No campo do ensino, a modelagem matemática cumpre um papel de criação de modelos para resolução de problemas que envolvem o cotidiano dos alunos, revelando-se como uma alternativa interdisciplinar e contextualizada nas aulas de Matemática (Barbosa, 2001b; Borromeo Ferri, 2010; Carreira, 2019). Evidentemente, em virtude do comportamento matemático da natureza, as potencialidades de trabalho em conjunto com a Física são enormes, em todos os níveis de ensino. Por outro lado, tem crescido o número de pesquisas que defendem o uso das tecnologias de informação e comunicação (TIC) em sala de aula (Brasil, Ministério da Educação, 2018; Borba & Villarreal, 2005), sendo evidente que os avanços tecnológicos têm modificado profundamente o cotidiano das pessoas e a Escola, por sua vez, não pode ficar alheia a essa realidade. Cabe à Escola e aos profissionais da educação aproveitar as TIC da melhor maneira possível dentro de cada área do conhecimento.

Enquadrados nas TIC, os *softwares* são programas computacionais que permitem criar ambientes interativos. No contexto geral da Matemática são usados diversos destes programas, como Mathematica, MATLAB, SCILAB, R, Sisvar ou GeoGebra. Este último é um *software* de grande destaque, em especial no campo educativo, que combina álgebra e geometria em uma interface gráfica de fácil programação e relativa simplicidade em sua utilização. Desenvolvido por Markus Hohenwarter, o GeoGebra é um *software* dinâmico gratuito, criado para auxiliar a aprendizagem matemática nos vários níveis de ensino, permitindo abordar conceitos geométricos e algébricos e usar tabelas, gráficos, probabilidade, estatística e cálculos simbólicos em um único ambiente virtual, tendo a vantagem didática de apresentar e possibilitar, ao mesmo tempo, trabalho com representações algébricas, geométricas e gráficas.

Diante desse contexto, nossa proposta é elaborar tarefas que aplicam as técnicas de modelagem matemática a tópicos da Física através de um roteiro com uma sequência didática, usando o GeoGebra como recurso no desenvolvimento de práticas interativas ou demonstrativas. Acreditamos que esta metodologia é um caminho promissor para um ensino mais dinâmico e significativo das duas áreas do saber. O *software* permite que os alunos analisem modelos matemáticos desenvolvidos na Física para a explicação dos fenômenos naturais, por meio de gráficos e animações, superando e acrescentado à prática puramente analítica de resolução de problemas com “papel e lápis”. Além disso, pode também ser usado como ajuda nas explicações do professor e nas consequentes discussões em grande grupo, constituindo uma poderosa ferramenta gráfica em tempo real. Pretendemos trabalhar tópicos da Mecânica Newtoniana que revelam modelos matemáticos simples e significativos, mas, tradicionalmente, de difícil entendimento por parte dos alunos. Atendendo à pouca disponibilidade de recursos experimentais nas escolas, a alternativa via *software* pode ser fundamental e potencializadora de aprendizagens mais significativas (Borba & Villareal, 2005).

Este artigo, além de pretender contribuir para o reforço do papel importante que a modelagem matemática pode desempenhar na articulação entre a Física e a Matemática, tem como principal objetivo apresentar, globalmente, as três tarefas (e respetivos roteiros) desenvolvidas durante o programa de intercâmbio do Instituto Federal do Sudeste de Minas Gerais (IF Sudeste MG) em parceria com o Instituto Politécnico de Bragança (IPB), bem como os resultados obtidos na aplicação de um dos roteiros em uma turma do primeiro ano do ensino médio, especialmente focados nas apreciações dos alunos. As tarefas desenvolvidas abordam os temas: (i) movimento retilíneo uniforme (MRU), (ii) movimento circular uniforme (MCU), e (iii) queda livre de corpos com a independência dos movimentos. As tarefas estão pautadas no primeiro caso de Barbosa (2001a), em que o professor propõe uma situação problema, devidamente colocada de acordo com o contexto do aluno, simplifica a questão levantada e coleta os dados, cabendo aos alunos, com a orientação do professor, solucionar a questão problema. A estrutura de cada uma das tarefas segue o modelo em seis etapas proposto por Borromeo Ferri (2010): (1) compreender a tarefa, (2) simplificar a tarefa, (3) matematizar (em que o conhecimento extracurricular é fortemente usado), (4) trabalhar matematicamente, (5) interpretar, e (6) validar.

2. Enquadramento teórico e metodológico

Nesta secção, centramo-nos em aspetos de enquadramento do estudo, quer do ponto de vista da revisão da literatura quer dos principais procedimentos metodológicos seguidos.

2.1 Modelagem matemática

Para começar nossas discussões, primeiro vamos clarificar o termo "modelagem matemática" (ou "modelação matemática") no contexto das metodologias de ensino de Matemática. Borromeo Ferri (2010) faz esta clarificação da seguinte forma:

> "Em primeiro lugar, gostaria de caracterizar o termo "modelação matemática". Na discussão didática a modelação matemática significa, de uma forma pragmática, resolver problemas da vida real com a ajuda de modelos matemáticos. O que é que isto quer dizer, concretamente? A modelação matemática e um processo que liga *o mundo real* e a *matemática* nos dois sentidos: da realidade para a matemática e — isto é importante — no sentido contrário, da matemática para a realidade. Este é o aspecto chave com o qual pretendo caracterizar as "conexões com o mundo real". Podemos falar de conexões com a realidade quando um problema de modelação é apresentado na sala de aula de tal forma que os alunos deixem as estruturas matemáticas internas para estabelecerem conexões com objetos reais e com as suas próprias experiências, fazendo associações" (p. 19).

Já Barbosa (2001a) aponta para o seguinte significado de modelagem no ensino de matemática:

> "Modelagem pode ser entendida em termos mais específicos. Do nosso ponto de vista, trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e ideias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade" (p. 5).

Em uma perspectiva de propostas de metodologias de ensino, a modelagem matemática cumpre, então, um papel natural na busca de um ensino mais significativo, que tem como característica essencial trabalhar a resolução de problemas, principalmente, os relacionados com o cotidiano dos alunos. Martins, Vieira, Reis e Ribeiro (2013) consideram que, enquanto ambiente de aprendizagem, é considerada uma metodologia que se fundamenta na conjugação da resolução de problemas com situações da realidade envolvente. A sua concretização na sala de aula permite que os alunos assumam um papel importante na definição das situações e na busca de soluções, sendo, por isso, entendida como uma das formas de tornar as aprendizagens matemáticas (mais) significativas, permitindo uma participação (mais) ativa dos alunos no processo de forma a serem (co)responsáveis pelo conhecimento do grupo através da partilha e negociação das soluções encontradas. Neste sentido, o conhecimento do professor assume um lugar de particular destaque em relação não só à metodologia em si, mas também aos temas matemáticos trabalhados e suas possíveis conexões.

Niss (1992) apresenta três razões para a utilização de modelagem matemática em sala de aula. A primeira delas é o fato da Matemática ter se tornado, cada vez mais, uma competência básica para o exercício de diversas profissões. A segunda razão apontada realça que "experiências de todo lado têm demonstrado que para a utilização eficiente, flexível e refletida da matemática em situações extra matemáticas não é suficiente saber apenas matemática pura, qualquer que seja o nível de sofisticação desse conhecimento" (p. 1). E, finalmente, a terceira razão, de "natureza tática e não estratégica" (p. 1), ressalta o fato da modelagem (e aplicações) matemática servir para motivar e apoiar os alunos a adquirirem e compreenderem conceitos, métodos e resultados matemáticos.

Segundo Barbosa (2001a), no desenvolvimento de tarefas que recorram à modelagem matemática, podemos enquadrar os papéis do aluno e do professor, essencialmente, em três casos. No primeiro caso, o professor propõe uma situação-problema devidamente colocada de acordo com o contexto do aluno, simplifica a questão levantada e coleta os dados, cabendo aos alunos, com a orientação do professor, solucionar a questão problema. No segundo caso, o professor propõe uma situação-problema e fica a cargo do aluno, sob a orientação do professor, simplificar o problema, coletar os dados necessários e propor uma solução. Por fim, no terceiro caso, todos os passos da modelagem matemática são feitos pelo aluno desde a elaboração da questão-problema até a solução, atuando o professor, neste caso, como um orientador em todas as etapas. Na Figura 1, pode observar-se uma sistematização da responsabilidade do professor e do aluno em cada um dos casos. No Caso 1, a tarefa está mais concentrada na figura do professor, enquanto que nos outros casos há uma diminuição da responsabilidade do professor e um maior protagonismo do aluno na tarefa. No Caso 3, o aluno tem uma total responsabilidade sobre o desenvolvimento da tarefa, enquanto o professor tem um papel de coadjuvante.

	Caso 1	*Caso 2*	*Caso 3*
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Dados qualitativos e quantitativos	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Figura 1- *Papéis do aluno e do professor nos três casos (Barbosa, 2001a, p. 9).*

Borromeo Ferri (2010) coloca cinco pontos essenciais para uma tarefa de modelação matemática: (1) possuir um significado claro; (2) estar inserida no contexto do aluno; (3) condicionar o aluno a formular novas questões; (4) estimular formas holísticas de aprendizagem; e (5) possuir linguagem clara de acordo com o nível de ensino trabalhado. A partir destes princípios, a autora propõe um ciclo, conhecido como ciclo de Ferri, para a resolução de uma tarefa de modelagem matemática em seis etapas, como podemos verificar na Figura 2.

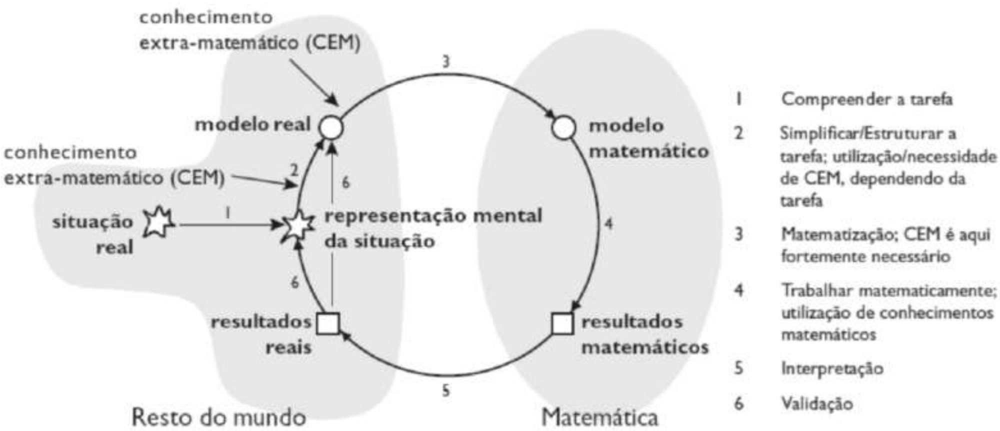


Figura 2- *Representação do ciclo de Ferri (retirado de Borromeo Ferri, 2010, p. 20).*

No processo de modelagem, este ciclo torna evidente que, para além de um conhecimento extra matemático sólido, é exigido um conhecimento matemático consolidado capaz de lidar com situações que, à partida, podem ter, ou não, ligações visíveis com a Matemática. A partir de um modelo matemático, é necessário ser capaz de interpretar os resultados a partir da situação real e de explorar propriedades que poderiam não constituir o foco da questão-problema.

A complexidade do processo de modelagem tem, evidentemente, implicações nas opções do professor, quer a nível dos conhecimentos disponibilizados quer a nível das práticas da sala de aula, não se ajustando a ambientes de trabalho muito centrados na figura do professor. Como refere Barbosa (2001c):

> "é razoável considerar que a Modelagem se diferencia da chamada "prática tradicional" que ainda é hegemônica nas salas de aulas. Entre uma abordagem e outra, existe uma considerável diferença e os professores, muitas vezes, não se sentem seguros para desenvolver Modelagem em suas aulas. A tarefa da formação é, portanto, oferecer aos professores a possibilidade de se moverem para esta proposta" (p. 11).

O autor considera, ainda, que a formação de professores no Brasil, na perspectiva do uso de modelagem matemática, tem mais um caráter de informação do que de efetiva formação.

2.2 Procedimentos metodológicos

Explicitam-se, em termos gerais, os procedimentos metodológicos seguidos. Durante a estadia no IPB, discutimos e avançámos com a elaboração das nossas propostas de trabalho seguindo duas etapas: primeiro, concentrámo-nos na confeção dos roteiros (com as tarefas e demais procedimentos) e, depois, na elaboração das práticas interativas no GeoGebra. Posteriormente, no Brasil, consolidámos o trabalho realizado e concretizámos uma parte de um dos roteiros com uma turma de alunos do ensino médio e recolhemos as suas opiniões sobre a aplicação, através de um questionário com questões abertas.

Para confecionar os roteiros, apresentados no ponto seguinte, dividimos o nosso trabalho em três partes: (i) identificação dos conceitos da Física Clássica fundamentais a usar; (ii) elaboração de situações-problema (tarefas), envolvendo os conceitos físicos identificados; e (iii) elaboração de sequências didáticas para a resolução das questões-problema propostas na parte anterior. A modelagem matemática que utilizámos para a resolução das situações-problema seguiu de perto o ciclo de Ferri (Borromeo Ferri, 2010) e encaixa-se no primeiro caso de Barbosa (2001a), pelo que, durante toda a prática, o professor deverá auxiliar os alunos no desenvolvimento das tarefas contidas no roteiro.

Partindo do princípio de que os alunos podem não ter conhecimentos e práticas muito habituais e aprofundados sobre o *software* GeoGebra, decidimos criar as simulações e as tabelas para que as possam manipular de acordo com o proposto em cada tarefa do roteiro. Para isso, os arquivos devem ser gravados nos computadores antes do início da prática para que os alunos possam acessá-los à medida que se desenvolvem as tarefas.

Como primeira experiência prática da metodologia proposta, trabalhámos a primeira parte do roteiro "Reflexões sobre o paradoxo de Zenão: Aquiles e a Tartaruga" com os alunos do primeiro ano do ensino médio de uma turma de Técnico em Agropecuária, do IF Sudeste MG, utilizando o tempo total de duas aulas consecutivas de cinquenta e cinco minutos cada. Esta situação decorreu das dificuldades de alguns alunos em trabalhar com o GeoGebra e, constatando que o tempo previsto não seria cumprido, optámos por realizar apenas o Trabalho 1 do roteiro. No final da atividade, aplicámos um questionário de perceção com o objetivo de recolher as opiniões dos alunos sobre diversos aspetos relacionados com o roteiro, como sejam a sua relevância para o conhecimento, a linguagem utilizada, o uso do GeoGebra na tarefa, o tema abordado e a estrutura seguida. Foram, ainda, solicitadas referências sobre a clareza do que "deve ser feito" e "sugestões de melhorias no roteiro”. Posteriormente, foi realizada a análise de conteúdo das respostas dadas pelos alunos, permitindo a respetiva categorização.

2.3 Apresentação dos roteiros

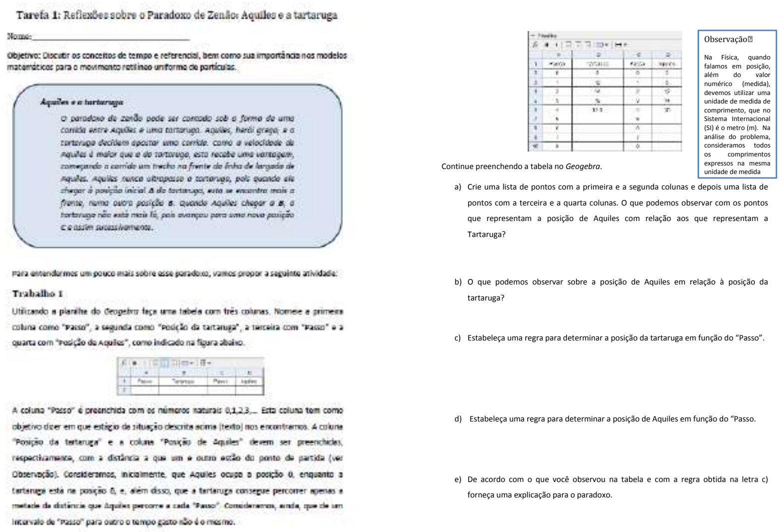
O trabalho realizado centrou-se na elaboração e consolidação de três roteiros, apoiando e abordando situações relativas ao estudo dos movimentos a desenvolver no ensino médio, que se caracterizam de seguida:

- Roteiro 1 – “Reflexões sobre o paradoxo de Zenão: Aquiles e a Tartaruga”.
  Este roteiro pretende apoiar a clarificação e discussão sobre os conceitos de tempo e referencial, bem como a reforçar a importância dos modelos matemáticos para uma melhor compreensão do movimento retilíneo uniforme.

- Roteiro 2 – “Galileu e as luas de Júpiter”.
  Este roteiro pretende apoiar o trabalho em torno dos conceitos de velocidade linear, velocidade angular e ângulo de fase, associando-os a um modelo matemático para o movimento circular uniforme.

- Roteiro 3 – “O trem de Galileu e o princípio da independência dos movimentos”.
  Este roteiro pretende apoiar a abordagem do conceito de independência dos movimentos em duas dimensões no lançamento de projéteis.

Cada roteiro parte de uma tarefa dividida em três trabalhos. No *Trabalho 1*, é exposto o problema motivacional da tarefa e feita uma discussão inicial sobre a situação-problema sem entrar em grandes detalhes sobre os conceitos físicos. A Figura 3 apresenta o *Trabalho 1* relativo ao roteiro “Reflexões sobre o paradoxo de Zenão: Aquiles e a Tartaruga”, concretizado e trabalhado pelos alunos, e objeto de destaque neste texto. No *Trabalho 2*, o problema real é “trocado” por um problema matemático e desenvolve-se a modelagem matemática juntamente com os conceitos físicos. Por fim, no *Trabalho 3*, voltando à situação-problema inicial e utilizando a modelagem desenvolvida no *Trabalho 2*, é trabalhada uma solução para a tarefa proposta e é feita a interpretação e reflexão sobre os resultados obtidos.



Tarefa 1: Reflexões sobre o Paradoxo de Zenão: Aquiles e a tartaruga

Nome:______________________

Objetivo: Discutir os conceitos de tempo e referencial, bem como sua importância nos modelos matemáticos para o movimento retilíneo uniforme de partículas.

Aquiles e a tartaruga

O paradoxo de Zenão pode ser contado sob a forma de uma corrida entre Aquiles e uma tartaruga. Aquiles, herói grego, e a tartaruga decidem apostar uma corrida. Como a velocidade de Aquiles é maior que a da tartaruga, esta recebe uma vantagem, começando a corrida um trecho na frente da linha de largada de Aquiles. Aquiles nunca ultrapassa a tartaruga, pois quando ele chegar à posição inicial A da tartaruga, esta se encontra mais à frente, numa outra posição B. Quando Aquiles chegar a B, a tartaruga não está mais lá, pois avançou para uma nova posição C e assim sucessivamente.

Para entendermos um pouco mais sobre esse paradoxo, vamos propor a seguinte atividade:

Trabalho 1

Utilizando a planilha do Geogebra faça uma tabela com três colunas. Nomeie a primeira coluna como “Passo”, a segunda como “Posição da tartaruga”, a terceira com “Passo” e a quarta com “Posição de Aquiles”, como indicado na figura abaixo.

A coluna “Passo” é preenchida com os números naturais 0,1,2,3,... Esta coluna tem como objetivo dizer em que estágio da situação descrita acima (texto) nos encontramos. A coluna “Posição da tartaruga” e a coluna “Posição de Aquiles” devem ser preenchidas, respectivamente, com a distância a que um e outro estão do ponto de partida (ver Observação). Consideramos, inicialmente, que Aquiles ocupa a posição 0, enquanto a tartaruga está na posição 8, e, além disso, que a tartaruga consegue percorrer apenas a metade da distância que Aquiles percorre a cada “Passo”. Consideramos, ainda, que de um intervalo de “Passo” para outro o tempo gasto não é o mesmo.

Observação

Na Física, quando falamos em posição, além do valor numérico (medida), devemos utilizar uma unidade de medida de comprimento, que no Sistema Internacional (SI) é o metro (m). Na análise do problema, consideramos todos os comprimentos expressos na mesma unidade de medida

Continue preenchendo a tabela no *Geogebra*.

a) Crie uma lista de pontos com a primeira e a segunda colunas e depois uma lista de pontos com a terceira e a quarta colunas. O que podemos observar com os pontos que representam a posição de Aquiles com relação aos que representam a Tartaruga?

b) O que podemos observar sobre a posição de Aquiles em relação à posição da tartaruga?

c) Estabeleça uma regra para determinar a posição da tartaruga em função do “Passo”.

d) Estabeleça uma regra para determinar a posição de Aquiles em função do “Passo.

e) De acordo com o que você observou na tabela e com a regra obtida na letra c) forneça uma explicação para o paradoxo.

Figura 3: *Trabalho 1 relativo ao roteiro “Reflexões sobre o paradoxo de Zenão: Aquiles e a Tartaruga” e concretizado pelos alunos participantes.*

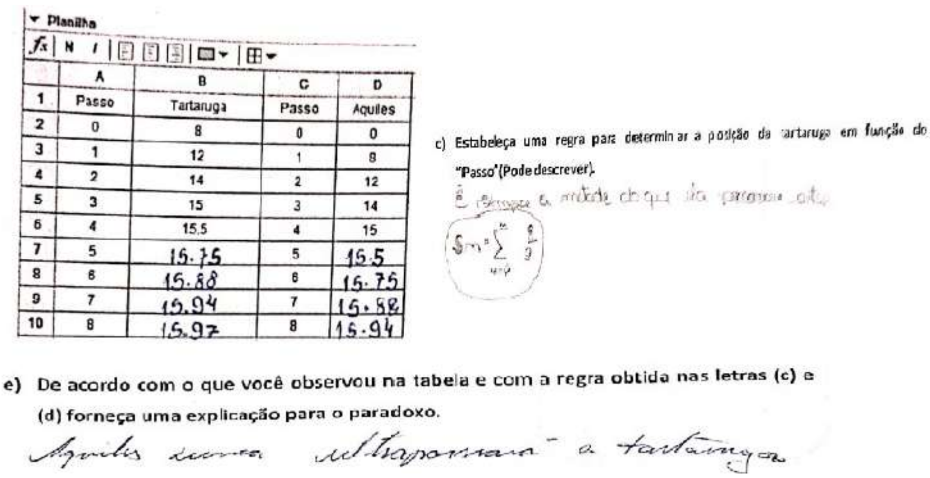
3. Aplicação (de uma parte) do Roteiro 1 e opiniões dos alunos

Esta secção apresenta os principais resultados relacionados com o ambiente da sala de aula aquando da aplicação de uma parte do Roteiro 1 e com as correspondentes apreciações que os alunos expressaram, no questionário, sobre o trabalho realizado.

3.1 A aplicação do roteiro na sala de aula

Durante a aplicação do roteiro, trabalhando em pares, os alunos demonstraram disponibilidade e entusiamo na resolução da tarefa focada no paradoxo de Zenão, embora alguns deles tivessem referido, no questionário, que alguns dos seus colegas deveriam ter comportamentos mais adequados e não fazer tanto barulho.

Os alunos começaram por ler o roteiro, não tendo havido dificuldades especiais na sua compreensão. Utilizando o GeoGebra, modelaram o paradoxo usando uma tabela. Primeiro, foram inserindo os dados iniciais das posições de Aquiles e da tartaruga, referidos no problema e, depois, foram registando as conclusões a que chegavam, obtendo uma relação entre as posições de ambos para encontrar as futuras posições. Em seguida, usando o autopreenchimento da tabela, os alunos verificaram que, quer Aquiles, quer a tartaruga, não atingem a posição "16m" e chegaram à conclusão que leva ao paradoxo, "Aquiles não ultrapassa a tartaruga". Na Figura 4, apresentam-se alguns registos escritos pelos alunos na resolução do Trabalho 1.



Planilha

	A	B	C	D
1	Passo	Tartaruga	Passo	Aquiles
2	0	8	0	0
3	1	12	1	8
4	2	14	2	12
5	3	15	3	14
6	4	15.5	4	15
7	5	15.75	5	15.5
8	6	15.88	6	15.75
9	7	15.94	7	15.88
10	8	15.97	8	15.94

c) Estabeleça uma regra para determinar a posição da tartaruga em função do "Passo" (Pode descrever).

e) De acordo com o que você observou na tabela e com a regra obtida nas letras (c) e (d) forneça uma explicação para o paradoxo.

Figura 4- *Respostas dadas por alunos na resolução do Trabalho 1.*

Neste sentido, e apesar de não ter sido possível a concretização de todo o roteiro, os alunos foram bem-sucedidos na compreensão e simplificação da questão-problema, correspondentes às primeiras etapas do ciclo de Ferri (Borromeo Ferri, 2010). Também foi concretizado um dos objetivos fundamentais da metodologia empregada, dado que os alunos compreenderam por eles próprios que a posição de ambos, de acordo com o paradoxo, deve ser dada por uma soma de termos de uma sequência infinita, mas que é convergente. É um exemplo relevante acerca do leque de conceitos matemáticos que podem ser trabalhados, em conjunto com os conceitos físicos já mencionados.

3.2 As opiniões dos alunos sobre o roteiro

Globalmente, nas respostas ao questionário, os alunos participantes expressaram opiniões muito positivas e fizeram comentários favoráveis às diversas componentes do roteiro que trabalharam.

Os alunos consideraram a atividade desenvolvida relevante para a melhoria quer dos seus conhecimentos disciplinares quer do desembaraço com as TIC, bem expresso nas respostas seguintes: “nos proporcionou mais conhecimentos e assim conseguimos achar a resposta” (Aluno1 (A1)), “muito bom para o aprendizado como forma diferente de aprender” (A20), “muito boa, pois aprendi coisas que nunca teria chances de aprender” (A17), “aprendi mais como mexer no computador” (A7), “importante, pois aprendi a mexer no GeoGebra” (A12).

Sobre a linguagem utilizada e o uso do Geogebra na tarefa, as opiniões foram mais divergentes. Alguns (poucos) alunos consideraram a linguagem: “um pouco complicada” (A4), “complicada” (A3), “mais ou menos difícil” (A24) ou, ainda, “estava difícil, pois foi a primeira vez que lidei com o aplicativo e suas funções” (A23). Mas a generalidade dos alunos não demonstrou dificuldades significativas, como se pôde verificar nestas respostas: “uma linguagem normal no nosso dia a dia que nos dá melhor entendimento” (A14), “boa... a linguagem é simples e fácil de compreender” (A17), “muito boa, de fácil entendimento” (A2). Já a utilização do *software* teve opiniões menos favoráveis, especialmente, dos alunos que não tinham ainda contactado (ou trabalhado pouco) com o *software*: “difícil” (A23) ou “difícil, pois foi a primeira vez que utilizei o GeoGebra” (A25). Já os restantes alunos valorizaram mais esse recurso: “muito bom, nos ajudou a entender” (A6), “bom de mais, facilita muito” (A8), “legal, saímos um pouco das aulas normais” (A3).

Sobre o tema abordado na tarefa e o “aspecto”/estrutura do roteiro, as opiniões voltaram a ser mais convergentes. O tema, embora “meio complicado por nunca ter feito antes” (A24), “foi um tema bem interessante” (A11), em especial, por “trabalharmos com um paradoxo na aula de física” (A14). A estrutura do roteiro foi muito apreciada, dado que “ajudou a entender um pouco da História” (A1), “estava bem explicado” (A20), “bem completo” (A3), “bom, de fácil leitura” (A2), embora pudesse “ter mais desenhos” (A7) para ajudar a compreender melhor o que “é para fazer”.

O recurso a mais imagens foi a sugestão mais mencionada pelos alunos para a melhoria do roteiro: “só faltava mais imagens, por exemplo, desenhos” (A11), “colocar alguns desenhos da história” (A20) ou “colocar figuras para facilitar o entendimento” (A17). Alguns alunos também referiram aspetos relacionados com o ambiente da sala de aula, sugerindo mais “silêncio da turma” (A18) ou “a turma tinha de colaborar mais, pois assim fica mais divertido” (A19).

Sintetizando, o roteiro foi do agrado geral dos alunos, reconhecendo que o tema e a questão problema foram muito importantes para que se empenhassem na resolução da tarefa proposta. O roteiro, com estrutura e linguagem apropriadas, tornou fácil o entendimento do que era para realizar. O recurso ao GeoGebra, embora tenha sido uma dificuldade a mais para alguns alunos, facilitou a verificação das condições do problema, potencializando um ambiente de trabalho mais atrativo. As sugestões de melhoria, em geral, apontaram para a inserção de mais figuras ilustrativas ao longo do roteiro.

4. Considerações finais

O pouco conhecimento prévio de alguns alunos em relação ao GeoGebra e a pouca habilidade em lidar com recursos computacionais condicionaram fortemente o tempo planejado (duas horas) para a realização dos três trabalhos da tarefa, sendo suficiente apenas para resolução do Trabalho 1. Como consequência, é essencial que, em concretizações futuras, a aplicação do Roteiro 1 seja precedida por uma interação anterior dos alunos com o *software* para que se sintam confortáveis com o seu uso (Borba & Villarreal, 2005; Borromeo Ferri, 2010; Niss, 1992) e se concentrem, principalmente, na análise e compreensão da situação problema.

O ambiente didático criado pela atividade permitiu a ocorrência de um fator positivo e fundamental na construção do conhecimento dos alunos relacionado com as discussões entre eles não previstas expressamente no roteiro. Houve intensa troca de informações e ideias entre os alunos de como lidar com os recursos computacionais e, ao longo da atividade, de como interpretar os resultados observados, levando-os a conclusões negociadas e fundamentadas (Barbosa, 2001b; Carreira, 2019; Martins et al., 2013). Dessa forma, mesmo partindo do caso 1 de Barbosa (2001a), o professor cumpriu o papel de mediador da prática educativa, podendo os alunos construir, de fato, o seu próprio aprendizado, constituindo um contraponto importante à prática habitual em aulas tradicionais, em que o professor assume apenas o papel de transmissor de informações e conclusões já consolidadas.

Podemos estender este modelo de tarefa para outros tópicos importantes da Física e da Matemática, com incontáveis possibilidades. Esta abordagem se mostra eficaz, pois podemos vincular a Matemática usada na Física em diversas teorias de forma bem natural. Tendo em conta os resultados obtidos neste estudo, acreditamos que os roteiros, bem como o apresentado e discutido, podem dar um bom contributo para facilitar e potenciar a articulação entre a Física e a Matemática no ensino médio, com evidentes vantagens para os alunos (e professores) no sentido de proporcionar aprendizagens com mais sentido e significado.

Referências

Barbosa, J. C. (2001a). Modelagem na educação matemática: Contribuições para o debate teórico. In Comissão Organizadora (Ed.), *Anais da 24.º reunião anual da ANPED*. Caxambu, Rio de Janeiro: ANPED. Disponível em http://24reuniao.anped.org.br/tp1.htm#gt19

Barbosa, J. C. (2001b). *Modelagem matemática: Concepções e experiências de futuros professores*. 268f. Tese de doutorado em Educação Matemática, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, Brasil.

Barbosa, J. C. (2001c). Modelagem matemática e os professores: A questão da formação. *Bolema*, *15*, 5-23.

Borba, M. C., & Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. New York: Springer.

Borromeo Ferri, R. (2010). Estabelecendo conexões com a vida real na prática da aula de matemática. *Educação & Matemática*, *110*, 19-25.

Brasil, Ministério da Educação. (2018). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, Brasil: Ministério da Educação. Disponível em http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Carreira, S. (2019). Modelação matemática e simulação no contexto escolar: Conexões entre mundos. In N. Amado, A. P. Canavarro, S. Carreira, R. T. Ferreira, & I. Vale (Eds.), *Livro de atas do EIEM 2019, Encontro de investigação em educação matemática* (pp. 45-62). Alte, Loulé: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Martins, F., Vieira, M., Reis, D., & Ribeiro, C. M. (2013). Ensinar através da modelação matemática: Uma primeira discussão baseada numa experiência de ensino no 4.º ano de escolaridade. *EXEDRA*, *8*, 165-180.

Niss, M. (1992). O papel das aplicações e da modelação na matemática escolar. *Educação & Matemática*, *23*, 1-2.