



ATAS DO XXVII SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Editores

Maria Helena Martinho

Rosa Antónia Tomás Ferreira

Isabel Vale

Henrique Guimarães

Porto 2016



APM

Associação de Professores
de Matemática

Ficha técnica

Título

Atas do XXVII Seminário de investigação em educação matemática

Editores

Maria Helena Martinho

Rosa Antónia Tomás Ferreira

Isabel Vale

Henrique Guimarães

Capa

Catarina Barbosa

ISBN

978-972-8768-63-8

Associação de Professores de Matemática

Porto, julho 2016

Índice

Introdução	1
Conferências Plenárias	5
O que nos diz a Investigação em Didática da Matemática?	
<i>João Pedro da Ponte</i>	7
El juego como actividad conductora de los primeros aprendizajes matemáticos	
<i>Mequè Edo Basté</i>	23
Criatividade e Ensino Superior: do olhar atual dos alunos até desafios futuros	
<i>Maria de Fátima Morais</i>	45
Simpósios Temáticos	47
<u>História do ensino e epistemologia</u>	47
Da crítica dos fundamentos da matemática à busca de um maior rigor no ensino: uma reflexão por via dos estagiários do Liceu Normal de Pedro Nunes (1956-1969)	
<i>Teresa Maria Monteiro</i>	49
A utilidade do cálculo diferencial/integral na construção e estudo de modelos em contexto escolar	
<i>Catarina Lucas, Josep Gascón, Cecílio Fonseca, José Casas</i>	63
Entre o Maranhão e Coimbra: Histórias de vida de professores de Matemática na cidade de São Luís	
<i>Walária de Jesus Barbosa Soares, Silvia Fernanda de Mendonça Figueirôa</i>	77
<u>Questões de aprendizagem</u>	87
Intuición sobre el azar: Análisis de una experiencia aleatoria con alumnos de Educación Primaria	
<i>María M. Gea, José A. Fernandes, Carmen Batanero, Antonio J. Benavides</i>	89
Estilos de aprendizagem na disciplina de Matemática em alunos portugueses do 10.º ano - Estudo piloto	
<i>Miguel Figueiredo, Henrique Manuel Guimarães</i>	103

Perspetivas dos alunos sobre o erro como estratégia de aprendizagem	
<i>Paula Maria Barros, José António Fernandes, Cláudia Mendes Araújo</i>	119
Desempenho de alunos de Engenharia em testes de hipóteses: o caso dos erros tipo I e tipo II	
<i>Gabriela Gonçalves, José António Fernandes, Maria Manuel Nascimento</i>	133
<u>Desafios na sala de aula</u>	148
O jogo como promotor da comunicação e aprendizagem matemática	
<i>Sílvia Lopes, Helena Rocha</i>	149
A aprendizagem das operações aritméticas com polinómios através do jogo <i>Tempoly</i>	
<i>Cândida Barros, Ana Amélia Carvalho</i>	163
Identificar propriedades em quadriláteros - um caminho para a classificação inclusiva	
<i>Maria Paula Pereira Rodrigues, Lurdes Serrazina</i>	179
<u>Contextos não formais de aprendizagem</u>	193
Conceções (etno)matemáticas de alunos do 2.º ciclo do ensino básico da cidade de Olhão	
<i>Sofia Graça, António Guerreiro</i>	195
“Espelhos, Matemática e Ciências” - Conceção e exploração de uma Oficina de Matemática e Ciências no 1.º Ciclo do Ensino Básico	
<i>Fátima Paizão, Fátima Regina Jorge, Ana Patrícia Raposo</i>	209
Cidade, Escola e Explorações geométricas - um triângulo de aprendizagem no 1.º Ciclo do Ensino Básico	
<i>Fátima Regina Jorge, Neuza Silva</i>	229
A comunicação matemática com recurso ao Facebook: A experiência na gincana escolar Matemática XXI	
<i>Marli Duffles D. Moreira, Rosa Antónia Tomás Ferreira</i>	249
<u>Ensino e aprendizagem da álgebra</u>	274
O raciocínio dedutivo de alunos do 10.º ano de escolaridade	
<i>Elsa Coelho, Helena Rocha</i>	275
A mobilização da capacidade de generalização em contextos de promoção do pensamento relacional: Um estudo com alunos do 4.º ano de escolaridade	
<i>Célia Mestre</i>	293

O efeito do uso de um <i>applet</i> na aprendizagem de equações do 1.º grau com denominadores numa turma do 7.º ano de escolaridade do Ensino Básico	
<i>Ana Paula Gandra, Ana Paula Aires, Paula Catarino</i>	309
<u>Ensino e aprendizagem dos números</u>	322
Desenvolvendo a flexibilidade em rotinas de cálculo	
<i>Lurdes Serrazina, Margarida Rodrigues</i>	323
Desenvolver o cálculo mental: Construção de uma teoria local de aprendizagem através de uma Investigação Baseada em Design	
<i>Renata Carvalho, João Pedro da Ponte</i>	339
Preparar, concretizar e refletir sobre como explicar os números racionais inversos: O caso de Ana	
<i>Nádia Ferreira, João Pedro da Ponte</i>	355
A percentagem como ideia matemática potente na aprendizagem dos números racionais: Uma experiência de ensino no 1.º ciclo do Ensino Básico	
<i>Helena Gil Guerreiro, Lurdes Serrazina</i>	371
<u>Comunicação no ensino e aprendizagem</u>	386
Preparação das discussões matemáticas no ensino da Álgebra: O caso da professora Ana	
<i>Cátia Rodrigues, João Pedro da Ponte, Luís Menezes</i>	387
Comunicar por escrito em Matemática: Um estudo com alunos do 5.º ano	
<i>Elisabete Costa, Manuel Vara Pires</i>	405
Um estudo comparativo em grupos colaborativos de professores que ensinam Matemática no Brasil e em Portugal	
<i>Zionice Garbelini Martos Rodrigues, Nelson Antonio Pirola, Joana Leitão Brocardo</i>	421
<u>Conhecimento e práticas do professor</u>	437
Ações do professor e atividade dos alunos: Trabalhando com representações	
<i>Isabel Velez, João Pedro da Ponte, Lurdes Serrazina</i>	439
Uma proposta para análise do conhecimento para ensinar Matemática com a tecnologia	
<i>Helena Rocha</i>	455
Um ciclo de IBD sobre o desenvolvimento do raciocínio matemático: uma unidade de ensino sobre sequências no 8.º ano	
<i>Joana Mata Pereira, João Pedro da Ponte</i>	471

Formação continuada em ambientes de geometria dinâmica e seu impacto em sala de aula	
<i>Maria Teresa Zampieri, Sueli Liberatti Javaroni, Jaime Carvalho e Silva</i>	487
Posters	501
Percepções dos alunos da educação básica sobre o uso de tablets em aulas de Física e de Matemática	
<i>Romildo Pereira da Cruz, Marli Teresinha Quartieri, Maria Madalena Dullius</i>	503
Ensino de matemática, jogos digitais e a forma de vida de alunos dos anos iniciais: um estudo alicerçado no campo da Etnomatemática	
<i>Tatiane Cristine Bernstein, Ieda Maria Giongo, Márcia Jussara Hepp Rehfeldt</i>	507
Um olhar sobre as situações problemáticas relativas à reta numérica apresentadas em manuais do 5.º ano do ensino básico	
<i>João Rebola, Conceição Costa</i>	511
Etnomatemática e formação de grupos de estudos com professores da escola básica: algumas reflexões	
<i>Ademir de Cássio Machado Peranson, Ieda Maria Giongo, Marli Teresinha Quartieri</i>	515
Desenvolvimento profissional e aprendizagem matemática de professores dos anos iniciais	
<i>Raimunda de Oliveira, Cristiano Alberto Muniz</i>	519
Organização do trabalho pedagógico em sala de aula e a influência à criatividade em matemática: uma análise da prática docente no 3.º ano dos anos iniciais	
<i>Fabiana Barros de Araújo e Silva, Cleyton Hércules Gontijo</i>	523
A construção do conceito de número pela criança no contexto da educação inclusiva	
<i>Carine Almeida Silva Noletto, Cristiano Alberto Muniz</i>	527
A formação em serviço dos professores que ensinam Matemática nos anos iniciais de escolarização: saberes docentes e práticas pedagógicas	
<i>Marilene Xavier dos Santos, Cristiano Alberto Muniz</i>	531
O Programa de formação contínua em Matemática de Portugal: narrativas das formadoras	
<i>Carlos André Bogéa Pereira, Margarida Rodrigues</i>	535
Materiais manipuláveis e conceitos geométricos	
<i>Eurivalda Santana, Nerivaldo Honorato da Cruz Santos, Maria Elizabete Souza Couto</i>	539

Mas afinal o que se avaliou na componente específica matemática nível 1 da PACC e qual o desempenho dos professores na sua realização?

Catarina Gonçalves, Alexandra Gomes

543

Introdução

O XXVII Seminário de Investigação em Educação Matemática (SIEM), organizado pelo Grupo de Trabalho de Investigação (GTI) da Associação de Professores de Matemática, decorreu nos dias 1 e 2 de abril de 2016, na Escola Artística Soares dos Reis, no Porto. O SIEM tem como principal missão promover um espaço de divulgação, partilha e discussão de ideias e de trabalhos, desenvolvidos ou em curso, do âmbito da investigação em Educação Matemática. Tal como tem sido hábito nos últimos anos, e uma vez que o SIEM pretende também continuar a fortalecer uma ligação forte entre a investigação e o ensino da Matemática, o programa deste seminário contemplou partes comuns com o programa do ProfMat 2016 (Encontro Nacional de Professores de Matemática), além de sessões dinamizadas por professores e investigadores.

O programa do SIEM incluiu a apresentação e discussão de comunicações submetidas pelos participantes (orais e em poster), organizadas por simpósio temáticos. Estas comunicações passaram por um processo de revisão científica por pares, processo este que se tem vindo a implementar com vista à melhoria da qualidade dos trabalhos apresentados. O SIEM incluiu também sessões plenárias convidadas, conferências e pain, para além de um espaço dedicado ao trabalho desenvolvido no seio do GTI.

A primeira conferência plenária proferida por João Pedro da Ponte, do Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, intitulou-se “O que nos diz a investigação em Didática da Matemática?”. Na sua intervenção, João Pedro da Ponte abordou alguns contributos da Didática da Matemática, como campo recente de investigação para projetos e investigações nacionais, focando, em particular, as práticas profissionais dos professores de Matemática e os seus processos de formação e desenvolvimento profissional. Mequè Edo, da Faculdade de Ciências da Educação da Universidade Autónoma de Barcelona, proferiu a segunda conferência plenária: “A Educação Matemática de hoje pensando em amanhã”. Nesta conferência, a investigadora, tomando como ponto de partida as competências exigidas aos cidadãos do século XXI, discutiu formas de promover a autonomia e o envolvimento dos alunos nas suas aprendizagens matemáticas, sobretudo ao nível dos primeiros anos. A terceira conferência plenária, sob o título “Criatividade e Ensino Superior: Do olhar atual dos alunos até desafios futuros”, foi proferida por Maria de Fátima Morais, do Instituto de Educação da Universidade do Minho, focando-se na temática da criatividade no ensino superior. Na sua intervenção, a investigadora debruçou-se sobre as perceções dos alunos do ensino superior sobre o conceito e o valor da criatividade, bem como sobre a presença da criatividade nas práticas docentes que vivenciam nos seus cursos, realçando a necessidade de maior atenção a esta temática na investigação em Educação Matemática.

Este ano, o espaço GTI foi dedicado à partilha de alguns trabalhos inseridos no seu 5º ciclo de estudos, sob a temática da planificação e condução de discussões coletivas como elementos relevantes da prática dos professores de Matemática. Com a moderação de Hélia Pinto, coordenadora do GTI, intervieram neste espaço Nádía Ferreira, Renata Carvalho e Raquel Santos.

O painel plenário, moderado por Ana Paula Canavarro (Departamento de Pedagogia e Educação da Universidade de Évora), foi subordinado ao tema “Do currículo prescrito ao currículo aprendido: Papel e importância do professor”. Participaram neste momento do programa do SIEM Adelina Precatado (Escola Secundária de Camões, Lisboa), Domingos Fernandes (Instituto de Educação da Universidade de Lisboa), Joana Brocardo (Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal) e Maria do Céu Roldão (Faculdade de Educação e Psicologia da Universidade Católica Portuguesa, Porto). Foram aceites vinte e oito comunicações orais, organizadas em oito simpósios por afinidades temáticas: 1) História do ensino e epistemologia; 2) Desafios na sala de aula; 3) Ensino e aprendizagem da álgebra; 4) Comunicação no

ensino e aprendizagem; 5) Questões de aprendizagem; 6) Contextos não formais de aprendizagem; 7) Ensino e aprendizagem dos números; e 8) Conhecimento e práticas do professor. O SIEM contou ainda com onze pósteres que foram exibidos durante a realização de todo o evento, tendo também um espaço temporal consagrado à interação entre os respetivos autores e os participantes no encontro. O XXVII SIEM contou com a participação de cerca de uma centena de pessoas com uma assinalável presença de investigadores estrangeiros, principalmente brasileiros.

Porto, julho de 2016

A Comissão Organizadora

Maria Helena Martinho
Rosa Antónia Tomás Ferreira
Isabel Vale
Henrique Guimarães

Comunicar por escrito em matemática: um estudo com alunos do 5.º ano

Elisabete Costa¹, Manuel Vara Pires²

Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança,

¹elisabete_costa_87@hotmail.com; ²mvp@ipb.pt

Resumo. *A investigação educacional e as práticas da sala de aula relatadas por professores têm realçado a relevância do desenvolvimento das capacidades comunicativas dos alunos na melhoria das aprendizagens. Esta comunicação apresenta um estudo exploratório realizado no âmbito do Relatório Final de Estágio do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico, com o propósito de identificar e analisar a capacidade de comunicação escrita dos alunos, nas dimensões clareza, fundamentação, lógica e profundidade, quando resolvem tarefas matemáticas. A investigação, integrada num estudo mais amplo centrado na comunicação oral e escrita dos alunos desenvolvido em todas as disciplinas do estágio profissional, segue uma abordagem qualitativa e interpretativa, envolvendo os alunos que constituíam a turma de matemática do 5.º ano de escolaridade. A recolha de dados foi feita através das respostas escritas dadas num questionário com três tarefas para resolver individualmente. A análise dos dados suportou-se nas quatro dimensões definidas previamente e em três níveis de análise (baixo, médio, elevado). Da análise dos registos escritos dos alunos, pode concluir-se que a maioria revela um nível médio em clareza, oscila entre os níveis baixo e médio na fundamentação e manifesta níveis baixos em lógica e na profundidade, evidenciando maiores dificuldades na justificação e conexão das ideias e dos processos seguidos, na coerência dos registos e no domínio de aspetos importantes dos tópicos matemáticos trabalhados.*

Palavras-chave: *aprendizagem matemática; comunicação matemática; comunicação escrita; ensino básico; prática de ensino supervisionada.*

Abstract. *Both the educational research and classroom practices reported by teachers have emphasized the importance of the development of communication abilities of students in improving their learning. This communication presents an exploratory study in the context of the master Final Report in Teaching in the 1st and 2nd basic education cycles, in order to identify and analyze the written communication ability of the students, in clarity, reasoning, logic and depth dimensions, when they solve mathematical tasks. The research, part of a broader study focused on oral and written communication ability of the students in all disciplines of the professional internship, follows a qualitative and interpretative approach, involving the students of the 5th grade mathematics class. Data collection was done through the students' written answers in a questionnaire with three mathematical tasks to solve individually. Data analysis was based on the four dimensions previously defined (clarity, reasoning, logic, depth) and three levels of analysis (low, medium, high). Analyzing the students' written answers, it can be concluded that most of them reveals an medium level in clarity, oscillates between the low and medium levels in reasoning, and*

expresses low levels in both logic and depth, suggesting some difficulties in the justification and connection of ideas and procedures, in the consistency of the written records and in the understanding of important aspects of mathematical topics.

Keywords: *mathematics learning; mathematical communication; written communication; basic education; supervised teaching practice.*

Enquadramento do estudo

O estudo, que se apresenta, foi desenvolvido durante o estágio profissional realizado ao longo de um ano letivo numa escola do nordeste transmontano pela primeira autora e orientado pelo segundo autor, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada do Mestrado em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico. A investigação, integrada num estudo mais amplo feito em todas as disciplinas do estágio profissional, envolveu os alunos que constituíam a turma do 5.º ano de escolaridade, em que foi lecionada a disciplina de matemática. Ao longo do estágio, tal como nas restantes três turmas das outras áreas disciplinares lecionadas, foi dada uma grande relevância a aspetos da comunicação, quer oral quer escrita, dos alunos na sala de aula, que funcionou como tema integrador das diversas experiências de ensino e aprendizagem apresentadas no Relatório Final de Estágio (Costa, 2015).

É amplamente reconhecido que as crianças devem ser consideradas o centro da ação educativa, devendo o professor assumir um papel de “orientador” das aprendizagens e organizador do ambiente de forma a melhor poder responder às especificidades dos alunos em concreto. Ao longo da prática letiva desenvolvida, facilitar e apoiar as suas aprendizagens constituiu uma preocupação constante, procurando responder às respetivas necessidades e interesses. Por isso, procurou-se criar oportunidades para os alunos discutirem e tomarem decisões, quer na seleção de algumas tarefas a trabalhar quer no desenvolvimento das aulas, no sentido de potenciar o desenvolvimento da capacidade de comunicação em sala de aula.

Em matemática, como em qualquer outro saber disciplinar, a importância da capacidade de saber comunicar bem oralmente ou por escrito em sala de aula no desenvolvimento e na aprendizagem dos alunos é largamente reconhecida (Fonseca, 2009; Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014; NCTM, 2007). Mas todas as formas de comunicação, sendo importantes, envolvem especificidades próprias que devem ser tidas em conta. Reforçando o papel relevante da comunicação escrita em matemática, os alunos aprendem melhor quando registam, por escrito, “os processos matemáticos

utilizados, progredindo na tradução de relações da linguagem natural para a linguagem matemática e vice-versa, na variedade de formas de representação matemática que usam e no rigor com que o fazem” (Ministério da Educação, 2007, p. 45). Neste sentido, a comunicação escrita exige o registo das ideias através de palavras e representações adequadas à situação. Assim, é fundamental que, individualmente ou em grupo, os alunos possam resolver tarefas que apelem ao desenvolvimento das suas capacidades de comunicação escrita em matemática, registando as suas ideias de forma clara, correta e lógica, apelando a diferentes representações, justificando os seus raciocínios e revelando compreensão dos tópicos trabalhados.

Atendendo a estes pressupostos, no contexto do estágio profissional, foi desenvolvido um trabalho mais organizado e fundamentado em torno da comunicação escrita em matemática, dando destaque a quatro dimensões da comunicação relevantes para a compreensão do tema em estudo (Castanheira, 2014; Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014): (i) clareza das ideias registadas, suportada em vocabulário e representações adequados; (ii) fundamentação dos processos seguidos, centrada nas justificações escritas das opções tomadas; (iii) lógica, manifestada no raciocínio e coerência dos registos escritos; e (iv) profundidade, associada ao domínio de aspetos importantes e complexos do assunto a tratar. Nesta perspetiva, o principal propósito do estudo é, então, identificar e analisar a capacidade de comunicação escrita dos alunos, nas dimensões clareza, fundamentação, lógica e profundidade, quando resolvem individualmente tarefas matemáticas.

Aspetos da comunicação em matemática na sala de aula

Como muitos outros termos usados em educação, “comunicação” é um termo polissémico, possuindo diferentes significados que têm vindo a aumentar em múltiplas dimensões com o desenvolvimento de publicações sobre o tema (Belo, 2005). Mas, independentemente dos múltiplos significados, não se consegue imaginar a vida social sem comunicação. Nos tempos atuais, a sociedade vive em permanente evolução, necessitando de utilizar cada vez mais a comunicação, através de sistemas mais eficazes e capazes de fomentar e facilitar o desenvolvimento social (Guerreiro, 2011).

No que respeita ao contexto educativo, a comunicação passou a ser mais valorizada como processo pelo qual os alunos aprendem nas várias áreas do saber do que meramente como um produto ou objeto curricular (Menezes, 2010). Neste sentido,

muitos estudos apontam para a necessidade de fomentar e desenvolver nos alunos competências comunicativas escritas e orais, desde os primeiros anos de escolaridade, tendo evidenciado a relevância da comunicação na melhoria das aprendizagens (Carvalho & Silvestre, 2010; Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014). Muitos autores, como Menezes (2000), consideram a comunicação como a essência do ensino e da aprendizagem de uma dada disciplina, dado que “os atos de ensinar e aprender são na sua essência atos de comunicação” (p. 5).

Outros autores, como Brendefur e Frykholm (2000), citados por Guerreiro & Menezes (2010) e Menezes, Ferreira, Martinho e Guerreiro (2014), reconhecem quatro modos de comunicação na sala de aula que, embora tenham maior incidência na oralidade, têm também implicações na comunicação escrita: (i) a comunicação unidirecional; (ii) a comunicação contributiva; (iii) a comunicação reflexiva; e (iv) a comunicação instrutiva. O modo de comunicação unidirecional caracteriza-se pela forte prevalência do professor na sala de aula, que expõe e explica os conceitos, reservando aos alunos o papel de ouvintes, com poucas oportunidades para comunicarem as suas ideias. Neste contexto, a eficácia é medida pela aproximação entre aquilo que o aluno é capaz de reproduzir, quer oralmente quer por escrito, e o que o professor expõe (Menezes, 2010). O modo de comunicação contributiva está associado à interação entre os alunos e o professor, mas em que o professor continua a ter o papel predominante havendo apenas pequenas intervenções dos alunos (Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014). Neste modo, “o professor permite que os alunos participem no discurso da aula”, mas através da participação concretizada por “interações curtas e de um nível cognitivo baixo” (Menezes, 2010, p. 240). Contrariamente aos dois modos antecedentes, o modo de comunicação reflexiva apoia-se no conceito do discurso reflexivo desenvolvido no contexto de sala de aula, valorizando a reflexão e ação dos alunos sobre a atividade que decorre da resolução de tarefas (Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014). Destaque-se que Menezes (2004) aponta este modo de comunicação reflexiva como o mais valorizado e significativo no desenvolvimento da capacidade de comunicar dos alunos. Finalmente, o modo de comunicação instrutiva envolve a interação mas, sobretudo, incorpora as ideias, dificuldades e estratégias dos alunos que influenciam o trabalho do professor, suscitando o refazer constante do discurso no contexto educativo (Guerreiro & Menezes, 2010; Menezes, 2010).

A comunicação em sala de aula decorre a partir de formas caracterizadas pelo uso da linguagem oral e da linguagem escrita, revelando-se na maneira como o professor e os alunos constroem e partilham o seu conhecimento (Guerreiro & Menezes, 2010; Ponte & Serrazina, 2000). O NCTM (2007) reforça a relevância dos registos escritos na aprendizagem matemática, considerando-os uma “forma de ajudar os alunos a consolidar o seu pensamento, uma vez que os obriga a refletir sobre o seu trabalho e a clarificar as suas ideias acerca das noções desenvolvidas na aula” (p. 67).

Também para Ponte et al. (2007, p. 45), “a linguagem escrita (incluindo todo o tipo de registos escritos, simbólicos e representações icónicas) é uma forma de comunicação que tem um papel complementar fundamental no ensino-aprendizagem” da matemática, envolvendo um conjunto de representações facilitadoras do processo comunicativo. Associando os três modos de representação interativos de Bruner às produções escritas na resolução das tarefas, pode-se afirmar que os alunos apelam: (i) a representações ativas, quando recorrem à manipulação ou experiência direta sobre os objetos; (ii) a representações icónicas, quando recorrem a esquemas, desenhos ou diagramas, ilustrando conceitos ou procedimentos; e (iii) a representações simbólicas, quando recorrem a linguagem simbólica, através de símbolos matemáticos ou outras linguagens (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008).

Aspetos metodológicos do estudo

Globalmente, a prática de ensino supervisionada, realizada ao longo do ano letivo nos dois ciclos de ensino e nas respetivas áreas disciplinares, seguiu características de investigação-ação (Bogdan & Biklen, 1994; Máximo-Esteves, 2008) e de investigação sobre a própria prática (Ponte, 2002), dado que foi desenvolvida identificando ou reconhecendo problemas (da prática) e atuando no processo de uma forma ativa de modo a procurar resolvê-los e promover mudanças nas práticas. Atendendo ao contexto formativo em que foi concretizada, a investigação-ação desenvolvida enquadra-se no paradigma interpretativo, também referenciado como qualitativo, enfatizando “a compreensão e interpretação da realidade educativa a partir dos significados das pessoas implicadas” (Pires, 2005, p. 84).

Consequentemente, o estudo exploratório, focado na comunicação escrita em matemática, seguiu uma abordagem qualitativa e interpretativa, envolvendo os onze alunos que constituíam a turma de matemática do 5.º ano de escolaridade. O facto de se

assumir uma orientação interpretativa significa que nos centramos “na descrição e na compreensão do que é único e particular para o sujeito em vez da procura de generalizações, analisando a prática educativa a partir da intencionalidade [e] sentido” (Pires, 2005, p. 84), para interpretar o que os participantes fazem no contexto onde se desenrola a ação. Esta opção resulta do problema (emergente da prática) em estudo cujo principal propósito é, então, identificar e analisar a capacidade de comunicação escrita dos alunos, nas dimensões clareza, fundamentação, lógica e profundidade, quando resolvem individualmente tarefas matemáticas.

A recolha de dados foi feita numa aula de matemática de noventa minutos através das respostas escritas que cada aluno deu, individualmente, a um questionário com três tarefas matemáticas para resolver. A escolha destas tarefas teve em conta, por um lado, os tópicos matemáticos (perímetro e área de figuras poligonais) que estavam a ser tratados na turma no desenvolvimento normal do currículo e, por outro, a sua natureza aberta, apelando à mobilização de capacidades comunicativas e permitindo diferentes processos de resolução e possibilidades de justificação.

A análise dos dados recorreu a um instrumento de análise adaptado do instrumento mais global sobre comunicação oral e escrita, construído e usado na prática de ensino supervisionada (Costa, 2015), tendo sido sustentado na literatura revista (Castanheira, 2014) e validado por três especialistas em didática. O instrumento usado nesta investigação (ver caixa) foi orientado apenas para a análise da comunicação escrita em matemática, mantendo as quatro categorias definidas previamente — clareza, fundamentação, lógica, profundidade —, cada uma analisada em função de três níveis de análise — nível baixo (1), nível médio (2) e nível elevado (3). Cada resolução dos alunos apresentada nas respostas escritas às três tarefas matemáticas foi lida, analisada e incluída num dos níveis definidos em cada dimensão. A atribuição de cada um destes níveis atendeu à respetiva caracterização.

Clareza: O aluno expressa, por escrito, as suas ideias, recorrendo a vocabulário correto e a representações adequadas. Considera-se nível baixo (1) quando o aluno apresenta ideias imprecisas, utiliza vocabulário incorreto ou incompreensível e recorre a representações inadequadas. Considera-se nível médio (2) quando o aluno apresenta ideias precisas, mas utiliza vocabulário pouco preciso ou compreensível e recorre a representações pouco adequadas. Considera-se nível elevado (3) quando o aluno apresenta ideias precisas, utiliza vocabulário preciso e correto e recorre a representações adequadas.

Fundamentação: O aluno justifica, de forma escrita, os seus processos ou ideias, apresentando argumentos plausíveis.

Considera-se nível baixo (1) quando o aluno justifica os seus processos ou ideias de forma imprecisa. Considera-se nível médio (2) quando o aluno consegue justificar razoavelmente os seus processos ou ideias. Considera-se nível elevado (3) quando o aluno justifica adequadamente os seus processos ou ideias .

Lógica: O aluno manifesta raciocínio e coerência nos registos escritos, apresentando conexões entre as ideias registadas.

Considera-se nível baixo (1) quando o aluno revela pouco raciocínio e coerência nos registos, não mostrando conexão entre as ideias. Considera-se nível médio (2) quando o aluno revela algum raciocínio e coerência nos registos, a par de alguma conexão entre as ideias. Considera-se nível elevado (3) quando o aluno revela raciocínio e coerência nos registos, manifestando conexão entre as ideias.

Profundidade: O aluno revela o domínio de aspetos importantes e complexos sobre o assunto a trabalhar.

Considera-se nível baixo (1) quando o aluno revela, frequentemente, não dominar aspetos complexos sobre o assunto. Considera-se nível médio (2) quando o aluno revela, algumas vezes, o domínio de aspetos complexos sobre o assunto. Considera-se nível elevado (3) quando o aluno revela, frequentemente, dominar os aspetos mais complexos sobre o assunto.

Aspetos da comunicação escrita em matemática dos alunos

Os resultados do estudo são apresentados tarefa a tarefa, sistematizados em quadros e ilustrados com produções dos alunos. A discussão tem em conta as categorias definidas e os respetivos níveis de análise da comunicação escrita em matemática dos alunos.

Tarefa 1 – A prenda da avó

Na tarefa 1 (ver figura 1) era pedido que os alunos determinassem o perímetro de um retângulo e explicassem o processo seguido. Os resultados globais obtidos pelos alunos na sua resolução estão sistematizados no quadro 1.

Tarefa 1. A prenda da avó

A Patrícia ofereceu à sua avó, no dia de aniversário, um desenho com a forma de um quadrado com 10 cm de comprimento do lado. Colocou-lhe uma moldura formada por 4 retângulos de cartolina, todos geometricamente iguais, como se mostra na Figura 1. No final obteve um quadrado com 20 cm de comprimento do lado.



Figura 1

1. Determina o perímetro de cada um dos retângulos de cartolina que formam a moldura. Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

Figura 1. Enunciado da tarefa 1.

Quadro 1.

Nível dos alunos nas quatro categorias, tarefa 1

Alunos	Tarefa 1 – A prenda da avó											
	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
Abel		X		X				X		X		
André	X			X			X			X		
Beatriz	X			X			X			X		
Cláudio		X		X				X			X	
Cátia			X	X				X			X	
Dino		X		X				X			X	
Dinarte		X		X			X			X		
Fabiano			X	X			X			X		
Glória		X		X			X				X	
Rui	X			X			X			X		
Telmo	X			X				X		X		
Total	4	5	2	11	0	0	6	5	0	7	4	0

Legenda: (1) nível baixo; (2) nível médio; (3) nível elevado.

Na resolução desta tarefa, cerca de dois terços dos alunos comunicaram com clareza, expondo ideias precisas e recorrendo a representações bastante adequadas. Veja-se a resposta de um aluno (ver figura 2), expressando-se através de registos escritos adequados e de forma compreensível na procura de valores desconhecidos necessários para o cálculo do perímetro.

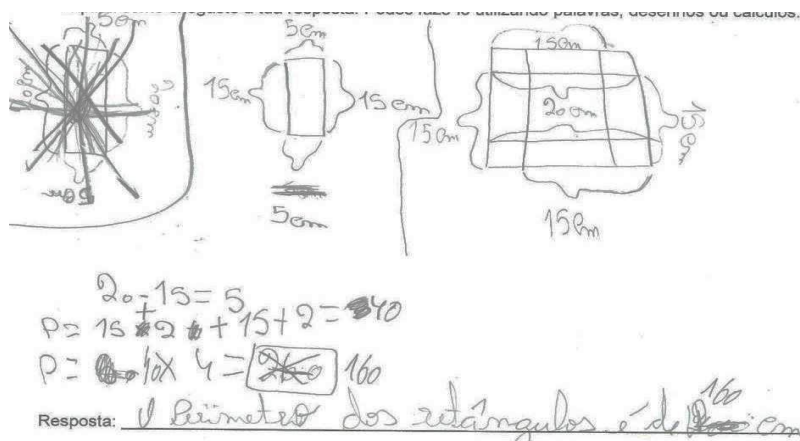


Figura 2. Resposta (tarefa 1) de nível elevado em clareza.

Na fundamentação, categoria com desempenhos mais fracos, os alunos não escreveram qualquer justificação ou argumento plausível nos processos de resolução da tarefa. Alguns deles mostraram raciocínio, conexão e coerência nos registos apresentados, embora outros revelassem lacunas na seleção ou utilização de fórmulas de cálculo e de termos matemáticos. Por isso, quanto à profundidade, apenas um terço dos alunos conseguiu revelar algum domínio mais aprofundado do conceito de perímetro apesar de ser um tópico já trabalhado em anos anteriores. Para ilustrar as diferentes dimensões, atenda-se, na figura 3, à resolução de um aluno com a indicação dos níveis atribuídos nas categorias em análise.

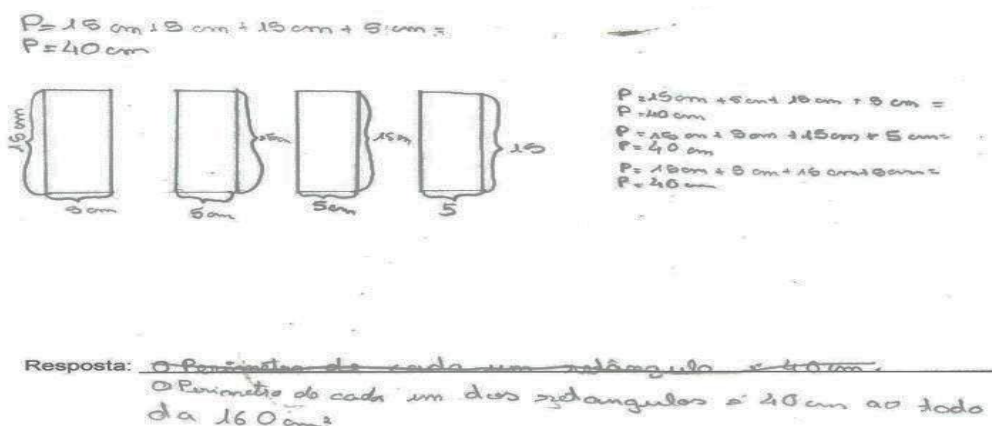


Figura 3. Resposta (tarefa 1) de nível baixo em fundamentação, de nível médio em lógica e profundidade e de nível elevado em clareza.

Tarefa 2 – Quem tem razão?

Esta tarefa (ver figura 4), com duas questões, trabalhava aspetos do conceito de área e solicitava comentários e correções a afirmações produzidas por dois alunos.

Tarefa 2. Quem tem razão?

Considera os comentários da Ana e do Rui a propósito da Figura 2.

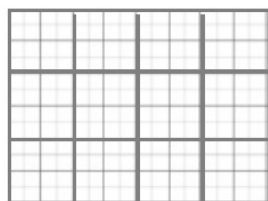
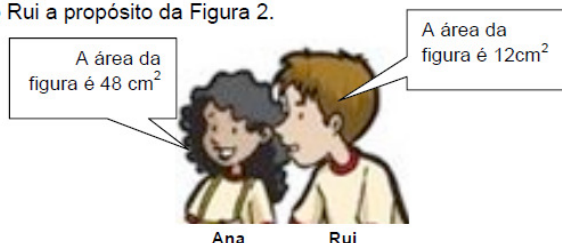


Figura 2



- 2.1. Quem tem razão? O que pensas dos comentários da Ana e do Rui?
- 2.2. Completa os comentários dos dois colegas, de modo a ser possível afirmar, com toda a certeza, qual é a área da figura.

Figura 4. Enunciado da tarefa 2.

Tarefa 2.1. Os níveis globais atribuídos aos alunos na resolução da tarefa 2.1 estão sistematizados no quadro 2.

Quadro 2.

Nível dos alunos nas quatro categorias, tarefa 2.1

Alunos	Tarefa 2.1											
	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
Abel		X			X		X				X	
André		X			X		X				X	
Beatriz	X			X			X			X		
Cláudio	X			X			X			X		
Cátia			X			X			X		X	
Dino		X			X		X				X	
Dinarte		X			X		X				X	
Fabiano		X			X		X				X	
Glória		X			X		X				X	
Rui		X			X		X				X	
Telmo		X			X		X				X	
Total	2	8	1	2	8	1	10	0	1	2	9	0

Legenda: (1) nível baixo; (2) nível médio; (3) nível elevado.

Na clareza, na fundamentação e na profundidade, os alunos tiveram desempenhos bastante similares, tendo atingido globalmente o nível médio. Nas figuras seguintes, apresentam-se as produções de dois alunos relativas a desempenhos considerados bastante divergentes. O primeiro aluno (ver figura 5), embora reconhecendo que as duas afirmações poderiam estar corretas, não conseguiu apresentar nem justificar as ideias, mostrando dificuldades na apresentação dos seus argumentos. O segundo aluno (ver figura 6), pelo contrário, expôs as suas ideias de forma precisa, com vocabulário correto

e recorrendo a representações adequadas, a par de procurar fundamentar as suas ideias e formular adequadamente os seus argumentos.

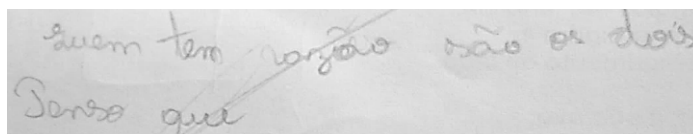


Figura 5. Resposta (tarefa 2.1) de nível baixo em todas as categorias.

Eu acho que os dois tem razão porque a Ana diz que os quadrados pequenos são 1cm^2 e o Rui diz que os quadrados grandes são 1cm^2 . Então podem ter os dois razão.

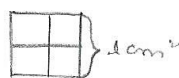
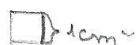


Figura 6. Resposta (tarefa 2.1) de nível médio em profundidade e de nível elevado em clareza, fundamentação e lógica.

A lógica foi a categoria com os desempenhos mais fracos. Excetuando a anterior, as respostas restantes foram associadas ao nível baixo, revelando pouco raciocínio e coerência nos registos e evidenciando pouca conexão entre as ideias. Como exemplo, veja-se a resposta apresentada na figura 7. Embora o aluno remeta para a noção de unidade de medida, não são explicitadas as conexões conceituais que pretende estabelecer.

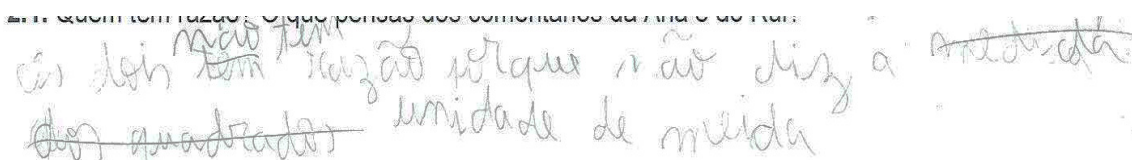


Figura 7. Resposta (tarefa 2.1) de nível baixo em lógica.

Tarefa 2.2. Os resultados globais obtidos pelos alunos na resolução desta tarefa estão sistematizados no quadro 3.

Tal como na tarefa 1, a maioria dos alunos revelou um bom desempenho na categoria “clareza” (ver figura 8), expressando os seus pontos de vista com vocabulário compreensível e com representações ajustadas à situação.

Quadro 3.
Nível dos alunos nas quatro categorias, tarefa 2.2.

Alunos	Tarefa 2.2											
	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
André		X			X			X		X		
Beatriz			X		X			X			X	
Cláudio	X			X				X		X		
Cátia		X			X		X			X		
Dinarte		X			X			X		X		
Fabiano		X			X			X		X		
Glória		X			X		X			X		
Rui	X			X			X			X		
Telmo			X		X			X			X	
Total	2	5	2	2	7	0	3	6	0	7	2	0

Legenda: (1) nível baixo; (2) nível médio; (3) nível elevado.

Nota: Abel e Dino não fizeram qualquer registo escrito.

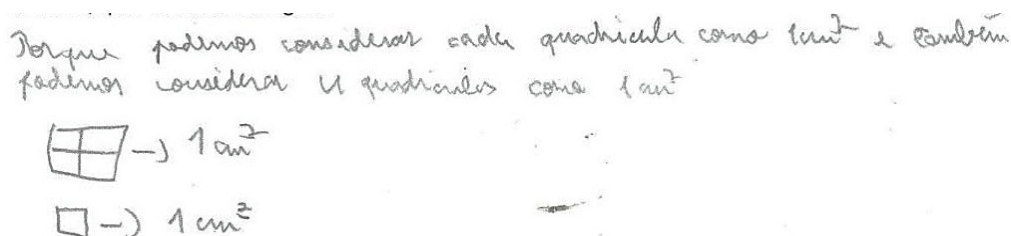


Figura 8. Resposta (tarefa 2.2) de nível médio em clareza.

Nas categorias “fundamentação” e “lógica”, muitos alunos apresentaram algumas justificações ou argumentos sobre os processos seguidos. Mas, em geral, desenvolveram raciocínios incompletos ou estabeleceram pouca conexão entre as noções de medida e de unidade de medida, revelando dificuldades no domínio de aspetos mais complexos do conceito de área. Por isso, a profundidade foi a categoria com desempenhos mais fracos e concentrados no nível baixo. Nas figuras 9 e 10, confrontam-se produções de dois alunos que foram situadas em níveis diferentes nas categorias em análise. Na primeira produção, o aluno apenas registou informação do enunciado. O segundo aluno relacionou os conceitos envolvidos e apresentou justificações para os resultados encontrados.

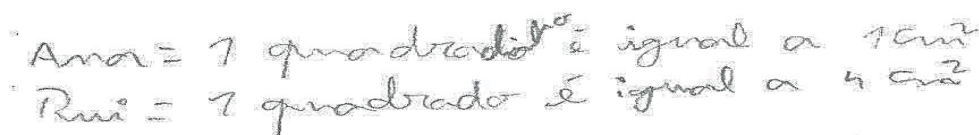


Figura 9. Resposta de nível baixo para todas as categorias.

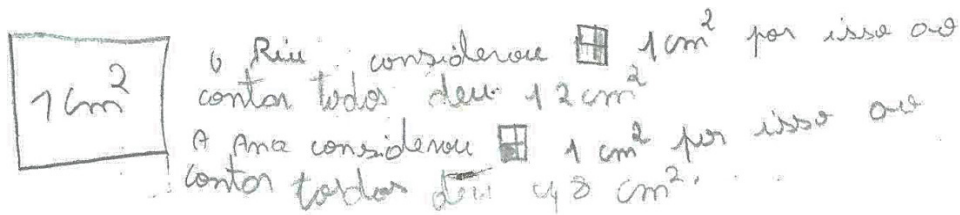


Figura 10. Resposta (tarefa 2.2) de nível médio em fundamentação, lógica e profundidade e de nível elevado em clareza.

Tarefa 3 – Qual a área?

Na tarefa 3 (ver figura 11), era pedido para calcular a área de um triângulo. Os resultados globais obtidos pelos alunos que resolveram a tarefa estão sistematizados no quadro 4. Por se tratar da última tarefa proposta, sete alunos não tiveram tempo para a resolver e não apresentaram qualquer registo escrito.

Tarefa 3. Qual a área?

Na Figura 3 estão representados um quadrado [ABCD], de área 16 cm^2 , e um triângulo [AEC]. Sabendo que [EB] tem um comprimento de $1,6\text{ cm}$, determina a área do triângulo [AEC].

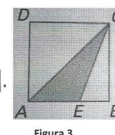


Figura 11. Enunciado da tarefa 3.

Quadro 4.

Nível dos alunos nas quatro categorias, tarefa 3

Alunos	Tarefa 3											
	Clareza			Fundamentação			Lógica			Profundidade		
	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)	(1)	(2)	(3)
Fabiano	X			X			X			X		
Glória		X		X				X		X		
Rui	X			X			X			X		
Telmo		X			X			X			X	
Total	2	2	0	3	1	0	2	2	0	3	1	0

Legenda: (1) nível baixo; (2) nível médio; (3) nível elevado.

Nota: Abel, André, Beatriz, Cláudio, Cátia, Dino e Dinarte não fizeram qualquer registo escrito.

Apenas um aluno não revelou dificuldades especiais em compreender a situação e a selecionar a informação relevante para calcular a área do triângulo obtusângulo. Nas figuras 12 e 13, apresentam-se duas produções escritas para ilustrar os processos seguidos pelos respondentes. O primeiro aluno registou a fórmula de cálculo da medida da área de um triângulo e algumas tentativas na procura de um resultado, mas sem qualquer coerência ou lógica no processo. Já o outro aluno revelou ideias mais precisas e um bom raciocínio, sequenciando os passos para a obtenção de valores no sentido da aplicação correta da fórmula de cálculo e lidando adequadamente com os conceitos envolvidos.

Figura 12. Resposta (tarefa 3) de nível baixo em todas as categorias.

Figura 13. Resposta (tarefa 3) de nível médio em todas as categorias.

Principais conclusões

A análise e a categorização (concretizada na frequência absoluta dos níveis de análise atribuídos) dos registos escritos apresentados na resolução das três tarefas permitem concluir que, em termos gerais, a capacidade de comunicação escrita em matemática dos alunos pode ser enquadrada no nível médio na categoria “clareza”, no nível baixo nas categorias “lógica” e “profundidade” e oscila entre o nível baixo e o nível médio na categoria “fundamentação”. Permite concluir, ainda, que o nível elevado tem alguma expressão na clareza, mas é quase inexistente na fundamentação, na lógica e na profundidade.

Tal como no estudo de Castanheira (2014), os alunos apresentaram registos escritos sem grandes redundâncias, expressando-se com ideias bastante precisas, utilizaram vocabulário geralmente correto e recorreram a representações icónicas e simbólicas adequadas (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008). Mas, apesar de terem respondido ao questionário quase no final da unidade de ensino, muitos alunos revelaram dificuldades na justificação das suas ideias e processos seguidos (Carvalho & Silvestre, 2010; Guerreiro, 2011; Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014; Ponte e Serrazina, 2000), manifestaram pouco raciocínio e coerência nos registos escritos (Fonseca, 2009), não ligando as ideias, e mostraram, com alguma frequência, não dominar aspetos importantes e essenciais dos tópicos matemáticos abordados (perímetro e área de figuras poligonais).

Este estudo reforça a necessidade de proporcionar aos alunos experiências de aprendizagem estimulantes (NCTM, 2007) no sentido de desenvolver a capacidade de expressar e justificar as suas ideias por escrito, com lógica, profundidade e clareza. Neste sentido, é indispensável trabalhar os diferentes aspetos da comunicação escrita em matemática na sala de aula, solicitando frequentemente aos alunos justificações escritas dos processos seguidos e apelando à abordagem dos temas com profundidade (Castanheira, 2014). É importante valorizar a produção escrita das ideias matemáticas dos alunos, que se deve basear em raciocínios claros, corretos e coerentes (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008; Fonseca, 2009; Menezes, Ferreira, Martinho & Guerreiro, 2014), de modo a consolidar e a dar mais sentido às aprendizagens que fazem.

Referências bibliográficas

- Belo, J. M. (2005). Comunicação didática e competência de comunicação: a necessidade de emergência de novos modelos. *Atas do Congresso da Associação Portuguesa de Ciências da Comunicação, 4.º SOPCOM*, 305-316. <http://revistas.ua.pt/index.php/sopcom>
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência matemática no ensino básico*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação*. Porto: Porto Editora.
- Carvalho, R., & Silvestre, A. (2010). Desenvolver a comunicação matemática na sala de aula. In GTI (Org.), *O professor e o programa de matemática do ensino básico* (pp. 147-174). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Castanheira, G. (2014). *Um modelo de ensino para o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática em alunos do 5.º ano do ensino básico*. Dissertação de mestrado, Instituto Politécnico de Viseu, Viseu, Portugal.
- Costa, E. (2015). *Prática de ensino supervisionada em ensino do 1.º e do 2.º ciclo do ensino básico*. Relatório final de estágio, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal.
- Fonseca, L. (2009). Comunicação matemática na sala de aula: episódios do 1.º ciclo do ensino básico. *Educação e Matemática*, 103, 2-6.
- Guerreiro, A. (2011). *Comunicação no ensino-aprendizagem da matemática: práticas no 1.º ciclo do ensino básico*. (Tese de doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.
- Guerreiro, A., & Menezes, L. (2010). Comunicação matemática: na busca de um entendimento comum. In H. Gomes, L. Menezes & Í. Cabrita (Eds.), *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 137-143). Aveiro: APM.
- Máximo-Esteves, L. (2008). *Visão panorâmica da investigação-ação*. Porto: Porto Editora.
- Menezes, L. (2000). Matemática, linguagem e comunicação. *Millenium*, 20.
- Menezes, L. (2004). *Investigar para ensinar matemática: contributos de um projeto de investigação colaborativa para o desenvolvimento profissional de professores*. (Tese de doutoramento). Universidade de Lisboa, Lisboa.

- Menezes, L. (2010). Concepções sobre a comunicação matemática de uma futura professora. In H. Gomes, L. Menezes & I. Cabrita (Eds.), *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 238-252). Aveiro: Associação de Professores de Matemática.
- Menezes, L., Ferreira, R. T., Martinho, M. H., & Guerreiro, A. (2014). Comunicação nas práticas letivas dos professores de matemática. In J. P. Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de matemática* (pp. 135-161). Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Ministério da Educação. (2007). *Programa de matemática do ensino básico*. Lisboa: DGIDC, Ministério da Educação.
- NCTM. (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Pires, M. V. (2005). *Os materiais curriculares na construção do conhecimento profissional do professor de matemática. Três estudos de caso*. (Tese de doutoramento). Universidade de Santiago de Compostela, Santiago de Compostela.
- Ponte, J. P. (2002). Investigar a nossa própria prática. In GTI (Org.), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 5-28). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P., Guerreiro, A., Cunha, H., Duarte, J., Martinho, H., Martins, C., Menezes, L., Menino, H., Pinto, H., Santos, L., Varandas, J. M., Veia, L., & Viseu F. (2007). A comunicação nas práticas de jovens professores de matemática. *Revista Portuguesa de Educação*, 20(2), 39-74.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didática da matemática do 1.º ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.

