INCTE 2019

IV Encontro Internacional de Formação na Docência

4th International Conference on Teacher Education

Livro de Atas
Proceedings

INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA
ipb Escola Superior de Educação

Bragança | 3 e 4 de maio | 2019

Livro de Atas

IV Encontro Internacional de Formação na Docência (INCTE)

Proceedings

4^{th} International Conference on Teacher Education (INCTE)

Título:	IV Encontro Internacional de Formação na Docência (INCTE): Livro de atas	
Edição:	Instituto Politécnico de Bragança	
Editores:	Manuel Vara Pires	Instituto Politécnico de Bragança
	Cristina Mesquita	Instituto Politécnico de Bragança
	Rui Pedro Lopes	Instituto Politécnico de Bragança
	Elisabete Mendes Silva	Instituto Politécnico de Bragança
	Graça Santos	Instituto Politécnico de Bragança
	Raquel Patrício	Instituto Politécnico de Bragança
	Luís Castanheira	Instituto Politécnico de Bragança
Ano:	2019	
ISBN:	978-972-745-259-0	
Handle:	`http://hdl.handle.net/10198/15084`	

Resolver problemas envolvendo razões e proporções por futuros professores dos primeiros anos

José António Fernandes[1], Paula Maria Barros[2], Gabriela Gonçalves[3]
jfernandes@ie.uminho.pt, pbarros@ipb.pt, gmc@isep.ipp.pt

[1] Universidade do Minho, Portugal
[2] Instituto Politécnico de Bragança, Portugal
[3] Instituto Politécnico do Porto, Portugal

Resumo

Neste estudo analisa-se a resolução de problemas envolvendo razões e proporções, apresentadas por futuros professores dos primeiros anos escolares, mais concretamente no que respeita às respostas dadas e às estratégias de resolução por eles desenvolvidas. No estudo participaram 49 estudantes que frequentavam o 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma universidade do norte de Portugal. Os estudantes resolveram várias questões envolvendo as noções de razão e de proporção, em contexto de avaliação formal na sala de aula, das quais exploramos aqui apenas uma. Nesta questão, com três itens, esperava-se que os estudantes aplicassem representações, conceitos, propriedades e algoritmos relativos às noções de razão e proporção. Em termos de resultados do estudo, salienta-se que a maioria dos estudantes respondeu corretamente aos itens envolvendo a noção de proporção, mas respondeu erradamente ao item envolvendo a noção de razão. Já em termos das estratégias de resolução implementadas pelos estudantes, constatou-se que quase todos eles recorreram à regra de três simples, tanto nas respostas corretas como nas respostas incorretas, nos itens envolvendo a noção de proporção. Ora, a adoção, quase exclusiva, da estratégia da regra de três simples revela pouca flexibilidade e contribui para uma maior automatização dos processos de raciocínio dos estudantes, donde torna-se importante que eles desenvolvam na sua formação estratégias diversificadas de resolução destas situações-problema.

Palavras-Chave: resolução de problemas, razão, proporção, futuros professores dos primeiros anos.

Abstract

This study analyses the resolution of ratio and proportion's problems presented by prospective primary school teachers, in particular with respect to the answers given and the strategies of resolution developed by them. The study involved 49 students who attended the 2nd year of the Basic Education Degree course of a university in the north of Portugal. The students solved several questions involving the notions of ratio and proportion, in the context of formal evaluation in the classroom, of which we explore here only one. In this question, with three items, students were expected to apply representations, concepts, properties, and algorithms relative to notions of ratio and proportion. In terms of study results, it should be noted that most students responded correctly to the items involving the notion of proportion, but erroneously responded to the item involving the notion of ratio. Already in terms of the strategies of resolution implemented by the students, it was verified that almost all of them resorted to the rule of three simple, both in the correct answers and in the incorrect answers, in the items involving the notion of proportion. However, the almost exclusive adoption of the strategy of three simple rule reveals little flexibility and contributes to a greater automation of students' reasoning processes, where it becomes important that they develop in their training diversified strategies for solving these problem situations.

Keywords: problem solving, ratio, proportion, prospective primary school teachers.

1 Introdução

Os problemas envolvendo os conceitos de razão e proporção têm larga aplicação na Matemática, nas outras disciplinas e na vida quotidiana das pessoas, e também dos alunos, assumindo-se, portanto, como uma importante dimensão da literacia quantitativa. No caso da disciplina de Matemática, pode pensar-se em temas como frações, percentagens, proporcionalidade, congruência e semelhança de figuras, trigonometria e probabilidades, os quais, por sua vez, são utilizados em outras disciplinas. No caso da vida quotidiana, é também variada a sua utilização, como acontece com o custo de quantidades (discretas ou contínuas) de custo unitário fixo ou a determinação de distâncias reais a partir de distâncias em mapas.

Apesar da presença frequente dos conceitos de razão e proporção, tanto em situações intramatemáticas como extramatemáticas, no caso do conceito de razão, ele não é explorado de forma explícita no programa de Matemática do ensino básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013). Ora, nessa situação, os alunos e, posteriormente, os futuros professores desses ciclos escolares poderão não ser capazes de extrair o conceito de razão a partir das suas aplicações, o que resultará em dificuldades na aprendizagem e no ensino de tal noção matemática.

Estudos já realizados mostram que os alunos e futuros professores dos primeiros anos têm dificuldades nos conceitos de razão e proporção (Fernandes & Leite, 2015; Leite, Fernandes, Viseu, & Gea, 2016; Livy & Vale, 2011; Singh, 2000; Viseu, Fernandes, & Leite, 2018), dificuldades essas relativas à definição, à representação e à aplicação destas noções à resolução de situações-problema.

No presente estudo analisam-se as resoluções de problemas envolvendo razões e proporções por futuros professores dos primeiros anos, no que respeita às respostas dadas pelos futuros professores e às estratégias de resolução por eles adotadas. Comparativamente com os estudos antes referidos, neste estudo inquiriram-se os estudantes sobre a determinação de termos de uma proporção, em que a razão da proporção não é dada na forma unitária, e sobre o significado de uma razão.

Seguidamente, nas próximas secções, apresenta-se o enquadramento teórico do estudo, discutindo os conceitos de razão e proporção e revendo alguns estudos realizados sobre esses conceitos, informa-se sobre o método de investigação seguido no estudo, analisam-se os dados resultantes das resoluções dos estudantes e, por fim, sintetizam-se as principais conclusões do estudo e extraem-se algumas implicações didáticas.

2 Os conceitos de razão e proporção

Para Livy e Vale (2011) uma "razão é a comparação entre duas quantidades" (p. 26). Ao mesmo tempo, sendo uma proporção uma igualdade entre duas razões, conclui-se que os conceitos de razão e proporção mantêm uma íntima ligação e, em consequência, com a proporcionalidade e o raciocínio proporcional.

Embora o conceito de razão não constitua um tema explícito dos programas escolares (Ministério da Educação e Ciência, 2013, 2014), tal como já foi referido antes, ele assume-se como um conceito multifacetado e que se relaciona com muitos outros conceitos matemáticos como, por exemplo, os conceitos de número racional, proporcionalidade e semelhança.

No ensino, a noção de número racional assume diferentes interpretações (Lamon, 2007): a interpretação parte-todo, ligada à interpretação de medida, razão e operador, que favorece o desenvolvimento da noção de unidade de medida, de frações equivalentes e das operações de adição e subtração; a interpretação de quociente, que se relaciona com razões e taxas, que permite comparar, adicionar e subtrair frações; a interpretação de operador, que concilia a multiplicação e divisão de frações; a interpretação de medida, que favorece a noção de unidade, ordem e densidade; e a interpretação de razão, em que a maior diferença reside em operar aritmeticamente. Nas outras interpretações operamos de acordo com as mesmas regras, enquanto o mesmo não acontece com as razões.

Independentemente da interpretação que se adote, a noção de razão está ligada à noção de número racional. Embora compreender os números racionais não seja o mesmo que compreender a proporcionalidade, os números racionais podem ser explorados numa vertente proporcional considerando que em cada classe de equivalência, que define um número racional, cada elemento é um múltiplo constante de qualquer outro. Por exemplo, na classe $\left\{\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, ...\right\}$, que define o número racional $\frac{1}{3}$, tem-se que: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}\times\frac{2}{2}; \frac{3}{9} = \frac{1}{3}\times\frac{3}{3}; \frac{4}{12} = \frac{1}{3}\times\frac{4}{4}; ...$

Deste modo, conclui-se que o raciocínio proporcional requer a compreensão dos números racionais, seja enquanto razões ou enquanto proporções, os quais intervêm em duas classes de problemas: os problemas de comparação, em que são dados quatro valores (a, b, c, d) e se pretende estabelecer uma relação de ordem $(<, > \text{ ou } =)$ entre as razões $\frac{a}{b}$ e $\frac{c}{d}$; e os problemas de valor omisso, nos quais são dados três dos quatro valores da proporção e se pretende determinar o valor em falta. É exemplo de problema de comparação a verificação, entre dois sumos, daquele que tem maior concentração de laranja ou se têm ambos igual concentração, enquanto no problema de valor omisso se pretende determinar o valor em falta, supondo que os dois sumos têm igual concentração de laranja ou um tem maior concentração do que o outro.

A importância do raciocínio proporcional está bem patente na variedade de situações-problema que ele permite resolver, seja no campo da ciência, do emprego ou da vida do dia a dia, justificando-se, portanto, o seu estudo ao longo de todo o ensino básico (Ministério da Educação e Ciência, 2013) e secundário (Ministério da Educação e Ciência, 2014). Depois de concluído o ensino básico, espera-se que os alunos sejam capazes de resolver problemas envolvendo proporções, a proporcionalidade direta e a proporcionalidade inversa, que, por sua vez, permitirá aprofundar temas como variáveis, funções lineares, vetores e outros temas estudados no ensino secundário. Neste contexto, Lamon (2007) propõe que o raciocínio proporcional se alicerça em "relações estruturais entre quatro quantidades (a, b, c, d) num contexto envolvendo simultaneamente a covariância e a invariância de razões ou produtos" (p. 638), como se pode verificar com a proporção e regra de três simples.

Numa abordagem mais geral, as relações escalar e funcional assumem-se como relações críticas que se ilustram com o seguinte exemplo: – Se o Filipe pagou 7 euros por 4 litros de gasolina, quanto deve pagar por 12 litros de gasolina?

Este exemplo traduz uma situação de proporcionalidade direta entre dois espaços de medida, donde existe uma relação funcional linear entre os valores dos dois espaços de medida e um operador escalar que transforma quantidades do mesmo tipo. No caso da relação funcional ela é definida pela função de equação $f(x) = \frac{7}{4}x$, enquanto a relação escalar tem fator 3. Em ambos os casos se conclui que o Filipe deve pagar 21 euros por 12 litros de gasolina, pois $f(12) = 21$ e o fator 3 transforma as quantidades do mesmo tipo, portanto $3 \times 4 = 12$ litros e $3 \times 7 = 21$ euros (ver Figura 1).

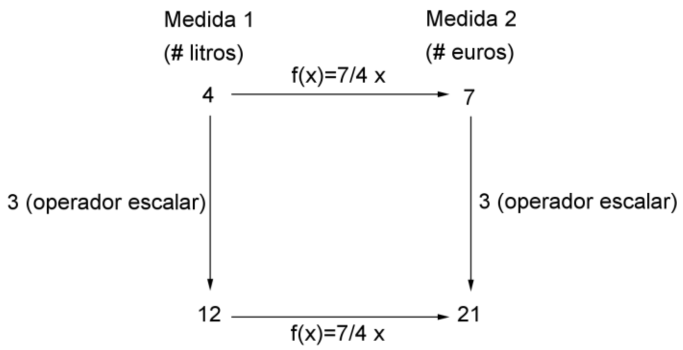

Figura 1: Representação esquemática das relações escalar e funcional.

No caso dos primeiros anos do ensino secundário, Burgos, Godino, Giacomone e Beltrán-Pellicer (2018) referem que o estudo da proporcionalidade "contempla quase exclusivamente um uso técnico da regra de três simples ou uma interpretação funcional a partir da fórmula da função linear" (p. 707), o que corresponde a apenas algumas das diferentes abordagens possíveis antes referidas.

3 A aprendizagem dos conceitos de razão e proporção

No caso do conceito de razão, no estudo de Fernandes e Leite (2015), em que participaram também futuros professores dos primeiros anos, verificou-se que para cerca de dois em cada três estudantes o conceito de razão significava ou comparação/relação entre grandezas ou uma operação matemática, embora, tal como aconteceu com Suggate, Davis e Goulding (2006), os estudantes não tenham especificado o tipo de relação envolvida. No caso das operações, foram poucos os alunos que referiram as operações de divisão e multiplicação que, segundo Lamon (2007), estão associadas ao conceito de razão e ao conceito de número racional, denotando-se assim uma débil conexão entre o conceito de razão e o conceito de número racional.

Ainda no estudo de Fernandes e Leite (2015), nas representações da razão, os estudantes usaram símbolos matemáticos para representar o conceito, como sejam operações com letras, operações com constantes ou apenas sinais de operação. Já quando os estudantes foram inquiridos sobre as representações que usariam para explicar o conceito de razão a outrem, essas representações foram mais esclarecedoras do que as que usaram para apoiar a sua definição, salientando-se o recurso a diagramas ou representações gráficas.

Em síntese, destaca-se a abrangência que o conceito de razão tem para os inquiridos e as dificuldades e limitações concetuais reveladas nas suas respostas, sobretudo em relação às respostas muito curtas e pouco explicativas do significado do conceito de razão.

Num estudo subsequente com futuros professores dos primeiros anos, Leite et al. (2016) estudaram duas situações-problema sobre a representação e comparação de razões. Na primeira situação-problema, envolvendo uma representação em diagrama circular, verificou-se que cerca de dois terços dos estudantes não foi capaz de apresentar mais do que uma ou duas representações da razão, para além da que era dada, e cerca de um terço dos estudantes não foi capaz de justificar a comparação efetuada entre as razões. Na outra situação-problema, envolvendo a representação gráfica da rapidez de duas pessoas, constatou-se que um terço dos estudantes não foi capaz de comparar as razões correspondentes. Face a estes resultados, os autores advogam o aprofundamento do estudo destes conceitos em variados contextos.

Livy e Vale (2011) verificaram que futuros professores revelaram muitas dificuldades em dois itens, um envolvendo a conversão de centímetros quadrados para metros quadrados e outro referia-se à determinação de uma distância real a partir da distância no mapa, com apenas cerca de 10% de respostas corretas. No caso do item de escala, os erros dos estudantes resultaram, fundamentalmente, das seguintes estratégias: procedimento de resolução incompleto; incorreta conversão de unidades de comprimento; uso da adição ou subtração e vez da multiplicação; e incorreta interpretação da escala, designadamente assumindo a razão 1:1 (distância no mapa, distância real) em vez da razão 6(cm):75(km).

Mais recentemente, Viseu, Fernandes e Leite (2018) realizaram um estudo com futuros professores dos primeiros anos. Nesse estudo, nos dois primeiros itens dava-se a distância no mapa e real e pedia-se, respetivamente, a distância real e no mapa, e num outro item davam-se duas distâncias reais e pedia-se a razão entre as correspondentes distâncias no mapa. Dos resultados obtidos, salientou-se que cerca de metade ou mais dos estudantes respondeu corretamente aos dois primeiros itens, enquanto apenas cerca de um terço respondeu corretamente ao terceiro item. Neste último item poucos estudantes (9 em 81) determinaram a razão entre as distâncias reais dadas, que coincide com a razão das distâncias no mapa, tendo cerca do dobro de estudantes (19 em 81) determinado as distâncias no mapa (através da regra de três simples) e a correspondente razão. Na perspetiva dos autores, as maiores dificuldades neste último item explicam-se pela menor familiaridade dos estudantes neste tipo de questão. Já em termos de estratégias, verificou-se que a larga maioria dos estudantes recorreu à regra de três simples, com maior incidência nos dois primeiros itens.

4 Método

Neste estudo, em que se estuda uma realidade existente, portanto de tipo descritivo, analisam-se as resoluções de futuros professores dos primeiros anos (do 1.º e/ou 2.º ciclo do ensino básico) de problemas envolvendo as noções de razão e proporção. Participaram no estudo 49 estudantes do 2.º ano do curso de Licenciatura em Educação Básica de uma universidade do norte de Portugal. À entrada na universidade, estes estudantes apresentavam uma formação matemática muito variada, desde os que tinham concluído a disciplina de Matemática A até aos que terminaram o seu estudo de Matemática no 9.º ano de escolaridade, o que explica que muitos deles, cerca de dois em cada três, afirmassem ter dificuldades ou muitas dificuldades nas unidades curriculares de Matemática que tinham cursado até então na universidade.

Os dados foram recolhidos através de um questionário com quatro problemas, que foi respondido individualmente em contexto de sala de aula e em que se evidencia em cada problema uma contextualização diferente. Nesta comunicação apresentamos apenas um problema envolvendo os conceitos de razão e proporção (Figura 2).

A Rosa foi ao supermercado e verificou que 50 pães custavam 6 euros.

a) A Rosa pagou 2,4 euros pelos pães que comprou. Quantos pães comprou?

b) A Rosa comprou 15 pães. Quanto pagou pelos pães?

c) O que define a razão $\frac{6}{50}$?

Figura 2: Tarefa proposta aos estudantes.

Dos três itens que compõem a tarefa, em a) e b) aplica-se o conceito de proporção, pretendendo-se determinar um dos seus termos da proporção conhecidos os outros três, enquanto em c) se espera que o estudante defina o significado da razão dada.

Em termos de tratamento e análise de dados, determinaram-se frequências dos tipos de respostas (corretas e incorretas) e das estratégias adotadas pelos estudantes, tendo-se usado tabelas para resumir essa informação. No caso das estratégias, recorremos à análise de conteúdo, sendo as categorias emergentes das respostas apresentadas pelos estudantes descritas na próxima secção, aquando da apresentação de resultados. Adicionalmente, a categorização efetuada será ilustrada com exemplos de respostas dos estudantes, identificados pela letra E (abreviatura de estudante) seguida do número que lhe foi atribuído (de 1 a 49).

5 Resolução da tarefa pelos futuros professores

Nesta secção apresentam-se as respostas dos estudantes, futuros professores, a cada um dos itens da tarefa, bem como as estratégias usadas para obter essas respostas.

4.1 Respostas dadas pelos futuros professores

Na Tabela 1 apresentam-se as frequências dos tipos de resposta (corretas e incorretas) em cada um dos itens da tarefa, incluindo-se também os estudantes que não responderam.

Tabela 1: Frequências (%) dos tipos de resposta nos itens a), b) e c).

Tipo de resposta	**Itens**		
	a)	b)	c)
Correta	37(76)	28(57)	18(37)
Incorreta	11(22)	20(41)	23(47)
Não respondentes	1(2)	1(2)	8(16)

Por observação da Tabela 1, verifica-se que as frequências de respostas corretas são maiores nos itens a) e b), em ambos os casos mais de metade dos estudantes responderam corretamente. Nestes itens, os estudantes deveriam determinar um dos termos de uma proporção, conhecidos os restantes três termos, mais concretamente determinar o número de pães correspondentes a um certo custo e o custo correspondente a um certo número de pães. Já no item c) observou-se que muitos menos estudantes responderam corretamente. Neste item, esperava-se que os estudantes identificassem a razão dada como definindo o custo de cada pão. Assim, revelou-se mais difícil para os estudantes atribuírem significado a essa razão, devendo-se a diminuição das respostas corretas, sobretudo, ao aumento de não respondentes.

4.2 Estratégias adotadas pelos futuros professores

Nos itens a) e b), envolvendo proporções, esperava-se que os estudantes recorressem a diferentes estratégias para resolver as respetivas situações-problema, enquanto no item c) se esperava que os estudantes atribuíssem significado a uma razão dada. A seguir referem-se as estratégias que os estudantes podiam usar no item a), que são semelhantes às que podiam usar também no item b).

- Regra de três simples: $\begin{array}{l} 6\ \text{euros} \ \_\_\_\_\_\_\_\_ 50\ \text{pães} \\ 2{,}4\ \text{euros} \ \_\_\_\_\_\_\_\_ \ x \end{array}$; $x = \dfrac{2{,}4 \times 50}{6} = 20$ pães.
- Proporção: $\dfrac{6}{50} = \dfrac{2{,}4}{x}$; $x = \dfrac{50 \times 2{,}4}{6} = 20$ pães.
- Escalar (0,4): como $6 \times 0{,}4 = 2{,}4$; $50 \times 0{,}4 = 20$ pães.
- Funcional: sendo $f(x) = \dfrac{50}{6} \times x$, em que x é o dinheiro disponível ;

  $f(2{,}4) = \dfrac{50}{6} \times 2{,}4 = 20$ pães.

Na Tabela 2 apresentam-se as estratégias adotadas pelos estudantes para resolver cada um dos três itens da tarefa, segundo os tipos de respostas corretas e incorretas.

Tabela 2: Frequências (%) das estratégias usadas nos itens a), b) e c).

Tipo de estratégia	Respostas corretas			Respostas incorretas		
	a)	b)	c)	a)	b)	c)
Regra de três simples	37(76)	28(57)	—	11(22)	20(41)	—
Preço/valor de cada pão	—	—	18(37)	—	—	—
Repetir o enunciado	—	—	—	—	—	16(33)
Definir razão	—	—	—	—	—	6(12)
Dividir	—	—	—	—	—	1(2)

Nota: no cálculo das percentagens foram incluídos os estudantes que não responderam.

Pela Tabela 2 verifica-se que todos os estudantes que responderam, tanto de forma correta como incorreta, adotaram a estratégia da regra de três simples para resolver os itens a) e b), itens esses que envolvem proporções. Na Figura 3 apresenta-se um exemplo deste tipo de estratégia que conduziu à obtenção da resposta correta.

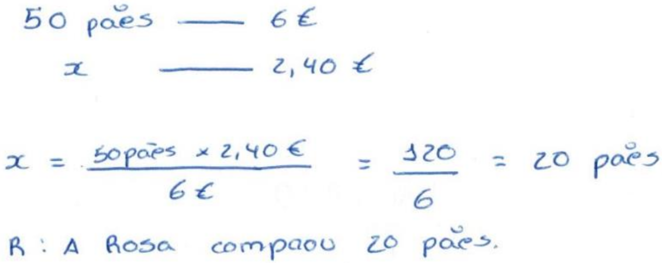

Figura 3: Resolução do item a) pelo estudante E22.

Nesta resolução, o estudante E22 recorreu ao facto de 50 pães custarem 6 euros, conforme era dito no enunciado da tarefa e, de seguida, determinou corretamente o número de pães que poderia comprar com 2,4 euros. A seguir, na Figura 4, apresenta-se um exemplo de resolução que conduziu a uma resposta incorreta.

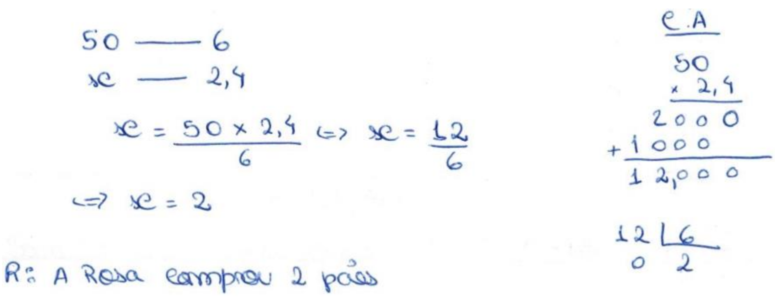

Figura 4: Resolução do item a) pelo estudante E46.

Na resolução, o estudante E46 estabeleceu corretamente a regra de três simples e apenas cometeu um erro de cálculo, quando multiplica 50 por 2,4 não estabelece corretamente o número de casas decimais do produto. Já na Figura 5 apresenta-se uma resolução correta do item b).

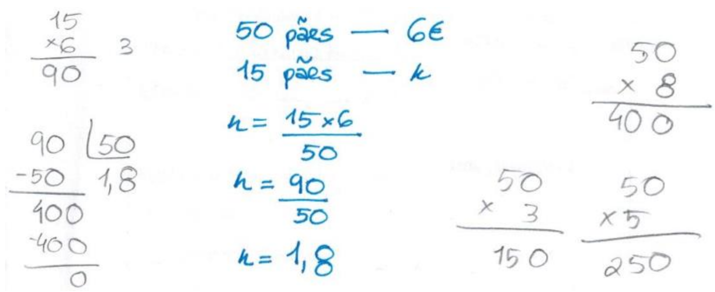

Figura 5: Resolução do item b) pelo estudante E1.

Nesta resolução, o estudante E1 recorreu ao facto de 50 pães custarem 6 euros, conforme era dito no enunciado da tarefa e, de seguida, determinou corretamente o custo de 15 de pães. Já na Figura 6 apresenta-se um exemplo de resolução que conduziu a uma resposta errada.

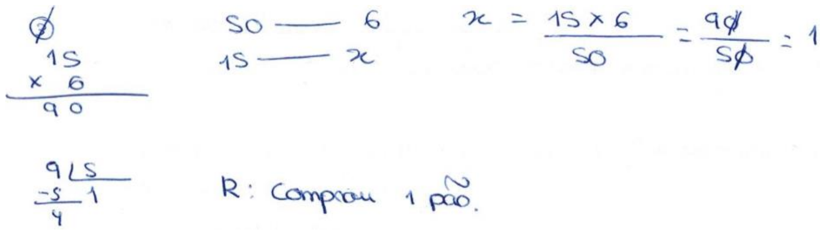

Figura 6: Resolução do item b) pelo estudante E3.

Neste caso, o estudante E3 estabeleceu corretamente a regra de três simples, mas teve dificuldade em completar a divisão de 9 por 5, indicando apenas a parte inteira do quociente. Além disso, também afirmou erradamente que a resposta se referia ao número de pães, quando na verdade se referia ao custo.

Por fim, no item c) observam-se interpretações variadas da razão que define o custo de um pão, sendo as interpretações das respostas corretas diferentes das interpretações das respostas incorretas. No caso da interpretação correta da razão dada, apresenta-se a resposta de um estudante na Figura 7.

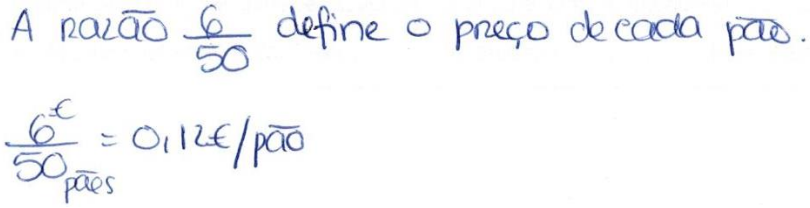

Figura 7: Resolução do item c) pelo estudante E33.

Na resposta do estudante E33 afirma-se que a razão define o preço de cada pão, que, em geral, também foi a interpretação dos outros estudantes que responderam corretamente. No caso das respostas incorretas, quase todos os alunos repetiram o enunciado ou definiram a razão dada. No caso da repetição do enunciado, apresenta-se na Figura 8 um exemplo dessa interpretação.

Figura 8: Resolução do item c) pelo estudante E15.

Na interpretação do E15 repete-se, fundamentalmente, o que era referido do enunciado da tarefa, onde se afirmava que “50 pães custavam 6 euros”, donde este aluno e aqueles que apresentaram a mesma interpretação não foram capazes de atribuir à razão o significado de divisão, a qual lhes permitiria concluir imediatamente que a razão define o custo de cada pão.

A seguir, na Figura 9, apresenta-se a interpretação da razão dada com base, essencialmente, na noção de razão como o quociente de duas grandezas.

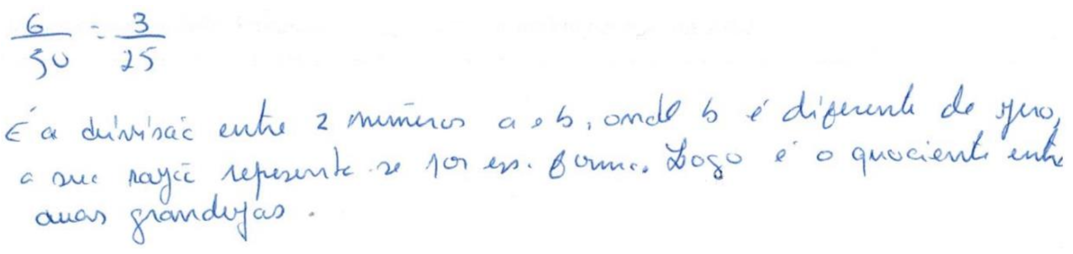

Figura 9: Resolução do item c) pelo estudante E26.

Na interpretação apresentada pelo estudante E26 é clara a definição de razão, evidenciando também a definição de razão como uma fração, quando reduz os termos da fração $\frac{6}{50}$ e obtém a fração irredutível $\frac{3}{25}$.

5 Conclusão

No presente estudo salienta-se um melhor desempenho dos estudantes, futuros professores dos primeiros anos, nos itens que envolvem proporções do que no item que envolve uma razão. Mesmo assim, tendo em conta que se trata de itens que podem ser propostos aos seus futuros alunos, o desempenho dos estudantes em qualquer dos itens pode ser visto como sendo insatisfatório.

Também as estratégias adotadas pelos estudantes para obterem as suas respostas (corretas ou incorretas) nos itens assumem uma natureza algo problemática, na medida em que recorrem sistematicamente ao mesmo método de resolução. No caso dos itens envolvendo proporções, os estudantes recorreram sempre à estratégia regra de três simples, tanto no caso das respostas corretas como das incorretas, tendência que também foi muito adotada por estudantes do 3.º ano do mesmo curso no estudo de Viseu et al. (2018). Ora, o facto de os estudantes terem usado apenas esta estratégia, embora pudessem ter recorrido a várias outras estratégias, como antes foi referido (regra de três simples, proporção, escalar e funcional), permite concluir que eles revelaram pouca flexibilidade nas suas estratégias de resolução, além de poder sugerir que no ensino se privilegiou a regra de três simples em detrimento de outras estratégias. O facto de apenas se ser capaz de resolver situações-problema adotando sempre a mesma estratégia pode ser visto como indiciando uma aprendizagem memorística e automática, em oposição a uma aprendizagem significativa e com compreensão (Ausubel, Novak, & Hanesian, 1980).

Também no estudo de Burgos et al. (2018), envolvendo futuros professores do ensino secundário, numa tarefa de proporção, se verificou que a regra de três simples foi a estratégia mais utilizada pelos estudantes (31,3%), seguindo-se uma estratégia tabelar (18,8%) e, em menor percentagem, recorreram a uma estratégia funcional (14,6%). No caso da regra de três simples, os autores, caracterizam-na como sendo geralmente “degenerada”, significando com isso que os estudantes não mencionaram a série de números proporcionais implicados na situação nem a igualdade de razões correspondente.

A adoção de uma única estratégia pelos estudantes pode significar o desconhecimento de quaisquer outras, sejam elas alicerçadas em diferentes representações ou em diferentes métodos de resolução. Em qualquer caso, os estudantes com domínio de uma única estratégia terão um nível de compreensão inferior àqueles que dominam várias estratégias (Fernandes & Vaz, 1998).

Por último, o menor desempenho dos estudantes aconteceu no item que envolvia uma razão, mais especificamente, em que se pedia que o estudante identificasse a razão dada como definindo o custo/preço de cada pão. Neste caso, a maior parte dos estudantes repetiu o enunciado, definiu, em termos genéricos, o que é uma razão ou não apresentou qualquer resposta. Nesta situação, a conexão do conceito de razão com a interpretação de número racional (Lamon, 2007), como quociente, poderia contribuir para que os estudantes identificassem o significado da razão em questão.

Em síntese, tendo em conta os principais resultados do estudo, recomenda-se que os estudantes, futuros professores dos primeiros anos, desenvolvam uma maior flexibilidade e diversidade em termos das estratégias a adotar na resolução das situações-problema com que se deparam e que interpretem ou atribuam significado às expressões com que trabalham e aos resultados matemáticos que obtêm.

6 Referências

Ausubel, D. P., Novak, J. D., & Hanesian, H. (1980). *Psicologia educacional* (2 ed.). (E. Nick, Trad.). Rio de Janeiro: Interamericana.

Burgos, B., Godino, J. D., Giacomone, B., & Pablo Beltrán-Pellicer, P. (2018). Competencia de análisis epistémico de tareas de proporcionalidade de futuros profesores. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa*, *31*(1), 706-713.

Fernandes, J. A., & Leite, L. (2015). Compreensão do Conceito de Razão por Futuros Educadores e Professores dos Primeiros Anos de Escolaridade. *Bolema*, *29*(51), 241-262.

Fernandes, J. A., & Vaz, O. (1998). Porquê usar tecnologia nas aulas de matemática? *Boletim da SPM*, *39*, 43-55.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629-667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Leite, L., Fernandes, J. A., Viseu, F., & Gea, M. M. (2016). Prospective primary school teachers' knowledge of the ratio concept. In Q. Kools, B. Koster, A. Bakx, P. Hennissen, & Leids Congres Bureau (Eds.), *Proceedings of the 41st Annual ATEE Conference* (pp. 87-96). Brussels, Belgium: ATEE.

Livy, S., & Vale, C. (2011). First year pre-service teachers' mathematical content knowledge: Methods of solution for a ratio question. *Mathematics Teacher Education and Development*, *13*(2), 22-43.

Ministério da Educação e Ciência. (2014). *Programa de matemática A: Ensino secundário*. Lisboa: Autor.

Ministério da Educação e Ciência. (2013). *Programa de matemática para o ensino básico*. Lisboa: Autor.

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio among grade nine students in Malaysia. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *31*(4), 579-599.

Suggate, J., Davis, A., & Goulding, M. (2006). *Primary mathematical knowledge for primary teachers*. Londres: David Fulton Publishers.

Viseu, F., Fernandes, J. A., & Leite, L. (2018) Prospective primary school teachers' use of the ratio and proportion concepts when solving a map-based task. In M. Sablić, A. Škugor, & I. Đ. Babić (Eds.), *42nd ATEE Annual Conference 2017: Changing perspectives and approaches in contemporary teaching* (pp. 265-279). Dubrovnik, Croatia: ATEE.