

VII Congresso de Mecânica Aplicada e Computacional

Universidade de Évora

14 a 16 de Abril de 2003

ENCURVADURA LATERAL TORSIONAL DE VIGAS I – COMPARAÇÃO ENTRE EC3, BS 5950, AS 4100, E MÉTODOS NUMÉRICOS UTILIZANDO ELEMENTOS FINITOS DE CASCA

Piloto, P.A.G.¹; Mesquita, Luís²; Vila Real, P.M.M.³; Vaz, M.A.P.⁴

RESUMO

Quando uma viga não possui rigidez lateral suficiente ou não se encontra constringida lateralmente para que sejam assegurados deslocamentos apenas no plano, esta pode encurvar lateralmente. Este fenómeno de instabilidade pode ocorrer para vigas de diferentes comprimentos e para diferentes estados do material. Para uma viga ideal, sem imperfeições geométricas, não existem deformações fora do plano até que o valor do momento aplicado iguale o momento resistente à encurvadura elástico. Este comportamento é normalmente atingido no caso de vigas esbeltas, sem constringimentos laterais, onde o colapso é atingido devido à existência de tensões resultantes do momento de encurvadura elástico. No entanto, para vigas de esbelteza intermédia o material pode ceder, antes de se atingir o momento de encurvadura elástico. Esta situação pode ocorrer com a existência de flexão no plano e tensões residuais iniciais que provocam encurvadura no domínio não elástico. Para vigas menos esbeltas, o momento de resistência à encurvadura pode ser superior ao momento resistente plástico da secção. Estas três fases distintas explicam o comportamento do elemento estrutural submetido a tensões de compressão, que devem ser analisadas tendo em consideração o estado limite, segundo os códigos de projecto apresentados.

O objectivo principal deste artigo é a comparação entre os diferentes códigos de projecto apresentados, tendo em consideração a encurvadura lateral de vigas e introduzir uma comparação por elementos finitos (ANSYS e SAFIR), utilizando elementos finitos de casca apropriados para uma análise não linear geométrica e material.

¹ Professor Coordenador, Departamento de Mecânica Aplicada, Instituto Politécnico de Bragança.

² Assistente 1º triénio, Departamento de Mecânica Aplicada, Instituto Politécnico de Bragança.

³ Professor Associado c/ Agregação, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Aveiro.

⁴ Professor Associado, Departamento de Engenharia Mecânica, Fac. de Engenharia, Universidade Porto.

1. INTRODUÇÃO

O fenómeno de instabilidade em vigas pode ocorrer quando este tipo de elemento estrutural se desloca lateralmente com um deslocamento u , acompanhado com uma rotação da secção ϕ , devido à pequena rigidez torsional e à pequena rigidez de flexão em relação ao eixo de menor resistência, conforme representado na figura 1. Estas deformações estão interrelacionadas. Uma rotação da secção recta implicará que o momento de flexão no plano da alma, faça aparecer uma componente fora desse plano, que causará obrigatoriamente uma deflexão lateral. Por outro lado, uma deflexão lateral que o momento de flexão no plano da alma faça aparecer uma componente de momento de torção, causando a rotação da secção, Trahair, (1993).

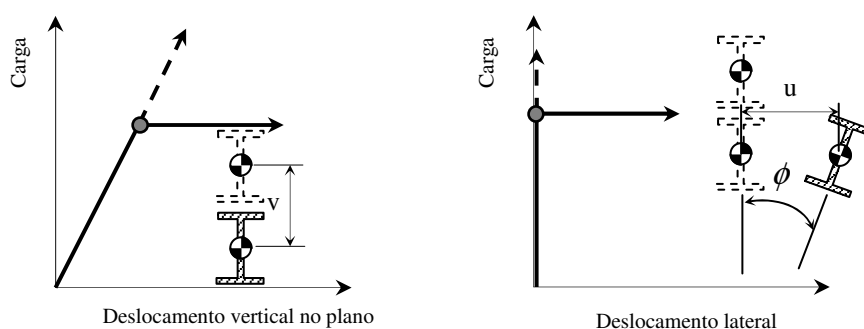


Fig. 1 – Flexão no plano da alma, seguida por movimento lateral torsional.

A resistência do elemento estrutural à encurvadura fora do plano de flexão depende da resistência à flexão lateral e à torção. A encurvadura lateral torsional (ELT) deverá ser um estado limite último a considerar no projecto de estruturas metálicas, uma vez que poderá diminuir a capacidade de carga prevista para o elemento em causa. Este fenómeno poderá ser minimizado com a utilização de elementos de reforço transversal e longitudinal, elementos auxiliares de apoio intermédio ou elementos estruturais de maiores dimensões que possuam maior rigidez à flexão e torção, permitindo aumentar a capacidade de carga para este estado limite, evitando o colapso prematuro, Galambos (1998), Kollár (1999) e Bazant et al (1991).

Neste artigo serão apresentados alguns modelos de cálculo simplificados, propostos em alguns códigos de projecto, para verificação da ELT, e respectiva comparação com os resultados numéricos da análise não lineares geométrica e material, por elementos finitos. O principal objectivo será efectuar um estudo comparativo destes códigos e demonstrar, com simulações numéricas, que alguns deles são mais conservativos que os outros, para certos intervalos de esbelteza adimensional e inseguros no caso de vigas pouco esbeltas.

A capacidade de resistência à flexão deste tipo de elementos é condicionada pela capacidade de flexão em regime plástico ou pelo fenómeno de encurvadura lateral elástica, conforme se representa na figura 2.

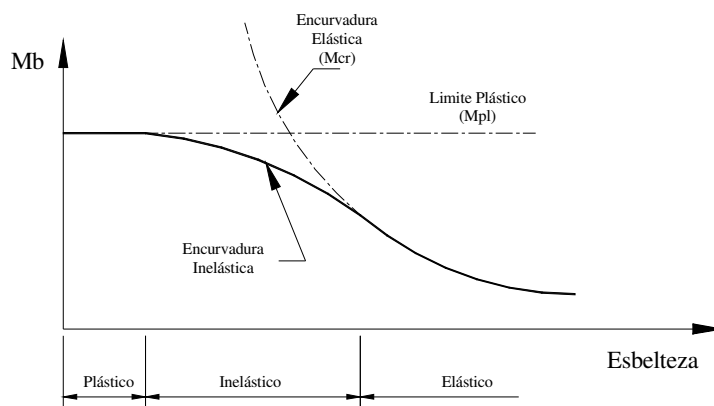


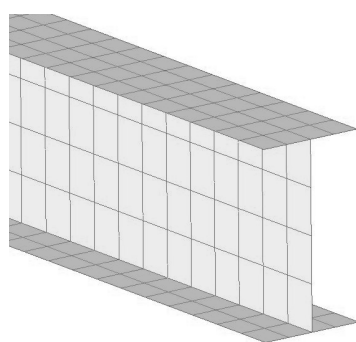
Fig. 2 – Efeito da esbelteza do elemento na resistência à encurvadura lateral torsional.

Na maior parte das situações reais, o momento resistente é inferior devido à cedência do material e às imperfeições iniciais (falta de rectilismo, tensões residuais e falta de uniformidade da secção recta). O efeito das imperfeições iniciais depende de vários factores, sendo a esbelteza da viga o mais significativo. Para uma viga esbelta, o colapso é dominado pela encurvadura elástica, sendo o momento resistente à encurvadura lateral torsional próximo do valor do momento crítico. O momento crítico para vigas sem imperfeições iniciais pode ser determinado através da resolução de um problema de valores próprios. Bleich (1952), Timoshenko e Gere (1961), Lindler (1974) e Trahair (1983), entre outros, apresentam soluções para diferentes casos de carga e de condições fronteira.

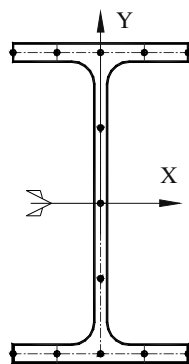
2. O MODELO NUMÉRICO

A análise numérica foi baseada em dois códigos de elementos finitos diferentes: ANSYS 6.0, Ansys, Inc. (2000), e SAFIR 2001, Franssen et al (2002). Cada elemento em perfil IPE 100 foi modelado através de elementos finitos de casca, adequados para modelar superfícies estruturais planas, empenadas, finas ou moderadamente espessas. O elemento utilizado possui seis graus de liberdade por nó: três translações e três rotações, nas três direcções espaciais x , y e z . As funções de interpolação são lineares nas duas direcções da superfície. As dimensões da secção recta foram modeladas com superfícies finas e planas, como se representa na figura 3.

O material utilizado recorre a um modelo bilinear plástico baseado nas expressões do Eurocódigo 3, CEN ENV (1992).



a) Malha discretizada.



b) Posição dos nós na secção recta.



c) Deformada de uma viga sujeita à ELT, com 1.5 [m].

Fig. 3 – Discretização por elementos finitos.

O modelo numérico utilizado para implementar a imperfeição geométrica inicial foi baseada numa função harmónica sinusoidal, conforme se apresenta na equação (1).

$$u(z) = \frac{l}{1000} \sin\left(\frac{\pi z}{l}\right) \quad (1)$$

A experiência obtida de vários ensaios à escala real, demonstra que esta equação se aproxima dos resultados experimentalmente obtidos, Piloto (2000).

O modelo numérico não assume qualquer distribuição de tensão residual inicial na secção recta dos perfis. Durante o processo de fabrico, tensões residuais de compressão são normalmente geradas nas extremidades dos banzos e tensões residuais de tracção na zona de ligação alma / banzo. Este facto faz diminuir a resistência à ELT, devido à presença de tensões iniciais de compressão.

As condições de apoio, modeladas numericamente, foram baseadas no sistema de apoio de forquilha, impedindo o deslocamento lateral, a rotação da secção e permitindo o empenamento da mesma.

Numa análise de estabilidade elasto – plástica de estruturas metálicas, pode-se assumir como suficiente, a aplicação de cargas através de um processo incremental, até ao momento último quando a capacidade resistente é atingida, utilizando o resultado do cálculo dos esforços internos para verificar a resistência da secção transversal e a resistência à encurvadura destes elementos, CEN ENV (1992).

Dois tipos de carregamento foram testados, em função do fenómeno de cedência local. A utilização de forças concentradas nos nós de cada banzo produz uma cedência local na proximidade do ponto de aplicação da carga, especialmente no caso de vigas pouco esbeltas. Com o segundo tipo de carregamento, foram adicionadas duas forças concentradas, para produzir um binário adicional, localizadas a meia altura de cada metade da alma, como se representa na figura 4. O segundo tipo de carregamento foi utilizado para vigas com um comprimento de encurvadura inferior a 1.5 [m], com o objectivo de eliminar este efeito localizado.

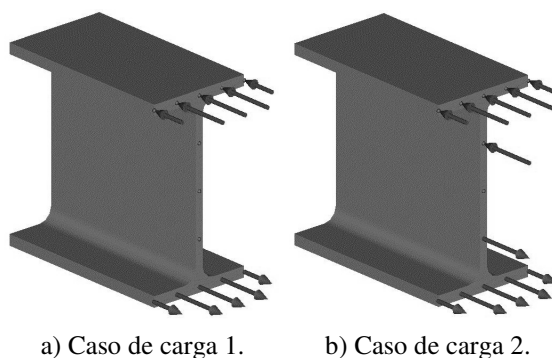


Fig. 4 – Carregamentos utilizados para simulação de um estado de flexão uniforme.

Os deslocamentos lateral e vertical determinados a meio vão da viga, no nó correspondente ao centróide da secção recta, foram calculados através de uma análise elasto – plástica, utilizando os mesmos parâmetros de solução nos dois códigos de elementos finitos. Os resultados numéricos obtidos pelos diferentes códigos apresentam o tipo de comportamento esperado. Na figura 5 estão representados os deslocamentos lateral e vertical para o caso de uma viga com 1.5 [m] de comprimento.

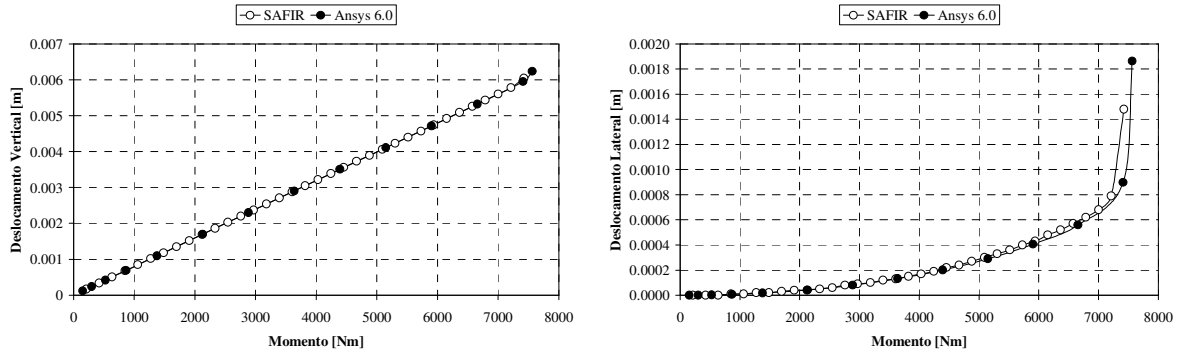


Fig. 5 – Deslocamento lateral e vertical do nó central, a meio vão de uma viga com 1.5 [m].

3. ENCURVADURA LATERAL TORSIONAL

Nos casos em que flexão uniforme for induzida numa viga simplesmente apoiada, com secção recta duplamente simétrica, através da aplicação de momentos na extremidade, ver figura 6, a viga pode encurvar de acordo com o sistema de equações diferenciais, Trahair (1993).

$$\begin{aligned} (EI_y u''') + (M_x \phi'') &= 0 \\ (EI_w \phi''') - (GJ \phi') + (M_x u'') &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

A primeira equação exprime a igualdade entre a resistência à flexão $(EI_y u''')$ e a acção de flexão lateral $-(M_x \phi'')$ causado pela rotação da secção. A segunda equação exprime a igualdade entre a soma da rigidez interna de empenamento e de torção $[(EI_w \phi''') - (GJ \phi')]$ e o valor do momento distribuído, gerado pelo empenamento e rotação do elemento, durante o processo de instabilidade.

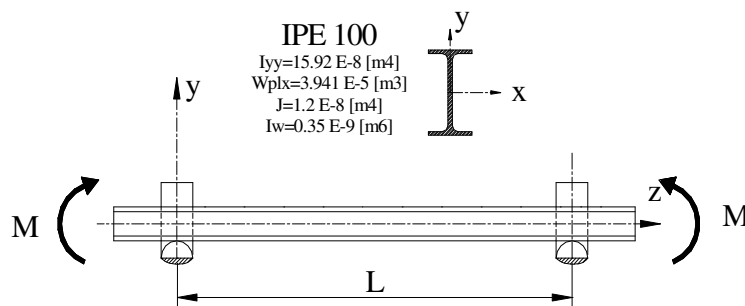


Fig. 6 – Viga duplamente simétrica, em estado de flexão pura, com dois apoios de forquilha.

Uma solução possível para o sistema de equações pode ser verificado por substituição da expressão (3), ou aproximadamente, utilizando uma função polinomial quadrática (4).

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\phi}{\theta} = \sin\left(\frac{\pi z}{L}\right) \tag{3}$$

$$\frac{u}{\delta} = \frac{\phi}{\theta} = \frac{z}{L} - \frac{z^2}{L^2} \tag{4}$$

Nestas soluções possíveis, δ e θ representam os valores de u e de ϕ a meio vão da viga, enquanto que z representa a coordenada do comprimento do elemento, tendo em consideração o valor do momento aplicado nas extremidades M .

No caso em estudo, o elemento estrutural deverá verificar as equações de equilíbrio, bem como a equação da energia (5), que representa a igualdade, durante o processo de instabilidade, entre a energia armazenada por flexão, empenamento e torção e o valor do trabalho realizado pelo momento de flexão M .

$$\frac{1}{2} \int_0^L (EI_y u''^2 + EI_w \phi''^2 + GJ \phi'^2) dz + \frac{1}{2} \int_0^L 2M_x \phi u'' dz = 0 \quad (5)$$

A substituição das expressões propostas para a solução das formas de encurvadura e de todas as respectivas derivadas na equação da energia, permite determinar o valor do momento crítico em regime elástico M_{cr} , determinado em função das propriedades do material (E - módulo de elasticidade, G - módulo de elasticidade transversal) e das características geométricas da secção recta da viga (I_y - momento de segunda ordem em relação ao eixo de menor resistência, I_w - constante de empenamento e J a constante de torção da secção).

$$M_{cr} = \frac{\pi^2 EI_y}{L^2} \times \sqrt{\frac{I_w}{I_y} + L^2 \times \frac{GJ}{\pi^2 EI_y}} \quad (6)$$

4. MÉTODO SIMPLIFICADO DO EUROCÓDIGO

O momento resistente à encurvadura lateral, para o caso apresentado, com uma secção recta do tipo 1 ou dois, deverá ser calculado a partir da expressão (7), de acordo com CEN ENV (1992).

$$M_{b,Rd} = \chi_{LT} \cdot \beta_w \cdot W_{pl,y} \cdot f_y / \gamma_{M1} \quad (7)$$

O factor β_w iguala a unidade para estes tipos de secções, $W_{pl,y}$ representa o valor do módulo plástico, f_y o valor da tensão de cedência e χ_{LT} o factor de redução para a instabilidade apresentada, calculado pela expressão (8).

$$\chi_{LT} = \frac{1}{\phi_{LT} + [\phi_{LT}^2 - \bar{\lambda}_{LT}^2]^{0.5}} \quad (8)$$

O coeficiente ϕ_{LT} depende do factor de imperfeição α_{LT} e tem em consideração o valor de desfasamento 0.2, de acordo com a expressão seguinte.

$$\phi_{LT} = \frac{1}{2} [1 + \alpha_{LT} (\bar{\lambda}_{LT} - 0.2) + \bar{\lambda}_{LT}^2] \quad (9)$$

A esbelteza adimensional $\bar{\lambda}_{LT}$ pode ser determinado através de uma das possíveis expressões seguintes.

$$\bar{\lambda}_{LT} = \sqrt{\beta_w W_{pl,y} f_y / M_{cr}} = \left(\frac{\lambda_{LT}}{\lambda_1} \right) \sqrt{\beta_w} \quad (10)$$

O coeficiente de esbelteza geométrica, no caso de ELT, deverá ser calculada de acordo com:

$$\lambda_{LT} = \sqrt{\pi^2 E W_{pl,y} / M_{cr}} \quad (11)$$

A esbelteza λ_1 é função das propriedades do material, conforme se pode verificar na expressão (12).

$$\lambda_1 = 93.9 \varepsilon = \pi \sqrt{E / f_y} \quad \varepsilon = \sqrt{235 / f_y} \quad (12)$$

O momento resistente da secção recta, depende de módulo plástico da secção, da tensão de cedência e de um factor parcial de segurança γ_{M0} .

$$M_{c,Rd} = W_{pl,y} f_y / \gamma_{M0} \quad (13)$$

O momento resistente à encurvadura pode ser adimensionalizado relativamente ao valor do momento resistente da secção, em função do valor da esbelteza adimensional da viga, produzindo uma curva de projecto representada na figura 7. De acordo com este código de projecto, não está previsto a ocorrência deste fenómeno de instabilidade para elementos que apresentem esbelteza adimensional inferior a 0.4.

5. MÉTODO DE CÁLCULO BRITÂNICO

De acordo com a norma Britânica BS 5950 – parte 1, o momento resistente à encurvadura pode ser calculado através da expressão (14), Wang (2002).

$$M_b = p_b S_x \quad (14)$$

S_x representa o módulo plástico da secção, enquanto que a resistência à encurvadura p_b pode ser determinada de acordo com a expressão seguinte.

$$p_b = \frac{p_e p_y}{\phi_B + \sqrt{\phi_B^2 - p_e p_y}} \quad (15)$$

p_e representa a tensão crítica elástica de encurvadura, a qual pode ser determinada pela expressão (16).

$$p_e = \frac{\pi^2 E}{\lambda_{LT}^2} \quad (16)$$

p_y representa a resistência de projecto do aço. O coeficiente intermédio deverá ser calculado de acordo com:

$$\phi_B = \frac{p_y + (\eta_{LT} + 1)p_e}{2} \quad (17)$$

O coeficiente de Perry-Robertson, η_{LT} , tem em consideração as imperfeições geométricas dos perfis, que no caso de perfis laminados a quente, deverá ser calculado por:

$$\eta_{LT} = \alpha_b (\lambda_{LT} - \lambda_{LO}) \quad (18)$$

O índice de severidade da imperfeição inicial, α_b , iguala 0.007, enquanto que o valor mínimo da esbelteza, a partir do qual se considera a ocorrência da ELT, e determinado por λ_{LO} .

$$\lambda_{LO} = 0.4\pi \sqrt{\frac{E}{p_y}} \quad (19)$$

O momento resistente à encurvadura, determinado através deste código encontra-se representado graficamente na figura 7.

6. MÉTODO DE CÁLCULO AUSTRALIANO

O código de projecto Australiano para perfis laminados a quente, AS4100 (1998), define o momento resistente à encurvadura lateral através de uma expressão semi-empírica, Trahair (1998), Put (1999).

$$M_b = \alpha_m \alpha_s M_s \quad (20)$$

O factor de redução da esbelteza α_s deverá ser determinado pela expressão (21).

$$\alpha_s = 0.6 \left[\sqrt{\left(\frac{M_s}{M_o}\right)^2 + 3} - \frac{M_s}{M_o} \right] \leq 1 \quad (21)$$

M_o representa o momento crítico elástico $M_o = M_{cr}$, enquanto que M_b representa a resistência à encurvadura lateral e M_s o valor do momento plástico efectivo da secção. O coeficiente α_m tem em consideração o efeito da distribuição do momento na encurvadura elástica e inelástica, Bazant (1991). Para o tipo de carregamento em estudo, α_m é igual à unidade.

As fórmulas de cálculo Australianas não assumem o fenómeno de instabilidade, para valores da esbelteza modificada que resultem da inequação anterior.

No âmbito das fórmulas simplificadas dos códigos apresentados, esta metodologia parece ser a mais fácil de utilizar, sendo comparada graficamente com os restantes códigos na figura 7.

7. COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

A figura 6 apresenta os resultados numéricos obtidos com os programas de análise não linear utilizados, ANSYS e SAFIR. A curva de encurvadura elástica é representada pelos resultados de Euler. Os resultados numéricos aproximam-se da curva de projecto proposta no Eurocódigo, para valores intermédios e superiores de esbelteza de vigas. Para estes valores de esbeteza adimensional, as regras de projecto Britânicas e Australianas são mais conservativas, respectivamente.

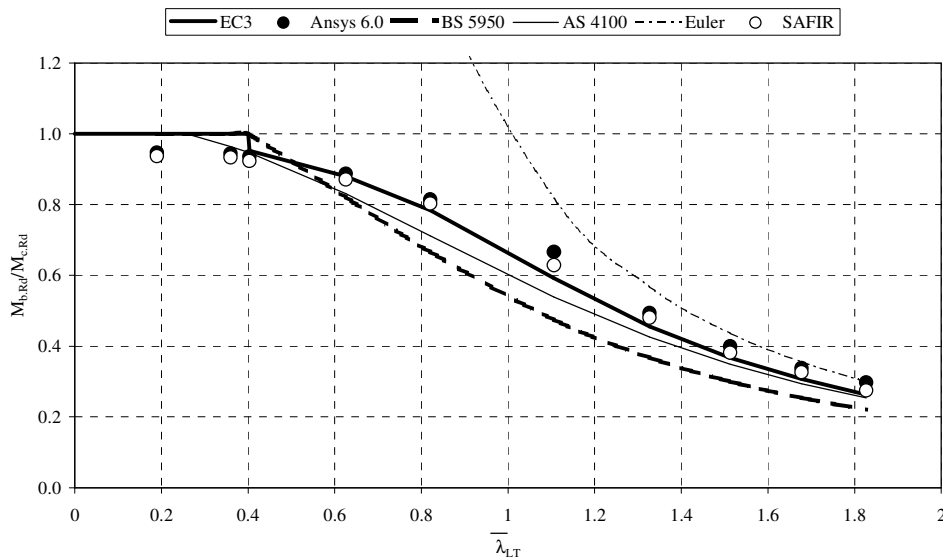
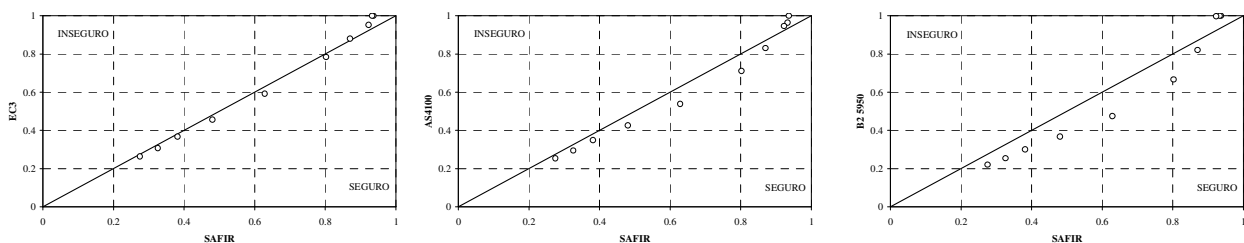


Fig. 7 – Curva de projecto do momento resistente à ELT, para vigas IPE 100 não restringidas lateralmente.

Para o caso de vigas com esbelteza inferior, os resultados numéricos parecem demonstrar que as regras de projecto dos vários códigos apresentados são inseguras.

O nível de segurança encontrado com um dos programas utilizado, relativamente aos três códigos apresentados, pode ser representado na figura 8. Os gráficos apresentam, em cada ordenada, o valor do quociente entre os momento resistente à encurvadura lateral e o valor do momento resistente plástico da secção.



a) SAFIR versus EC3

b) SAFIR versus AS4100

c) SAFIR versus BS 5950

Figure 8 – Nível de segurança dos códigos de projecto em relação aos resultados numéricos.

A comparação foi efectuada com os três códigos de projecto apresentados, sendo possível representar os pontos considerados inseguros na parte superior das rectas. A comparação teve por base um dos programas de elementos finitos, uma vez que se verifica uma concordância entre ambos.

8. CONCLUSÕES

Os métodos de cálculo simplificado utilizados no Eurocódigo, norma Britânica e Australiana são apresentados e comparados com um modelo não linear geométrico e material de elemento de casca.

Uma atenção especial foi considerada na modelação do estado de flexão uniforme, utilizando dois tipos diferentes de casos de carga, eliminando o efeito localizado de uma possível cedência material.

A imperfeição geométrica inicial foi considerada no modelo numérico sem rotação da secção e sem tensões residuais iniciais. A consideração destas tensões tenderia a diminuir a capacidade de resistência à encurvadura lateral, devido à presença de tensões de compressão nas extremidades dos banzos.

O nível de segurança obtido através da comparação dos resultados numéricos com os três códigos analisados, demonstra que os resultados determinados através da norma Britânica são os mais conservativos, enquanto que os resultados propostos pelo Eurocódigo 3 se aproximam mais dos resultados numéricos. No entanto, para vigas pouco esbeltas, todos os métodos de cálculo simplificado podem conduzir a resultados inseguros.

9. REFERÊNCIAS

- Ansys, INC.; “Theory reference, release 5.6”; CD-ROM; USA; 2000.
- Bazant, Zdenek P.; Luigi Dedolin; “Stability of structures – Elastic, Inelastic, Fracture, and Damage theories”; 1991.
- CEN ENV 1993-1-1; “Eurocode 3, Design of Steel Structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings”; April 1992.
- Franssen, J-Marc; Kodur, V.K.R.; Manson, J.; « Users manual for SAFIR 2001 free – A computer program for analysis of structures submitted to the fire”; U. Liégè, N.R.C.C., S.K.M.; April 2002.
- Galambos T.V.; “ Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures”; 5th edition; John Wiley & Sons; USA; 1998.
- Kollár, Lajos; “Structural Stability in Engineering Practice”; E&FN SPON; New York; 1999.
- Piloto, P.A.G.; “Experimental and numerical analysis of metallic structures under fire conditions” – (in Portuguese); Thesis submitted for Ph.D. degree in Mechanical Engineering of the Faculty of Engineering at Oporto University; Porto; Portugal; September 2000.
- Put, Bogdam M.; Pi, Yong-Lin; Trahair, N.S.; “Lateral buckling on cold-formed z-beams”; Journal of structural Engineering, American Society of Civil Engineers, vol 125, nº 11, November 1999.
- Timoshenko, S. P.; Gere, J. M.; “Theory of Elastic Stability”; McGraw Hill Int. Editions (Mechanical Engineering Series), 2nd edition; Singapore; 1961.
- Trahair N.S.; “ Flexural – Torsional Buckling of structures”; E&FN SPON – Chapman & Hall; London; 1993.
- Trahair, N.S.; Bradford, M.A.; “The behaviour and design of steel structures to AS 4100”; 3rd edition; E & FN SPON; London; 1998.
- Vila Real, P.M.M.; Franssen, Jean - Marc; “Lateral buckling of steel I beams at room temperature - Comparison between the EUROCODE 3 and the SAFIR code considering or not the residual stresses”, internal report No. 98/01, Institute of Civil Engineering – Service Ponts et Charpents – of the University of Liege. 1998.
- Wang, Y. C.; “Steel and composites structures behaviour and design for fire safety”; Spon Press; London; 2002.