

ICTE
2018

III Encontro Internacional de Formação na Docência
III International Conference on Teacher Education

Bragança | 4 e 5 de maio | 2018

 **INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA**
Escola Superior de Educação



Conhecimento para ensinar probabilidades de futuros professores dos primeiros anos

José António Fernandes¹, Paula Maria Barros², Gabriela Gonçalves³
jfernandes@ie.uminho.pt, pbarros@ipb.pt, gmc@isep.ipp.pt

¹*Universidade do Minho, Portugal*

²*Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*

³*Instituto Politécnico do Porto, Portugal*

Resumo

Recentemente, a crescente aplicação das Probabilidades e Estatística na sociedade tem-se repercutido no aprofundamento do seu ensino nas escolas, especialmente no ensino básico, donde importa conhecer se o conhecimento dos futuros professores lhes permite implementar um ensino adequado destes temas. Assim, no presente estudo pretendemos analisar o conhecimento para ensinar Probabilidades de futuros professores dos primeiros anos. Participaram no estudo 53 alunos do 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma Universidade do Norte de Portugal, tendo-lhes sido pedido para resolverem várias tarefas sobre o tema de Probabilidades. Dessas tarefas, estudamos neste texto apenas aquela em que se pedia aos alunos para escreverem três tarefas de Probabilidades dirigidas a alunos do 1.º ou 2.º ciclo do ensino básico, tendo os dados, assim obtidos, sido analisados através de frequências e de análise de conteúdo. Em termos de resultados obtidos, fundamentalmente, verificou-se que os futuros professores apresentaram tarefas nada adequadas ao nível cognitivo dos alunos do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico. Em geral, as tarefas propostas mostram-se demasiado difíceis para alunos em questão, parecendo que os futuros professores foram muito influenciados pelas aprendizagens que eles próprios realizaram no tema de Probabilidades de uma unidade curricular antes frequentada na Universidade. Face a estes resultados, torna-se imprescindível que estes futuros professores explorem durante a sua formação inicial questões didáticas de Probabilidades, que lhes permita planificar, implementar e avaliar adequadamente as aprendizagens dos alunos.

Palavras-Chave: conhecimento para ensinar; probabilidades; futuros professores; primeiros anos escolares.

Abstract

Recently, the growing application of Probability and Statistics in society has been reflected in the deepening of its teaching in schools, especially in primary education, where it is important to know if the knowledge of prospective teachers allows them to implement an adequate teaching of these subjects. Thus, in the present study we intend to analyse the knowledge to teach Probability of prospective primary school teachers. In the study participated 53 students of the 2nd year of the Basic Education Degree course of a University of Northern Portugal, having been asked to solve various tasks on the subject of Probability. Of these tasks, we have studied in this text only the one in which students were asked to write three Probability tasks addressed to students in the 1st or 2nd cycle of basic education, and the data thus obtained were analysed through frequencies and content analysis. In terms of results obtained, fundamentally, it was verified that the prospective teachers presented tasks that were not appropriate to the cognitive level of students in the 1st and 2nd cycle of basic education. In general, the proposed tasks prove to be too difficult for the students in question, it seems that the future teachers were very much influenced by their own learning in the topic of Probability of a course previously attended at the University. Given these results, it is imperative that these future teachers explore during their initial training didactic Probability issues, which allows them to plan, implement and properly evaluate the students' learning.

Keywords: knowledge to teaching; probability; prospective teachers; primary school.

1 Introdução

O desenvolvimento científico da Estatística e das Probabilidades que se verificou no século passado tem-se repercutido numa maior visibilidade através das suas aplicações sociais, profissionais e pessoais. Ora tal aprofundamento do uso da Estatística e das Probabilidades tem-se também refletido na escola, fazendo parte tais temas dos programas escolares atuais de todos os anos escolares do ensino básico e secundário.

Ao nível do ensino básico, sobretudo no tema de Probabilidades, verificaram-se algumas alterações no programa atual (Ministério da Educação e Ciência, 2013) em relação ao programa anterior (Ministério da Educação, 2007). Para além de variados aspetos (Alves & Fernandes, 2015), do nosso ponto de vista, a alteração mais significativa diz respeito à inclusão do tema de Probabilidades apenas no 9.º ano de escolaridade, que é o último ano escolar do ensino básico. Ora, segundo a investigação, retardar o ensino das Probabilidades permite que as muitas ideias erradas dos alunos neste tema se consolidem (Batanero, 2013; Borovcnik & Peard, 1996).

Independentemente do programa atualmente em vigor, consideramos ser importante e até necessário que os futuros professores dos primeiros anos escolares desenvolvam conhecimentos básicos de Probabilidades, seja porque este tema é aquele que lida com a incerteza, por contraponto ao determinismo, seja porque se espera que futuramente este tema seja ensinado antes do 9.º ano e, ainda, porque este conhecimento faz parte, cada vez mais, da vida do quotidiano das pessoas.

Neste contexto, no presente estudo investiga-se o conhecimento para ensinar Probabilidades de futuros professores dos primeiros anos escolares, ou seja, do 1.º e 2.º ciclo do ensino básico. O conhecimento para ensinar é um conhecimento multifacetado, envolvendo, por exemplo, o conhecimento académico, o conhecimento do aluno, o conhecimento do currículo e o conhecimento do ensino (Godino, 2009; Shulman, 1986).

2 Enquadramento teórico

2.1 O conhecimento para ensinar

Shulman (1986) foi pioneiro no estudo da questão do conhecimento do professor para ensinar, identificando três grandes componentes de conhecimento que intervêm no ato de ensinar, designadamente: o *conhecimento do conteúdo*, que diz respeito aquilo que se vai ensinar, tanto na sua vertente sintática como semântica; o *conhecimento pedagógico do conteúdo*, que é relativo às formas como o professor representa e formula o seu conhecimento do conteúdo quando ensina, por forma a torná-lo compreensível para o aluno; e o *conhecimento do currículo*, que se refere ao conhecimento relativo aos programas escolares, aos materiais de ensino e às indicações neles existentes. Para o presente estudo revestem-se de uma importância especial todos estes três componentes do conhecimento para ensinar.

A partir do trabalho de Shulman (1986), Hill, Ball e Schilling (2008) distinguem duas grandes categorias de conhecimento relevantes para ensinar: o *conhecimento matemático* e o *conhecimento pedagógico do conteúdo*. A primeira categoria desdobra-se em três subcategorias, o *conhecimento comum do conteúdo*, que se refere ao conhecimento que uma pessoa (não necessariamente professor) mobiliza para resolver problemas matemáticos; o *conhecimento especializado do conteúdo*, que diz respeito ao conhecimento especial do professor que o habilita a planificar e desenvolver sequências de ensino; e o *conhecimento no horizonte matemático*, que se refere a conteúdos mais avançados do que os que se ensinam, incluindo também aspetos históricos e filosóficos, e que proporcionam perspetivas ao professor. A segunda inclui também três subcategorias, o *conhecimento do conteúdo e os estudantes*, que é relativo ao conhecimento sobre como os estudantes pensam, concetualizam ou aprendem um conteúdo; o *conhecimento do conteúdo e o ensino*, que é o conhecimento que resulta da integração do conhecimento do conteúdo matemático com o conhecimento sobre o ensino desse conteúdo; e o *conhecimento do currículo*, que se refere ao conhecimento das diretrizes curriculares, orientações, fins e motivações, materiais curriculares e sequencialização do tema nos diferentes níveis escolares. No conhecimento especializado do conteúdo, que é salientado neste trabalho, integra-se o conhecimento do conteúdo com o conhecimento educacional geral tendo em vista melhorar a aprendizagem dos alunos.

Ampliando os modelos anteriores, Godino, Batanero e Font (2007) e Godino (2009) propõem várias facetas para analisar os processos de ensino e aprendizagem da matemática: a *faceta epistémica*, que se refere aos conhecimentos matemáticos relativos ao contexto institucional em que se realiza o processo de aprendizagem (problemas, linguagens, procedimentos, definições, propriedades e argumentos); a *faceta cognitiva*, relativa aos conhecimentos pessoais dos estudantes e à progressão das suas aprendizagens; a *faceta afetiva*, que é relativa aos estados afetivos (atitudes, emoções, crenças, valores) de cada aluno em relação aos objetos matemáticos e ao processo de estudo seguido; a *faceta mediacional*, relativa aos recursos de ensino e à atribuição do tempo às distintas ações e processos; a *faceta interacional*, referente aos padrões de interação entre o professor e os alunos e sua sequencialização orientada para a fixação e negociação de significados; e a *faceta ecológica*, que enfatiza o sistema de relações com o contexto social, político e económico.

Estabelecendo uma correspondência entre as categorias de conhecimento para ensinar de Hill, Ball e Schilling (2008), Godino (2009) faz corresponder a faceta epistémica ao conhecimento matemático (nas suas diferentes tipologias), as facetas cognitiva e afetiva ao conhecimento do conteúdo e os estudantes, as facetas interacional e mediacional ao conhecimento do conteúdo e o ensino e a faceta ecológica ao conhecimento do currículo. De entre as várias facetas do conhecimento para ensinar, no presente texto destacam-se as facetas epistémica, cognitiva e ecológica.

2.2 O conhecimento para ensinar probabilidades nos primeiros anos

Recorrendo ao programa escolar de matemática do ensino básico (Ministério da Educação, 2007), anterior ao que está atualmente em vigor (Ministério da Educação e Ciência, 2013), constata-se que era proposta a abordagem de conteúdos do tema de Probabilidades já no 1.º e 2.º ciclo do ensino básico. No 1.º ciclo, no tópico “Situações aleatórias”, especificava-se que se trata de “Explorar situações aleatórias que envolvam o conceito de acaso e utilizar o vocabulário próprio para as descrever (certo, possível, impossível, provável e improvável)” (Ministério da Educação, 2007, p. 28). A título de exemplo, referem-se as situações de extração de um berlinde de um saco com berlinde de várias cores, o lançamento de um dado com faces numeradas de 1 a 6 e o registo do número de carros encarnados que passam à frente da escola no intervalo da manhã. Espera-se ainda que, nestas situações, os alunos ordenam acontecimentos numa escala do menos provável ao mais provável.

No 2.º ciclo, em continuação do que foi estudado no 1.º ciclo, os alunos deviam realizar experiências aleatórias para explorarem a regularidade a longo termo, tendo em vista identificar e listar todos os resultados possíveis associados às respetivas experiências aleatórias, como sejam, por exemplo, lançar dois dados e registar o resultado da soma das pintas das faces que ficam voltadas para cima ou extrair duas bolas de uma caixa, sem reposição ou com reposição.

Em termos de estudos realizados, prevalecem aqueles relativos ao conhecimento dos professores e futuros professores dos primeiros anos em Probabilidades, sendo escassos os que incidem sobre o ensino de Probabilidades. Por exemplo, Contreras, Estrada, Díaz e Batanero (2010), num estudo envolvendo 69 futuros professores do ensino primário, concluíram que eles tiveram muitas dificuldades na determinação da probabilidade condicionada e conjunta, tendo alguns aderido a raciocínios falaciosos.

Estudando a origem das dificuldades em probabilidade conjunta e condicionada, Fernandes, Batanero, Correia e Gea (2014) constataram que os futuros professores dos primeiros anos combinaram erradamente os valores da probabilidade conjunta, em que se destaca a aplicação da operação de adição em vez da de multiplicação, consideraram apenas a probabilidade de uma das duas ordens possíveis, determinaram o valor de probabilidade de um dos acontecimentos implicados, ignoraram o acontecimento condicionante, confundiram probabilidade condicionada com probabilidade conjunta, consideraram indevidamente a reposição ou não reposição e referiram casos favoráveis e casos possíveis sem os combinar.

Também num estudo com futuros professores dos primeiros anos de escolaridade, com maior abrangência de conteúdo, Fernandes, Viseu e Gea (2016) constataram que os futuros professores, excetuando o caso da probabilidade simples, em que foram mais sucedidos, demonstraram um desempenho limitado nos itens sobre a definição de acontecimentos certos e sobre a probabilidade condicionada e um desempenho muito limitado na probabilidade conjunta.

Mesmo os professores já em exercício apresentam, por vezes, dificuldades em lidar com conceitos probabilísticos. Neste caso, Alsina e Vásquez (2016) num estudo que realizaram sobre o conhecimento didático-matemático em Probabilidades de 93 professores chilenos do ensino primário, recolheram evidências sobre a existência de vários erros e dificuldades, a presença de heurísticas e enviesamentos probabilísticos. Face a estas dificuldades, os autores advogam a necessidade de aprofundar o conhecimento didático-matemático destes professores, designadamente nas três componentes do conhecimento matemático de Hill et al. (2008), que foram antes referidas.

3 Método

O estudo, aqui apresentado, teve por objetivo averiguar o conhecimento de futuros professores dos primeiros anos para ensinar probabilidades. Participaram na investigação 53 estudantes (E_i , com $i = 1, 2, \dots, 53$) que se encontravam a frequentar o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica, de uma universidade do Norte de Portugal. À entrada na universidade, estes estudantes tinham uma formação muito variada em matemática, o que explica que muitos deles tenham declarado ter dificuldades nas unidades curriculares de matemática na universidade; especificamente 51,0% declararam ter dificuldades ou muitas dificuldades, 41,5% declararam ter poucas dificuldades e apenas 7,5% declararam não ter dificuldades.

No âmbito do estudo, os participantes resolveram várias questões sobre probabilidades, que foram administradas num contexto de avaliação formal em sala de aula, das quais, por razões de espaço, é aqui estudada apenas uma, que se apresenta na Figura 1.

Defina três tarefas que sejam adequadas para alunos do 1.º ou 2.º ciclo do ensino básico aprenderem Probabilidades.	
Tarefa 1	<input type="checkbox"/> 1.º ciclo <input type="checkbox"/> 2.º ciclo
Tarefa 2	<input type="checkbox"/> 1.º ciclo <input type="checkbox"/> 2.º ciclo
Tarefa 3	<input type="checkbox"/> 1.º ciclo <input type="checkbox"/> 2.º ciclo

Figura 1: Enunciado da tarefa proposta aos futuros professores.

Na questão é pedido aos futuros professores que estabelecessem três tarefas que sejam adequadas para alunos do 1.º ou 2.º ciclo do ensino básico, envolvendo especialmente as facetas epistémica, cognitiva e ecológica do modelo de conhecimento para ensinar de Godino (2009). Na altura em que os futuros professores responderam à questão, eles já tinham estudado o tema de Probabilidades no âmbito de uma unidade curricular do curso de Licenciatura em Educação Básica.

Finalmente, em termos de análise de dados, estudámos as respostas dos estudantes segundo as dimensões pré-definidas “tipo de experiência aleatória” e “tipo de probabilidade e acontecimento”. Posteriormente, aquando da análise de dados, através da análise de conteúdo, definiram-se, em cada dimensão, subdimensões que são apresentadas na próxima secção. Para cada uma dessas subdimensões registam-se, em tabelas, as frequências de estudantes nelas incluídos e apresentam-se exemplos das respostas dos estudantes.

4 Caracterização das tarefas propostas pelos futuros professores

Nesta secção analisam-se as tarefas propostas pelos futuros professores segundo as dimensões “tipo de experiência aleatória” e “tipo de probabilidade e acontecimento”, definindo-se em cada uma delas várias subdimensões.

4.1 Tipo de experiência aleatória

Nesta dimensão, das tarefas propostas pelos alunos, distinguem-se as que envolvem uma experiência aleatória simples das que envolvem mais do que uma experiência aleatória simples, como seja lançar

uma moeda ao ar uma vez (experiência aleatória simples) e lançar duas vezes a mesma moeda ao ar (experiência aleatória composta). Na Tabela 1 encontram-se registradas as frequências das tarefas relativas a cada tipo de experiência aleatória, segundo o ciclo de ensino.

Tabela 1: Frequência (%) de tarefas segundo o tipo de experiência aleatória e ciclo de ensino.

Tipo de experiência aleatória	Ciclo de ensino		Total
	1.º ciclo	2.º ciclo	
Simple	70(85)	53(69)	123(77)
Composta	8(10)	20(26)	28(18)
Indefinida	4(5)	4(5)	8(5)

Observando a informação da Tabela 1, verifica-se que em qualquer dos ciclos prevalecem as tarefas envolvendo a determinação de probabilidades em experiências simples, embora com maior incidência no 1.º ciclo do que no 2.º ciclo.

No entanto, a menor incidência no 2.º ciclo de tarefas envolvendo a determinação de probabilidades em experiências simples é compensada por uma maior incidência, relativamente ao 1.º ciclo, de tarefas envolvendo a determinação de probabilidades em experiências compostas. A seguir, na Tabela 2, exemplifica-se uma tarefa envolvendo uma experiência simples.

Tabela 2: Tarefa apresentada pelo estudante E_4 para o 1.º ciclo.

Num saco estão 2 bolas brancas e 2 bolas pretas.
Qual a probabilidade de tirando uma bola, sair bola branca?

As tarefas envolvendo a determinação de probabilidades em experiências compostas, as quais resultam da repetição de uma mesma experiência aleatória simples ou de experiências aleatórias simples distintas, assumem-se como tarefas demasiado difíceis para os alunos quer do 1.º quer do 2.º ciclo. Neste tipo de tarefas, também os próprios futuros professores sentem muitas dificuldades, conforme se constata em variados estudos em que participaram estudantes com uma formação semelhante à dos que participaram no presente estudo (e.g., Fernandes et al., 2014; Fernandes, Gea & Batanero, 2016; Fernandes et al., 2016). Na Tabela 3 apresenta-se um exemplo de tarefa envolvendo uma experiência aleatória composta.

Tabela 3: Tarefa apresentada pelo estudante E_9 para o 2.º ciclo.

A Maria deu 5 rebuçados à mãe, dos 10 rebuçados (2 laranja, 3 limão e 5 morango).
Qual a probabilidade de esta dar 3 rebuçados de morango e 2 de limão à mãe?

Esta tarefa, tal como a anterior, não alude à extração aleatória e envolve um grau de dificuldade muito elevado uma vez que se trata de extrair 5 rebuçados de uma só vez ou de extrair, sem reposição, um rebuçado 5 vezes.

A tarefas envolvendo a determinação de probabilidades de experiências compostas está fora do alcance da generalidade dos alunos do 1.º e 2.º ciclo, pelo que não são adequadas para estes alunos. Mais complicado ainda é o facto de algumas dessas tarefas (44% no 1.º ciclo e 25% no 2.º ciclo) envolverem a repetição da experiência aleatória simples três ou mais vezes, implicando o uso de técnicas de contagem mais sofisticadas, que naturalmente os alunos não dominam.

Por último, nas duas tarefas indefinidas faltam dados que permitam resolvê-las ou não se entende o enunciado, e em algumas perguntas observa-se ainda a sua natureza determinista.

4.2 Tipo de probabilidade e acontecimento

Nesta dimensão estuda-se a probabilidade e os acontecimentos inerentes aos itens constantes das tarefas formuladas pelos alunos. Na Tabela 4 apresentam-se as frequências desses itens tendo em consideração o tipo de probabilidade pedida e a classificação/formulação de acontecimentos, segundo o ciclo de ensino.

Observa-se pela Tabela 4 que a determinação de uma probabilidade simples, envolvendo um único acontecimento (simples ou composto), foi o tipo de item mais formulado pelos alunos, tanto no 1.º como no 2.º ciclo (ver exemplo da Tabela 2). De seguida, com maior incidência no 2.º ciclo, surge a

Tabela 4: Frequência (%) de itens segundo o tipo de probabilidade, a classificação/formulação de acontecimentos e ciclo de ensino.

Probabilidade Acontecimento	Ciclo de ensino		Total
	1.º ciclo	2.º ciclo	
Probabilidade simples	82(67)	54(43)	136(55)
Probabilidade conjunta	17(14)	36(28)	53(21)
Comparar probabilidades	10(8)	8(6)	18(7)
Probabilidade condicionada	7(6)	9(7)	16(6)
Probabilidade da reunião	4(3)	4(3)	8(3)
Probabilidade envolvendo a negação	3(2)	1(1)	4(2)
Classificar/formular acontecimentos	-	15(12)	15(6)

Tabela 5: Tarefa apresentada pelo estudante E_{49} para o 2.º ciclo.

Numa escola há 300 alunos. Sabe-se que 40% são raparigas. Além disso, das 40% das raparigas, 70% não pratica esgrima e dos rapazes 80% pratica esgrima.
a) Qual é a probabilidade de ser rapariga e praticar esgrima?
b) Qual é a probabilidade de ser rapaz sabendo que não pratica esgrima?

probabilidade conjunta, em geral, relativa à probabilidade da interseção de dois acontecimentos, que se exemplifica no item a) da Tabela 5.

A utilização de uma tabela de dupla entrada para representar os dados da tarefa é particularmente adequada para resolver a tarefa, que envolve a probabilidade conjunta no item a) e a probabilidade condicionada no item b), o que revela a sua dificuldade para os alunos a quem se dirige.

No caso da comparação de probabilidades, são muito menos os itens formulados pelos alunos, observando-se uma incidência semelhante nos dois ciclos de ensino. A comparação entre as probabilidades de dois ou mais acontecimentos constitui um tipo de tarefa que poderá ser resolvida sem recurso à definição clássica de probabilidade, podendo assumir-se como uma introdução ao conceito de probabilidade. Os poucos itens formulados pelos alunos podem ser vistos como a desvalorização desta perspetiva no ensino. Na Tabela 6 apresenta-se um exemplo de tarefa deste tipo.

Tabela 6: Tarefa apresentada pelo estudante E_{51} para o 1.º ciclo.

O João tem 1 saco com 10 bolas das quais 5 são brancas e 5 são pretas. Se ele tirar, sem ver, uma bola do saco, é mais provável que ele tire 1 bola branca ou 1 bola preta?

A resolução desta tarefa não implica, forçosamente, a definição de probabilidade, podendo ser resolvida através de um raciocínio aditivo, o que torna este tipo de tarefas adequado à introdução do conceito de probabilidade.

A probabilidade condicionada (ver o exemplo do item b) na Tabela 5), a probabilidade da reunião de acontecimentos e de acontecimentos envolvendo a negação são referidas em poucos itens, não se destacando a sua incidência em nenhum dos dois ciclos de ensino. No caso da negação, os poucos itens formulados pelos alunos envolvem no seu enunciado a operação de negação, não implicando a determinação da referida probabilidade através da relação entre as probabilidades do acontecimento e do seu contrário. Na Tabela 7 exemplifica-se uma tarefa envolvendo dois tipos destas probabilidades.

No item a) pede-se a probabilidade da reunião e no item b) pede-se a probabilidade de um acontecimento envolvendo a negação. Este segundo item pode ser resolvido sem recorrer à relação entre as probabilidades de um acontecimento e do seu contrário, considerando o número de casos favoráveis como o total de cartões amarelos e brancos.

Finalmente, apenas no 2.º ciclo, poucos são os itens que versam a classificação e formulação de acontecimentos. De entre esses itens, quase todos se referem à classificação de acontecimentos em certos, possíveis (mas não certos) e impossíveis (80%), enquanto a formulação destes tipos de acontecimentos é referida em menos itens (20%). Ora, sendo que este tipo de tarefa é referido nos programas escolares de Matemática destes níveis escolares, tal como acontecia no anterior programa (Ministério da Educação, 2007), verifica-se que os futuros professores, em geral, não tiveram em consideração esse tipo de tarefa. Na Tabela 8 apresenta-se um exemplo deste tipo de tarefa.

Tabela 7: Tarefa apresentada pelo estudante E_{15} para o 2.º ciclo.

<p>Numa caixa estão 7 cartões: 2 brancos, 1 cor-de-rosa e 4 amarelos, indique a probabilidade de:</p> <p>a) Sair um cartão amarelo ou 1 cartão branco.</p> <p>b) Não sair um cartão cor-de-rosa.</p>
--

Tabela 8: Tarefa apresentada pelo estudante E_7 para o 2.º ciclo.

<p>Num lançamento de um dado classifica os acontecimentos como: certo, provável ou impossível:</p> <p>a) Sair um número par</p> <p>b) Sair um número de 1 até 6</p> <p>c) Sair um número superior a 69</p>
--

Nesta tarefa espera-se que os alunos classifiquem o acontecimento formulado em cada item segundo a tipologia dada, na qual o termo provável assume um carácter mais subjetivo do que os outros dois.

5 Conclusão

Para estabelecer tarefas para ensinar Probabilidades a alunos dos primeiros anos requer-se que os professores, neste caso futuros professores, mobilizem um conhecimento multifacetado. Esse conhecimento, segundo Godino (2009), desdobra-se em várias facetas, das quais no presente estudo se destacam as facetas epistémica, cognitiva e ecológica.

Nas facetas epistémica e cognitiva salienta-se, na dimensão “tipo de experiência aleatória”, a formulação de tarefas envolvendo experiências aleatórias compostas, cujas situações probabilísticas estão claramente além das capacidades cognitivas dos alunos dos primeiros anos escolares. Também na dimensão “tipo de probabilidade e acontecimento” são problemáticas as tarefas que envolvem a determinação da probabilidade conjunta, da reunião e condicionada. Nestas situações probabilísticas, variados estudos documentam as dificuldades dos alunos, mesmo de anos mais avançados, tal como se verificou com alunos do 8.º e 11.º ano em Fernandes (2001), com alunos do 9.º ano em Fernandes, Correia e Contreras (2013) e com futuros professores dos primeiros anos em Fernandes et al. (2016).

Na faceta ecológica, verifica-se que o anterior programa escolar de Matemática (Ministério da Educação, 2007), para além de não incluir a probabilidade em experiências aleatórias compostas no 1.º e 2.º ciclo do ensino básico, também não se refere explicitamente à determinação da probabilidade em experiências simples, enquanto valor numérico de quantificação da incerteza. Nesse programa inclui-se a noção de experiência aleatória, a terminologia do acaso e a classificação e formulação de acontecimentos, sendo todos esses conteúdos pouco valorizados nas tarefas propostas pelos futuros professores.

Em geral, as tarefas que os futuros professores propuseram para ensinar Probabilidades aos alunos dos primeiros anos refletem as aprendizagens por eles realizadas no tema de Probabilidades de uma unidade curricular que tinham frequentado antes na Universidade, o que obviamente não é uma escolha adequada para o nível de ensino dos alunos a quem se destinam. O futuro professor precisa de perspetivar o conhecimento no horizonte matemático como um conhecimento que está para além do conhecimento que tem de ensinar.

Em conclusão, os resultados do presente estudo mostram claramente que o conhecimento de Probabilidades, para além das dificuldades sentidas, não é suficiente para os futuros professores definirem as tarefas de ensino. A necessidade de integração do conhecimento de Probabilidades com o conhecimento pedagógico constitui uma ilação importante deste estudo, de modo a que os futuros professores desenvolvam competências matemático-didáticas que lhes permitam planificar, implementar e avaliar adequadamente as aprendizagens dos alunos.

Agradecimento

Este trabalho é financiado pelo CIEd - Centro de Investigação em Educação, projetos UID/CED/1661/2013 e UID/CED/1661/2016, Instituto de Educação, Universidade do Minho, através de fundos nacionais da FCT/MCTES-PT.

6 Referências

- Alsina, A., & Vásquez, C. (2016). Análisis de los conocimientos probabilísticos del profesorado de educación primaria. *Revista digital Matemática, Educación e Internet*, 16(1).
- Alves, M. P., & Fernandes, J. A. (2015). Alterações do programa de matemática do ensino básico português: o caso do tema Organização e Tratamento de Dados. *Olh@res*, 3(1), 280-305.
- Batanero, C. (2013). La comprensión de la probabilidad en los niños: ¿qué podemos aprender de la investigación? In J. A. Fernandes, P. F. Correia, M. H. Martinho, & F. Viseu (Orgs.), *Atas do III Encontro de Probabilidades e Estatística na Escola* (pp. 9-21). Braga: Centro de Investigação em Educação da Universidade do Minho.
- Borovenik, M., & Peard, R. (1996). Probability. In A. Bishop, M. A. K. Clements, C. Keitel-Kreidt, J. Kilpatrick, & C. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 239-287). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Contreras, J. M., Estrada, A., Díaz, C., & Batanero, C. (2010). Dificultades de futuros profesores en la lectura y cálculo de probabilidades en tablas de doble entrada. In M. M. Moreno, A. Estrada, J. Carrillo, & T. A. Sierra, (Eds.), *Investigación en educación matemática XIV* (pp. 271-280). Lleida: Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática, SEIEM.
- Fernandes, J. A. (2001). Intuições probabilísticas em alunos do 8.º e 11.º anos de escolaridade. *Quadrante*, 10(2), 3-32.
- Fernandes, J. A., Batanero, C., Correia, P. F., & Gea, M. M. (2014). Desempenho em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta de futuros professores do ensino básico. *Quadrante*, 23(1), 43-61.
- Fernandes, J. A., Correia, P. F., & Contreras, J. M. (2013). Ideias intuitivas de alunos do 9.º ano em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 4, 5-26.
- Fernandes, J. A., Gea, M. M., & Batanero, C. (2016). Conocimiento de futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad en experiencias compuestas. In J. A. Macías, A. Jiménez, J. L. González, M. T. Sánchez, P. Hernández, C. Fernández et al. (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XX* (pp. 217-225). Málaga: SEIEM.
- Fernandes, J. A., Viseu, F., & Gea, M. M. (2016). O conhecimento de Probabilidades de futuros educadores e professores dos primeiros anos. In L. G. W. Coan, & M. T. Moretti (Orgs.), *Aplicações matemáticas com Tecnologias de Informação e Comunicação* (pp. 123-142). Florianópolis, SC: Editora Insular.
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas. *UNIÓN — Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31.
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, 39(1-2), 127-135.
- Hill, H. C., Ball, D. L., & Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 39(4), 372-400.

Ministério da Educação (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: Autor.

Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.