



**INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA**  
Escola Superior de Tecnologia e Gestão



**Análise numérico-experimental do comportamento superelástico das  
ligas Níquel-Titânio com memória de forma**

**Jean César Hilário**

Dissertação apresentada à  
**Escola Superior de Tecnologia e Gestão**  
**Instituto Politécnico de Bragança**  
para obtenção do grau de Mestre em  
**Engenharia Industrial**  
no âmbito da dupla diplomação com a  
Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Este trabalho foi efetuado sob orientação de:

**Professor Doutor Carlos Alberto Rodrigues Andrade**  
**Professor Doutor Manuel Teixeira Braz César**  
**Professor Doutor Adailton Silva Borges**

Julho/2019

---

## Agradecimentos

De todo o desenvolvimento do trabalho, este é sem sombra de dúvidas o tópico mais difícil de ser escrito. Quando paramos para refletir onde estamos e por tudo o que passamos para chegar até este momento, é que as bases que nos sustentam ficam mais claras. Foram tantos acontecimentos e pessoas diferentes, onde cada qual contribuiu com seu jeito especial, tornando a estrada até aqui um jornada fabulosa. Mencionar todos os fatos seria algo impossível, uma vez que não tenho palavras para expressar toda a gratidão por aqueles que sempre estiveram ao meu lado.

Agradeço a Deus por todas as oportunidades, pelas conquistas, sucessos, e também pelos obstáculos que foram aparecendo pelo caminho. Creio que estes últimos são tão importantes quanto os outros, pois é a capacidade de superar os problemas e continuar seguindo em frente que extrai o melhor de nós.

Agradeço aos meus familiares, principalmente a meus pais, pelo suporte, apoio, carinho e por tudo. Se fiz o que fiz e passei por onde passei, foi pela fé que tiveram em mim, pelas palavras de motivação em momentos difíceis e por não me deixarem desistir dos meus sonhos.

Sou grato as pessoas que tenho a honra de chamar de amigos, que me ensinaram diversas coisas e pude ensinar-lhes algumas, todos foram de fundamental importância e tiveram participação mais que especial em minhas decisões. Vale-se ressaltar: o Guilherme, a Renata e a Laila por estarem me apoiando a um bom tempo, sempre me motivando a continuar lutando; o Tiago, o Bruno, o Leonardo, o Luís, o Reynold, a Nadine, o Edilson, o Guilherme, o Lucas, o Felipe, a Vitória, o Vinícius, o Gustavo e o Lincoln que foram sensacionais em todos os anos que estudamos juntos; o Cássio, o Alessandro, o Allan, o Allisson, o Vinícius, o Lucas, o Pedro, o Fernando por inúmeras horas de diversão em nosso hobby; o Arthur, o Kenji, o Luiz e o Guilherme que me acompanharam até Portugal para esta aventura repleta de diversões; o Filipe, o Glauco, o

Ricardo, a Gabriela, a Isabelle e a Juliana por tornarem minha estadia em Bragança a melhor possível, sendo pela companhia diária quanto pelo suporte na pesquisa.

Aos profissionais que me auxiliaram ao longo da jornada, meu muito obrigado. Sejam da UTFPR, do IPB, e de outros lugares, pois foram os responsáveis pelo meu aprendizado fornecendo toda a ajuda possível para meu crescimento pessoal e profissional. Gostaria de destacar meus orientadores de laboratório, iniciação científica, trabalho de conclusão de curso e dissertação, Eng. Luísa Barreira, Dr. Rubens Gallo, Dr. Adailton Borges, Dr. Manuel César e Dr. Carlos Andrade, pois sei que não sou um aluno fácil de lidar, sendo impulsivo diversas vezes e ainda assim, conseguiram extrair o melhor de mim.

A frase que resume perfeitamente toda minha gratidão e crença, foi proferida por muitos e com diversas alterações: “O destino não é tão importante quanto a jornada”.



## Resumo

O trabalho desenvolvido no âmbito do Instituto Politécnico de Bragança engloba a caracterização do comportamento superelástico de uma liga com memória de forma (LMF) composta em sua maioria por Níquel e Titânio (NiTi). Através de estudos experimentais e calibração de modelos numéricos pretende-se simular o comportamento ímpar das ligas, com o intuito de possibilitar o desenvolvimento de dispositivos capazes de atenuar vibrações indesejadas de altas amplitudes, como em fenômenos de sismos. Uma LMF possui duas propriedades que destacam a sua categoria dos demais materiais inteligentes, o efeito memória de forma e a superelasticidade. O primeiro consiste na capacidade do material em retornar a uma forma pré-definida após sofrer uma deformação aparentemente plástica, enquanto que a segunda indica a formação de um laço de histerese no diagrama tensão-deformação sendo um mecanismo de dissipação de energia.

Estudos realizados utilizando o software Ansys® APDL™ apresentaram o comportamento de um provete cilíndrico feito com a liga de NiTi em uma condição quase-estática e dinâmica, na forma de carregamentos cíclicos, onde um algoritmo foi implementado no software Matlab® com o intuito de permitir a simulação deste último comportamento. Essa aproximação utiliza equações para atualizar as propriedades características do provete conforme ocorre a evolução temporal da simulação.

Ensaio de tração foram realizados, sob a forma de ruptura assim como cíclicos, com o objetivo de obter as propriedades características dos materiais disponíveis e permitir a calibração dos modelos numéricos.

De forma a complementar a caracterização do material realizou-se um ensaio dinâmico para obtenção da frequência de vibração de um provete utilizando técnicas de processamento de imagem resultando na primeira frequência natural da liga. A comprovação do resultado obtido deu-se por uma análise modal utilizando o software SolidWorks® apresentando valores compatíveis.

A partir dos estudos numéricos e experimentais realizados, conclui-se que o objetivo de caracterizar propriedades básicas do material foi bem sucedida, uma vez que as técnicas experimentais foram adaptadas de forma a permitir a calibração de modelos numéricos com o intuito de que a simulação de futuras aplicações possam permitir uma implementação mais rápida da tecnologia.

**Palavras chave: Ligas com memória de forma, estudo numérico-experimental, caracterização do comportamento do material.**

# Abstract

The work developed within the scope of the Polytechnic Institute of Braganza encompasses the characterization of the superelastic behavior of a shape memory alloy (SMA) composed mostly of nickel and titanium. Through experimental studies and calibration of numerical models, we intend to simulate the unique behavior of the alloys in order to enable the development of devices able to mitigate unwanted vibrations of high amplitudes, as in earthquakes. A SMA has two properties that highlight its category of other intelligent materials, the shape memory effect and the superelasticity. The first is the ability of the material to return to a predefined shape after undergoing an apparently plastic deformation, while the second indicates the formation of a hysteresis loop in the stress-strain diagram being a mechanism of energy dissipation.

Studies performed using Ansys<sup>®</sup> APDL<sup>™</sup> software presented the behavior of a cylindrical specimen made with the NiTi alloy in a quasi-static and dynamic condition, in the form of cyclic loading, where an algorithm was implemented in Matlab<sup>®</sup> software in order to simulation of the latter behavior. This approach uses equations to update the characteristic properties of the specimen as the time evolution of the simulation occurs.

Tensile tests were performed in the form of rupture as well as cyclic, in order to obtain the characteristic properties of the available materials and to allow the calibration of the numerical models.

In order to complement the characterization of the material a dynamic test was performed to obtain the vibration frequency of a specimen using image processing techniques resulting in the first natural frequency of the alloy. The proof of the obtained result was given by a modal analysis using SolidWorks software presenting compatible values.

From the numerical and experimental studies, it was concluded that the objective of characterizing basic properties of the material was successful, since the experimental

techniques were adapted in order to allow the calibration of numerical models with the intention that the simulation of future applications can enable faster implementation of the technology.

**Keywords: Shape memory alloy, numerical-experimental study, characterization of material behavior.**



# Conteúdo

<b>1.</b>	<b>Introdução.....</b>	<b>1</b>
<b>1.1.</b>	<b>Contextualização .....</b>	<b>1</b>
<b>1.2.</b>	<b>Estado da arte.....</b>	<b>2</b>
<b>1.3.</b>	<b>Motivação.....</b>	<b>4</b>
<b>1.4.</b>	<b>Objetivos .....</b>	<b>5</b>
<b>1.4.1.</b>	<b>Objetivo geral .....</b>	<b>6</b>
<b>1.4.2.</b>	<b>Objetivos específicos .....</b>	<b>6</b>
<b>1.5.</b>	<b>Descrição do trabalho .....</b>	<b>7</b>
<b>2.</b>	<b>Desenvolvimento teórico.....</b>	<b>8</b>
<b>2.1.</b>	<b>Introdução às ligas com memória de forma .....</b>	<b>8</b>
<b>2.2.</b>	<b>Aspetos gerais.....</b>	<b>9</b>
<b>2.2.1.</b>	<b>Transformação martensítica .....</b>	<b>9</b>
<b>2.2.2.</b>	<b>Efeito memória de forma, superelasticidade e fricção interna .....</b>	<b>12</b>
<b>2.3.</b>	<b>Aplicações envolvendo as ligas com memória de forma .....</b>	<b>15</b>
<b>2.4.</b>	<b>Modelos constitutivos.....</b>	<b>16</b>
<b>2.4.1.</b>	<b>Leis mecânicas .....</b>	<b>16</b>
<b>2.4.2.</b>	<b>Leis cinéticas .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.3.</b>	<b>Modelo térmico.....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.4.</b>	<b>Modelo constitutivo adotado .....</b>	<b>18</b>
<b>2.5.</b>	<b>Fundamentos de vibrações mecânicas.....</b>	<b>21</b>
<b>2.6.</b>	<b>Método dos elementos finitos .....</b>	<b>28</b>
<b>2.6.1.</b>	<b>O elemento finito .....</b>	<b>29</b>
<b>2.6.2.</b>	<b>Tipos de análise .....</b>	<b>30</b>
<b>2.6.3.</b>	<b>Etapas do método dos elementos finitos.....</b>	<b>31</b>
<b>2.6.4.</b>	<b>Métodos variacionais .....</b>	<b>32</b>

2.6.4.1.	Teorema da energia potencial mínima.....	32
2.6.4.2.	Elemento finito adotado.....	36
2.7.	Comportamento dinâmico.....	39
2.8	Introdução ao ensaio de tração .....	42
2.9	Análise de frequências .....	43
3.	Caracterização do comportamento quasi-estático e dinâmico do NiTiInol.....	46
3.1.	Simulações quasi-estáticas.....	46
3.2.	Simulações dinâmicas .....	49
3.3.	Ensaio realizados .....	52
3.4.	Estudo numérico-experimental da frequência natural.....	66
4.	Conclusões.....	75
	Referências bibliográficas .....	77
	Anexo I.....	83
	Anexo II .....	88
	Anexo III.....	91
	Anexo IV .....	92
	Anexo V.....	98

# Lista de símbolos

## Simbolos latinos

M	Temperatura característica da transformação direta (K)
A	Temperatura característica da transformação reversa (K)
T	Temperatura da liga (K)
C	Coeficientes angulares (MPa/K)
F	Tensão equivalente (N/m <sup>2</sup> )
q	Parâmetro do material relacionada ao parâmetro S (N/m <sup>2</sup> )
p	Tensão hidroestática (N/m <sup>2</sup> )
S	Tensão hidroestática subtraída da tensão aplicada (N/m <sup>2</sup> )
$\dot{F}$	Taxa de aplicação da força (N/s)
F	Força aplicada (N)
R	Tensão característica de transformação multiplicada pelo parâmetro de relação tensão-compressão (N/m <sup>2</sup> )
D	Matriz de Rigidez do material (N/m)
m	Massa do sistema mecânico vibratório (kg)
x	Deslocamento da massa (m)
$\dot{x}$	Velocidade da massa (m/s)
$\ddot{x}$	Aceleração da massa (m/s <sup>2</sup> )
c	Constante de amortecimento do sistema (Ns/m)
k	Constante de rigidez do sistema (N/m)
X	Amplitude do deslocamento (m)
$\Delta W$	Quantidade de energia dissipada no laço de histerese do diagrama força-deslocamento (Nm)
h	Constante de amortecimento histerético (Ns rad/m)
U	Energia devido a deformação (Nm)

W	Trabalho realizado por forças externas (Nm)
a	Parâmetro polinomial utilizado na formulação do deslocamento do elemento finito.
u	Deslocamento nodal do elemento finito (m)
L	Comprimento do elemento (m)
N	Função de interpolação do elemento finito

### Subscritos

s	Inicial
f	Final
M	Fase martensítica
A	Fase austenítica
tr	Característica obtida durante as transformações diretas ou reversas
c	Crítico
n	Natural
eq	Equivalente
i	Índice para representar o nó esquerdo de um elemento finito tipo barra
j	Índice para representar o nó direito de um elemento finito tipo barra

### Sobrescritos

AM	Transformação direta (Austenite para Martensite)
MA	Transformação inversa (Martensite para Austenite)

### Símbolos gregos

$\sigma^{crit}$	Tensão crítica (Pa)
$\phi$	Parâmetro do material
$\psi$	Fração de fase do material
$\sigma$	Tensão aplicada na liga (Pa)
$\varepsilon$	Deformação apresentada pela liga (m/m)
$\dot{\psi}$	Taxa de evolução da fração de fase do material
$\dot{\varepsilon}$	Taxa da deformação aplicada ao material (m/ms)

$\bar{\epsilon}$	Deformação residual máxima (m/m)
$\varphi$	Razão de amortecimento
$\omega$	Frequência de vibração do sistema
$\kappa$	Constante adimensional utilizada para mensurar o nível de amortecimento histerético no sistema (s rad)
$\Pi$	Energia potencial total do sistema (Nm)
$\delta$	Indicador de valor infinitesimal de uma variável
$\nu$	Coefficiente de Poisson
$\alpha$	Valores saturados com a deformação cíclica (% para subscrito “p” e K para subscrito “M ou A”)
$\beta$	Taxa de variação das propriedades
$\gamma$	Valores saturados com a deformação cíclica (MPa)
$\xi$	eixo do sistema de coordenadas natural referente ao eixo “x” do sistema cartesiano.
$\eta$	eixo do sistema de coordenadas natural referente ao eixo “y” do sistema cartesiano.
$\zeta$	eixo do sistema de coordenadas natural referente ao eixo “z” do sistema cartesiano.

### Abreviaturas

LMF	Liga com memória de forma
NiTi	Níquel e Titânio
SMA	Shape Memory Alloy
EMF	Efeito memória de forma
SE	Superelasticidade
UTFPR	Universidade Tecnológica Federal do Paraná
IPB	Instituto Politécnico de Bragança
APDL	Linguagem Paramétrica de <i>Design</i> Ansys
MMF	Materiais com memória de forma
SMV	Sistema mecânico vibratório
GDL	Graus de liberdade
EDO	Equação diferencial ordinária

MEF	Método dos elementos finitos
DSC	Varrimento Diferencial de Calorimetria
FFT	Transformada Rápida de Fourier

## Lista de tabelas

<b>Tabela 1</b> – Propriedades do NiTi a serem definidas no <i>software</i> de simulação .....	47
<b>Tabela 2</b> – Características do sistema dinâmico .....	50
<b>Tabela 3</b> – Propriedades da liga de NiTi extraídas a partir do ensaio de ruptura .....	54
<b>Tabela 4</b> – Propriedades cíclicas da liga de NiTi obtidas a partir dos ensaios cíclicos. 55	
<b>Tabela 5</b> – Valores obtidos considerando as três faixas de deformação.....	56
<b>Tabela 6</b> – Propriedades características da liga extraídas dos ciclos 2 e 100 .....	61
<b>Tabela 7</b> – Parâmetros cíclicos obtidos através do estudo experimental.....	64
<b>Tabela 8</b> – Comparação dos parâmetros obtidos de forma numérica e experimental ...	66
<b>Tabela 9</b> – Opções do elemento <i>BEAM189</i> .....	69
<b>Tabela 10</b> – Características da malha utilizada para a simulação no SolidWorks®.....	72
<b>Tabela 11</b> – Frequência natural dos cinco primeiros modos de vibração.....	73
<b>Tabela A1</b> – Coordenadas naturais para cada nó presentes no elemento finito.....	84
<b>Tabela A2</b> – Aplicação das coordenadas naturais nos parâmetros “a”.....	85
<b>Tabela A3</b> – Valores das funções de interpolação encontradas.....	86
<b>Tabela A4</b> – Valores dos coeficientes “a” a serem substituídos na equação do movimento .....	87

## Lista de figuras

<b>Figura 1</b> – Diagrama esquemático das transformações martensíticas .....	10
<b>Figura 2</b> – Transformações direta e inversa entre martensite maclada e austenite.....	11
<b>Figura 3</b> – Transformação entre martensite maclada e martensite não maclada .....	11
<b>Figura 4</b> – Efeito memória de forma .....	12
<b>Figura 5</b> – Comportamento superelastico .....	13
<b>Figura 6</b> – Superelasticidade e ciclo histerético .....	14
<b>Figura 7</b> – Diagrama tensão-deformação com indicação das tensões características....	20
<b>Figura 8</b> – Viga em balanço com um número infinito de graus de liberdade.....	23
<b>Figura 9</b> – Sistema com um grau de liberdade com amortecimento viscoso .....	24
<b>Figura 10</b> – Exemplificação dos valores nodais compartilhados por mais de um elemento finito .....	30
<b>Figura 11</b> – Elemento de barra com nós $i$ e $j$ .....	33
<b>Figura 12</b> – Modelo do elemento finito adotado .....	37
<b>Figura 13</b> – Fluxograma do algoritmo para processamento de imagens .....	45
<b>Figura 14</b> – Sobreposição dos diagramas tensão-deformação.....	49
<b>Figura 15</b> – Sistema mecânico vibratório .....	49
<b>Figura 16</b> – Diagrama tensão-deformação para condição de 100 ciclos simples.....	51
<b>Figura 17</b> – Comportamento dinâmico do sistema de 100 ciclos simples .....	52
<b>Figura 18</b> – Provetes de NiTiNol com diâmetros de 0,25, 0,50 e 1,0 [mm] .....	53
<b>Figura 19</b> – Equipamento utilizado para realização dos ensaios experimentais.....	53
<b>Figura 20</b> – Diagrama tensão-deformação com indicação da tensão de ruptura .....	54
<b>Figura 21</b> – Diagrama tensão-deformação com identificação no início da faixa de transformação .....	55
<b>Figura 22</b> - Diagrama tensão-deformação com identificação no centro da faixa de transformação .....	56
<b>Figura 23</b> - Diagrama tensão-deformação com identificação no final da faixa de transformação .....	56
<b>Figura 24</b> – Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição inicial .....	57
<b>Figura 25</b> - Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição central .....	58
<b>Figura 26</b> - Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição final.....	58

<b>Figura 27</b> - Diagrama força-deslocamento do ensaio de 100 ciclos.....	59
<b>Figura 28</b> – Diagrama tensão-deformação para o segundo ciclo.....	60
<b>Figura 29</b> – Diagrama tensão-deformação para o centésimo ciclo.....	61
<b>Figura 30</b> – Diagrama tensão-deformação obtido através do <i>software</i> Ansys® APDL™ .....	65
<b>Figura 31</b> – Comparação dos dados obtidos através do <i>software</i> Ansys® APDL™ com os provenientes dos ensaios experimentais .....	65
<b>Figura 32</b> – Diagrama deslocamento-tempo obtido para o ensaio dinâmico .....	67
<b>Figura 33</b> – Frequência obtida a partir do diagrama deslocamento-tempo .....	68
<b>Figura 34</b> – Provete pós-deformação simulado no ANSYS® APDL™.....	71
<b>Figura 35</b> – Foco na extremidade livre do provete simulado .....	71
<b>Figura 36</b> – Foco na extremidade encastrada do provete simulado.....	72
<b>Figura A1</b> – Propriedades do material utilizado para análise modal.....	91



# 1. Introdução

Neste capítulo serão descritos os tópicos incluindo a contextualização do trabalho, a revisão do estado da arte a que o tema está contido, assim como a motivação e os objetivos gerais e específicos, concluindo com a forma que esta dissertação está organizada.

## 1.1. Contextualização

As áreas do conhecimento onde as ligas com memória de forma (LMF) tem seu comportamento estudado e adaptado para colmatar necessidades diversas, possuindo propriedades que permitem a sua aplicação nas mais variadas situações. As que se apresentam com maior interesse proveem de dois fenômenos característicos destas ligas, o efeito memória de forma (EMF) e a superelasticidade (SE):

O primeiro é a capacidade do material retornar à sua forma original após aplicação de uma tensão mecânica que provoque uma deformação residual e posterior retirada da carga, quando da elevação da temperatura da mesma acima de um valor característico da liga.

O segundo, que será abordado neste trabalho, define a presença de um laço de histerese na curva tensão-deformação do material, sendo responsável por um efeito de dissipação energético.

Os estudos numéricos que têm por objetivo prever o comportamento dos materiais quando submetidos a diversas situações receberam grande atenção na sua formulação. Destes estudos, surgiram algoritmos numéricos que foram implementados em *softwares* com o objetivo de simular as características dos materiais. De forma a abranger uma maior quantidade de casos, serão obtidos resultados para o estudo do comportamento estático e dinâmico destas ligas.

Os resultados obtidos numericamente são confrontados com os obtidos de ensaios experimentais, de forma a validar os dados simulados e calibrar o modelo, possibilitando o estudo de diversas situações, sem a necessidade de construção de um protótipo para cada caso até ao modelo ideal.

Algumas das aplicações são o desenvolvimento de compósitos e eliminação do efeito *flutter*<sup>1</sup> da engenharia aeronáutica, controlo de atuadores através de sensores da robótica, elementos de contraventamento e de ligação estrutural em engenharia civil, dispositivos de segurança contra incêndio em navios e sistemas de propulsão para submarinos da engenharia oceânica, amortecedores semi-ativos e pro fricção da engenharia mecânica, materiais utilizados em equipamentos voltados para medicina, entre outras.

## 1.2. Estado da arte

A evolução do estudo das características e aplicações das ligas com memória de forma podem ser divididas em três áreas de pesquisas principais, sendo elas:

1. Ciência dos materiais, onde o estudo foca-se nas alterações provocadas pela composição química, microestrutura, entre outros fatores;
2. Aplicações dinâmicas, onde a frequência a que a liga estará sujeita e tipo de carga influenciam o comportamento da mesma;
3. Estudo numérico, onde modelos matemáticos alimentados com dados experimentais auxiliam a compreensão do funcionamento de estruturas e facilitam a pesquisa e desenvolvimento de novas tecnologias envolvendo estas ligas.

As primeiras aplicações que levaram a pesquisa de ligas com memória de forma foram na área de engenharia oceânica. Buehler e Wang (1968) estudaram as principais propriedades solicitadas pela área para ligas de Níquel-Titânio com diferente estequiometria, como hidrofólios de alta velocidade, estruturas de alto amortecimento, entre outras.

Visto que existem casos onde a carga cíclica não é constante, Belyaev, Kamentseva e Likhachev (1983) fizeram um estudo experimental do comportamento de uma liga de NiTi com o intuito de descobrir o seu efeito e comparar com outros materiais.

---

<sup>1</sup> - Flutter é definido como sendo as instabilidades aeroelásticas que um estrutura apresenta quando submetida a uma interação entre aerodinâmica, inercia e forças restauradoras (BISPLINGHOFF, 1955).

Dados obtidos puderam levar à conclusão que para condições de sobrecarga de ciclos mecânicos, estes provocam um *softening* da liga, que deve ser levado em conta para aplicações práticas, especialmente em máquinas térmicas.

Com o avanço da tecnologia, novas ligas foram surgindo. A odontologia beneficiou-se das LMF, sendo que estudos apresentados por Kusy e Wilson (1990) apresentaram a comparação de propriedades físicas de oito tipos de liga diferentes, de forma a identificar as mais promissoras para o mercado de aplicações dentárias.

A aplicação de ligas de NiTi poroso foram estudadas por Itin et al. (1994), que devido a sua boa biocompatibilidade e propriedades mecânicas a sua utilização para implantes e próteses foi considerada. Este estudo têm unicidade na fabricação do implante, apresentando dois processos e os parâmetros obtidos por cada um.

Características referentes à corrosão foram estudadas por Rondelli (1996), em que ligas de NiTi apresentaram boas respostas, nos casos de condições passivas e localizadas sem dano direto ao filme e características inferiores em corrosões localizadas onde o filme foi danificado quando comparadas com outros metais

Estudos feitos por Plietsch e Ehrlich (1997) com base em teorias cristalográficas demonstram que a deformação máxima para garantir o retorno a forma original quando a LMF é sujeita a compressão deve ser de aproximadamente 4% e para tração de 8%.

Em Humbeeck (2003) um estudo da capacidade de amortecimento da liga apresenta a influência de parâmetros externos, como a frequência, as taxas de aquecimento e arrefecimento e a amplitude da vibração.

Segundo Silva et al (2011) as ligas com memória de forma (LMF) são materiais ativos que devido a suas características fundamentais podem ser implementadas em sistemas visando a utilização como amortecedores. Resultados experimentais apresentados no artigo mencionado comprovam que a liga NiTi apresenta uma capacidade de amortecimento superior a materiais clássicos como alumínio, aço inoxidável, latão e *hidamets* (metais de alto amortecimento) quando utilizado na região martensítica e durante a transformação de fase. Entretanto para a região austenítica, em altas temperaturas, é observado uma redução na capacidade de amortecimento, devido a um aumento na rigidez do material.

Grande parte dos estudos no campo das LMF são voltados para a área de estudos sísmicos, visando a implementação de estruturas que podem resistir aos terremotos e

recuperar-se de seus efeitos. Como mencionado em Wang e Zhu (2018) a resiliência sísmica apresentada pelas ligas é devido à característica de superelasticidade e foram aplicadas em barras com limitadores de encurvadura.

Para a configuração de modelos numéricos que representem o comportamento das ligas com memória de forma em diversas aplicações, é necessária a validação experimental para obtenção de parâmetros e comparação de resultados. Estudos quasi-estáticos e dinâmicos para o comportamento torsional das LMF foram feitos por Doaré et al., (2012), apresentando uma caracterização para ambos os comportamentos.

Em Qian, Li e Song (2016) é apresentado o desenvolvimento de um amortecedor constituído por LMF, onde o estudo experimental permitiu a calibração de um modelo numérico que possibilitou a simulação de terremotos em três lugares e os efeitos positivos que a utilização do dispositivo iria causar.

A utilização das LMF em controladores passivos de vibração foi estudada por Moraes et al (2018), onde resultados obtidos através de modelos numéricos experimentalmente calibrados demonstraram a eficiência da utilização de molas de NiTi quando comparadas com molas de aço comercial ou mesmo a inexistência de mola no sistema.

### **1.3. Motivação**

A procura pelo desenvolvimento de novos materiais e aplicações tende a envolver custos elevados com protótipos para a visualização dos fenômenos em escala reduzida. Entretanto, na prática existem diversas condições que devem ser analisadas, e cada modificação a partir do resultado observado iria gerar a necessidade de um novo protótipo ou adaptação do anterior com a atualização. Com o intuito de diminuir o custo da pesquisa e desenvolvimento, o uso de modelos matemáticos apresentam-se com uma excelente ferramenta, pois as modificações são feitas no modelo computacional e o mesmo é capaz de representar como essas alterações iriam impactar tanto no protótipo quanto no modelo real.

Existem diversos modelos que tentam prever o comportamento das ligas com memória de forma, dentro destes podemos citar o de Tanaka, Kobayashi e Sato (1986),

Brinson (1993), Auricchio (2001), entre outros. Sendo assim, a escolha adequada de um modelo deve partir da sua capacidade em apresentar resultados condizentes com os reais. Para isto, os estudos experimentais tornam-se necessários para a calibração dos modelos matemáticos. Onde a obtenção de dados fornecidos pelas análises complementam as simulações, para que estas representem de forma fiel o que ocorre. No final deste processo, espera-se que o modelo matemático calibrado forneça resultados precisos, simulando o comportamento de um modelo real.

Mesmo com a dificuldade em analisar e comparar modelos matemáticos e a confrontação de resultados com dados obtidos experimentalmente para futuras aplicações, espera-se um crescimento no conhecimento:

- Das propriedades e aplicações das LMF na UTFPR – Cornélio Procópio e no IPB – Bragança;
- De técnicas para implementação do comportamento dinâmico em simulações utilizando um software comercial;
- Da comparação e calibração de modelos numéricos mediante ensaios com protótipos;
- De aspectos dinâmicos apresentados pela LMF em situações onde a mesma é sujeita a vibrações.

Espera-se que utilizando técnicas experimentais, dados substanciais para a calibração de modelos matemáticos possam ser obtidos para que o comportamento das LMF em aplicações estáticas ou dinâmicas possa ser determinado a partir de simulações.

#### **1.4. Objetivos**

Os objetivos citados neste ponto, serão divididos tendo em consideração o principal objetivo do trabalho, e os objetivos específicos, com detalhes sobre o que a pesquisa espera proporcionar.

#### 1.4.1. *Objetivo geral*

Utilizar técnicas de programação para a implementação de características dinâmicas em simulações estáticas visando a obtenção do comportamento das LMF quando sujeitas a movimentos cíclicos de tração e compressão.

Utilizar técnicas experimentais de ensaios *quasi-estáticos* e dinâmicos para a obtenção das propriedades da LMF e comparação com modelos matemáticos para a comprovação da representabilidade dos mesmos.

#### 1.4.2. *Objetivos específicos*

Dentro dos objetivos específicos, tem-se:

- Compreender o funcionamento do fenômeno de SE presente no comportamento das LMF;
- Realizar a conexão entre ciência dos materiais e dinâmica clássica para a aplicação em estudo;
- Comparar resultados obtidos através de modelos matemáticos com os dados obtidos experimentalmente;
- Implementação numérica visando a obtenção de resultados dinâmicos a partir de análises de *software* comercial;
- O estudo de aplicações onde as LMF podem substituir materiais comumente utilizados, como estruturas de pontes construídas em aço, para a obtenção de melhorias no comportamento das mesmas ligas;
- Possibilitar a implementação de trabalhos futuros visando a obtenção de conhecimento teórico e prático de materiais inteligentes, como as LMF, e o desenvolvimento de aplicações para estas ligas.

## 1.5. Descrição do trabalho

A presente dissertação do curso de mestrado em Engenharia Industrial ramo de Mecânica foi dividida em 4 capítulos e 5 anexos

O capítulo 1 apresentou a contextualização do tema, incluindo a revisão do estado da arte das LMF, a motivação para a realização do trabalho e os objetivos que espera-se alcançar com este trabalho.

O capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica relacionando as características das LMF, bem como os fenômenos que garantem a estas possuam as suas peculiaridades, aos comportamentos relacionados as formas de vibrações e suas propriedades, além de apresentar o modelo de elementos que o *software* Ansys® utiliza nas suas resoluções e considerações adotadas sobre o comportamento dinâmico do material.

O capítulo 3 apresenta as simulações numéricas e ensaios experimentais realizados de forma a caracterizar o comportamento da LMF e obter as propriedades para as ligas disponibilizadas no IPB pelo Professor Carlos Andrade.

O capítulo 4 apresenta as conclusões finais obtidas a partir dos resultados alcançados durante o desenvolvimento da tese de mestrado, assim como as sugestões para trabalhos futuros.

O anexo I apresenta as tabelas e equações utilizadas para as deduções das funções de interpolação do elemento finito SOLID186 utilizado no *software* Ansys® APDL™.

O anexo II fornece as equações utilizadas para a substituição de parâmetros de forma a substituir a dependência do comportamento cíclico da LMF de temperatura para tensão.

O anexo III exibe a figura contendo as propriedades configuradas no *software* SolidWorks® utilizadas para a realização da análise de frequências.

Os anexos IV e V trazem os códigos desenvolvidos no Matlab® e no Ansys® APDL™ respectivamente, que têm como função simularem o comportamento *quasi-estático* e dinâmico da LMF estudada.

## 2. Desenvolvimento teórico

Neste capítulo serão apresentadas as principais propriedades das LMFs, sendo as principais o EMF e a SE. Mediante a comparação entre dados providos de simulações numéricas e protótipos experimentais, serão abordados aspectos dos modelos constitutivos, as suas principais diferenças e os resultados obtidos pelos mesmos. Serão estudadas as características com o intuito de analisar o comportamento da liga apresentando um amortecimento histerético num sistema dinâmico. Por fim serão apresentadas, aplicações envolvendo as ligas em casos estruturais e dinâmicos.

### 2.1. Introdução às ligas com memória de forma

O desenvolvimento de novos materiais e ou a adaptação dos existentes para tornar possível a sua aplicação em diversas estruturas requerem características específicas, como a elevada resistência mecânica, a baixa densidade e alta capacidade de dissipar energia. Desta forma, dado um problema para ser solucionado, a escolha do melhor material que irá desenvolver plenamente a função torna-se de suma importância.

Neste contexto, os materiais denominados inteligentes são aqueles capazes de “sentir” mudanças no ambiente e então responder de forma pré-determinada, podendo ser utilizadas isoladamente ou combinadas com materiais tradicionais de forma a montar um sistema (CALLISTER, 2014). De outra forma, é possível simplificar para o tipo de material inteligente em estudo que, ao sofrer variações em propriedades não mecânicas, como temperatura, o mesmo irá apresentar variações em propriedades mecânicas.

Os materiais com memória de forma (MMF) são caracterizados pelo EMF, onde após sofrer uma deformação visivelmente plástica, o mesmo é capaz de recuperar sua forma anterior mediante a elevação de sua temperatura. Possuindo assim uma ampla aplicação na indústria aeroespacial, oceânica, estrutural, biomédica, automóvel, entre outras (HUANG et al., 2010).

Uma breve descrição histórica das ligas e inclusive a que será estudada pode ser encontrada em (HUANG et al., 2010), onde o EMF era conhecido desde 1932 em ligas

de ouro e cádmio. A descoberta do NiTiNol nos anos de 1960, foi feito nos laboratórios navais de Ordnance, onde uma liga composta em percentagens atômicas semelhantes de Níquel e Titânio, apresentou valores de recuperação de deformações consideráveis em comparação com as ligas descobertas até então. Entretanto devido a tecnologia na época capaz de produzir esta liga ser limitada, a comercialização desta tornou-se possível apenas uma década depois, sendo que uma expansão considerável da sua utilização foi feita apenas nos anos de 1990 em diante (HODGSON e BROWN, 2000).

## 2.2. Aspectos gerais

### 2.2.1. Transformação martensítica

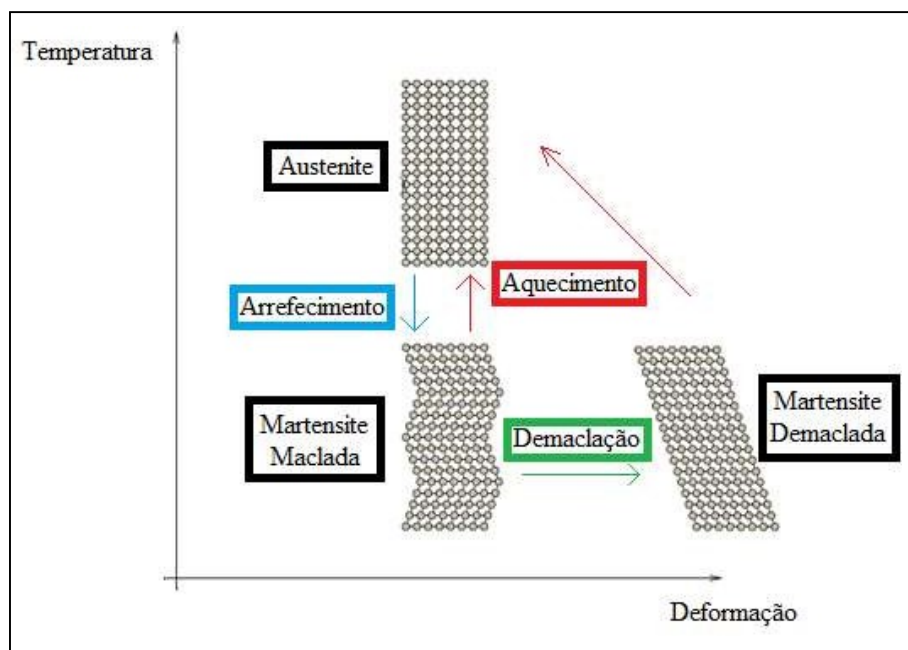
A transformação martensítica é considerada um tipo de transformação sem difusão (*diffusionless*) na forma sólido-sólido, onde os átomos têm a sua estrutura cristalina rearranjada, mantendo a composição química durante o processo.

A nomenclatura adotada para as mudanças de fase são a transformação direta (*forward transformation*), onde o material sai da fase principal (*parent phase*) de alta energia (alta temperatura) chamada austenite para a “fase resultante (*product phase*)” de baixa energia (baixa temperatura) denominada martensite, e transformação inversa (*reverse transformation*) que é o caminho da fase resultante para a principal (SUN, LUO, ZHU, 2018).

Além das duas fases mencionadas, a martensítica é subdividida em duas, sendo elas maclada (*twinned*) e demaclada ou não maclada (*detwinned*), onde a primeira é formada ao final da transformação direta, possuindo diversas orientações devido à acomodação do processo de forma simétrica onde a rede cristalina tende a ficar na forma menos energética e a segunda com a presença de uma variante dominante (LAGOUDAS, 2008; REYNOLDS, 2003).

A reorientação das variantes da martensite maclada para demaclada ocorre devido à característica da martensite em responder à tensão aplicada com a mudança da

rede cristalina de forma a acomodar as variantes no sentido da carga externa (SANTOS, 2011). A Figura 1 representa o diagrama das transformações presentes nestas ligas.

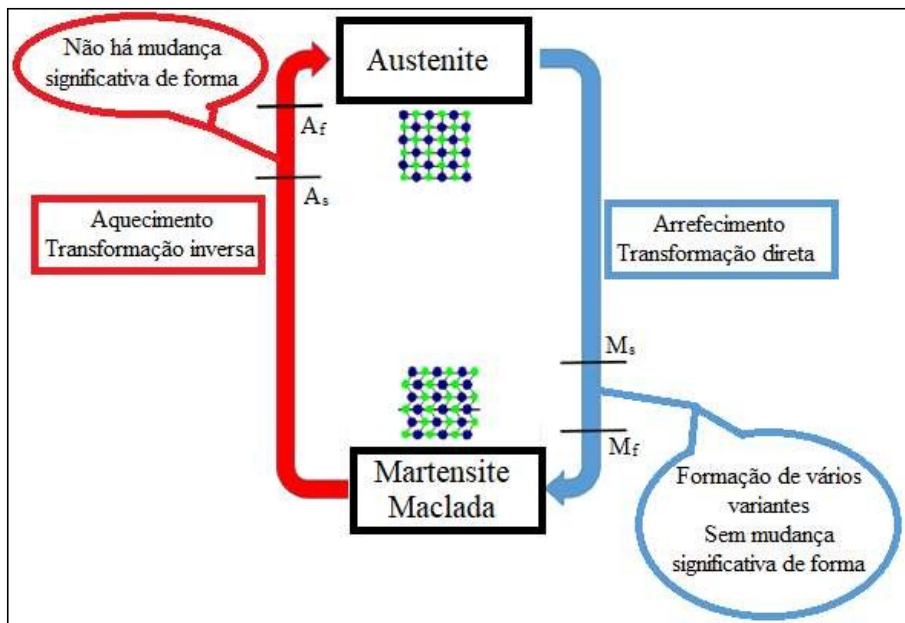


**Figura 1**– Diagrama esquemático das transformações martensíticas.  
Fonte: Adaptado de (Santos, 2011).

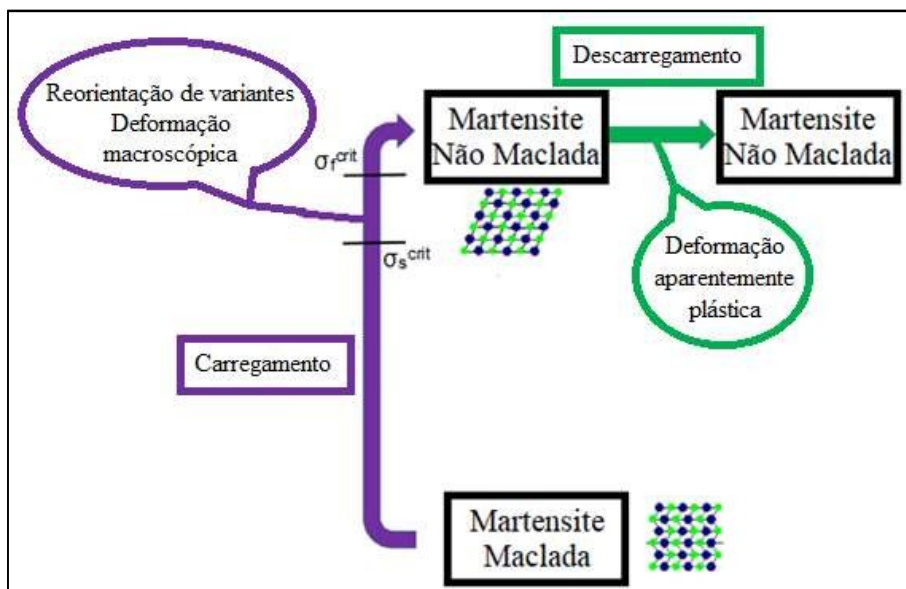
Os dois principais parâmetros de maior influência na transformação martensítica são temperatura e tensão, onde as mudanças na estrutura podem ocorrer por aquecimento (ou arrefecimento) ou por tensão (REYNOLDS, 2003).

Quando ocorre a transformação de martensite maclada para austenite ou vice-versa, não há mudança macroscópica significativa no material, devido à base da mesma estar situada em uma condição de auto acomodação (SILVA, 2018).

As LMF possuem quatro temperaturas características, duas martensíticas  $M_s$  e  $M_f$  para o arrefecimento e duas austeníticas  $A_s$  e  $A_f$  para o aquecimento. As duas primeiras indicam as temperaturas da transformação direta enquanto as duas últimas da transformação inversa, sendo o subscrito “s” para inicial e “f” para final. Os valores podem ser observados na Figura 2, bem como as respectivas transformações.



**Figura 2** – Transformações direta e inversa entre martensite maclada e austenite.  
 Fonte: Adaptado de (Silva, 2018).



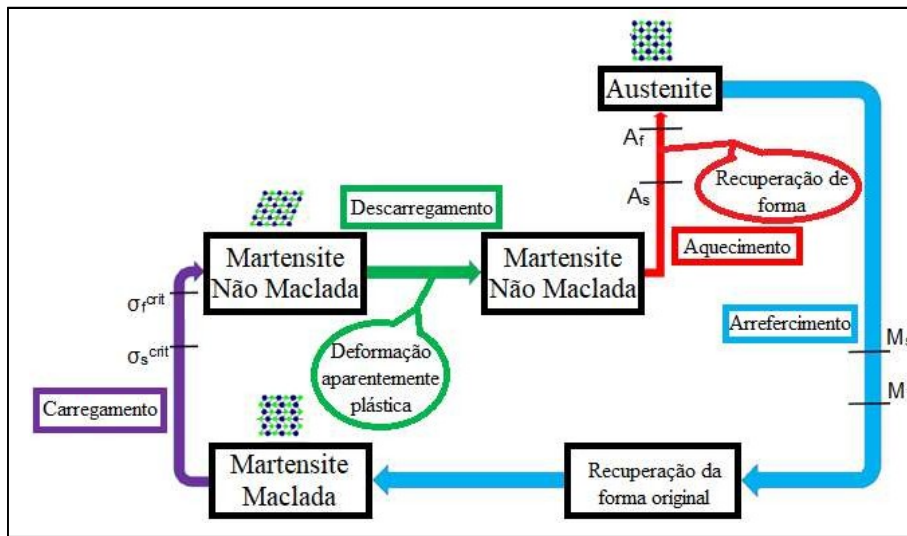
**Figura 3** – Transformação entre martensite maclada e martensite não maclada.  
 Fonte: Adaptado de (Silva, 2018).

Como mencionado, a tensão é um fator que influencia a reorientação das variantes de martensite entre maclada e demaclada, onde a aplicação e remoção de uma tensão maior que a tensão crítica inicial,  $\sigma_s^{crit}$ , provoca a evolução para martensite não maclada e uma deformação macroscópica permanente do material, caso a tensão chegue

ao valor da tensão crítica final,  $\sigma_f^{crit}$  a fase resultante tende a conter somente uma variante de martensite demaçada, da forma apresentada na Figura 3 (SILVA, 2018).

### 2.2.2. Efeito memória de forma, superelasticidade e fricção interna

No caso em que a liga apresenta uma deformação macroscópica permanente após a remoção da carga externa, estando na fase de martensite demaçada, a recuperação da forma original dá-se a partir do aquecimento desta a uma temperatura superior a  $A_f$ . Na Figura 4 é possível observar um material na fase de martensite maclada na sua forma original, que com a aplicação de uma tensão, tem a alteração da rede cristalina para não maclada, apresentando uma deformação residual visível. Com o aquecimento, há a mudança de fase para austenite, onde a recuperação da forma original acontece. Após isto, o arrefecimento do material retorna à fase presente neste para martensite maclada.

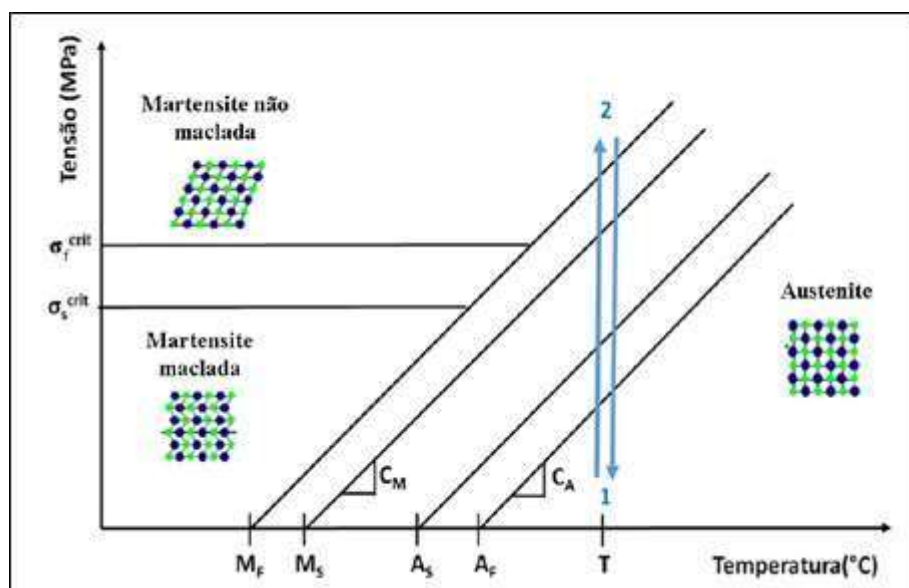


**Figura 4** – Efeito memória de forma.  
Fonte: Adaptado de (Silva, 2018).

Como mencionado anteriormente, a tensão influencia as transformações. Caso o material esteja em uma temperatura superior a  $A_f$ , encontrando-se na fase austenítica, caso seja aplicada uma tensão grande o suficiente, haverá a formação de martensite não maclada, sendo este processo denominado martensite induzida por tensão (*stress-induced martensite*).

Neste caso, o material irá deformar-se mediante o condicionamento da tensão e retornar à forma inicial a partir do momento de alívio desta. Este efeito é denominado pseudoelasticidade ou superelasticidade e pode ser observado na Figura 5, onde para uma temperatura constante  $T$ , sendo  $T > A_f$ , o processo é representado por um caminho isotérmico dado pela sequência 1-2-1.

O mencionado efeito de superelasticidade pode ser encontrado na literatura como pseudoelasticidade, onde a definição deste último inclui o primeiro com um comportamento adicional “parecido com uma borracha”. A transformação reversível que ocorre no material causada principalmente por ciclos de carregamento e descarregamento termomecânicos é a descrição da superelasticidade em si (LAGOUDAS, 2008). Desta forma, a escolha do termo superelasticidade foi adotada ao longo da escrita da pesquisa.



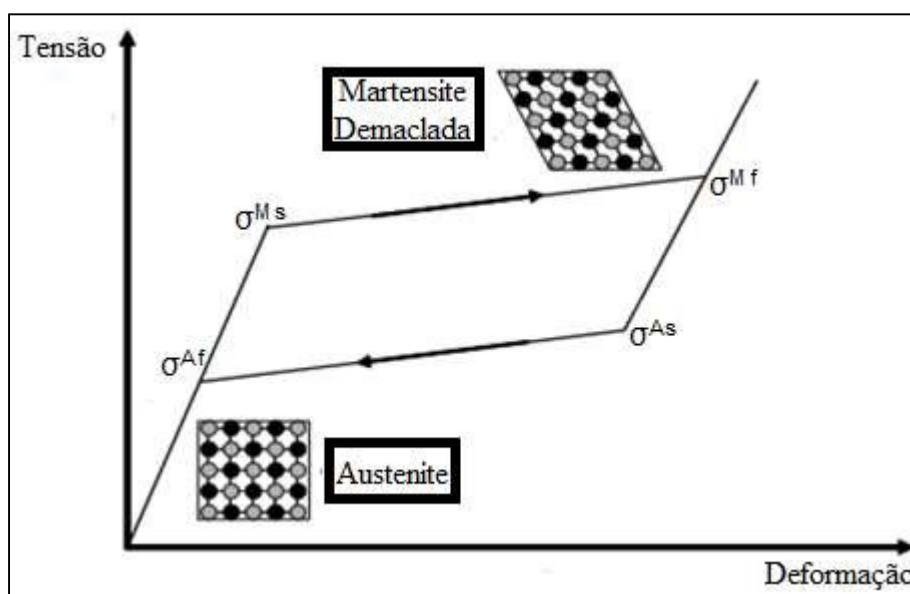
**Figura 5** – Comportamento superelástico.

Fonte: Adaptado de (Silva, 2018).

No diagrama tensão por temperatura apresentado na Figura 5, é possível observar a presença de cada fase mediante os parâmetros de temperatura e tensão. Para materiais onde os parâmetros estão abaixo da linha que se inicia em  $A_f$ , existe somente austenite. Para valores acima de  $M_f$ , somente martensite, ressaltando que abaixo da linha que inicia-se em  $\sigma_s^{crit}$  há a presença somente de martensite maclada enquanto que para valores acima da linha  $\sigma_f^{crit}$ , existe unicamente a demaclada (LAGOUDAS, 2008).

Uma relação aproximadamente linear pode ser observada para os valores das quatro temperaturas características ( $M_f$ ,  $M_s$ ,  $A_s$  e  $A_f$ ) representados na Figura 5. Os coeficientes angulares  $C_M$  e  $C_A$  geralmente assumem o mesmo valor, sendo que referências da determinação experimental deste parâmetro podem ser encontradas na literatura pelo termo Coeficiente de Clausius-Clapeyron (CCC) (SANTOS, 2011).

Para o efeito de SE torna-se essencial a análise do diagrama tensão-deformação apresentado na Figura 6, uma vez que este representa o ciclo de histerese formado, sendo o responsável pela capacidade do material em dissipar energia. Esta transformação é conhecida como transformação induzida por tensão, onde a mudança de fases (Austenite  $\rightarrow$  Martensite) para uma determinada temperatura ocorre pela imposição de uma tensão à liga e retorna para a fase anterior (Martensite  $\rightarrow$  Austenite) mediante a remoção desta tensão.



**Figura 6** – Superelasticidade e ciclo histerético.  
Fonte: Adaptado de (LAGOUDAS, 2008).

Além das perdas associadas ao calor latente, identifica-se perdas por fricção interna. Este também chamado de capacidade de amortecimento das LMF, que são baseadas no movimento entre martensite-martensite e interfaces de transformação austenite-martensite. A fricção interna geralmente é associada à resposta dissipativa de um material quando submetida a um ciclo de deformação. A energia dissipada em um

ciclo de vibração harmônica correspondente à área inclusa pelo laço de histerese (SANTOS, 2011).

### **2.3. Aplicações envolvendo as ligas com memória de forma**

Entre todas as aplicações citadas anteriormente, uma atenção especial será dada na descrição daquelas envolvendo a utilização das LMF como amortecedores, visto que um dos objetivos do trabalho é o estudo de sistemas mecânicos vibratórios (SMV) com amortecimento histerético.

A utilização de LMF como amortecedores vêm suscitando interesse em diversos investigadores devido aos princípios físicos a que estes estão baseados. Para Morais et al. (2017) a elaboração de um dispositivo amortecedor para atenuação da resposta causada por sismos onde se utiliza um sistema duplo de fios pré-deformados de LMF tendo como propósito a máxima dissipação de energia. Este resultado pretendido tem como comprovação experimental um protótipo em escala reduzida que permitiu observar o efeito desejado.

Para Speicher, DesRoches e Leon (2017) a resposta a sismos pode ser realizada através da elaboração de um dispositivo quadrilateral articulado, sendo composto por ligas de NiTi tendo como objetivo a recentralização da estrutura a que estes estão conectados e o amortecimento do deslocamento destas. Ensaio numéricos e experimentais foram utilizados para fundamentar a pesquisa e comprovar a eficiência do dispositivo desenvolvido pelos investigadores.

Os estudos apresentados por Li et al. (2018) têm como fundamentação a utilização das ligas com memória de forma para a construção de um amortecedor de recentralização para deformações com o objetivo de reduzir o deslocamento das estruturas utilizadas na engenharia civil quando sujeitas a ação de sismos.

## 2.4. Modelos constitutivos

As LMF são materiais “inteligentes” que têm a sua aplicação baseada em propriedades termomecânicas, onde o seu comportamento depende da tensão aplicada e da temperatura do material, bem como da sua fase cristalográfica e os fenômenos termodinâmicos devido aos processos de transformação.

Tendo em mente o alto nível de complexidade para a simulação do comportamento das LMF devido aos fatores mencionados, a adoção de um modelo constitutivo adequado irá influenciar diretamente na confiabilidade da simulação, devendo para a aplicação desejada relacionar as principais propriedades do material.

Atualmente existem diversos modelos constitutivos, como o de Tanaka, Kobayashi e Sato (1986) com as leis utilizadas baseadas em exponenciais, Liang e Rogers (1990) e Brinson (1993) com as leis cinéticas fundamentadas em cossenos, derivado de relações termodinâmicas proposto por Ivshin e Pence (1994) e com relações lineares proposto por Auricchio e Sacco (1997) e Auricchio (2001).

De forma a facilitar o entendimento dos modelos constitutivos e elencar as considerações a serem adotadas ao longo do desenvolvimento deste, é possível dividi-los em partes fundamentais. Sendo as leis mecânicas, governando a relação entre tensão-deformação, as leis cinéticas, apresentando o comportamento das transformações internas e um modelo térmico, sendo utilizado apenas quando aplicações necessitam levar em consideração as mudanças significativas na temperatura do material.

Os seguintes subtópicos irão apresentar de forma resumida as divisões mencionadas para facilitar o entendimento da construção de um modelo constitutivo.

### 2.4.1. *Leis mecânicas*

As fases presentes nas LMF durante as transformações diretas e inversas que ocorrem devido à aplicação de uma tensão ou mudança de temperatura não são instantâneas. Logo, a mudança de martensite para austenite e o contrário devem ser levadas em conta nas simulações, pois nem todo o material está na mesma fase ao mesmo tempo.

Sendo assim, a variável interna do sistema que representa a porcentagem da fase produto que está contida no material é chamada de “fração martensítica” ( $\psi$ ).

Esta variável tem sua importância no fato de estar presente em diversos modelos constitutivos que têm a sua lei mecânica relacionando a tensão ( $\sigma$ ), deformação ( $\epsilon$ ), temperatura (T) e fração martensítica.

A principal diferença que pode ser encontrada originária da lei mecânica adotada consiste na consideração realizada para a forma como que o comportamento mecânico para a austenite e martensite se relacionam com a componente elástica da deformação do modelo.

O trabalho de Santos (2011) detalha três principais esquemas, sendo eles o modelo simples em série (simple serial model), o esquema de Voight (Voight scheme) e o esquema de Reuss (Reuss scheme).

Com a escolha da consideração adequada, espera-se que a lei mecânica apresente uma forma de relacionar as 4 principais variáveis mencionadas anteriormente.

#### 2.4.2. *Leis cinéticas*

Para complementar o modelo constitutivo, deve-se expressar a influência que fatores como a tensão e a temperatura têm sobre a fração martensítica no material, sendo usualmente baseada no diagrama de fase por tensão-temperatura. Atualmente, existem diversos modelos a serem utilizados, como as leis lineares propostas por Aurichio (1997, 2001), exponenciais citadas por Liang and Rogers (1990), entre outras.

As transformações lineares considera que as relações entre tensões e deformações são representadas por segmentos lineares, onde a fração martensítica, para as transformações diretas e reversas, é uma função linear.

#### 2.4.3. *Modelo térmico*

Para aplicações de caráter quasi-estático, a troca de calor entre o material e o ambiente pode ser desprezada, sendo que o processo pode ser considerado isotérmico.

Entretanto, para análises de vibrações (ciclos dinâmicos), quanto maior a taxa com que a carga é aplicada e retirada, maior a energia gerada e caso o sistema não possua uma forma adicional de dissipação de energia, ocorrerá um aumento na temperatura do material.

De forma a simplificar a modelação numérica a consideração de que a temperatura permanece constante durante todo o ensaio será a adotada, logo a influência desta no modelo constitutivo será desprezada.

#### 2.4.4. Modelo constitutivo utilizado

O modelo constitutivo utilizado para os estudos é aquele em que tem por base o *software* comercial Ansys<sup>®</sup>. As definições básicas podem ser encontradas no *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications* (2009), onde estão presentes duas opções para simulações com as ligas, uma para simular o comportamento superelástico do material (AURICCHIO, 2001) e outra para o efeito memória de forma (SOUSA, MAMIYA e ZOUAIN, 1998; AURICCHIO, TAYLOR e LUBLINER, 1997; AURICCHIO e PETRINI, 2005).

O modelo proposto para superelasticidade apresenta uma condição onde o material sofre grandes deformações (desconsiderando as permanentes) perante aplicações de carácter isotérmico. Sendo o ponto principal do estudo a obtenção do comportamento de superelasticidade através do diagrama tensão-deformação e adaptação para a obtenção do comportamento dinâmico, a dedução matemática para este comportamento será apresentada.

A base do modelo constitutivo para a superelasticidade utilizada pelo Ansys<sup>®</sup> considera somente as transformações direta (Austenite para Martensite) e reversa (Martensite para Austenite), não levando em conta a reorientação de martensite maclada para demaçada e vice-versa.

Sendo assim, é possível considerar que no material duas fases possam coexistir para compor a estrutura como um todo. Duas variáveis internas são definidas, a fração martensítica ( $\psi_M$ ) e a fração austenítica ( $\psi_A$ ). A relação entre ambas pode ser vista na Equação 1.

$$\psi_M + \psi_A = 1 \quad (1)$$

A LMF é considerada como sendo um material isotrópico, ou seja, suas propriedades mecânicas e térmicas são as mesmas em todas as direções. A dependência da transformação de fase por conta da pressão é modelada com a introdução da função de carga de Drucker-Prager, da forma demonstrada nas Equações 2 a 5.

$$F = q + 3\phi p \quad (2)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2} S:S} \quad (3)$$

$$S = \sigma - p1 \quad (4)$$

$$p = \frac{1}{3} \sigma:1 \quad (5)$$

onde  $\phi$  é um parâmetro do material,  $\sigma$  é a tensão e  $1$  é o tensor identidade.

A evolução da fração martensítica é modelada da forma apresentada nas Equações 6 a 12.

$$\dot{\xi}_M = \begin{cases} -H^{AM}(1 - \psi_M) \frac{\dot{F}}{F - R_f^{AM}} & \text{transformação } A \rightarrow S \\ H^{MA} \psi_S \frac{F}{F - R_f^{SA}} & \text{transformação } S \rightarrow A \end{cases} \quad (6)$$

$$R_f^{AM} = \sigma_f^{AM}(1 + \phi) \quad (7)$$

$$R_f^{MA} = \sigma_f^{MA}(1 + \phi) \quad (8)$$

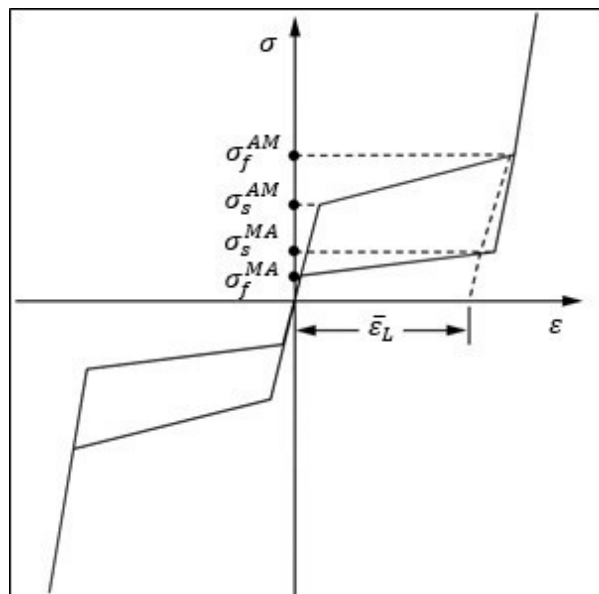
$$H^{AM} = \begin{cases} 1 & \text{se } \begin{cases} R_f^{AM} < F < R_f^{AM} \\ F > 0 \end{cases} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (9)$$

$$H^{MA} = \begin{cases} 1 & \text{se } \begin{cases} R^{MA} < F < R_s^{MA} \\ F < 0 \end{cases} \\ 0 & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

$$R_s^{AM} = \sigma_s^{AM}(1 + \phi) \quad (11)$$

$$R_s^{MA} = \sigma_s^{MA}(1 + \phi) \quad (12)$$

com  $\sigma_s^{AM}$ ,  $\sigma_f^{AM}$ ,  $\sigma_s^{MA}$  e  $\sigma_f^{MA}$  apresentados na Figura 7.



**Figura 7** – Diagrama tensão-deformação com indicação das tensões características.  
Fonte: Adaptado de ANSYS.

O parâmetro  $\phi$  indica a resposta do material quando submetido a cargas de tração e compressão. Se em ambos os casos o material apresentar o mesmo comportamento, tem-se que  $\phi = 0$ .

Este parâmetro pode ser determinado de forma experimental por meio de um ensaio de tração-compressão, onde a relação apresentada na Equação 13 pode ser utilizada relacionando os valores iniciais para a transformação direta nos ciclos de tração ( $\sigma_t^{AM}$ ) e compressão ( $\sigma_c^{AM}$ ).

$$\phi = \frac{\sigma_c^{AM} - \sigma_t^{AM}}{\sigma_c^{AM} + \sigma_t^{AM}} \quad (13)$$

Tendo definido a forma como ocorre a transformação martensítica, a lei mecânica que relaciona a tensão com a deformação é definida nas Equações 14 e 15.

$$\sigma = D: (\varepsilon - \varepsilon_{tr}) \quad (14)$$

$$\varepsilon_{tr} = \psi \varepsilon \frac{6F}{L 6\sigma} \quad (15)$$

onde  $D$  é o tensor de elasticidade,  $\varepsilon_{tr}$  é o tensor de deformação por transformação e  $\varepsilon_L$  é a deformação máxima residual apresentada na Figura 7.

## 2.5. Fundamentos de vibrações mecânicas

As vibrações (também denominadas oscilações) são quaisquer movimentos de corpos que se repetem após um dado intervalo de tempo em torno de uma posição de equilíbrio arbitrária. Sendo estes estudados pelas teorias de vibrações com base nas suas características mecânicas como massa, rigidez e amortecimento, e caso haja, uma força externa atuante sobre o sistema.

O campo de estudo pode parecer limitado pela consideração das características mecânicas feitas anteriormente, a aplicação das teorias de vibrações está presente no cotidiano, como a capacidade de ouvir sons oriundos da vibração dos nossos tímpanos ou ver devido ao movimento vibratório das ondas de luz.

Embora as vibrações sejam essenciais para as atividades do dia a dia, estas podem causar danos estragos e provocar falhas catastróficas em estruturas. Isto ocorre quando a frequência natural da estrutura (parâmetro dependente das propriedades físicas do sistema) coincide com a frequência da excitação externa, sendo este fenômeno denominado por ressonância, responsável por causar um aumento na amplitude da vibração.

Casos conhecidos de falhas estruturais são as pontes de Tacoma (CAVALCANTI, 2015) e a Ferroviária Tay (MUNDI, 2018), o desastre envolvendo o avião De Havilland Comet (BBC, 2005) e o colapso de prédios e casas devido a terremotos (MOUTINHO, 2007).

Em relação às estruturas mecânicas, grande parte dos problemas envolvendo vibrações são causadas devido ao descalibramento de motores, onde a vibração tende a danificar os elementos do motor quanto as estruturas de suporte, podendo ser transmitida para outros equipamentos ao redor deste.

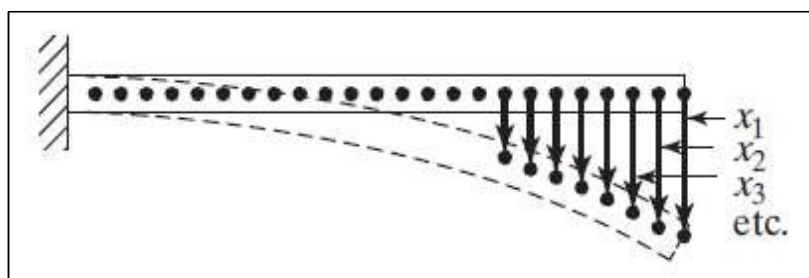
Para realizar um estudo de vibrações, um passo inicial é a modelação do sistema de interesse com relação aos graus de liberdade (GDL) do mesmo. Usualmente, considera-se um grau de liberdade o conjunto massa-mola-amortecedor (responsável por fornecer as características fundamentais de um sistema dinâmico). Entretanto, conforme a complexidade do sistema aumenta, faz-se de interesse a modelação de mais GDL, ou seja, subdividir a estrutura em mais conjuntos massa-mola-amortecedor (este último elemento pode se considerar desprezível caso a sua influência no comportamento do sistema seja irrelevante).

Como grande parte dos sistemas de interesse possuem partes deformáveis, é intuitivo que a consideração de infinitos GDL seja uma abordagem correta, uma vez que torna a modelação matemática da estrutura próxima à real, sendo denominados de contínuos os sistemas que tenham esta abordagem.

Caso seja uma estrutura simples, como a barra apresentada na Figura 8, é possível tratar o sistema como contínuo e realizar o estudo através de equações analíticas.

Entretanto, a utilização de equações analíticas em estruturas com maior complexidade não é possível. Desta forma, os sistemas contínuos são discretizados, ou seja, é feita a modelação matemática do mesmo considerando um número limitado de GDL que seja suficiente para representar o comportamento do sistema com a precisão necessária para a análise. Considerando que a situação ideal seja o estudo de um sistema

contínuo com infinitos GDL, conforme aumenta a quantidade de massas, molas e amortecedores utilizados para representar o sistema, há um aumento na similaridade do comportamento obtido pelo estudo e o do sistema real.



**Figura 8** – Viga em balanço com um número infinito de graus de liberdade.  
Fonte: RAO (2010).

Existem outros quatro principais fatores além da quantidade de GDL que são utilizados para caracterizar os sistemas. Como mencionado, caso o amortecedor exerça uma influência significativa no sistema, tem-se que o sistema é “amortecido”, caso contrário, diz-se que o sistema é “não-amortecido”.

Além disto, a modelação matemática é feita tendo como base o comportamento dos componentes, ou seja, caso todos sejam lineares, o sistema carregará esta característica, da mesma forma que o sistema irá herdar o comportamento caso algum dos componentes seja não-linear.

Outro fator a ser levado em conta é a forma como o ambiente se comporta com o sistema. Um sistema que sofre uma perturbação inicial e depois é libertado para vibrar conforme as suas características é denominado como em “vibração livre”. Por outro lado, se este estiver sujeito a uma força externa, a vibração é dita “forçada”.

Por fim, caso o sistema seja forçado, há casos onde o comportamento da força ao longo do tempo é conhecido, desta forma, diz-se que a vibração é “determinística”. Caso o estudo tenha como interesse forças que não podem ter o comportamento previsível ao longo do tempo, como a ação do vento ou abalos sísmicos em estruturas, a vibração é considerada “aleatória”.

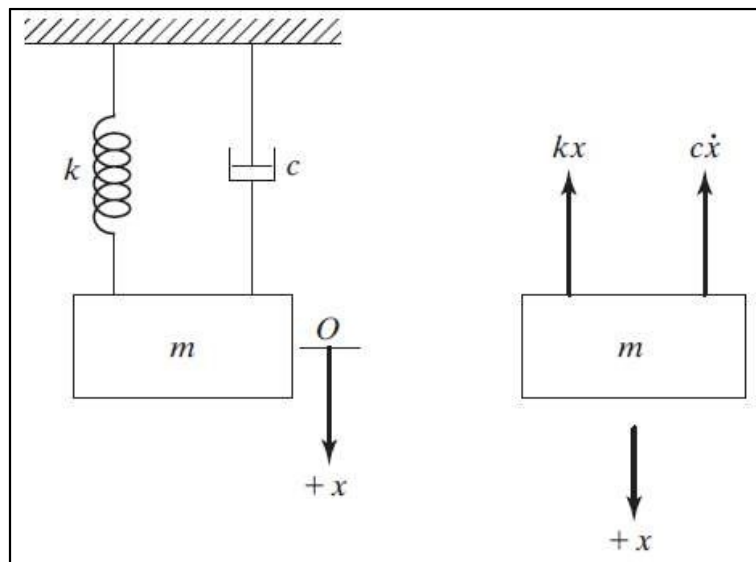
O interesse do presente trabalho consiste em estudar um sistema onde uma massa está fixada na extremidade de uma LMF. Devido às propriedades da liga, sabe-se que a mesma apresenta um laço de histerese no diagrama tensão-deformação, sendo o responsável pelo amortecimento do sistema.

O elemento amortecedor é responsável por dissipar energia do sistema vibratório e é geralmente classificado em: viscoso, de Coulomb ou histerético. Este último receberá uma maior atenção bem como as deduções das equações do movimento referentes a este.

Como o mesmo está presente no comportamento da LMF e para um sistema considerado ideal, será o único amortecimento presente.

De forma a simplificar as equações, será adotado o procedimento de encontrar um coeficiente de amortecimento viscoso equivalente que irá representar o comportamento histerético. Para isto, inicialmente serão realizadas as deduções considerando uma vibração livre com amortecimento viscoso que em seguida será completada pelas equações para a determinação do amortecimento histerético.

Para a dedução das equações, será considerado um sistema massa-mola-amortecedor com 1 GDL sujeito a uma vibração livre, ou seja, sem força externa atuante no sistema, como mostrado na Figura 9.



**Figura 9** – Sistema com um grau de liberdade com amortecimento viscoso.  
Fonte: RAO (2010).

Pela segunda lei de Newton, tem-se que a força é igual a massa multiplicada pela aceleração. Considerando o diagrama de corpo livre, as forças atuantes no sistema provêm das forças produzidas pelo elemento amortecedor e de mola, da forma que a equação pode ser arranjada como apresentado na Equação 16.

$$m\ddot{x} = -c\dot{x} - kx \quad (16)$$

onde  $m$  é a massa do sistema,  $c$  a constante de amortecimento,  $k$  a constante de rigidez e  $x, \dot{x}$  e  $\ddot{x}$  o deslocamento, a velocidade e a aceleração da massa respectivamente.

Sendo a Equação 16 uma equação diferencial ordinária (EDO) de segunda ordem, a solução da mesma pode ser vista na Equação 17, sendo a equação característica do sistema (Equação 18) obtida pela substituição da Equação 17 na 16.

$$x(t) = C e^{st} \quad (17)$$

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (18)$$

A partir disto, resolvendo-se a Equação 18, obtém-se a Equação 19 sendo esta responsável por fornecer o deslocamento da massa.

$$x(t) = C_1 e^{\left\{-\frac{c}{2m} + \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} + C_2 e^{\left\{-\frac{c}{2m} - \sqrt{\left(\frac{c}{2m}\right)^2 - \frac{k}{m}}\right\}t} \quad (19)$$

com  $C_1$  e  $C_2$  sendo constantes definidas a partir das condições iniciais do sistema.

Um parâmetro de grande importância é a constante de amortecimento crítico. Este é determinado substituindo  $c$  por  $c_c$  quando o valor de dentro das raízes da Equação 19 é igualado a zero. Sendo comumente encontrado a partir das características intrínsecas do sistema, sendo proporcional a duas vezes a massa do sistema multiplicada pela frequência natural do mesmo.

Com este parâmetro, outro pode ser determinado, sendo ele a razão da constante de amortecimento do sistema pela constante de amortecimento crítico chamado de razão de amortecimento,  $\varphi$ . Permitindo escrever a Equação 19 da forma apresentada na Equação 20.

$$x(t) = G_1 e^{\{-\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1}\}t} + G_2 e^{\{-\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 1}\}t} \quad (20)$$

A Equação 20 indica que o comportamento do sistema pode variar de acordo com a razão do amortecimento ser maior, menor ou igual a unidade, apresentando casos de superamortecimento, subamortecimento e amortecimento crítico respectivamente.

De forma a reduzir a carga teórica apresentada nesta secção, a dedução das equações para os casos de amortecimento acima mencionadas serão omitidas, podendo ser consultadas em Kelly (2000) e Rao (2010). Neste caso, as Equações 21, 22 e 23 apresentam o deslocamento em função do tempo para um sistema subamortecido, criticamente amortecido e superamortecido respectivamente.

$$x(t) = e^{-\varphi\omega_n t} \left\{ x_0 \cos \sqrt{1-\varphi^2}\omega_n t + \frac{\dot{x}_0 + \varphi\omega_n x_0}{\sqrt{1-\varphi^2}\omega_n} \sin \sqrt{1-\varphi^2}\omega_n t \right\} \quad (21)$$

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 + \omega_n x_0)t]e^{-\omega_n t} \quad (22)$$

$$x(t) = \frac{x_0\omega_n(\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1}) + \dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\varphi^2 - 1}} e^{(-\varphi + \sqrt{\varphi^2 - 1})\omega_n t} - \frac{x_0\omega_n(\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 1}) - \dot{x}_0}{2\omega_n\sqrt{\varphi^2 - 1}} e^{(-\varphi - \sqrt{\varphi^2 - 1})\omega_n t} \quad (23)$$

O amortecimento histerético é causado pela fricção interna entre os planos que escorregam e/ou deslizam entre si durante a deformação do material. Este pode ser observado na forma de um laço de histerese no diagrama tensão-deformação ou força-deslocamento do material. Sendo que a área deste laço representa a quantidade de energia dissipada em um ciclo de carregamento e descarregamento (RAO, 2010).

Considerando um sistema mola-amortecedor com uma força externa,  $F$ , atuante tem-se que o deslocamento ao longo do tempo,  $x(t)$ , pode ser encontrado pela Equação 24.

$$F = kx + c\dot{x} \quad (24)$$

Caso o movimento tenha a forma harmonica, ou seja, senoidal com frequência  $\omega$  e amplitude  $X$ , a variável  $x(t)$  tem o valor demonstrado na Equação 25.

$$x(t) = X \sin \omega t \quad (25)$$

Uma substituição direta da Equação 25 na Equação 24 fornece a Equação 26 que relaciona a força  $F$  com o deslocamento  $x(t)$ .

$$F = kx \pm c\omega\sqrt{X^2 + x^2} \quad (26)$$

Esta equação demonstra que existe um laço no gráfico força-deslocamento, sendo esta característica a responsável pela dissipação de energia. A quantidade de energia dissipada,  $\Delta W$ , podendo ser determinada pela Equação 27, obtida através da consideração que a integral do gráfico irá fornecer a área do laço e conseqüentemente a grandeza desejada.

$$\Delta W = \pi\omega cX^2 \quad (27)$$

Segundo a dedução apresentada em Rao (2010), resultados experimentais obtidos por investigadores indicam que a perda de energia é independente da frequência com que o ciclo de carregamento-descarregamento ocorre, mas diretamente proporcional ao quadrado da amplitude. Sendo assim, define-se a constante de amortecimento histerético,  $h$ , como apresentada na Equação 28, que sendo substituída na Equação 27 fornece a Equação 29.

$$h = c\omega \quad (28)$$

$$\Delta W = \pi hX^2 \quad (29)$$

O sistema mais simples considerado é quando conecta-se uma mola a um amortecedor histerético em paralelo. Considerando as Equações 26 e 29, a equação para a força deste sistema pode ser escrita como apresentado na Equação 30.

$$F = (k + ih)x = kx(1 + i\kappa) \quad (30)$$

onde  $\kappa$  é uma constante adimensional utilizada para medir o nível de amortecimento, sendo obtida por  $\kappa = h/k$ .

De forma a caracterizar o amortecimento como viscoso equivalente, utiliza-se a teoria para o decremento logaritmico. Onde no presente caso é obtido pela Equação 31

para o caso histerético e pela Equação 32 para o viscoso, com  $\varphi_{eq}$  sendo razão do amortecimento viscoso.

$$\delta \cong \ln(1 + \pi\kappa) \cong \pi\kappa \quad (31)$$

$$\delta \cong 2\pi\varphi_{eq} \quad (32)$$

Combinando ambas as equações para o cálculo do decremento logarítmico, é possível relacionar a razão para o amortecimento viscoso e calcular pela Equação 33, resultando na Equação 34 que fornece o cálculo da constante de amortecimento viscoso equivalente de forma a simplificar a análise para o amortecimento histerético.

$$\varphi_{eq} = \frac{h}{2} = \frac{h}{2k} \quad (33)$$

$$c_{eq} = c_c \varphi_{eq} = 2\sqrt{km} \frac{h}{2} = \frac{h}{\omega} \quad (34)$$

Vale salientar que as considerações acima são válidas para sistemas excitados por uma força harmônica. Logo, caso a análise solicite a utilização de excitações não harmônicas, as deduções devem ser refeitas e considerações adicionais podem ser necessárias para que os resultados sejam condizentes com o esperado.

## 2.6. Método dos elementos finitos

De forma a exemplificar o funcionamento do método dos elementos finitos, bem como apresentar as considerações em que este está fundamentado, será feita a dedução para um elemento finito do tipo “barra”. No final, a equação do elemento utilizado para as simulações apresentadas no presente trabalho será indicada conforme o *Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications* (2009).

### 2.6.1. O elemento finito

A elaboração de projetos faz parte do dia-a-dia de um engenheiro, iniciando com o estudo de um problema que irá resultar em ideias de como solucioná-lo. É comum o aparecimento de diversas formas diferentes de resolver o mesmo problema, logo a condição ideal é que a melhor ideia seja escolhida (NIRSCHL e PROENÇA, 2008; AZEVEDO, 2003).

Esta escolha inicialmente está ligada aos cálculos iniciais que resultam na construção de protótipos para teste e validação da solução apresentada. Entretanto, diversos fatores podem influenciar o problema e resultar na necessidade de adaptação das considerações e teorias utilizadas gerando modificações no protótipo para verificar o comportamento a ser obtido.

Um dos principais pontos a ser avaliado em um projeto deste ramo é o custo que ele acarretará para que o problema seja resolvido, e a respectiva construção de diversos protótipos resultam em um investimento financeiro grande.

De forma a reduzir os gastos com esta etapa, são utilizadas simulações computacionais. Estas procuram apresentar o comportamento que o protótipo teria quando sujeito as condições de contorno do problema a partir de um modelo matemático adotado.

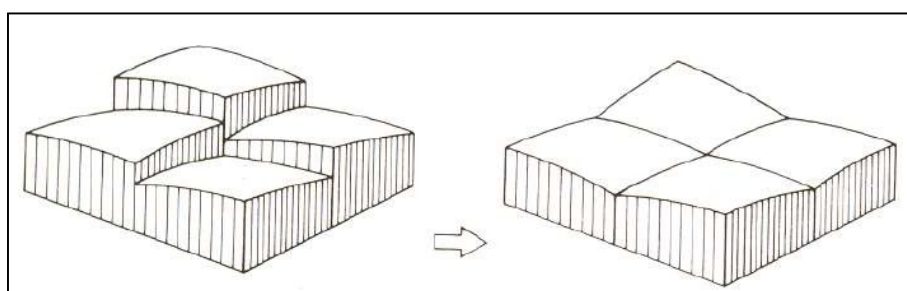
Neste caso, as considerações feitas durante a elaboração e solução do modelo devem ser calibradas de forma a apresentar resultados confiáveis. A validação e correção do modelo é feita a partir de um protótipo, onde após este procedimento o modelo computacional torna-se capaz de fornecer dados do comportamento real da aplicação sem a necessidade da construção de outros protótipos para cada alteração que se deseja testar.

As grandes empresas que passam pela situação descrita anteriormente utilizam *softwares* que adotam o Método dos Elementos Finitos (MEF) para a obtenção dos resultados desejados.

Este método discretiza a geometria que estará sujeita a cargas em pequenos elementos, de forma que um problema complexo seja simplificado, para que uma aproximação numérica seja obtida, onde o nome do método deriva da característica de

transformar um domínio contínuo com infinitas variáveis em um domínio com uma quantidade definida de elementos.

A conexão entre os elementos é feita por nós. Estes são essenciais para garantir que haja uma continuidade nos valores de fronteira de cada elemento. Isto é necessário pois como apresentado na Figura 10, as equações para a determinação do estado da estrutura são solucionadas inicialmente para os nós, e os valores resultantes devem ser o mesmo para estes quando a equação de cada elemento for resolvida, de forma que o modelo tenha um valor contínuo e não apresente múltiplos valores para o mesmo ponto.



**Figura 10** – Exemplificação dos valores nodais compartilhados por mais de um elemento finito.  
Fonte: Piloto (2019).

Um elemento finito é definido por sua geometria, as coordenadas dos nós de conexão e de interpolação, bem como a quantidade de graus de liberdade em cada nó e as variáveis que devem ser consideradas (exemplos são o deslocamento e a temperatura). Além disto, como o MEF fornece a possibilidade de conhecer os valores dentro do elemento, ou seja, nos nós de interpolação, uma aproximação (geralmente polinomial) é necessária para obter os valores entre os nós.

### 2.6.2. Tipos de análise

O MEF pode ser utilizado para análise em diversos campos do conhecimento, como mecânica dos sólidos, transferência de calor e eletromagnetismo (ZIENKIEWICZ, TAYLOR e ZHU, 2005).

As considerações adotadas para cada modelo podem variar conforme a área que o problema está situado. Quando trata-se de simulações estruturais, é de suma importância avaliar se a mesma deve ser estudada como estática ou dinâmica. No primeiro caso,

considera-se que o carregamento sobre a estrutura é aplicado de forma suficientemente lento para que as forças de inércia sejam desprezadas, enquanto que, para a segunda situação, as forças de inércia associadas as acelerações dos componentes devem ser levadas em conta pois influenciam diretamente no resultado (Azevedo, 2003).

Além da área de interesse para estudo do problema, é necessário considerar o tipo de domínio, podendo ser 1D, 2D e 3D. Isto irá influenciar nas dimensões de cada elemento finito, o que pode resultar em geometrias aceitáveis como triângulos (praticamente equiláteros), perfis quadriláteros (tendo as arestas dimensões próximas) ou perfis cúbicos (seis lados, sem a necessidade de igualdade nas arestas, somente uma similaridade já é suficiente). Caso as dimensões do elemento variem muito de acordo com os eixos do mesmo, ou seja, um quadrilátero com as arestas em uma direção sendo muito maiores que as da outra direção, durante uma simulação de carregamento estrutural, o elemento pode tornar-se muito deformado e não representar corretamente o fenômeno.

Para modelos complexos, tem-se o uso de diversos elementos finitos, o que para um sistema global, resulta em um tempo de simulação elevado. Uma alternativa muito utilizada são as considerações de simetria, onde a geometria e as cargas são adaptadas de forma a permitir uma simulação que forneça os mesmos resultados em um tempo menor.

Durante uma análise, é possível que haja a necessidade de levar em conta alguma singularidade da estrutura, podendo ela ser uma fenda, um esmagamento, uma conexão por soldadura, um furo, entre outros. A integração destes na simulação é de fundamental importância, pois pelos conhecimentos fornecidos em Hibbeler (2010) para mecânica da fratura, os mesmos influenciam diretamente no comportamento da estrutura.

### *2.6.3. Etapas do método dos elementos finitos*

A primeira etapa para a resolução de um problema com a utilização do MEF consiste no pré-processamento. Nesta etapa é feita a modelação geométrica (utilizando figuras geométricas simples ou complexas) com o auxílio de softwares CAD (desenho assistido por computador), seguida da modelação matemática onde é feita a definição da malha (subetapa onde é feita a escolha dos elementos finitos a serem utilizados bem como a definição dos nós e união entre os mesmos). Por fim, tem-se a definição de coeficientes

que indiquem o comportamento do material (como o módulo de elasticidade, a massa específica, entre outros) e as condições de contorno (encastramentos e forças aplicadas, por exemplo).

A segunda etapa é denominada processamento, onde através de um *solver* o sistema definido anteriormente é solucionado. Este *solver* pode ter diferentes métodos, sendo os mais comuns o direto (limitado a estruturas muito simples, não sendo muito utilizado) e o iterativo (onde a solução é calculada por métodos numéricos).

A terceira e última etapa é a de pós-processamento, onde os resultados primários são observados, como forças de reação e deslocamentos para o caso de uma análise estrutural estática. Tendo todos estes valores, esta etapa permite o cálculo de campos de interesse derivados, como tensões e deformações, muito utilizados durante a elaboração de projetos de engenharia.

#### 2.6.4. Métodos variacionais

Os métodos variacionais são ferramentas matemáticas utilizadas para a determinação de aproximações para o estado de mais baixa energia de um sistema. São utilizados em conjunto com o teorema da energia potencial mínima (KELLY, 2019) para a execução do método dos elementos finitos.

##### 2.6.4.1. Teorema da energia potencial mínima

O teorema da energia potencial mínima é aplicado tendo em consideração que o modelo de interesse já sofreu uma deformação devido a uma carga externa. Neste caso, considera-se um deslocamento virtual nesta configuração já deformada (mantendo as condições cinemáticas) e que a variação de energia que este deslocamento irá provocar é zero (sendo responsável pelo nome de mínima energia), sendo escrito na Equação 35.

$$\frac{\delta \Pi_p}{\delta u} = \frac{\delta U}{\delta u} + \frac{\delta W}{\delta u} = 0 \quad (35)$$

onde  $\Pi_p$  é a energia potencial total do sistema,  $U$  é a energia devido a deformação e  $W$  é o trabalho realizado por forças externas. Podendo o sistema ser escrito como na Equação 36.

$$\delta U = \delta W \quad (36)$$

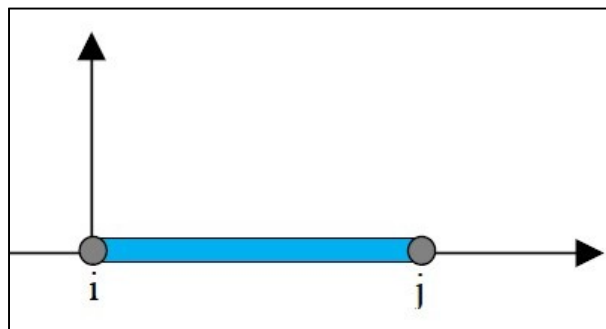
Para aplicar o teorema, torna-se necessário a consideração das equações que permitem determinar a igualdade apresentada na Equação 36. Logo, a Equação 37 apresenta como encontrar a energia de deformação,  $\delta U$ , tendo como base o campo de tensão-deformação, enquanto que a Equação 38 fornece uma relação para o trabalho desenvolvido por forças externas,  $\delta W$ , que depende do campo de deslocamentos.

$$\delta U = \int_{\text{volume}} \langle \sigma \rangle \{ \delta \varepsilon \} d\text{volume} = \int_{\text{volume}} [D] \langle \varepsilon \rangle \{ \delta \varepsilon \} d\text{volume} \quad (37)$$

$$\delta W = \langle \delta U \rangle \{ F \} \quad (38)$$

Tendo as equações necessárias para a determinação das variáveis de interesse e os respectivos vetores que dependem das propriedades dos elementos sido definidos, deve-se realizar as aproximações para determinar como estas variáveis se comportam ao longo do elemento.

Uma vez que o objetivo é determinar a configuração de equilíbrio para um elemento do tipo “barra”, como apresentado na Figura 11, um campo de deslocamento é necessário para satisfazer a condição de mínima energia potencial.



**Figura 11** – Elemento de barra com nós i e j.

A aproximação mais simples seria uma função polinomial de primeira ordem, como na Equação 39, que pode ser escrita em sua forma matricial representada pela Equação 40.

$$u(x) = a_0 + a_1x \quad (39)$$

$$u(x) = \langle 1|x \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

Como a teoria para elementos finitos permite o cálculo das variáveis para qualquer posição ao longo do elemento, a Equação 40 que representa o campo de deslocamento é válida desde o nó “i” até o nó “j”, desta forma, aplica-se a equação mencionada para as duas condições nas extremidades, com  $x = 0$  e  $x = L$  gerando as Equações 41 e 42.

$$u_i = \langle 1|0 \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (41)$$

$$u_j = \langle 1|L_e \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (42)$$

De forma a facilitar os cálculos será utilizada uma formulação matricial, fazendo com que as Equações 41 e 42 sejam utilizadas para escrever a Equação 43. É possível observar que nas equações estão presentes as constantes “ $a_0$ ” e “ $a_1$ ”, onde para que sejam determinadas, será considerado que os deslocamentos de “ $u_i$ ” e “ $u_j$ ” são conhecidos, fornecendo os valores apresentados na Equação 44.

$$\begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & L_e \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} \quad (43)$$

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \frac{1}{L_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (44)$$

Substituindo os parâmetros encontrados anteriormente na Equação 40, tem-se que o campo de deslocamentos pode ser escrito como na Equação 45. O vetor linha que

multiplica pelos deslocamentos nos nós “i” e “j” podem ser simplificados como “N<sub>i</sub>” e “N<sub>j</sub>” fornecendo a Equação 46.

$$u(x) = \left\langle \begin{pmatrix} 1-x \\ L_e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ L_e \end{pmatrix} \right\rangle \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (45)$$

$$u(x) = \langle N_i \ N_j \rangle \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (46)$$

Pode-se notar que “N<sub>i</sub>” e “N<sub>j</sub>” recebem o nome de funções de interpolação (*shape function* em inglês). Estas funções, podem ser descritas de acordo com o Nentchev (1971) como sendo “uma função capaz de interpolar a solução entre valores discretos obtidos para os nós presentes na malha”.

Tendo sido definida uma forma correta de indicar o deslocamento em qualquer ponto do elemento finito, é possível aplicar a Equação 46 nas Equações 37 e 38 e realizar as integrações presentes nas Equações 47 e 48 que possibilitaram a resolução do sistema e determinação do campo de deslocamento como valor primário e permite o cálculo de valores secundários como tensão e deformação.

Para realizar as integrações mencionadas, um elemento que deve ser determinado é o campo de deformações e as equações para o respectivo campo virtual. Sendo a deformação definida como a derivada do deslocamento na direção do mesmo e o campo de deslocamentos definido por um polinômio de primeira ordem, espera-se que o campo de deformações tenha um valor constante ao longo do elemento. Mesmo esta consideração não sendo compatível com a realidade, para esta aproximação inicial a mesma facilita a resolução do sistema obtido.

$$\{e(x)\} = \frac{d}{dx} u(x) = \left\langle \begin{pmatrix} dN_i \\ dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dN_j \\ dx \end{pmatrix} \right\rangle \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (47)$$

$$\{\delta e(x)\} = \frac{d}{dx} \delta u(x) = \left\langle \begin{pmatrix} dN_i \\ dx \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dN_j \\ dx \end{pmatrix} \right\rangle \begin{Bmatrix} \delta u_i \\ \delta u_j \end{Bmatrix} \quad (48)$$

Assumindo as Equações 37 e 38, com os valores substituídos pelas equações deduzidas anteriormente e aplicando-as na Equação 36. É possível encontrar a relação dada pela Equação 49 e simplificando-se obtém-se a forma matricial da Equação 50.

$$A \int_0^{L_e} [D] \left( \langle \delta u_i \quad \delta u_j \rangle \begin{Bmatrix} \frac{6N_i}{6x} \\ \frac{6N_j}{6x} \end{Bmatrix} \right) \left( \langle \frac{6N_i}{6x} \quad \frac{6N_j}{6x} \rangle \right) \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} dx = \langle \delta u \rangle \{F\} \quad (49)$$

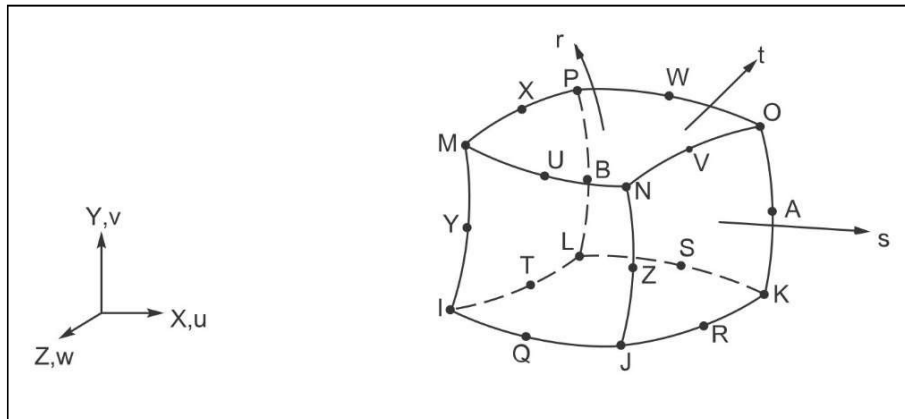
$$DA \begin{bmatrix} \frac{1}{L_e} & -\frac{1}{L_e} \\ -\frac{1}{L_e} & \frac{1}{L_e} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_j \end{Bmatrix} \quad (50)$$

A Equação 50 apresenta a estrutura para um elemento finito, entretanto na maioria das aplicações existem uma enorme quantidade de elementos finitos, desta forma, é necessário que a integração da Equação 49 inclua todo o volume analisado, necessitando de um somatório para todos os elementos finitos.

#### 2.6.4.2. Elemento finito adotado

O desenvolvimento realizado anteriormente teve como base um simples elemento de “barra”. Para as simulações realizadas no presente trabalho, foi utilizado um elemento finito da biblioteca do Ansys® APDL™ denominado “*SOLID186*”.

Este elemento, apresentado de forma gráfica na Figura 12, foi escolhido devido às propriedades que o mesmo é capaz de simular. A descrição deste fornecida pelo (*Theory Reference for the Mechanical APDL and Mechanical Applications*, 2009) é “um elemento sólido de ordem elevada contendo 20 nós em um sistema de simulação 3D que exhibe um comportamento de deslocamento quadrático. O elemento é definido com os 20 nós mencionados, onde cada nó contém três graus de liberdade, sendo translação nas direções x, y e z. O elemento suporta plasticidade, hiperelasticidade, fluência, endurecimento provocado pela tensão suportada, amplas defleções e uma elevada capacidade de deformar-se. Possui também uma capacidade de simular deformações de materiais elastoplásticos e hiperelásticos incompressíveis.



**Figura 12** – Modelo do elemento finito adotado.  
Fonte: SHARCNET.

Para este elemento com a configuração geométrica *brick* utilizada, tem-se que as funções de interpolação (*shape functions*) podem ser encontradas a partir de uma aproximação polinomial necessária para encontrar o campo de deslocamentos que englobe os três graus de liberdade de cada nó.

Sendo que a descrição fornece que este é um elemento que exibe um comportamento de deslocamento quadrático, a equação polinomial a ser utilizada na aproximação é da forma apresentada na Equação 51. Onde as coordenadas cartesianas  $x$ ,  $y$  e  $z$  serão substituídas por  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  para que seja utilizado o sistema normal de referência.

$$\begin{aligned}
 u(x) = & a_0 + a_1\xi + a_2\eta + a_3\zeta + a_4\xi\eta + a_5\xi\zeta + a_6\eta\zeta + a_7\xi\eta\zeta + a_8\xi^2 + a_9\eta^2 + \\
 & a_{10}\zeta^2 + a_{11}\xi^2\eta + a_{12}\xi^2\zeta + a_{13}\eta^2\xi + a_{14}\eta^2\zeta + a_{15}\zeta^2\xi + a_{16}\zeta^2\eta + a_{17}\xi^2\eta\zeta + \\
 & a_{18}\eta^2\xi\zeta + a_{19}\zeta^2\xi\eta
 \end{aligned} \tag{51}$$

De forma a simplificar a análise, a Equação 51 pode ser escrita na forma matricial apresentada na Equação 1 do Anexo I.

Para encontrar o valor das variáveis “  $a$  ” em função da posição dentro do elemento, faz-se a substituição dos valores das coordenadas para cada um dos nós. Para o elemento da Figura 11, mantendo a numeração dos nós, considerando que o ponto inicial de referência encontra-se no centro do elemento, e que o comprimento do elemento varia

de “-1” a “1”, é realizada a atribuição das coordenadas para substituição na Equação 51 do Anexo I da forma apresentada na Tabela A1 do mesmo anexo.

A partir da Tabela A1 é construída a Tabela A2 (ambas apresentadas no Anexo I), sendo esta a matriz que indica os valores de “  $u$  ” de acordo com a função de interpolação adotada para as respectivas coordenadas com a Equação 52 apresentando a substituição dos valores na Equação 1 do Anexo I.

$$\begin{Bmatrix} u_I \\ u_J \\ u_K \\ u_L \\ u_M \\ u_N \\ u_O \\ u_P \\ u_Q \\ u_R \\ u_S \\ u_T \\ u_U \\ u_V \\ u_W \\ u_X \\ u_Y \\ u_Z \\ u_A \\ u_B \end{Bmatrix} = [Tab. A2] \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{15} \\ a_{16} \\ a_{17} \\ a_{18} \\ a_{19} \end{Bmatrix} \quad (52)$$

A Tabela A3 localizada no Anexo I apresenta os valores obtidos para os coeficientes “ $a$ ” a partir da inversão da matriz presente na Equação 52. Pela substituição dos valores de “ $a$ ” na Equação 52, obtem-se as funções de interpolação apresentadas na Tabela A4 do Anexo I e a equação para o campo de deslocamentos é da forma apresentada na Equação 53.

$$u(x) = [Tab. A4] \begin{pmatrix} u_I \\ u_J \\ u_K \\ u_L \\ u_M \\ u_N \\ u_O \\ u_P \\ u_Q \\ u_R \\ u_S \\ u_T \\ u_U \\ u_V \\ u_W \\ u_X \\ u_Y \\ u_Z \\ u_A \\ u_B \end{pmatrix} \quad (53)$$

As funções de interpolação presentes na Equação 53 são então utilizadas para determinação dos valores entre os nós do elemento finito, possibilitando uma aproximação da propriedade desejada ao longo de todo o elemento finito.

Tendo esta equação sido determinada pelos programadores durante o desenvolvimento do Ansys<sup>®</sup>, o *software* a utiliza durante as interações de forma a fornecer os valores do deslocamento nos pontos da estrutura simulada mediante a apresentação de condições de contorno, como pontos fixos e cargas impostas.

## 2.7. Comportamento dinâmico

De forma a auxiliar os engenheiros no desenvolvimento de projetos dinâmicos, a simulação do comportamento destes é essencial para o correto dimensionamento dos componentes. Isto se deve à possibilidade de falhas catastróficas serem causadas por fenômenos como a ressonância, onde a amplitude do deslocamento de uma estrutura tem o seu valor amplificado mediante uma excitação na estrutura, desde que esta seja na frequência natural da mesma.

Mediante as simulações do *software* Ansys® apresentarem o comportamento de estruturas feitas por LMF para simulações quasi-estáticas, uma interação com um algoritmo desenvolvido para Matlab®, considerando a teoria de vibrações para amortecimento histerético em casos de vibração livre e extendido para forçada de forma a estimar a dissipação de energia devido ao laço de histerese presente no diagrama tensão-deformação.

Em situações reais da aplicação, fatores como o atrito e o arrasto são responsáveis por dissipar energia de um sistema em vibração, entretanto estas condições não serão consideradas no presente estudo de forma a destacar a dissipação de energia devido à inclusão de LMF na estrutura. Desta forma, a perda de energia ocorre somente no descarregamento, onde ocorre o fecho no laço de histerese.

Para um caso de vibração livre com um deslocamento inicial causando a deformação no provete, a interação entre os dois *softwares* mencionados ocorre da seguinte forma:

- É feita uma simulação inicial no Ansys® com as propriedades da liga, bem como condições iniciais e de contorno do sistema de forma que a saída desta seja o diagrama tensão-deformação. Considera-se que para este movimento o provete é tracionado até ao valor definido e libertado de forma a voltar para a posição de equilíbrio;
- Utilizando o Matlab® obtém-se as propriedades de amortecimento e rigidez equivalentes com base nos resultados fornecidos pela etapa anterior. Assim, a equação do movimento descrita anteriormente é utilizada para representar o movimento do provete realizado pela simulação (carga e descarga até o ponto de origem) e complementarmente, considerando que a única forma de dissipação de energia do sistema é através do laço de histerese, pode-se realizar uma extrapolação do movimento de forma que o gráfico deslocamento-tempo gerado pela equação atinja o próximo pico (para o primeiro ciclo, negativo);
- O valor obtido no passo anterior é então utilizado como entrada na condição inicial do Ansys®, onde uma nova simulação é realizada (para o caso de

vibração livre, o comportamento tenderá a alternar entre esforços trativos e compressivos sempre que passar pela posição de equilíbrio);

- A nova simulação terá como saída um novo diagrama tensão-deformação representando o movimento e a dissipação de energia provocada da posição de equilíbrio ao pico e de volta ao início do ciclo. Estes dados vão para o Matlab<sup>®</sup>, responsável por identificar as alterações no comportamento dinâmico devido à modificação no ciclo de histerese e atualizar os parâmetros da equação do movimento para os próximos ciclos. O novo pico é então identificado e os dados utilizados como entrada para o Ansys<sup>®</sup>;
- Estes passos repetem-se então de forma que o movimento do sistema seja caracterizado tendo como base o diagrama tensão-deformação gerado em conjunto com a equação do movimento para um caso de amortecimento histerético.

O mesmo passo pode ser utilizado para casos de vibração forçada, sendo que estes aparecem com maior frequência nos mais variados campos de estudo e aplicação, como a indústria automóvel, onde seria necessário a modificação da equação do movimento de forma a considerar este tipo de comportamento sobre o sistema. De acordo com Lagoudas (2008), a repetição de ciclos de carga em um provete de liga com memória de forma pode induzir mudanças na microestrutura, que são responsáveis por alterar características macroscópicas.

Mediante a possibilidade da ocorrência destas mudanças, torna-se necessário “trabalhar” a liga, sendo este processo denominado de “*training*” da liga antes que a mesma seja utilizada em aplicações, pois caso a ordem de grandeza das alterações seja elevada, os parâmetros do projeto podem sofrer alterações, impossibilitando o correto funcionamento. Desta forma, a possibilidade de simular um ensaio cíclico para prever o comportamento do material considerando os efeitos do número de ciclos em que o ensaio encontra-se é assim de grande importância.

O *training* consiste na “repetição de um ciclo termomecânico de carga e descarga até ao momento onde a resposta histerética do material estabilize e a deformação inelástica esteja saturada” Lagoudas (2008). Ou seja, com a repetição de um ciclo de carregamento e descarregamento em um provete de LMF espera-se que o diagrama de

histerese final tenha diferenças em relação ao inicial, bem como uma alteração do comprimento inicial devido a deformação inelástica.

Estudos realizados por Tobushi et al. (1993) e Toi e He (2010) mencionam a ocorrência de seis fenômenos durante o “trabalho” da liga, sendo eles:

- (1) As tensões iniciais e finais das transformações direta e reversa sofrem um decréscimo com o aumento do número de ciclos durante o processo cíclico de carregamento e descarregamento a temperatura constante;
- (2) As temperaturas iniciais e finais das transformações direta e reversa apresentam um aumento com o número de ciclos em um processo de aquecimento e arrefecimento sob tensão constante;
- (3) As linhas iniciais e finais das transformações direta e reversa presentes no plano tensão-temperatura movem-se na direção de menor tensão e maior temperatura conforme o progresso dos ciclos de deformação;
- (4) A deformação residual aumenta conforme o avanço nos ciclos de deformação;
- (5) A faixa de deformação de transformação decresce com o aumento no número de ciclos;
- (6) Todos os fenômenos anteriormente mencionados variam significativamente nos ciclos iniciais, mas a quantidade que cada característica varia diminui conforme aumenta o número de ciclos.

Com exceção do item (2), os fenômenos mencionados serão avaliados experimentalmente através da obtenção dos parâmetros de influência no comportamento das LMF e as conclusões serão tomadas para os provetes utilizados no desenvolvimento do trabalho bem como as configurações utilizadas durante os processos experimentais.

## **2.8. Introdução ao ensaio de tração**

O ensaio de tração geralmente realizado na máquina universal (esta tem a capacidade de realizar diversos tipos de ensaio) consiste em submeter um corpo de prova com geometria definida a partir de normas nacionais e internacionais, a um esforço

crescente na direção axial, levando-o à fratura. Os esforços utilizados para realização do ensaio são medidos na própria máquina e disponibilizados na forma de dados de força e deslocamento (RUCKERT, 2017).

O ensaio de tração é um dos ensaios mais utilizados, fornecendo dados relativos à capacidade de um sólido suportar solicitações aplicadas a uma estrutura. O registro da curva tensão/deformação é feito através de medições simultâneas da força  $F$  aplicada e da variação do comprimento sofrido pelo corpo durante o ensaio.

As principais propriedades que podem ser extraídas são: o limite de escoamento, o limite de resistência à tração e o limite de ruptura. O equipamento utilizado para a realização do ensaio é constituído basicamente de um dispositivo de fixação do corpo de prova acoplado a uma máquina, dotada de sistema eletromecânico ou hidráulico de aplicação de forças crescentes de tração; essa tração é aplicada de maneira contínua até a ruptura do corpo de prova. O equipamento apresenta, também, um sistema de indicação e registro das forças aplicadas durante o ensaio.

Como mencionado anteriormente, grande parte dos ensaios de tração têm como objetivo a ruptura do material, entretanto, para as ligas de níquel-titânio pretende-se utilizar a máquina de tração para ensaios cíclicos, de forma que a propriedade de retornar a forma inicial, após deformado, seja mensurada.

A realização de ensaios de tração levando o provete à ruptura tem por objetivo a obtenção do módulo de elasticidade austenítico, martensítico e a tensão máxima de ruptura do material, enquanto que ensaios de tração cíclicos são fundamentais para avaliar o comportamento do provete ao longo de ciclos de carregamento e descarregamento de forma a observar a influência deste tipo de avanço temporal nas características do provete de LMF.

## **2.9. Análise de frequência**

De acordo com Moutinho (2007), estruturas esbeltas como torres e chaminés estão sujeitas ao fenômeno de desprendimento de vórtices, que caso a frequência de liberação destes esteja próxima da frequência natural da estrutura, elevados níveis de vibração podem ser detectados. Além deste, caso a estrutura apresente modos de vibração associados de torção e flexão, pode ocorrer o fenômeno *flutter* que anula o amortecimento

global decorrente do efeito aeroelástico. Desta forma, uma análise de frequência da estrutura pode ser fundamental para identificar se a estrutura está em risco de falhas e desenvolver o melhor sistema de amortecimento.

Um modelo real de estrutura possui infinitos graus de liberdade, entretanto, da mesma forma que as análises realizadas no Ansys<sup>®</sup>, o sistema é discretizado de forma a utilizar elementos finitos. Neste caso, o modelo apresenta uma frequência natural para cada grau de liberdade considerado. Sendo que os modos de vibração de maior interesse na área de projetos são os que correspondem às menores frequências naturais, não é necessário uma análise complexa para determinação de todos os modos para cada estrutura a ser desenvolvida.

O estudo das frequências naturais, depende, em sua forma mais simples, da geometria da estrutura, das condições de contorno e das propriedades do material. A análise modal

As simulações numéricas atuam neste campo da mesma forma que as análises executadas anteriormente, reduzindo os custos de modificações em protótipos de forma a atingir os melhores resultados. A realização da validação dos resultados é feita através de um estudo experimental é fundamental.

Uma das formas mais comuns de aquisição de dados de vibrações consiste na utilização de acelerômetros para a aquisição do movimento da estrutura, entretanto devido ao contato direto com a estrutura, caso a massa do mesmo não possa ser considerada insignificante, haverá uma alteração considerável nas propriedades do sistema. Por conta disto, a utilização de técnicas de aquisição de dados sem contato destaca-se. Como mencionado em Berton (2016) e Rissá (2017), a utilização do processamento de imagens em conjunto com vídeos obtidos com o auxílio de câmeras digitais de alta velocidade (sensor sem contato) para análises de vibrações apresenta resultados confiáveis.

O processamento do vídeo para aquisição do campo de deslocamento dá-se pelo *software* Matlab<sup>®</sup> seguindo a lógica apresentada na Figura 13. No sinal obtido aplica-se a transformada rápida de Fourier (FFT) de forma a transformar o domínio do tempo para o domínio da frequência de forma a facilitar a identificação da vibração da estrutura.



**Figura 13** – Fluxograma do algoritmo para processamento de imagens.

Mais informações sobre o funcionamento do algoritmo utilizado podem ser encontradas em Pereira et. al., (2018), Pereira, Oseki e Borges (2018), Oseki, Pereira e Borges (2018) e Oseki et al., (2018).

### 3. Caracterização do comportamento quási-estático e dinâmico do NiTiInol

O presente capítulo irá apresentar o desenvolvimento numérico e experimental realizado durante o trabalho, sendo as simulações quasi-estáticas, dinâmicas e de frequência e os dados numéricos obtidos pelos ensaios de tração (ruptura e cíclico) e aquisição de vibração por processamento de imagem.

#### 3.1. Simulações quási-estáticas

As simulações quási-estáticas tiveram como objetivo a verificação inicial da capacidade do *software* Ansys® em simular o comportamento das LMF, bem como servir para a elaboração de uma rotina para que as simulações fossem realizadas.

De forma a verificar o comportamento da liga e os parâmetros necessários à simulação, optou-se por iniciar pelo Ansys® APDL™. Para que fosse feita a validação dos dados obtidos, foram utilizadas as propriedades e condições apresentadas em Silva (2018) para a comparação dos resultados obtidos, levando em consideração que ambos tem a base teórica em que estão fundamentados em modelos matemáticos diferentes, onde o presente trabalho utiliza o proposto por Auricchio (2001), enquanto que o outro utiliza o proposto por Brinson (1993).

Para realizar a simulação, é utilizada a *Toolbox* para análise de sistemas *Static Structural*. A primeira configuração a ser feita é para as propriedades do material a ser utilizado, sendo a opção *Engineering Data*. Para a liga de níquel-titânio do modelo inicial, as propriedades configuradas no *software*, presentes na Tabela 1, foram retiradas de Silva (2018) e adaptadas para os valores de entrada do *software* através das relações temperatura-tensão apresentadas nas Equações 54 a 57 (BRINSON, 1993).

$$\sigma_s^{MA} = C_A (T - A_s) \quad (54)$$

$$\sigma_f^{MA} = C_A(T - A_f) \quad (55)$$

$$\sigma_s^{AM} = C_M(T - M_s) + \sigma_s^{crit} \quad (56)$$

$$\sigma_f^{AM} = C_M(T - M_s) + \sigma_f^{crit} \quad (57)$$

**Tabela 1** – Propriedades do NiTi a serem definidas no *software* de simulação.

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade (Austenite)	67 [GPa]
Coefficiente de Poisson	0,33
Sigma SAS	432,8 [MPa]
Sigma FAS	508,2 [MPa]
Sigma SSA	351,9 [MPa]
Sigma FSA	151,8 [MPa]
Epsilon	0,067
Alfa	0,0

O próximo passo é a definição da geometria, que foi definido de forma análoga a Silva (2018), uma vez que este é um formato simples para simulações iniciais. O provete possui uma área de 3,14 [mm<sup>2</sup>] e 100 [mm] de comprimento.

Tendo o modelo geométrico sido definido, é necessário a transformação em um modelo numérico através da opção “*Model*”, sendo geométricamente simples a estrutura proposta, foram utilizadas as configurações padrões do Ansys® APDL™ para discretização espacial da geometria, com alterações somente no valor máximo para o tamanho de cada elemento sendo de 0,02 [m] e a opção de preferências físicas alteradas

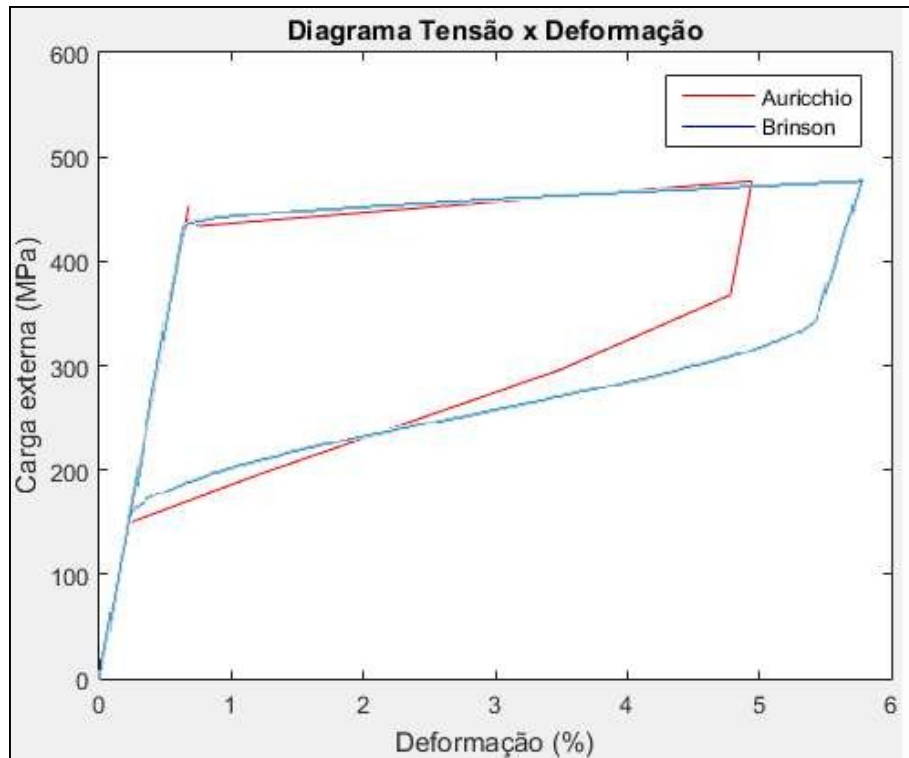
para “Mecânica Não-Linear”, resultando em um total de 11010 nós e 1437 elementos. Nesta etapa seleciona-se também o tipo de elemento finito a ser utilizado nas simulações, utilizou-se o *SOLID186* discutido no item 2.6.4.2.

Na sequência tem-se a opção de “*Setup*”, onde define-se as condições de contorno para o problema. Neste caso, escolheu-se a condição livre-encastada, onde realiza-se a fixação de uma das extremidades, enquanto a outra estava sujeita a um carregamento linear de força até 1420,5 [N] seguido de um descarregamento linear até 0 [N]. Para que o *software* considerasse qualquer possível alteração que haja na rigidez do modelo devido a uma modificação de forma, a opção “*Large Deflection*” foi ativada.

Na etapa de processamento, o separador “*Solution*” possibilita a definição do método de solução, tendo sido mantida a opção “*Program Controlled*”, de forma que o *software* indicasse a melhor para as configurações realizadas, tendo sido realizada o “Método Direto de Matrizes Esparsas”. Além deste, é feita a definição dos dados de saída que serão fornecidos pelo estudo, sendo que para a elaboração do diagrama tensão-deformação foram selecionadas “*Stress Equivalent*” e “*Equivalent Total Strain*”.

De forma a finalizar a análise, a última opção da *Toolbox* são os “*Results*”, onde o diagrama tensão-deformação foi elaborado para que uma comparação qualitativa fosse realizada, uma vez que o único valor quantitativo é o da tensão máxima, sendo ambos os casos de 476 [MPa]. Os dados foram exportados do *software* de simulação para o Matlab® de forma que o tratamento de dados fosse realizado e a sobreposição dos diagramas obtidos no presente trabalho e por Silva (2018) encontra-se na Figura 13.

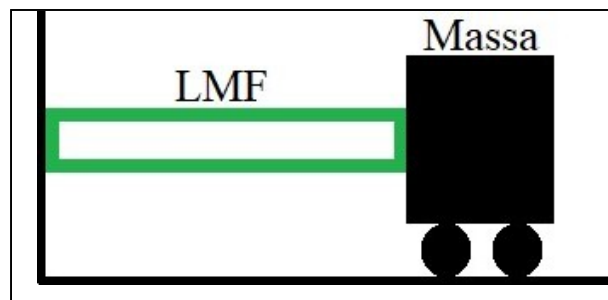
A partir da Figura 14, observa-se algumas diferenças, como a magnitude da deformação no diagrama tensão-deformação, sendo explicada pela diferença das leis mecânicas de cada modelo constitutivo. Esta diferença inclui a diferença no tratamento do módulo de elasticidade para as fases austenítica, martensítica e intermédia (transformação direta ou reversa), pois o modelo utilizado pelo Ansys® APDL™ considera somente o módulo de elasticidade da fase austenítica, enquanto que o utilizado por Silva (2018) considera ambos os módulos e atualiza o do material durante a transformação por uma relação fracionária total, onde uma maior quantidade de determinada fase irá contribuir mais significativamente para a determinação deste módulo de elasticidade intermédio.



**Figura 14** – Sobreposição dos diagramas tensão-deformação.

### 3.2. Simulações dinâmicas

A simulação dinâmica realizada com as teorias e considerações feitas anteriormente, foram considerados as mesmas propriedades Da secção 3.1, sendo estas completadas pelas propriedades do sistema mecânico vibratório (Figura 15) apresentadas na Tabela 2.



**Figura 15** – Sistema mecânico vibratório

**Tabela 2** – Características do sistema dinâmico

<b>Características do Sistema Dinâmico</b>	<b>Valor</b>
Massa anexada ao sistema	1 [kg]
Deslocamento inicial	0,4 [mm]
Velocidade inicial	0 [mm/s]

Através da Figura 14 observa-se que a estrutura mantém uma análise semelhante a quasi-estática, estando a liga com memória de forma sob uma condição livre-encastada, com uma massa fixada na extremidade livre.

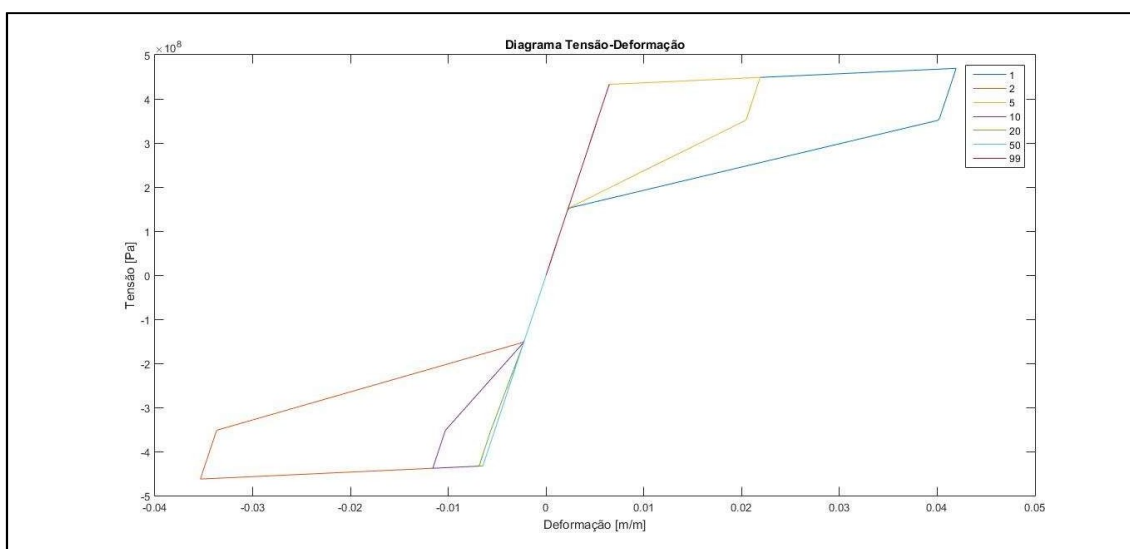
Em uma vibração livre, espera-se que o sistema oscile ao redor da posição de equilíbrio, isto impõe uma condição onde forças de tração e compressão estarão presentes na liga. Do conhecimento de mecânica dos sólidos, sabe-se que a partir de uma carga crítica, perfis esbeltos estão sujeitos ao fenômeno de encurvadura (HIBBELER, 2010). De forma a desconsiderar este efeito, somente simulações com cargas trativas serão implementadas tanto para os regimes de tração, quanto para compressão do ciclo vibratório. Esta consideração pode ser feita uma vez que o parâmetro alfa da LMF possui o valor zero, o que indica que a simulação assume um comportamento simétrico para tração e compressão.

De forma a automatizar as simulações dinâmicas, foi utilizado o algoritmo de interface entre os *softwares* Ansys® APDL™ e Matlab®, uma vez que este último é responsável por receber os dados da simulação do material, calcular as propriedades dinâmicas e alterar os valores de entrada da simulação para corresponder à vibração ao longo do tempo.

Tendo o modelo geométrico sido definido, é feita a transformação em modelo numérico a partir das configurações “*smart*” do próprio *software* com um parâmetro de refinamento “1”, resultando em 20.963 nós e 14.085 elementos.

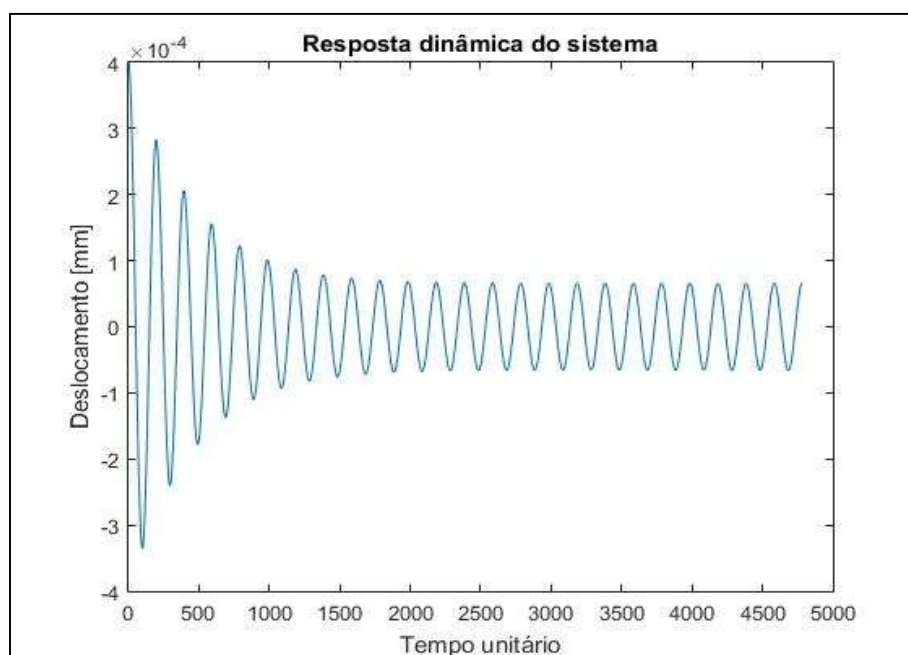
Nesta simulação, considera-se que o material já foi trabalhado, ou seja, não haverá alterações em suas propriedades devido aos múltiplos ciclos de carga e descarga. Para as simulações realizadas no Ansys® APDL™, as tensões e deformações obtidas serão as de *Von Mises*, uma vez que esta relaciona as três tensões principais e fornece um valor utilizado para identificar possíveis falhas de materiais dúcteis quando submetidos a uma tensão uniaxial.

Os dados obtidos são para um ensaio de 100 ciclos, onde de forma a facilitar a visualização, a Figura 16 apresenta somente os ciclos 1, 2, 5, 10, 20, 50 e 99.



**Figura 16** – Diagrama tensão-deformação para condição de 100 ciclos simples.

No diagrama da Figura 16 observa-se que a quantidade de energia dissipada é muito maior nos ciclos iniciais e reduz-se conforme aumenta a quantidade de ciclos. Esta característica tem impacto direto na resposta dinâmica do sistema, como se observa na Figura 17, onde para os ciclos iniciais a redução do deslocamento é considerável, devido a um maior laço de histerese.



**Figura 17** – Comportamento dinâmico do sistema de 100 ciclos simples.

Refira-se que a condição de amortecimento puramente histerético do sistema é verificada de forma que, a partir de um certo tempo, o sistema deixa de dissipar energia, pois neste momento o deslocamento da massa não é suficiente para provocar a transformação de fases no material, não resultando em um laço de histerese responsável por dissipar energia.

### 3.3. Ensaio trativos e validações numéricas

O provete a ser utilizado, apresentado na Figura 18, tem o formato cilíndrico, sendo um fio de 0.5 [mm] de diâmetro com comprimento útil entre garras de 50 [mm] adquirido da empresa NitinolXY<sup>2</sup>.

---

<sup>2</sup> - Website da empresa: [https://www.ebay.de/usr/nitinolxy?\\_trksid=p2047675.l2559](https://www.ebay.de/usr/nitinolxy?_trksid=p2047675.l2559)



**Figura 18** – Provetes de NiTinol com diâmetros de 0,25, 0,50 e 1,0 [mm].

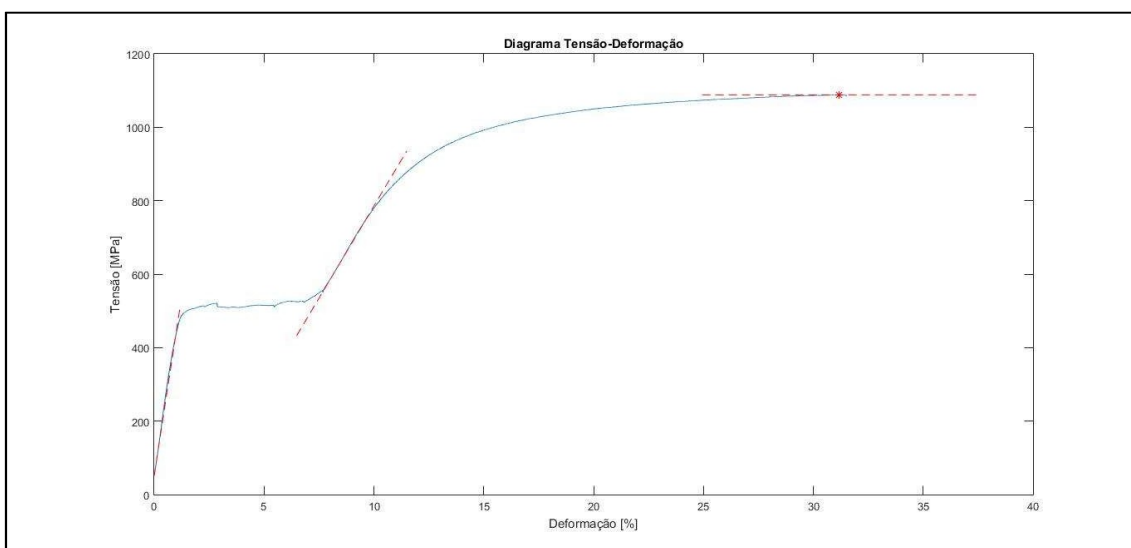
Como mencionado, duas variações do ensaio de tração serão abordadas, uma delas levando o provete à ruptura e a outra realizando ciclos de carregamento e descarregamento sobre o mesmo.

A máquina utilizada foi a “Autograph AGS-X - 10kN”, representada na Figura 19, em conjunto com o *software* “TrapeziumX – Materials Testing Software”, ambos da empresa Shimadzu. Neste último, os parâmetros dos ensaios (destrutivo e cíclicos) são configurados, cada qual com suas propriedades características, uma vez que o ensaio destrutivo solicita somente uma rotina e realiza o acréscimo de força até a ruptura do provete, enquanto que para o segundo tipo de ensaio, uma rotina a ser repetida deve ser configurada de forma a proporcionar o ciclo de carregamento e descarregamento.



**Figura 19** – Equipamento utilizado para realização dos ensaios experimentais.

Para o ensaio de tração, foi configurado uma taxa de deformação de 0,5 [mm/min] de forma que após iniciado o teste, a aplicação de carga cessa quando há o rompimento do provete. Os dados obtidos foram tratados no software Matlab®, de forma que o gráfico gerado, Figura 20, forneça os dados de tensão e deformação máximos na ruptura e os módulos de elasticidade para as fases austeníticas e martensíticas apresentados na Tabela 3.



**Figura 20** – Diagrama tensão-deformação com indicação da tensão de ruptura.

**Tabela 3** – Propriedades da liga de NiTi extraídas a partir do ensaio de ruptura

<b>Propriedades</b>	<b>Valor</b>
Tensão de Ruptura	1088,6 [MPa]
Deformação Máxima na Ruptura	31,17 [%]
Módulo de Elasticidade Austenítico	39,03 [GPa]
Módulo de Elasticidade Martensítico	10,04 [GPa]

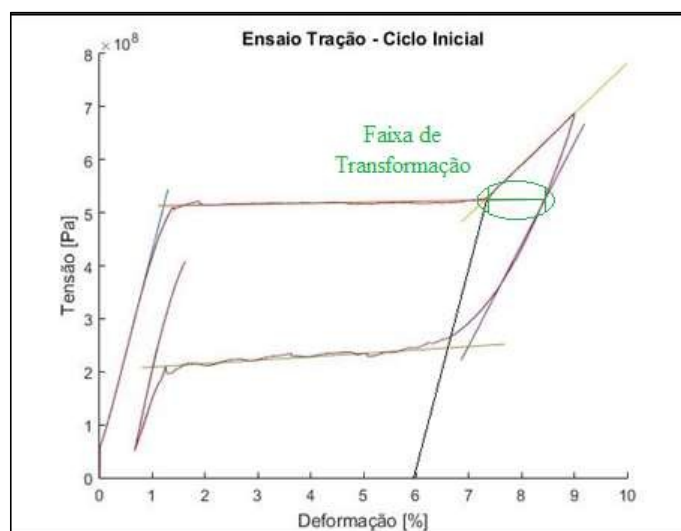
Além das características presentes na Tabela 3, as ligas com memória de forma apresentam um conjunto extra de propriedades. Como mencionado na introdução ao tema, elas são as tensões iniciais e finais para as transformações direta e reversa e a máxima deformação de transformação. Para esta última característica foi necessário realizar três simulações para determinar o ponto a se considerar para obtê-lá, pois a

extremidade do gráfico experimental formou uma faixa de deformação onde o material encontra-se na fase martensítica, não sendo um valor fixo enquanto para as outras características. Os valores para as tensões características estão indicados na Tabela 4.

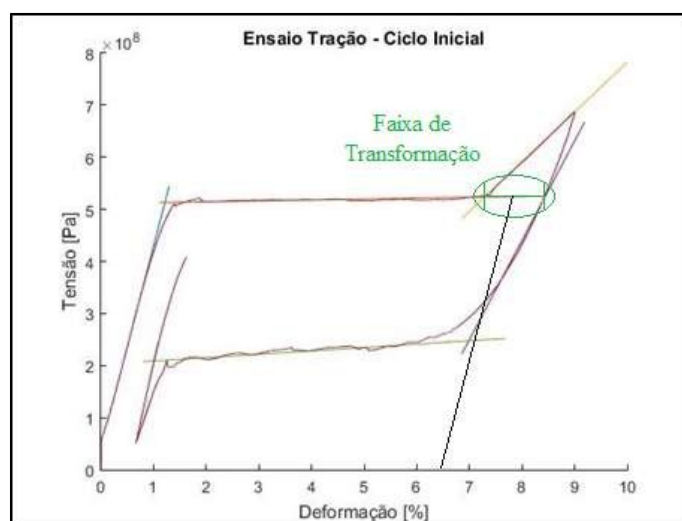
**Tabela 4** – Propriedades cíclicas da liga de NiTi obtidas a partir dos ensaios cíclicos.

Propriedades Características da Liga	Valor
Tensão inicial - Transformação direta	513,2 [MPa]
Tensão final - Transformação direta	523,5 [MPa]
Tensão inicial - Transformação inversa	245,3 [MPa]
Tensão final - Transformação inversa	208,9 [MPa]

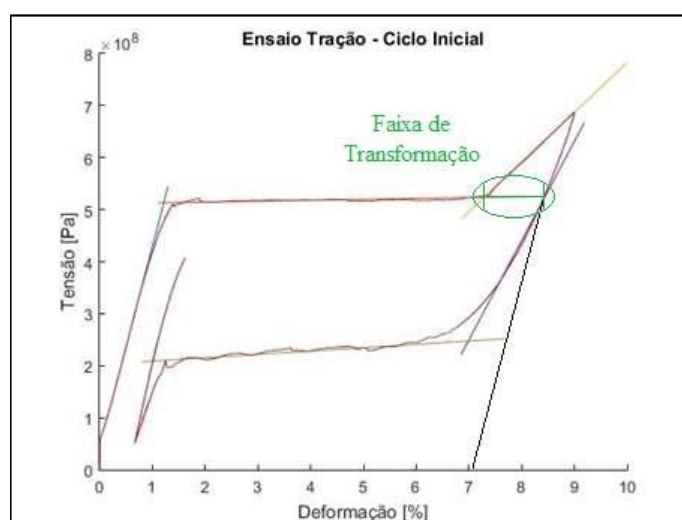
A Figura 21 considera o ponto de início da faixa de deformação para extrair o valor da máxima deformação de transformação, enquanto que as Figuras 22 e 23 consideram um ponto intermédio e o ponto da extremidade da faixa respectivamente. Os valores numéricos obtidos para cada uma das situações propostas encontra-se na Tabela 5.



**Figura 21** – Diagrama tensão-deformação com identificação no início da faixa de transformação.



**Figura 22** - Diagrama tensão-deformação com identificação no centro da faixa de transformação.



**Figura 23** - Diagrama tensão-deformação com identificação no final da faixa de transformação.

**Tabela 5** – Valores obtidos considerando as três faixas de deformação.

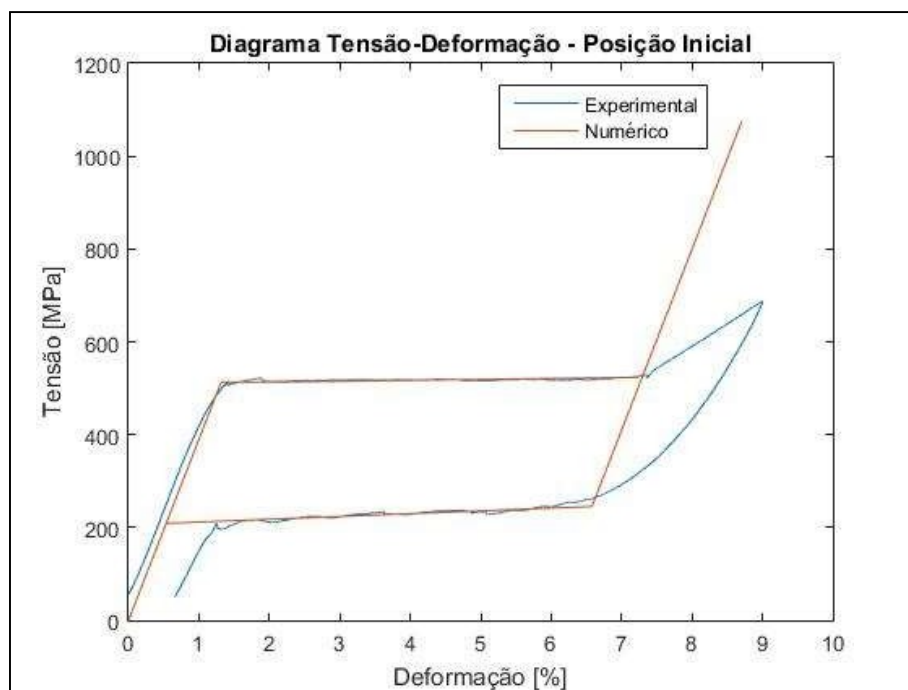
<b>Posição na Faixa de Deformação</b>	<b>Valor [%]</b>
Início	5,95
Centro	6,46
Fim	7,09

De forma a identificar a melhor consideração para os dados obtidos experimentalmente no presente trabalho, uma simulação numérica foi realizada para cada

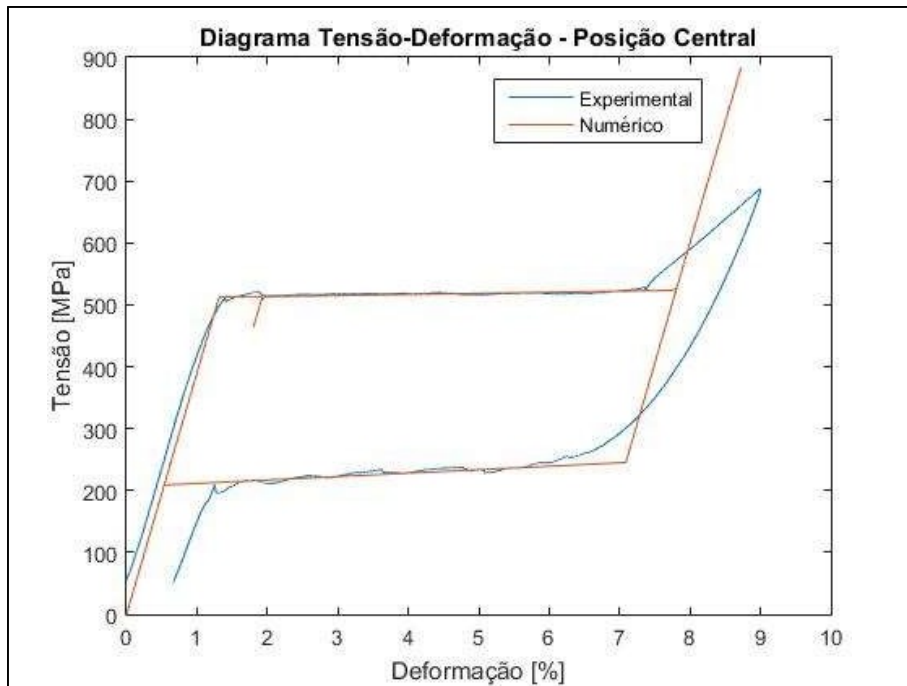
caso mantendo os parâmetros da Tabela 4 e condições de contorno utilizadas no estudo experimental.

A malha foi construída a partir da ferramenta *MeshTool*, com a opção *SmartMesh* em “1” e o formato da malha como *Hex/Wedge – Sweep*, contendo 14.870 nós e 3.288 elementos. Este tipo de configuração para malha foi escolhido levando em conta a descrição do procedimento: “Para um corpo com geometria onde é possível realizar a criação de malha por varredura, tem-se que a quantidade de nós e elementos geralmente é muito menor que a configuração para malha livre, considerando que o tempo de criação da malha por *sweep* é muito menor.” (SHARCNET, 2019).

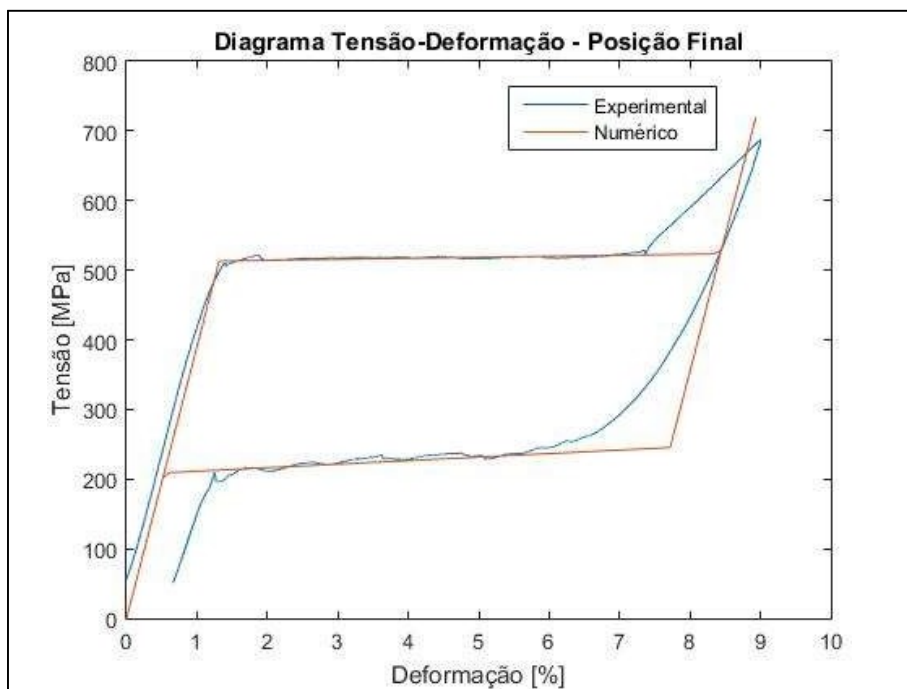
A sobreposição dos dados numéricos e experimentais encontram-se nas Figuras 24, 25 e 26. Realizando-se uma análise qualitativa dos gráficos, optou-se pela consideração do valor para a posição central (6,46 [%]) para ser utilizado nas simulações desta liga.



**Figura 24** – Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição inicial.

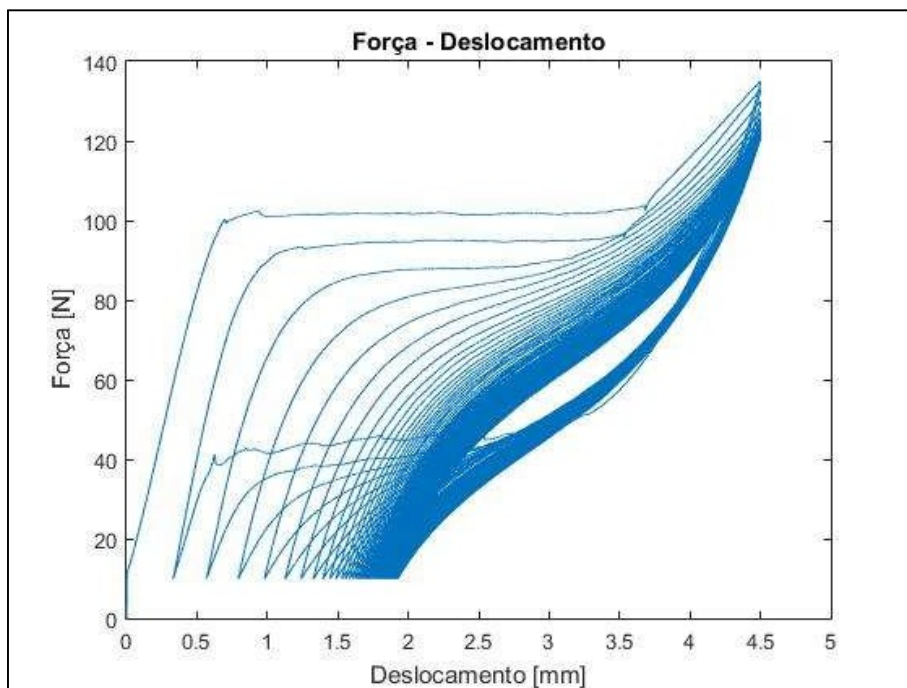


**Figura 25** - Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição central.



**Figura 26** - Sobreposição dos resultados numérico-experimental para a faixa de transformação na posição final.

Os dados presentes na Tabela 4 foram provenientes de um ensaio de carregamento-descarregamento contendo 100 ciclos, onde o diagrama tensão-deformação pode ser observado na Figura 27. Este ensaio teve como premissa atingir a transformação completa de austenite em martensite e tornar possível a avaliação das propriedades cíclicas da liga.



**Figura 27-** Diagrama força-deslocamento do ensaio de 100 ciclos.

Para este ensaio foi utilizado um provete com a geometria e configurações do equipamento como sendo as mesmas do utilizado para o ensaio de ruptura com uma pré-carga de 10 [N]. O ciclo de carregamento e descarregamento foi configurado em duas etapas, a primeira é baseada no deslocamento imposto ao provete e o segundo na força atuante sobre o mesmo.

Esta escolha de configuração teve como base o comportamento da liga, onde o deslocamento é dependente da deformação impõe-se à liga, sendo necessário na etapa de carregamento para garantir que esta deformação seja a solicitada.

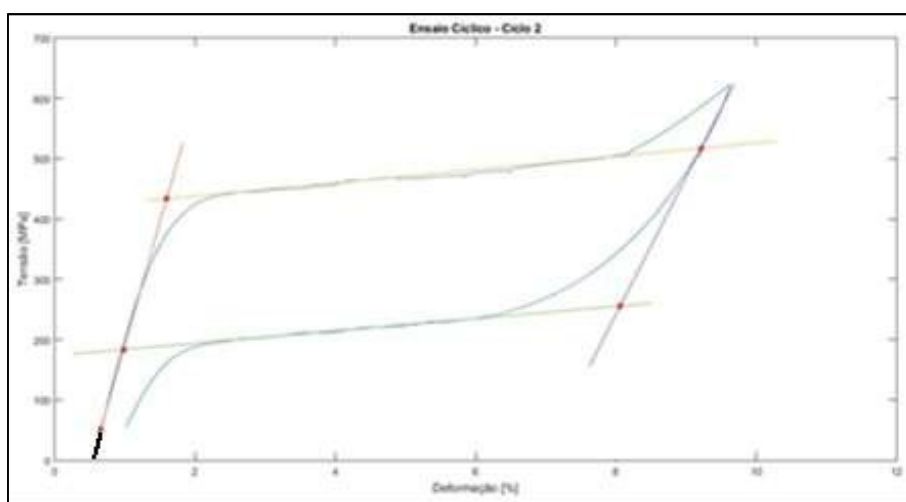
Para a etapa de descarregamento deve-se considerar que há a presença de uma deformação residual que tende a saturar ao longo dos ciclos, entretanto somente conhecendo o comportamento da liga, o que não ocorre em ensaios iniciais, é que se pode

estimar qual deve ser o deslocamento a ser atingido nesta etapa para a deformação residual, sendo que este valor não é fixo devido a variações conforme o material e processo de fabricação da liga, podendo realizar esforços de compressão não previstos no ensaio.

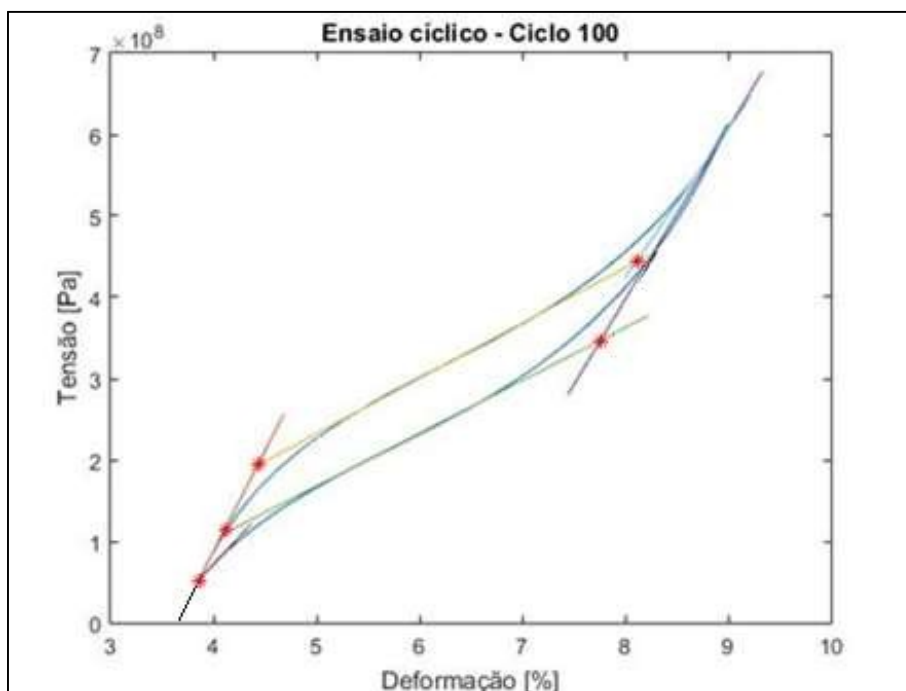
Tendo esta consideração em mente, o controlo da etapa de descarregamento é realizada através da força, onde a mesma é reduzida da força máxima provocada pelo deslocamento configurado até um valor de 10 [N], correspondente à pré-carga do ensaio, com uma taxa de redução de 0,5 [N/s].

Da mesma forma que para o primeiro ciclo, houve o tratamento de dados dos segundo e centésimo do ensaio cíclico de forma a obter os valores das tensões características e deformação residual estando os diagramas representados nas Figuras 28 e 29 e os valores na Tabela 6, uma vez que estes valores são utilizados para a determinação dos parâmetros utilizados para simulação do comportamento cíclico do material conforme proposto por Tobushi et al. (1993).

A necessidade de analisar ao menos o segundo e centésimo ciclo, além do inicial, para a determinação dos parâmetros mencionados está baseada no significado físico de cada termo, sendo o alfa a propriedade no estado saturado (deformação residual ou temperatura de transformação) e beta a taxa de variação em cada ciclo.



**Figura 28** – Diagrama tensão-deformação para o segundo ciclo.



**Figura 29** – Diagrama tensão-deformação para o centésimo ciclo.

**Tabela 6** – Propriedades características da liga extraídas dos ciclos 2 e 100

<b>Propriedades Da Liga – Ciclo 2</b>	<b>Valor</b>
Tensão Inicial - Transformação Direta	475,4 [MPa]
Tensão Final - Transformação Direta	486,6 [MPa]
Tensão Inicial - Transformação Reversa	247,5 [MPa]
Tensão Final - Transformação Reversa	181,7 [MPa]
Deformação Residual	0,545 [%]
<b>Propriedades Da Liga – Ciclo 100</b>	
Tensão Inicial - Transformação Direta	193,4 [MPa]
Tensão Final - Transformação Direta	443,4 [MPa]
Tensão Inicial - Transformação Reversa	347,2 [MPa]
Tensão Final - Transformação Reversa	118,1 [MPa]
Deformação Residual	3,65 [%]

O calculo dos parâmetros cíclicos  $\alpha_p, \beta_p, \alpha_{Ms}, \beta_{Ms}, \alpha_{Mf}, \beta_{Mf}, \alpha_{As}, \beta_{As}, \alpha_{Af}$  e  $\beta_{Af}$  é realizado a partir dos valores obtidos para as temperaturas e deformações pelas Equações 58 a 62 apresentadas por Tobushi et al., (1993).

$$\varepsilon_p(N) = \alpha_p \{1 - e^{-\beta_p N}\} \quad (58)$$

$$M_s(N) = M_s(0) + \alpha_{Ms} \{1 - e^{-\beta_{Ms} N}\} \quad (59)$$

$$M_f(N) = M_f(0) + \alpha_{Mf} \{1 - e^{-\beta_{Mf} N}\} \quad (60)$$

$$A_s(N) = A_s(0) + \alpha_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (61)$$

$$A_f(N) = A_f(0) + \alpha_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (62)$$

O Ansys<sup>®</sup> utiliza para as simulações o valor das tensões características de transformação ao invés das temperaturas. Pela teoria mencionada anteriormente para as LMF, sabe-se que estes dois parâmetros relacionam-se pelas constantes  $C_M$  e  $C_A$ . Estas últimas são determinadas de forma experimental a partir de um Varrimento Diferencial de Calorimetria (DSC – Differential Scanning Calorimety), responsável por determinar as temperaturas de transição.

Considerando que no momento do desenvolvimento desta tese este tipo de ensaio não encontrava-se disponível, foi feita uma transformação de variáveis de forma a substituir as temperaturas por tensões características nas equações para identificação dos parâmetros cíclicos, de forma que um parâmetro gama ( $\gamma$ ), aparece para substituir o alfa ( $\alpha$ ), sendo que o primeiro passa a representar a tensão de transformação no estado saturado. Uma vez que esta modificação dá-se somente para as temperaturas de transformação, o parâmetro alfa será mantido para a deformação residual, uma vez que este valor encontra-se em percentagem para esta propriedade. Sendo assim, as equações a serem utilizadas para atualização das propriedades estão deduzidas nas Equações 1 a 28 do Anexo II e a forma final presente nas Equações 63 e 66.

$$\sigma_{Ms}(N) = \sigma_{Ms}(0) - \gamma_{Ms}\{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (63)$$

$$\sigma_{Mf}(N) = \sigma_{Mf}(0) - \gamma_{Mf}\{1 - e^{-\beta_{Mf}N}\} \quad (64)$$

$$\sigma_{As}(N) = \sigma_{As}(0) - \gamma_{As}\{1 - e^{-\beta_{As}N}\} \quad (65)$$

$$\sigma_{Af}(N) = \sigma_{Af}(0) - \gamma_{Af}\{1 - e^{-\beta_{Af}N}\} \quad (66)$$

Sabendo-se que para um valor de  $N$  suficientemente grande, a exponencial presente na equação reduz-se para um valor próximo de 0. Desta forma, os valores de alfa e gama, correspondente ao valor da propriedade saturado devido ao ensaio cíclico pode ser determinado por uma aproximação de igualdade, da forma presente nas Equações 67 a 71.

$$\alpha_p = \varepsilon_p(N) \quad (67)$$

$$\gamma_{Ms} = \sigma_{Ms}(0) - \sigma_{Ms}(N) \quad (68)$$

$$\gamma_{Mf} = \sigma_{Mf}(0) - \sigma_{Mf}(N) \quad (69)$$

$$\gamma_{As} = \sigma_{As}(0) - \sigma_{As}(N) \quad (70)$$

$$\gamma_{Af} = \sigma_{Af}(0) - \sigma_{Af}(N) \quad (71)$$

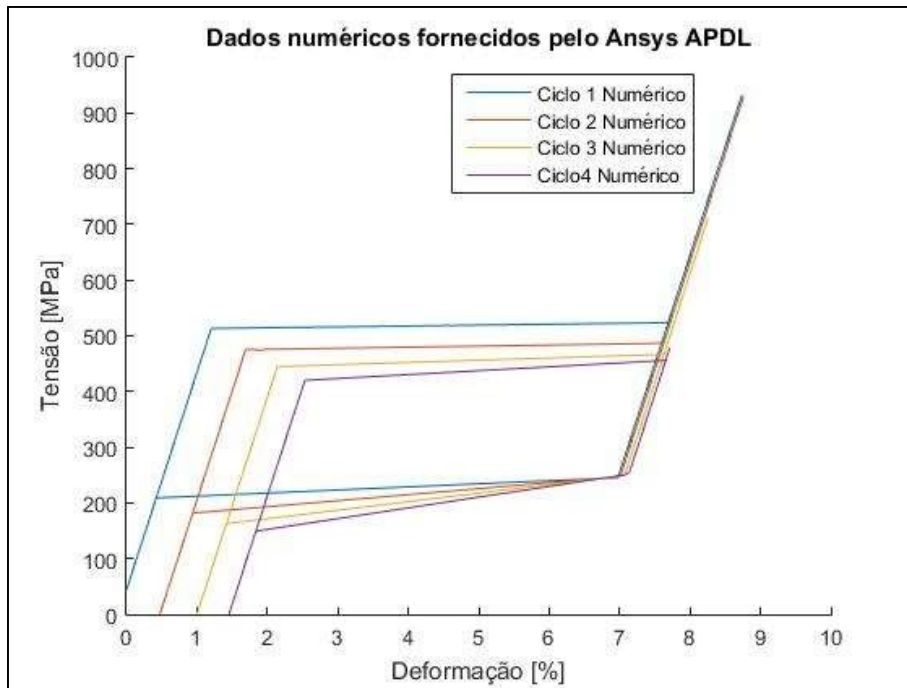
O valor de beta é então encontrado aplicando-se as equações anteriores aos valores obtidos pela análise do segundo ciclo partindo-se do princípio que é conhecido o parâmetro alfa de cada propriedade característica. Os parâmetros para o comportamento cíclico estão na Tabela 7.

**Tabela 7** – Parâmetros cíclicos obtidos através do estudo experimental

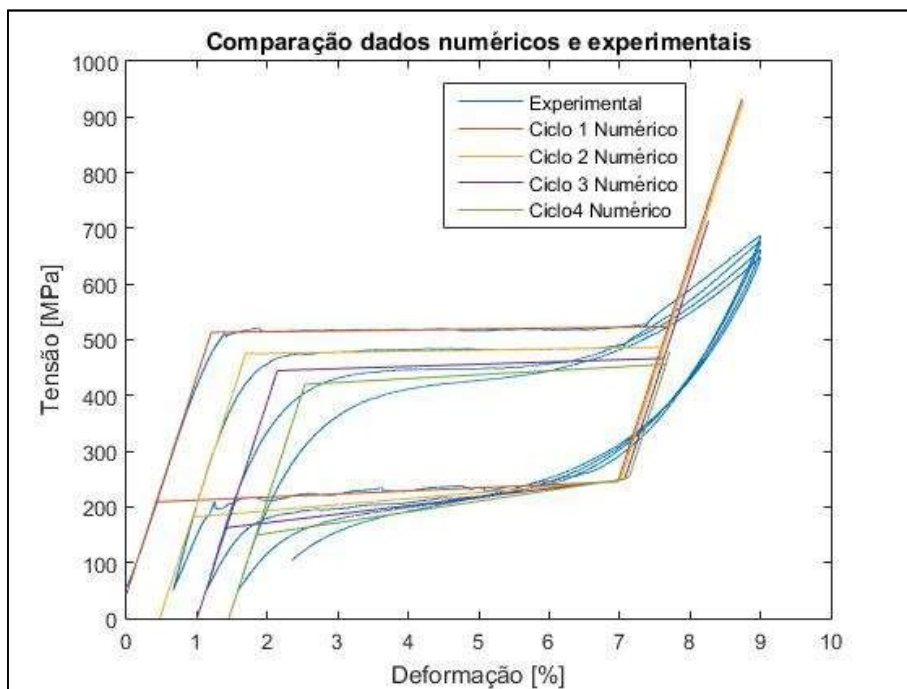
<b>Parâmetro Cíclico</b>	<b>Valor</b>
Alfa - Deformação Residual	3,65 [%]
Beta - Deformação Residual	0,1654
Gama – Início Transformação Direta	319,8 [MPa]
Beta - Início Transformação Direta	0,2112
Gama – Fim Transformação Direta	80,1 [MPa]
Beta - Fim Transformação Direta	0,6174
Gama – Início Transformação Reversa	-101,9 [MPa]
Beta - Início Transformação Reversa	0,0208
Gama – Fim Transformação Reversa	90,8 [MPa]
Beta - Fim Transformação Reversa	0,3560

Estes valores são utilizados como entrada no algoritmo desenvolvido utilizando o *software* Matlab<sup>®</sup> localizado no Anexo IV, de forma que possibilite a simulação do comportamento cíclico do provete de NiTiNol utilizado, estando no Anexo V o *script* gerado para realizar as simulações no Ansys<sup>®</sup> APDL<sup>™</sup>. Esta simulação foi feita em 100 ciclos no provete com as mesmas características geométricas utilizadas nos ensaios, de forma a comparar e avaliar os resultados fornecidos pelas equações do comportamento cíclico enunciadas em Tobushi et al., (1993). O valor adotado para o coeficiente de Poisson foi 0,33, como utilizado por Santos (2011).

O diagrama tensão-deformação gerado a partir dos dados fornecidos pelo Ansys<sup>®</sup> estão representados na Figura 30. De forma a facilitar a comparação qualitativa entre os dados experimentais e numéricos é feita a sobreposição dos ciclos 1, 2, 3 e 4, apresentados na Figura 31, extraídos dos diagramas completos, uma vez que para uma grande quantidade de ciclos impressos não é possível realizar uma comparação adequada.



**Figura 30** – Diagrama tensão-deformação obtido através do *software* Ansys® APDL™



**Figura 31** – Comparação dos dados obtidos através do *software* Ansys® APDL™ com os provenientes dos ensaios experimentais.

A análise quantitativa fica por conta da comparação das tensões características e deformações residuais apresentadas no ciclo 2 e descritas na Tabela 8, uma vez que é observada uma grande variação nas propriedades nos ciclos iniciais que tende a diminuir a variação conforme o número de ciclos aumenta.

**Tabela 8** – Comparação dos parâmetros obtidos de forma numérica e experimental

<b>Ciclo 2</b>			
<b>Propriedades Da Liga</b>	<b>Experimental</b>	<b>Numérico</b>	<b>Erro Relativo [%]</b>
Tensão Inicial - Transformação Direta [MPa]	438	444,8	1,55
Tensão Final - Transformação Direta [MPa]	460,5	466,7	1,35
Tensão Inicial - Transformação Reversa [MPa]	252,3	249,46	1,13
Tensão Final - Transformação Reversa [MPa]	161,8	162,5	0,525
Deformação Residual [%]	0,545	0,556	1,98

### 3.4. Estudo numérico-experimental da frequência natural

A frequência natural do provete, adquirido do Kellogg's Research Labs<sup>3</sup>, de 96 [mm] de comprimento, 2 [mm] de diâmetro, 20 [°C] de temperatura final de transformação direta e um módulo de elasticidade austenítico de 67 [GPa] foi determinada para uma condição em balanço, onde uma das extremidades foi fixada através de um torno mecânico e a outra permaneceu livre.

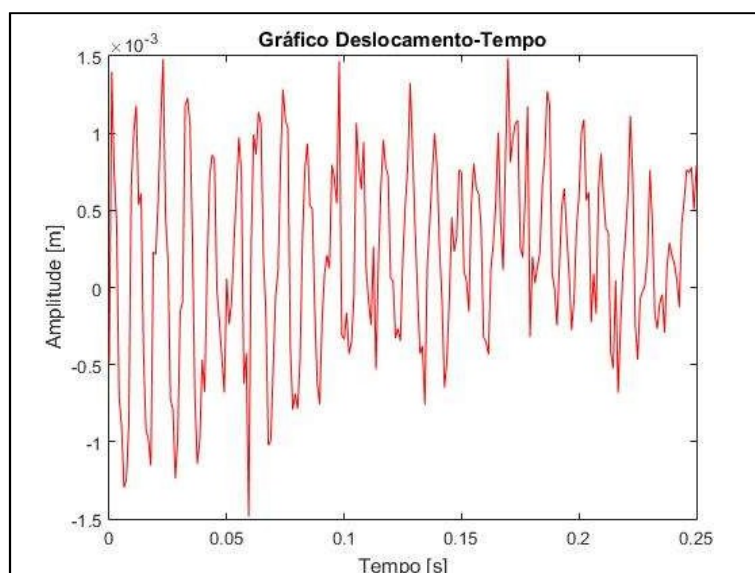
Tendo o deslocamento da estrutura sido obtido por técnicas de processamento de imagens, foi necessário identificar a extremidade livre com um alvo que seria identificado pelo algoritmo no Matlab<sup>®</sup>.

Como condição inicial para a vibração, foi aplicado um deslocamento inicial de 1,5 [mm] da posição de equilíbrio. A gravação iniciou-se a partir do momento que o

<sup>3</sup> - Website da empresa: <https://www.kelloggsresearchlabs.com/>

provete foi libertado e a vibração livre iniciou-se, sendo possível observar o movimento na Figura 32. A câmera digital utilizada foi a do equipamento “*Samsung Galaxy S9*”, sendo as configurações para *Super Slow-Motion* uma resolução de 720p, uma taxa de aquisição de 960 [fps] em um tempo total de 0,375 [s] (sendo o vídeo processado em um intervalo de 0,25 [s]) e uma relação de milímetros por pixel de 0,078125.

O tempo adotado foi devido a limitações no equipamento de gravação que não permitem uma gravação com mais tempo para a quantidade de quadros por segundo desejada. Isto tem impacto direto na discretização em frequência, uma vez que o valor obtido pode variar  $\pm 4$  [Hz].

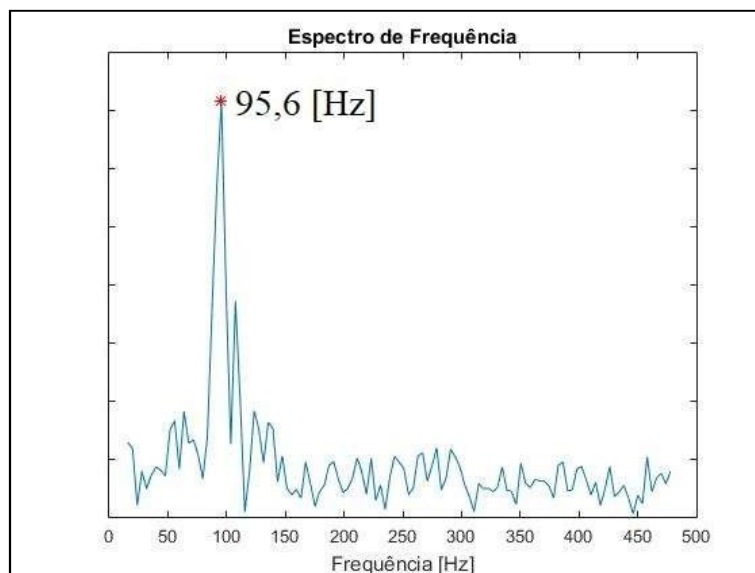


**Figura 32** – Diagrama deslocamento-tempo obtido para o ensaio dinâmico.

A partir da aplicação da FFT ao sinal do deslocamento presente na Figura 32 é possível identificar a frequência a que a estrutura está a vibrar, tendo um valor de 95,6 [Hz] como identificado na Figura 33.

Com o objetivo de ter um valor de comparação para a frequência natural, realizou-se um estudo de frequência no *software* SolidWorks®. Para esta simulação, é necessário a definição de três propriedades essenciais do material: a massa específica, o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade. As duas primeiras tem como valor 6450 [kg/m<sup>3</sup>] e 0,33, sendo ambos retirados da literatura (Santos, 2011). Para o último

valor, é fundamental ter o conhecimento da fase que o material se encontra, pois este fator tem total influência no módulo de elasticidade.



**Figura 33** – Frequência obtida a partir do diagrama deslocamento-tempo.

A identificação da fase em que o provete utilizado está durante o ensaio devido à deformação imposta pelo deslocamento inicial tem como base a consideração inicial de que o mesmo permanece no regime elástico da fase austenítica. Isto implica que a tensão provocada pelo deslocamento do provete em um movimento de flexão não pode ser igual ou superior à tensão inicial da transformação de austenite para martensite.

Para realizar esta validação considera-se a tensão característica inicial de transformação direta mencionada extraída da Tabela 1, em conjunto com a lei de Hooke apresentada na Equação 72.

$$E = \frac{\sigma}{s} \quad (72)$$

Para o módulo de elasticidade considerado de 67 [GPa] e uma tensão característica de transformação direta de 432,8 [Mpa], aplicando-se a lei de Hooke, tem-se que a deformação máxima que o provete pode atingir sem que se inicie a transformação da fase austenítica para a martensítica é de 0,646 [%].

Como forma de identificar a tensão máxima ao longo do provete para a flexão proposta, uma simulação no Ansys® APDL™ foi realizada, de forma que o elemento finito utilizado foi o *BEAM189* devido à sua adequação para simulação de estruturas delgadas sendo baseado na teoria de vigas de Timoshenko (Costa, 2006) que inclui os efeitos de deformação por corte (SHARCNET, 2019).

O elemento finito utilizado é um elemento tridimensional de viga quadrático com três nós, onde por padrão possui seis graus de liberdade em cada nó, incluindo translação nos eixos x, y e z e rotações ao redor dos mesmos eixos. Apresenta a opção de um sétimo grau de liberdade, sendo este a magnitude de *warping*, sendo um ótimo elemento para simulações envolvendo condições lineares e não lineares, podendo abranger casos de alta deformação (SHARCNET, 2019).

As opções selecionadas durante a configuração do elemento finito podem ser vistas na Tabela 9. As propriedades do material definidas foram o módulo de elasticidade para a fase austenítica e o módulo de Poisson, ambos com os valores citados anteriormente. A área da seção transversal foi definida a partir da *Common Sections* para *Beam*, tendo o subtipo circular preenchido sido definido com um raio de 1 [mm], a quantidade de divisões N e a T respectivamente valores de 20 e 10.

**Tabela 9** – Opções do elemento *BEAM189*

<b>Propriedade</b>	<b>Valor</b>
<i>Degrees of freedom</i>	<i>Include WARP (7)</i>
<i>Cross section scaling is</i>	<i>Func of stretch</i>
<i>Shear stress output</i>	<i>Include Both</i>
<i>Section force/strain output</i>	<i>At intgr points</i>
<i>Stress/Strain (sect points)</i>	<i>All Section Pts</i>
<i>Stress/Strain (elmt/sect nds)</i>	<i>All Section node</i>
<i>Section integration</i>	<i>Automatic</i>
<i>Taper section interpretation</i>	<i>Linear</i>
<i>Results file format</i>	<i>Avg (corner nds)</i>

O desenho da geometria deu-se através da criação de *keypoints* de forma a possibilitar a criação de uma linha que serviria de eixo para o provete a ser simulado. A

partir disto, o modelo geométrico é convertido em modelo matemático através da criação da malha.

Os atributos da malha são: o tipo de elemento, o número do material, o número da constante real, o sistema de coordenadas do elemento e o número da secção. Sendo que para a presente simulação foram definidos somente um tipo de elemento, um material, um formato de secção transversal e o elemento não necessita de constantes reais, os atributos foram deixados como padrão. O tamanho dos elementos finitos foi definido manualmente, com o modelo possuindo 20 elementos ao longo do comprimento, fornecendo uma malha contendo 41 nós e 20 elementos.

Por fim, para uma análise estática foi definido as condições de contorno atuantes no modelo, sendo uma viga livre-encastada, a base da mesma foi definida como tendo uma restrição de deslocamento em todos os graus de liberdade, enquanto que a extremidade livre possui um deslocamento de 1,5 [mm] de forma a representar o deslocamento inicial do ensaio.

A simulação é então realizada para as condições citadas, fornecendo como principal resultado a tensão atuante sobre o provete, como é possível observar graficamente nas Figuras 34 a 36. A Figura 34 apresenta o modelo completo, entretanto a análise gráfica fica comprometida mediante as dimensões do provete, sendo necessário uma ampliação como apresentado nas Figuras 35 e 36, onde a primeira tem o seu foco na extremidade livre enquanto que a última apresenta a base encastada.

A partir do campo de tensões gerados pelo deslocamento inicial atribuído ao provete, conclui-se que a deformação inicial imposta não foi suficiente para que a transformação direta de austenite para martensite tivesse início, por conta disto, o módulo de elasticidade para a simulação do *SolidWorks*<sup>®</sup> será a da fase austenítica da liga de Níquel-Titânio indicado anteriormente.

Tendo o material sido definido na biblioteca do *software* como apresentado na Figura A1 do Anexo III, a próxima etapa foi a configuração das condições de contorno utilizadas para a simulação, sendo elas idênticas ao modelo real, com uma extremidade encastada e a outra livre.

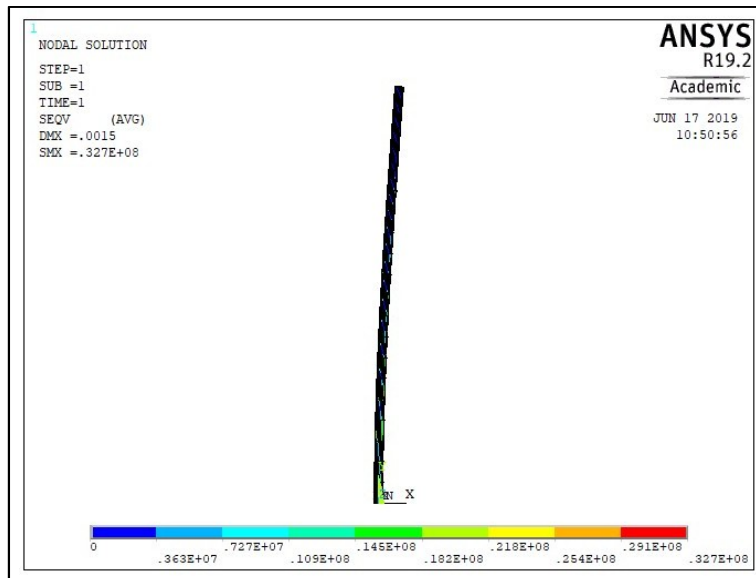


Figura 34 – Provete pós-deformação simulado no ANSYS® APDL™.

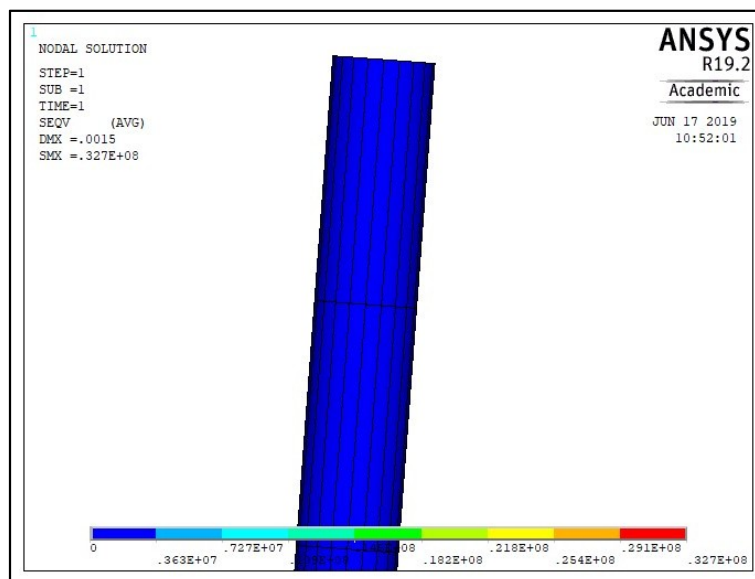
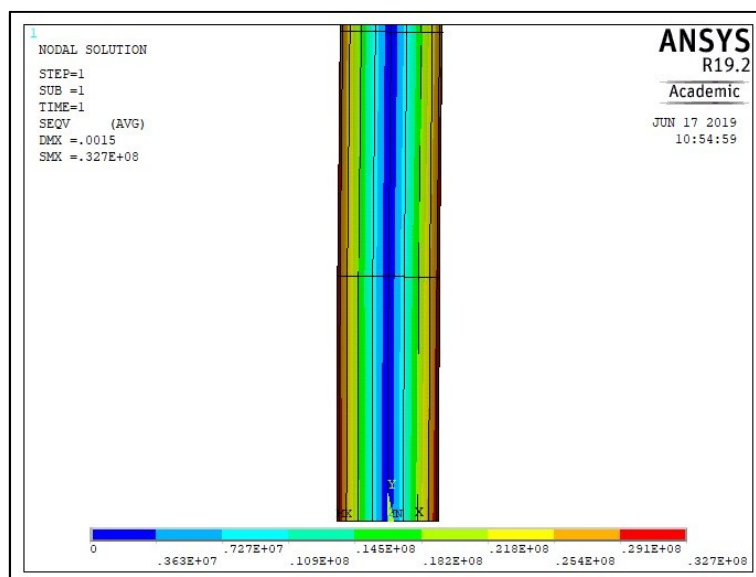


Figura 35 – Foco na extremidade livre do provete simulado.



**Figura 36** – Foco na extremidade encastrada do provete simulado.

A definição da malha foi feita pelo próprio *software* com a modificação da densidade de malha para a opção “Fina”, gerando uma malha com as características presentes na Tabela 10.

**Tabela 10** – Características da malha utilizada para a simulação no SolidWorks®

<b>Característica</b>	<b>Valor</b>
Tipo de malha	Malha sólida
Gerador de malhas usado	Malha padrão
Transição automática	Desativada
Incluir loops de malha automáticos	Desativada
Pontos Jacobianos	4 pontos
Tamanho do elemento	0,335476 [mm]
Tolerância	0,0167738 [mm]
Qualidade da malha	Alta
Total de nós	77377
Total de elementos	49888
Proporção máxima	4,2504

Com todos os procedimentos anteriores realizados, a solução pode ser iniciada, fornecendo a quantidade solicitada dos modos de vibração e frequências naturais correspondentes. A análise foi feita para as cinco primeiras frequências naturais, obtendo-se os valores presentes na Tabela 11.

Como se observa, dois modos possuem a mesma frequência ou muito próximas, isto ocorre devido à fixação do corpo permitir um deslocamento nos eixos x e y e a rigidez para um material isotrópico ser considerada a mesma nas duas direções, o corpo pode manter o mesmo modo de vibrar em duas direções diferentes.

**Tabela 11** – Frequência natural dos cinco primeiros modos de vibração

<b>Modo</b>	<b>Frequência</b>
1	97,939 [Hz]
2	611,63 [Hz]
3	612,83 [Hz]
4	1711,9 [Hz]
5	1711,9 [Hz]

A frequência obtida no ensaio experimental corresponde à primeira frequência simulada, sendo o modo que necessita de uma menor quantidade de energia. Para o primeiro modo, a simulação do SolidWorks® apresentou um erro relativo de 2,45 [%] em relação ao valor experimental, onde este erro está de acordo com a margem devido as configurações utilizadas para o método de aquisição. Devido à impossibilidade de realizar gravações com uma taxa de aquisição superior a 960 [fps], de acordo com o teorema da amostragem de Nyquist-Shannon (FICKER, MARTIŠEK, 2015), somente a primeira frequência natural pode ser determinada.

O teorema mencionado é muito utilizado nas áreas de aquisição e processamento de informações. Este teorema é necessário uma vez que para uma maior frequência de amostragem, uma maior quantidade de pontos serão armazenados, o que melhora os resultados, mas gera uma enorme quantidade de dados, tendo como base servir de referência para uma aquisição de sinais contínuos e armazenamento na forma discreta de dados eficaz.

O teorema tem o seguinte enunciado: “A menor frequência de amostragem de um sinal que não irá distorcer a informação a ser armazenada deve ser o dobro da maior componente de frequência a ser obtida” (O’HAVER, 2016). Logo, pela análise modal fornecida no SolidWorks®, para a obtenção dos segundo e terceiro modos de vibração da estrutura, a aquisição mínima em imagens por segundo deveria ser 1.226.

## 4. Conclusões

Tendo como base os dados obtidos pelos ensaios numéricos e experimentais, observou-se o fenômeno de superelasticidade apresentado pelas ligas com memória de forma, estando este presente no laço de histerese característico dos diversos diagramas tensão-deformação apresentados.

Por meio da implementação numérica das equações de vibrações e da atualização das características por cargas cíclicas no Matlab<sup>®</sup> em conjunto com as simulações realizadas pelo Ansys<sup>®</sup> APDL<sup>™</sup>, foi possível realizar a conexão entre os campos do conhecimento da ciência dos materiais e da dinâmica clássica, onde o comportamento do material altera-se conforme o ciclo de carga a que este está sujeito, podendo interferir diretamente em suas propriedades e em aplicações funcionais.

A validação das considerações realizadas para a modificação do comportamento inicial das LMF ocorreu a partir do tratamento dos dados experimentais de forma a obter os parâmetros cíclicos para simulação numérica da liga utilizada, tendo a comparação feita por meios qualitativos e quantitativos, apresentando erros relativamente baixos, na ordem de no máximo 2 [%] quando aplicadas a movimentos cíclicos de tração.

O presente trabalho apresenta uma evolução nos conhecimentos do IPB e da UTFPR no quesito do comportamento das LMF por meio de estudos numéricos e experimentais. A interface elaborada permite a simulação de comportamentos dinâmicos, bem como a previsão do efeito de “trabalhar-se” a liga com ensaios cíclicos para saturação da mesma. Assim foi possível observar a utilização de técnicas experimentais para obtenção de diagramas tensão-deformação para ensaios *quasi-estáticos* destrutivos e cíclicos, bem como para obtenção de parâmetros dinâmicos, como a frequência natural de vibração, tendo esta última sido obtida a partir do *software* comercial Solidworks<sup>®</sup>, onde um erro de 2,45 [%] foi verificado, podendo ter sido resultante dos equipamentos disponíveis para aplicação da técnica de processamento de imagem e das aproximações realizadas durante a configuração do material no *software* uma vez que devido as limitações do *hardware* utilizado.

Para trabalhos futuros recomenda-se as seguintes possibilidades:

A validação da interface dinâmica elaborada a partir da aplicação da liga estudada e a utilizar técnicas de computação de alta-performance para melhorar os tempos computacionais durante as simulações;

A inclusão de outras formas de amortecimento comumente presentes em sistemas mecânicos vibratórios de forma a aproximar os resultados dos obtidos em ensaios experimentais, incluindo considerações de modelos térmicos para apresentar o comportamento de aquecimento do material devido a carregamentos cíclicos;

Realizar o refinamento das equações e parâmetros cíclicos mediante a consideração de transformações parciais e totais;

Realizar múltiplos ensaios cíclicos de forma a obter a influência de parâmetros como a taxa de deformação e a temperatura ambiente no formato obtido do diagrama tensão-deformação;

Realizar ensaios de DSC para obtenção das temperaturas características de transformação para possibilitar uma caracterização completa do material;

Estudar a característica do efeito memória de forma;

Estudar aplicações reais envolvendo as ligas para beneficiar estruturas do efeito de superelasticidade e ou do efeito memória de forma.

Implementar técnicas de *machine learning*, especificamente *Physics-Constrained Data-Driven Modeling* de forma a utilizar dados experimentais em conjunto com leis mecânicas para prever o comportamento dos sistemas estudados.

## Referências bibliográficas

- Ansys Inc. (2009). Theory reference for the mechanical APDL and mechanical applications. Canonsburg. Disponível em: <https://www.researchgate.net/file.PostFileLoader.html?id=5687835e5cd9e345098b4568&assetKey=AS%3A313357117132800%401451721566538>
- Auricchio F. (2001). A robust integration-algorithm for a finite-strain shape-memory-alloy superelastic model. *International Journal of Plasticity* 17: 971-990. Elsevier Science Ltd.
- Auricchio F., Petrini L. (2005). Improvements and algorithmical considerations on a recent three-dimensional model describing stress-induced solid phase transformations. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 55: 1255-1284.
- Auricchio F., Sacco E. (1997). A one-dimensional mode for superelastic shape-memory alloys with different elastic properties between austenite and martensite. *Internal Journal Non-Linear Mechanics* 32: 1101-1114, No. 6. Elsevier Science Ltd.
- Auricchio F., Taylor R. L., Lubliner J. (1997). Shape-memory alloys: Macromodeling and numerical simulations of the superelastic behavior. *Computational methods in applied mechanical engineering* 146: 281-312. No. 1.
- Azevedo A. F. M. (2003). Método dos elementos finitos. *Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto*, Portugal.
- BBC (2005). 1954: 'Metal fatigue' caused Comet crashes. *British Boardcasting Corporation News*. Disponível em: [http://news.bbc.co.uk/onthisday/hi/dates/stories/october/19/newsid\\_3112000/3112466.stm](http://news.bbc.co.uk/onthisday/hi/dates/stories/october/19/newsid_3112000/3112466.stm)
- Belyaev S. P., Kamentseva Z. P., Likhachev V. A. (1983). Peculiarities of the deformation of alloys with the shape memory effect in nonsteady cyclic loading. *Problemy Prochnosti (Translated)*: 69-72, No. 1. Leningrad State University.
- Berton Jr, J. (2016). Medidas de deslocamento em 2D e 3D utilizando câmera digital como sensor sem contato. *Dissertação*. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Cornélio Procópio.

- Brinson L. C. (1993). One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with non-constant material functions and redefined martensite internal variable. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*: 230-242, vol. 4. Technomic Publishing Co., Inc.
- Buehler W. J., Wang F. E. (1968). A summary of recent research on the nitinol alloys and their potential application in ocean engineering. *Ocean Engineering*. Vol. 1, pp. 105-120, Pergamon Press.
- Cavalcanti B. (2015). Ponte Tacoma Narrows, 1940 – Um estudo dos efeitos não-lineares. *AstroPT – Informação e Educação Científica*. Disponível em: <http://www.astropt.org/2015/04/06/ponte-tacoma-narrows-1940-um-estudo-dos-efeitos-nao-lineares/>
- Costa S. N. J. (2006). O modelo de timonshenko em vigas elásticas, estruturas *offshore* e nanotubos de carbono através da respossta fundamental de valor inicial. *Tese*. Universidade Federal do Rio Grande do Sul – Instituto de Matemática.
- Doaré O., Sbarra A., Touzé C., Moussa M. O., Moumni Z. (2012). Experimental analysis of the quasi-static and dynamic torsional behaviour of shape memory alloys. *International Journal of Solids and Structures* 49: 32-42. Elsevier Ltd.
- Ficker T., Martišek D. (2015). 3D Image reconstructions and the Nyquist-Shannon theorem. *3DR EXPRESS*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Hibbeler R. C. (2010). Resistência dos materiais 7ª edição. Tradução: Arlete Simille Marques; Revisão Técnica: Sebastião Simões da Cunha Jr. Pearson Prentice Hall, São Paulo.
- Hodgson D. E., Brown J. W. (2000). Using nitinol alloys, shape memory applications. California.
- Kusy R. P., Wilson T. W. (1990). Dynamic mechanical properties of straight titanium alloy arch wires. *Dental Materials* 6: 228-236.
- Itin V. I., Gyunter V. E., Shabalovskaya S. A., Sachdeva R. L. C. (1994). Mechanical properties and shape memory of porous nitinol. *Materials Characterization* 32: 179-187. Elsevier Science Inc., New York.
- Huang W. M., Ding Z., Wang C. C., Wei J., Zhao Y., Purnawali H. (2010). Shape memory materials. *MaterialsToday*. Vol 13, No. 7-8.

- Humbecck J. V. (2003). Damping capacity of thermoelastic martensite in shape memory alloys. *Journal of Alloys and Compounds* 335: 58-64. Elsevier Science B. V.
- Ivshin Y., Pence T. J. (1994). A thermomechanical model for a one variant shape memory material. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*. SAGE Journals.
- Kelly P. A. (2019). Mechanics Lecture Notes. Department of Engineering Science, University of Auckland.
- Kelly S. G. (2000). Fundamentals of mechanical vibrations 2th ed. *McGraw-Hill Higher Education*.
- Lagoudas D. C. (2008). Shape Memory Alloys – Modeling and Engineering Applications. New York: Springer.
- Li H. N., Huang Z., Fu X., Li G. (2018). A re-centering deformation-amplified shape memory alloy damper for mitigating seismic response of building structures. *Struct Control Health Monit.* 25: e2233. John Wiley & Sons, Ltd.
- Liang C., Rogers C. A. (1990). One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* 1: 207-234. Technomic Publishing Co., Inc.
- Moraes Y. J. O., Silva A. A., Rodrigues M. C., Lima A. G. B., Reis R. P. B., Silva P. C. S. (2018). Dynamic analysis applied to passive control of vibrations in structural model incorporating SMA-SE coil springs. *Advances in Materials Science and Engineering*: 2025839 (15pp). Hindawi.
- Morais J., Morais P. G., Santos C., Costa A. C., Candeias P. (2017). Shape memory alloy based dampers for earthquake response mitigation. *Procedia Structural Integrity* 5: 705-712. Elsevier.
- Moutinho C. M. R. (2007). Controlo de vibrações em estruturas de engenharia civil. *Thesis*. Universidade do Porto – Faculdade de Engenharia.
- Mundi, M (2018). O desastre da ponte de Tay e o pior poema do mundo. *Revista Digital Magnus Mundi*. Disponível em: <https://www.magnusmundi.com/o-desastre-da-ponte-de-tay-e-o-pior-poema-do-mundo/>
- Nentchev A. (1971). Numerical analysis and simulation in microelectronics by vector finite elements. *Thesis*. Vienna University of Technology – Faculty of Electrical Engineering and Information Technology.

- Nirschl G. C., Proença S. P. B. (2008). Método dos elementos finitos e técnicas de enriquecimento da aproximação aplicados à análise de tubos cilíndricos e cascas esféricas. *Cadernos de Engenharia de Estruturas* 10: 17-51, No. 47, São Carlos.
- O'Haver T. (2006). A pragmatic introduction to signal processing with applications in scientific measurement. Department of Chemistry and Biochemistry - University of Maryland at College Park.
- Oseki G. O. S., Campo V. L., Pereira V. P., Borges A. S. (2018). Análise e aquisição de dados utilizando câmeras digitais em um sistema massa-mola. *VII Simpósio Paranaense de Engenharia Mecânica*. UTFPR – Cornélio Procópio.
- Oseki G. O. S., Pereira V. P., Borges A. S. (2018). Análise numérica e experimental de estruturas esbeltas. *XXIII SICITE – Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica*. UTFPR – Apucarana.
- Pereira V. P., Oseki G. O. S., Borges A. S. (2018). Análise e aquisição de dados utilizando câmeras digitais em estruturas mecânicas. *XXIII SICITE – Seminário de Iniciação Científica e Tecnológica*. UTFPR – Apucarana.
- Pereira V. P., Oseki G. O. S., Campo V. L., Bortollossi V. N., Borges A. S. (2018). Análise do fator de amortecimento utilizando uma câmera digital. *20º Simpósio de Iniciação Científica e Tecnológica*. FATEC São Paulo.
- Piloto, P (2019). Computational Mechanics Lecture. *Curricular lecture from master of science degree – Polytechnic Institute of Braganza*.
- Qian H., Li H., Song G. (2016). Experimental investigations of building structures with a superelastic shape memory alloy friction damper subject to seismic loads. *Smart Materials and Structures* 25: 125026 (14pp). JOP Publishing.
- Rao S. S. (2010). Mechanical Vibrations 5<sup>th</sup> ed. *Prentice Hall – Pearson*, New Jersey.
- Reynolds D. R. (2003). A nonlinear thermodynamic model for phase transitions in shape memory alloy wires. *Thesis*. Rice University, Houston, Texas.
- Rissá H S. (2017). Identificação de deslocamentos de baixa amplitude e frequência utilizando uma câmera digital. *Dissertação*. Universidade Tecnológica Federal do Paraná – Cornélio Procópio.
- Rondelli G. (1996). Corrosion resistance tests on NiTi shape memory alloy. *Biomaterials* 17: 2003-2008, Vol. 17, No. 20. Elsevier Science Limited, Great Britain.

- Ruckert C. O. F. T. (2017). Ensaaios Mecânicos dos Materiais. *eDisciplinas USP*. Disponível em: <[https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/217019/mod\\_resource/content/1/Ensaio de Tração .pdf](https://edisciplinas.usp.br/pluginfile.php/217019/mod_resource/content/1/Ensaio de Tração .pdf)>. Acesso em: 01 nov. 2017.
- Santos F. P. A. (2011). Vibration control with shape-memory alloys in civil engineering structures. *Thesis*. Faculdade de Ciências e Tecnologia – Universidade Nova de Lisboa.
- SHARCNET (2019). Shape Memory Alloys (SMA). *Shared Hierarchical Academic Research Computing Network*. Disponível em: [https://www.sharcnet.ca/my/about/sd\\_message](https://www.sharcnet.ca/my/about/sd_message).
- Silva M. A. (2018). Simulação do comportamento dinâmico de sistemas mecânicos vibratórios amortecidos pelo comportamento pseudo-elástico de ligas com memória de forma. *Dissertação*. Escola Superior de Tecnologia e Gestão – Instituto Politécnico de Bragança.
- Silva N. J., De Araújo C. J., Gonzalez C. H., Grassi E. N. D., Oliveira C. A. N. (2011). Estudo comparativo das propriedades dinâmicas de uma liga NiTi com memória de forma e materiais estruturais clássicos. *Revista Matéria*: 830-835, vol. 16, n. 4.
- Souza A. C., Mamiya E. N., Zouain N. (1998). Three-dimensional model for solids undergoing stress-induced phase transformations. *European Journal of Mechanics-A/Solids* 17: 789-806.
- Speicher M. S., DesRoches R., Leon R. T. (2017). Investigation of an articulated quadrilateral bracing system utilizing shape memory alloys. *Journal of Construction Steel Research* 130: 65-78. Elsevier.
- Sun Y., Luo J., Zhu J. (2018). Phase field study of the microstructure evolution and thermomechanical properties of polycrystalline shape memory alloys: Grain size effect and rate effect. *Computational Materials Science* 145: 252-262. Elsevier B. V.
- Tanaka K., Kobayashi S., Sato Y. (1986). Thermomechanics of transformation pseudoelasticity and shape memory effect in alloys. *International Journal of Plasticity* 2: 59-72. Pergamus Press Ltd.
- Tobushi H., Iwanaga H., Tanaka K., Hori T., Sawada T. (1993). Stress-strain-temperature relationships of TiNi shape memory alloy suitable for thermomechanical cycling. *JSME International Journal* 35: 271-277, Series I, No. 3.
- Toi Y., He. J. (2010). Dynamic and cyclic response simulation of shape memory alloy devices. *ICCSA 2010*: 498-510, Part III, LNCS 6018. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Wang B., Zhu S. (2018). Cyclic tension-compression behavior of superelastic shape memory alloy bars with buckling-restrained devices. *Construction and Building Materials* 186: 103-113. Elsevier Ltd.

Zienkiewics O. C., Taylor R. L., Zhu J. Z. (2005). The finite element method: Its basis and fundamentals. *Elsevier, Book Aid International, Sabre Foundation*.

## Anexo I

Este anexo tem por objetivo apresentar as equações e matrizes utilizadas para a dedução do elemento finito adotado no *software* Ansys® APDL™. A Equação 1 apresenta o deslocamento nodal em função do sistema natural de coordenadas e dos parâmetros “a”.

$$u(x) = \langle 1 \quad \xi \quad \eta \quad \zeta \quad \xi\eta \quad \xi\zeta \quad \eta\zeta \quad \xi\eta\zeta \quad \xi^2 \quad \eta^2 \quad \zeta^2 \quad \xi^2\eta \quad \xi^2\zeta \quad \eta^2\xi \quad \eta^2\zeta \quad \zeta^2\xi \quad \zeta^2\eta \quad \xi^2\eta\zeta \quad \eta^2\xi\zeta \quad \zeta^2\xi\eta \rangle \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{14} \\ a_{15} \\ a_{16} \\ a_{17} \\ a_{18} \\ a_{19} \end{Bmatrix} \quad (1)$$

**Tabela A1** – Coordenadas naturais para cada nó presentes no elemento finito.

<b>Nó</b>	<b><math>\xi</math></b>	<b><math>\eta</math></b>	<b><math>\zeta</math></b>
$u_I$	1	-1	-1
$u_J$	1	1	-1
$u_K$	-1	1	-1
$u_L$	-1	-1	-1
$u_M$	1	-1	1
$u_N$	1	1	1
$u_O$	-1	1	1
$u_P$	-1	-1	1
$u_Q$	1	0	-1
$u_R$	0	1	-1
$u_S$	-1	0	-1
$u_T$	0	-1	-1
$u_U$	1	0	1
$u_V$	0	1	1
$u_W$	-1	0	1
$u_X$	0	-1	1
$u_F$	1	-1	0
$u_Z$	1	1	0
$u_A$	-1	1	0
$u_B$	-1	-1	0

**Tabela A2 – Aplicação das coordenadas naturais nos parâmetros “a”.**

1	1	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1	1	-1	-1	-1	1
1	1	1	-1	1	-1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	-1	-1
1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	-1
1	-1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	1	1	1
1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	1	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	1	-1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1
1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	1	1	-1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	-1
1	1	0	-1	0	-1	0	0	1	0	1	0	-1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	-1	0	0	-1	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	1	0	0	0
1	-1	0	-1	0	1	0	0	1	0	1	0	-1	0	0	-1	0	0	0	0
1	0	-1	-1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	-1	0	-1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
1	-1	0	1	0	-1	0	0	1	0	1	0	1	0	0	-1	0	0	0	0
1	0	-1	1	0	0	-1	0	0	1	1	0	0	0	1	0	-1	0	0	0
1	1	-1	0	-1	0	0	0	1	1	0	-1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0
1	-1	1	0	-1	0	0	0	1	1	0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0
1	-1	-1	0	1	0	0	0	1	1	0	-1	0	-1	0	0	0	0	0	0

**Tabela A3** – Valores das funções de interpolação encontradas.

- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	1/4
- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	1/4	1/4	- 1/4	- 1/4
1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	0	1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	- 1/4	- 1/4	1/4	1/4	- 1/4
1/8	1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4	1/4	1/4	1/4	1/4	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	- 1/4	1/4	- 1/4	1/4
0	0	0	0	0	0	0	0	- 1/4	0	1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	- 1/4	0	1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	0	0	0
1/8	- 1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	- 1/8	1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	0	- 1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	0	0	0
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	- 1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	0	0	0	0
1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	- 1/4	- 1/4	- 1/4	- 1/4
- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	0	- 1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	0	0	0
- 1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	0	1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	0	0	0
1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	0	0	0	0
- 1/8	- 1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	1/4	0	1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	0	0	0	0
1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	- 1/4	- 1/4	1/4	1/4
- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	- 1/4	- 1/4	1/4
- 1/8	1/8	- 1/8	1/8	- 1/8	1/8	- 1/8	1/8	0	0	0	0	0	0	0	0	1/4	- 1/4	1/4	- 1/4
- 1/8	- 1/8	1/8	1/8	1/8	1/8	- 1/8	- 1/8	1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	0	0	0	0
1/8	- 1/8	- 1/8	1/8	- 1/8	1/8	1/8	- 1/8	0	1/4	0	- 1/4	0	- 1/4	0	1/4	0	0	0	0

**Tabela A4** – Valores dos coeficientes “a” a serem substituídos na equação do movimento.

<b>Coeficiente</b>	<b>Valor</b>
$a_0$	$-\frac{((\eta - 1)(\xi + 1)(\zeta - 1)(\eta - \xi + \zeta + 2))}{8}$
$a_1$	$-\frac{((\eta + 1)(\xi + 1)(\zeta - 1)(\eta + \xi - \zeta - 2))}{8}$
$a_2$	$-\frac{((\eta + 1)(\xi - 1)(\zeta - 1)(-\eta + \xi + \zeta + 2))}{8}$
$a_3$	$\frac{((\eta - 1)(\xi - 1)(\zeta - 1)(\eta + \xi + \zeta + 2))}{8}$
$a_4$	$\frac{((\eta - 1)(\xi + 1)(\zeta + 1)(\eta - \xi - \zeta + 2))}{8}$
$a_5$	$\frac{((\eta + 1)(\xi + 1)(\zeta + 1)(\eta + \xi + \zeta - 2))}{8}$
$a_6$	$-\frac{((\eta + 1)(\xi - 1)(\zeta + 1)(\eta - \xi + \zeta - 2))}{8}$
$a_7$	$-\frac{((\eta - 1)(\xi - 1)(\zeta + 1)(\eta + \xi - \zeta + 2))}{8}$
$a_8$	$\frac{((\eta^2 - 1)(\xi + 1)(\zeta - 1))}{4}$
$a_9$	$\frac{((\xi^2 - 1)(\eta + 1)(\zeta - 1))}{4}$
$a_{10}$	$-\frac{((\eta^2 - 1)(\xi - 1)(\zeta - 1))}{4}$
$a_{11}$	$-\frac{((\xi^2 - 1)(\eta - 1)(\zeta - 1))}{4}$
$a_{12}$	$-\frac{((\eta^2 - 1)(\xi + 1)(\zeta + 1))}{4}$
$a_{13}$	$-\frac{((\xi^2 - 1)(\eta + 1)(\zeta + 1))}{4}$
$a_{14}$	$\frac{((\eta^2 - 1)(\xi - 1)(\zeta + 1))}{4}$
$a_{15}$	$\frac{((\xi^2 - 1)(\eta - 1)(\zeta + 1))}{4}$
$a_{16}$	$\frac{((\zeta^2 - 1)(\eta - 1)(\xi + 1))}{4}$
$a_{17}$	$-\frac{((\zeta^2 - 1)(\eta + 1)(\xi + 1))}{4}$
$a_{18}$	$\frac{((\zeta^2 - 1)(\eta + 1)(\xi - 1))}{4}$
$a_{19}$	$-\frac{((\zeta^2 - 1)(\eta - 1)(\xi - 1))}{4}$

## ANEXO II

Neste anexo inclui-se a dedução das equações partindo da temperatura do material utilizadas para a atualização das propriedades cíclicas tendo como base a tensão do mesmo.

$$M_s(N) = M_s(0) + \alpha_{Ms}\{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (1)$$

$$\sigma_{Ms} = C_M (T - M_s) \rightarrow M_s = T - \frac{\sigma_{Ms}}{C_M} \quad (2)$$

$$T - \frac{\sigma_{Ms}(N)}{C_M} = T - \frac{\sigma_{Ms}(0)}{C_M} + \alpha_{Ms} \{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (3)$$

$$\frac{\sigma_{Ms}(0)}{C_M} - \frac{\sigma_{Ms}(N)}{C_M} = \alpha_{Ms} \{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (4)$$

$$\sigma_{Ms}(0) - \sigma_{Ms}(N) = C_M \alpha_{Ms} \{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (5)$$

$$C_M \alpha_{Ms} = \gamma_{Ms} \quad (6)$$

$$\sigma_{Ms}(N) = \sigma_{Ms}(0) - \gamma_{Ms} \{1 - e^{-\beta_{Ms}N}\} \quad (7)$$

$$M_f(N) = M_f(0) + \alpha_{Mf}\{1 - e^{-\beta_{Mf}N}\} \quad (8)$$

$$\sigma_{Mf} = C_M (T - M_f) \rightarrow M_f = T - \frac{\sigma_{Mf}}{C_M} \quad (9)$$

$$T - \frac{\sigma_{Mf}(N)}{C_M} = T - \frac{\sigma_{Mf}(0)}{C_M} + \alpha_{Mf} \{1 - e^{-\beta_{Mf}N}\} \quad (10)$$

$$\frac{\sigma_{Mf}(0)}{C_M} - \frac{\sigma_{Mf}(N)}{C_M} = \alpha_{Mf} \{1 - e^{-\beta_{Mf}N}\} \quad (11)$$

$$\sigma_{Mf}(0) - \sigma_{Mf}(N) = C_M \alpha_{Mf} \{1 - e^{-\beta_{Mf}N}\} \quad (12)$$

$$C_M \alpha_{Mf} = \gamma_{Mf} \quad (13)$$

$$\sigma_{Mf}(N) = \sigma_{Mf}(0) - \gamma_{Mf} \{1 - e^{-\beta_{Mf} N}\} \quad (14)$$

$$A_s(N) = A_s(0) + \alpha_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (15)$$

$$\sigma_{As} = C_A (T - A_s) \rightarrow A_s = T - \frac{\sigma_{As}}{C_A} \quad (16)$$

$$T - \frac{\sigma_{As}(N)}{C_A} = T - \frac{\sigma_{As}(0)}{C_A} + \alpha_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (17)$$

$$\frac{\sigma_{As}(0)}{C_A} - \frac{\sigma_{As}(N)}{C_A} = \alpha_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (18)$$

$$\sigma_{As}(0) - \sigma_{As}(N) = C_A \alpha_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (19)$$

$$C_A \alpha_{As} = \gamma_{As} \quad (20)$$

$$\sigma_{As}(N) = \sigma_{As}(0) - \gamma_{As} \{1 - e^{-\beta_{As} N}\} \quad (21)$$

$$A_f(N) = A_f(0) + \alpha_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (22)$$

$$\sigma_{Af} = C_A (T - A_f) \rightarrow A_f = T - \frac{\sigma_{Af}}{C_A} \quad (23)$$

$$T - \frac{\sigma_{Af}(N)}{C_A} = T - \frac{\sigma_{Af}(0)}{C_A} + \alpha_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (24)$$

$$\frac{\sigma_{Af}(0)}{C_A} - \frac{\sigma_{Af}(N)}{C_A} = \alpha_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (25)$$

$$\sigma_{Af}(0) - \sigma_{Af}(N) = C_A \alpha_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (26)$$

$$C_A \alpha_{Af} = \gamma_{Af} \quad (27)$$

$$\sigma_{Af}(N) = \sigma_{Af}(0) - \gamma_{Af} \{1 - e^{-\beta_{Af} N}\} \quad (28)$$

## Anexo III

Neste anexo encontra-se a figura referente a configuração do material no software SolidWorks®.

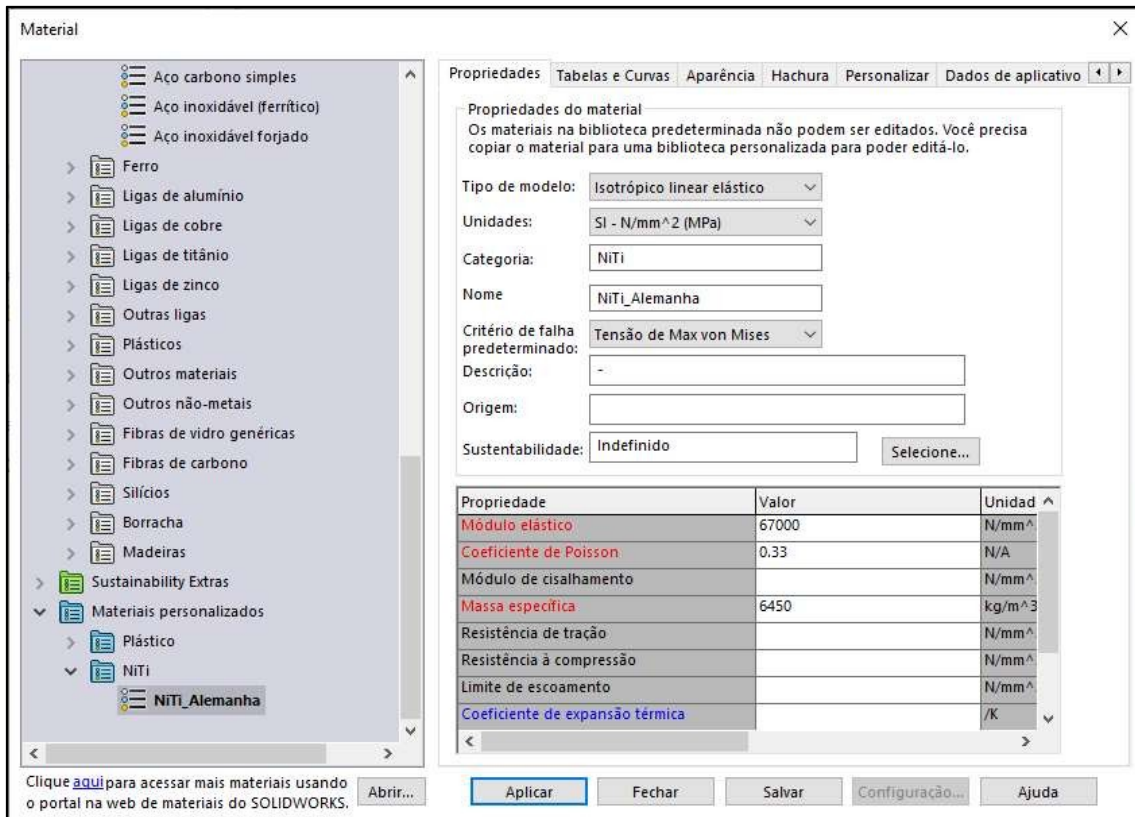


Figura A1 – Propriedades do material utilizado para análise modal.

## Anexo IV

O Anexo IV apresenta o algoritmo desenvolvido para o software Matlab<sup>®</sup> que possibilita a interface com o Ansys<sup>®</sup> APDL<sup>™</sup> através de equações dinâmicas e considerações para o comportamento do material quando submetido a cargas desta natureza.

O código está configurado para as propriedades e características dos ensaios cíclicos apresentados na dissertação levando em consideração a atualização dos parâmetros por tensão. Vale-se ressaltar que a simples alteração dos comandos comentados do código e das propriedades de entrada permite a simulação de comportamento quasi-estáticos e dinâmicos como os apresentados.

```
%% Algoritmo para Simulações no Ansys APDL

close all force
clear all
clc

tic

%% Parâmetros do sistema
sigmaSbrinson = 100 % [MPa] Tensões utilizadas de acordo com as
equações de Brinson
sigmaFbrinson = 170 % [MPa]
graph = 0;
m = 0.1; % [kg]
r = 0.25e-3; % [m]
A = pi*r^2; % [m^2]
L = 50e-3; % [m]
Linicial = L;
verify = 1;
i = 1;
T = 25; % [°C]
x0(i) = input('Digite o deslocamento inicial: '); % [m]
v0(i) = input('Digite a velocidade inicial: '); % [m/s^2]
quantidade = input('Quantidade de semiciclos a serem simulados: ');
DeslNmm = x0(i)*10^3;
DeslNmmI = DeslNmm;
oldNode = 'NSEL,R,LOC,Z,50'; % Localização da extremidade para
obtenção dos dados de tensão e deformação
oldDim = 'CYL4,0,0,0.25, , , ,50'; % Modelo geométrico no ciclo
inicial
poisson = 0.33; % Propriedade do material
residualStrain = 0;
transfRange = 0.0646; % Propriedade do material
precisionD = 6; % Precisão para substituição dos valores no script
precisionC = 8; % Precisão para substituição dos valores no script
```

```

%% Coeficientes para atualização das propriedades cíclicas
alphaP = 3.65; % [%]
betaP = 0.1654; % [Adimensional]
alphaM = 38; % [K]
betaM = 0.05; % [Adimensional]
alphaA = 18; % [K]
betaA = 0.05; % [Adimensional]
gamaSAS = 198.5; %[MPa]
gamaFAS = 80.1; %[MPa]
gamaSSA = -101.9; %[MPa]
gamaFSA = 90.8; %[MPa]
betaSAS = 0.2112; % [Adimensional]
betaFAS = 0.6174; % [Adimensional]
betaSSA = 0.0208; % [Adimensional]
betaFSA = 0.3560; % [Adimensional]

%% Temperaturas características da LMF
%Ms0 = 18.4; % [°C]
%Mf0 = 9; % [°C]
%As0 = 34.5; % [°C]
%Af0 = 49; % [°C]
%CM = 8; % [MPa/°C]
%CA = 13.8; % [MPa/°C]

MsC = 273 + Ms0; % [K]
Ms(i) = MsC;
MfC = 273 + Mf0; % [K]
Mf(i) = MfC;
AsC = 273 + As0; % [K]
As(i) = AsC;
AfC = 273 + Af0; % [K]
Af(i) = AfC;

%% Transformação das temperaturas em tensões pelas equações de Brinson
% sigmaSAS0 = CM * (T - Ms0) + sigmaSbrinson;
% sigmaFAS0 = CM * (T - Ms0) + sigmaFbrinson;
% sigmaSSA0 = CA * (T - As0);
% sigmaFSA0 = CA * (T - Af0);

%% Tensões características iniciais
sigmaSAS0 = 513.2; %[MPa]
sigmaFAS0 = 523.5; %[MPa]
sigmaSSA0 = 245.3; %[MPa]
sigmaFSA0 = 208.9; %[MPa]

%% Para simulação com as temperaturas características, comentar a
definição direta das tensões a seguir e remover o setup de temperatura
dos comentários

oldTemp =
strcat('TBDATA,,',num2str(sigmaSAS0,precisionD),',',num2str(sigmaFAS0,
precisionD),',',num2str(sigmaSSA0,precisionD),',',num2str(sigmaFSA0,pr
ecisionD),',',num2str(transfRange,precisionD));

while verify == 1

```

```

i
close all force
system('SET KMP_STACKSIZE=4096k & "C:\Program Files\ANSYS Inc\AN-
SYS Student\v192\ansys\bin\winx64\ANSYS192.exe" -dis -np 4 -b -i
"apdl.txt" -o "output.txt" ')
pathStrainCreep = 'C:\Users\jean_\Desktop\APDL\StrainCreep.csv';
[SS] = csvread(pathStrainCreep,1,0);
StrainCreep = SS(:,2);
pathStrainThermal = 'C:\Users\jean_\Desktop\APDL\StrainTher-
mal.csv';
[SS] = csvread(pathStrainThermal,1,0);
StrainThermal = SS(:,2);
pathStrainElastic = 'C:\Users\jean_\Desktop\APDL\StrainElas-
tic.csv';
[SS] = csvread(pathStrainElastic,1,0);
StrainElastic = SS(:,2);
pathStrainPlastic = 'C:\Users\jean_\Desktop\APDL\Strain-
Plastic.csv';
[SS] = csvread(pathStrainPlastic,1,0);
StrainPlastic = SS(:,2);
Strain = StrainCreep + StrainThermal + StrainElastic + Strain-
Plastic;
% Strain = Strain + residualStrain; %residual strain
DataStrain(:,i) = Strain;
Desl = Strain*L;
DataDesl(:,i) = Desl;

pathStress = 'C:\Users\jean_\Desktop\APDL\Stress.csv';
[SS] = csvread(pathStress,1,0);
Stress = SS(:,2)*10^6;

DataStress(:,i) = Stress;
Force = Stress*A;
DataForce(:,i) = Force;
delta_W(i) = trapz(Desl,Force);
[DeslM,indice] = max(Desl);
[StrainM,indiceS] = max(Strain);
h(i) = delta_W(i)/(pi*max(Desl)^2);
E(i) = Stress(indiceS)/StrainM; % [N/m] Aproximação do módulo de
elasticidade
k(i) = (E(i)*A)/L; % Cálculo do módulo de rigidez
% Parâmetros para equa es de vibra o
beta(i) = h(i)/k(i);
ceq(i) = beta(i)*sqrt(k(i)*m);
cc(i) = 2*sqrt(k(i)*m);
qsi(i) = ceq(i)/cc(i);
wn(i) = sqrt(k(i)/m);
wd(i) = sqrt(1-qsi(i)^2)*wn(i);

tempo_stop = pi/wd(i);
delta_t = tempo_stop/100;

tempo = [0:delta_t:tempo_stop];
x = exp(-qsi(i)*wn(i)*tempo).*(x0(i)*cos(wd(i)*tempo));
minimo(i) = min(x);
maximo(i) = max(x);
if abs(minimo(i)) < abs(maximo(i))

```

```

        [DeslN, indice] = min(x);
else
        [DeslN, indice] = max(x);
end

figure()
if i == 1
    graph = [x(1:indice)];
else
    graph = [graph(1:end-1) x(1:indice)];
end

Total_DeslN(i) = DeslN;
x0(i+1) = DeslN;

% Transferência dos dados de simulação para a unidade HDD de
armazenamento
pathSCycle = strcat('Semiciclo', num2str(i));
mkdir('D:\APDL\', pathSCycle);
pathmove = strcat('D:\APDL\', pathSCycle);
movefile('*.csv', pathmove)
movefile('*.gui', pathmove)
movefile('file.*', pathmove)
movefile('cicloSMA*', pathmove)
copyfile('*.txt', pathmove, 'f')

% Atualização das temperaturas características
Ms(i) = MsC + alphaM * (1 - exp(-betaM * i));
Mf(i) = MfC + alphaM * (1 - exp(-betaM * i));
As(i) = AsC + alphaA * (1 - exp(-betaA * i));
Af(i) = AfC + alphaA * (1 - exp(-betaA * i));

MsEC(i) = Ms(i) - 273;
MfEC(i) = Mf(i) - 273;
AsEC(i) = As(i) - 273;
AfEC(i) = Af(i) - 273;

%      sigmaSAS(i) = CM * (T - MsEC(i)) + 100;
%      sigmaFAS(i) = CM * (T - MsEC(i)) + 170;
%      sigmaSSA(i) = CA * (T - AsEC(i));
%      sigmaFSA(i) = CA * (T - AfEC(i));

sigmaSAS(i) = sigmaSAS0 - gamaSAS*(1-exp(-betaSAS*i));
sigmaFAS(i) = sigmaFAS0 - gamaFAS*(1-exp(-betaFAS*i));
sigmaSSA(i) = sigmaSSA0 - gamaSSA*(1-exp(-betaSSA*i));
sigmaFSA(i) = sigmaFSA0 - gamaFSA*(1-exp(-betaFSA*i));

% Para simulação com temperaturas características, comentar a
definição envolvendo diretamente as tensões e descomentar as
atualizações referentes a temperatura

% Atualização das dimensões
epsilonP = alphaP*(1-exp(-betaP*i))/100;
epsilonXY = -poisson*epsilonP;
residualStrain = epsilonP;

```

```

        comprimento = Linicial*(1+epsilonP);
        raio = r*(1+epsilonXY);
% Residual Strain
        newDim = strcat('CYL4,0,0,',num2str(raio*10^3,precisionC),' , , ,
, ',num2str(comprimento*10^3,precisionC));
        newNode =
strcat('NSEL,R,LOC,Z,',num2str(comprimento*10^3,precisionC));
% Atualização do script
        fid = fopen('apdl.txt','r');
        f = fread(fid);
        fclose(fid);
        f = strrep(f,oldDim,newDim);
        f = strrep(f,oldNode,newNode);
        fid = fopen('apdl.txt','w');
        fprintf(fid,'%s',f);
        fclose(fid);

        oldDim = newDim;
        oldNode = newNode;

        L = comprimento;

        transfRangeUp = transfRange - residualStrain;
        newTemp =
strcat('TBDATA,,',num2str(sigmaSAS(i),precisionD),',',num2str(sigmaFAS
(i),precisionD),',',num2str(sigmaSSA(i),precisionD),',',num2str(sigmaF
SA(i),precisionD),',',num2str(transfRangeUp),',0');

% Atualização do script
        fid = fopen('apdl.txt','r');
        f = fread(fid);
        fclose(fid);
        f = strrep(f,oldTemp,newTemp);
        fid = fopen('apdl.txt','w');
        fprintf(fid,'%s',f);
        fclose(fid);

        oldTemp = newTemp;

%       DeslNmm = abs(DeslN*10^3);
        oldDesl = strcat('DA,P51X,UZ,',num2str(DeslNmm,precisionD),'!De-
sl');
        DeslNmm = DeslNmmI - (L - Linicial)*10^3;
        newDesl =
strcat('DA,P51X,UZ,',num2str(DeslNmm,precisionD),'!Desl');
% Atualização do script
        fid = fopen('apdl.txt','r');
        f = fread(fid);
        fclose(fid);
        f = strrep(f,oldDesl,newDesl);
        fid = fopen('apdl.txt','w');
        fprintf(fid,'%s',f);
        fclose(fid);
        figure()
        plot(DataStrain,DataStress)
        if i == quantidade
            verify = 0;

```

```
    end
    i = i + 1;
    toc
end
close all force
DeslN(end)
figure()
plot(graph)
elapsedtime = toc
save workspace
movefile('workspace.mat',pathmove)
```

## Anexo V

O anexo V fornece o script utilizado para realizar as simulações utilizando o software comercial Ansys® APDL™, tendo como dados de entrada as propriedades do material e características do sistema dinâmico para o ciclo inicial.

O código está configurado de forma a simular o primeiro ciclo do ensaio realizado, sendo que em conjunto do Matlab® a evolução temporal dá-se de maneira automática, entretanto o mesmo pode ser alterado manualmente.

```
/FILNAME,CicloSMA,0
/TITLE,CicloSMA
/CWD,'E:\Codes\APDL'
SAVE
/PREP7 ! Preprocessador
!Cilindro para simulação
CYL4,0,0,0.25, , , ,50 !Modelo geométrico
ET,1,SOLID186 ! Tipo de elemento: Solid 186
!*
MPTEMP,1,25 !Temperatura referente as outras propriedades
MPDATA,EX,1,,39000 ! Módulo de Elasticidade
MPDATA,PRXY,1,,0.33 !Coeficiente de Poisson
TB,SMA,1,1,6, ! Liga com memória de forma
TBTEMP,25 !Temperatura da liga
TBDATA,,513.2,523.5,245.3,208.9,0.0646,0,0,0,0 ! Propriedades
características da liga

!*
SMRT,1 !Definição da malha
CM,_Y,VOLU
VSEL, , , , 1
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
VSWEEP,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1 ! Seleciona a área para aplicar o engaste
FITEM,2,1
!*
/GO
DA,P51X,ALL,0 ! Engaste na base
!*
ANTYPE,4 ! Tipo de análise - Transiente
!*
TRNOPT,FULL ! Parâmetros da análise
```

```

LUMPM,0
!*
FLST,2,1,5,ORDE,1 ! Selecciona a área para aplicar o deslocamento
FITEM,2,2
!*
DA,P51X,UZ,0
!*
FINISH
/SOL
ANTYPE,4
NLGEOM,1
DELTIM,0.01,0.005,0.01
OUTRES,ERASE
OUTRES,ALL,ALL
LNSRCH,1
NEQIT,1000
TIME,1
TINTP,QUAS
LSWRITE,1, ! Primero script
!*
FINISH
/PREP7
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
DADELE,P51X,ALL
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
/GO
DA,P51X,UZ,4.5!Desl
FINISH
/SOL
TIME,21
TRNOPT,,,,,,,,NMK
LSWRITE,2, ! Segundo script
!*
FINISH
/PREP7
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
DADELE,P51X,ALL
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,2
/GO
DA,P51X,UZ,0
FINISH
/SOL
TIME,41
TRNOPT,,,,,,,,NMK
LSWRITE,3,
!*
LSSOLVE,1,3,1,
!*
FINISH
/POST26
NUMVAR,200
FILLDATA,191,,,,,1,1
REALVAR,191,191
!*

```

```

NSLE,S,CORNER
NSEL,R,LOC,X,-0.25,0.25
NSEL,R,LOC,Y,-0.25,0.25
NSEL,R,LOC,Z,50
*get,nbr_nodes,node,0,count
*dim,nodes_array,array,nbr_nodes
SelNode = 0
*do,i,1,nbr_nodes
    node_a = ndnext(SelNode)!NDNEXT(N)
    nodes_array(i) = node_a
    SelNode = node_a
*enddo
FORCE,TOTAL
ANSOL,2,nodes_array(1),S,EQV,SEQV_2
STORE,MERGE
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,410,1
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
/OUTPUT,'Stress','csv','C:/Users/jean_/Desktop/APDL'
*VWRITE,'TIME','SEQV_2'
%C,%C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1)
%G,%G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
FORCE,TOTAL
ANSOL,3,nodes_array(1),EPEL,EQV,EPELEQV_3
STORE,MERGE
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,410,1
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),3
/OUTPUT,'StrainElastic','csv','C:/Users/jean_/Desktop/APDL'
*VWRITE,'TIME','EPELEQV_3'
%C,%C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1)
%G,%G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
FORCE,TOTAL
ANSOL,4,nodes_array(1),EPPL,EQV,EPPLEQV_4
STORE,MERGE
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,410,1
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),4
/OUTPUT,'StrainPlastic','csv','C:/Users/jean_/Desktop/APDL'
*VWRITE,'TIME','EPPLEQV_4'
%C,%C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1)
%G,%G
/OUTPUT,TERM

```

```

*END
/INPUT,scratch,gui
FORCE,TOTAL
ANSOL,5,nodes_array(1),EPCR,EQV,EPCREQV_5
STORE,MERGE
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,410,1
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),5
/OUTPUT,'StrainCreep','csv','C:/Users/jean_/Desktop/APDL'
*VWRITE,'TIME','EPCREQV_5'
%C, %C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1)
%G, %G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
FORCE,TOTAL
ANSOL,6,nodes_array(1),EPTH,EQV,EPTHEQV_6
STORE,MERGE
*CREATE,scratch,gui
*DEL,_P26_EXPORT
*DIM,_P26_EXPORT,TABLE,410,1
VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
VGET,_P26_EXPORT(1,1),6
/OUTPUT,'StrainThermal','csv','C:/Users/jean_/Desktop/APDL'
*VWRITE,'TIME','EPTHEQV_6'
%C, %C
*VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT(1,1)
%G, %G
/OUTPUT,TERM
*END
/INPUT,scratch,gui
SAVE

```