INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

Escola Superior de Educação

RELATÓRIO DA PRÁTICA DE ENSINO SUPERVISIONADO

JULIETA DA CONCEIÇÃO MATEUS FERREIRA

Professora do 1º ciclo

Relatório de Estágio apresentado à Escola Superior de Educação de Bragança para a obtenção do Grau de Mestre em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico

Orientador: Mestre Carlos Alberto Lopes

Ano: 2010

Agradecimentos

À minha família pelo apoio, paciência, compreensão, disponibilidade e ajuda.

Ao orientador Mestre Carlos Lopes, pela orientação do trabalho, pelo tempo que disponibilizou e pela compreensão.

Aos professores da ESE que ajudaram e tornaram possível a realização deste trabalho.

À professora Maria Emília Pires por ter permitido a realização do trabalho com a turma.

Resumo

Com este trabalho, pretendeu-se saber se os alunos melhoram o gosto e o desempenho na área da Matemática, tendo em conta as principais finalidades do seu ensino, centrado em processos matemáticos transversais.

Este estudo foi implementado numa turma de dez alunos do terceiro ano de escolaridade, numa escola pertencente ao Agrupamento de Escolas Augusto Moreno em Bragança.

Antes de ser feita qualquer intervenção por parte do professor, os alunos resolveram quatro problemas, a partir dos quais foram analisadas as competências no que concerne à resolução, comunicação e raciocínio matemático.

Estes revelaram uma enorme dificuldade na interpretação dos problemas, na escolha de estratégias e no raciocínio, e ainda mais, na comunicação matemática.

Seguidamente, foram rigorosamente seleccionados problemas para serem resolvidos em contexto de sala de aula, seguindo metodologias que permitissem o desenvolvimento dessas competências pelos alunos. Procurou-se dar destaque a processos matemáticos facilitadores do envolvimento dos alunos em experiências de aprendizagem diversificadas e significativas. Estas proporcionaram uma visão global e uma aprendizagem baseada na compreensão de estratégias, desenvolvimento do raciocínio e comunicação matemática. Durante este processo, deu-se importância à aprendizagem cooperativa, permitindo o envolvimento de todos os alunos. Foi evidente um empenho progressivo na realização das tarefas.

Finalmente foram resolvidos os mesmos problemas do pré-teste pelos mesmos alunos, notando-se uma melhoria muito significativa, não só nas aprendizagens mas também no empenho revelado.

Abstract

In this paper, we aim to know if the students improve their liking and performances in the mathematical area, taking into account the main purposes of teaching which is centered in transversal mathematical processes.

This study was implemented in a class composed by ten students, in their third grade, in a school of Augusto Moreno School Group, in Bragança.

The students solved four problems before any intervention of the researcher which were used to analyze their competences regarding problem solving, communication and mathematical reasoning.

They revealed an enormous difficulty on the interpretation of the problems, on the choice of strategy and on reasoning. The difficulty resulted even bigger in the mathematical communication.

Thereafter, several problems were strictly selected to be solved in the classroom context, following methodologies that enable the development of these competences by the students. Mathematical processes that make easier the involvement of the students on diversified and significant learning experiences were emphasized. These latter provided global vision as well as learning based on strategy understanding, reasoning development and mathematical communication. Along this process, cooperative learning was highlighted, enabling the involvement of all the students. Their progressive commitment on tasks was obvious.

Finally, the initial problems were newly solved by the same students, noting a significant improvement not only on learning but also on the endeavor.

Índice

Índice de figuras

Índice de tabelas

INTRODUÇÃO

No já longo período da prática docente, nunca foi possível, até ao momento, leccionar a mesma turma durante dois anos seguidos, ou seja nunca se pode desenvolver um trabalho do qual se pudesse concluir, com precisão, acerca de métodos ou estratégias aplicadas. Estas não surtem frutos a curto prazo e se sim, são de certa forma, inconclusivos.

Em Portugal, a partir dos finais da década de 80, os currículos do Ensino Básico e Secundário começaram a dar primazia e importância à resolução de problemas. Todavia, o que se verifica é que os alunos portugueses continuam a apresentam resultados que ficam aquém do que seria de esperar na resolução de problemas. Apesar das orientações dos documentos oficiais, continua a haver um desfasamento entre o currículo prescrito e o currículo em prática, no contexto da sala de aula.

Questionando-se sobre os indicadores que parecem sempre apontar o declínio da Escola e da Educação ao longo dos tempos no nosso país, Nóvoa (2005) refere genericamente os dados que nos "inquietam" para finalmente referir os conjuntos de indicadores que surgem mais frequentemente para ilustrar esse nosso "atraso educacional".

O professor deve estar em constante formação para poder acompanhar a evolução e as mudanças na sociedade. O novo Programa da Matemática já está a ser implementado em algumas escolas e brevemente sê-lo-á em todas.

Historicamente a sociedade criou escolas para transmitir aspectos da cultura aos jovens e fornecer aos alunos uma oportunidade de auto-realização ou criar-lhes condições para que eles a possam ter. Se não é dada a oportunidade a todos os alunos de aprender a Matemática preconizada no Currículo, corremos o risco de criar uma elite intelectual e uma sociedade polarizada (NTCM, 1991).

As mudanças na sociedade têm sido muitas, por isso transformou também não só os aspectos da Matemática que há a transmitir aos alunos como os conceitos e processos que eles devem dominar.

Do acima descrito resultou na necessidade de inscrição no Mestrado de Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico. O presente relatório surgiu no âmbito da Unidade Curricular

Prática de Ensino Supervisionada. A prática profissional desenvolveu-se numa escola do 1.º ciclo do Agrupamento de Escolas Augusto Moreno em Bragança. Pretendeu-se mudar a forma como se encara a Matemática influenciando o modo como esta é ensinada, pois hoje sabemos que, como referem Matos e Serrazina (1996),

> *a educação Matemática deve contribuir para uma cidadania responsável, ajudando os alunos a tornarem-se indivíduos não dominados, pelo contrário, independentes – no sentido de competentes, críticos, confiantes e criativos – nos aspectos essenciais em que a vida se relaciona com a Matemática.* (p.19)

Para cumprir estes propósitos é fundamental desenvolver experiências diversificadas em contextos de aprendizagem ricos e variados, favoráveis ao desenvolvimento de capacidades e hábitos de natureza cognitiva, afectiva e social, estimulando-lhes a curiosidade, a atitude crítica, a autoconfiança, o gosto de organizar raciocínios e de comunicar. Assim, o presente estudo tem os seguintes objectivos:

1- Desenvolver capacidades transversais como a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemáticas;

2- Criar nos alunos a motivação para identificar, formular e resolver problemas com autonomia, ajudando a melhorar a sua formação e desempenho nos respectivos campos de intervenção;

3- Compreender a influência de um ambiente de trabalho de âmbito construtivista na melhoria da relação dos alunos com a disciplina de Matemática, procurando recuperar a sua imagem como uma forma de pensar e de estar (enfatizando o processo de construção de conhecimento) e não apenas como um conjunto de procedimentos a memorizar;

4- Melhorar a qualidade do sucesso educativo na área da Matemática, em particular, e a aproximação da Escola às exigências e desafios de um mundo onde a autonomia e a competência de pensar criativa e criticamente e de formular e resolver problemas, sustentadas num conhecimento sólido e interiorizado, se tornam indispensáveis ao exercício da cidadania.

Para desenvolver estes objectivos procedeu-se de forma gradual. Com o objectivo de analisar as suas competências e verificar as lacunas eventualmente existentes, os alunos resolveram problemas, organizados num pré-teste.

Durante o tempo previsto para a realização do estudo foram resolvidos problemas em contexto de sala de aula, visando o desenvolvimento das competências em estudo.

Pretendeu-se que os alunos compreendessem os diversos conceitos, não de uma forma mecânica, mas que os dominassem de uma forma operacional, de modo a activá-los em diversos contextos. Procurou-se gerir a sala de aula numa perspectiva construtivista, tornando o aluno participante activo em vez de um receptor passivo. Procedeu-se a esta tarefa utilizando materiais facilitadores da formação de conceitos. Criaram-se situações favoráveis ao desenvolvimento do pensamento abstracto, ligando a Matemática ao real. Numa abordagem virada para a resolução de problemas utilizando conceitos matemáticos ligados a exemplos concretos, procurou-se desenvolver nos alunos a interiorização de uma cultura matemática susceptível de aplicação na vida diária.

Os resultados obtidos na resolução dos problemas (pós-teste) foram analisados e serviram para comparar e verificar se as estratégias desenvolvidas surtiram efeito.

Passa-se a descrever a estrutura com que este relatório foi organizado. No capítulo I aborda-se a contextualização da prática profissional, fazendo referência à caracterização da turma, da escola / meio envolvente e alusão ao Projecto Educativo do Agrupamento.

A revisão de literatura é feita no capítulo II para fundamentação das opções educativas. Centra-se na resolução de problemas, fazendo referência ao Currículo Nacional do Ensino Básico (ME-DEB, 2001) e ao Programa de Matemática do Ensino Básico (2008), passando pela opinião de diferentes autores sobre resolução de problemas e apresentam-se modelos/etapas, tipos de problemas e estratégias de resolução. Aborda-se ainda o Raciocínio Matemático sublinhado pelas actuais tendências curriculares, bem como a Comunicação Matemática enquanto meio facilitador de aprendizagens significativas. É feita uma abordagem ao que deve ser o trabalho do professor em contexto de sala de aula e à importância das novas tecnologias, imprescindíveis à prática docente actual.

O capítulo III diz respeito ao desenvolvimento da prática profissional. Fala-se sobre a motivação que levou ao desenvolvimento deste trabalho. Além do gosto pela área, o surgir do novo Programa da Matemática, motivou ainda mais o envolvimento neste desafio. Aborda-se a pertinência deste tipo de investigação, faz-se referência à metodologia utilizada no trabalho e é definido o problema em estudo. Alude-se ao tipo de estudo implementado, aos participantes e finalmente aos instrumentos de colheita de dados.

As estratégias utilizadas são relatadas no capítulo IV. Apresentam-se e descrevem-se os elementos (problemas) que serviram de base ao estudo. Relatam-se algumas sessões especificando as competências que foram desenvolvidas.

O capítulo V mostra a análise dos dados recolhidos através de uma tabela, a partir da qual foram elaborados gráficos. Só a tabela referente à análise do problema um, é apresentada. Todos os gráficos relativos ao problema em análise fazem parte de uma figura. Faz parte do mesmo capítulo a comparação dos dados relativos ao pré e pós-teste através dos gráficos contidos na figura. É feita também uma triangulação de dados para fundamentar os resultados e dar resposta à questão que deu corpo ao trabalho.

As considerações finais estão referidas no capítulo VI, onde é feita uma abordagem global ao estudo, bem como feita referência às limitações do mesmo e sugestões para outros futuros estudos possíveis.

Capítulo I
CONTEXTUALIZAÇÃO DA PRÁTICA PROFISSIONAL

Em virtude de não ser titular de turma a prática profissional não teve um fio condutor linear. Não foi realizado o estágio por ser profissionalizada e já ter sido feito durante a formação inicial em 1986.

Inicialmente pretendeu-se desenvolver este trabalho, com uma turma de 1.º ano numa escola em que estavam a ser implementado o novo Programa de Matemática. Não foi possível devido à colocação da docente noutra escola.

Em consequência da nova colocação, em Fevereiro, deu-se início a este trabalho, com uma turma de 3.º ano cuja titular se mostrou disponível para facilitar a implementação do mesmo. Foi dada autorização pela direcção do Agrupamento (ver anexos A; B e C) permitindo que a área de Matemática fosse leccionada, pela docente que realizou o estudo.

Nesta escola havia dois professores titulares de turma, duas professoras de Educação Especial a trabalhar com alunos multi-deficientes, uma professora de Apoio Socioeducativo (duas vezes por semana), a professora que realiza o estudo com funções de apoio pedagógico. A tempo inteiro, trabalhava uma assistente operacional.

Cada uma das turmas era constituída por dois anos de escolaridade: 1.º e 2.º anos (treze alunos) e outra com 3.º e 4.º anos (vinte e dois alunos).

Para além das actividades lectivas curriculares, existiam as actividades de enriquecimento curricular frequentadas por todos os alunos.

1.1 Caracterização da turma

A turma, à qual pertenciam os alunos que participaram no estudo **(dez alunos do 3.º ano),** é constituída por vinte e dois alunos de 3.º e 4.ºanos. Dos doze alunos de 4.º ano três eram deficientes profundos (estes só faziam parte da turma para efeitos de socialização visto frequentarem uma UIE - Unidade de Intervenção Especializada).

Os alunos do 3.º ano eram cinco do sexo feminino e cinco do sexo masculino, um dos quais com uma retenção no 2.º ano. Dois dos alunos tinham sido alvo de um plano de recuperação e tinham apoio socioeducativo uma vez por semana. Eram alunos oriundos do meio urbano e rural. Destes alunos, quatro vivem só com um dos pais e um com a avó, os restantes têm uma família dita normal. Todos os dados foram facultados pela professora titular de turma.

Tabela 1: Caracterização socioeconómica dos Encarregados de Educação

	Profissão
3	Funcionários Públicos
3	Empregadas de limpeza
1	Empregada de balcão
1	Cozinheira
2	Domésticas

Conforme demonstra a tabela1 o nível socioeconómico dos encarregados de educação era médio baixo, só 3 tinham salários acima da média, 5 tinham emprego a tempo parcial e dois não trabalhavam.

Tabela 2: Grau académico dos Encarregados de Educação

Grau académico do Encarregado de Educação	
Licenciatura	2
12.º ano	1
9.º ano	2
4.º ano	2
Sem escolaridade	3

Pela análise da tabela 2 pode constatar-se que a formação académica dos Encarregados de Educação é, em média, bastante baixa. Alguns deles frequentavam cursos das Novas Oportunidades.

Tabela 3: Distância percorrida entre a residência e a escola e meio de transporte utilizado.

Número de alunos	Distância	Meio de transporte utilizado
3	<1km	A pé e automóvel
4	> 1km e < 3km	Automóvel ou STUB
3	>3km	STUB ou táxi (transporte escolar)

Nesta turma havia crianças do meio rural e urbano, razão pela qual alguns se deslocavam em transportes escolares, como mostra a tabela 3.

Tabela 4: Expectativas dos alunos.

Profissão que gostariam de ter	
3	Futebolistas
1	Pediatra
2	Cabeleireiras
1	Educadora de infância
1	Técnico de computadores
2	Não sabem

A tabela 4 é representativa das fracas expectativas dos alunos, consequentemente as motivações para o trabalho escolar também não eram muita. A maioria das crianças manifestava alguma carência afectiva. Eram crianças algo indisciplinadas, mas não rebeldes, salvo duas excepções por razões familiares muito complicadas.

Estes alunos nunca tiveram o mesmo professor ao longo da sua escolaridade, razão pela qual foi muito difícil trabalhar as regras dentro e fora da sala de aula.

1.2 Caracterização do meio – escola

A escola bastante antiga, dos planos centenários, com fracas condições físicas e em mau estado. No Projecto Educativo do Agrupamento é dito que apesar das intervenções realizadas, não dispõe de condições físicas condignas ao funcionamento e acolhimento dos intervenientes educativos. Das quatro salas existentes, duas no rés-do-chão e duas no primeiro andar, uma era destinada aos alunos multi-deficientes UIE (unidade de intervenção especializada), duas às turmas existentes, a terceira sala para as aulas de apoio e neste caso, para trabalhar a área da Matemática com a turma de 3.º ano. Não havia sala de professores, só uma sala com área inferior a $4m^2$ onde existia uma mesa redonda, a fotocopiadora, o telefone e um computador. Esta sala acolhia a assistente operacional.

O material pedagógico era muito pouco e computadores, que funcionassem, só um e mal, para toda a escola. As salas eram amplas e claras, com quadro de giz, mesas e cadeiras em bom estado. Os armários existentes estavam em estado bastante degradado.

Existia um vídeo projector para duas escolas (seis turmas), o qual tinha de ser requisitado sempre que dele se necessitava.

No exterior, espaço envolvente, existia um parque infantil com acesso através de escadas em mau estado. Todo este espaço, coberto de areia grossa, era onde os alunos brincavam nos intervalos quando não chovia. Em dias de chuva as crianças ficavam na entrada, espaço muito reduzido, e nas escadas que davam acesso ao piso superior.

Não existia biblioteca, mas à escola chegava periodicamente um baú com livros do Plano Nacional de Leitura (projecto da rede das bibliotecas escolares).

Não tinha cantina, pelo que os alunos deslocavam-se a pé à escola secundária mais próxima para almoçar acompanhados por duas auxiliares.

As aulas de Educação Física eram ministradas num pavilhão que pertencia à Junta de Freguesia e dista da escola aproximadamente 300 m.

Neste meio existe uma comunidade cigana bastante significativa.

A maioria dos alunos vivia em casas com condições mínimas de habitabilidade. Todas têm energia eléctrica e saneamento.

1.3 Projecto educativo

No **Projecto Educativo do Agrupamento** são referidas algumas limitações do espaço da escola.

A diversidade geográfica do espaço de localização dos diferentes estabelecimentos educativos, a distância entre estes e a Escola Sede, as dificuldades de comunicação e as condições climáticas adversas, bem como o estado degradado da maioria das escolas rurais, E.B.1 e o reduzido n..º de alunos perspectivam-se como factores determinantes e impeditivos da acção educativa consentânea com os ideais de escola e de educação que valorizamos e queremos. Defendemos uma escola como espaço ecológico agradável, com um clima aberto, plural, dotado de meios humanos e equipamentos físicos e pedagógicos necessários ao pleno desenvolvimento do Projecto Curricular do Agrupamento, do Projecto Curricular de Turma e onde todos os intervenientes se sintam membros de pleno direito.

…Desta forma estamos conscientes que as limitações existentes no equipamento, a este nível, só poderão minorar-se com o recurso à formalização de parcerias, responsabilizando e comprometendo os distintos actores implicados no Processo Educativo o que pressupõe a definição de objectivos/metas concretas que é preciso atingir. (p.7)

Relativamente às escolas que fazem parte do Agrupamento, e esta escola é uma delas, é referido que:

…Todas elas não possuem as infra-estruturas necessárias à implementação da Escola a Tempo Inteiro, de referir: refeitório, ginásio, espaços exteriores adequados às brincadeiras dos alunos, durante os intervalos e espaços cobertos para intervalos dignos em dias de chuva… (p.12)

Nos Projectos do Agrupamento em nada foi feita referência ao novo Programa de Matemática do Ensino Básico. No entanto, no Projecto Curricular refere o seguinte objectivo:

A valorização de diferentes formas de conhecimento, comunicação e expressão. (p.22)

Diz ainda que devem ser cumpridas as metas para atingir as seguintes competências gerais:

- Adoptar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem adequadas a objectivos visados;

- Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões;

- Realizar actividades de forma autónoma, responsável e criativa;

- Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns;…(p.23)

1.4 Organização espaço – tempo

Como anteriormente foi referido não existia nesta escola qualquer projecto para além das actividades lectivas.

Os alunos eram acolhidos pela assistente operacional a partir das 8h e 45m no portão da escola, ou na entrada do edifício caso chovesse, e encaminhando-os para a sala de aula.

Tabela 5: Organização temporal

Ocupação	Hora
Início das actividades lectivas	9 h
Saída para almoço	12h
Retomar das actividades lectivas	14h
Fim das actividades	17h30m

Durante os intervalos (30 minutos no período da manhã e 20 minutos no da tarde) e após o almoço, as crianças brincavam no recreio se não chovesse, ou na entrada e nas escadas em dias de chuva.

Capítulo II
FUNDAMENTAÇÃO DAS OPÇÕES EDUCATIVAS

Neste capítulo faz-se uma abordagem ao que refere o Currículo Nacional (ME-DEB, 2001) / Novo Programa (2008) bem como às Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática (NCTM, 1991), no que concerne ao tema em estudo. Embora não possam, nem devam ser trabalhadas em separado, pois uma implica sempre a outra, aborda-se separadamente o que é resolução de problemas, comunicação matemática e raciocínio matemático. Alude-se ao que o deve ser o contexto de sala de aula e a importância das TIC no ensino.

2.1 Documentos curriculares oficiais

Para poder ensinar é necessário que o professor seja conhecedor do Currículo traçado para aquela faixa etária.

> *Um currículo é um plano de ensino que descreve em pormenor o que os alunos de Matemática precisam de saber, de que forma os alunos devem atingir os objectivos identificados no currículo, o que é que os professores devem fazer para ajudar os alunos a desenvolver os seus conhecimentos matemáticos e o contexto em que a aprendizagem e o ensino devem processar-se*. (NCTM, 1991, p.1)

O currículo deve ser atravessado por objectivos e experiências de tal modo que se tornem lugares comuns na vida dos alunos. Estes deverão adquirir poder matemático, tendo a capacidade para explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, como a aptidão para usar uma variedade de métodos matemáticos para resolver problemas não rotineiros. O que o aluno aprende depende muito de como o aprendeu. *O desenvolvimento num aluno da sua capacidade para resolver problemas é essencial se se pretende que seja um cidadão produtivo…* (idem, p.7)

O novo Programa da Matemática (2008), não é mais do que um reajustamento do programa já datado do início dos anos 90. Neles se refere:

A publicação, em 2001, do Currículo Nacional do Ensino Básico que introduziu modificações curriculares importantes em reacção àquele programa – em particular nas finalidades e objectivos de aprendizagem, valorizando a noção de competência matemática, e na forma como se apresenta os temas matemáticos a abordar ... (p.1)

O facto de se tratar de um reajustamento não evitou a que se introduzissem mudanças significativas em alguns aspectos.

... o programa assume a necessidade de se indicarem, para além dos temas matemáticos, três capacidades transversais a toda a matemática – a Resolução de problemas , o Raciocínio matemático e a comunicação matemática - que devem merecer uma atenção permanente no ensino… (idem)

A Matemática, sendo uma das ciências mais antigas, é a ciência que lida com objectos e relações abstractas. É também uma linguagem que nos permite elaborar uma compreensão e representação desse mundo, proporcionando formas de agir sobre ele para resolver problemas. A abstracção, a formalização, a argumentação lógica e o raciocínio demonstrativo, têm nela um lugar de relevo. A actividade matemática reúne recursos e capacidades cognitivas diversas.

Exige-se portanto da escola uma formação sólida nesta área; uma formação que permita aos alunos compreender e utilizá-la ao nível do percurso escolar e, posteriormente, na profissão e na vida pessoal e em sociedade.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2008) menciona como finalidades do ensino ao longo dos três Ciclos, entre outros, o dever de "promover a aquisição de informação, conhecimento e experiência em Matemática e o desenvolvimento da capacidade da sua integração e mobilização em contextos diversificados." Aqui inclui, entre outras,

- Capacidade de analisar informação e de resolver e formular problemas, incluindo os que envolvem processos de modelação matemática;

- Capacidade de abstracção e generalização e de compreender e elaborara argumentações matemáticas e raciocínios lógicos;

- Capacidade de comunicar em Matemática, oralmente e por escrito, descrevendo, explicando e justificando as suas ideias, procedimentos e raciocínios, bem como os resultados e conclusões a que chega. (p.3)

Refere, também, que o que se espera da aprendizagem dos alunos é que valorizem as dimensões das aprendizagens relacionadas com a representação, comunicação e raciocínio em Matemática, a resolução de problemas, as conexões matemáticas, a compreensão e disposição para usar e apreciar a matemática em contextos diversos. Para tal, relativamente a capacidades transversais e ao 1.º Ciclo, o PMEB define alguns objectivos gerais de aprendizagem:

> *- resolver problemas em contextos matemáticos e não matemáticos, adoptando, concebendo e pondo em prática estratégias variadas e avaliando os resultados;*
>
> *- raciocinar matematicamente, formulando e testando conjecturas, explicando processos e ideias e justificando resultados;*
>
> *- comunicar oralmente e por escrito, recorrendo à linguagem natural e à linguagem matemática, interpretando expressando e discutindo resultados, processos e ideias matemáticos*. (idem, p.29)

A resolução de problemas é uma actividade privilegiada para os alunos consolidarem, ampliarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático. Devem compreender que um problema pode ser resolvido de diferentes formas utilizando diferentes estratégias.

Aprender a fazer conexões é essencial para uma aprendizagem da Matemática com compreensão e o desenvolvimento das capacidades.

A resolução de problemas é referida pelo PAEB como sendo uma capacidade transversal, pelo que os alunos devem adquirir desembaraço a lidar com problemas relativamente a contextos ou no seu dia-a-dia. Ser capaz de utilizar diferentes estratégias.

> *O desenvolvimento da capacidade de um aluno para utilizar a matemática implica a aprendizagem de sinais, símbolos e termos matemáticos. O melhor modo para a tingir esse fim é através de situações problemáticas em que os alunos tenham a oportunidade de ler, escrever e discutir ideias onde o uso da linguagem matemática se torne natural. Os alunos ao colocar as suas ideias, aprendem a clarificar, refinar e consolidar o seu pensamento matemático.* (NCTM,1991, p.7)

Outra capacidade transversal a todo o trabalho nesta área é o raciocínio matemático, envolvendo a formulação e testes de conjecturas. As indicações metodológicas do programa de Matemática mencionam que os alunos devem compreender o que é uma generalização, um caso particular ou um contra-exemplo, envolvendo cadeias argumentativas começando pela justificação de passos e operações na resolução de uma tarefa, evoluindo progressivamente para argumentações mais complexas. Referem ainda que o aluno deve ser capaz de expressar os seus raciocínios e também de interpretar e compreender os que lhe são apresentados participando de forma construtiva em discussões sobre ideias, processos e resultados matemáticos.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (2008) menciona que a capacidade de usar ideias e processos matemáticos para lidar com problemas e situações contextualizadas é essencial. O professor deve proporcionar situações frequentes em que os alunos possam resolver problemas, analisar e reflectir sobres as suas resoluções e as dos colegas. A comunicação evolui através da escrita e discussão oral, desenvolvendo a sensibilidade e rigor no uso da linguagem matemática. Refere ainda que no 1.º ciclo os alunos desenvolvem a capacidade de resolução de problemas resolvendo problemas de diversos tipos, preferencialmente do seu quotidiano, identificando a informação relevante e o seu objectivo, concebendo, aplicando e analisando diferentes estratégias para resolver um problema.

As Normas *(NCTM, 1991)* enfatizam a resolução de problemas dizendo que:

> *ao resolver problemas com regularidade, que permitam diferentes abordagens e incluindo problemas com mais de uma solução, problemas com excesso de dados e problemas sem solução, os alunos vão adquirindo experiência e confiança no modo de procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que lhes é pedido. É de esperar que adquiram flexibilidade nos processos de resolução que utilizam, evoluindo, progressivamente, de estratégias informais para estratégias formais…. A valorização de diferentes modos de resolução apresentados pelos alunos de uma mesma turma pode estimula-los a pensarem mais demoradamente no problema e a melhorar a sua compreensão e processo de resolução… A discussão de problemas na turma proporciona momentos ricos de aprendizagem, especialmente quando se fazem sistematizações de ideias matemáticas e se estabelecem relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema.* (p.29)

O objectivo é que o aluno se torne alfabetizado em Matemática, capaz de explorar conjecturar, e raciocinar logicamente, bem como de utilizar com eficácia uma variedade de métodos matemáticos na resolução de problemas. Ao desenvolver estas capacidades o aluno desenvolve o seu poder matemático.

O PMEB menciona que conhecimento deve resultar de experiências com problemas. Assim o aluno pode reconhecer a necessidade de aplicar um determinado conceito ou procedimento e adquirir uma forte base conceptual, que lhes sirva para mais tarde reconstruir o seu próprio conhecimento.

As Normas *(NCTM, 1991),* referem que a criança precisa de um período considerável de tempo para construir uma compreensão sólida e para desenvolver a capacidade de raciocinar e comunicar matematicamente. Os programas que não proporcionam trabalho no sentido do desenvolvimento e que valorizam principalmente a manipulação de símbolos e nas regras de cálculo, bem como a utilização excessiva de papel e lápis, não se adaptam aos modelos de aprendizagem natural e não contribuem para aspectos importantes do desenvolvimento matemático das crianças. *Assim saber até que ponto as crianças compreendem as ideias matemáticas é, de longe, mais importante do que saber o número de destrezas que podem adquirir.* (p.21)

As concepções que as crianças desenvolvem influenciam não só o seu pensamento e desempenho durante estes primeiros anos, mas também as suas atitudes e decisões sobre o estudo da Matemática nos anos vindouros.

> *….uma estrutura conceptual forte proporciona ancoradouros para a aquisição de destrezas. As destrezas podem ser adquiridas de forma a terem sentido para as crianças e de modo que resultem numa aprendizagem mais eficaz. Uma tónica forte nos conceitos matemáticos e na compreensão contribui também para o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas.*(NCTM,1991, p.21)

A importância da aprendizagem activa tem muitas implicações na educação matemática. Os professores têm de criar um ambiente que encoraje as crianças a explorar, desenvolver, testar discutir e aplicar ideias. Devem acompanhar o desenvolvimento das suas ideias, usando frequentemente, materiais manipuláveis em actividades que impliquem o raciocínio de forma a fomentar a aprendizagem de ideias abstractas.

> *A necessidade da matemática e da sua utilização, no futuro, implicam que as capacidades de pensar, de raciocinar e de resolver problemas devem constituir um dos principais objectivos do estudo da matemática. Assim, o currículo deve tomar em consideração o objectivo de instilar no aluno a confiança nas suas aptidões para pensar e comunicar matematicamente, para resolver problemas, para demonstrar flexibilidade ao trabalhar nas ideias matemáticas e nos problemas, para tomar decisões apropriadas na selecção de estratégias e de técnicas … .* (idem, p.22)

O acesso às calculadoras e ao computador melhora a sua capacidade de cálculo. Os alunos devem ser capazes de decidir quando precisam de uma calculadora ou quando podem fazê-lo sem ela. Devem estar aptos a escolher os recursos mais adequados para a tarefa. *O uso reflectido e criativo das tecnologias melhora, quer a qualidade do currículo, quer a qualidade da aprendizagem.* (idem, p.24)

2.2 Resolução de problemas

Numa perspectiva educacional, uma componente essencial de fazer Matemática é formular e resolver problemas e permitir o contacto com ideias matemáticas significativas.

A resolução de problemas é o meio para aplicar conhecimentos já adquiridos a situações novas envolvendo exploração de questões, formulação e aplicação de estratégias, teste e prova de conjecturas.

> *...a resolução de problemas oferece uma oportunidade única de mostrar a relevância da matemática no quotidiano dos alunos, apesar de toda a dificuldade que resolver problemas reveste. No entanto, sem a capacidade para resolver problemas, a utilidade e o poder das ideias, conhecimentos e capacidades matemáticas ficam seriamente limitadas.* (Palhares, 2004, p.7)

As Normas *(NCTM, 1991),* preconizam que nos quatro primeiros anos de escolaridade o estudo da Matemática deve privilegiar a resolução de problemas de tal forma que os alunos usem a resolução de problemas para investigar e compreender o conteúdo matemático; formulem problemas, verifiquem e interpretem resultados no quadro proposto pelo problema original; adquiram confiança para usar a matemática significativamente. *A resolução de problemas não é um tópico distinto, mas um processo que atravessa todo o programa e fornece o contexto em que os conceitos devem ser aprendidos e as competências desenvolvidas. (*p.29)

A capacidade de resolução de problemas desenvolve-se resolvendo problemas de diversos tipos e em contextos variados, analisando as estratégias utilizadas e os resultados obtidos.

No 1.º ciclo, os contextos desempenham um papel particularmente importante, em especial os que se relacionam com situações do quotidiano, devendo ser escolhidos de modo cuidadoso uma vez que servem de modelos de apoio ao pensamento dos alunos. Neste ciclo, resolver problemas constitui um ponto de partida para a abordagem de conceitos e ideias matemáticas e funciona como um suporte para o seu desenvolvimento e aplicação. Boavida et al (2008), vai mais longe e diz que:

> *... a resolução de problemas: proporciona o recurso a diferentes representações e incentiva a comunicação; fomenta o raciocínio e a justificação; permite estabelecer conexões entre vários temas matemáticos e entre a matemática e outras áreas curriculares; apresenta a Matemática como uma disciplina útil na vida quotidiana.* (p.14)

A resolução de problemas deve ser um procedimento que envolva activamente os alunos na formulação de conjecturas, na investigação e exploração de ideias, levando-os a discutir e questionar as suas ideias e as dos outros, a examinar e validar os resultados e a argumentar.

> *Importa que os problemas tenham as seguintes características: a) sejam, realmente, compreensíveis pelo aluno apesar de a solução não ser imediatamente atingível; b) sejam intrinsecamente motivantes e intelectualmente estimulantes; c) possam ter mais do que um processo de resolução; d) possam integrar vários temas*. (idem, p.16)

Por outro lado, Pólya (1995) refere:

> *Uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma primeira descoberta na resolução de qualquer problema. O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta. Experiencias tais, numa idade susceptível, poderão gerar o gosto pelo trabalho mental e deixar, por toda a vida, a sua marca na mente e no carácter*. (p.v)

Ao resolverem problemas com regularidade, que permitam diferentes abordagens, os alunos adquirem flexibilidade nos processos de resolução que utilizam e vão evoluindo progressivamente, de estratégias mais básicas para outra mais complexas. Muitas vezes os alunos começam por resolver os problemas recorrendo a desenhos ou a palavras, gradualmente, vão elaborando esquemas, diagramas, tabelas, gráficos ou operações, de acordo com a evolução do seu conhecimento matemático. A valorização de diferentes modos de resolução apresentados pelos alunos estimula-os a pensarem mais demoradamente no problema e a melhorar a sua compreensão e processo de resolução, proporcionando momentos ricos de aprendizagem (NTCM, 1991).

Segundo Serrazina, Vale e Fonseca (2002), *a resolução de problemas vai muito além de resolver um problema. É um modo de entender o ensino-aprendizagem da matemática e a própria matemática* (p.42). Os alunos devem ser também incentivados a avaliar a plausibilidade dos resultados obtidos e a rever os procedimentos e cálculos efectuados.

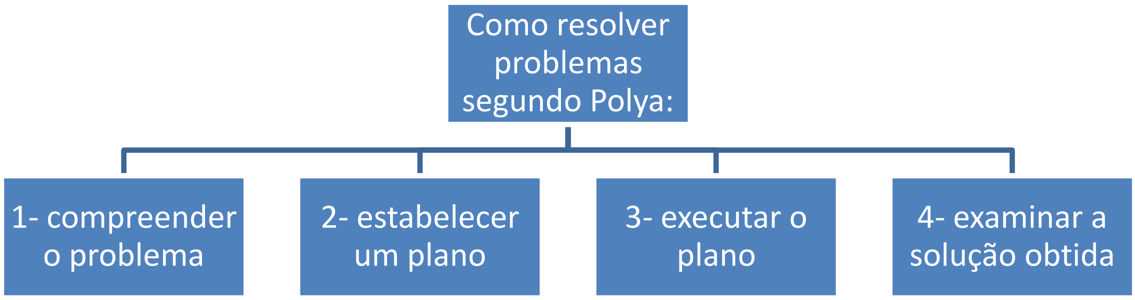
Estas aprendizagens são significativas especialmente quando se fazem sistematizações de ideias matemáticas e se estabelecem relações com outros problemas ou com extensões do mesmo problema.

Polya (1995) diz que o professor ao preencher o tempo com actividades rotineira está a aniquilar o interesse e tolhe o desenvolvimento intelectual dos alunos. Pelo contrário, se ele desafiar a sua curiosidade apresentando-lhes problemas compatíveis com os seus conhecimentos e auxiliando-os de forma a eles sentirem a necessidade de procurar, poderá incutir-lhes o gosto pelo raciocínio independente proporcionando-lhes meios para alcançar objectivos.

Se o aluno experimentar prazer no estudo da Matemática, ele não esquecerá facilmente.

2.3 Modelos / etapas de resolução de problemas

Existem diferentes modelos / etapas de resolução de problemas, embora todos se baseiam no modelo de Pólya.



1- Para compreender o problema devem responder às questões: qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazer a condicionante? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?

É necessário desenhar uma figura ou adoptar uma noção adequada. Separar sempre as partes da condicionante e verificar se é possível anotá-las.

2- Estabelecer um plano, encontrar conexões entre os dados e a incógnita, ou considerar problemas auxiliares se esta não for possível. Chegar a um plano para a execução, respondendo às seguintes questões: já o viu antes mesmo que tenha sido apresentado de forma ligeiramente diferente? Conhece um problema correlato ou um que possa ser útil? Ao encontrar o problema correlato que já tenha sido resolvido procurar se, ou como, posso utiliza-lo, aproveitando o resultado, o método, se devo introduzir outros elementos, se é possível reformular o problema ou voltar às definições. Se não se poder resolver voltar a outro semelhante mais simples.

3- Ao executar o plano deve verificar cada passo, analisar se é possível avaliar claramente o resultado e se é possível a sua demonstração.

4- Examinar a solução obtida, apurando se é possível verificar o resultado bem como o argumento. Questionar se é possível: chegar ao resultado por um caminho diferente; utilizar o resultado ou o método noutro problema.

Kilpatrick**,** referido por Fernandes (1994), utilizou a seguinte heurística na resolução de problemas, com as respectivas siglas:

a) Preparação (R= ler e tentar resolver o problema); b) Produção (D = dedução a partir da condição; E = escrever uma equação; T = tentativa e erro); C) Avaliação (C = verificação da solução)

Os mesmos autores fazem referência a Kantowski dizendo que, define heurística como um percurso que o aluno escolhe ao procurar uma solução.

Tao **(**2008) apresentar um modelo de resolução de problemas:

a) Perceber o problema, (que tipo de problema é este?). Referindo 3 tipos de problemas: os de questões tipo « mostre que… » ou «calcule…»; questões do tipo «encontre…» ou questões do tipo «existe ou não» ; b) Perceber os dados (quais são os dados do problema); c) Escolher uma boa notação (representar os objectivos de forma eficiente); d) Escrever o que sabemos na notação que escolhemos; fazer um diagrama (há vantagens em passar tudo para o papel); e) Modificar o problema (há maneiras de introduzir variações no problema para tentar torna-lo mais acessível); f) Estabelecer resultados sobre o problema (os dados são para serem usados, e portanto devemos pegar neles e manipula-los); g) Simplificar os dados, atingir metas parciais (considerar como atingir as metas parciais que estabelecemos).

Um dos mais importantes deveres do professor é prestar auxílio ao aluno. Como é óbvio exige tempo, prática, dedicação e princípios firmes. Mas deve ajudar na justa medida de modo que ao aluno caiba uma parcela razoável do trabalho. Se o aluno não for capaz de fazer muita coisa deve-se ajudar discretamente de forma a deixar-lhe pelo menos a ilusão de trabalho independente (Pólya,1995). Ao ajudar o aluno, somos frequentemente levados a fazer as mesmas perguntas. Qual é a incógnita? Do que é que precisas?...., mudando as palavras, indagando ou sugerindo de forma a provocar uma operação mental útil para a resolução de problemas.

As indagações, segundo o mesmo autor, auxiliam na resolução do problema. As questões colocadas devem ser genéricas, simples e óbvias. Colocando as perguntas certas estamos a ajudar o aluno a exprimir de forma clara o seu procedimento onde eles revelam tanta dificuldade. Ao colocar as questões o professor tem em vista auxiliá-lo a resolver o problema apresentado e ajudá-lo a resolver futuros problemas por si próprio. Se as indagações forem proveitosamente repetidas, o aluno será induzido a formulá-las ele próprio, pretendendo que descubra a maneira correcta de utilizar a indagação assimilando assim os conteúdos.

O método de resolução de problemas dá ênfase ao raciocínio, à reflexão, lidando preponderantemente com ideias, em vez de coisas.

Segundo Nérici **(**1987) deve seguir o seguinte esquema:

a) Definição e delimitação do problema; b) Colecta classificação e crítica de dados; c) Formulação de hipóteses; d) Crítica das mesmas e selecção de uma; e) Verificação da hipótese escolhida.

Refere ainda os objectivos que considera para este método, nomeadamente: i) desenvolver o raciocínio; ii) desenvolver a aptidão para o planeamento, para a iniciativa, o controle emocional, o espírito de iniciativa; iii) provocar a motivação intrínseca; melhorar a fixação da aprendizagem: e iv) facilitar a transferência da aprendizagem.

A criança para adquirir competências deve ter curiosidade, esta é, extremamente importante, devendo ser canalizada para um percurso intelectual mais poderoso.

Segundo Bruner (1978), as motivações intrínsecas são auto-suficientes, devendo o professor saber tirar partido delas. Devem facilitar e regular a exploração de alternativas por parte dos alunos através da resolução de problemas, ensinando-as de forma que vejam a informação guiada como mais significativa e satisfatória do que as aprendizagens espontâneas. Para esta exploração propõe três fases: i) a activação, despertando curiosidades e incertezas; ii) a manutenção, assegurando à criança a possibilidade de ultrapassar o obstáculo; iii) a direcção, mostrando-lhe o objectivo.

Os professores devem escolher os modos de representação que mais se adeqúem ao problema a ser trabalhado, ou até diferentes representações para o mesmo problema. Quando ensinam a resolver problemas devem manifestar gosto pelo que fazem, ter conhecimento do conteúdo, do currículo e da pedagogia. Deve respeitar as fases, para a resolução do problema: questionar, clarificar, guiar, orientar, modelar, avaliar, diagnosticar e generalizar.

Revendo os princípios de Caldwell e Webb (1979), citado por Leitão, Fernandes e Cabrita (1994): a) a formulação de um problema pode ser: Simbólica, manipulativa, pictórica, escrita, oral, verbal. b) o contexto verbal pode ser: familiar/ não familiar, prático ou teórico, concreto ou abstracto, factual ou hipotético, convencional ou imaginativo. C) o formato da informação: presença / ausência de pistas; itens de escolha múltipla/ resposta livre…, informação dada na totalidade ou parcialmente.

Dentro de um quadro construtivista, considera-se a aprendizagem como um processo interno, activo e pessoal que origina construções personalizadas do conhecimento do mundo (Matos e Serrazina, 2000).

A resolução de problemas é uma habilitação prática, ao tentarmos resolver problemas, temos de imitar e observar o que fazem os outros quando resolvem os seus para finalmente aprendermos a resolver problemas, resolvendo-os. O professor deve incutir nos alunos interesse por problemas e proporcionar-lhes oportunidades de imitar e de praticar criando-lhes a capacidade de os resolver.

Quando procuramos a solução podemos variar continuamente o nosso ponto de vista ou a nossa maneira de encarar o problema.

Segundo o modelo de Pólya (1995) para agrupar convenientemente as indagações e sugestões o trabalho terá de ser dividido nas quatro fases: 1) O problema deve ser bem compreendido. A sua parte verbal deve ser clara para que o aluno identifique as partes principais do problema, a incógnita e os dados. 2) Para estabelecer um plano é necessário, ter conhecimento de um modo geral das contas, cálculos ou desenhos que precisamos executar para obter a incógnita. O caminho que vai desde a compreensão até ao estabelecimento de um plano pode ser longo. O principal na resolução de um problema é a concepção da ideia, de um plano. Esta pode surgir gradualmente ou após várias tentativas e um período de hesitação surgir uma ideia brilhante. 3) Os problemas matemáticos resolvem-se a partir dos conhecimentos anteriormente adquiridos, sempre a partir da indagação "conhece um problema correlato?" procurando então saber qual é a incógnita e pensar nesse problema anteriormente resolvido que seja semelhante. Mas se este não funcionar podemos sempre levantar questões reformulando o problema recorrendo a variações do problema, particularizações, recorrendo a analogias. *"Se não conseguir resolver o problema, procure antes resolver um problema correlato."* (Pólya, 1995, p. 6). Se nos estivermos a afastar do problema podemos sempre questionar se utilizamos todos os dados, se utilizamos todas as condicionantes. 4) Se o aluno chegar ao fim do problema e não fizer uma retrospecção perde a fase mais importante e instrutiva do trabalho da resolução. Esta ao ser feita reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que o levou até este, estão a consolidar o conhecimento e a aperfeiçoar a capacidade de resolver problemas. O professor deve transmitir aos alunos que um problema não fica completamente esgotado. Devendo questionar-se sobre: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao mesmo resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o método noutro problema diferente? As ideias básicas gerais para a resolução de problemas são: a utilização de dados relevantes, a variação dos dados, a simetria e a analogia.

Como foi anteriormente referido, a capacidade para resolver problemas matemáticos desenvolve-se lentamente ao longo de um período muito alargado de tempo porque o seu sucesso depende de muito mais do que conhecimentos de conteúdos. O desempenho na resolução de problemas depende da aquisição e utilização de conhecimentos; controlo; concepções; factores do domínio afectivo e contextos sócio culturais.

Palhares (2004) diz que a aprendizagem em resolução de problemas é uma actividade complexa. Não é possível separar completamente factores do domínio afectivo, conceptuais e contextos socioculturais.

2.4 Tipos de problemas

Segundo Polya (1995) existem problemas:

Rotineiros – aqueles que consistem em resolver uma equação. Em ensino, ele refere que deve fazer-se necessariamente problemas rotineiros, mas deixar que os alunos nada mais façam é indesculpável.

De determinação – consistem em encontrar um certo objecto, a incógnita do problema.

De demonstração – devem mostrar conclusivamente que certa afirmativa, claramente anunciada, é verdadeira ou, então que é falsa.

Práticos – diferentes em diversos aspectos, dos problemas puramente matemáticos, muito embora os principais motivos e processos sejam essencialmente os mesmos em ambos os casos.

O autor faz também referência a regras importantes para a resolução de problemas:

Regra da descoberta – ter boa cabeça, sorte e ficar firme e esperar que apareça uma ideia brilhante.

Regra do ensino – saber o que se deve ensinar e saber um pouco mais do que aquilo que se deve ensinar.

Regra do estilo - ter alguma coisa a dizer; controlar-se; se tiver duas coisas a dizer, dizer uma de cada vez.

Regressão - resolver um problema é contornar um obstáculo. É um processo de bom senso, quando não se pode partir do início, vamos do fim para o início.

Palhares (2004) refere a tipologia de Charles e Lester distinguindo:

Problemas de um passo – resolvidos através de uma aplicação directa de uma operação básica;

Problemas de dois ou mais passos – resolvidos através de duas ou mais operações;

Problemas de processo – resolvidos através da utilização de uma ou mais estratégias;

Problemas de aplicação – resolvidos através da recolha de dados da vida real e a tomada de decisões;

Problemas tipo puzzle – os que necessitam de um “flash” para chegar à solução.

Palhares refere-se ainda ao grupo de trabalho que integrou (GIRP- grupo de investigação em resolução de problemas) distinguindo:

Problemas de processo – para o qual é necessário a utilização de estratégias de resolução de problemas;

Problemas de conteúdo – requerem a utilização de conteúdos programáticos, conceitos, definições e técnicas;

Problemas de aplicação – utilizam dados da vida real, é relevantes a tomada de decisões e surgem como consequência da análise de dados;

Problemas de aparato experimental – suscitam a utilização de métodos de investigação próprios de ciências experimentais, permitem desenvolver diversas capacidades.

Lopes (2002) diz que *uma situação problemática difere de um problema pelo facto de conter mais do que uma questão, que podem ter um carácter mais aberto, mais abrangente, e admitir mais do que uma solução.*(p.10). Menciona ainda que os problemas podem ter um ou mais passos, envolvendo uma ou mais operações aritméticas. Faz referência a Problemas de aplicação e de investigação explicando:

Problemas de aplicação - provavelmente os mais usados no contexto escolar. Diz que podem surgir com dados exactos, apresentados de forma escrita ou gráfica, identificando questões quantitativas ou não, outros ainda com dados aproximados, resolvendo-se através de operações básicas de aritmética ou estratégias de resolução.

Problemas de investigação - levantam questões convergentes e divergentes apresentados de forma a serem claramente compreendidos. Estes são resolvidos normalmente através da heurística, por formas de raciocínio lógico. (pp.10-11)

Pólya (1995) define heurística como sendo o nome de um certo ramo de estudos, não bem delimitado, pertencente à lógica, à filosofia ou à psicologia muitas vezes delineado mas raramente apresentado com detalhes.

> "*Heurística moderna procura compreender o processo solucionador de problemas, particularmente as operações mentais, típicas desse processo, que tenham utilidade. Dispõe de várias fonte de informação, nenhuma das quais deve ser desprezada. Um estudo consciencioso da heurística deve levar em conta, tanto as suas bases lógicas quanto as psicológicas…*" *(p. 87)*

O objectivo da heurística é o estudo de métodos e das regras da descoberta e da invenção.

2.5 Estratégias para a resolução de problemas

Segundo Lester, referido por Fernandes (1994), explica que o essencial de toda a investigação em resolução de problemas reside em 3 questões principais: 1 – o que é que o individuo faz correcta ou incorrectamente enquanto resolve problemas?; 2 - o que é que o individuo deve ser capaz de fazer?; e 3 – como é que podemos contribuir para melhorar a capacidade de resolução de problemas dos alunos?

Por outro lado o autor afirma que os alunos possuem diferentes modos de raciocínio analítico e diferentes formas de abordagem a problemas, utilizando mais umas estratégias do que outras.

> *... a solução de um problema começa com passos simples e lógicos. Mas, desde que avancemos numa direcção clara e firme, com passadas longas e visão apurada, precisamos de bem menos que as centenas de milhares de passos para a viagem de mil quilómetros. ... podemos sempre recomeçar do zero, experimentar novas vias de ataque, ou retroceder a qualquer instante.... É claro que isso não a torna necessariamente fácil.... Mas possível.* (Tao, 2008, p.1)

Para tornar o problema mais fácil podemos tentar encontrar um padrão, fazer um diagrama, elaborar uma lista organizada, ou outro tipo de estratégia que o simplifique.

Palhares (2004) faz referência a seis estratégias para a resolução de problemas:

Fazer tentativas - muitas vezes é a abordagem possível. Esta não deve ser feita às cegas, sem orientação em termos de raciocínio e verificação.

Fazer uma lista organizada – esta permite esgotar todos os casos possíveis e não esquecer nenhum.

Fazer um desenho ou diagrama – pode ser usada em combinação com outra estratégia, mas também pode ser usada como estratégia principal, sem a qual, em alguns casos, seria difícil ou mesmo impossível resolver o problema.

Fazer uma simulação – esta pode ser feita utilizando objectos, desenhos apropriados ou mesmo recorrendo a dramatizações, simulando as condições do problema.

Reduzir a um problema mais simples / descobrir padrões – segundo ele, uma das estratégias mais poderosa, procurando regularidades em casos particulares que conduzam a uma lei de formação aplicável ao caso geral.

Trabalhar do fim para o princípio - a utilização desta estratégia exige o conhecimento das operações inversas e da reversibilidade do pensamento, desenvolvendo-o ao mesmo tempo.

Usar uma dedução lógica - seleccionando as situações correctas, eliminar os casos impossíveis usando o raciocínio lógico.

O facto de os alunos falharem na resolução de um problema pode ser até benéfico necessitando de reflexão e até criatividade, bem como a procura de outros meios. Devem poder usar mais do que uma estratégia. Os alunos devem dominar diferentes estratégias para, ao aperceberem-se do fracasso de uma, poder recorrer a outra e recomeçar.

Segundo Matos e Serrazina (1996) os problemas devem ser apresentados como desafios de modo a estimular o raciocínio, a capacidade de resolução e a criatividade na elaboração ou na indagação de estratégias adequadas e versar tanto quanto possível situações reais. Os alunos não devem limitar-se a ouvir explicações do professor mas envolver-se activamente na construção da própria aprendizagem.

Há ainda alguns professores que só se preocupam em ministrar conceitos e ensinar processos e capacidades aos alunos. Estes por sua vez desenvolvem só a memorização sem capacidade para julgar e procurar estratégias para a resolução de problemas.

Para diferentes problemas são necessárias diferentes estratégias, para isso é necessária a diversificação destas evitando assim que o aluno se torna um resolvedor irreflectido (NTCM, 1991)

O aluno deve ter capacidade para entender conceitos matemáticos e condições; habilidade para notar diferenças e analogias; identificar elementos críticos; seleccionar dados e procedimentos correctos; saber notar detalhes irrelevantes; saber fazer calculo e análise; saber interpretar factos quantitativos ou relações espaciais; saber generalizar com base em alguns exemplos; saber trocar de método quando este for inadequado; ter elevada auto estima; confiança e boas relações com os outros (Matos e Serrazina, 2000).

É necessário dotar o aluno com a capacidade de criar e organizar a sua própria estratégia, esta uma vez adquirida dificilmente é esquecida.

Lopes (2002), diz que seleccionar a estratégia é o passo mais difícil na resolução de problemas, pois é esta que providencia o êxito do aluno, mostra o caminho que deve seguir. O aluno deve escolher a estratégia mostrando-se autónomo, o professor deve incentivar, sem dar sugestões de exploração, apelando ao espírito criativo.

Durante a resolução de problemas deve ser explorada a capacidade de compreensão e aplicação de várias estratégias provocando nos alunos a necessidade de aplicar conceitos e procedimentos.

Como refere Tao (2008):

> *se compararmos a matemática com a busca do ouro, resolver um bom problema matemático é semelhante a um curso do tipo esconde-esconde em prospecção do ouro: fazem-nos procurar uma certa pepita; conhecemos-lhe o aspecto, sabemos que está algures, que não é difícil chegar a ela, que está ao nosso alcance descobri-la, e que (muito convenientemente) nos foi fornecido o equipamento certo (ou seja, os dados do problema) para a encontrarmos. Pode estar num sítio manhoso, mas a sua descoberta requererá habilidade em vez de grandes escavações.* (p.xi)

Refere ainda que uma solução deve ser relativamente curta, compreensível e se possível ter um toque de elegância e que deve ser também divertido encontrá-la. No prefácio à segunda edição conta que, como aluno da escola primária a Matemática o atraiu pela beleza abstracta da manipulação formal, e pela habilidade em suar repetidamente regras simples para obter respostas não triviais. Seria esta uma boa imagem a transmitir aos nossos alunos.

A maioria dos objectivos para a educação matemática no 1.º ciclo, como referem Matos e Serrazina (2000) podem ser atingidos por reconstrução das estratégias próprias das crianças em outras mais institucionalizadas, quando enquadradas por um processo ensino / aprendizagem. Dizem ainda que não deve ser ensinada directamente a forma de resolução de um problema, antes estimular a construção e criação pela própria criança de estratégias espontâneas.

> *Acreditamos que se pode aprender a resolver problemas, sobretudo, se se for disciplinado na forma de pensar e de estruturar os pensamentos, e consequentemente, se se for capaz de os traduzir para o papel. Neste sentido, a familiaridade com o uso de estratégias dentro do modelo de resolução vai permitir ao aluno passar gradualmente da resolução de uma resolução problemática mais fechada e estruturada para uma situação mais aberta sem o perigo de se sentir perdido.* (Palhares, 2004, p.25)

Piaget (1978) estabelece a diferença entre “saber fazer” e “compreender”: Saber fazer é um saber ligado a uma acção guiada por um esquema mental implícito. É uma forma de atingir na prática os fins propostos, de ter êxito. Compreender é uma forma de dominar mentalmente as situações, de encontrar esquemas conceptuais que permitam resolver os problemas nele inscritos. É ser capaz, não só de raciocinar, mas de expressar os seus raciocínios. Implica um grau superior de consciência dos processos utilizados.

É no diálogo com os seus pares, que a criança necessita de utilizar os seus melhores argumentos, aprender a formular os seus raciocínios de uma forma cada vez mais correcta e rigorosa. Piaget (1978) defende a construção do conhecimento pelo próprio sujeito e Vygotsky (1984) privilegia as interacções entre os vários sujeitos como agentes construtores do seu próprio conhecimento.

2.6 Raciocínio matemático

É imprescindível que o educador conheça as noções básicas da lógica que regem o nosso raciocínio para poder apoiar o desenvolvimento lógico-matemático dos alunos.

Como é referido no Programa de Matemática do Ensino Básico (2008),

> *A capacidade de raciocinar matematicamente desenvolve-se através de experiências que proporcionem aos alunos oportunidades que estimulem o seu pensamento. Para isso o professor deve colocar frequentemente questões como: Porquê? Porque será que isso acontece?, O que acontece se…?, procurando que os alunos expressem as suas ideias e clarifiquem e organizem os seus raciocínios.* (p.30)

Expressa ainda que os alunos devem ser encorajados a participar, a utilizar palavras e raciocínios claros. As questões do tipo: *Porque será que esta é uma boa resposta?; Como sabem que esta é a resposta correcta?*, proporcionam o entendimento de que não basta dar uma resposta mas é preciso também saber justificá-la.

O 2.º passo da resolução de problemas segundo Pólya, é o imaginar a solução que se baseia na inteligência conceptual, caracterizada pelos conceitos, símbolos abstractos, que unificam entre si as características de objectos variados com determinada característica em comum.

Alsina (2004) faz referência às competências lógico – matemáticas mais representativas devendo estas ser adquiridas de forma progressiva pela criança:

- *analisar e compreender mensagens orais, gráficas e escritas que exprimam situações a resolver, tanto na vida real como em situações de jogo ou imaginárias;*
- *desenvolver a curiosidade pela exploração, a iniciativa e o espírito de pesquisa, usando actividades heurísticas, baseadas na tentativa e experimentação e na reflexão;*
- *relacionar os conhecimentos matemáticos adquiridos com os problemas e jogos a resolver, prioritariamente em contexto real;*
- *escolher e aplicar em cada caso os recursos mais adequados para resolver uma situação, assim como as linguagens matemáticas, gráficas e escritas mais adequadas para exprimirem essa situação;*
- *desenvolver a capacidade de raciocínio lógico-matemático e adquirir uma estrutura mental adequada à respectiva idade;*
- *a partir do interesse natural do jogo, sentir-se especialmente motivada pela actividade matemática;*
- *dominar algumas técnicas de resolução de problemas que permitam um maior desembaraço na vida quotidiana.* (pp.11-12)

A norma 3 para o Currículo da Matemática (NCTM, 1991) explica que se deve dar importância ao raciocínio de modo que os alunos formulem conclusões lógicas; usem modelos, factos conhecidos, propriedades e relações para explicar o seu raciocínio; usem padrões e relações para analisar situações matemáticas; justifiquem as suas respostas e processos usados para obter a solução; acreditem que a matemática faz sentido.

> *Um dos principais objectivos do ensino da Matemática è ajudar as crianças a sentir que podem fazer matemática e que podem controlar as suas falhas e o seu sucesso. Esta autonomia desenvolve-se à medida que as crianças ganham confiança na sua capacidade de raciocinar e de justificar os seus pensamentos…. Uma aula que valorize o raciocínio valoriza, também, a comunicação e a resolução de problemas…* (p. 37)

Reforça a ideia de que na aula deve colocar-se o raciocínio crítico no âmago do ensino. Ao longo de todo o trabalho a criança deve compreender que é preciso ser capaz de explicar o seu raciocínio, e que saber como resolver um problema é tão importante como obter uma solução. No 1.º ciclo o tipo de raciocínio deve ser do tipo informal, de conjecturas e de justificações.

> *Aprender a raciocinar matematicamente, formular conjecturas, procurar justificações e construir uma argumentação em concordância são actividades fundamentais par fazer matemática. Na realidade, a explicitação de um bom raciocínio deveria ser melhor*

recompensada num aluno do que a capacidade para encontrar respostas correctas. (NCTM, 1991, p.7)

O estudo do desenvolvimento do raciocínio vem desde alguns séculos a.C. foi feito em contexto epistemológico – genético – educativo. Aristóteles estudou os diferentes aspectos do desenvolvimento do raciocínio, explicitando o uso dos silogismos e de regras, na sua opinião deviam reger o método dedutivo do conhecimento.

Ao longo da história o homem foi desenvolvendo o seu raciocínio, bastando observar a evolução histórica do sistema de numeração e outros temas desde os seus primórdios. Estudos feitos revelam a analogia entre o percurso do homem desde a antiguidade e o percurso do raciocínio da criança, para o desenvolvimento dos seus raciocínios matemáticos. Esta opinião é partilhada por psicólogos, psiquiatras, antropólogos, investigadores e divulgadores da história da matemática.

O raciocínio lógico matemático inclui as capacidades de identificar, relacionar e operar e fornece as bases necessárias para se poder adquirir os conhecimentos matemáticos. Desenvolve competências para adquirir capacidades de resolver situações novas, pelo que se relaciona com todos os blocos da Matemática.

2.7 Comunicação matemática

A comunicação oral é privilegiada em contexto de sala de aula. Escrever é uma competência de comunicação que nem sempre é usada em Matemática, mas não menos importante. Pode ser um meio para a interdisciplinaridade.

A Matemática, como referem Matos e Serrazina (1996), quando falada parece uma linguagem natural, mas quando escrita faz uso variado de um sistema complexo, sendo este regulado por regras, separado da linguagem natural.

No Programa de Matemática (2008) faz-se alusão a esta competência dizendo que a comunicação, oral e escrita, tem um papel essencial na aprendizagem da Matemática, contribuindo para a organização, clarificação e consolidação do pensamento dos alunos. Alude também ao facto de os alunos serem incentivados a exprimir, partilhar e debater ideias, estratégias e raciocínios matemáticos com os colegas e com o professor. Além disso, a leitura e interpretação de enunciados matemáticos e a realização de tarefas que integrem a escrita de pequenos textos, incluindo descrições e explicações, também contribuem para o desenvolvimento desta capacidade.

Na sala de aula deve encorajar-se a comunicação, estimulando os alunos a verbalizar os seus raciocínios, expor dúvidas ou dificuldades, colocar questões e a manifestar-se sobre erros seus ou dos colegas. *...Os alunos ao comunicarem as suas ideias, aprendem a clarificar, refinar e consolidar o seu pensamento matemático.* (NCTM, 1991, p.7).

Os momentos de discussão de processos de resolução e de resultados de problemas na turma devem ser frequentes. Este deve centrar-se nos conhecimentos matemáticos. Boavida et al (2008) diz que *na verdade para que a comunicação matemática na sala de aula seja profícua, há que criar condições e hábitos que permitam, a todos, não apenas falar, mas também escutar* (p. 62). O professor assume um papel relevante, nomeadamente na colocação de questões que estimulem o pensamento dos alunos, na condução do discurso.

No decurso da comunicação, o professor vai introduzindo o vocabulário específico e adequado ajudando à sua compreensão, relacionando a linguagem natural com a linguagem matemática. Neste processo, os alunos vão ampliando o seu conhecimento de diversas formas de representação matemática e aprendendo a identificar as mais apropriadas a cada situação.

A Matemática torna-se relevante e as crianças associam facilmente o seu conhecimento a muitos outros tipos de situações quando resulta, naturalmente, de situações problemáticas que têm sentido para o aluno. Ao resolver problemas com sucesso a criança ganha segurança e desenvolve a capacidade de comunicar matematicamente e de usar processos cognitivos de alto nível.

A norma 2 do NCTM (1991) refere também que se devem incluir numerosas oportunidades de comunicação, de forma que os alunos: relacionem materiais físicos, figuras e diagramas com e as ideias matemáticas; reflictam e clarifiquem o seu próprio pensamento sobre ideias e situações matemáticas; relacionem a linguagem comum com a linguagem matemática e com os símbolos; compreendam que representar, discutir, ler, escrever e ouvir matemática constitui uma parte vital da aprendizagem e do uso da matemática.

> *A comunicação desempenha um papel importante na construção de elos de ligação entre as noções informais e intuitivas das crianças e a linguagem abstracta e simbólica da matemática;*

> *desempenha, também um papel chave na construção de relações entre representações físicas, pictóricas, gráficas, simbólicas, verbais e mentais das ideias matemáticas*. (p. 33)

Ao interagirem com os colegas os alunos estão a construir o conhecimento, a aprender outras formas de pensar a clarificar ideias e o seu próprio pensamento. Explorar, investigar, descrever e explanar ideias matemáticas promove a comunicação devendo para tal promover actividades exploratórias convidando as crianças a explanar as suas ideias e o seu pensamento, como diz Alsina (2004). Para uma aprendizagem significativa é necessário que a Matemática tenha sentido e que a comunicação seja possível. Assim através de jogos didácticos e materiais concretos apropriados, promotores para as crianças de uma base inicial para conversarem, as crianças são capazes de relacionar a linguagem matemática com o que conhecem e os problemas fazem sentido. Quando comunicam as crianças aprendem umas com as outras.

> *As actividades que estimulam a iniciativa estão destinadas a favorecer o progresso geral da sociedade, principalmente da sociedade democrática, em encorajamento para que os indivíduos pensem por si, critiquem e tenham novas ideias, a fim de fugirem da rotina ineficientes, do superado e obsoleto, que tanto emperram o desenvolvimento social*. (Nerici, 1987, p. 28)

Como refere Nerici, todas as pessoas têm possibilidades criativas. A criança é naturalmente criativa, mas as limitações inadequadas impostas pelos mais velhos acabam por inibi-las. Para exercer a criatividade precisa de conteúdo vivencial, adquirido por meio da experiência directa com os factos, daí resulta a necessidade da escola se organizar com o intuito de proporcionar ao máximo experiências autênticas aos seus alunos e um ambiente permissivo onde elas possam expressar-se sem críticas inibidoras.

2.8 Na sala de aula

A prática do ensino da Matemática tem-se centrado na aprendizagem de conteúdos, sendo os alunos solicitados a memorizar a informação e regras para utilizar mecanicamente, dispensando-se pouca atenção ao desenvolvimento de capacidades fundamentais à resolução de problemas. *Embora a aprendizagem da Matemática e, consequentemente, o trabalho na sala de aula, envolva necessariamente exercícios e* *actividades de memória e treino, ficaria, no entanto, incompleta, em todos os níveis, sem a resolução de problemas.* (Boavida et al, 2008, p.33)

Os alunos só serão bons resolvedores de problemas se para além dos conhecimentos específicos necessários, possuírem capacidades básicas de pensamento. Para tal é necessário que se proporcionem actividades que favoreçam o seu desenvolvimento.

O professor deve saber propor a execução de projectos de trabalho que utilizem conceitos matemáticos, saber usar as ideias que os alunos proponham.

Matos e Serrazina (1996) referem que, na aula de Matemática, o professor deve proporcionar aos alunos meios para que possam usar os termos matemáticos para os seus próprios propósitos. A prática educativa deve basear-se numa visão construtivista em que ensinar é diferente de treinar, valorizando os processos, comunicando para guiar as aprendizagens e não transferir conhecimentos.

Borralho (1990) considera que a motivação sendo um factor de natureza cognitiva aumenta a atitude positiva dos alunos perante a resolução de problemas, sendo esta facilitadora do processo ensino-aprendizagem. Diz também que a perseverança é outro aspecto a ter em conta estando este muito ligado com a variável metacognitiva.

Os alunos nas aulas devem ter muitas oportunidades quer para formular problemas, quer para observar o professor a formular problemas. Esta desenvolve nos alunos o gosto de analisar e formular conjecturas, facilitando uma atitude crítica e de investigação.

Matos e Serrazina (1996) dizem que resolver problemas está relacionado com múltiplas capacidades do indivíduo, referem Schoenfeld (1985), dizendo que para ele a resolução de problemas envolve quatro aspectos diferentes que devem ser consideradas quando se ensina a resolver problemas: 1) Conhecimento de factos, de algarismos e de Matemática em geral que o individuo possui; 2) Conhecimento de estratégias de resolução de problemas; 3) Conhecimento de estratégias de Verificação, a forma como o indivíduo utiliza e gere a informação; 4) Concepção que se relacionam com a visão que cada um tem de si próprio, da Matemática, dos problemas e do mundo em geral.

Para ensinar a resolve problemas temos de ter presentes estes aspectos.

O trabalho de grupo pode ajudar a promover a reflexão, a discussão entre os alunos e mais actividades de resolução de problemas. Têm efeitos positivos na compreensão de conceitos, na comunicação e na motivação dos alunos. Permite uma aprendizagem por experiência pessoal num contexto social (Matos e Serrazina, 1996).

> *Para a organização dos grupos de trabalho o professor tem de ter em conta o tipo de tarefa que vai propor a cada grupo, o ambiente da turma, a idade dos alunos, a sua experiência, os objectivos dos trabalhos de grupo. Tem ainda de lidar com questões como a composição e a estabilidade dos grupos. (idem, p. 150)*

Ajudar os colegas pode ser útil aos melhores alunos, permite-lhes observar processos conhecidos e reflectir sobre eles.

Nérici (1987) diz que *as tarefas de carácter individual tendem a ser menos frequentes na sociedade... assim sendo é necessário que, a educação ofereça oportunidades de trabalho em grupo*…(p.35) . Acrescenta ainda, *este tipo de actividade é necessária e indispensável para a socialização do educando, uma vez que, praticamente, toda a sua vida deverá transcorrer em contacto e em cooperação com os seus semelhantes."* (p.48) Refere as vantagens do trabalho em grupo, nomeadamente o desenvolvimento do sentimento do "nós"; atitude de escutar de modo compreensivo, o que vai permitir o diálogo; o estímulo à iniciativa, à autonomia, e à criatividade; o desenvolvimento do espírito de tolerância; a substituição da competição pela cooperação.

> *Os processos principais de uma pedagogia da participação são a observação, a escuta e a negociação. As práticas desejáveis de observar, ouvir, escutar e negociar precisam de se situar num pensamento reflexivo e crítico sobre o porquê e o para quê dessa observação, escuta e negociação.* (Formosinho, 2007, p.32)

Além do técnico e orientador, é necessário que o professor seja um didacta, para que mais consciente e eficazmente oriente a aprendizagem dos educandos.

> *A aplicação de técnicas de aprendizagem cooperativa na educação formal é importante não só para a obtenção de ganhos em relação ao próprio processo de ensino – aprendizagem, mas também na preparação dos indivíduos para situações futuras no ambiente de trabalho, onde cada vez mais actividades exigem pessoas aptas para trabalhar em grupo*. (Lopes e Silva, 2009, p.4)

Lopes e Silva (2009) continuam dizendo que a aprendizagem cooperativa leva ao desenvolvimento de diferentes dimensões da aprendizagem como: Saber, saber fazer e saber ser. As interacções entre os alunos irão, por si só, melhorar a aprendizagem dos indivíduos por razões relacionadas com os seus processos mentais, segundo as perspectivas cognitivas.

Para aprender, o sujeito deve estar envolvido em algum tipo de reestruturação cognitiva. Um dos meios mais eficazes de elaborar, reflectir, formulando juízos conceitos…, é através da explicação do material que está a ser elaborado por alguém. Assim o aluno que apresenta a explicação aprende muito mais do que num estudo solitário. Trabalhar em conjunto fomenta a interacção entre os alunos.

Bessa e Fontaine (2002) referem que *mais do que simplesmente transmitir conhecimentos e formar profissionais, a escola deve ser promotora de vivências democráticas e de aprendizagens significativas para o desenvolvimento integral do indivíduo e para a sua formação enquanto cidadão.* (p.77)

Estes autores expressam que a aprendizagem cooperativa constitui uma estratégia poderosa de promoção da aprendizagem e realização escolar, quando comparada com as do tipo competitivo ou individualista. Consideram que, num método heurístico, os professores colocam questões para obterem mais informações e provocarem nos alunos a reflexão. Estas questões servem para sugerir novos aspectos do problema, para encorajar os alunos a repensar a sua actividade. As relações na sala de aula devem ser um processo altamente dinâmico e reflexivo, tornando-a num processo interactivo de comunicação entre professor e alunos.

Os professores que vêem a actividade matemática como capacidade de abstrair, inventar, provar e aplicar, proporcionam aos alunos oportunidades para explorar diferentes ideias matemáticas e encorajam-nos a pensar sobre os seus processos de pensamento facilitando assim a construção do mesmo. Matos e Serrazina (1996) atestam que *a comunicação com sucesso exige a negociação de intenções e depende de todos os elementos da turma expressarem respeito e apoio pelas ideias dos outros* (p.171). Afirmam ainda que a comunicação pode ser: expositiva, explicativa, através de conjecturas, questionando com perguntas focalizadas ou para confirmar ou ainda para inquirir: Uma **explicação** utiliza palavras ou ideias já familiares ao aluno, enquanto a exposição introduz novas ideias. As **Conjecturas** são uma forma de dizer algo que se acredita ser verdadeiro, mas de forma a mostrar que se podem fazer modificações.

Nas **perguntas focalizadas** o professor procura afunilar as questões de forma a focar a atenção do aluno para que ele veja o que o professor vê.

Nas **perguntas para confirmar** pretende que os alunos tenham a oportunidade de verificar as suas ideias e tente explica-las aos outros.

As **questões para inquirir** podem ser consideradas focalizadas, de verificação, de controlo da sala de aula ou ainda de inquérito genuíno.

O professor deve usar os diferentes tipos de comunicação, empregando as diferentes formas de questionamento para que o aluno não pense que todas as perguntas são um teste.

Seguindo a ideia dos mesmos autores, o professor pode melhorar o ambiente na sala de aula procurando melhorar três estratégias: o questionar, o responder a interacções iniciadas pelos alunos e o monitorizar as interacções aluno - aluno.

Os alunos ao relacionarem materiais, desenhos, diagramas, palavras ou expressões matemáticas com ideias matemáticas estão a comunicar.

> *Dizer que as crianças compreendem ideias quando lhes são apresentados materiais concretos é dizer que as crianças constroem relações que conduzem a uma estrutura de conexões contendo representações dos materiais e das sua interacções com eles. As crianças devem fazer isto ou representando os materiais de uma forma que os liga com estruturas já existentes ou construindo relações que conduzam a uma reorganização das estruturas*. (Matos e Serrazina, 1996, p. 197)

Estes materiais devem ser usados pelas crianças verificando algumas propriedades e compreendendo outras. Ao serem usados diversas vezes permitem à criança uma aprendizagem a partir da própria experiência. Assim os alunos sentem e revelam mais segurança na comunicação e partilha dos raciocínios e processos desenvolvidos. *Na brincadeira são empreendidas acções coordenadas e organizadas, dirigidas a um fim e, por isso, antecipatórias favorecendo um conhecimento intelectual que leva à consolidação do pensamento abstracto* (Formosinho 2007, p. 226).

Ao afirmar a importância do jogo na aula de matemática Alsina (2004), menciona:

> *A partir da abordagem realizada ao conceito de jogo, poder-se-á intuir o seu valor enquanto recurso da aprendizagem. As crianças jogam porque o jogo é um prazer em si mesmo, mas a sua maior importância radica no facto de que ele permite resolver problemas simbolicamente e mobiliza vários processos mentais.* (p.6)

Diz também que o jogo é um recurso de aprendizagem indispensável no ensino da Matemática, devendo este ser integrado no programa com planificação rigorosa de sessões de jogos. Mas lembra que este recurso deve subordinar-se à Matemática e não o contrário, criando mesmo os dez mandamentos do jogo na aula de Matemática.

Mais adiante reforça a ideia dizendo:

> *... sempre que se pretenda introduzir uma nova competência matemática, o processo ideal de ensino-aprendizagem deveria incluir a manipulação de diferentes materiais, já que só a partir do ensino diversificado, rico em recursos e estratégias para abordar uma mesma aprendizagem, se conseguira que as aprendizagens matemáticas sejam interiorizadas de forma significativa e aumente o grau de consciência sobre elas.* (idem, p.9)

Termina dizendo que só após este trabalho se deve passar para outros recursos mais elaborados, representação gráfica ou trabalho escrito.

Froebel referido em Formosinho (2007), defendia a ideia do jogo como fundamental para o desenvolvimento da criança. *Uma pedagogia que valorize a actividade e a participação criativa da criança e considere o brincar como essencial no plano curricular e metodológico não pode prescindir dos pressupostos filosóficos de Froebel.* (p.60)

A forma como se avaliam os problemas dos alunos não devem ser limitados pelo certo ou errado, é fundamental perceber o que o aluno pretendeu dizer ao fazer isto ou aquilo.

> *Registar apenas o número de exercícios respondidos correctamente, sem compreender o pensamento e os raciocínios que conduziram a essas respostas, não será suficiente para saber que significados um aluno está a dar aos conceitos e procedimentos que estão a ser construídos. É essencial para um ensino eficaz conhecer os significados que os alunos estão a atribuir às ideias matemáticas que estão a aprender de forma a assegurarmo-nos de que um sólida fundamentação está a ser formada…*(Matos e Serrazina, 1996 p.218).

Nem sempre os alunos seguem os passos devidos para a resolução de problemas, lendo-os de forma global sem analisar cada passo e, por isso, as respostas são totalmente desprovidas de conteúdo sem contexto.

> *É frequente observarmos alunos que procuram dados de um problema de uma forma anárquica, operam com esses dados ao acaso e, finalmente, dão respostas sem sentido ou até encontram respostas para os problemas sem nexo. Assim é necessário alertá-los para a importância de procurar os dados de forma consciente, ver quais as condições que relacionam esses dados e interpretar o sentido que têm relativamente ao que é pedido*. (Lopes et al, 1992, p.11)

Alguns psicólogos, consideram que a capacidade de captar semelhanças e praticar um raciocínio analógico é um dos indicadores mais seguros da inteligência em geral.

Boavida et al (2008) referem que o papel do professor é diferente quando se trata de incentivar os alunos a resolverem ou a formularem problemas. Quando o professor formula a questão cabendo ao aluno responder às solicitações, trata-se da resolução de problemas. Já na formulação de problemas o aluno é desafiado a problematizar situações do dia-a-dia fazendo uso das suas vivências, conhecimentos e da sua própria linguagem. Usando as formulações apresentadas pelos alunos, o professor deve orientá-los para uma exploração matematicamente rica e aproveitar situações que possam ocorrer na sala de aula para proporcionar situações de formulação de problemas. Sugerem ainda, estratégias para a formulação dos problemas.

> *A partir da informação que um determinado problema possui, identifica-se o que é conhecido (os dados, as propriedades ou atributos envolvidos), o que é pedido (o desconhecido, a resposta ou a solução) e as restrições que a resposta ou problema pode envolver. Modifica-se um ou mais destes aspectos e reformulam-se perguntas que por sua vez, poderão gerar mais modificações e mais perguntas. ... Solicitar aos alunos que criem os seus próprios problemas, é uma actividade também rica e interessante, mas que deve ser realizada apenas depois de terem alguma familiaridade em etapas anteriores, como a modificação de problemas* (pp.28-29).

Mas como ensinar para melhorar a capacidade de resolver problemas? Lopes et al. (1992) consideram que a organização das actividades e a actuação do professor são as duas áreas em que se centra o ensino da capacidade de resolver problemas. Muitas vezes os alunos não gostam de resolver problemas, porque a maioria tem uma experiência pouco interessante, sendo necessário então, proporciona-lhes experiências motivantes como, por exemplo, através de situações de jogos.

Enquanto o professor actua como modelo deverá pensar alto, referir cada etapa do processo, justificar as acções tomadas em cada uma delas, explicitando as razões que o levaram a optar por uma determinada estratégia, como geriu e organizou os seus conhecimentos, corrigindo eventuais concepções "erradas" que os alunos têm.

Os mesmos autores, através de uma adaptação de Lester, propõem o seguinte esquema como guia de actuação do professor.

Acções do professor		Intenções do professor
Pedir a um aluno para ler o enunciado do problema em voz alta. Discutir palavras ou frases que possam levantar dúvidas. Pedir a um aluno para recontar o problema, usando palavras suas. Discutir com toda a turma a compreensão do problema, fazendo os comentários adequados. Discutir com toda a turma possíveis estratégias de resolução.	ANTES	Mostrar como é importante a leitura cuidadosa do problema e centrar a atenção em certas palavras. Realçar a importância que tem a compreensão do enunciado e do problema. Centrar a atenção em dados importantes e clarificar partes do problema. Fazer surgir ideias sobre possíveis maneiras de resolver problemas.
Observar e por questões aos alunos, no decurso do trabalho, dando sugestões se necessário. Proporcionar extensões do problema, se necessário. Pedir aos alunos que resolvam o problema para «dar a resposta»	DURANTE	Identificar os pontos fracos dos alunos. Ajudar os alunos a ultrapassar situações de impasse. Desafiar e encorajar os alunos mais rápidos a generalizar a sua estratégia de resolução a um problema semelhante. Proporcionar o confronto das soluções e a discussão da sua plausibilidade.
Pedir aos alunos que expliquem e discutam as estratégias de resolução que utilizaram. Pedir aos alunos que relacionem o problema com problemas já resolvidos, ou que resolvam extensões desse problema	DEPOIS	Identificar as diferentes estratégias que permitam resolver o problema. Mostrar que as estratégias de resolução de problemas não são específicas de um dado problema e ajudar os alunos a reconhecer diferentes tipos de situações, onde estas estratégias podem ser úteis.

(Retirado de Lopes e tal., 1992, p.21)

O modo como os alunos se envolvem na realização de tarefas de investigação, as dificuldades que sentem, as aprendizagens que realizam é o efeito deste trabalho nas concepções sobre a matemática. Braumann (2002) diz que:

> *Aprender matemática não é simplesmente compreender a matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. Só assim se pode verdadeiramente dominar os conhecimentos adquiridos. Só assim se pode ser inundado pela paixão "detectivesca" indispensável à verdadeira fruição da Matemática*. (p.5)

Segundo este autor, existem vários tipos de pensamento: o pensamento indutivo, dedutivo, abdutivo e transformativo.

O ponto de partida do processo indutivo é a observação atenta, incisiva de certos factos de uma experiência. Esta ética contribui para o desenvolvimento de uma cultura científica eivada de valores que a humanizem, e também, a credibilizem de um ponto e vista epistemológico. O pensamento dedutivo leva-nos a uma Matemática formal, organizado e estruturados com base em inferências dedutivas. A abdução é um inferência ou seja um modelo racional de descoberta científica.

A abdução e a dedução constituem a compreensão conceptual de um fenómeno e a indução a verificação quantitativa. A abdução cria, a dedução explica e a indução verifica.

Estabelecendo a relação entre pontos comuns e diferenças entre o conceito de resolução de problemas e de investigação matemática, Serrazina, Vale e Fonseca (2002) dizem:

> *...o que é importante é apresentar aos alunos um conjunto de propostas de trabalho interessantes, que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e onde os alunos tenham oportunidade para experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas ideias e tomar decisões. A resolução de problemas vai muito além de resolver um problema. É um modo de entender o ensino – aprendizagem da matemática e a própria matemática.” (p.42)*

As crianças aprendem melhor quando reagem dinamicamente a uma situação que lhes suscite interesse e responda à sua natural curiosidade.

A prática pedagógica deve valorizar tarefas que promovam o desenvolvimento matemático dos alunos, nomeadamente resolução de problemas e actividades de investigação. Essas actividades devem ser diversificadas criando oportunidades de discussão entre alunos e de trabalho de grupo.

As tarefas de exploração e investigação permitem que os alunos façam pequenas cadeias de raciocínio dedutivo, que fundamentem em evidências empíricas e em factos previamente aceites. (Martins et al., 2002, p.64). Para tal é necessário que os alunos se envolvam em actividades em que são encorajados a fazer conjecturas, podendo ser discutidas com base em argumentações consistentes.

Ernest (1991), referido por Serrazina, Vale e Fonseca (2002, p.44) mostra os papéis dos professores e dos alunos nas diferentes abordagens de ensino ligados à inquirição no ensino da Matemática:

No método por descoberta guiada o professor deve formular o problema ou escolhe situação com objectivo em mente, conduzindo o aluno para a solução ou objectivo. O aluno deve seguir as orientações. Na resolução de problemas, o professor formula o problema e deixa o método de solução em aberto. O aluno encontra o seu próprio caminho para resolver o problema. Na abordagem investigativa, o professor escolhe ou aprova a escolha do aluno de uma situação de partida. O aluno define os seus próprios problemas e tenta resolver pelo seu próprio caminho.

2.9 Novas tecnologias na aula de Matemática

O uso da calculadora na sala de aula pode ser muito vantajosa. Na resolução de problemas a sua utilização pode encorajar o aluno a entender e representar o problema e permite uma abordagem investigativa. Facilita a focalização da atenção no processo de resolução de problemas.

Mamede (2002) salienta que o objectivo das tarefas de resolução de problemas exploratórios não é exercitar a destreza nem desenvolver competências de cálculo, é antes desenvolver competências como ser capaz de estabelecer um raciocínio lógico e ser capaz de analisar um problema. Aqui os alunos recorrendo à calculadora podem ultrapassar essas limitações provocadas pela falta de treino. Refere também que o uso da calculadora parece trazer benefícios no que respeita à comunicação oral.

Como conclusão do seu estudo a autora diz:

> *Talvez valesse a pena proporcionar aos alunos um contacto mais frequente com problemas exploratórios, onde os processos de resolução não são normativos, onde várias soluções podem ser igualmente correctas, onde a discussão com o parceiro é promovida e pode ser altamente proveitosa, onde a calculadora pode desempenhar um papel para lá do mero instrumento verificador*. (p121)

Em estudos feitos sobre a utilização de computadores na aula de matemática, Cabrita e Vizinho (2002) concluíram que:

> *a motivação para a aprendizagem da matemática é um aspecto fundamental e o computador pode, aí, representar um papel fundamental….pode tornar a disciplina de matemática como uma disciplina mais criativa e mais dinâmica e pode ajudar o professor a diversificar as actividades que propõe.* (p.151)

Para tal deveríamos ter as escolas equipadas no sentido de poder usufruir desta ferramenta, pois como referido em NCTM (1991, p.24).

> *O uso reflectivo e criativo das tecnologias melhora, quer a qualidade do currículo, quer a qualidade da aprendizagem. É pois de importância crucial integrar as calculadoras e os computadores nos programas de Matemática se se pretende atingir os objectivos de um novo currículo.*

Pois muitos programas, interactivos ou não, proporcionam situações interessantes de aplicação da matemática.

Capítulo III
DESENVOLVIMENTO DA PRÁTICA PROFISSIONAL

Este trabalho visou a defesa das orientações curriculares centradas no desenvolvimento da predisposição e aptidão para raciocinar matematicamente, gosto e confiança pessoal em desenvolver actividades intelectuais que envolvem as competências matemáticas.

3.1 Motivação

A motivação foi o gosto pela área de Matemática e pelos desafios que ela apresenta. Acreditar que o desenvolvimento das competências transversais nos alunos desde cedo permite-lhes ganhar confiança, bases consistentes e obter melhores resultados e desempenho na escola e na vida activa.
Foi também motivado pela implementação dos novos programas de matemática nas escolas do 1º ciclo e a ênfase dada ao desenvolvimento das competências transversais.
A preocupação com o mau desempenho dos alunos portugueses na área de Matemática constatado na mais recente avaliação do Programa Internacional (PISA) e a ideia desta área ser difícil e desagradável, levou à reflexão sobre as potencialidades e os objectivos do ensino da matemática. Decidiu-se implementar este estudo e apurar quais seriam os resultados se ela fosse trabalhada de uma forma diferente daquela a que eles estão habituados.
Pretendeu-se dar um contributo para tornar a experiência educativa dos alunos num caminho cada vez mais desafiador e exigente, gerando neles a necessidade de aprender a gostar da Matemática. Para que este propósito tenha êxito é preciso organizar ideias e recursos de forma a permitir a intervenção eficaz junto dos alunos, transformando e mudando as estratégias de abordagem do currículo.

.

3.2 Metodologia utilizada

Em função da prática educativa detectou-se nos alunos uma grande lacuna no que concerne à resolução de problemas, à forma como raciocinam bem como à dificuldade que os alunos têm de comunicar matematicamente. Por esta razão idealizou-se um projecto com características de investigação/acção, bastante limitado pelo tempo de aplicação que se caracterizou por ter havido frequentes mudanças de estabelecimento de ensino e não ter turma atribuída.

Para aplicação do estudo foi feito o pré-teste, seguido do tempo de acção em que se trabalhou no sentido de desenvolver as competências em estudo e finalmente realizado o pós-teste.

Esta é a fase do trabalho em que o investigador determina as estratégias e os procedimentos, com a finalidade de encontrar respostas ao problema por ele definido.

Por estes motivos, houve a preocupação em apresentar todas as vertentes do processo metodológico utilizado ao longo do trabalho e que se relacionam com o tipo de estudo, a apresentação do campo populacional e a sua caracterização, a apresentação do problema do estudo bem com a construção do instrumento de colheita de dados.

Utilizou-se a abordagem qualitativa para tornar o trabalho pedagógico mais eficaz, sendo esta abordagem um contributo para a reflexão sobre a eficácia pessoal e sua optimização auxiliando os alunos a explorar as suas próprias capacidades. Incorporar a perspectiva qualitativa é tornar-se auto-consciente, pensar activamente e agir questionando-se constantemente. Neste contexto os professores ao agirem como tal não só desempenham o seu dever, mas também se observam a si próprios, reflectem sobre as suas atitudes e ganham uma visão mais ampla e tornam-se mais sensíveis a factores que influenciam o seu próprio trabalho a sua interacção com os outros.

É um método de investigação que procura descrever e analisar experiências complexas. Este, oferece uma oportunidade para fazer emergir pontos de vista díspares e habitualmente desconhecidos.

Não foi adoptada a estratégia de ensinar através da resolução de problemas, embora saibamos que seria mais vantajosa, apesar de mais difícil. Não por ser mais difícil mas sim porque, como já foi referido, o facto de não ser titular de turma, o que dificultou mais o estudo. Como sabemos este método requer mais tempo, principalmente com alunos que não estão habituados a trabalhar com frequência a resolução de problemas.

3.3 Definição do problema

Durante o percurso profissional tem havido a percepção de que os alunos revelam uma enorme dificuldade no que concerne à área da Matemática e particularmente na resolução de problemas. O novo Programa de Matemática (PMEB, 2008) dá particular importância ao desenvolvimento das competências transversais. Assim surgiu o seguinte problema:

Problema : Será que ao trabalhar as competências transversais da Matemática (Resolução de Problemas, Raciocínio e Comunicação Matemática), os alunos melhoram o gosto e o desempenho nesta área?

À medida que o trabalho foi sendo desenvolvido, tornou-se clara a vasta ramificação de acções, influenciadas pelas características da própria disciplina, pela forma como o ambiente de aprendizagem evoluiu ao longo do tempo.

Todavia, foi necessário circunscrever as áreas de intervenção e observação, sem deixar de coligir informação complementar e relevante, que pudesse ser pertinente para futuras abordagens do tema e, sobretudo, fornecer pistas úteis que permitam a reflexão e a reprodução das acções possíveis, ajustadas aos diferentes contextos, quando se tenham revelado capazes de produzir alguns resultados positivos, ainda que em circunstâncias específicas e muito restritas, em virtude das condições de trabalho a que se foi sujeita.

Com este estudo pretendeu-se observar, descrever e analisar a influência que a implementação do novo Programa de Matemática do Ensino Básico (competências transversais), têm nos resultados escolares e na motivação para desenvolver o gosto por esta área.

3.4 Tipo de estudo

Neste estudo foi definido o problema, traçado o plano de acção, verificada e demonstrada a eficácia da acção do problema e feita uma reflexão, dando corpo ao trabalho apresentado.

Para Esteves (2008), a finalidade da investigação-acção é melhorar o desempenho das tarefas e o ambiente profissional em que estas ocorrem. Refere ainda que o conhecimento prático é de natureza evolutiva e está aberto a mudança. No entanto dá ênfase à incidência no rigor e na sistematicidade como características essenciais.

A aplicação desta metodologia desenvolve nos professores capacidades reflexivas. Como diz Alarcão (2000), referindo Morin, *só o pensamento pode organizar o conhecimento* (p.15). Mais adiante menciona que, *reformar a escola implica reformar o pensamento sobre a escola…* (p.16)

Para que essa reforma ocorra é necessário ter em conta o que diz Moreira (2001), *…pela via do desenvolvimento de capacidades investigativas dos professores, se contribui para a promoção de professores autónomos e reflexivos* (p.13)

Quando cita James MCKerman (1998), Esteves (2008) diz:

> *a investigação-acção é um processo reflexivo que caracteriza uma investigação numa determinada área problemática cuja prática deseja aperfeiçoar ou aumentar a sua compreensão pessoal. ... Investigação-acção é uma investigação científica e auto-reflexiva levada a cabo por práticos para melhorar a sua prática*: (p.20)

O tipo de estudo utilizado nesta investigação, foi o descritivo, exploratório e transversal, já que este consiste no estudo de um único grupo que representa a população alvo em estudo, tendo sido os dados recolhidos num determinado momento. Devido às reduzidas dimensões do grupo, este estudo enquadra-se no estudo de caso. Tendo em conta o tipo de estudo, a metodologia adoptada nesta investigação foi essencialmente qualitativo não pondo de parte pequenas análises quantitavas sempre que se acharam pertinentes.

Uma das estratégias mais representativas da investigação qualitativa, segundo Bogdan e Biklen (1994), é a observação participante.

> *Em Educação, a investigação qualitativa é frequentemente designada por naturalista, porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais*

está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das pessoas…(p.17)

Os autores explicam que *o termo "dados"se refere aos materiais em bruto que os investigadores recolhem do mundo que se encontra a estudar; são os elementos que formam a base da análise. …* (p. 149). Os dados quantitativos serão apresentados de forma a quantificar o número de alunos relativamente aos métodos / estratégias utilizados na resolução de problemas, os que conseguiram/ não conseguiram resolver, o raciocínio e a comunicação matemática.

Este estudo é considerado, também, descritivo. O que se fez ao longo deste trabalho foi explicitar, o melhor possível, as dificuldades com que os alunos se deparam, a forma como reagiam antes, durante e depois de ser desenvolvido o trabalho. Relativamente ao que foi dito, este estudo, pode classificar-se como uma pesquisa de natureza qualitativa mas também quantitativa revestindo-se de uma modalidade de estratégias transversais e exploratórias. Para podermos realizar este estudo, formulámos os objectivos referidos no capítulo anterior.

3.5 Participantes

Para concretizar os objectivos necessitámos de recolher informações. Quando se pretende obter o máximo de informação sobre um ou mais aspectos acerca de um grupo muito grande ou numeroso, torna-se difícil fazer um levantamento do todo. Daí, a necessidade de investigar apenas uma parte dos elementos que compõem o universo. Todo o problema da amostragem debruça-se em especial na escolha de uma parte designada como amostra, de modo que seja a mais representativa, se possível, do todo.

Ferreira (1998) define população como sendo, *o conjunto de elementos abrangidos por uma mesma definição. Esses elementos têm… uma ou mais características comuns a todos eles, características que os diferenciam de outros conjuntos de elementos* (p.191). Segundo o mesmo autor, população alvo é uma população particular que é submetida a um estudo. Essa população é constituída pelos elementos que satisfazem os critérios de selecção definidos antecipadamente e para os quais o investigador deseja fazer generalizações.

A população deste estudo é constituída por dez alunos do terceiro ano, do primeiro ciclo do Ensino Básico.

3.6 Instrumento de recolha de dados

Para tentar dar resposta à questão em estudo, optou-se por resolver quatro problemas (pré-teste), para serem analisados tendo em conta o método /estratégia utilizado, a comunicação matemática e o raciocínio matemático. Da análise de cada um resultou uma figura contendo gráficos relativos a cada item em análise.

Durante a acção, a professora desenvolveu actividades no sentido do desenvolvimento dessas capacidades e fez reflexões deste processo.

O pós-teste foi realizado e analisado com base nos mesmos critérios do pré-teste, para finalmente ser feito o estudo comparativo de onde resultaram figuras contendo gráficos comparativos entre o pré o pós-teste.

A análise envolve procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido a outros. (Bogdan e Biklen, 1994, p.205)

Optou-se por este método porque nos pareceu ser o mais adequado para testar e tentar responder ao problema em estudo.

Os problemas em análise foram retirados de diferentes ficheiros de matemática para o 3.º ano, sofrendo alterações que se consideraram pertinentes.

Capítulo IV
ESTRATÉGIAS DESENVOLVIDAS

A resolução de problema é uma actividade que envolve o recurso sistemático às capacidades básicas do pensamento (identificar, relacionar e operar), por isso desenvolveram-se estratégias facilitadoras desenvolvimento destas capacidades.

4.1 Actuação do professor

Sendo uma turma algo indisciplinada, constatou-se que haveria um trabalho prévio a desenvolver. Era necessário ganhar a confiança dos alunos e conhecê-los um pouco melhor e, a partir daí, regular o comportamento da turma.

Como tinha sido planeado com a professora titular de turma, deveria dar-se continuidade ao preconizado na planificação do Agrupamento com pequenas alterações para poder ser implementado o estudo.

Para proceder à avaliação das competências transversais da matemática foi elaborado um instrumento de recolha de dados constituído por quatro problemas devidamente seleccionados com diferentes níveis de dificuldade tendo em conta a natureza heterogénea destas competências. Esta preocupação deveu-se à necessidade de dispormos de instrumentos suficientemente abrangentes que permitissem, por um lado, diferenciar as competências transversais da Matemática e por outro uma análise das estratégias implementadas.

Houve a necessidade de diferenciar as competências transversais da matemática em diferentes contextos. Optou-se por problemas práticos, não rotineiros, de determinação e de demonstração, tendo em conta o método de resolução de problemas segundo Pólya.

O método utilizado foi principalmente por descoberta guiada. Ao formular o problema sempre com um objectivo em mente, conduziu-se os alunos para a solução ou objectivo, levando-os a seguir as orientações, adoptando um raciocínio da heurística e procurando que os alunos fizessem analogias.

Na primeira aula houve uma conversa prévia explicando aos alunos que iam trabalhar a área matemática e que, por vezes, fariam trabalhos algo diferentes do que estavam habituados. Foi-lhes explicado, também, que resolveriam alguns problemas sozinhos, sem ajuda. Não deveriam preocupar-se pois só serviriam para constatar o que eles sabiam fazer, para depois os poder ajudar naquilo que eles não soubessem fazer, ou melhorar alguns aspectos.

Neste momento ficaram preocupados e perguntaram logo se não ia para a capa (dossiê onde os alunos guardam os trabalhos diários), ao que lhes foi dito que ninguém mais teria conhecimento, serviriam só para os poder ajudar. Foi-lhes pedido, também, que não copiassem, fossem o mais verdadeiros possível para não serem prejudicados e poderem ser ajudados.

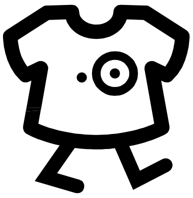
Apesar de termos consciência de que as tarefas poderiam ser muito mais diversificadas, incluindo conhecimentos operatórios, numéricos, geométricos…, optou-se por problemas onde pudessem ser avaliadas principalmente as competências transversais da matemática.

4.2 Problemas para avaliação das competências em estudo

Para realização do pré e do pós-teste foram-lhes dados aos alunos os seguintes problemas para resolverem:

Problema 1.

AS CAMISAS E AS GRAVATAS



Os senhores Branco, Rosa e Castanho vestem camisa e gravata de cor branca, rosa e castanha, mas a roupa de nenhum deles é da cor do seu nome.

Se a gravata do senhor branco for da cor da camisa do senhor Castanho, qual é a cor da camisa do senhor Rosa?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas no teu caderno.

Através deste problema pretendia-se que os alunos apresentassem um raciocínio matemático mas também demonstrassem e explicassem ideias e processos justificando os resultados, avaliando assim a comunicação matemática. Uma das estratégias a aplicar poderia ser a de fazer desenhos.

Problema 2.

UM PASSEIO DE CARRO

O João, o Tiago, a Carolina e a Maria foram dar um passeio de carro. O carro só tem quatro lugares: o lugar de condutor, o lugar do passageiro da frente e dois lugares atrás.

Só os rapazes sabem guiar.

a) De quantas formas se podem sentar?
b) Se todos soubessem guiar de quantas formas se poderiam sentar?

Explica como chegaste à tua resposta. Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou contas no teu caderno.

Neste problema os alunos deveriam demonstrar raciocínio matemático combinatório, usando por exemplo a estratégia de tentativa e erro. Poderiam fazer uma simulação fazendo desenhos apropriados.

Problema 3.

Pensa e resolve:

Na sala de aula arrancaram-se todas as folhas da agenda dos dias do mês de **Outubro.**

O *José foi o primeiro e tirou* todas as folhas que só tinham **um algarismo**.

A *Maria, de seguida, retirou* as folhas que começavam pelo **algarismo 1.**

A *Joaninha, depois,* pegou nas folhas que começavam pelo **algarismo 2.**

O *Pedro, finalmente, ficou com* as folhas que começavam pelo **algarismo 3**.

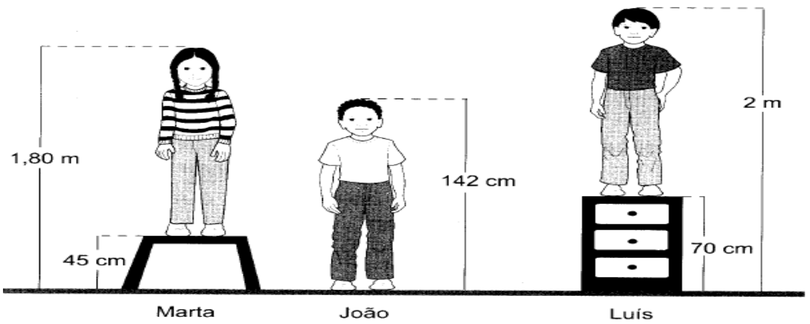
Foram os rapazes ou as raparigas que retiraram mais folhas?

Explica, com desenhos, palavras ou contas, como descobriste.

Os alunos deveriam investigar regularidades numéricas recorrendo à descoberta de um padrão ou fazendo por exemplo: uma tabela ou lista organizada.

Problema 4.

O Luís e os seus dois amigos andaram a brincar às alturas, como podes observar na figura. Os três amigos têm alturas diferentes.



Tendo em conta apenas as medidas indicadas na figura, escreve o nome dos três amigos, do mais baixo para o mais alto.

Com este problema pretendia-se que os alunos estabelecessem comparações e ordenassem medidas de grandeza. Estratégias possíveis seriam através do uso do algoritmo, descritivas, ou usando uma dedução lógica.

Nos dois primeiros dias de trabalho com a turma os alunos resolveram os problemas que serviram de pré-teste.

Foi-lhes dito que os podiam resolver como quisessem ou lhes fosse mais fácil, através de desenhos, contas, grelhas … Ao que me responderam: *Ai é? Então não temos de fazer contas?*

Foi lembrado que eles é que decidiam como o deveriam resolver depois de o terem lido e analisado, poderia também ser resolvido através de outro método que não fossem contas, mas só podem decidir depois de o ter lido. Os alunos responderam que assim era "fixe".

Ao passar pelas mesas de trabalho verificou-se que a maioria não tinha lido o enunciado, ou não tinha percebido o problema, pois estavam quase todos a usar estratégias que não levavam ao sucesso, aqueles que tinham tentado fazê-lo, pois havia os que desistiam antes mesmo de começar.

Decidiu-se através de um diálogo na sala de aula que se iria resolver semanalmente um problema - o problema da semana.

Os problemas estariam relacionados com as suas vivências, ou seja, começar com problemas práticos. Foram resolvidos problemas de dois ou mais passos, problemas de processo.

A integração na prática pedagógica da perspectiva da resolução de problemas, raciocínio e comunicação, requer uma mudança significativa nos estilos e práticas pedagógicas.

4.3 Sessões em sala de aula

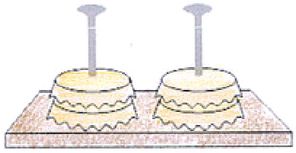
A intervenção na turma foi feita em quatro sessões.

Sessão n.º1

Como na aula de educação musical estavam a construir instrumentos com materiais recicláveis, surgiu então o seguinte problema:

Problema :

Instrumentos musicais



O grupo da Joana vai construir instrumentos musicais como o da figura.

Para construírem este instrumento musical, eles precisam do seguinte material: .

4 tampas; 2 palitos e 1 placa de esferovite

Descobre quantos instrumentos musicais o grupo da Joana consegue construir se tiver:

25 tampas

15 palitos

8 placas de esferovite

Mostra como chegaste à tua resposta, usando palavras, desenhos ou contas.

Conteúdos desenvolvidos através da resolução do problema "instrumentos musicais":

Conceptuais (compreensão e aplicação da estratégia encontrar padrões, utilizando uma tabela para resolver problemas.)

Procedimentais (construção de instrumentos para efectuar contagens e fazer registos; leitura, interpretação, definição e execução um plano para a resolução do problema e verificação dos resultados)

Atitudinais (respeito pela sua vez; manipulação cuidadosa de materiais; respeitar as ideias dos outros, desenvolver atitudes positivas face à matemática)

Domínios :

Resolução de problemas utilizando a estratégia "descobrir um padrão" e "utilizar uma tabela".

Raciocínio e comunicação matemática

Objectivos:

Ler, explorar e interpretar informação, respondendo à questão formulada e formulando novas questões.

Estabelecer relações entre o número de instrumentos e número dos diferentes materiais para a sua construção.

Reconhecer a importância da resolução de problemas do dia-a-dia através de uma tabela.

Foi distribuída uma folha a cada aluno com o problema e pedido que lessem o problema em voz baixa. Depois de todos terem lido foi pedido aos alunos que explicassem o que se pretendia com o problema. Constatou-se que os alunos tinham muita dificuldade na interpretação do mesmo, por isso foi lido pela professora em voz alta.

Seguindo a método de resolução de problemas de Polya, procurou-se a compreensão do mesmo, lendo pausadamente e interpretando cada frase, formulando questões que iriam ajudar na sua compreensão.

Quantas caricas são necessárias para fazer um instrumento? E palitos? E tábuas?

Quantos objectos são necessários para construir um instrumento?

Seguidamente os alunos foram questionados sobre o que se pretendia com este problema.

As respostas às questões não foram unânimes. Pediu-se então que justificassem a resposta solicitada à questão colocada no sentido de aferir a compreensão do problema, os alunos revelavam muita dificuldade em explicar, ou seja em comunicar matematicamente o seu pensamento. À medida que iam falando iam sendo ajudados na verbalização do seu pensamento, para o qual revelaram muita dificuldade. De seguida deveriam fazê-lo sem ajuda, incentivando-os a comunicar e encorajando-os a verbalizar o seu raciocínio, como é referido no novo Programa de Matemática do Ensino Básico.

Questionaram-se os alunos sobre se já tinham resolvido algum problema semelhante, com o qual pudessem estabelecer uma relação.

Foi definido o plano para resolver o problema. Após a discussão decidiu-se, entre professora e alunos, que seria melhor desenhar uma tabela, tornando assim mais fácil a contagem.

No quadro desenhou-se uma tabela na qual se registou o número de cada um dos objectos necessários à construção de um instrumento.

N.º de inst. / material	1	2	3	4	…
Placas	1				
Caricas	4				
palitos	2				

Foi distribuído material aos alunos para construírem os seus próprios instrumentos, tampas de garrafa já furadas; placas de esferovite; e palitos. Pois, como referido por Alsinia (2004) as competências lógico-matemáticas devem ser adquiridas, entre outras formas, a partir do interesse natural do jogo sentindo-se especialmente motivada pela actividade matemática.

Passou-se então à execução do plano. A norma 2 do NCTM (1991) menciona que para a criança desenvolver processos cognitivos de alto nível deve incluir oportunidades de comunicação de forma que os alunos relacionem materiais físicos com ideias matemáticas. Assim torna-se mais fácil a execução do plano estabelecendo elos de ligação entre as noções informais e intuitivas da criança e a linguagem abstracta e simbólica da matemática. Para tal a comunicação era feita colocando perguntas focalizadas: Quantos instrumentos já fizeste? Já contaste as caricas? O João já fez 3 instrumentos, quem sabe quantos palitos já usou?

Como Formosinho (2007) referiu, *na brincadeira são empreendidas acções coordenadas e organizadas, dirigidas a um fim e, por isso, antecipatórias favorecendo um conhecimento intelectual que leva à consolidação do conhecimento abstracto. (p.226)*

À medida que iam construindo os instrumentos, todos efectuavam as contagens, verificando se estavam correctos, e um aluno de cada vez registava na tabela que tinha sido feita no quadro, verbalizando sempre o que registava, permitindo assim que a criança ganhasse confiança na sua capacidade de raciocínio e de justificar os seus pensamentos, bem como a capacidade de os comunicar.

Quando terminaram o sexto instrumento constataram que não tinham tampas suficientes para o seguinte, concluindo que embora tivessem palitos e placas já não podiam construir o sétimo instrumento. Puderam então dar resposta ao problema. Esta foi verificada primeiro com os materiais utilizados e depois através da tabela. Foi feita a também a verificação através de operações:

25 tampas : 4 + 4 = 8 + 4= 12 + 4 = 16 +4 = 20 + 4 = 24 (podiam fazer 6 e sobrava 1)

15 palitos: 2 + 2 = 4 +2 = 6 +2 = 8 +2 = 12 + 2 = 14 (podiam fazer 6 e sobrava 1)

8 placas : podiam fazer 8; mas não tinham nem tampas, nem palitos para mais do que 6.

Verificaram assim a resposta através de outra estratégia.

Sessão n.º 2

Na semana seguinte, depois de falar de berlindes e dos jogos que eles faziam, foi-lhes apresentado o problema:

> **Os berlindes**
>
> O Francisco foi para a escola com um saco cheio de berlindes. Ao chegar à escola deu metade ao seu amigo Manuel.
>
> No intervalo jogou com a Joana e perdeu 7 berlindes. À saída fez mais um jogo e ganhou 5 berlindes.
>
> Quando chegou a casa tinha 10 berlindes no saco. Quantos berlindes é que o Francisco tinha levado de manhã para a escola?

Conteúdos desenvolvidos através da resolução do problema "os berlindes":

Conceptuais (compreensão e aplicação da estratégia trabalhar do "fim para o princípio", para resolver problemas)

Procedimentais (leitura, interpretação, definição e execução um plano para a resolução do problema e verificar os resultados)

Atitudinais (respeito pela sua vez; respeito pelas ideias dos outros, participação activa na aula, desenvolver atitudes positivas face à matemática)

Domínios :

Resolução de problemas utilizando a estratégia trabalhar do fim para o princípio.

Raciocínio e comunicação matemática

Objectivos:

Ler, explorar e interpretar informação, respondendo à questão formulada e formulando novas questões.

Estabelecer relações entre o número de instrumentos e número dos diferentes materiais para a sua construção.

Reconhecer a importância do da resolução de problemas do dia-a-dia utilizando a estratégias trabalhando do fim para o princípio.

Pretendia-se ao trabalhar este problema que as crianças tomassem consciência de que os problemas têm diferentes formas de ser resolvidos, ou seja, também podem resolver-se usando a estratégia do fim para o princípio.

Um aluno leu o problema em voz alta. Foi pedido a toda a turma para reflectir sobre ele e dizer o que lhes sugere. À medida que os alunos vão expondo as suas ideias vão sendo confrontados com questões: O que fez o Francisco? Deu metade ao seu amigo, sabemos quantos lhe deu? No intervalo perdeu 7, mas continuamos a não saber quantas tinha antes. À saída ganhou 5, terá ficado com mais ou menos do que tinha inicialmente? Quando chega a casa ainda tem berlindes. Quantos? O que se pretende saber?

A professora sugere-lhes que comecem a partir do fim.

Dos 10 berlindes que tinha no saco quando chegou a casa, o Francisco tirou 5 que tinha ganho num jogo, e juntou 7 que tinha perdido noutro jogo.

10 - 5 = 5 5 + 7 = 12

Como deu metade ao Manuel, quando saiu de casa tinha:

12 x 2 = 24, (ou seja o dobro dos que lhe deu)

R: O Francisco tinha levado 24 berlindes para a escola.

Pediu-se aos alunos para verificar e confirmar os raciocínios e os cálculos para ver se a resposta estava correcta, verbalizando cada passo, ajudando-os a comunicar utilizando uma linguagem matemática correcta.

Se ele tinha 24 berlindes quando chegou à escola e deu metades ao Manuel, (24 : 2 = 12); ficou com 12. No intervalo deu 7 à Joana, porque perdeu com ela. Ficando então com 5 (12 – 7 = 5); à saída voltou a jogar e recuperou 5 dos que tinha perdido ficando com 10 (5 + 5 = 10), que eram os que tinha no saco quando chegou a casa.

Finalmente os alunos representaram o problema em linguagem simbólica desenhando os berlindes.

Sessão n.º3

Na terceira semana decidiu-se que trabalhariam em grupo.

A formação dos grupos teve em conta a heterogeneidade, procurando que todos os grupos incluíssem pelo menos um elemento que mostrasse gosto pela Matemática, particularmente pela resolução de problemas.

Foi entregue a todos os elementos do grupo o seguinte problema

Problema: O Cachecol...

A avó do Nuno está a fazer-lhe um cachecol às riscas iguais usando três cores: vermelho

azul e amarelo.

O Nuno quer o cachecol com 140 cm de comprimento.

A avó disse-lhe que terminará como começou: com uma risca vermelha.

Cada risca mede 5 cm.

Quantas riscas azuis, terá o cachecol?

Conteúdos desenvolvidos através da resolução do problema "o cachecol":

Conceptuais (compreensão e aplicação da estratégia reduzir a um problema mais simples)

Procedimentais (organização de grupos, leitura, interpretação, definir e executar um plano para a resolução do problema e verificar os resultados, confronto e esclarecimento de ideias)

Atitudinais (respeito pelas regras do trabalho de grupo; respeito pelas ideias dos outros, participação activa no grupo, desenvolver atitudes positivas face à matemática)

Domínios :

Resolução de problemas utilizando a estratégia de reduzir a um problema mais simples.

Raciocínio e comunicação matemática

Objectivos:

Ler, explorar e interpretar informação, respondendo à questão formulada e formulando novas questões.

Reconhecer a importância da resolução de problemas do dia-a-dia utilizando a estratégias reduzir a um problema mais simples.

Saber raciocinar e comunicar matematicamente.

Cada grupo foi organizado escolhendo o seu líder para ser porta-voz e responsável. Foi-lhes dito que depois de resolvido o problema, o líder apresentaria à turma o que tinham feito; como tinham pensado, como resolveram e a que conclusões chegaram, bem como a confirmação dos resultados obtidos.

Antes do trabalho de grupo iniciar foi lido o problema pela professora em voz alta para toda a turma, colocando questões: Qual o comprimento do cachecol? De quantas cores eram as riscas? Quanto media cada risca? Por que cor começava e terminava o cachecol? O que pretendemos saber?

Pretendia-se que, em grupo, interpretassem o problema, decidissem a estratégia de resolução, executassem o plano que haviam traçado e tirassem conclusões. Para tal a professora passava de grupo em grupo ajudando sempre que necessário e dando sugestões de trabalho.

Finalmente o porta-voz de cada grupo, ajudado pelos restantes elementos, sempre que necessitou, apresentou à turma todos os passos comunicando matematicamente, utilizando o mais possível uma linguagem correcta.

Depois de confrontadas as resoluções concluiu-se quais as que estavam correctas e se tinham utilizados estratégias adequadas à sua resolução.

Como atrás foi dito quando se fez referência a Nerici, o trabalho de grupo é vantajoso no sentido em que desenvolve o sentimento do "nós" , competências socializadoras para a criança. Esta aprendizagem cooperativa conduziu ao desenvolvimento do saber, saber fazer e saber ser.

Bessa e Fontaine (2002) também referem que esta aprendizagem constitui uma estratégia poderosa de promoção da aprendizagem.

Após a discussão, o problema foi resolvido no quadro pelos alunos.

Uma risca tem 5 cm, as três (uma de cada cor) terão 15 cm; 6 (duas de cada cor) terão 30 cm; 12 (quatro de cada cor) terão 60 cm; 24 (oito de cada cor) terão 120 cm; faltam 20 cm que dá para fazer mais 1 risca de cada cor (9 riscas de cada cor) ficaria com 135 cm, sobrando 5 cm para terminar como começou.

Número de riscas	Comprimento do cachecol
3	15cm
2x3=6	15cm +15 cm= 30cm
4x3=12	15cm+15cm+15cm+15cm= 60cm
8x3= 24	15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm= 120cm
9x3= 27	15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm=135cm
27+1= 28	15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+15cm+5cm=140cm

Foram corrigidas as respostas erradas e confirmadas através de um desenho.

Sessão n.º 4

Nesta semana seria trabalhada a estratégia - fazer uma simulação.

Para tal escolheu-se o seguinte problema:

A travessia do rio

A Rita e o Carlos queriam atravessar um rio de barco com os seus dois filhos. Dirigiram-se ao dono do barco, que lhes disse:

-Podem levar o barco à vontade mas tenham cuidado pois ele só suporta 120 quilos.

Aqui surgiu um problema, pois o pai pesava72 quilos, a mãe 68 quilos e os filhos 37 e 34 quilos.

O dono do barco informou-os que era fácil manejar os remos do barco, o que qualquer um deles podia fazer e que no fim o podiam deixar na outra margem.

Como foi que a Rita e o Carlos resolveram o problema da travessia do barco?

Conteúdos a desenvolvidos através da resolução do problema " a travessia do rio":
Conceptuais (compreensão e aplicação da estratégia – fazer uma simulação/ tentativa e erro)
Procedimentais (leitura, interpretação, definição e execução de um plano para a resolução do problema e verificação os resultados, fazer tentativas)

Atitudinais (respeitar as ideias dos outros, participação activa na aula, desenvolver atitudes positivas face à matemática)

Domínios :

Resolução de problemas utilizando a estratégia - fazer uma simulação/ tentativa e erro.

Raciocínio e comunicação matemática

Objectivos:

Ler, explorar e interpretar informação, respondendo à questão formulada e formulando novas questões.

Reconhecer a importância da resolução de problemas do dia-a-dia utilizando diferentes estratégias.

Foi lido o problema pelos alunos em voz alta e pedida a opinião deles. Depois surgiam as questões para a compreensão do mesmo: Quantas pessoas queriam atravessar o rio? Todas pesavam o mesmo? No barco podia ir mais do que uma pessoa. Mas até que peso suportava o barco? Onde ficaria o barco depois de todos terem atravessado?

Pediu-se aos alunos que livremente fizessem tentativas para efectuar as travessias sem afundar o barco e explicassem os seus raciocínios.

Depois de analisadas todas as ideias, com ajuda da professora os alunos fizeram uma simulação representando-a no quadro.

1ª travessia

pai e o filho (119kg) → fica o Carlos

← pai

2ª travessia pai e a filha (106kg) → fica o pai

← filha

3ª travessia filha e a mãe (102kg) →

Verificou-se que eram necessárias 3 travessias e estas tinham de obedecer ao critério de não ultrapassar os 120 kg

Capítulo V
APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

A investigação-acção tem como finalidade melhorar as práticas, pretendendo avaliar a sua própria situação de trabalho. É um instrumento a ser utilizado pelos professores para melhorar a sua acção, pela análise cuidadosa dos processos, de tomada de decisão e pelas avaliação rigorosa dos resultados. Dewey citado por Silva, (1996) diz que *só quando o professor – investigador se envolve na experimentação activa de investigação, será capaz de interiorizar a sua metodologia e, consequentemente, crescer como investigador e como professor.* (p.52)

Para analisar os dados foi inicialmente feita uma tabela como mostra na análise do problema 1, que serviu de base para a realização dos gráficos que a seguir se apresentam, bem como aos dos problemas seguintes. Para apresentação dos resultados decidiu-se que seriam utilizados as siglas: n= não (para os alunos que não tentaram ou erraram na totalidade); s= sim (para os que responderam correctamente ou utilizaram a estratégia adequada); e p= parcialmente (para os alunos que iniciaram a explicação ou resolução mas não concluíram). Os dados foram colhidos através dos registos de resolução individual dos problemas. Os nomes dos alunos são fictícios.

5.1 Análise dos dados obtidos no pré-teste

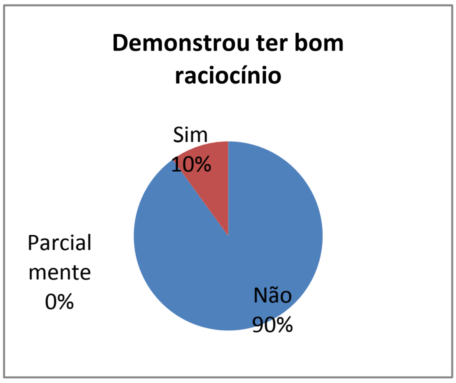
Os resultados da análise do pré teste são os seguintes:

Tabela 6: esta tabela serviu de base para de análise do problema 1 da qual resultaram os gráficos da figura 1

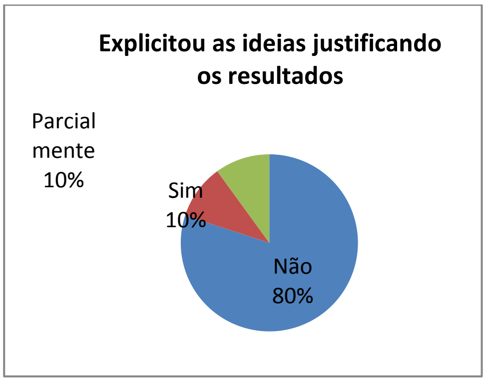
Problema 1

Comportamento / Nome	Demonstrou ter bom raciocínio	Explicitou as ideias justificando os resultados	A estratégia utilizada foi adequada ao problema
João	n	n	n
André	n	n	n
Ricardo	s	p	s
Maria	n	n	n
Júlia	n	n	P
Paulo	n	n	n
Filipa	n	n	p
Marta	n	n	n
José	n	n	n
Carla	n	n	n

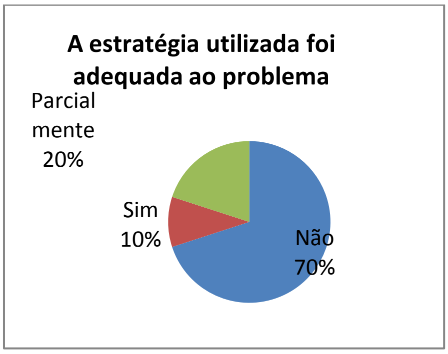
Não	9	9	7
Sim	1	0	1
Parcialmente	0	1	2



a)



b)



c)

Figura 1: Resultados do pré teste - problema 1 - raciocínio demonstrado, comunicação e utilização de uma estratégia adequada.

A figura 1 mostra os fracos resultados que os alunos obtiveram na resolução do Problema 1.

No que concerne ao gráfico a) pode constatar-se o fraco raciocínio revelado pelos alunos, pois só 10% fizeram alusão às diferentes maneiras de poder combinar as cores das roupas com a cor do personagem. Dos restantes que tentaram resolver o problema não conseguiram explicar as suas ideias, como mostra o gráfico b) , pois só 10%, ou seja, aqueles que demonstraram ter bom raciocínio conseguiram explicar as suas ideias, revelando, assim, a dificuldade em comunicar matematicamente. Relativamente à estratégia utilizada: 10% fizeram desenhos, 20% iniciaram a ilustração mas não foram além de um desenho como demonstra o gráfico c).

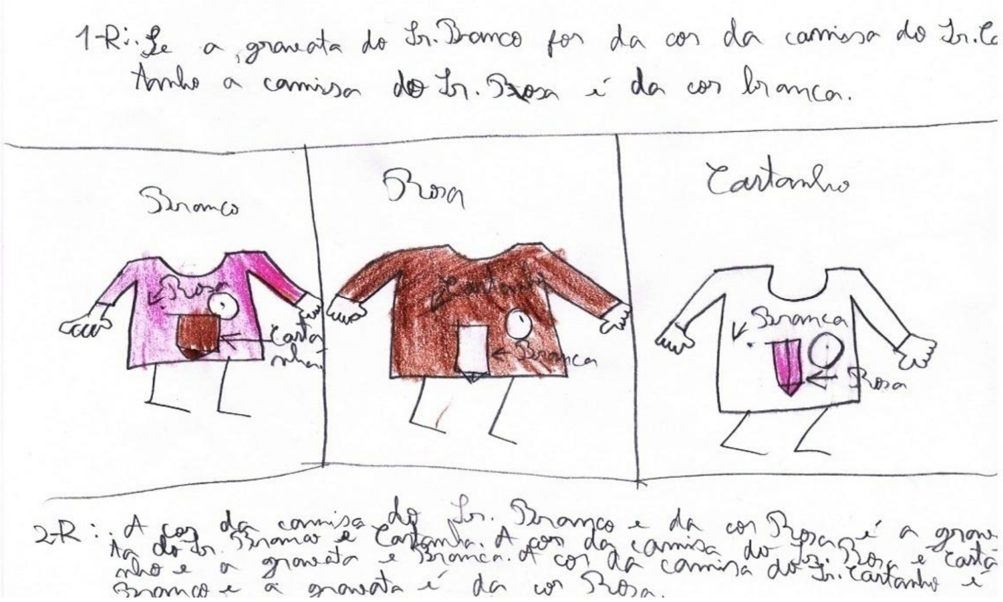


Figura 2: Resolução do problema 1 feita pelo aluno que revelou melhores resultados

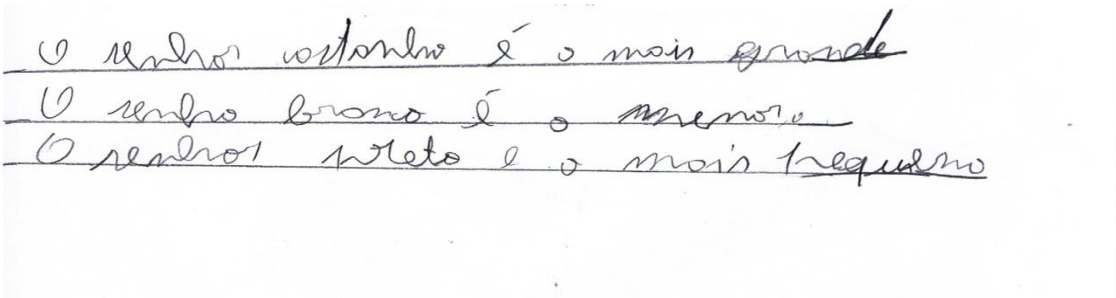


Figura 3: Resolução do problema 1 por um dos alunos que revelou piores resultados.

Problema 2

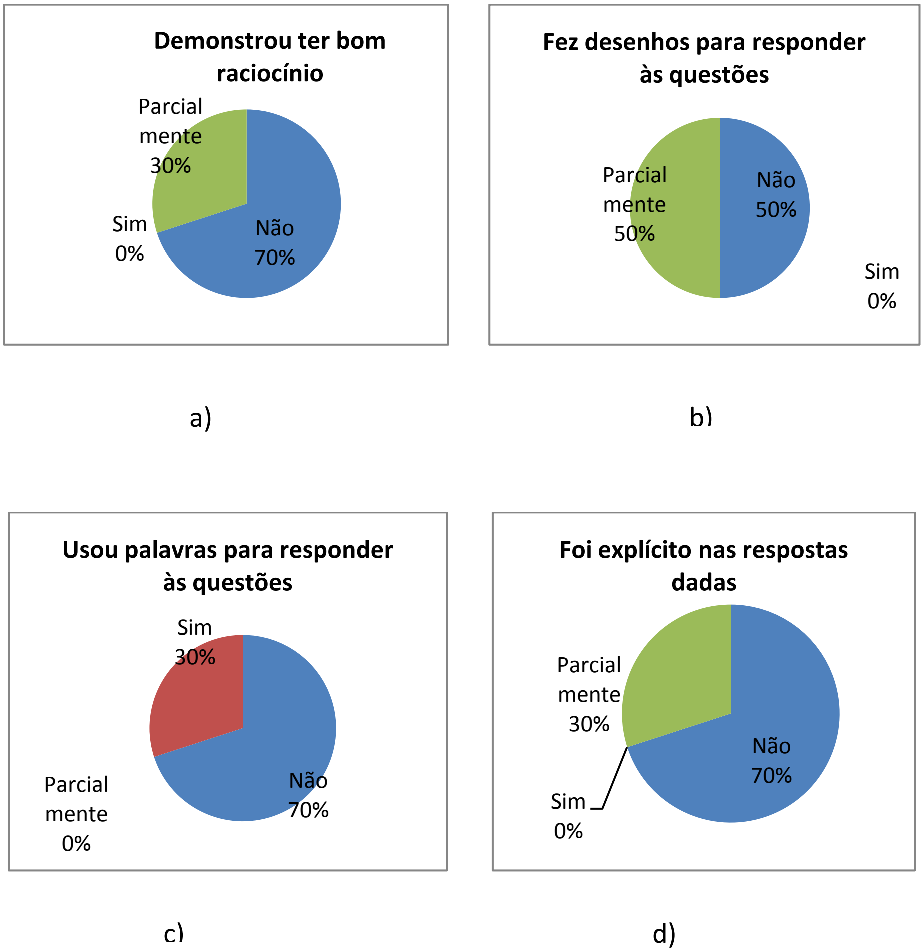


Figura 4: Resultados do pré-teste - problema 2: raciocínio, comunicação e estratégias utilizadas

A figura 4 é referente à análise dos resultados obtidos no problema 2. Pelo que mostra o gráfico a) constatamos que os alunos revelam ter fraco raciocínio matemático, 30% iniciaram a resolução mas não conseguiram fazer todas as combinações possíveis, os restantes 70% não demonstraram sequer ter percebido o problema. Nenhum conseguiu combinar devidamente todas as maneiras de se sentar para poderem efectuar a contagem. Aqueles que fizeram desenhos, como mostra o gráfico b), não terminaram o raciocínio ou limitaram-se a desenhar um carro. Os 30% que usaram palavras, gráfico c), fizeram-no de maneira bastante confusa tornando-se quase imperceptível o que pretendiam demonstrar, como se verifica pela análise do gráfico d). 70% nem sequer tentaram.

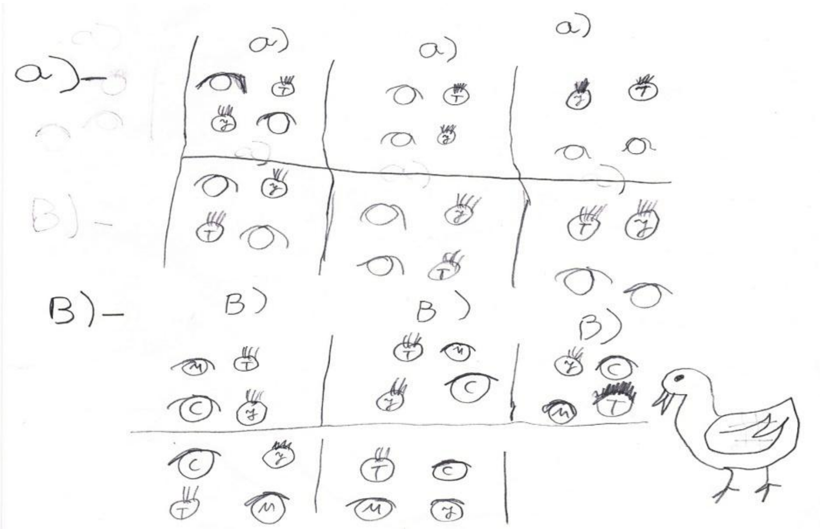


Figura 5: Resolução do problema 2 do aluno que revelou melhores resultados.

Este aluno fez desenhos, mas não deu a resposta, nem usou todas as combinações possíveis. O raciocínio não ficou concluído e a comunicação baseou-se simplesmente no desenho.

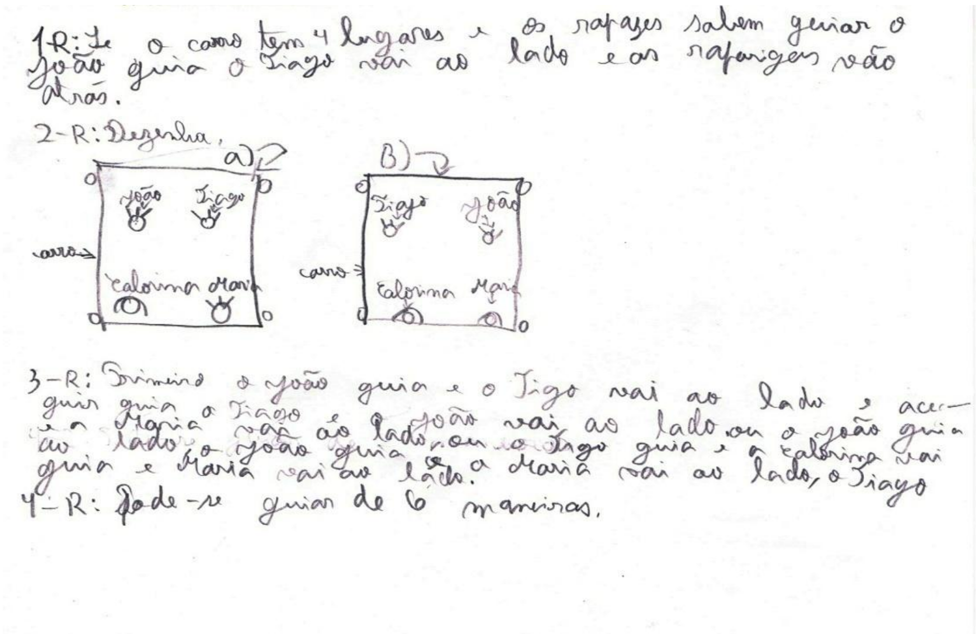


Figura 6: Resolução do problema 2 de um aluno por palavras e desenhos

Este aluno utilizou o desenho e palavras, no entanto em nenhum dos casos o fez de forma conclusiva, também não foi claro na explicação, falhou a comunicação.

Problema 3

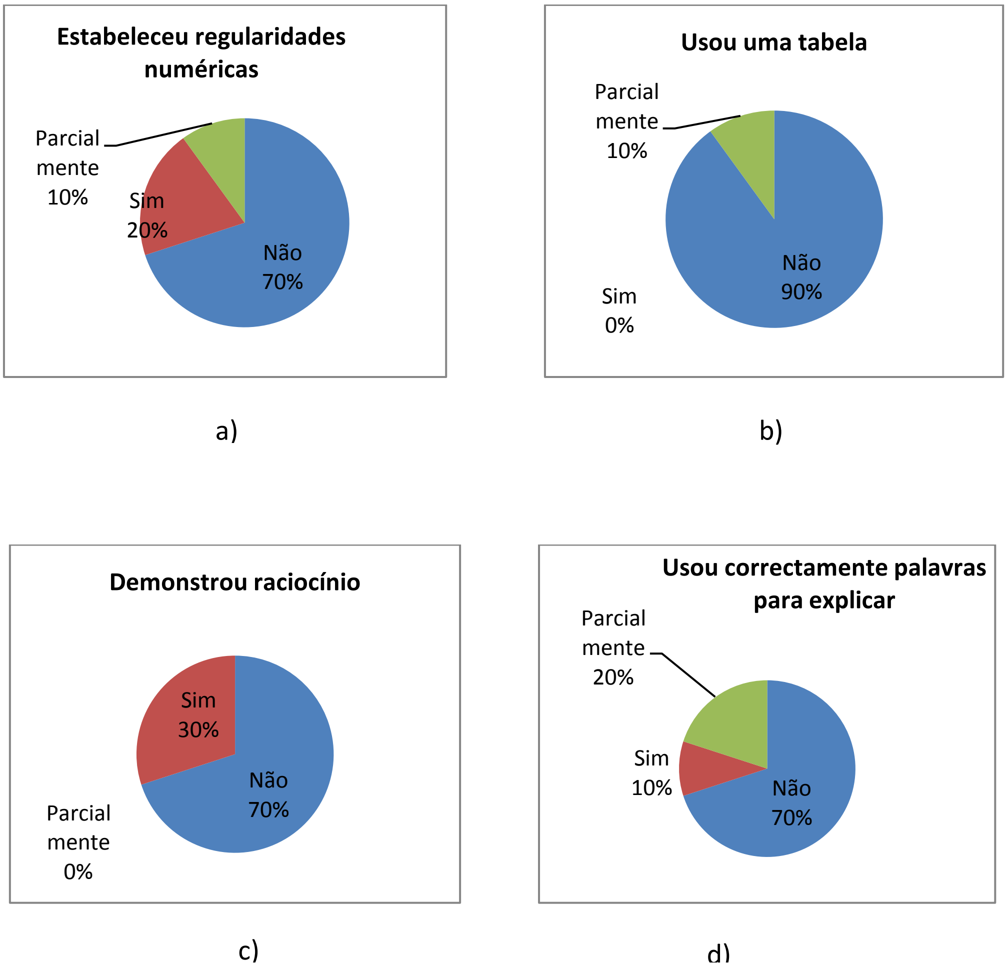


Figura 7: Resultados do pré-teste - problema 3: estabeleceram regularidades, usaram tabelas, demonstraram raciocínio e souberam comunicar.

Constatou-se, pela análise feita à resolução do problema 3, conforme mostra a figura 7 que os alunos tiveram muita dificuldade no que concerne ao estabelecimento de regularidades numéricas como se pode verificar pela análise do gráfico a). 20% conseguiram encontrar essas regularidades, 10% começou por efectuar as contagens mas perdeu-se pelo meio, os restantes 70% ou não o fizeram ou fizeram-no de foram tão confusa que se tornou imperceptível. Nenhum aluno desenhou uma tabela que permitisse estabelecer essas regularidades, gráfico b), a qual seria uma excelente ajuda. Só 10% iniciaram um esquema que poderia servir de tabela. Houve 30% dos alunos que começaram com um bom raciocínio escrevendo os dias do mês e quem tirava as folhas relativas ao algarismo referido, mas não concluiu o raciocínio ou erraram na forma como efectuava essas contagens, gráfico c). Como mostra a análise do gráfico d), a comunicação continua a ser pouco clara, só 10% o conseguiram de forma clara, 20% fizeram-no de forma pouco clara ou não terminaram. No entanto 70% não o fizeram

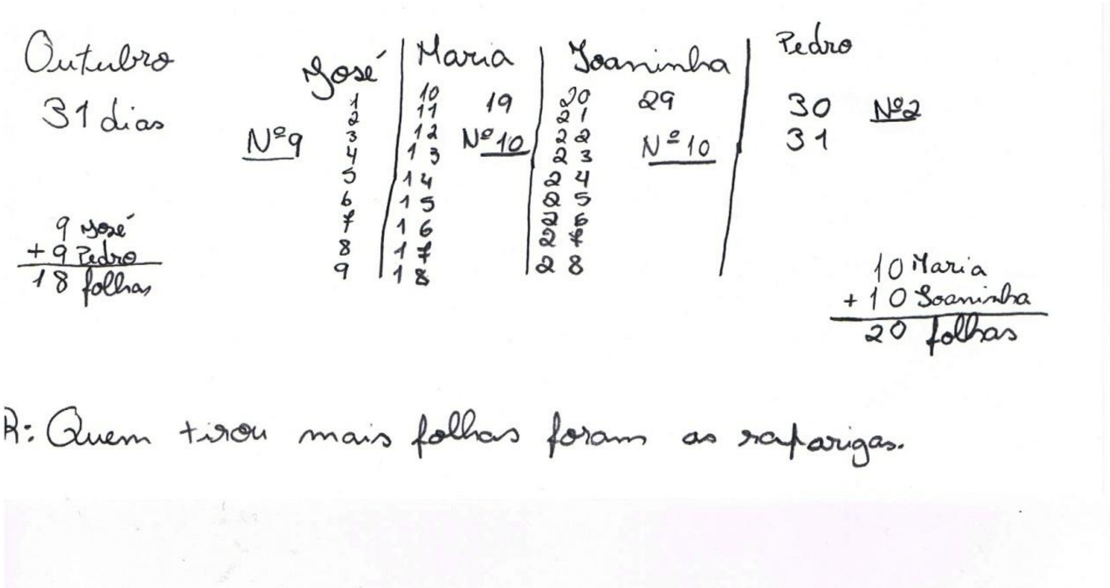


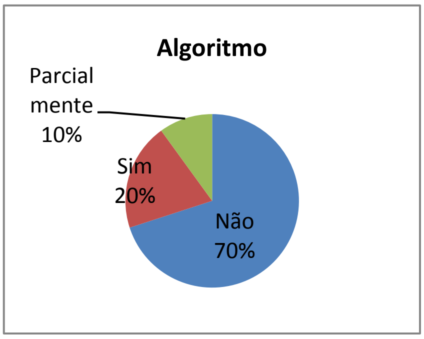
Figura 8: resolução do problema 3, pré-teste, do aluno que revelou melhores resultados

O aluno, referido na figura 8, utilizou uma estratégia que lhe permitiu estabelecer regularidades, conseguindo separar os dados e organizá-los de forma a tornar compreensível a sua resolução.

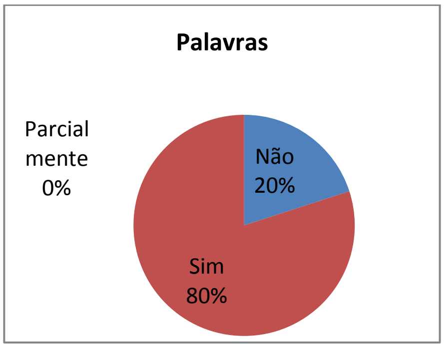
Figura 9: Resolução do problema 3, do aluno que revelou piores resultados

O aluno referido na figura 9, não demonstrou qualquer tentativa de resolução, limitou-se a escrever qualquer coisa, bem como outros, que o fizeram de forma descritiva. Outros ainda limitaram-se a dar a resposta sem apresentar qualquer resolução.

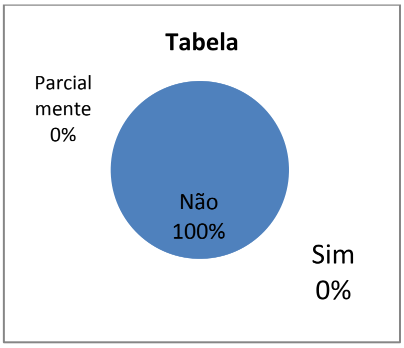
Problema 4



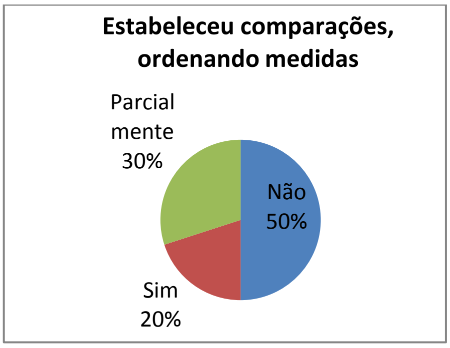
a)



b)



c)



d)

Figura 10: Resultados do pré-teste - problema 4 : estratégia utilizada, capacidade demonstrada para estabelecer comparações e ordenar medidas

A figura 10 mostra a análise feita à resolução pelos alunos do problema 4. Se repararmos no gráfico a) verificamos que poucos alunos (20%) recorreram ao algoritmo. Um aluno efectuou todos os cálculos mas sem ter feito as transformações. Os 80% dos alunos que usaram só palavras, gráfico b), nenhuma resposta estava totalmente correcta, pois limitaram-se a referir os nomes ou a dizer que viram os números e era assim. Como se constata pelo gráfico c) ninguém usou tabelas. Os 30% dos alunos que são referidos como tendo estabelecido comparações parcialmente, gráfico d), limitaram-se a ordenar as medidas totais, ou seja, não subtraíram as medidas relativas ao objecto sobre o qual os meninos estavam.

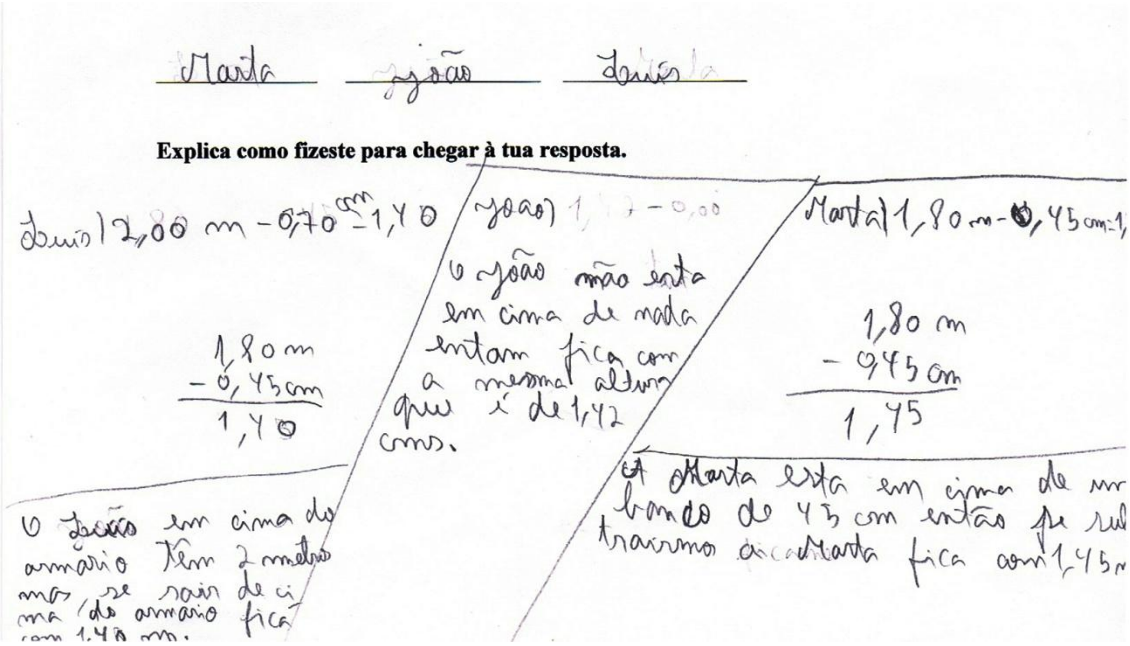


Figura 11: resolução do problema 4, pré-teste, do aluno com melhores resultados

Este aluno mostrou ter compreendido o problema, efectuou as transformações e os cálculos correctamente e explicou cada passo dado para chegar à sua resposta.

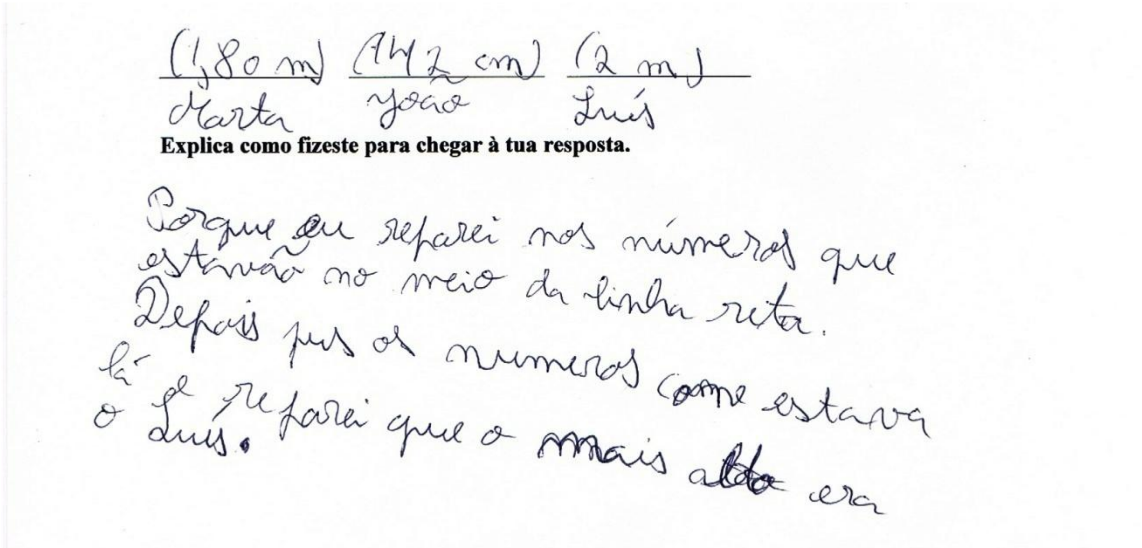

(1,80 m) (142 cm) (2 m)
Marta João Luís
Explica como fizeste para chegar à tua resposta.
Porque eu reparei nos números que estavão no meio da linha reta. Depois pus os numeros como estava lá e reparei que o mais alto era o Luís.

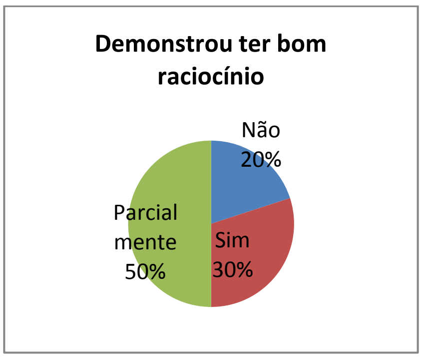
Figura 12: Resoluções em que o aluno usou só palavras para explicar a resposta

Este aluno revelou que não compreendeu o problema nem interpretou a imagem. É perceptível a total falta de atenção ao colocar os nomes pela ordem, pois tendo em conta o que refere "reparei nos números no meio da linha..", nem esses ele colocou por ordem crescente.

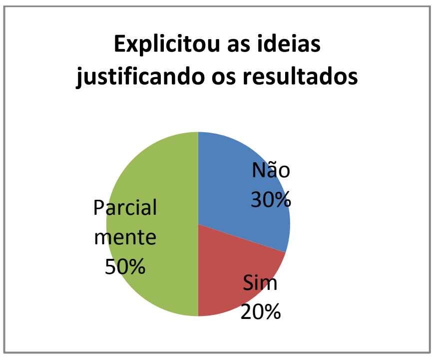
5.2 Análise dos dados obtidos no pós-teste

Após oito semanas de trabalho com estes alunos foi realizado o pós-teste.

Problema 1



a)



b)

c)

Figura 13: Resultados do pós-teste - problema 1: raciocínio demonstrado, comunicação e utilização de uma estratégia adequada

Pela análise da figura 11 refere-se: os resultados não foram os desejados, mas houve uma melhoria significativa relativamente ao pré-teste. O ideal seria que todos os alunos resolvessem correctamente o problema. No entanto só 20% como mostra o gráfico a) não demonstraram ter bom raciocínio, 50% mostraram melhorias, e 30% tiveram uma resolução correcta. Relativamente à comunicação a melhoria foi ainda mais significativa, ninguém tinha conseguido fazê-lo totalmente correcto no pré-teste, no entanto no pós –teste 20% fizeram-no correctamente e 50% parcialmente , como mostra o gráfico b). relativamente à estratégia utilizada, 90% foram de encontro ao que se pretendiam, embora 50% dos mesmos não a tenham executado totalmente.

Para este facto contribuiu a organização das actividades e a actuação do professor. Como atrás foi dito, quando se fez referência a Lopes et al (2002) os alunos não gostam de resolver problemas porque a maioria têm uma experiência pouco interessante.

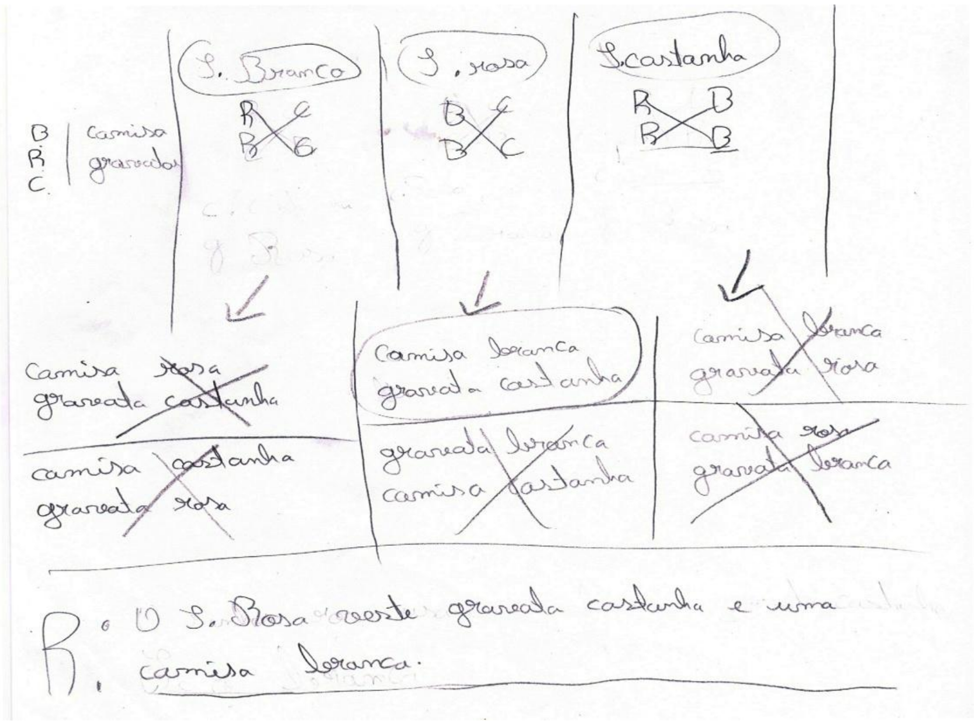


Figura 14: Resolução do problema 1, pós-teste, de um aluno que revelou melhores resultados

A resolução do problema pelo aluno, referido na figura 14, mostra o uso de todas as combinações possíveis, por exclusão chegou à resposta correcta. Fez esquemas, utilizou o raciocínio matemático recorrendo à estratégia que lhe pareceu mais adequada.

O aluno viu o problema como um desafio, que, como Matos e Serrazina (1996) referem, os problemas estimulam o raciocínio e a capacidade de resolução, usando também o raciocínio para formular conclusões lógicas. Como refere a NCRM, (1991)*:… a explicitação de um bom raciocínio deveria ser melhor recompensada num aluno do que a capacidade para encontrar respostas correctas.* (p.7)

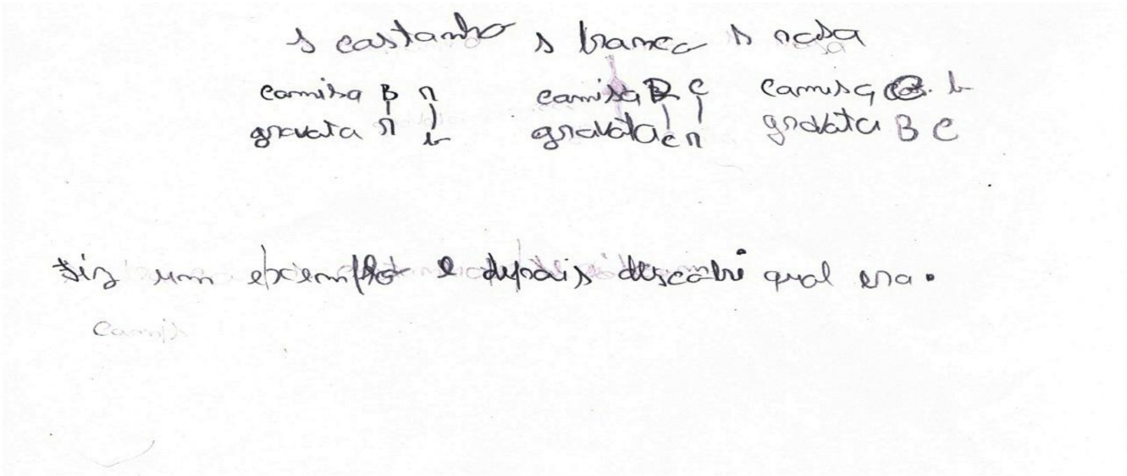
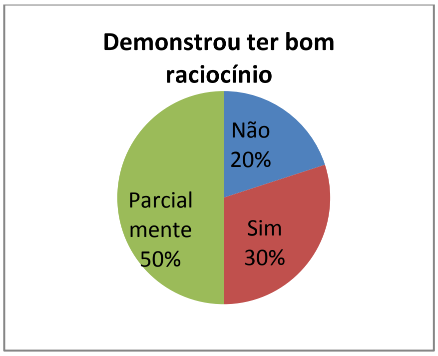


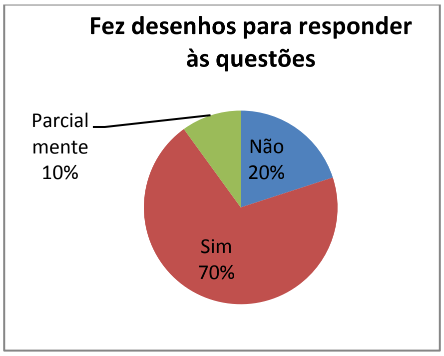
Figura 15: Resolução do problema 1, pós-teste, por um dos aluno que revelou piores resultados

A figura 15, mostra a resolução do problema dois de um aluno que começou por ter um raciocínio correcto, mas não respondeu à pergunta. Como se refere anteriormente, escrever é uma competência de comunicação. Constata-se pela análise que este aluno ainda não a domina de forma a transmitir a mensagem clara e explicitamente.

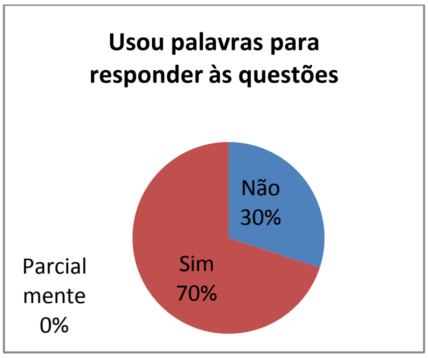
Problema 2



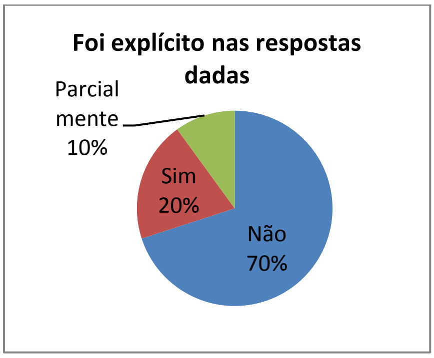
a)



b)



c)



d)

Figura 16: Resultados do pós-teste - problema 2: raciocínio, comunicação e estratégias utilizadas

A figura 16 mostra-nos que os alunos obtiveram resultados bastante favoráveis na resolução deste problema. Ao nível do raciocínio, gráfico a), só 20 % mostraram ainda não o conseguirem, 50% já revelam bons princípios, ou seja, se tivessem sido ajudados na compreensão do problema, teriam tido melhores resultados, pois estes alunos fizeram algumas simulações. Como mostra o gráfico b), a maioria usou desenhos para efectuar as combinações possíveis, usando também palavras para descrever algumas situações ou responder às perguntas, gráfico c). Conforme é perceptível no gráfico d) os alunos continuam a revelar dificuldades na comunicação matemática escrita. Alsina (2004) diz que as competências lógico matemáticas devem ser adquiridas de forma progressiva pela criança.

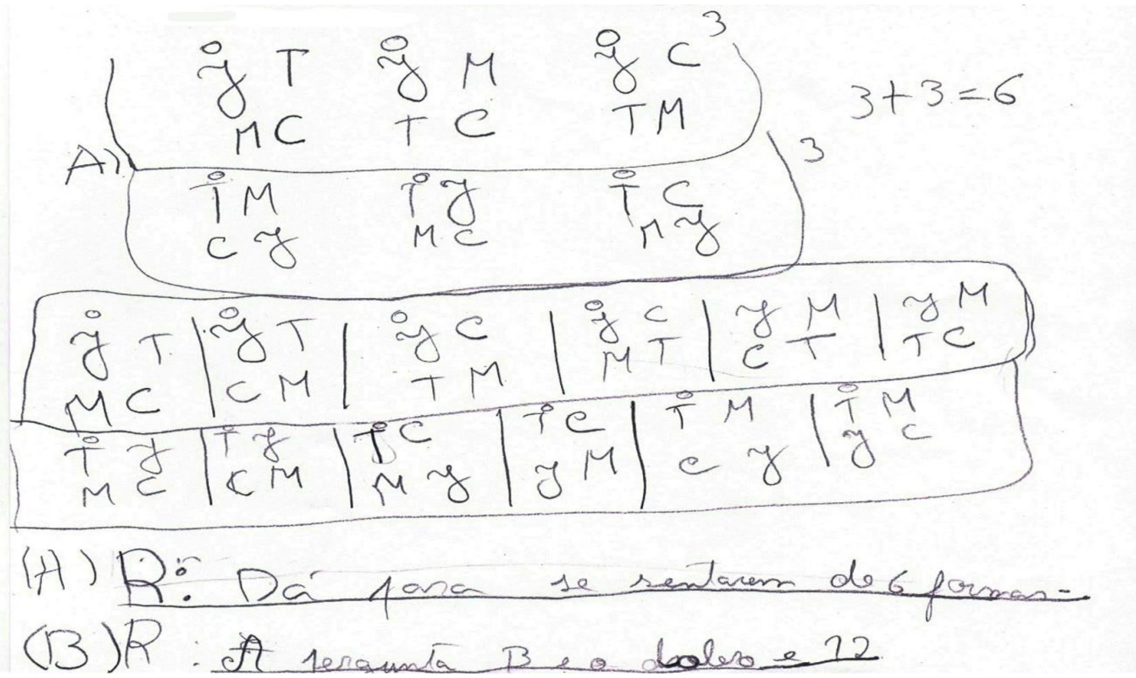


Figura 17: Resolução do problema 2, pós-teste, de um aluno que revelou melhores resultados.

Na figura 17 mostra como o aluno raciocinando correctamente, desenha e refere as combinações possíveis, respondendo às questões. Comunica quer através do desenho quer através de palavras para ser mais explícito.

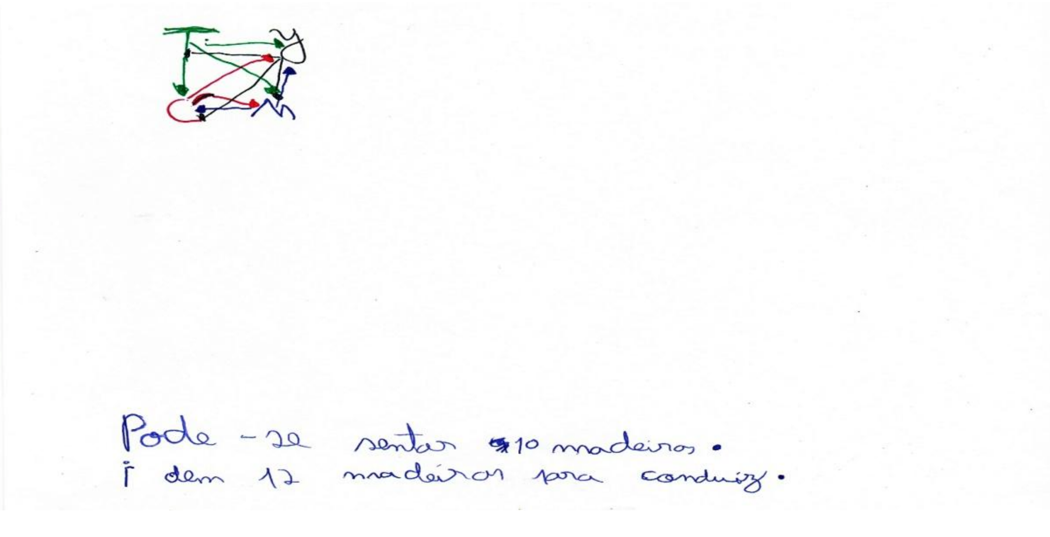
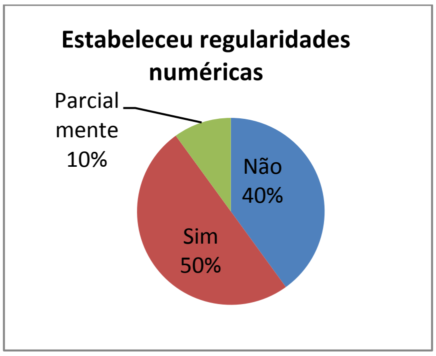


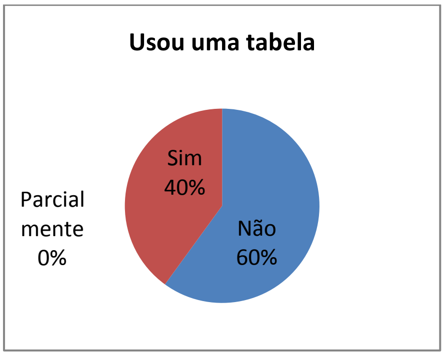
Figura 18: Resolução do problema 2 no pós-teste de um aluno que revelou piores resultados.

Na figura 18 mostra a resolução do problema 2 de um aluno que terá começado por um bom raciocínio, usando as cores para exemplificar, mas fê-lo de forma tão confusa, que mesmo ele não conseguiu perceber o que inicialmente tentou fazer. Acabou por falhar no raciocínio e ainda mais na comunicação matemática. Não definiu uma estratégia com clareza que o conduzisse à solução do problema.

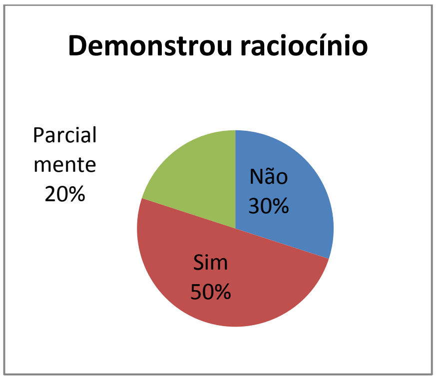
Problema 3



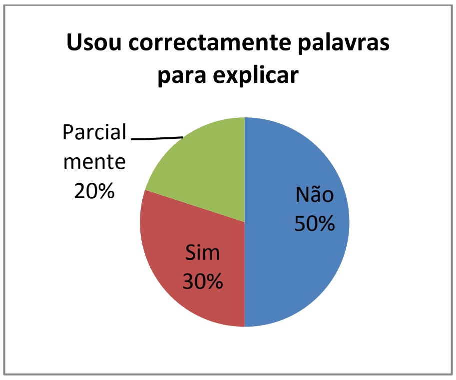
a)



b)



c)



d)

Figura 19: Resultados do pós-teste - problema 3: estabeleceram regularidades, usaram tabelas, demonstraram raciocínio e souberam comunicar

A figura 19 mostra a análise dos resultados obtidos com a resolução do problema 3 pelos alunos. Podemos constatar através do gráfico a), que 50% dos alunos já conseguem estabelecer regularidades numéricas. O gráfico b) refere os alunos que usaram uma tabela, 60% não o fizeram. Pode-se constatar pela análise do gráfico c) que a maioria dos alunos conseguiram resolver o problema usando raciocínio lógico, alguns não o levaram até ao fim, mas percebeu-se pela análise da resolução que por falta de concentração na resolução é que não o fizeram. Através do gráfico d) podemos dizer que na comunicação matemática 50% dos alunos ainda não é capaz de o fazer. Ainda não ganharam a confiança, ou seja, ainda não são capazes de fazer uso dos seus processos cognitivos de alto nível.

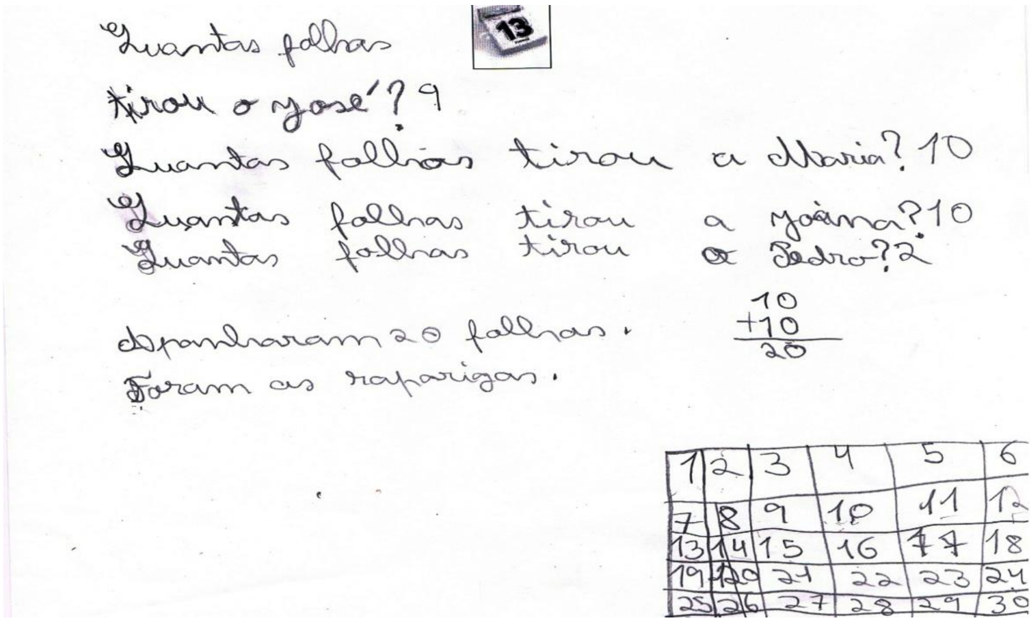


Figura 20: Resolução do problema 3, pós-teste, do aluno que revelou melhores resultados

A figura 20 mostra como o aluno revelou ter percebido os métodos utilizados em sala de aula. Para a compreensão do problema efectuou as questões e respondeu, seguindo o método de resolução de problemas de Pólya, defendido por muitos outros autores.

Estabeleceu o plano, desenhou a tabela, procurando conexões e recorreu a problemas correlatos que tinham sido resolvidos em contexto de sala de aula. Executou o plano fazendo as contagens. No entanto não mostra a verificação da resposta.

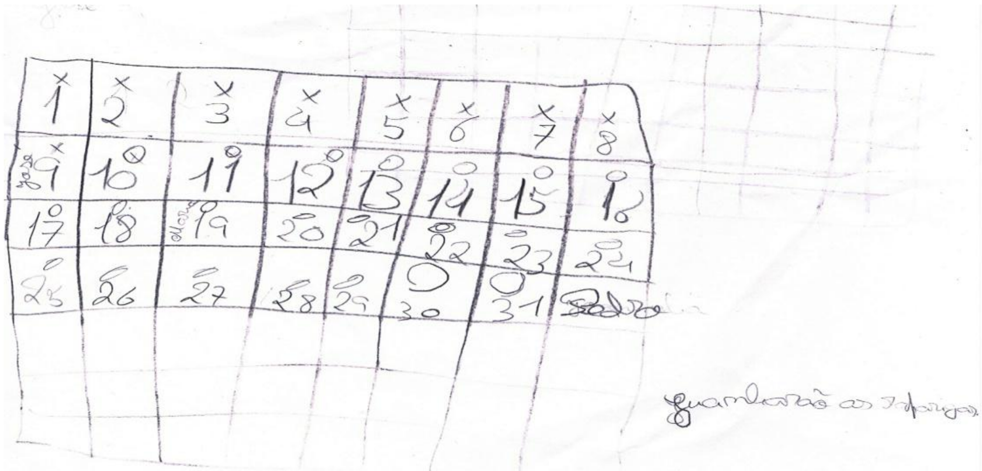
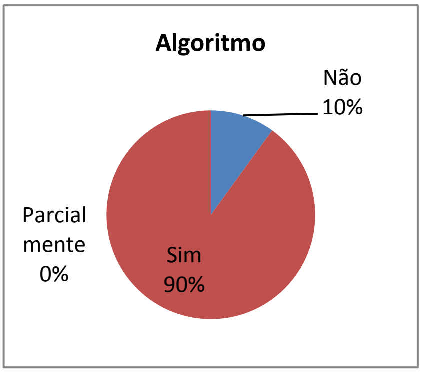


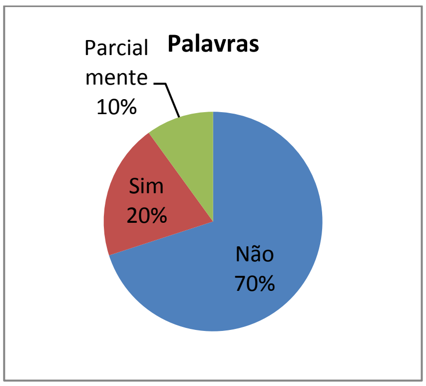
Figura 21: Resolução do problema 3, pós-teste, por um dos alunos que revelou piores resultados

Analisando a figura 21 podemos dizer que este aluno recorreu a um problema correlato resolvido em contexto de sala de aula e desenhou o calendário. Começou por usar simbologia para efectuar a contagem. Definiu um plano. Mas o problema não foi bem compreendido pelo que o seu plano não resultou. Deu a resposta correcta mas não a justificou tendo mesmo errado quando colocou os nomes no calendário. Falhou o raciocínio e posteriormente a comunicação.

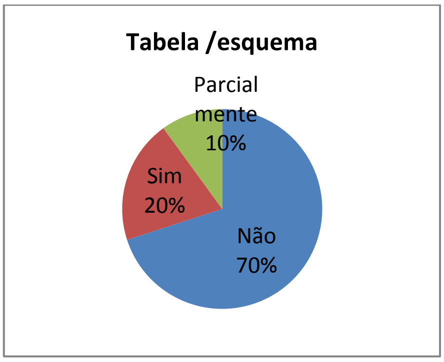
Problema 4



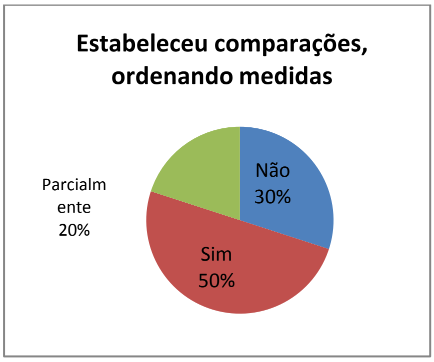
a)



b)



c)



d)

Figura 22: Resultados do pós-teste - problema 4 : estratégia utilizada, capacidade demonstrada para estabelecer comparações e ordenar medidas

Como mostra a figura 22 os alunos usaram estratégias diferente para a resolução do problema, havendo alguns que usaram duas ou mais estratégias referidas nos gráficos a), b), e c). Preferencialmente, usaram o algoritmo, mas nem todos o fizeram correctamente. O gráfico d) mostra que 50% dos alunos estabeleceu comparações e ordenou medidas. Estes alunos souberam efectuar as transformações e mostraram conhecimento ao constatarem que a altura dos dois meninos que estavam em cima do objecto não era a referida na linha, a essa tinham de tirar a altura do objecto. Os 20% que o fizeram parcialmente não efectuaram antes as transformações ou fizeram-no de forma errada. Os restantes 30% ainda não o conseguiram fazer.

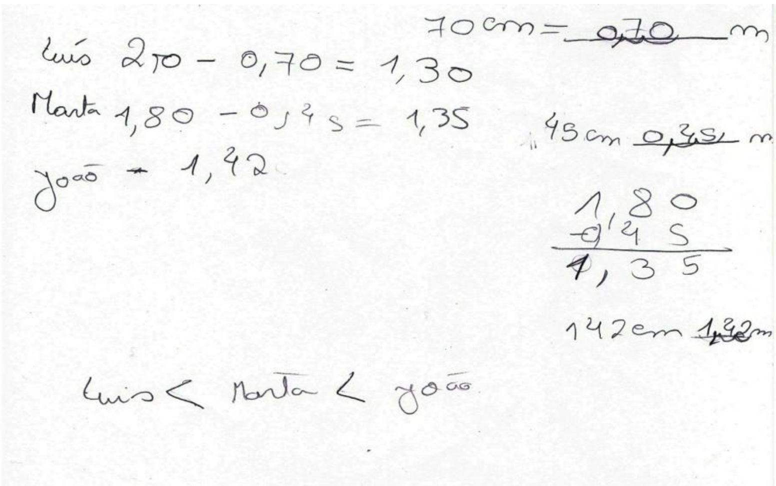


Figura 23: Resolução do problema 4, pós-teste, de um aluno que revelou melhores resultados**.**

Podemos na figura 23, que o aluno utilizou como estratégia de resolução o algoritmo. Fê-lo correctamente efectuando as transformações e depois operou. Na diferença, resultante da subtracção não colocou a unidade de medida a que se referia.

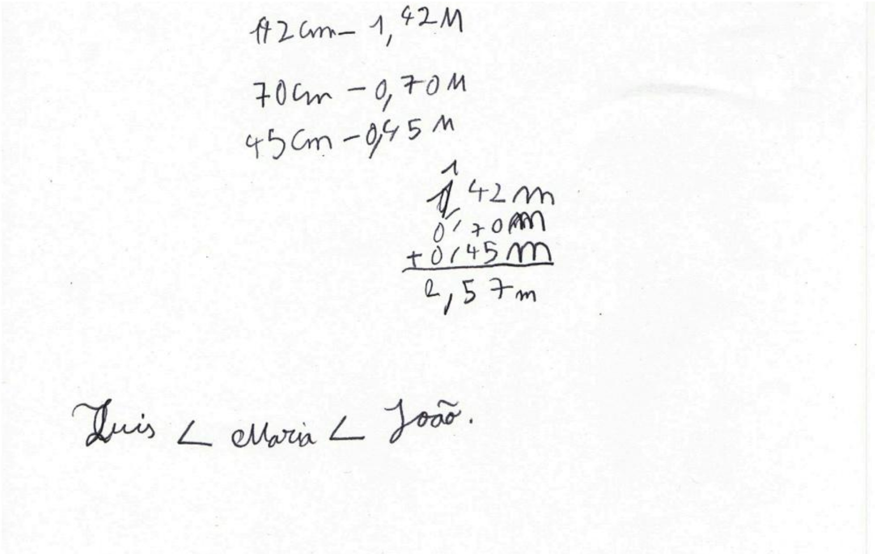


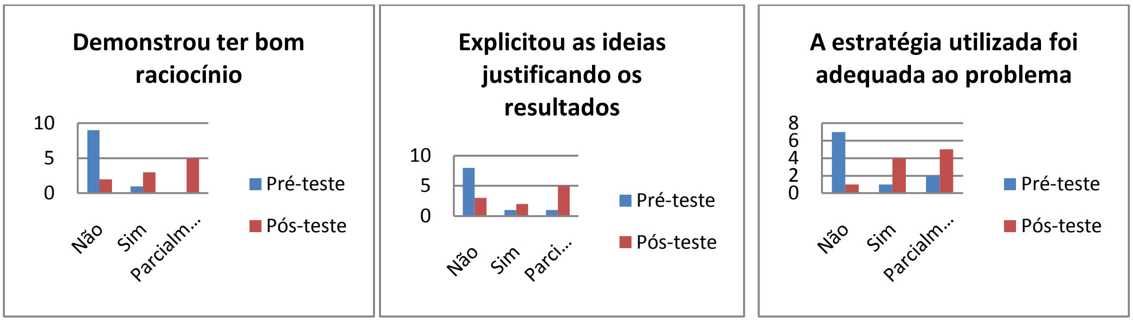
Figura 24: Resolução em que o aluno usou só palavras para explicar a resposta

A figura 24 mostra uma das piores resoluções, limitando-se a efectuar as equivalências e como estava tudo referido à mesma unidade achou que podia somar. Colocou os nomes mas fê-lo de forma aleatória.

5.3 Análise comparativa de dados do pré com o pós-teste

Tendo em conta os resultados obtidos e as características da intervenção experimental (enfatizando a resolução de problemas, raciocínio e comunicação matemática) podemos afirmar que, do ponto de vista educativo, esta modalidade de intervenção reforça a importância que muitos autores, Matos e Serrazina, (1986); Borralho, (1990); Palhares, (2004)…, atribuem ao desenvolvimento destas competências. Reconhecendo a importância que é dada ao desenvolvimento das mesmas pelo novo Programa de Matemática, que têm vindo a ser implementados progressivamente nas escolas.

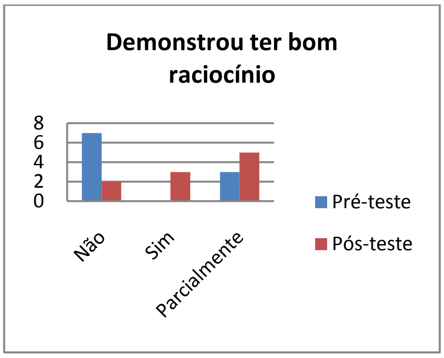
As figuras que se seguem apresentam os gráficos referentes à comparação entre os resultados obtidos no pré e pós teste.



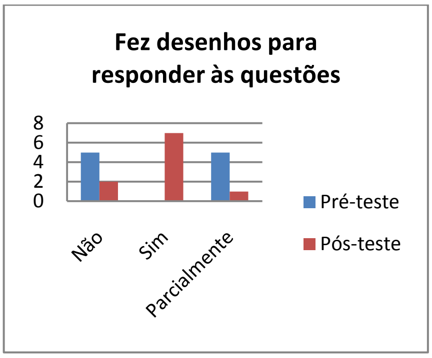
a) b) c)

Figura 25: Análise comparativa entre os resultados do pré e pós-teste relativos ao problema 1

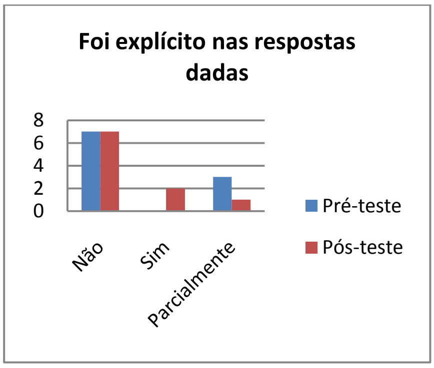
Figura 26: Resolução do problema 1 pelo mesmo aluno no pré-teste e no pós-teste



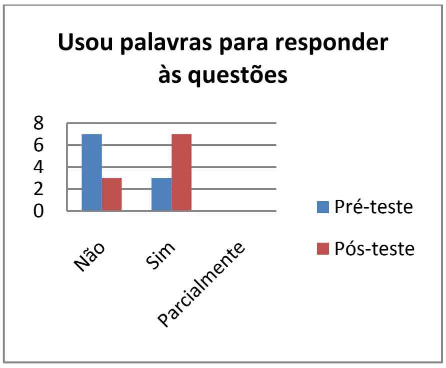
a)



b)

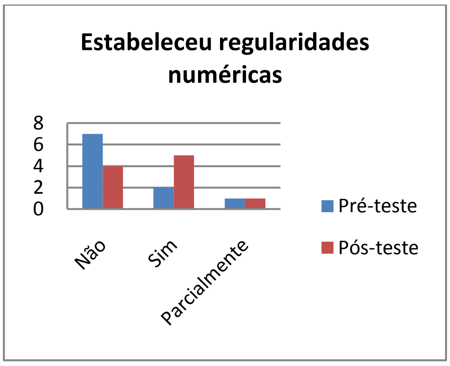


c)

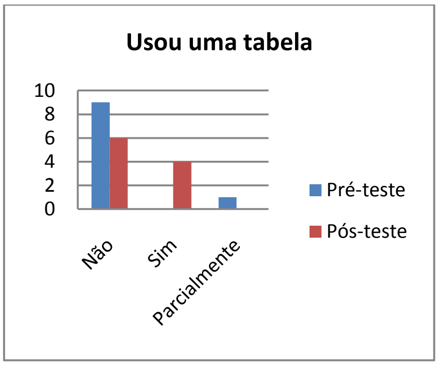


d)

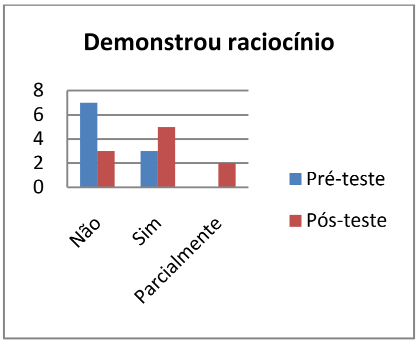
Figura 27: Análise comparativa entre os resultados do pré e pós-teste relativos ao problema 2



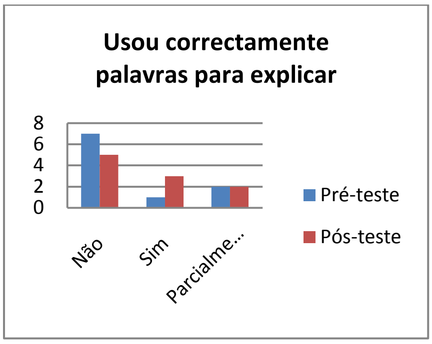
a)



b)

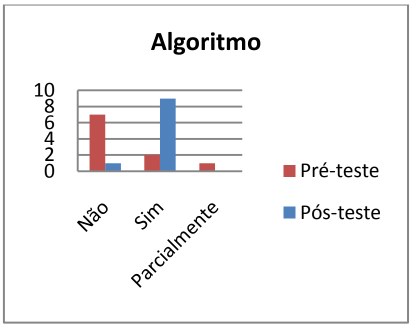


c)

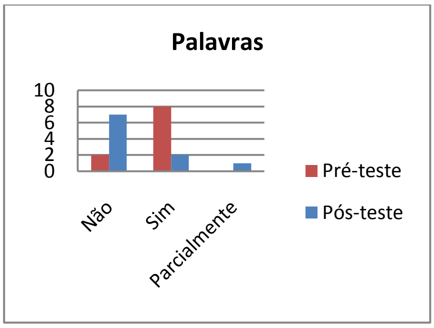


d)

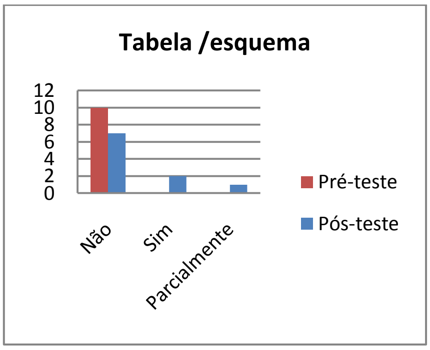
Figura 28: Análise comparativa entre os resultados do pré e pós-teste relativos ao problema 3



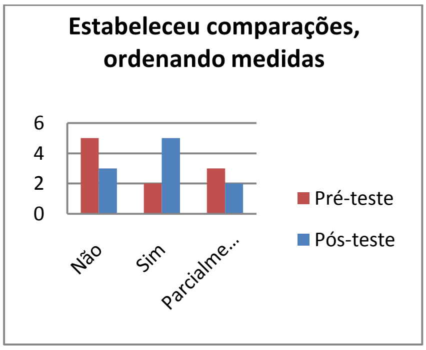
a)



b)



c)



d)

Figura 29: Análise comparativa entre os resultados do pré e pós-teste relativos ao problema 4

Os dados comparativos entre o pré-teste e o pós-teste permitem-nos afirmar que os alunos desenvolveram as capacidades transversais da Matemática e o gosto por esta área. Verificou-se que os alunos no pré-teste não analisavam os problemas, não havendo por isso a preocupação em encontrar estratégias adequadas. Já no pós-teste recorreram àquelas que tinham sido trabalhadas em contexto de sala de aula, procuravam semelhanças e faziam analogias, demonstrando assim raciocínio. A este nível, houve uma evolução significativa pois os alunos analisaram os problemas e tiravam conclusões lógicas, replicavam o que tinha sido feito, isso não aconteceu durante o pré-teste. Comunicaram com mais autonomia e coerência, dando respostas mais correctas e demonstraram coerências.

Como tem sido referido ao longo do trabalho, o desenvolvimento do poder matemático passa pela criação de um ambiente em que a criança aprende a raciocinar e a comunicar matematicamente. Reforça ainda a ideia e a concordância com as NCTM (1991), quando diz que, *ao resolver problemas com regularidade,….,os alunos vão adquirindo experiencia e confiança no modo como procurar os dados necessários, de os interpretar de acordo com as condições dadas e de os relacionar entre si e com o que lhes é pedido…*(p.29)

Estamos convictos que se os alunos ainda falham bastante isto deve-se ao facto de estas competências se desenvolveram ao longo do tempo, com muito treino e princípios firmes. Para este estudo o tempo foi bastante limitado.

Procurou-se sempre que os alunos ancorassem os conhecimentos novos noutros já existentes, como defende Pólya e outros especialistas em educação. Como foi referido na secção *Modelos / etapas de resolução de problemas*, os resultados devem ter efeitos imediatos e a longo prazo no que diz respeito a Skills na resolução de problemas, desempenho, habilidade geral para resolver problemas, atitudes… Ainda nesta capítulo faz-se referência a Palhares (2004) quando diz que *acreditamos que se pode aprender a resolver problemas, sobretudo, se se for disciplinado na forma de pensar e estruturar os conhecimentos…(p.25)*

Para que o aluno resolva problemas, estes devem ser bem compreendidos e a sua parte verbal clara para que o aluno identifique as partes principais do problema, a incógnita os dados e a condicionante, seguindo os princípios de Polya.

As metodologias utilizadas durante a acção foram de encontro ao desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, melhorando as competências dos alunos e permitindo transpor os conhecimentos para situações novas relacionadas com todos os blocos da matemática, como demonstram os gráficos comparativos entre o pré e o pós teste, surtindo efeitos positivos.

Podemos concluir que ao trabalhar as competências transversais da Matemática os alunos melhoram o gosto e o desempenho nesta área.

Capítulo VI
CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste capítulo procede-se à apreciação dos dados obtidos na experiência realizada. De seguida faz-se uma análise das limitações da investigação.

O objectivo central deste trabalho foi o de compreender até que ponto o desenvolvimento das competências transversais da Matemática, tendo em conta o novo Programa, contribuem para melhorar o gosto e o desempenho dos alunos nesta área. Desde já consideramos que o trabalho foi muito enriquecedor para a prática lectiva. Permitiu uma reflexão sobre: a) se os métodos utilizados tinham sido eficazes ou não; b) a consistência das aprendizagens; c) se os resultados obtidos tinham sido positivos ou pelo contrário não tinham resultado; d) a reacção dos alunos e como se envolveram nas aprendizagens; e) se a utilização da linguagem matemática estava a ser devidamente utilizada.

O professor deve rentabilizar o potencial de conhecimentos que adquire no contacto com os seus alunos e na reflexão sobre os seus conhecimentos face à aprendizagem.

Os procedimentos reflexivos devem ser globais incorporando os vários mecanismos, nomeadamente o raciocínio, a emoção e afectividade, que interagem no processo do conhecer. As orientações curriculares recomendam que sempre que se lida com conceitos abstractos deve proporcionar-se à criança suportes concretos, manipuláveis e observáveis, para aceder ao conhecimento. A inteligibilidade do abstracto é indissociável da sua relação com a emocionalidade. A interacção com as experiências concretas e vivenciadas permite uma maior elaboração e articulação formal, contribuindo, assim, para que o processo global da construção do conhecimento torne cada aluno mais bem equipado para compreender a realidade, sendo esta a última meta da educação. Todos os alunos devem ter a oportunidade e o apoio necessário para aprender Matemática com profundidade e compreensão de modo significativo.

Estamos convictos que os alunos desenvolvem processos de construção da aprendizagem da Matemática, individualmente ou em grupo. Logo, a forma como os professores organizam o processo de ensino-aprendizagem na sala de aula é determinante para o desenvolvimento da sua competência matemática.

As Normas para o Currículo (1991) reconhecem que a criança precisa de um período considerável de tempo para construir uma compreensão sólida e para desenvolver a capacidade de raciocinar e comunicar matematicamente. Foi esse tempo que faltou para que estas competências pudessem ser mais trabalhadas, podendo provavelmente obter resultados bem mais positivos. A maioria dos alunos ficou com uma visão diferente acerca da resolução de problemas. O treino com incidência nestas competências trouxe melhorias significativas. Os índices de sucesso após a sua implementação foram bastante expressivos.

Do ponto de vista educativo estes resultados sustentam a ideia de que, seguindo as orientações do novo Programa de Matemática do Ensino Básico, os alunos terão um melhor desempenho nesta área. A eficácia comprovada na implementação dos mesmos, no que diz respeito às competências transversais, permite-nos propor que alguns princípios por nós utilizados podem ser levados em linha de conta.

Este estudo foi de carácter puramente experimental a título particular. Foi realizado num contexto específico, com um público-alvo, também específico, não podendo de forma alguma generalizar-se. O seu significado pedagógico poderia ser ampliado, através da observação de maior número de alunos e num espaço temporal mais alargado.

Para concluir consideramos importante enfatizar, dentro do conjunto das evidências obtidas na análise comparativa, alguns indicadores que nos parecem relevantes para a compreensão do percurso efectuado pelos alunos, no estudo que nos propusemos desenvolver:

1.º- A aprendizagem activa tem implicações na educação matemática.

2.º- As concepções que as crianças desenvolvem influenciam não só o seu pensamento e desempenho, mas também as suas atitudes face ao estudo da Matemática.

3.º - O trabalho regular de problemas significativos para a criança permite-lhes a aquisição de flexibilidade nos processos de resolução, educando o raciocínio e desenvolvendo a comunicação.

6.1 Limitações ao estudo

Ao concluir este trabalho devemos indicar algumas limitações que nos parecem poder ser apontadas a esta investigação.

Este trabalho foi idealizado para ser implementado numa escola com características diferentes da qual foi realizado. Nesta escola o trabalho seria desenvolvido com alunos de 1.º ano, com os quais se mantinha uma dinâmica de trabalho desde o início do ano lectivo. O meio envolvente era do nosso conhecimento, bem como as características individuais do público-alvo. De referir ainda que desde o início do ano lectivo foram implementados os novos programas da matemática no âmbito do PAM.

Posteriormente, houve ainda outras mudanças de escola o que levou a um adiamento da implementação do estudo. Finalmente, em Fevereiro foi possível a realização do mesmo numa turma de 3.º ano. Neste âmbito foi feito o pré-teste e desenvolvidas as actividades referidas neste trabalho. Deve também mencionar-se que durante oito semanas todo o programa de matemática relativo ao 3.º ano foi leccionado por nós. Tendo novamente mudado de escola, o pós-teste foi realizado antes da data prevista, atendendo ao contexto pedagógico os resultados foram os possíveis.

Qualquer trabalho de investigação - acção implica uma metodologia que requer um espaço temporal alargado e este estudo teve de se limitar a uma pequena parte do ano lectivo, ainda condicionada pelo facto de só leccionar a área da matemática. Como refere o Currículo Nacional, no 1.º ciclo a interdisciplinaridade é incontestavelmente o melhor método para levar os alunos a atingir as competências em todas as áreas.

Este trabalho também foi constrangido pela carência de material pedagógico manipulável, bem como pela inexistência de material informático o que não permitiu o desejável recurso às Tecnologias de Informação e Comunicação. Este facto também pode ter condicionado os resultados do estudo.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Sendo esta área muito vasta e podendo ser desenvolvida durante os quatro anos de escolaridade do 1.º ciclo deixamos aqui sugestões possíveis para aprofundar este estudo ou realizar estudos futuros:

- Desenvolvimento das competências transversais através de problemas de carácter investigativo;
- As competências transversais trabalhadas com recurso às novas tecnologias

BIBLIOGRAFIA

Abrante, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *Matemática na Educação Básica.* Lisboa: Ministerio da Educação, Departamento da Educação Básica.

Alarcão, I. (2000). Escola reflexiva e Supervisão, uma Escola em Desenvolvimento e Aprendizagem. Porto: Porto Editora

Alsina, À. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos - para crianças dos 6 aos 12 anos.* Porto: Porto Editora.

Arendt, H. W. (2000). *Quatro textos excêntricos. Tradução de Olga Pombo.* Lisboa: Relógio D' Agua.

Bessa, N., & Fontaine, A.-M. (2002). *Cooperar para aprender- Uma introdução à aprendizagem cooperativa.* Lisboa: Asa Editores.

Boavida, A. M., Paiva, A. L., Cebola, G., Vale, I., & Pimentel, T. (2008). *A experiência Matemática no 1..º ciclo - Programa de Formação Continua para Professores dos 1.º e 2.º Ciclos do Ensino Básico.* Lisboa: Ministério da Educação - Direcção- Geral de Inovação e de DesenvolvimentoCurricular.

Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação- uma introdução à teoria e aos métodos - traduzido por: M. J. Alvares e S.B. dos Santos.* Porto: Porto Editora.

Borralho, A. (1990). *Aspectos metacogitivos na resolução de problemas de Matemática: proposta de um programa de intervenção, (colecção teses).* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Braumann, C. (2002). Divagações sobre investigação eo seu papel na aprendizagem da matemática. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *Actividades de investigação* (pp. 5-24). Coimbra: Sociedade Portuguesa de ciências de Educação.

Bruner, J. (1978). *O processo de educação.* São Paulo: Companhia Nacional Editora.

Cabrita, I., & Vizinho, I. (2002). Abordagem dos numeros decimais no 1..º ciclo do ensino básico sustentada por actividades significativas de resolução de problemas. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *actividades de Investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 125-134). Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Esteves, L. (2008). *Visão Panorâmica da Investigação-Acção.* Porto: Porto Editora.

Fernandes, D. B. (1994). *Resolução de Problemas: Processos cognitivos, Concepções de Professores e Desenvolvimento Curricular.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ferreira, H. C. (1998). *Metodologias de investigação: guia para auto aprendizagem.* Lisboa: Universidade Aberta.

Formosinho, O., Kishimoto, T. M., Pinazza, M. A., & (org). (2007). *Pedagogia(s) da Infância Dialogando com o Passado Construindo o Futuro.* São Paulo: ARTMED.

Lopes, A. V., Bernardes, A., Loureiro, C., Varandas, J., Oliveira, M. J., Delgado, M. J., (1992). *Actividades Matemáticas na sala de aula - 2ª ed.* Lisboa: Texto Editora.

Lopes, C. A. (2002). *Estratégias e Métodos de resolução de Problemas em Matemática - colecção CRIAP.* Porto: ASA Editores.

Lopes, J., & Silva, H. S. (2009). *A Aprendizagem Cooperativa na Sala de Aula - um guia pratico para o professor.* Lisboa: Lidel.

M.E. (2001). *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico - 1..º Ciclo* . Lisboa: Ministéro da Educação.

Mamede, E. (2002). In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos professores* (pp. 113-124). Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Martins, C., Menino, E. M., Rocha, I., & Pires, M. V. (2002). O trabalho investigativo nas aprendizagens iniciais da matemática. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação dos profesores* (pp. 59-82). Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Matos, J. M., & Serrazina, M. L. (1996). *Didáctica da Matemática.* Lisboa: Universidade Aberta.

ME-DEB (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico - Competencias Básicas.* Lisboa: Ministério da Educação.

Moreira, A. L. (2001). *A investigação-acção na formação reflexiva do professor-estagiário de inglês.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Moreira, D., Oliveira, I., & (cord). (2004). *O jogo e a Matemática.* Lisboa: universidade Aberta.

NCTM. (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar. Tradução portuguesa dos standards do NCTM.* Lisboa: APM e IIE .

Nérici, I. G. (1987). *Metodologia do ensino.* São Paulo: Atlas S.A.

Nóvoa, A. (2005). *Evidentemente. Histórias da Educação.* Porto: ASA editores.

Oliveira, P. (2002). In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *Actividades de Investigação* (pp. 25-40). Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Palhares, P. (2004). Elementos de Matemática para Professores do Ensino Básico

Piaget, J. (1978). *Fazer e compreender.* São Paulo: Melhoramentos/Edições Universidade São Paulo.

Pires, M. I. (1992). *Processos de resolução de Problemas.* Lisboa: Universidade Nova de Lisboa.

Pólya, G. (1995). *A arte de resolver problemas (tradução e adaptação de HeitorLisboa de Araújo) - 2ª reimpressão.* Brasil: Interciencia Ltda.

Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas .* Lisboa : Gradiva.

Ponte, J. P. (2005). *Gestão Curricular em Matematica.* Lisboa: APM.

Ponte, J. P., Costa, C., Rosende, A. I., Maia, E., Figueiredo, N., & Dionísio, A. F. (2002) (orgs). *Actividades de Investigação na Aprendizagem da Matematica e na Formação dos Professores.* Coimbra: Secção de Educação e Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação.

Ponte, J. P., Serrazina, L., Guimarães, H. M., Breda, A., Guimarães, F., Sousa, H., et al. (2008). *Programa de Matemática do Ensino BásicoBásico.* Lisboa: ME dgidc.

Popper, K. R. (1989). *Em busca de um mundo melhor.* Lisboa: Fragmentos.

Reis, R. (2004). *Desenvolvimento do raciocínio matemático.* Lisboa : Universidade Aberta.

Serrazina, L., Vale, I., & Fonseca, H. (2002). Investigações matemáticas e profissionais na formação de professores. In J. P. Ponte, C. Costa, A. I. Rosende, E. Maia, N. Figueiredo, & A. F. Dionísio, *Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores* (pp. 41-58). Coimbra: Sociedade Portuguesa de Ciências de Educação .

Tao, T. (2008). *Como resolver problemas matemáticos - tradução de Paulo Ventura Araújo para SPM.* Lisboa: Texto Editores (pp.VI - 8).

Vygostsky, l. S. (1984). *Formação Social da Mente: O Desenvolvimento dos Processos Psicologicos Superiores. .* São Paulo : SP: Martins Fonseca.

Anexos: A; B e C

INSTITUTO POLITÉCNICO
DE BRAGANÇA

NIPC 600 013 758
Tel. (+351) 273 303 200 • Fax 273 325 405
http://www.ipb.pt
Campus de Santa Apolónia
Apartado 1038
5301-854 BRAGANÇA · Portugal

Declaração

--------MARIA ELVIRA CORREIA FERNANDES MOREIRA NETO, Chefe de Secção dos Serviços Académicos do Instituto Politécnico de Bragança, DECLARA, para os devidos efeitos e em face do arquivo respectivo, que JULIETA DA CONCEIÇÃO MATEUS FERREIRA, portador do Bilhete de Identidade n.º6979926, passado pelo arquivo de identificação de Bragança, natural da freguesia de Paradinha Nova, concelho de Bragança, distrito de Bragança, filho de Luciano Augusto Mateus e de Isaura de Lurdes Casimiro, no ano lectivo de 2009/2010, é aluno do 1º ano do curso de MESTRADO em Mestrado em Ensino do 1º Ciclo do Ensino Básico e encontra-se matriculado(a) às seguintes disciplinas: ------------------------------

Didáctica do Estudo do Meio no 1º Ciclo do Ensino Básico
Prática de Ensino Supervisionada
Didáctica da Matemática no 1º Ciclo do Ensino Básico
Didáctica do Português no 1º Ciclo do Ensino Básico
Pedagogia e Inovação em Educação da Criança

A presente declaração vai firmada com o carimbo deste Instituto, só pode ser usada para fins de Agrupamento Augusto Moreno--

Secretaria dos Serviços Académicos do Instituto Politécnico de Bragança aos 08 de Fevereiro de 2010 -------

A CHEFE DE SECÇÃO

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA SERVIÇOS ACADÉMICOS

...../.....

MO-PR04-09

Declaração

Para os devidos efeitos declaro que, Julieta da Conceição Mateus Ferreira, mestranda com o número de aluno 11 449, no âmbito da cadeira de Prática de Ensino Supervisionada tem de apresentar um relatório que terá por base, segundo o artigo 8.ºA do regulamento de estágio, uma investigação sobre um tema relevante para a prática de ensino nos níveis de educação ou ciclos de ensino do domínio de habilitação abrangendo também as experiências de Ensino-Aprendizagem realizadas ao longo da cadeira.

Bragança, 09 de Fevereiro de 2010

Carlos Alberto Lopes

(Prof. Equiparado a Assistente do 1º triénio)

Deferido
22/02/2010

Ex.^{ma} Senhora

Directora do Agrupamento de Escolas Augusto Moreno

Eu, Julieta da Conceição Mateus Ferreira, portadora do B.I.nº6979926, a frequentar o Curso de Mestrado em Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, na Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Bragança e necessitando de realizar um trabalho de investigação em contexto, no âmbito da Prática de Ensino Supervisionada, vem por este meio solicitar a Vossa E.^{xa} se digne autorizar a realização de um projecto de intervenção pedagógico na Escola E.B.1 de [illegible], com a turma de 3º e 4º anos, com a Professora Maria Emília Pires. Pretende-se que este projecto proporcione experiências de planificação, ensino e avaliação.

Deste trabalho, sustentado na bibliografia de referência e em dados do trabalho prático desenvolvido no contexto supracitado, resultará um relatório final, que será alvo de defesa pública, por tal, salvaguardamos, desde já, que os dados recolhidos se destinam única e exclusivamente a serem utilizados no âmbito deste trabalho, comprometendo-nos, desta forma, a respeitar o anonimato, a confidencialidade e privacidade do contexto e de todos os intervenientes neste processo.

Junto anexo as respectivas declarações do IPB e do orientador de Prática de Ensino Supervisionado.

Pede deferimento,

18 de Fevereiro de 2010

A Mestranda

Julieta da Conceição Mateus Ferreira