

## INFLUÊNCIA DAS IMPERFEIÇÕES NA TEMPERATURA CRÍTICA DE VIGAS SUJEITAS À ENCURVADURA

Mesquita, L.M.R.\*; Piloto, P.A.G.\*\*; Vaz, M.A.P.\*\*\*; Vila Real, P.J.M.M.\*\*\*\*

\* DMA, Instituto Politécnico de Bragança  
Campus de Santa Apolónia, Ap. 1134; 5301-857 Bragança  
e-mail: lmesquita@ipb.pt, web <http://www.ipb.pt/~lmesquita>

\*\* DMA, Instituto Politécnico de Bragança – IDMEC – Pólo FEUP  
Campus de Santa Apolónia, Ap. 1134; 5301-857 Bragança  
e-mail: ppiloto@ipb.pt, web <http://www.ipb.pt/~ppiloto>

\*\*\* DEMEGI - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto  
Rua Dr Roberto Frias, S/N 4200-465 Porto  
e-mail: gmavaz@fe.up.pt

\*\*\*\* DEC - Universidade de Aveiro – IDMEC – Pólo FEUP  
Campus Universitário de Santiago, 3810-193 Aveiro  
e-mail: pvreal@civil.ua.pt

**Palavras-chave:** Instabilidade de Vigas, Temperatura Crítica, Grau de Utilização, Tensões Residuais, Imperfeições Geométricas, Elementos Finitos.

**Resumo.** *O comportamento de vigas a temperaturas elevadas é condicionado pelo nível de imperfeição que o elemento apresenta e pelo respectivo grau de utilização. A degradação das propriedades mecânicas pode proporcionar uma situação de instabilidade para uma determinada temperatura limite, designada por temperatura crítica. Neste artigo é apresentado o fenómeno de instabilidade associado à temperatura crítica do elemento, utilizando para o efeito um programa de análise não linear geométrica e material – ANSYS. É utilizado um modelo de casca com diferentes níveis de tensões residuais e diferentes valores de imperfeição geométrica. É efectuada a comparação da temperatura crítica para diferentes valores do grau de utilização de um perfil IPE100, em aço S235, correspondente a uma viga simplesmente apoiada, submetida a flexão uniforme e um carregamento composto por uma carga concentrada a meio vão e por um carregamento distribuído.*

## 1. INTRODUÇÃO

O dimensionamento de estruturas e de elementos metálicos passa pela verificação da segurança em relação aos estados limites últimos, necessitando da combinação adequada das várias acções envolvidas. Exemplo das acções a ter em consideração são as acções acidentais, da qual faz parte a exposição da estrutura, ou parte da mesma, ao fogo. A verificação de segurança de vigas deve considerar o fenómeno de instabilidade por encurvadura lateral torsional (ELT), também designado por bambeamento. De acordo com o Eurocódigo 3 Parte 1.2 [1], o cálculo estrutural ao fogo pode ser efectuado através de métodos de cálculo simplificados (válidos para elementos estruturais isolados), métodos de cálculo avançados ou com o recurso a ensaios experimentais.

Numa análise por elementos, a verificação da resistência ao fogo pode ser feita em três domínios diferentes (tempo, resistência e temperatura). Embora a verificação da segurança no domínio da resistência, de vigas sujeitas ao fenómeno de ELT sob a acção do fogo, se encontre bem documentada, tal não acontece no domínio da temperatura. A relação apresentada no documento em referência [1] entre a temperatura crítica e o grau de utilização só é válida para elementos traccionados e flectidos sem risco de ocorrência de fenómenos de instabilidade.

Neste artigo são apresentados resultados numéricos obtidos para a temperatura crítica no último instante em que se torna possível estabelecer o equilíbrio do elemento, considerando várias condições de carga e imperfeições iniciais. Nestas condições acidentais, a acção térmica provoca um aumento das deformações térmicas e submete o elemento estrutural a um estado não linear, geométrico e material, que é acompanhado pela diminuição progressiva da capacidade resistente. Devido à degradação das propriedades mecânicas é previsível que este estado limite seja atingido para uma dada temperatura, designada por temperatura crítica.

## 2. INSTABILIDADE LATERAL DE VIGAS

Quando uma viga é sujeita à flexão segundo o eixo mais resistente, ver a Figura 1, um dos banzos é comprimido. Se este não se encontra constrangido lateralmente, a instabilidade por encurvadura lateral torsional pode ocorrer.

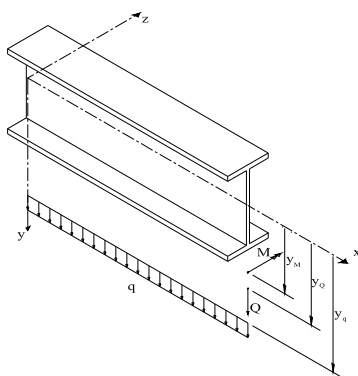


Figura 1. Viga sujeita a um carregamento generalizado.

Adoptando as hipóteses de Vlassov, válidas para elementos de parede fina, pequenas deformações e um estado linear de pré-encurvadura, para perfis I duplamente simétricos, o termo de segunda ordem do desenvolvimento em série de Taylor da energia potencial total ( $\Pi$ ) em torno de um estado de equilíbrio é dado por [3]:

$$\begin{aligned} \delta^2\Pi = & \frac{1}{2} \int_0^L \left\{ EI_y (w'')^2 + EI_w (\phi'')^2 + GJ (\phi')^2 \right\} dx + \frac{1}{2} \int_0^L M_z (2\phi w'') dx + \\ & + \frac{1}{2} \int_0^L q_y y_q \phi^2 dx + \frac{1}{2} \sum Q_y y_Q \phi^2 = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$w(x)$  e  $\phi(x)$  representam o deslocamento segundo  $z$  e a rotação segundo o eixo longitudinal  $x$ .  $EI_y$ ,  $EI_w$  e  $GJ$  representam a rigidez à flexão lateral, ao empenamento e à torção.

Para o caso de uma viga submetida a um estado de flexão uniforme, Figura 2a), com ambas as extremidades apoiadas em apoios de forquilha (rotação e empenamento livre), pode admitir-se que as variações de deslocamento e rotação verificam as equações de equilíbrio apresentadas em [3], para as quais são admitidas variações sinusoidais do deslocamento lateral e rotação ( $w/\delta = \phi/\theta = \sin(\pi x/L)$ ). O momento crítico elástico,  $M_{cr,M}$ , será dado pela equação (2):

$$M_{cr,M} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \sqrt{\frac{I_w}{I_y} + \frac{L^2 GJ}{\pi^2 EI_y}} \quad (2)$$

Quando a viga é sujeita, no domínio elástico, a um carregamento composto por uma força concentrada  $Q$ , a meio vão, e por uma carga distribuída aplicada no centro de corte,  $q$ , ver Figura 2b), o momento crítico elástico pode ser determinado pela equação (3).

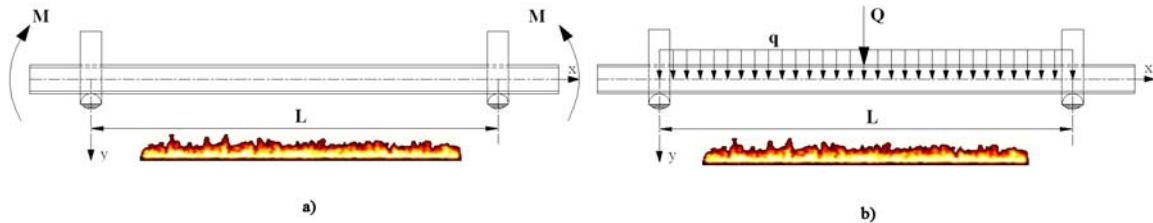


Figura 2. Modelo de carregamento em vigas I.

$$\frac{M_Q}{M_{cr,M}} + \frac{M_q}{M_{cr,M}} = 1,423 \left[ \sqrt{1 + \left( 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr}} \right)^2} - 1,003 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}^2} M_q + \right. \\ \left. + 0,577 \frac{P_y y_Q}{M_{cr,M}} - 0,167 \frac{M_q}{M_{cr,M}} \right] \quad (3)$$

em que  $M_Q = QL/4$ ,  $M_q = qL^2/8$ ,  $P_y = \pi^2 EI_y/L^2$ .

Quando um elemento estrutural se encontra submetido a um carregamento mecânico e é simultaneamente sujeito a temperaturas elevadas, a degradação das propriedades mecânicas do material pode originar o seu colapso, por instabilidade, devido à diminuição da capacidade resistente. A temperatura correspondente ao último instante de equilíbrio designa-se por temperatura crítica.

O Eurocódigo 3 Parte 1.2 [1] define o valor das propriedades mecânicas, para uma determinada temperatura, com base nas propriedades à temperatura ambiente, utilizando factores de redução. A variação do limite de proporcionalidade,  $f_{p,\theta}$ , do módulo de elasticidade,  $E_{a,\theta}$  e da tensão de cedência,  $f_{y,\theta}$ , com a temperatura, é representada na Figura 3.

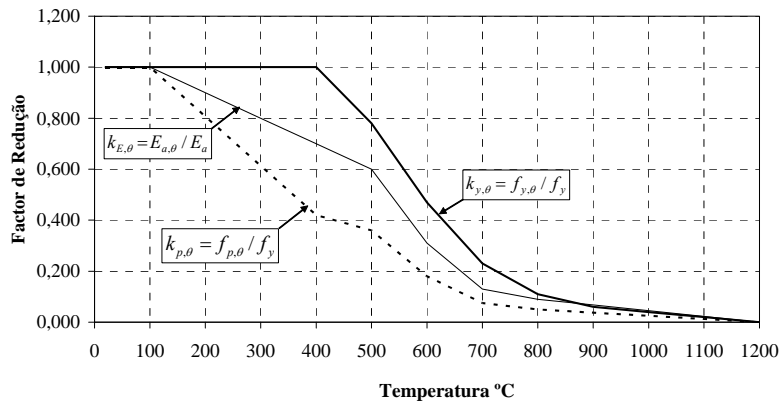


Figura 3. Factores de redução das propriedades mecânicas.

## 2.1. Segurança dos elementos estruturais sob a acção do fogo

A resistência ao fogo de um elemento estrutural pode ser definida como o intervalo de tempo transcorrido desde o início de um incêndio normalizado, até ao momento em que o elemento atinge a sua temperatura crítica. Isto é, a temperatura a partir da qual deixa de satisfazer as funções de suporte de cargas para que foi projectado, deixando de verificar a condição de segurança da inequação (4). Esta temperatura depende do grau de utilização do elemento e do nível das imperfeições existentes.

$$E_{fi,d} \leq R_{fi,d,t} \quad (4)$$

em que  $E_{fi,d}$  representa o valor de cálculo dos efeitos das acções exercidas sobre o elemento, que no caso de uma situação de acidente deve ser determinado em função da combinação accidental [4].

$$\sum \gamma_{GA} G_k + \psi_{1,i} Q_{k,1} + \sum \psi_{2,i} Q_{k,i} + \sum A_d(t) \quad (5)$$

No caso da verificação de segurança de elementos de viga (classe 1 e 2),  $R_{fi,d,t}$  pode representar, por exemplo, o valor de cálculo do momento flector resistente no instante  $t$ ,  $M_{b,fi,t,Rd}$ , sem constrangimentos laterais, devendo este ser determinado pela equação (6).

$$M_{b,fi,t,Rd} = \chi_{LT,fi} W_{pl,y} k_{y,\theta,com} f_y / \gamma_{M,fi} \quad (6)$$

A Figura 4 procura ilustrar os diferentes domínios de verificação da resistência (tempo, resistência e temperatura), assim como a relação existente entre eles.

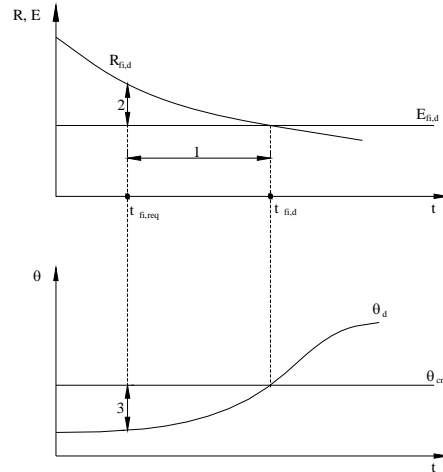


Figura 4. Domínios de verificação de resistência ao fogo

No domínio do tempo, ver intervalo 1, o valor de cálculo do tempo de resistência ao fogo,  $t_{fi,d}$ , deve ser inferior ao tempo de resistência ao fogo requerido regulamentarmente. Em 2, o valor de cálculo dos efeitos das acções,  $E_{fi,d}$ , não pode ser superior à capacidade resistente em situação de incêndio,  $R_{fi,d,t}$ . Por último, em 3, o valor de cálculo da temperatura do elemento,  $\theta_d$ , não pode ultrapassar o seu valor crítico,  $\theta_{cr,d}$ .

Segundo a versão Belga da parte 1.2 do Eurocódigo 3, para elementos das classes 1, 2 e 3 utilizados em edifícios correntes pode-se admitir, de modo aproximado, que a condição de estabilidade é satisfeita, no instante  $t$ , se a temperatura do aço não ultrapassar 540 [°C] para vigas isostáticas e elementos traccionados, 570 [°C] para vigas hiperestáticas e 500 [°C] para elementos comprimidos ou sujeitos a flexão composta com compressão [2].

O cálculo da temperatura crítica para elementos sujeitos a fenómenos de instabilidade (elementos comprimidos por flexão sujeitos à encurvadura lateral) deverá ser um processo iterativo, uma vez que a resistência não é directamente proporcional à tensão de cedência do aço. Para os casos em que se verifica esta proporcionalidade, a temperatura crítica pode ser determinada em função do grau de utilização,  $\mu_0$ , pela equação (7).

$$\theta_{a,cr} = 39,19 \ln \left[ \frac{1}{0,9674 \mu_0^{3,833} - 1} \right] + 482 \quad (7)$$

### 3. CASOS DE ESTUDO

É conhecida a influência da imperfeição geométrica e material na determinação da

resistência de elementos de viga à encurvadura lateral torsional, à temperatura ambiente [5]. A influência das imperfeições materiais (tensões residuais) neste tipo de fenómeno de instabilidade desaparece para temperaturas superiores a 400 [°C], conforme estudo efectuado no domínio da resistência [6].

Neste artigo pretende-se verificar a influência das imperfeições e do grau de utilização na determinação da temperatura crítica do elemento em estudo, tendo em consideração dois tipos de carregamento mecânico distintos (flexão uniforme, e carregamento composto por carga concentrada e distribuída, Figura 2).

As imperfeições geométricas consideradas assumem uma distribuição sinusoidal, ao longo do comprimento do elemento, tanto para o deslocamento lateral, como para a rotação da secção recta, ver Figura 5.

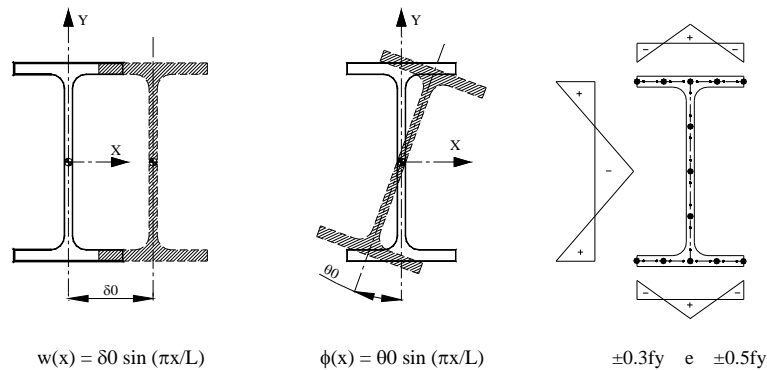


Figura 5. Imperfeições iniciais (deslocamento, rotação e tensões residuais).

Principalmente devido ao arrefecimento existente durante o processo de fabrico dos perfis obtidos por laminagem, são criadas tensões residuais. Genericamente estas são de compressão nas extremidades dos banzos e no meio da alma e de tracção na ligação da alma ao banzo. É assumida uma distribuição bitriangular de amplitude máxima igual a  $0.3f_y$  e  $0.5f_y$ , em que  $f_y = 235[MPa]$ , ver Figura 5.

É ainda considerado o valor de imperfeição geométrica equivalente definido no Eurocódigo 3 Parte 1.1 [7], que engloba a imperfeição geométrica e material do elemento. Para a secção em estudo, esta imperfeição toma o valor  $\delta_0 = L/400$ .

Para os diferentes comprimentos de viga, foram analisados os seguintes casos de imperfeição apresentados na Tabela 1.

CASO 1	CASO 2	CASO 3	CASO 4	CASO 5
$\delta_0 = L/1000.0$	$\delta_0 = L/1000.0$	$\delta_0 = L/1000.0$ $\theta_0 = L/125.0$	$\delta_0 = L/400$	$\delta_0 = L/1000.0$
$\sigma_{resid} = 0.3f_y$	$\sigma_{resid} = 0.5f_y$	$\sigma_{resid} = 0.3f_y$		

Tabela 1. Casos de imperfeição analisados.

É verificada a influência das imperfeições para diferentes graus de utilização (60% e 80%). O grau de utilização,  $\mu_0$ , é definido pela relação entre o valor de cálculo do efeito das acções e a capacidade resistente no instante  $t = 0$ , isto é, à temperatura ambiente.

$$\mu_0 = \frac{E_{f_i,d}}{R_{f_i,d,0}} \quad (8)$$

É ainda apresentada a variação da temperatura crítica para graus de utilização, compreendidos entre 10% e 90%, para os dois tipos de carregamento mecânico apresentados.

#### 4. MODELO NUMÉRICO

As simulações numéricas foram realizadas utilizando o programa ANSYS 7.0, recorrendo ao elemento de casca SHELL 181, com seis graus de liberdade por nó, adequados à modelação de aplicações não lineares materiais e geométricas (grandes deslocamentos e/ou grandes deformações). As funções de forma das deformações são lineares em ambas as direcções do plano. Possui dois pontos de integração em cada direcção do plano e cinco na espessura do elemento.

O material utilizado foi o aço S235 com um módulo de elasticidade  $E = 210[GPa]$  e coeficiente de Poisson  $\nu = 0.3$ . A temperaturas elevadas, o programa ANSYS utiliza o modelo elasto - elástico plástico (Figura 6) para a relação entre a tensão e a deformação, definida no Eurocódigo 3 parte 1.2 [1]. A tensão de cedência e o módulo de elasticidade, a temperaturas elevadas variam de acordo com a Figura 3.

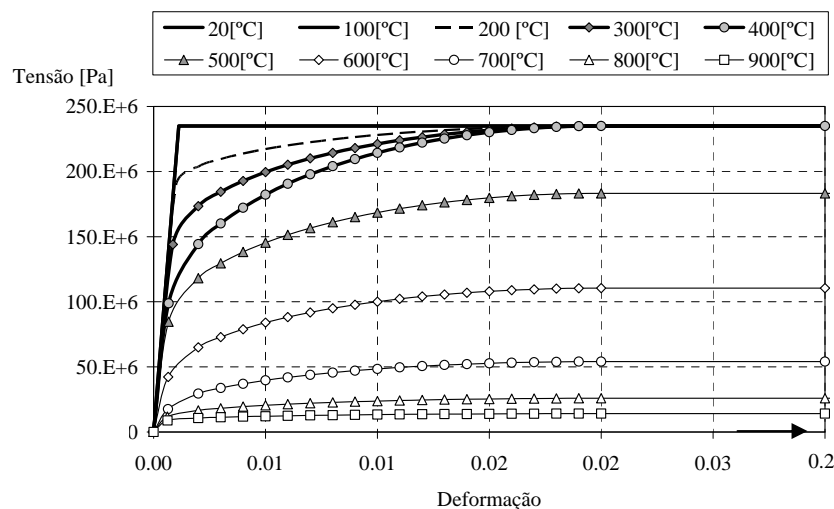


Figura 6. Relação tensão - deformação para temperaturas elevadas.

A secção transversal foi modelada a partir da superfície média do perfil, com quatro elementos no banzo e na alma. As condições de apoio foram modeladas através de apoios de forquilha nas extremidades da viga, impedindo o deslocamento lateral e a rotação da secção,

mas permitindo o empenamento da mesma.

As tensões residuais foram introduzidas como tensões iniciais nos pontos de integração dos elementos, encontrando-se representada a respectiva distribuição na Figura 7.

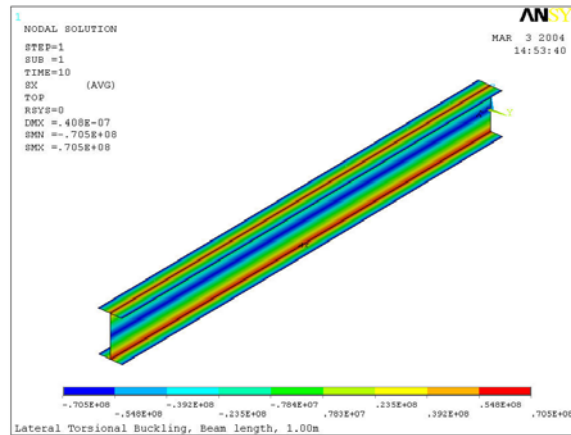


Figura 7. Distribuição das tensões residuais, L=1 [m].

Sendo as relações apresentadas na Figura 6 aplicáveis para taxas de aquecimento entre 2-50 [°C/min] [1], a evolução da temperatura foi aplicada nos nós dos elementos, seguindo uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h]. O valor do carregamento mecânico aplicado satisfaz o grau de utilização pretendido.

Devido ao comportamento não linear geométrico e material foi utilizado um procedimento incremental e iterativo de resolução.

## 5. RESULTADOS NUMÉRICOS

Quando uma viga sem constrangimentos laterais é sujeita a um carregamento mecânico e a uma acção térmica, a degradação das propriedades mecânicas leva a que ocorra um movimento vertical, acompanhado por um deslocamento lateral e rotação da secção, conduzindo à diminuição da sua capacidade resistente e possível colapso a uma dada temperatura, temperatura crítica.

Na Tabela 2 encontram-se representados os resultados numéricos da temperatura crítica dos casos de imperfeição descritos na Tabela 1, para o grau de utilização de 60% e 80% e para diferentes comprimentos de viga.

Viga [m]	Grau de utilização 60%					Grau de utilização 80%				
	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4	Caso5	Caso1	Caso2	Caso3	Caso4	Caso5
1.0	603.8	599.4	598.7	602.6	609.1	570.0	567.0	566.0	569.0	574.2
1.5	600.2	595.2	596.0	602.2	608.7	568.8	564.0	564.0	569.0	574.3
2.0	598.6	592.2	594.1	601.9	608.6	567.6	561.2	562.0	569.0	574.5
2.5	597.5	589.3	592.5	602.1	608.8	566.6	558.9	560.3	569.0	574.9
3.0	596.1	586.4	590.7	602.0	608.8	565.3	556.4	558.8	569.0	575.1
3.5	594.6	583.5	588.5	602.1	609.8	563.9	553.6	556.9	569.0	575.9

Tabela 2. Valores numéricos da temperatura crítica [°C].

A tabela evidencia que a temperatura crítica diminui com o aumento do grau de utilização de 60% para 80%. Comparando as simulações que possuem tensões residuais, caso 1 a 3, com os casos 4 e 5 que não possuem tensões residuais, verifica-se que, na ausência destas, a temperatura crítica aumenta, sendo aproximadamente constante para todos os comprimentos de viga. Quando se consideram tensões residuais, a temperatura crítica diminui com o aumento do comprimento da viga. Um aumento na amplitude das tensões residuais produz uma maior diminuição da temperatura crítica, em vigas de maior comprimento.

Quando a imperfeição geométrica de rotação da secção é considerada, caso 3, existe uma diminuição da temperatura crítica. A utilização da imperfeição geométrica equivalente, caso 4, fornece valores da temperatura crítica superiores à situação em que é combinada a imperfeição geométrica e as tensões residuais, caso 1, para vigas de maior comprimento.

Na Figura 8 encontram-se representados os resultados numéricos do deslocamento lateral em função do incremento de temperatura, para o carregamento composto pela carga concentrada,  $Q$ , e carga distribuída,  $q$ , para valores do grau de utilização de 20%, 40%, 60% e 80%, nas condições de imperfeição correspondentes ao caso 1.

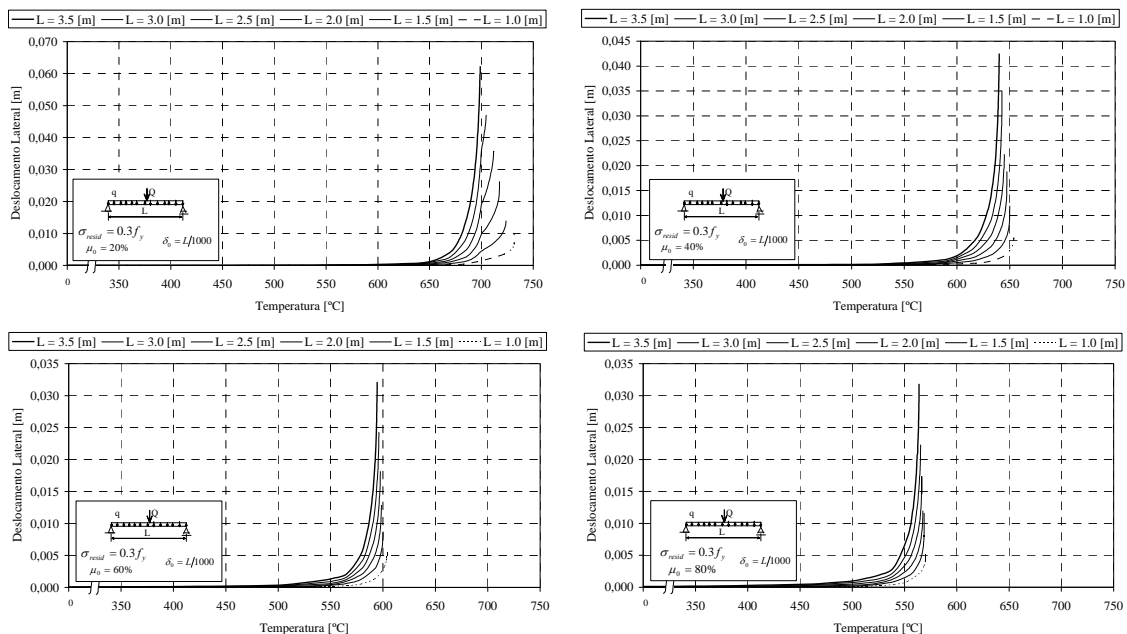


Figura 8. Deslocamento lateral nas vigas sujeitas ao carregamento composto pela carga concentrada e carregamento distribuído.

Os resultados mostram que, para baixos valores do grau de utilização, a temperatura crítica varia com o comprimento da viga. Esta situação desaparece à medida que o grau de utilização aumenta.

Os resultados numéricos correspondentes à solicitação do elemento de viga à flexão uniforme, Figura 9, apresentam valores inferiores de temperatura crítica, quando comparados

com o tipo de solicitação anterior, para o mesmo grau de utilização. Esta solicitação é a menos conservativa por possuir uma distribuição do momento flector elevada em toda a extensão do elemento [8]. À semelhança da solicitação anterior, a temperatura crítica continua a depender do comprimento da viga, mas neste caso, de forma significativa, para valores inferiores do grau de utilização.

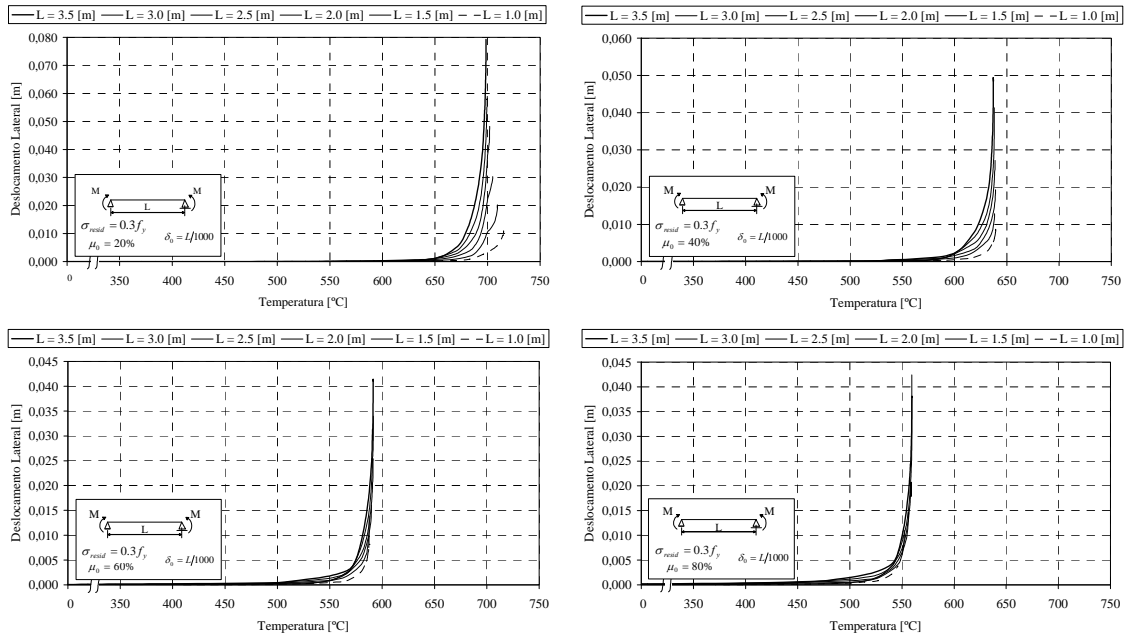


Figura 9. Deslocamento lateral nas vigas sujeitas a flexão uniforme.

A Figura 10 representa a variação da temperatura crítica em elementos de viga submetidos aos dois tipos de carregamento representados.

Todos os modos de colapso representados evidenciaram a perda de equilíbrio por encurvadura lateral e concomitantemente, para graus de utilização superiores a 40%, valores de temperatura crítica superiores aos obtidos pela equação (7).

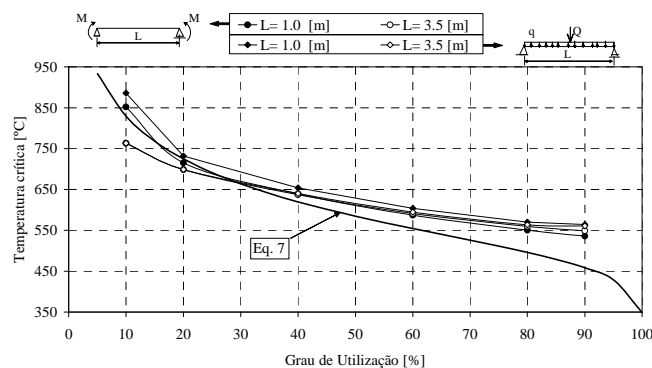


Figura 10. Temperatura crítica para diferentes valores do grau de utilização.

Com o objectivo de validar os resultados numéricos, serão efectuados ensaios experimentais, à escala real, utilizando vigas com diferentes valores de esbelteza. O carregamento mecânico consiste na aplicação de uma carga concentrada no banzo superior a meio vão da viga, que se pretende constante e que conduza ao grau de utilização pretendido, ver a Figura 11.



Figura 11. Setup experimental e viga submetida à acção mecânica e térmica.

A solicitação térmica será aplicada através de um sistema de aquecimento programável, a uma taxa de aquecimento de 800 [°C/h], aproximando desta forma o efeito de um incêndio real. Os deslocamentos, lateral e vertical, serão medidos através de réguas digitais.

## 6. CONCLUSÕES

A verificação da segurança dos elementos estruturais submetidos à acção de incêndio pode ser efectuada no domínio da temperatura. Esta situação pressupõe o conhecimento da temperatura crítica do elemento para um determinado grau de utilização.

Foi apresentado um procedimento para a obtenção da temperatura crítica de vigas sem constrangimentos laterais, sujeitas à instabilidade por encurvadura lateral. Foi analisada a influência que as imperfeições geométricas e as tensões residuais têm na temperatura crítica, para diferentes graus de utilização, de carregamento e diferentes comprimentos de viga.

Nos casos analisados, os resultados mostram que para valores elevados do grau de utilização, a temperatura crítica se mantém aproximadamente constante para todos os comprimentos de viga analisados.

## REFERÊNCIAS

- [1] CEN prEN 1993-1-2; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design”; Abril, 2003.
- [2] Vila Real, Paulo J. M. M.; “Incêndio em estruturas metálicas. Cálculo Estrutural”; Edições Orion; 1ª edição, Novembro de 2003.
- [3] Trahair N.S.; “Flexural – Torsional Buckling of structures”; E&FN SPON – Chapman & Hall; London; 1993.
- [4] CEN ENV EN 1991 –2-2; “Eurocode 1, Basis of Design and Actions on Structures – Part 2-2: Actions on Structures – Actions on Structures Exposed to Fire”; 1995.

- [5] Piloto, P.A.G.; Mesquita, Luís; Vaz, M.A.P; Vila Real, Paulo M.M.; “A influência das imperfeições geométricas na resistência de vigas à encurvadura lateral”; IV Encontro Nacional de Construção Metálica e Mista; ISBN 972-983765-1; pp. 455-464; IST – Lisboa 4 e 5 de Dezembro de 2003.
- [6] Vila Real, P.M.M.; Cazeli, Ronisi; Silva L.; Piloto, P.A.G.; ”The effect of residual stresses in the lateral-torsional buckling of steel I-beams at elevated temperature”; International Journal of Constructional Steel Research - Elsevier, Vol. 60, pp 783-793; 2004.
- [7] CEN prEN 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; Stage 49 – draft; May 2003.
- [8] Bailey, C.G., Burgess, I.W., Plank,R.J.; “The lateral-torsional buckling of unrestrained steel beams in fire”, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 36 (2), pp 101-119; 1996.