

## TÉCNICAS DE DERIVAÇÃO DE DADOS EXPERIMENTAIS SEM PROPAGAÇÃO DE RÚIDO

Hernâni Lopes<sup>1</sup>, Rui Guedes<sup>2</sup> e Mário Vaz<sup>2</sup>

<sup>1</sup>-Escola Superior de Tecnologia e de Gestão do Inst. Politécnico de Bragança

<sup>2</sup>-Dep. de Eng. Mecânica e Gestão Industrial - FEUP

### RESUMO

*Neste trabalho são apresentadas três técnicas diferentes para o cálculo das derivadas espaciais de medições experimentais. A robustez das metodologias e a sua sensibilidade ao ruído é avaliada através do cálculo dos esforços numa placa de alumínio a partir do campo de deslocamentos. A holografia digital pulsada é utilizada para obter o campo de deslocamentos gerado por uma força impulsiva. Os esforços são determinados com base na teoria de Kirchhoff para placas finas, através do cálculo das primeiras três derivadas espaciais do campo de deslocamentos medido. Para as mesmas condições de ensaio, foi realizada uma simulação por elementos finitos em Ansys® para calcular os esforços na placa. Uma comparação entre as forças calculadas por via numérica e as calculadas através das três metodologias é apresentada.*

### 1.- INTRODUÇÃO

Nos ensaios experimentais a medição, quer directa, quer indirecta, das grandezas físicas é essencial para a caracterização do fenómeno em estudo. A amplitude real do sinal medido é, normalmente, muito suave ao contrário do ruído intrínseco à medição, que sendo do mais diverso tipo e origem, introduz variações bruscas na amplitude do sinal. A presença do ruído nas medições experimentais é incontornável embora a sua amplitude seja normalmente mais pequena que a do sinal da grandeza a medir. No entanto, quando se realiza a diferenciação do sinal a componente do ruído, com maior frequência, torna-se preponderante e acaba por corromper o sinal que se deseja estimar. Este facto torna necessário o desenvolvimento de ferramentas numéricas de pós-processamento do sinal para a redução do ruído, procedimento designado por *smoothing* [1]. Esta solução pode ser utilizada para o cálculo diferencial de primeira ordem mas pode conduzir a resultados indesejados quando é necessário

calcular derivadas de ordem superior. A solução do problema está na utilização de técnicas capazes de simultaneamente diferenciar o sinal melhorando a relação sinal/ruído. Nos três métodos propostos neste trabalho a técnica de diferenciação é combinada com o processo de filtragem dos valores medidos.

### 2.- OPERAÇÃO DE DIFERENCIAÇÃO

Os valores obtidos numa medição experimental de deslocamento  $u(x)$  na presença de ruído pode ser expressa na forma:

$$u(x) = u(x)^v + u(x)^r = u(x)^v [1 + \alpha \text{sen}(\omega_r x)] \quad (1)$$

onde o índice  $v$  representa os valor analítico ou exactos,  $\alpha$  o nível do ruído, normalmente menor que 1, e  $\omega_r$  é a frequência de distribuição do ruído ao longo do eixo  $x$ .

Atendendo que a frequência do ruído é normalmente bastante superior à do sinal, a diferenciação espacial do campo de deslocamentos  $u(x)$  resulta na diminuição

da relação sinal/ruído, como se mostra na equação seguinte:

$$\frac{\partial u(x)}{\partial x} = \frac{\partial u(x)^v}{\partial x} [1 + \alpha \text{sen}(\omega_r x)] + u(x)^v [1 + \alpha \omega_r \text{cos}(\omega_r x)] \quad (2)$$

O factor de amplificação do ruído  $\omega_r$  é tanto maior quanto maior for a sua frequência. Portanto, existe a necessidade de eliminar as componentes de frequência mais elevada através de um processo de filtragem. Porém, esta filtragem deverá ser criteriosamente realizada para não eliminar as componentes do sinal com frequências superiores, essenciais para a representação das derivadas de ordem mais elevada, pois estas componentes só se evidenciam com o cálculo da derivada. É pois conveniente aplicar inicialmente filtros menos restritivos e ir aumentando a restrição com a ordem das derivadas. A escolha do método derivação é fundamental no sucesso do cálculo. Neste trabalho propõem-se três métodos para o cálculo das derivadas espaciais do campo de deslocamentos até à terceira ordem. O método da convolução de sinal por derivada da função Gaussiana [2 e 3], o método da derivada no domínio do número de onda e o método por ajuste de funções *Spline* cúbicas. O primeiro método faz uso da derivada da função Gaussiana e por isso goza das mesmas propriedades de filtragem enquanto realiza a diferenciação do sinal. Já a diferenciação no domínio do número de onda recorre à transformada de Fourier para filtrar e diferenciar o sinal [4]. Por fim, o método de ajuste por mínimos quadrados de subsecções do campo de deslocamentos a funções *Splines* cúbicas.

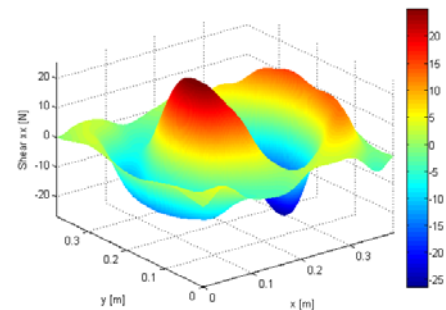
### 3.- EXEMPLO DE APLICAÇÃO

A partir do campo de deslocamentos medido e através dos métodos propostos foram calculados os esforços numa placa de alumínio submetida a uma carga normal de impacto. De acordo com a teoria de Kirchhoff para placas finas [5], os esforços são definidos pelas derivadas espaciais do campo de deslocamento. No caso do esforço transversal, está envolvida a diferenciação do campo de deslocamentos

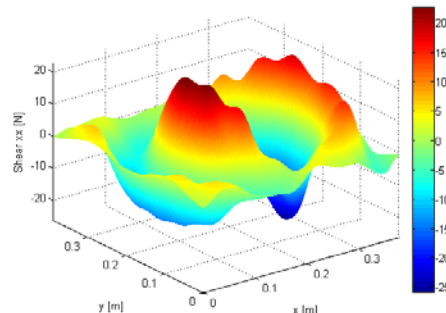
até à terceira ordem, conforme se pode constatar na equação seguinte:

$$Q_x(x, y, t) = -D \left( \frac{\partial^3 w(x, y, t)}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 w(x, y, t)}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (3)$$

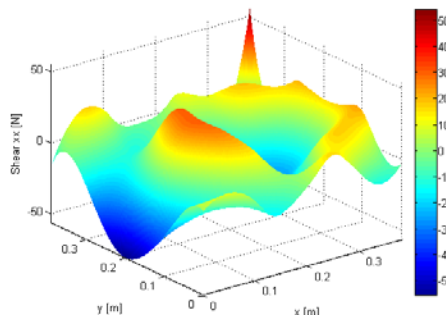
onde  $w(x,y,t)$  é o campo deslocamento fora do plano D é o módulo de rigidez à flexão da placa. A simulação por elementos finitos foi realizada em Ansys®. Nesta simulação foi utilizada uma força de impacto e considerando amortecimento nulo. Na figura 1 representa-se o cálculo do esforço transversal segundo as três técnicas propostas.



Derivada por convolução



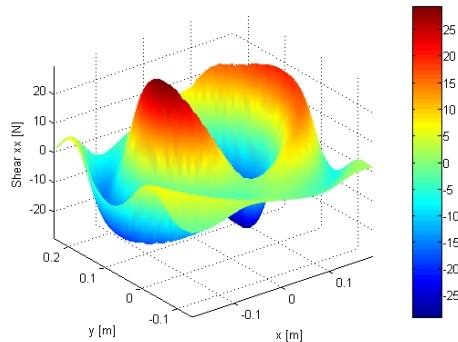
Derivada no domínio de onda



Derivada por ajuste de *Spline* Cúbica

Figura 1- O esforço  $Q_x$  calculado, pelos três métodos propostos, a partir da medição experimental dos deslocamentos.

Para se poder avaliar a qualidade dos resultados obtidos representa-se na Fig. 2 a distribuição espacial do esforço transverso  $Q_x$ , calculada pelo método dos Elementos Finitos no código *Ansys*®.



Método de elementos finitos

Figura 2- Cálculo do esforço  $Q_x$  pelo Método dos Elementos Finitos, código *Ansys*®.

#### 4.- CONCLUSÕES E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

A metodologia exposta permite o cálculo dos esforços na placa a partir dos valores dos deslocamentos e demonstrou ser robusta e imune ao ruído.

Em geral, os resultados apresentados demonstraram ser semelhantes e próximos aos obtidos pelo método dos elementos finitos. No entanto, a técnica por ajuste quadrático de subsecções da placa a funções cúbicas de *spline* é a que apresenta maior desvio junto do bordo da placa. Tal facto deve-se à ausência de informação para além do bordo, a qual é necessária para o correcto ajuste da função. As outras duas técnicas são menos sensíveis à falta desta informação, pois partem do pressuposto que a função é periódica. Condição verificada no campo deslocamentos.

Ficou demonstrado que é possível calcular os esforços em placas finas com base na teoria de Kirchhoff recorrendo as técnicas para o cálculo das derivadas espaciais sem propagação de ruído. Contudo, este cálculo está condicionado pela periodicidade do campo de deslocamentos, condição verificada apenas em alguns casos. Noutras situações, esta falta de informação pode ser ultrapassada através da extrapolação do

campo de deslocamentos para além dos bordos.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Fundação para a Ciência e a Tecnologia –FCT o apoio financeiro no âmbito do projecto POCI/EME/63236/2004.

#### BIBLIOGRAFIA

- [1] Strang, G. and Nguyen, T., Wavelets and Filter Banks, Wellesley-Cambridge Press, Wellesley, MA, 1996.
- [2] Rein van den Boomgaard and Rik van der Weij. Gaussian convolutions, numerical approximations based on interpolation. In Scale-Space 2001. 2001.
- [3] R. van den Boomgaard and A. W. M. Smeulders. The morphological structure of images, the differential equations of morphological scale-space. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 16(11):1101-1113, Nov 1994;
- [4] J. C. Pascal, X. Carniel, V. Chalvidan and P. Smigielski; Determination of Phase and Magnitude of Vibration for Energy Flow Measurements in a Plate using Holographic Interferometry; Optics and Lasers in Engineering, 25, 1996.
- [5] Stephen P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger 'Theory of plates and shells' McGRAW-HILL International Editions, 1959;
- [6] H.M. Lopes , R.M. Guedes, M.A. Vaz, J.D. Rodrigues "Study of transient wave propagation in plates using double pulse TV holography", Proceedings: International Conference on Computational & Experimental Engineering and Sciences"; Madeira, 26-29 de Julho de 2004.