

**Desenvolvimento de um algoritmo híbrido para o escalonamento de
exames numa clínica**

Auro Isandro Silva Alves Dos Santos

Trabalho de Projeto apresentado à

Escola Superior de Tecnologia e Gestão

Instituto Politécnico de Bragança

para obtenção do grau de Mestre em

Tecnologia Biomédica

Este trabalho foi efetuado sob orientação de:

Professora Doutora Ana I. Pereira (IPB)

Professora Doutora Ana M. Rocha (UMINHO)

Julho de 2015

Agradecimentos

Durante o tempo de realização deste trabalho, muitos foram aqueles que colaboraram, alguns desde as primeiras horas. A todos eles quero endereçar um cordial agradecimento:

- Às minhas orientadoras, Professora Doutora Ana Isabel Pereira e a Professora Doutora Ana Rocha, pelo grande apoio que me deram durante a elaboração deste trabalho. Além disso, agradeço-lhes pela disponibilidade e ajuda ao longo do desenvolvimento deste trabalho.
- À minha família, especialmente, minha avó, Maria dos Santos, minhas irmãs, meu tio, Tomás Garcia, pelo apoio e motivação nos momentos de maior desânimo.
- A todos os meus amigos, especialmente, Tiago Silva, não só pela ajuda, pela companhia, mas sobre tudo pela amizade que construímos ao longo destes anos.
- A todos que de uma certa forma contribuíram para concretização deste trabalho.

Resumo

Este projeto enquadra-se no âmbito do mestrado em Tecnologia Biomédica e é de carácter experimental, em que o objetivo primordial, é desenvolver um novo algoritmo híbrido baseado em algoritmos populacionais para resolução de problemas de escalonamento de exames numa clínica.

Para o desenvolvimento deste trabalho, efetivamente teria que se entrar numa área que tem sido bastante utilizada, que é a otimização. A otimização permite solucionar problemas, de forma a obter os melhores resultados.

Para aplicar a otimização, o problema deve estar bem definido, função objetivo, variáveis e restrições, para a criação de um modelo matemático que descreva o sistema.

Foram utilizados dois tipos de algoritmos para realização deste trabalho: o Algoritmo Genético e o algoritmo *Electromagnetism-like*. Mais tarde desenvolveram-se três versões de algoritmos híbridos, compostos pela junção dos dois algoritmos.

Numa fase inicial da utilização dos algoritmos, foi usado um conjunto de funções teste, no sentido de verificar a funcionalidade dos algoritmos.

Posteriormente, os algoritmos desenvolvidos foram aplicados na resolução de problemas de escalonamento de exames numa clínica.

Palavras-chave: Algoritmos híbridos, *Electromagnetism-like*, Escalonamento, otimização.

Abstract

This project is in the scope of Master in Biomedical Technology and is an experimental study. The main goal is to develop a new hybrid algorithm based on populational algorithms for solving scheduling problems in a medical facility. To effectively develop this work, we would have to enter in area that has been widely used, which is the optimization. Optimization allows solving a problem, in order to get the best results. To apply the optimization, the problem must be clearly defined, objective function, variables and constraints, to create a mathematical model that describes the system performance. We used two algorithms in this study, the Genetic algorithm and the Electromagnetism-like algorithm. Therefore, some versions of hybrid algorithms were developed, basically consisting in the union of the two. In an initial phase of the use of the algorithms, a benchmark set of test function were used in order to verify the functionality of the algorithms .

In a second phase, the algorithms developed were applied in the solution of scheduling problems in medical facility.

Keywords: Hybrid Algorithms, Electromagnetism-like, scheduling, optimization.

Índice

Agradecimentos	ii
Resumo	iv
Abstract	vi
Lista de Abreviaturas	xii
Lista de Tabelas	xiv
Lista de Figuras	xvi
1. Introdução	1
1.1. <i>Motivação e objetivos do trabalho</i>	1
1.2. <i>Estrutura do relatório</i>	1
2. Otimização	3
2.1. <i>Introdução</i>	3
2.2. <i>Otimização sem restrições</i>	4
2.2.1. Métodos de Gradiente	4
2.2.2. Métodos de Procura Direta	5
2.3. <i>Otimização com restrições</i>	6
2.4. <i>Métodos Populacionais</i>	7
2.4.1. Algoritmos Genéticos	7
2.4.2. Algoritmo Electromagnetism-like	10
2.4.3. Algoritmos híbridos	13

2.5.	<i>Problema de Escalonamento</i>	15
3.	Experiências computacionais	19
3.1.	<i>Caracterização dos problemas teste</i>	19
3.2.	<i>Resultados do Algoritmo Genético</i>	21
3.3.	<i>Resultados do Algoritmo Electromagnetism-like</i>	21
3.4.	<i>Resultados do EMGA1</i>	22
3.5.	<i>Resultados do EMGA2</i>	23
3.6.	<i>Resultados do EMGA3</i>	24
3.7.	<i>Discussão dos resultados</i>	25
4.	Casos de estudo	29
4.1.	<i>Caso estudo I</i>	30
4.2.	<i>Caso estudo II</i>	34
5.	Resultados numéricos dos casos de estudo	37
5.1.	<i>Resultados numéricos caso de estudo I</i>	37
5.1.1.	Resultados com o método GA	37
5.1.2.	Resultados com o método EM	40
5.1.3.	Resultados com EMGA3	43
5.2.	<i>Resultados numéricos caso de estudo II</i>	46
5.2.1.	Resultados com método Algoritmo Genético	46
5.2.2.	Resultados com o método <i>Electromagnetism-like</i>	50
5.2.3.	Resultados com o método EMGA3	53
6.	Conclusões e Trabalho Futuro	59

7. Referências bibliográficas 63

Lista de Abreviaturas

GA- Algoritmo genético

GAs – Algoritmos genéticos

EM- *Electromagnetism-like*

EMGA- *Electromagnetism-like* Algoritmo genético

EMGA1- *Electromagnetism-like* Algoritmo genético versão 1

EMGA2- *Electromagnetism-like* Algoritmo genético versão 2

EMGA3- *Electromagnetism-like* Algoritmo genético versão 3

Lista de Tabelas

Tabela 1- Funções teste.	20
Tabela 2- Resultados numéricos do Algoritmo Genético.....	21
Tabela 3- Resultados numéricos do <i>Electromagnetism-like</i>	22
Tabela 4- Resultados numéricos da primeira versão do algoritmo híbrido (EMGA1). .	23
Tabela 5- Resultados numéricos da segunda versão do algoritmo híbrido (EMGA2)...	24
Tabela 6- Resultados numéricos da terceira versão do algoritmo híbrido (EMGA3)...	25
Tabela 7- Resultados do erro absoluto.	26
Tabela 8- Resultados majorando o erro absoluto.	26
Tabela 9- Designação computacional de cada exame	30
Tabela 10 – Valores máximos do tempo, atingido por cada algoritmo.....	46
Tabela 11- Valores máximos do tempo, atingido por cada algoritmo.....	57
Tabela 12- Valores do tempo máximo.	58

Lista de Figuras

Figura 1- Pacientes e os respetivos exames caso de estudo I.	32
Figura 2- Consultórios onde podem ser feito os exames e o tempo previsto – caso de estudo I.	33
Figura 3- Pacientes e os respetivos exames caso de estudo II.	35
Figura 4- Consultórios onde podem ser feito os exames e o tempo previsto - caso de estudo II.	36
Figura 5- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	38
Figura 6- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	38
Figura 7 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	39
Figura 8- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	40
Figura 9- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	41
Figura 10 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	42
Figura 11 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	43
Figura 12 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	44
Figura 13- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	45
Figura 14- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	47
Figura 15- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	47
Figura 16- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	48
Figura 17- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.	48
Figura 18 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.	49
Figura 19- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	50
Figura 20 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	51

Figura 21- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	51
Figura 22- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.	52
Figura 23- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.	53
Figura 24- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.	54
Figura 25- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.	54
Figura 26 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.	55
Figura 27- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.	55
Figura 28- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.	56

1. Introdução

1.1. Motivação e objetivos do trabalho

A otimização constitui uma vasta área do conhecimento, sendo de grande importância para as ciências exatas, biológicas e tecnológicas. A otimização é utilizada para encontrar a melhor solução.

Neste trabalho o objetivo primordial é o desenvolvimento de um novo algoritmo híbrido baseado em algoritmos populacionais (algoritmo genético e o algoritmo *electromagnetism-like*), para a resolução de problemas de escalonamento de exames numa clínica.

Numa clínica de saúde, em termos económicos, um dos principais objetivos é saber como distribuir os pacientes de forma a atender o maior número possível de pacientes e consequentemente obter um maior lucro de receita.

Neste âmbito, pretende-se desenvolver em *MATLAB* um novo método de otimização global de forma a incorporar as melhores estratégias usadas nos métodos *Electromagnetism like* e Algoritmo Genético.

1.2. Estrutura do relatório

De forma a facilitar o enquadramento e a compreensão deste trabalho, o mesmo tem a seguinte constituição.

No **primeiro capítulo** é apresentada a motivação e os objetivos da realização deste trabalho, assim como a sua estrutura.

No **segundo capítulo** será apresentada uma revisão da literatura, sobre a otimização. Descrevem-se os tipos de problemas de otimização que existem na literatura, bem como algumas das técnicas de otimização com restrições e sem restrições. São também apresentados alguns conceitos associados ao escalonamento de tarefas e, ainda, alguns algoritmos de escalonamento.

No **Capítulo 3** são apresentadas as experiências computacionais realizadas para testar os algoritmos desenvolvidos.

No **Capítulo 4** deste trabalho apresentam-se os casos do estudo, descrevendo a situação de cada paciente, nomeadamente, quantos exames têm a fazer, e que tipo de exames é que têm para fazer, e ainda uma descrição sobre os consultórios onde serão efetuados esses exames.

No **Capítulo 5** são apresentados os resultados para cada um dos casos do estudo.

Este projeto de dissertação finaliza com as conclusões e recomendações de trabalho futuro no **Capítulo 6**.

2. Otimização

2.1. Introdução

A otimização é uma ferramenta importante na ciência da decisão e na análise física dos sistemas. Consiste em tentar várias soluções e utilizar informação obtida neste processo de forma a encontrar soluções cada vez melhores. O modelo é geralmente expresso como uma função matemática, chamada de função objetivo [6]. As soluções correspondem ao ponto máximo, ou mínimo, da função objetivo [8,10]. Estas funções podem estar sujeitas a restrições que limitam a seleção dos valores das variáveis [5,10].

Para usá-la, deve-se em primeiro lugar, identificar os objetivos do sistema e definir uma medida quantitativa do desempenho em estudo [5,10].

Existe um conjunto de algoritmos de otimização, para resolver problemas, em que a sua escolha fica a cargo de quem o vai aplicar [5,10].

Podem-se encontrar certos problemas que inicialmente parecem ser de simples resolução, e que na verdade não é fácil de encontrar uma solução, isto porque, podem-se encontrar vários pontos de máximos, ou mínimos, de acordo com o pretendido, em que muitos não representam o mínimo global, ou o máximo global [10].

Em geral, os métodos de otimização existentes são iterativos, necessitam de uma aproximação inicial e geram uma sucessão de aproximações à solução do problema.

O método de otimização é caracterizado pelo algoritmo e pelo estudo da convergência do método. As informações usadas pelos algoritmos de otimização são os valores da função objetivo, valores do vetor das restrições, valores da primeira derivada (função objetivo e/ou restrições), valores da segunda derivada (função objetivo e/ou restrições), valores gerados nas iterações anteriores [13].

Estes métodos são ainda caracterizados pela sua robustez, ou seja os algoritmos devem funcionar para uma grande variedade de problemas, e também pela sua eficiência, isto é, o algoritmo não deve requerer muito tempo/memória para resolver o problema, e ainda pela sua precisão, onde o algoritmo deverá determinar uma aproximação à solução com uma boa precisão [13].

2.2. Otimização sem restrições

A otimização sem restrições tem por objetivo a minimização ou maximização de uma função real de variáveis reais, sem que haja restrições aos valores das variáveis [1].

Geralmente, um problema de otimização sem restrições pode ser descrito da seguinte forma [1]:

$$\min f(x) \tag{1}$$

onde $x \in R^n$ e f é a função objetivo, que pode ser diferenciável ou não, e também pode ser linear ou não linear.

Os métodos iterativos para resolução de problemas de otimização sem restrições podem-se dividir em [13]:

- Métodos do gradiente;
- Métodos de procura direta;

2.2.1. Métodos de Gradiente

Estes métodos do gradiente são caracterizados pelo facto de utilizarem a informação de função e das derivadas, de serem usados na resolução de problemas diferenciáveis, e

também da sua rapidez em convergir [13]. Seguidamente são mencionados alguns destes métodos.

- **Método de Descida Máxima:** é um método de pesquisa linear e que se move ao longo da direção oposta ao gradiente [17].
- **Método de Newton:** é um método em que a direção de pesquisa é obtida através da aproximação de $f(x^k + p)$ por uma série de Taylor de 2ª ordem. Usa informação do gradiente e das segundas derivadas [11].
- **Método Quasi-Newton:** é um método que, tal como o método da Descida Máxima, usa apenas o Gradiente da função objetivo, que é fornecida a cada iteração. Este método torna-se mais fácil do que o de Newton, pelo facto não utilizar as segundas derivadas [11].

2.2.2. Métodos de Procura Direta

São métodos que não usam as derivadas, utilizam a informação da função objetivo, e são apropriados para problemas não diferenciáveis, embora possam ser utilizados em problemas diferenciáveis [13].

Um destes métodos, é o Método de Nelder-Mead, que é um algoritmo que resolve problemas de otimização multidimensional. É aplicado na otimização de problemas não lineares. Este método utiliza o conceito de *simplex*, que é definido em cada iteração [13,21].

2.3. Otimização com restrições

A otimização com restrições, consiste na minimização ou maximização de uma função de variáveis reais a um valor real, e que tem restrições nos valores das variáveis, tornando a representação do problema mais compacta [1,20].

Geralmente, um problema de otimização com restrições pode ser descrito da seguinte forma [1]:

$$\begin{aligned} \min f(x) & \quad (2) \\ \text{s. a } C_i(x) = 0, i \in \varepsilon \\ C_i(x) \geq 0, i \in I \end{aligned}$$

onde, $x \in R^n$, f é a função objetivo, C_i é o conjunto das restrições que a função objetivo esta sujeita, sendo ε e I os conjuntos de índices das restrições de igualdade e desigualdades, respetivamente.

Os métodos iterativos para resolução de problemas de otimização com restrições podem-se dividir em [13]:

- **Métodos de penalidade:** encontram uma aproximação à solução de problemas de otimização com restrições, resolvendo uma sucessão de subproblemas sem restrições. Assim é construída uma nova função objetivo, que contém informação relativa à função objetivo inicial, e simultaneamente, às restrições. As sucessivas soluções dos subproblemas convergem para a solução do problema inicial [4,13].
- **Método da programação quadrática sequencial:** A ideia básica deste método consiste, a cada iteração, em abordar subproblemas de minimização quadráticas [4].

2.4. Métodos Populacionais

Os métodos populacionais são métodos que em cada iteração, possuem diversas aproximações à solução. Estes métodos necessitam, em geral, de um elevado número de avaliações da função para convergir para a solução do problema [18].

2.4.1. Algoritmos Genéticos

Os Algoritmos Genéticos (GAs), foram desenvolvidos por John Holland, no período entre 1962 e 1975, nos Estados Unidos, na Universidade de Michinga [2].

Estes métodos de otimização, são inspirados na evolução dos seres vivos, descrita por Charles Darwin. Os algoritmos genéticos fazem parte do grupo dos algoritmos evolutivos [12,14].

Os algoritmos evolutivos usam três princípios fundamentais da evolução natural que são, a reprodução, seleção, e diversidades das espécies naturais, mantido pelas diferenças de cada geração com a anterior [14].

Os princípios da natureza nos quais os GAs são inspirados, são simples. De acordo com a teoria de Charles Darwin, o princípio de seleção privilegia os indivíduos mais aptos com maior longevidade e, portanto, com maior probabilidade de reprodução. Os indivíduos com mais capacidades têm mais hipóteses de perpetuarem os seus códigos genéticos nas próximas gerações. Os códigos genéticos constituem a identidade de cada indivíduo e estão representados nos cromossomas. Estes princípios são utilizados na construção de algoritmos na procura de uma melhor solução para um determinado problema, através da evolução da população de soluções codificadas, e de cromossomas artificiais.

Após vários ciclos de evolução a população deverá conter indivíduos mais aptos [12,14]. Os GAs são utilizados em diversos problemas de otimização tais como, a otimização de funções matemáticas, o problema do caixeiro-viajante, entre outros exemplos [12].

O primeiro passo de um algoritmo genético é a geração de uma população inicial, que é formada por um conjunto aleatório de cromossomas. Durante o processo evolutivo, esta população é avaliada e cada cromossoma recebe uma nota (denominada de aptidão), refletindo a qualidade da solução que representa. Os cromossomas mais aptos são selecionados e os menos aptos são excluídos. Os membros selecionados podem sofrer modificações nas suas características fundamentais através dos operadores de cruzamento e de mutação, gerando assim, os descendentes para a próxima geração. Este processo é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada [8].

O Algoritmo 1 demonstra o procedimento geral do Algoritmo Genético [8].

Algoritmo 1: Algoritmo Genético

Seja $pop(t)$ a população na geração t .

Início:

$t \leftarrow 0$;

Enquanto critério de paragem não for satisfeito **faz**

$t \leftarrow t+1$

Seleção de $pop(t)$ a partir de $pop(t-1)$;

Cruzamento sobre o $pop(t)$;

Mutação sobre o $pop(t)$;

Avaliação do $pop(t)$;

Fim

Seguidamente serão descritos os vários passos do algoritmo genético.

Seleção

A seleção é uma fase em que são selecionados os indivíduos mais aptos, e que podem originar um descendente, e assim transferir genes para a próxima geração, como acontece na natureza [14].

Cruzamento

O cruzamento é um procedimento que possibilita a troca de material genético entre os indivíduos da mesma população, e que permite a recombinação de soluções [19].

Mutação

A mutação é o aparecimento de novas características ou a restauração de material genético perdido noutros processos. Acontece devido a erro na cópia dos genes. No GA a mutação significa alteração aleatória do valor do gene na população [14,19].

Avaliação

A avaliação é uma fase em que ocorre para avaliar todos os indivíduos da população segundo um determinado critério por uma função que mede a qualidade de individuo [8].

2.4.2. Algoritmo Electromagnetism-like

Este algoritmo faz uma analogia com o mecanismo de atração-repulsão da teoria do eletromagnetismo, por isso é chamado de *Electromagnetism-like* (EM). Uma solução no algoritmo de EM pode ser vista como uma partícula carregada no espaço de pesquisa e a sua carga refere-se ao valor da função objetivo [17].

No primeiro passo do algoritmo *Electromagnetism-like*, são gerados m pontos aleatoriamente a partir de uma região admissível, com uma dimensão, n , em que cada coordenada de um ponto é assumida ser uniformemente distribuída entre o correspondente limite superior e limite inferior. Depois da geração de m , o valor da sua função objetivo para o ponto, é calculado usando a função $f(x)$. O processo termina com m pontos identificados, e o ponto que tem o melhor valor é designado com “*best point*”, x^{best} [17].

O método EM é composto por três fases: cálculo da força total exercida sobre cada partícula, o movimento ao longo da direção de cada força, e a aplicação de pesquisa na vizinhança de um ou mais pontos para melhorar a precisão do mínimo. O procedimento geral é dado no Algoritmo 2 [17].

Algoritmo 2: Algoritmo *Electromagnetism-like*.

Seja pop(t) a população na geração t

Início

$t \leftarrow 0$;

Enquanto critério de paragem não for satisfeito **faz**

$t \leftarrow t+1$

Calcular o vetor força para cada ponto da pop(t);

Efetuar o movimento segundo pop(t);

Aplicar procedimento local a pop (t) ou ao melhor ponto da pop(t);

Fim

Seguidamente serão descritos os processos do algoritmo *Electomagnetism-like*.

Cálculo de Vetor Força Total

O princípio da teoria de sobreposição do *Electromagnetism*, refere que a força exercida sobre um ponto através de outros pontos é inversamente proporcional à distância entre os pontos e diretamente proporcional ao produto das suas cargas [17].

O cálculo da força pode ser o núcleo do algoritmo, porque a força total determina o comprimento e o passo de deteção de movimento. Em outras palavras, a atualização da população é determinada pela força total [3].

Antes de calcular a força total, calcula-se as cargas dos pontos de acordo com o valor da função objetivo. A carga de um ponto i , q^i , determina o poder de atração ou de repulsão a outros pontos, e é calculada através da fórmula seguinte [3]:

$$q^i = \exp\left(-n \frac{f(x^i) - f(x^{best})}{\sum_{k=1}^m (f(x^k) - f(x^{best}))}\right), \forall i \quad (3)$$

O ponto com o melhor valor da função objetivo, tem um maior valor de q^i , que é sempre positivo. Baseando-se no mecanismo que o ponto com o melhor valor da função atrai, e os outros repelam, a força total é calculada pela expressão apresentada em 4 [3, 17].

$$F^i = \sum_{j \neq i}^m \left\{ \begin{array}{l} (x^j - x^i) \frac{q^i q^j}{\|x^i - x^j\|^2} , se f(X^j) < f(X^i) \\ (x^i - x^j) \frac{q^i q^j}{\|x^i - x^j\|^2} , se f(X^j) \geq f(X^i) \end{array} \right\} \quad (4)$$

Movimento Segundo Vetor Força Total

Depois de avaliar a força total, F^i , o ponto i move-se numa direção, com um comprimento do passo aleatório e a direção é determinada pela força total normalizado, como representa a Equação 5 [17].

Assume-se λ uniformemente distribuído entre 0 e 1, e Δ a amplitude máxima dos limites nas variáveis.

$$X^i = X^i + \lambda \frac{F^i}{\|F^i\|} \Delta \quad (5)$$

Pesquisa Local

O procedimento local é usado para recolher a informação local para um ponto x^i . Os parâmetros, $maxit$ e $\delta(Delta)$ que são utilizados neste procedimento, representam o número de iterações e o multiplicador para a pesquisa na vizinhança, respetivamente [12,17].

Em primeiro lugar, o comprimento do passo máximo possível (comprimento) é calculado usando o parâmetro δ . Por meio de coordenadas, o ponto x^i é atribuído a um ponto y temporário para armazenar as informações iniciais. Em seguida, um número aleatório é selecionado como um comprimento do passo e o ponto y é movido ao longo dessa direção. Se o y observar um ponto melhor dentro de um número máximo de iterações, o x^i ponto é substituído por y e a pesquisa na vizinhança para o ponto i extremidades continua. Finalmente, o melhor ponto atual é atualizado [12,17].

2.4.3. Algoritmos híbridos

Os algoritmos híbridos surgiram da combinação entre dois algoritmos diferentes, o Algoritmo Genético e o *Electromagnetism-like*. Foram desenvolvidos três versões de algoritmos híbridos, em que diferenciam, na geração da população.

Algoritmo híbrido-versão 1-EMGA1

Para a primeira versão do algoritmo híbrido, a população foi alterada sucessivamente através das operações do EM e GA.

O Algoritmo 3 apresenta os procedimentos da primeira versão.

Algoritmo 3: EMGA1

Seja $pop(t)$ a população na geração t

Início

$t \leftarrow 0$;

Enquanto *critério de paragem não for satisfeito* **faz**

$t \leftarrow t+1$

Calcular o vetor força para cada ponto da $pop(t)$;

Efetuar o movimento segundo $pop(t)$;

Mutação sobre o $pop(t)$;

Cruzamento sobre o $pop(t)$;

Avaliação do $pop(t)$;

Aplicar procedimento local a $pop(t)$ ou ao melhor ponto da $pop(t)$;

Fim

Algoritmo híbrido-versão 2-EMGA2

Na segunda versão a estrutura do algoritmo permaneceu a mesma, no entanto, foram criadas duas novas populações. A população final foi obtida com os melhores pontos das duas populações.

Através do Algoritmo 4, pode-se observar os procedimentos da segunda versão.

Algoritmo 4: EMGA2

Seja $pop(t)$ a população na geração t

Início

$t \leftarrow 0$;

Enquanto critério de paragem não for satisfeito **faz**

$t \leftarrow t+1$

PopEM(t)= Calcular o vetor força para cada ponto da $pop(t)$;

PopEM(t)=Efetuar o movimento segundo $pop(t)$;

PopGA(t)=Mutaç o sobre o $pop(t)$;

PopGA(t)=Cruzamento sobre o $pop(t)$;

Avaliação do $popEM(t)$ e $popGA(t)$ os melhores valores fazem parte de $pop(t)$;

Fim

Algoritmo híbrido-versão 3-EMGA3

A terceira versão também permaneceu com a estrutura base do algoritmo, e foram igualmente criadas duas novas populações, e que no final ficou-se com 50% dos melhores pontos das duas populações, formando assim a população final, ou seja, no conjunto de 20 melhores pontos de cada uma das populações que são chamados, tirava-se 10 de cada uma, para forma a população final.

O Algoritmo 5 apresenta os procedimentos da terceira versão.

Algoritmo 5: EMGA3

Seja $pop(t)$ a população na geração t

Início

$t \leftarrow 0$;

Enquanto *critério de paragem não for satisfeito* **faz**

$t \leftarrow t+1$

$PopEM(t)$ = *Calcular o vetor força para cada ponto da $pop(t)$;*

$PopEM(t)$ = *Efetuar o movimento segundo $pop(t)$;*

$PopGA(t)$ = *Mutação sobre o $pop(t)$;*

$PopGA(t)$ = *Cruzamento sobre o $pop(t)$;*

Avaliação do $popEM(t)$ e 50% dos melhores forma $pop(t)$;

Avaliação do $popGA(t)$ e 50% dos melhores forma $pop(t)$;

Fim

2.5. Problema de Escalonamento

O escalonamento de tarefas é um dos pontos mais importantes de um sistema distribuído. O seu objetivo é determinar a atribuição de tarefas para elementos de processamento e a ordem em que cada tarefa será executada de modo que algumas medidas de desempenho possam ser otimizadas.

O controlo de recursos pode ser feito através do escalonamento de tarefas, que envolve a alocação de recursos de forma que sejam atendidos alguns requisitos de desempenho. O escalonamento é realizado com a finalidade de minimizar o tempo de resposta a uma aplicação. De forma a encontrar um algoritmo de escalonamento para uma aplicação, deve-se considerar tanto a heterogeneidade dos processadores quanto as sobrecargas de comunicação entre processos do sistema, causado pela transmissão de dados no canal de comunicação. Uma decisão de escalonamento inadequada pode levar a limitação do desempenho do sistema [14].

Pode-se optar por duas categorias de escalonamento: estático e dinâmico.

O escalonamento estático ocorre durante o tempo de compilação, antes de aplicação ser executada. Neste caso todas as informações referentes ao escalonamento devem ser conhecidas antecipadamente, entre elas e o algoritmo de recurso, o tempo de tarefa.

No que concerne ao escalonamento dinâmico, ocorre durante a execução da aplicação, e tenta otimizar o tempo de processamento. Aqui não é necessário conhecer antecipadamente os parâmetros de escalonamento, e tem o objetivo de melhorar o desempenho do algoritmo [14].

Os algoritmos de escalonamento dividem-se nas seguintes categorias:

- **Heurísticos:** São métodos que consistem num conjunto de regras, que podem gerar padrões aleatórios, de forma a obter soluções, próximas da solução ótima, sem, no entanto, garantir a solução ótima. Com estes métodos, conseguem-se boas soluções, com pouco esforço computacional, em tempo de processamento aceitável [6,15].
- **Determinísticos:** São métodos que usam modelos matemáticos bem definidos de forma a identificar o ótimo do problema a minimizar. Dependendo da

complexidade do problema tratado, pode consumir muito tempo para obter a solução ótima [15].

- **Ponto-a-Ponto:** A pesquisa pela melhor solução processa-se sempre de um único ponto para outro (inicia-se com um único candidato), no espaço de decisão, através da aplicação de alguma regra de transição, ou seja, o método realiza a procura na vizinhança do ponto corrente, constituindo, portanto, um método de procura local [15].

Os algoritmos de escalonamento visam otimizar parâmetros relacionados com a produção, por exemplo, maximizar o tempo de avaliação dos recursos ou minimizar o tempo de transporte. Os critérios de avaliação de desempenho destes algoritmos, depende do que se pretende [18].

3. Experiências computacionais

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos através de dois tipos de algoritmos e de três versões de híbridos, resultantes da junção do algoritmo GA e EM.

Inicialmente testaram-se os dois tipos de algoritmos, Algoritmo Genético (GA) o *Electromagnetismo-like* (EM), e os algoritmos híbridos desenvolvidos em cinco tipos de funções teste disponíveis em [7].

Como os métodos em estudos são estocásticos, foram efetuadas 10 execuções para cada algoritmo.

Nas tabelas seguintes são apresentados os resultados médios das execuções efetuadas. Nessas tabelas além do nome das funções utilizadas, são apresentados os valores dos resultados dos seguintes parâmetros:

- *Exitflag* - o inteiro que informa como termina o algoritmo.
- f^* - valor do mínimo obtido de cada função.
- *NI* - número médio de iterações utilizados pelo algoritmo.
- *NAF* - número médio das avaliações de cada função.
- *Tempo (s)* - valor médio do tempo de execução (em segundos).

3.1. Caracterização dos problemas teste

Para avaliar os algoritmos, foram testadas 5 funções testes, que seguidamente são descritas.

As funções utilizadas são as seguintes:

- Goldstein & Price Function (Gold): $f(x) = 1 + (x_1 + x_2 + 1)^2(19 - 14x_1 + 13x_1^2 - 14x_2 + 6x_1x_2 + 3x_2^2) * (30 + (2x_1 - 3x_2)^2(18 - 32x_1 + 12x_1^2 - 48x_2 - 36x_1x_2 + 27x_2^2))$.
- Hartmann (Hart3): $H_3(x) = -\sum_{i=1}^4 \alpha_i \exp\left[-\sum_{j=1}^3 A_{ij}(x_j - P_{ij})^2\right]$.
- Hump (Hump): $f(x) = 4x_1^2 - 2.1x_1^4 + \frac{x_1^6}{3} + x_1x_2 - 4x_2^2 + 4x_2^4$.
- Shekel (Shekel5 e Shekel7): $S_{4,m}(x) = -\sum_{i=1}^m (c_i + \sum_{j=1}^4 (x_j - a_{ji})^2)^{-1}$.

Para cada uma destas funções, apresentam-se o seu número de variáveis, n , os seus valores de limite inferior, lb , e limite superior, ub , e ainda o valor ótimo global conhecido na literatura da minimização da função $f(\min)$.

Na Tabela 1 estão apresentados todos os valores que caracterizam cada função.

Tabela 1- Funções teste.

Funções	Parâmetros utilizados			
	n	lb	ub	$f(\min)$
Gold	2	[-2 -2]	[2 2]	3,00000
Hart3	3	[0 0 0]	[1 1 1]	-3,86278
Hump	2	[-5 -5]	[5 5]	-1,03163
Shekel5	4	[0 0 0 0]	[10 10 10 10]	-10,15320
Shekel7	4	[0 0 0 0]	[10 10 10 10]	-10,40290

3.2. Resultados do Algoritmo Genético

A tabela em seguida apresenta os resultados médios que dizem respeito à aplicação do Algoritmo Genético, às funções de teste utilizados, utilizando os valores dos parâmetros do algoritmo por defeito. Por isso, o critério de paragem que foi utilizado foi baseado no número máximo de 100 iterações.

Tabela 2- Resultados numéricos do Algoritmo Genético.

Funções	<i>Exitflag</i>	f^*	<i>NI</i>	<i>NAF</i>	<i>Tempo (s)</i>
Gold	3	3,00150	101	2031	0,24
Hart3	3	-3,85900	101	2034	0,30
Hump	3	-1,03160	101	2027	0,30
Shekel5	3	-9,98800	101	2037	0,34
Shekel7	3	-6,32150	101	2034	0,26

Na Tabela 2 é possível verificar que o valor do *exitflag*, foi sempre igual a 3, que quer dizer que o algoritmo atingiu o número máximo de iterações.

Relativamente aos valores ótimos obtidos, verifica-se que para o problema Shekel5 não se conseguiu atingir o ótimo global com boa precisão. Relativamente ao problema Shekel7 não se conseguiu atingir o valor do ótimo global.

3.3. Resultados do Algoritmo *Electromagnetism-like*

Podemos verificar através Tabela 3, os resultados obtidos da aplicação do *Electromagnetism-like*, às funções de teste utilizadas. O critério de paragem baseou-se no número máximo de cálculos da função de 500.

Tabela 3- Resultados numéricos do *Electromagnetism-like*.

Funções	<i>Exitflag</i>	f^*	<i>NI</i>	<i>NAF</i>	<i>Tempo (s)</i>
Gold	3	3,00012	20	501	0,23
Hart3	3	-3,85137	19	500	0,23
Hump	3	-1,03163	22	512	0,25
Shekel5	3	-3,81999	18	507	0,25
Shekel7	3	-3,93345	18	514	0,23

Nesta Tabela 3, também podemos constatar que o valor do *exitflag* é 3, que significa que o algoritmo atingiu o número máximo de avaliação da função.

Pode-se notar que para os valores de ótimos obtidos, para os problemas Shekel5 e Shekel7, não se conseguiu atingir o ótimo global.

Verifica-se que o tempo da execução é semelhante ao obtido com o GA, de cerca de 0,25s.

3.4. Resultados do EMGA1

Depois da obtenção dos resultados para o Algoritmo Genético e para o *Electromagnetism-like*, foram obtidos os resultados para os três tipos de algoritmos híbridos desenvolvidos.

A Tabela 4 apresenta os resultados da aplicação do algoritmo EMGA1 para as funções, utilizando um máximo de 1000 avaliações objetivo como critério de paragem.

Tabela 4- Resultados numéricos da primeira versão do algoritmo híbrido (EMGA1).

Funções	Exitflag	f^*	NI	NAF	Tempo (s)
Gold	3	3,00002	41	1009	0,44
Hart3	3	-3,86727	38	1010	0,31
Hump	3	-1,03163	45	1008	0,35
Shekel5	3	-10,15319	34	1011	0,42
Shekel7	3	- 6,58299	36	1010	0,46

Na Tabela 4, um pouco daquilo que acontece nos casos anteriores, o valor do *exitflag* é 3, que significa que o algoritmo parou quando atingiu o máximo de avaliação da função. Em relação aos valores ótimos obtidos, verifica-se que para o problema Shekel7 não se conseguiu atingir o ótimo global.

Relativamente aos resultados obtidos com o EM verifica-se um aumento no tempo de execução. Porém, este aumento era esperado, visto que foi alterado o critério de paragem utilizado.

3.5. Resultados do EMGA2

Nesta secção serão apresentados os resultados obtidos da aplicação da segunda versão do algoritmo híbrido EMGA2 na resolução das funções de teste. Tal como no caso anterior da aplicação do EMGA1, o critério de paragem baseou-se nas 1000 avaliações da função objetivo.

Estão representadas na Tabela 5, os resultados obtidos utilizando este algoritmo.

Tabela 5- Resultados numéricos da segunda versão do algoritmo híbrido (EMGA2).

Funções	<i>Exitflag</i>	<i>f*</i>	<i>NI</i>	<i>NAF</i>	<i>Tempo (s)</i>
Gold	3	3,00002	42	1011	0,43
Hart3	3	-3,86281	39	1009	0,38
Hump	3	-1,03163	45	1012	0,57
Shekel5	3	-10,15318	35	1008	0,40
Shekel7	3	-6,3984	34	1008	0,45

Fazendo uma comparação desta versão com EMGA1, pode-se notar que os valores do $f(x)$, permanecerem praticamente os mesmos, e verifica-se um ligeiro aumento do número de iterações, na maioria das funções.

Para este caso, mais concretamente para o problema Shekel7, pode-se verificar que não se conseguiu atingir o ótimo global.

3.6. Resultados do EMGA3

Após a aplicação das duas primeiras versões às funções de teste utilizadas, aplicou-se a terceira e última versão do algoritmo híbrido (EMGA3), de forma a obter os resultados e efetuar posteriormente a comparação entre os resultados das mesmas. O critério de paragem utilizado foi igual para estes 3 algoritmos híbridos desenvolvidos.

A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos aplicando a terceira versão do algoritmo híbrido.

Tabela 6- Resultados numéricos da terceira versão do algoritmo híbrido (EMGA3).

Funções	Exitflag	f^*	NI	NAF	Tempo (s)
Gold	3	3,00001	44	1013	0,30
Hart3	3	-3,86277	38	1010	0,36
Hump	3	-1,03163	45	1008	0,56
Shekel5	3	-10,15313	36	1012	0,38
Shekel7	3	-5,48342	35	1011	0,51

Também neste caso não se conseguiu obter o valor do ótimo global, para o problema Shekel7.

Comparando as duas últimas versões, também aqui o valor do *exitflag* é o mesmo, 3, e os valores do $f(x)$, também são praticamente os mesmos, mas em relação ao número de iterações, e ao número de avaliações da função, estes variam consoante a função, tendo situações em que é maior na segunda versão do algoritmo, e situações em que é maior na terceira versão do algoritmo, e o mesmo acontece os valores da variável tempo.

3.7. Discussão dos resultados

No sentido de encontrar o método com o melhor desempenho para os problemas teste, foi criada a Tabela 7, onde os valores apresentados, são resultados do módulo da diferença entre o $f(\min)$, que é o valor ótimo conhecido da função que é minimizado, e f^* , valor obtido após a aplicação dos algoritmos às funções teste.

Tabela 7- Resultados do erro absoluto.

Problemas	$ f(\min)-f^* $				
	GA	EM	EMGA1	EMGA2	EMGA3
Gold	$1,50000 \times 10^{-3}$	$1,20000 \times 10^{-4}$	$2,00000 \times 10^{-5}$	$2,00000 \times 10^{-5}$	$1,00000 \times 10^{-5}$
Hart3	$3,37800 \times 10^{-3}$	$1,11410 \times 10^{-2}$	$4,49000 \times 10^{-3}$	$3,00000 \times 10^{-5}$	$1,00000 \times 10^{-5}$
Hump	$3,00000 \times 10^{-5}$	$0,00000 \times 10^0$	$0,00000 \times 10^0$	$0,00000 \times 10^0$	$0,00000 \times 10^0$
Shekel5	$1,65200 \times 10^{-1}$	$6,33321 \times 10^0$	$1,18879 \times 10^{-5}$	$2,00000 \times 10^{-5}$	$7,00000 \times 10^{-5}$
Shekel7	$4,08140 \times 10^0$	$6,46945 \times 10^0$	$3,81991 \times 10^0$	$4,0045 \times 10^0$	$4,91948 \times 10^0$

De acordo com os dados apresentados na Tabela 7, pode-se afirmar que o algoritmo que apresenta os melhores resultados, é o algoritmo híbrido, mais precisamente as versões EMGA2 e EMGA3.

Fazendo uma comparação entre as funções, a função *Goldstein & Price Function (Gold)*, apresenta os melhores resultados, e com a função *Hump e Shekel7*, a apresentarem resultados pouco satisfatórios.

Após obtenção destes resultados, tendo um valor referência de 10^{-3} , foram efetuadas comparações, de todos os resultados do módulo da diferença entre o $f(\min)$ e o f^* , com o valor referencia, no sentido de se encontra os resultados menor que esse valor.

A Tabela 8 apresenta os resultados, para as funções e os algoritmos, em que o módulo da diferença entre o $f(\min)$ e o f^* , foi menor que 10^{-3} . Na mesma tabela são apresentados o número de iteração (NI) o número da avaliação da função (NAF), e o valor do tempo.

Tabela 8- Resultados majorando o erro absoluto.

Algoritmos	Parâmetros	Funções de teste				
		<i>Gold</i>	<i>Hart3</i>	<i>Hump</i>	<i>Shekel5</i>	<i>Shekel7</i>

GA	NI	----	----	101	----	----
	NAF	----	----	2027	----	----
	Tempo	----	----	30×10^{-2}	----	----
EM	NI	20	----	----	----	----
	NAF	501	----	----	----	----
	Tempo	23×10^{-2}	----	----	----	----
EMGA1	NI	41	----	----	45	----
	NAF	1009	----	----	1018	-----
	Tempo	44×10^{-2}	----	----	42×10^{-2}	-----
EMGA2	NI	42	39	----	35	----
	NAF	1011	1009	----	1008	----
	Tempo	43×10^{-2}	38×10^{-2}	----	40×10^{-2}	-----
EMGA3	NI	44	38	----	36	----
	NAF	1013	1010	----	1012	-----
	Tempo	30×10^{-2}	36×10^{-2}	----	38×10^{-2}	-----

Na tabela anterior só constam os resultados, dos números de iterações, números de avaliações e do tempo, dos algoritmos em que o valor do erro absoluto, foi menor que 10^{-3} , ou seja, onde se verifica esta condição:

$$|f(\min) - f^*| < 10^{-3}$$

Analisando estes resultados, função a função, pode-se dizer que o algoritmo mais indicado a ser utilizado seria a terceira versão do algoritmo híbrido (EMGA3), porque de uma forma geral, obteve-se maiores valores de número de iteração e número de avaliação da função, mas com valores do tempo de execução menores.

No caso das funções *Hump* e *Shekel7* na tentativa de melhorar os resultados, foram alterados alguns parâmetros, nomeadamente o de número máximo da avaliação de

funções, número máximo de iterações, para todos os algoritmos, mas mesmo assim os resultados não foram os mais desejados. Com essas alterações aumentou os valores de número de iterações, de número da avaliação e também do valor do tempo, mas o valor de f^* permaneceu praticamente o mesmo.

Para os casos das funções *Hart3* e *Shekel5*, também fez-se variar os valores dos parâmetros, número máximo avaliação de funções, número máximo de iterações, para os algoritmos *Electromagnetism-like*, GA, EMAG1, e *Electromagnetism-like* e GA, respetivamente, mas mesmo com outros resultados obtidos, nunca se verificou esta condição $|f(\min)-f^*| < 10^{-3}$.

4. Casos de estudo

Neste capítulo serão apresentados os casos teóricos que foram analisados.

Tem-se dois casos de estudo, com diferente número de pacientes, onde estes têm os seus respetivos exames por fazer, em que cada um dos casos tem o seu número de consultório onde podem ser feitos os exames.

Os casos analisados têm algumas restrições que serão enunciadas a seguir:

- Cada consultório apenas pode fazer um exame de cada vez;
- Cada consultório tem o seu tempo específico da duração dos exames;
- Pode ser feito o mesmo tipo de exame em consultório diferente;
- Cada caso de estudo tem o seu número de consultório fixo;
- Nenhum consultório pode ser abandonado antes de terminar o exame;

O problema utilizado neste trabalho é definido por:

$$\begin{aligned} \min f(x) & \qquad \qquad \qquad (6) \\ x & \in R^n \end{aligned}$$

em que $f(x)$ é definido por :

$$f(x) = \max(t_{ij}), i = 1 \dots n, j = 1 \dots m \qquad (7)$$

Onde,

- t_{ij} representa o tempo final do exame i do paciente j .
- m representa o número de pacientes.
- x_{ij} o consultório onde se realiza o exame i do paciente j .
- n representa o número máximo de exames a realizar por paciente.

4.1. Caso estudo I

No primeiro caso foram considerados três pacientes, sendo possível realizar dez tipos de exames diferentes em cinco consultórios.

O Paciente 1 tem os dez tipos de exames para fazer, o Paciente 2 tem sete, e o Paciente 3 também tem sete. Os exames devem ser feitos sem alterar a ordem dos mesmos.

No primeiro consultório os exames podem demorar dez minutos para serem feitos, no segundo levam vinte minutos, no terceiro vinte minutos, no quarto também vinte e no quinto consultório dez minutos.

Os dez tipos de exames a serem realizados são os seguintes:

- Mamografia
- Ecografia
- TC (Tomografia Computorizada)
- Raio-X
- Densitometria Óssea
- Urologia
- IRM (Imagem por Ressonância Magnética)
- Ecocardiograma
- Ortopantomografia
- Termografia

A Tabela 9 apresenta a designação computacionalmente de cada exame.

Tabela 9- Designação computacional de cada exame

Número de identificação	Exame
1	Mamografia
2	Ecografia

3	Tomografia computadorizada
4	Raio-X
5	Densidade óssea
6	Ressonância magnética
7	Urologia
8	Ecocardiograma
9	Ortopantomografia
10	Termografia

A Figura 1 apresenta os exames que cada paciente tem para fazer.

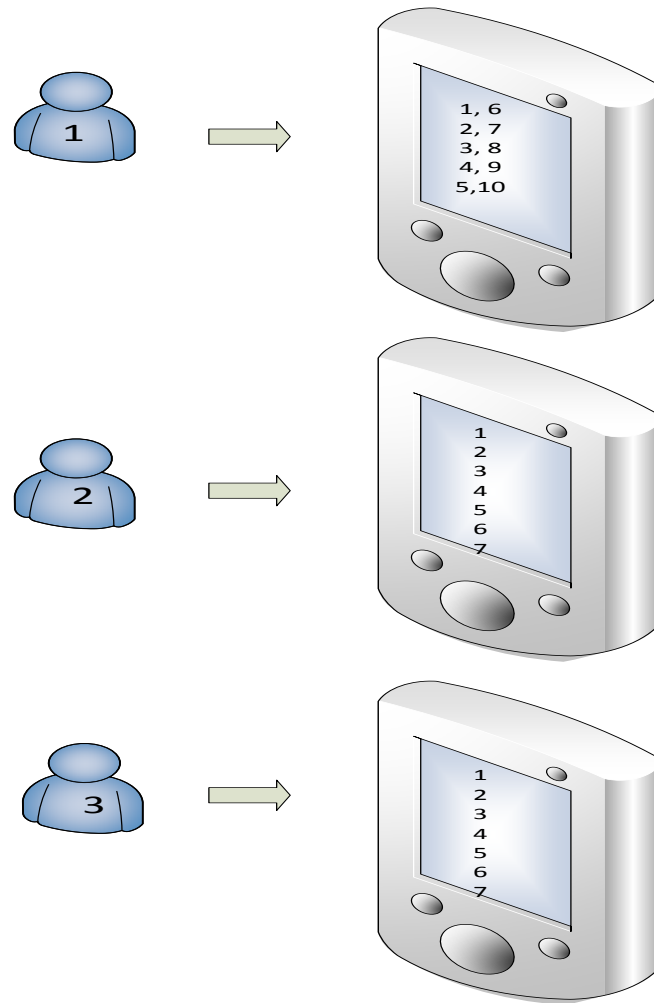


Figura 1- Pacientes e os respetivos exames caso de estudo I.

Na Figura 2 estão apresentados os consultórios onde podem ser efetuados os exames, assim como o tempo previsto da duração dos exames para cada consultório.

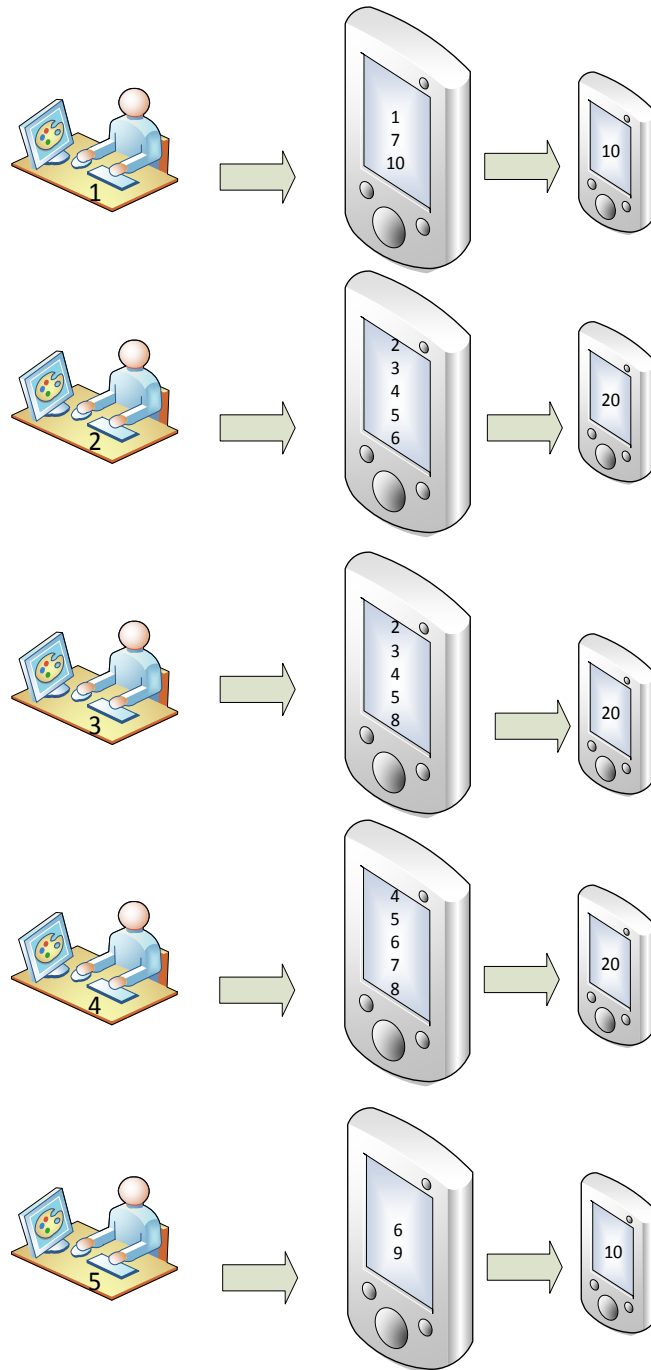


Figura 2- Consultórios onde podem ser feito os exames e o tempo previsto – caso de estudo I.

Pode-se verificar, através da figura apresentada anteriormente, que por exemplo, no consultório 1, podem ser efetuados três tipos de exames diferentes, Mamografia, Urologia, e termografia, em que cada um dos exames demora 10 minutos.

4.2. Caso estudo II

No segundo caso de estudo, trabalhou-se com cinco pacientes, em que podiam ser feitos quatro tipos de exames, em quatro consultórios diferentes, onde o Paciente 1 tem três tipos de exames para fazer, o Paciente 2 tem dois, o Paciente 3 tem três, o Paciente 4 também tem três e por último o Paciente 5 com quatro exames para fazer. Em Matlab cada exame é representado por um número diferente, de um até quatro.

Neste caso, no primeiro consultório os exames demoram dez minutos, no segundo vinte minutos, no terceiro vinte e no quarto consultório também vinte minutos.

A Figura 3 apresenta os exames que cada paciente tem de fazer.

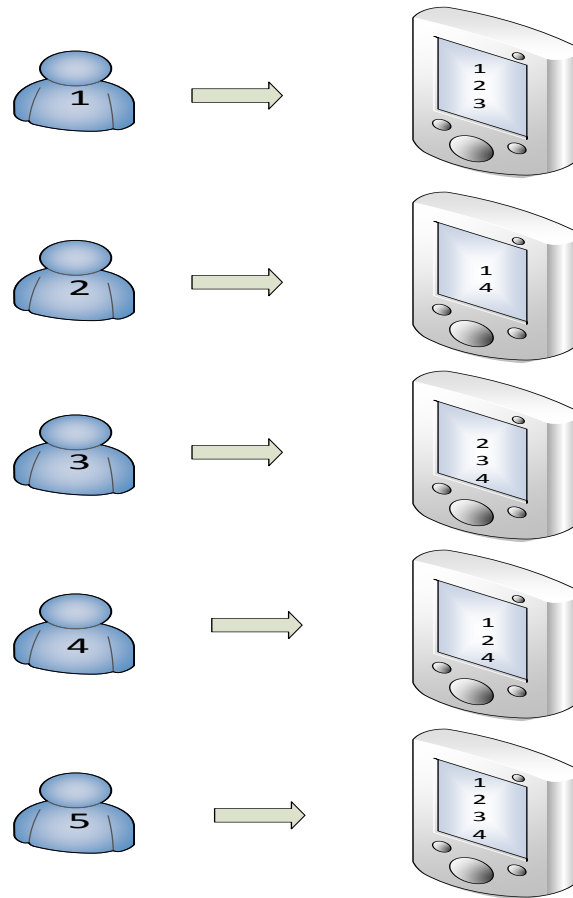


Figura 3- Pacientes e os respetivos exames caso de estudo II.

Na Figura 4 estão apresentados os consultórios onde podem ser efetuados os exames, assim como o tempo previsto de duração dos exames para cada consultório.

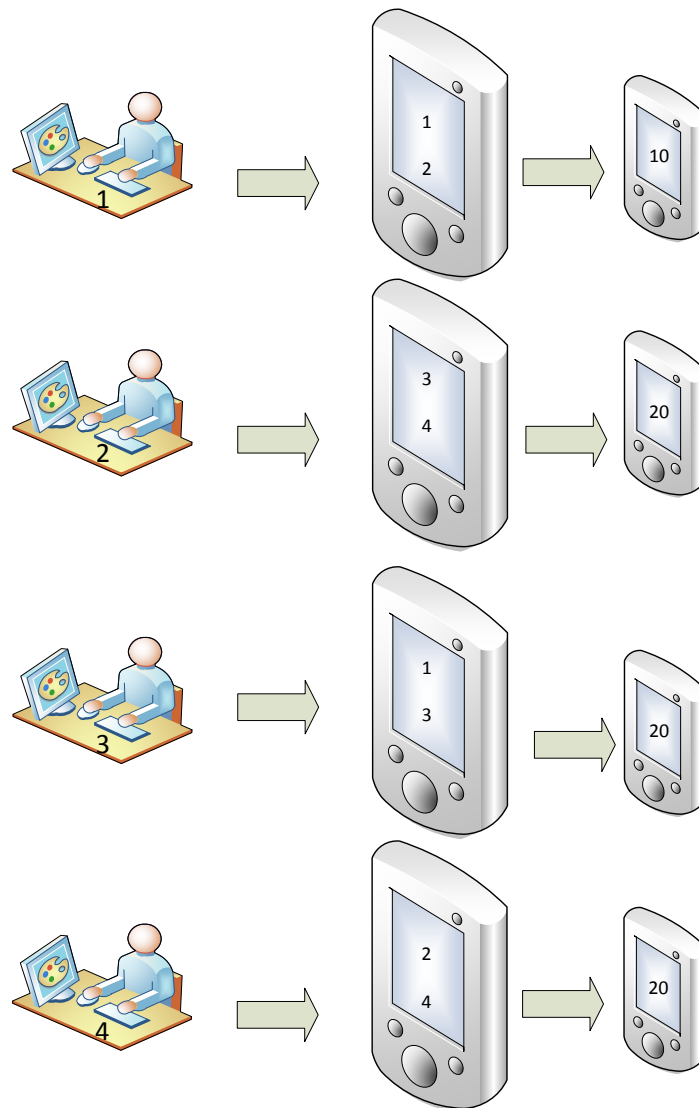


Figura 4- Consultórios onde podem ser feito os exames e o tempo previsto - caso de estudo II.

Através da Figura 4, é possível constatar, que por exemplo, no consultório 2, podem ser efetuados dois tipos de exames, Tomografia computadorizada e Raio-X, e cada um deles podem demorar 20 minuto

5. Resultados numéricos dos casos de estudo

Depois de testar os algoritmos, através das funções testes, foram utilizados três tipos de algoritmos para aplicar aos dois casos de estudos. Os três algoritmos são o GA, EM, e EMGA3, foi utilizado o EMGA3, em vez do EMGA1 ou EMGA2, devido ao facto deste algoritmo ter apresentado os melhores resultados.

5.1. Resultados numéricos caso de estudo I

Nesta secção serão apresentados os resultados para o caso de estudo I.

5.1.1. Resultados com o método GA

O primeiro algoritmo utilizado foi o algoritmo genético, cujos resultados foram obtidos para os três pacientes.

A figura a seguir, apresenta os resultados relativamente ao Paciente 1, mostrando a ordem pela qual deve fazer cada exame e em que consultório.

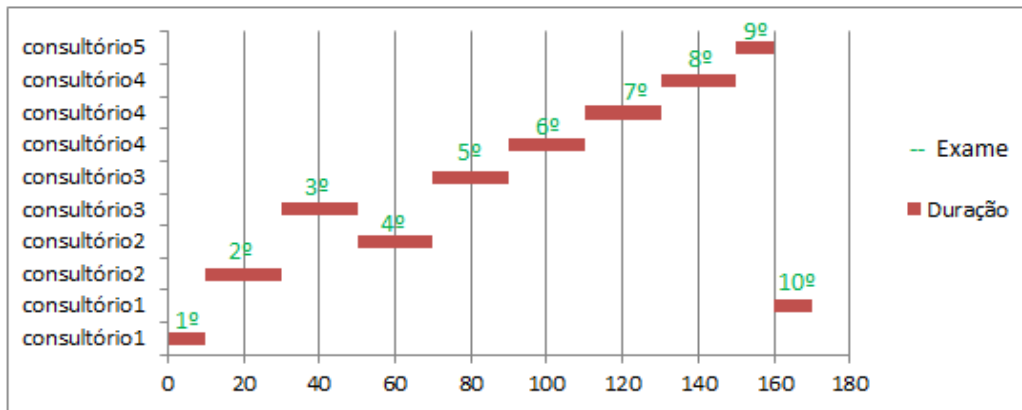


Figura 5- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

No caso do Paciente 1, os resultados obtidos estão dentro daquilo que era esperado, onde os valores do tempo, os consultórios em que cada exame são efetuados, não sofreram qualquer variação, ou seja, cada exame será realizado no consultório onde é possível realizá-lo, e dentro do período do tempo definido. O tempo previsto será de 170 minutos, equivalente a 2 horas e 50 minutos, para o Paciente estar com todos os exames feitos.

Relativamente ao Paciente 2, os valores de tempo obtidos, variaram em alguns casos, e estas variações podem ser verificadas na figura apresentada em baixo.

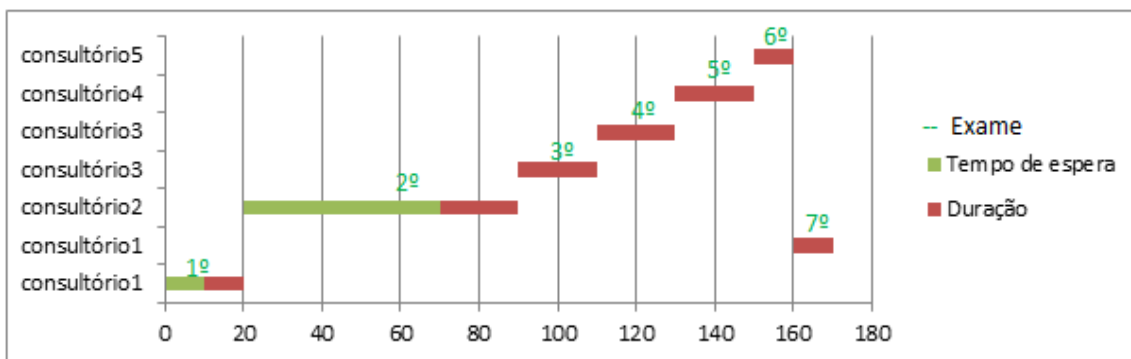


Figura 6- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

Como se pode ver na Figura 6, o primeiro exame, será efetuado no consultório 1, e com um tempo de 20 minutos. Estes 20 minutos são resultado de 10 minutos do tempo de espera, mais 10 minutos da duração do exame. Neste caso para o valor de tempo, o valor obtido aumentou duplamente, em comparação com o valor inicialmente definido. Ainda na mesma figura, pode-se verificar que para o segundo exame, o tempo obtido é muito alto, ou seja, o valor do tempo obtido, aumentou para 70 minutos, o que não estava dentro dos valores inicialmente definido. Estes 70 minutos resultam de 50 minutos de tempo de espera, mais 20 minutos da duração do exame.

Em relação aos outros exames, foram obtidos os resultados que se esperavam, mesmo em relação ao tempo e também em relação aos consultórios onde cada exame será realizado.

Para o caso do último paciente, também constatou-se variações nos valores do tempo obtido em alguns casos.

A Figura 7, apresenta os resultados para o caso do Paciente 3.

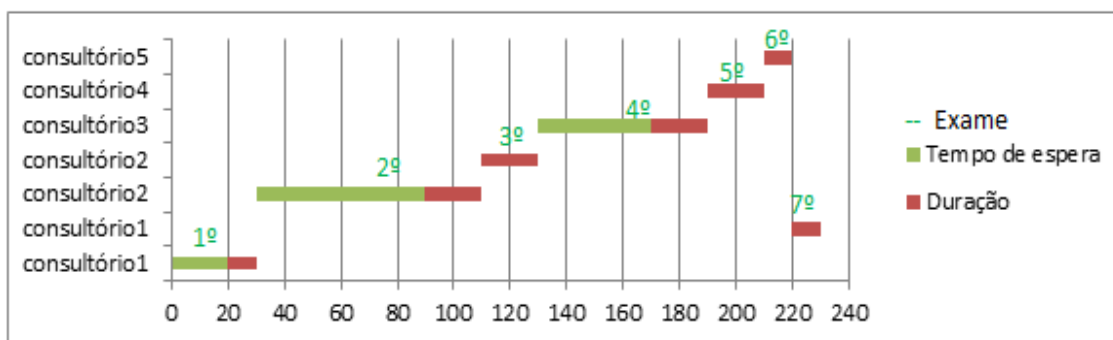


Figura 7 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

As variações verificadas, foram na realização do primeiro exame, onde o valor do tempo obtido foi de 30 minutos sabendo que o valor inicialmente definido foi de 10 minutos. Isto explica-se devido ao facto do paciente esperar 20 minutos para realizar o referido exame, mais 10 minutos do tempo da duração do exame.

Na realização do segundo exame, também verificou-se alteração no valor tempo, em que o valor do tempo obtido foi de 80 minutos, sabendo que o tempo inicialmente definido foi de 20 minutos. Para este caso o paciente demorou algum tempo para realização do exame, daí os 80 minutos, que resultam de 60 minutos do tempo de espera, mais 20 minutos da duração do exame.

Ainda para o caso do mesmo paciente, mais precisamente na realização do quarto exame, verificou-se uma variação no tempo de espera, em que o valor do tempo obtido foi de 60 minutos sabendo que o valor inicialmente definido foi de 20 minutos. Este valor resulta de 40 minutos de tempo de espera, mais os 20 minutos da duração do exame.

O paciente termina todos os exames ao fim de 230 minutos.

5.1.2. Resultados com o método EM

Para o mesmo caso, foi utilizado o algoritmo *Electromagnetism-like*, para obtenção dos resultados.

Na Figura 8 estão representados os resultados obtidos para o caso do Paciente 1.

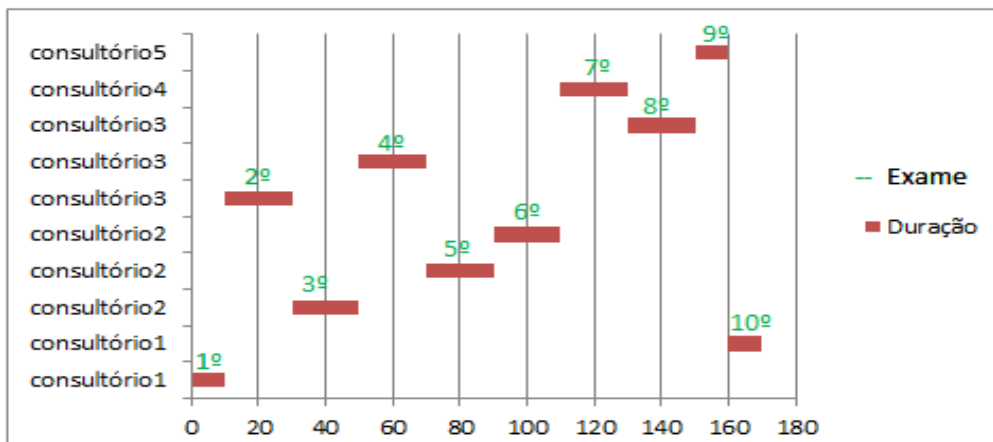


Figura 8- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

Para este caso os resultados são os que se esperavam, quer em relação aos valores do tempo, quer em relação aos consultórios para realização de cada um dos exames, ou seja, essas variáveis não sofreram qualquer alteração em relação aos valores inicialmente definidos.

Por exemplo, o primeiro exame, será realizado no consultório 1, onde é possível realizar o mesmo, e terá a duração de 10 minutos, que é valor inicialmente definido para duração do exame.

Em relação aos resultados obtidos para o Paciente 2, já não se pode dizer a mesma coisa em comparação com os resultados obtidos para o Paciente 1, porque verificou-se variações no valor do tempo para realização de alguns exames, como demonstra a Figura 9.

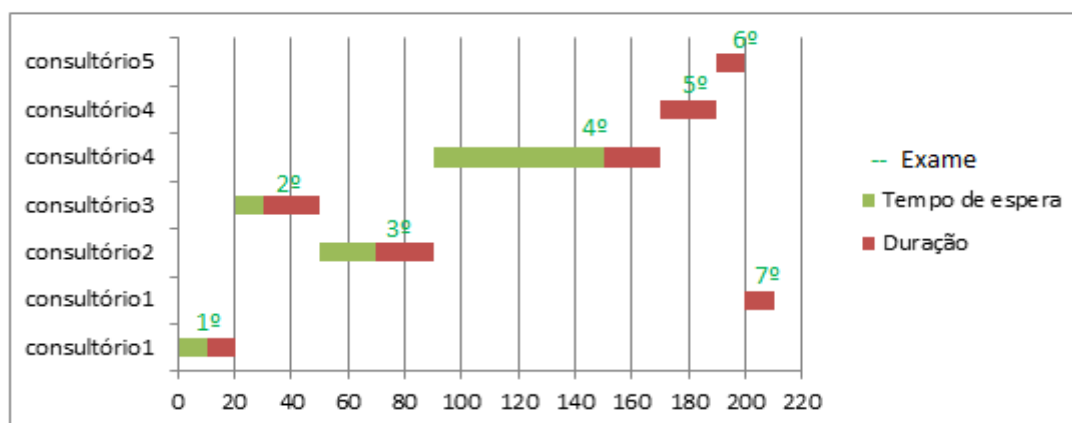


Figura 9- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

A primeira alteração no valor do tempo, verifica-se no consultório 1, em que o tempo obtido foi de 20 minutos, que resulta dos 10 minutos do tempo de espera, mais 10 minutos da duração da consulta.

Verificou-se também, uma outra variação no consultório 2, para realização do terceiro exame, em que foi obtido um valor de 40 minutos, isto sabendo que o valor inicialmente definido foi de 20 minutos, estes 40 minutos resultam dos 20 minutos de tempo de espera, mais 20 minutos da duração do exame.

Uma outra alteração no valor do tempo foi no consultório 3, para realização do segundo exame, onde se obteve um valor de 30 minutos, sabendo que inicialmente o valor definido para duração do exame é de 20 minutos. O valor obtido resulta de 10 minutos de tempo de espera, mais 20 do tempo da duração do exame.

E por último no consultório 4, para realização do quarto exame, em que foi obtido um valor de 80 minutos, um valor que fica distante do valor inicialmente definido para duração de exame neste consultório, que foi de 20 minutos, e que resulta de 60 minutos de tempo de espera, mais 20 do tempo da duração do exame.

Para os outros consultórios, os valores do tempo obtidos estão dentro dos valores inicialmente definidos.

Relativamente ao Paciente 3, também verificou alterações nos valores do tempo obtidos para realização de alguns exames, mais concretamente em três casos.

Na Figura 10, que será apresentada seguidamente, consta os valores do tempo obtido, assim como, os consultório onde podem ser realizados os exames.

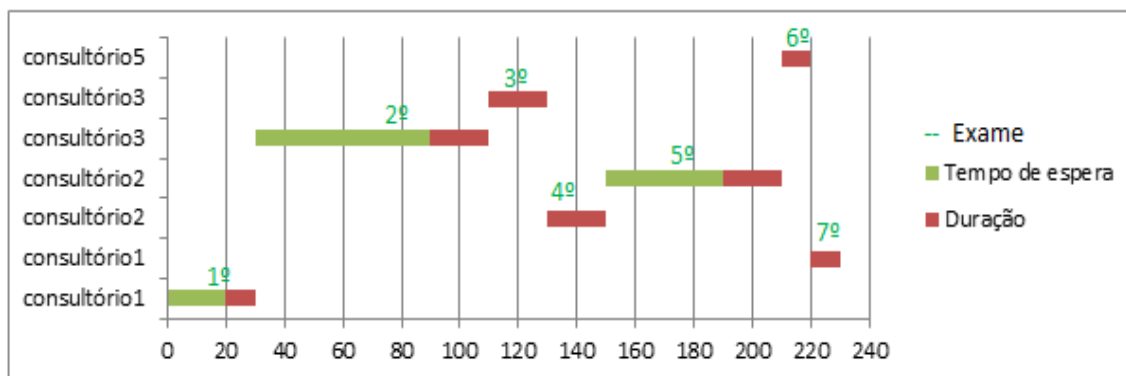


Figura 10 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

No consultório 1, onde será efetuado o primeiro exame, o valor do tempo obtido, sofreu um acréscimo de 20 minutos, em comparação com o valor de tempo inicialmente definido para realização do exame neste consultório, em que era de 10 minutos, ficando com um valor de 30 minutos. Este acréscimo deve-se ao facto do paciente esperar 20 minutos para realizar o exame, mais 10 minutos da duração do exame.

Também o valor do tempo variou no consultório 2, onde será realizado o quinto exame, em que o valor do tempo obtido foi de 60 minutos, mais 40 do que o valor inicialmente definido, resultante de 40 minutos de tempo de espera mais, 20 minutos de tempo da duração do exame.

Uma outra alteração no valor do tempo, é no consultório 3, para realização do segundo exame, cujo valor obtido foi de 80 minutos, sabendo que o valor inicialmente era de 20, e este valor resulta de 60 minutos de tempo de espera mais 20 minutos da duração do exame.

5.1.3. Resultados com EMGA3

Nesta secção serão apresentados os resultados obtidos, utilizando a terceira versão do algoritmo híbrido.

A Figura 11, representa os resultados obtidos para o Paciente 1.

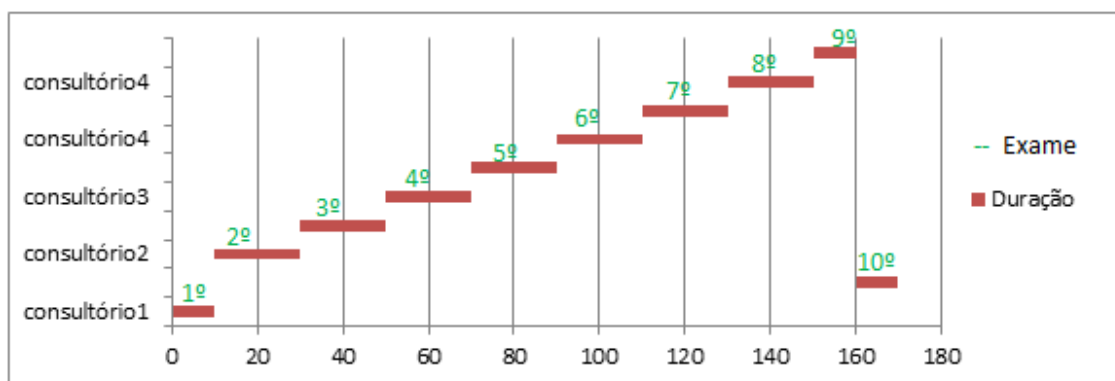


Figura 11 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

Como aconteceu nos casos do GA e EM, também aqui os resultados são inicialmente os que se esperavam, com os exames a serem feitos nos consultórios onde podem ser realizados e com o mesmo valor de tempo definido.

No caso de Paciente 2, verificou alteração nos valores do tempo, para três consultórios, como se pode verificar na Figura 12.

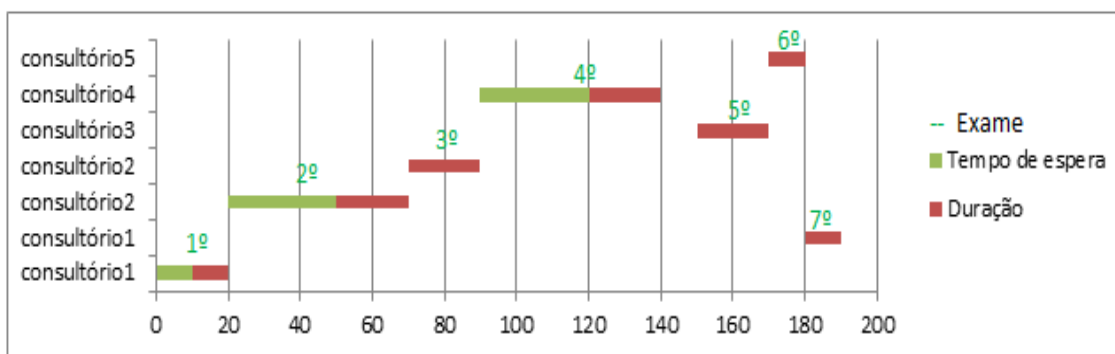


Figura 12 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

As alterações verificadas, são no consultório 1, em que o tempo obtido foi de 20 minutos, resultante de 10 minutos do tempo de espera, e mais 10 minutos da duração do exame.

Também no consultório 2, para realização do segundo exame, verificou-se alteração no valor da duração do exame, em que o valor do tempo obtido foi de 50 minutos, um valor superior ao que tinha sido definido inicialmente, em que 20 destes 50 minutos, diz respeito à duração do exame, mais 30 minutos do tempo de espera.

A outra variação na duração do exame é no consultório 4, para realização do quarto exame, em que o valor obtido foi de 60 minutos, sabendo que o valor do tempo da duração do exame inicialmente definido foi de 20 minutos para este consultório. Este valor explica-se pelo facto do paciente esperar 40 minutos para realização do exame, mais 20 da duração do referido exame.

No que toca ao Paciente 3, também constatou-se variações, em alguns casos, nos valores do tempo obtidos.

Pode-se verificar estas alterações nos valores do tempo, na Figura 13.

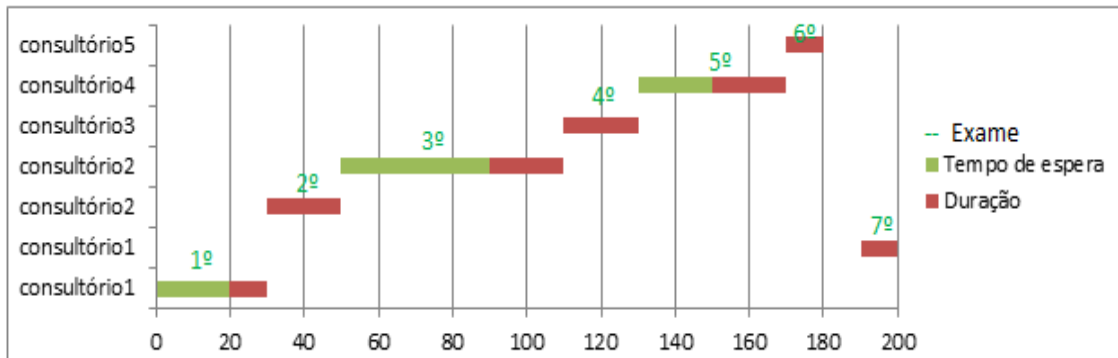


Figura 13- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

Houve um aumento nos valores do tempo, mais precisamente, no consultório 1, onde será realizado o primeiro exame, no consultório 2, onde será realizado o terceiro exame, e ainda no consultório 4, onde se pode realizar o quinto exame.

No consultório 1, para realização do primeiro exame, o valor do tempo obtido foi de 30 minutos, mais 20 minutos do que o valor inicialmente definido, que resultam de 20 minutos de tempo de espera, mais 10 da duração do exame.

No consultório 2, para realização do terceiro exame, o valor obtido foi de 60 minutos, ou seja mais 40 minutos do que o valor definido para duração do exame. Este valor é devido aos 40 minutos do tempo de espera, mais os 20 minutos da duração do exame.

E por último o consultório 4, onde foi obtido um valor de tempo de 40 minutos, um valor que é dobro do valor definido inicialmente, e que resulta de 20 minutos do tempo de espera, mais 20 minutos da duração do exame.

A Tabela 10 apresenta os resultados máximos do tempo, para cada um dos pacientes, depois da aplicação dos algoritmos.

Tabela 10 – Valores máximos do tempo, atingido por cada algoritmo.

Algoritmo	Paciente 1	Paciente 2	Paciente 3
AG	170	170	230
EM	170	210	230
EMGA3	170	190	200

Através da Tabela 10, pode-se verificar que o Paciente 3 tem o maior valor tempo para realização dos exames, e ainda é possível constatar que o algoritmo com menor valor do tempo, é o EMGA3.

Tal como aconteceu para os casos das funções testes, pelo facto dos métodos serem estocástico, também aqui foram efetuadas 10 execuções para cada algoritmo, de forma a obter os resultados.

5.2. Resultados numéricos caso de estudo II

Nesta secção serão apresentados os resultados para o segundo caso de estudo, que deferência do primeiro em número dos pacientes, numero dos consultórios e número de exames, utilizando os mesmos algoritmos.

5.2.1. Resultados com método Algoritmo Genético

Também aqui, utilizou-se o *Gantt*, para representar os resultados obtidos.

Na Figura 14, estão representados os resultados para o caso do Paciente 1.

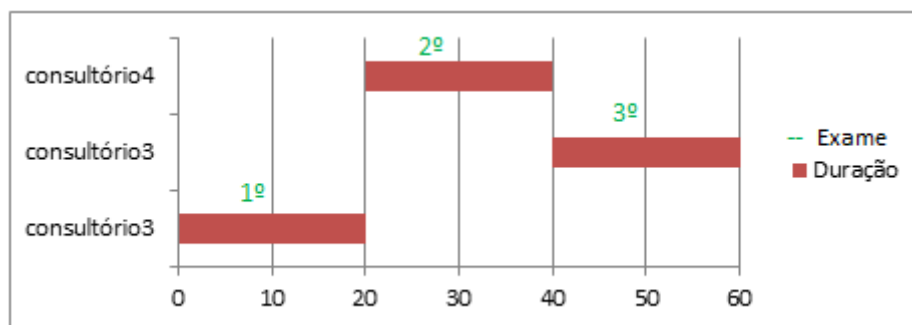


Figura 14- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

Verifica-se na Figura 14, que todos os exames têm uma duração de 20 minutos, que é o valor inicialmente definido, o que significa que estes resultados, são os resultados que se esperava obter, em que os exames serão realizados, nos consultórios onde sejam possíveis de realizá-los.

Para o caso do Paciente 2, verificou-se uma variação no valor do tempo da duração da exame, como é possível observar na Figura 15.

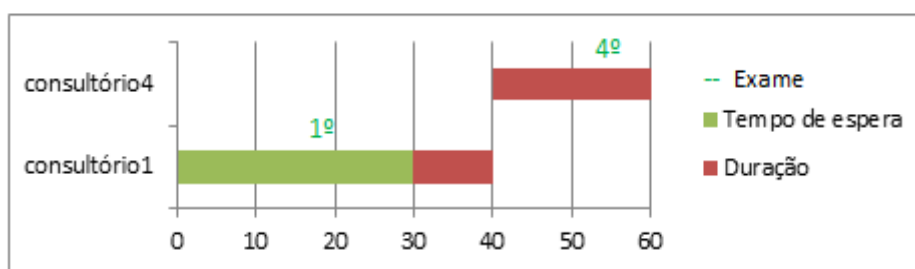


Figura 15- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

Através da Figura 15, verifica-se que no consultório 2, o valor do tempo obtido é de 40 minutos, um valor que é o dobro daquele que foi definido para duração do exame neste consultório, o que demonstra que para este este caso, o paciente teve de esperar 20 minutos para realização do exame.

Já para o caso do consultório 3, o resultado era o que se esperava.

Em relação ao Paciente 3, também verificou-se uma alteração no tempo, em que é possível verificar na Figura 16.

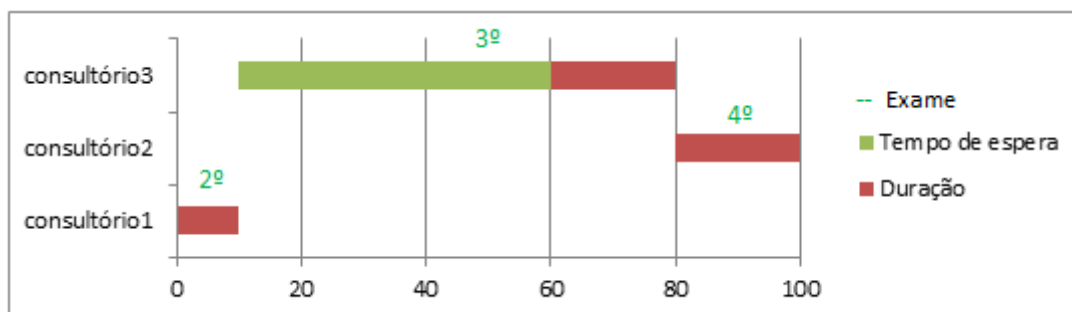


Figura 16- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

A principal e única alteração neste caso, é no consultório 3, onde o valor do tempo obtido foi de 70 minutos, mais 50 minutos do que o tempo previsto, uma vez que o valor do tempo que já tinha sido definido era de 20 minutos. Destes 70 minutos, 50 minutos são relativos a tempo de espera, e os restantes 20 minutos do tempo da duração do exame.

A Figura 17 apresenta os resultados obtidos para o caso do Paciente 4.

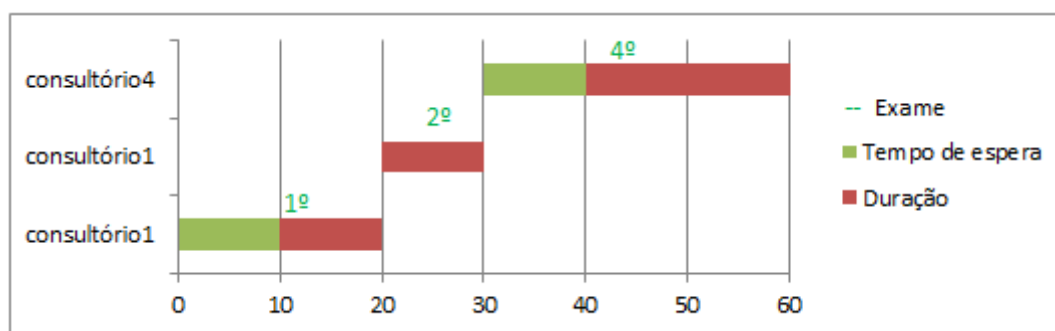


Figura 17- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.

Para o caso deste paciente, também houve uma variação, um aumento, no valor do tempo, mais precisamente no consultório 1, para realização do primeiro exame, e no consultório 4 para realização do quarto exame.

No consultório 1, o tempo obtido foi de 20 minutos, valor que é o dobro do que foi definido inicialmente, e isto explica-se pelo facto do paciente esperar 10 minutos para realização do exame, mais os 10 minutos da duração do exame.

No consultório 4, o valor do tempo obtido foi de 30 minutos, e isto demonstra que para este caso, o valor tempo obtido, ultrapassou mais 10 minutos, o valor do tempo que foi definido inicialmente.

Relativamente ao Paciente 5, houve alterações nos valores do tempo, e alguns casos como podemos observar na Figura 18.

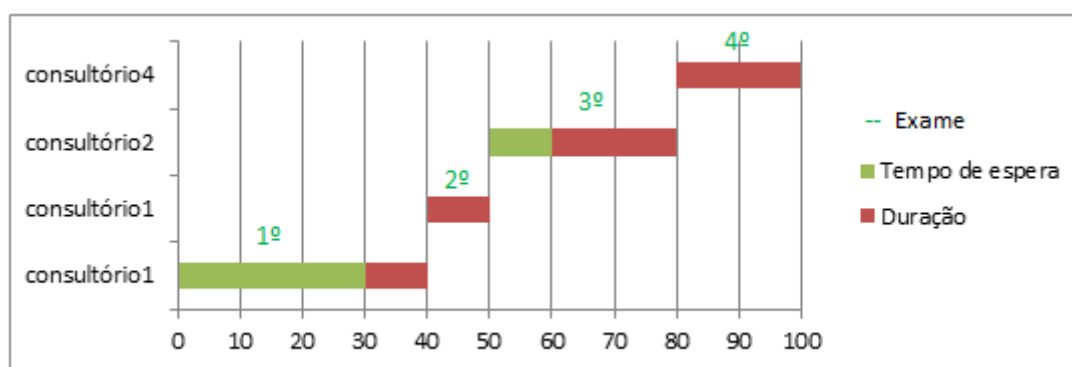


Figura 18 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.

As alterações verificadas são nos consultórios 1, para realização do primeiro exame, e no consultório 2, para realização do terceiro exame.

No consultório 1, para o caso da realização do primeiro exame, houve um aumento considerável no valor do tempo, que inicialmente era de 10 minutos, e com a aplicação deste algoritmo aumentou para 40 minutos. Este valor é devido aos 30 minutos de tempo de espera, mais os 10 minutos do tempo da duração do referido exame.

Para o consultório 2, também houve um aumento no valor do tempo, que subiu para os 30 minutos, isto sabendo que o valor inicialmente definido era de 20 minutos. O valor obtido é resultado de 10 minutos de tempo de espera, mais os 20 minutos da duração do exame.

5.2.2. Resultados com o método *Electromagnetism-like*

Depois de aplicar o GA a este caso de estudo, utilizou-se o EM, para obtenção dos resultados.

Na Figura 19, estão apresentados os resultados, relativamente ao Paciente 1.

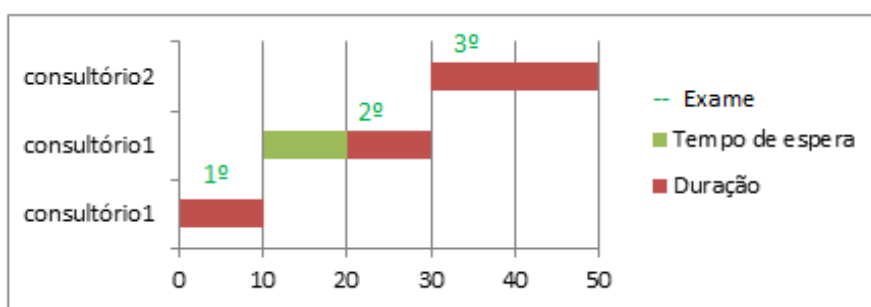


Figura 19- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

Verifica-se pela Figura 19, que o tempo da duração do exame obtido, para realização do primeiro exame no consultório 1, é de 10 minutos, um valor igual ao que foi definido inicialmente para duração do exame consultório.

Ainda no consultório 1, neste caso para realização do segundo exame, o valor do tempo obtido, é de 20 minutos, resultante de 10 minutos de tempo de espera, mais os 10 minutos da duração do exame.

No consultório 2 para realização do terceiro exame, o valor do tempo obtido é de 20 minutos, e com isto pode-se afirmar que este resultado está de acordo com o que era esperado.

A Figura 20 apresenta os resultados para o caso do Paciente 2, onde se verificou alterações nos valores do tempo, para todos os consultórios.

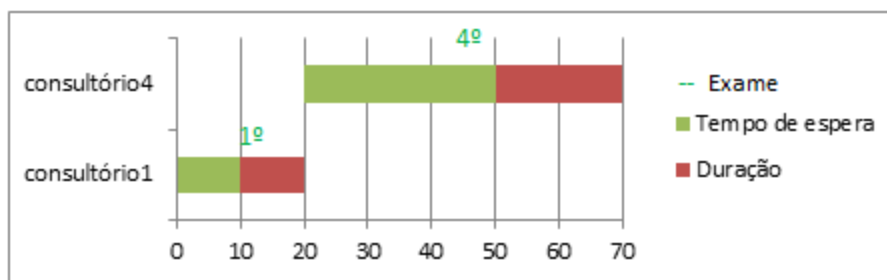


Figura 20 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

No consultório 1, o valor do tempo obtido foi de 20 minutos, um valor que é superior ao que foi definido para duração dos exames neste consultório, que foi de 10 minutos. Os 20 minutos resultam de 10 minutos de tempo de espera, mais os 10 minutos da duração do exame.

Em relação ao consultório 4, pode-se observar pela Figura 20, que o tempo obtido é de 50 minutos, um valor que também é superior ao valor inicialmente definido para duração dos exames neste consultório, que é de 20 minutos. Estes 50 minutos resultam de 30 minutos de tempo de espera para realização do exame, mais os 20 minutos da duração do exame.

Com estes resultados, pode-se afirmar, que os resultados obtidos não foram satisfatórios

Relativamente ao Paciente 3, também houve alteração no valor do tempo obtido.

A Figura 21 apresenta os resultados obtido para o caso do Paciente 3.

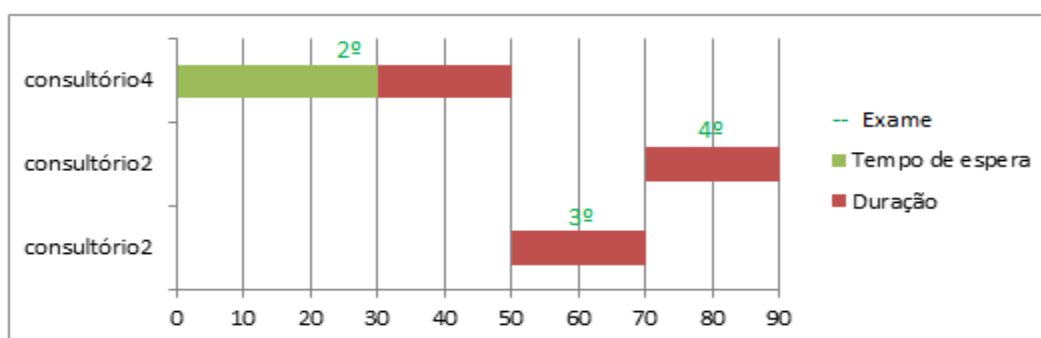


Figura 21- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

A alteração verificada é no consultório 4, onde o valor do tempo obtido, é de 50 minutos, e sabendo que o valor, que já tinha sido definido para a duração do exame neste consultório era de 20 minutos, isto demonstra que o paciente teve que esperar 30 minutos para realização do exame.

Em relação ao Paciente 4, em todos os consultórios, houve alteração no valor do tempo, como mostra a Figura 22.

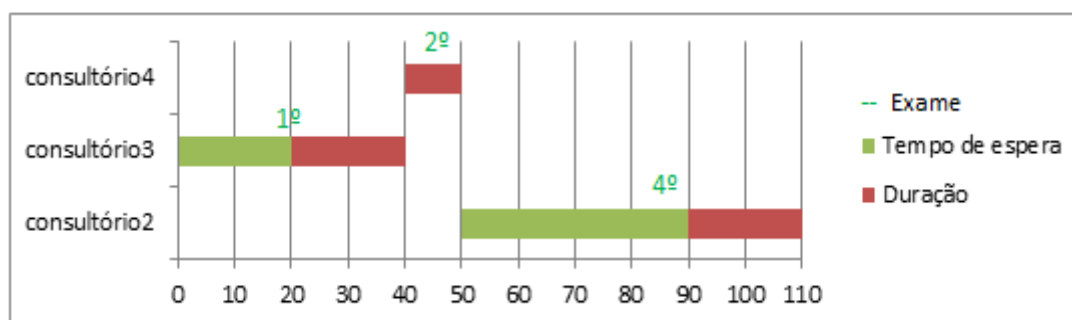


Figura 22- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.

A primeira alteração é verificada no consultório 3, onde será realizado o primeiro exame, em que houve um aumento de mais 20 minutos comparativamente com o valor da duração do exame inicialmente definido. Este valor resulta de 20 minutos de tempo de espera, mais 20 minutos da duração do exame.

No consultório 4, ocorreu uma diminuição no valor do tempo, em comparação com o valor do tempo que já tinha sido definido, que era de 20 minutos, e com a aplicação do algoritmo passou para 10 minutos. Este resultado demonstra que o exame demorou menos tempo do que aquilo que se esperava.

Já para o caso do consultório 2, o valor do tempo obtido, mais que duplicou, e isto explica-se pelos 40 minutos do tempo de espera, mais os 20 minutos da duração do exame.

A Figura 23, apresenta os resultados relativamente a caso do último paciente.

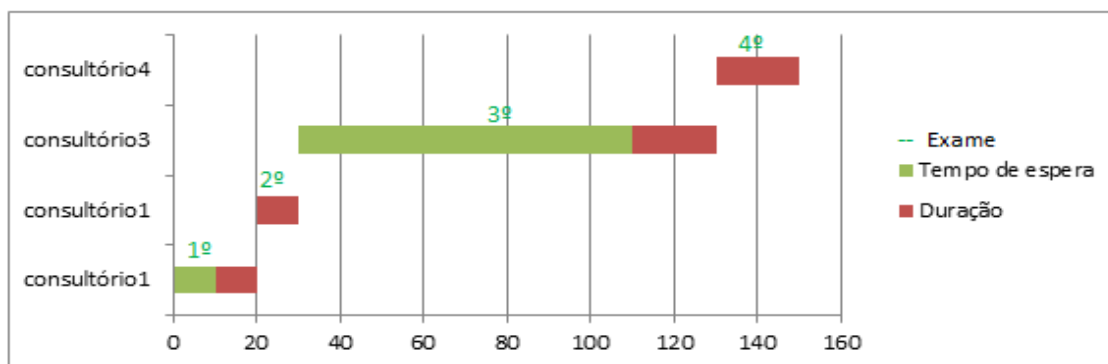


Figura 23- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.

Para o caso do Paciente 5, também houve alterações nos valores do tempo obtidos. A primeira alteração foi no consultório 1, para realização do primeiro exame, em que o valor obtido é de 20 minutos, que é o dobro do valor da duração de exame neste consultório. Este valor resulta de 10 minutos do tempo de espera, mais os 10 minutos da duração do exame.

A outra alteração aconteceu no consultório 3, onde houve um aumento considerável no valor do tempo após a aplicação do algoritmo, que passou de 20 minutos para 100 minutos. Estes 100 minutos, resultam de 80 minutos de tempo de espera, mais os 20 minutos da duração do exame.

O paciente termina todos os exames ao fim de 150 minutos.

5.2.3. Resultados com o método EMGA3

Depois da aplicação do GA e do EM, utilizou-se a terceira versão do algoritmo híbrido.

A Figura 24, apresenta os resultados obtido para o caso do Paciente 1.

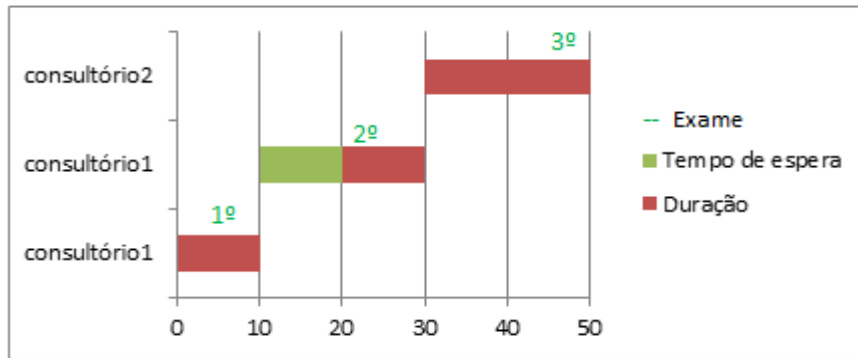


Figura 24- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 1.

Através da Figura 24, pode-se constatar que o tempo da duração do primeiro exame no consultório 1, é de 10 minutos, um valor igual ao definido inicialmente para duração dos exames neste consultório.

Para o segundo exame, ainda no consultório 1, o valor obtido é de 20 minutos, que resulta de 10 minutos do tempo de espera, mais os 10 minutos da duração do exame.

No consultório 2, para realização do terceiro exame, o valor obtido é de 20 minutos. Estes resultados, refletem o que já se esperava.

Para o caso do Paciente 2, não se verificou qualquer alteração no valor do tempo, em que pode ser observada na Figura 25.

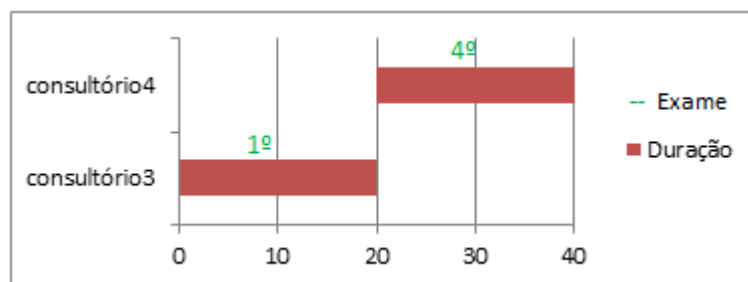


Figura 25- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 2.

No consultório 3, para realização do primeiro exame, o tempo obtido foi de 20 minutos, um valor igual ao que foi definido inicialmente, e acontece o mesmo em relação ao consultório 4 para realização do quarto exame.

A Figura 26, apresenta os resultados obtidos para o caso do Paciente 3.

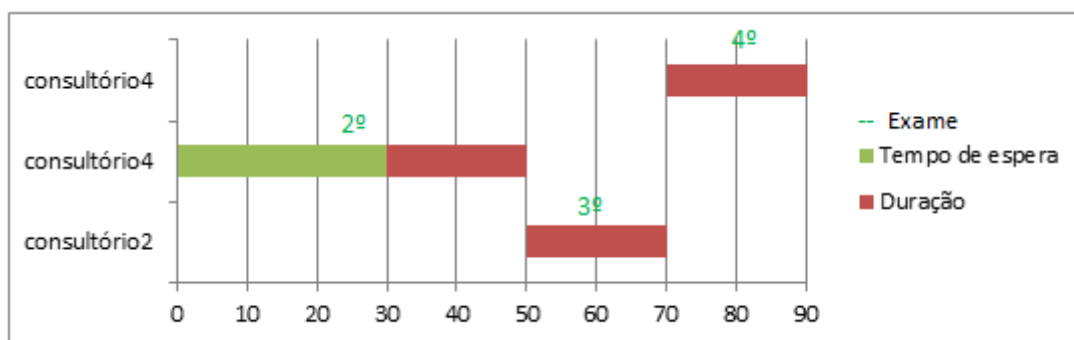


Figura 26 - Tempo, consultórios e exames para o Paciente 3.

Em relação ao Paciente 3, verifica-se pela Figura 26, que também ocorreu uma alteração no valor do tempo, para o caso do segundo exame, realizado no consultório 4, em que o valor obtido foi de 50 minutos, e valor que já tinha sido inicialmente definido era de 20 minutos. Destes 50 minutos, 20 são relativos a duração do exame, e os outros 30 minutos são relativos a tempo de espera.

Relativamente ao Paciente 4, ocorreu alterações nos valores do tempo em todos os consultórios, como mostra a Figura 27.

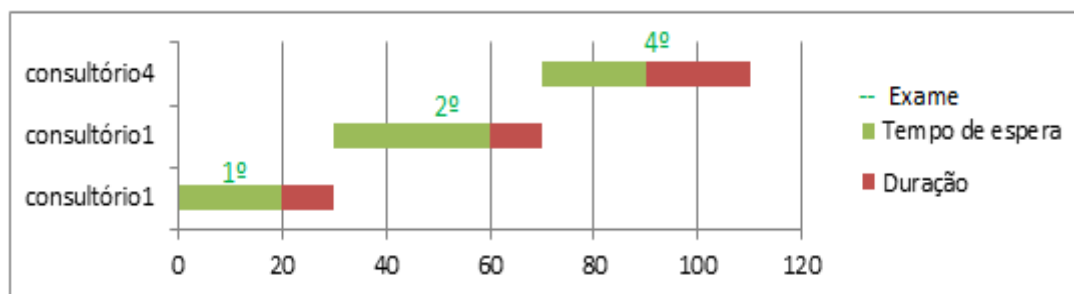


Figura 27- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 4.

A primeira alteração verificada é no consultório 1, para realização do primeiro exame, onde o valor do tempo obtido foi de 30 minutos, e o valor inicialmente definido era de 10 minutos. Estes 30 minutos resultam de 20 minutos de tempo de espera, mais os 10 minutos da duração do exame.

Ainda no consultório 1, mas para realização do segundo exame, o tempo obtido, mais que duplicou, passou de 10 minutos, para 40 minutos. Isto devido ao facto do paciente esperar 30 minutos para realização do exame, mais os 10 minutos da duração do exame.

A outra alteração verificada no valor tempo, foi no consultório 4, para realização do quarto exame em que o valor foi de 40 minutos, e o valor que já tinha sido definido inicialmente era de 20 minutos neste consultório.

Para o caso do último paciente, também houve variações nos valores do tempo obtido em quase todos os consultórios.

A Figura 28 apresenta os resultados do Paciente 5.

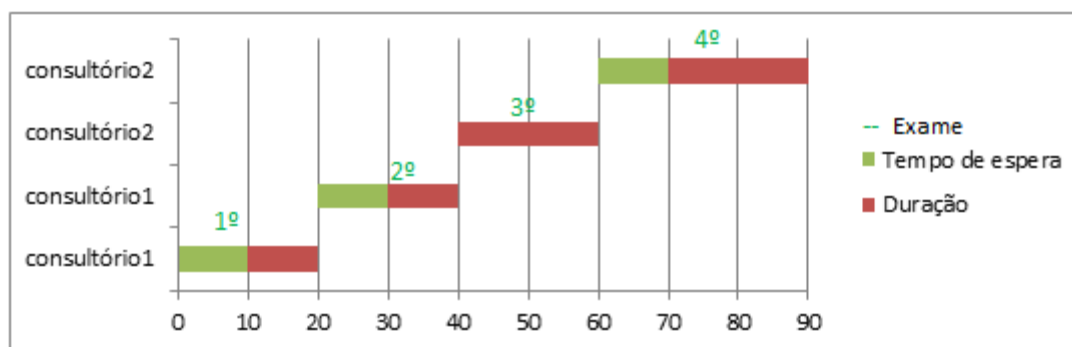


Figura 28- Tempo, consultórios e exames para o Paciente 5.

Verifica-se pela Figura 28, que o tempo obtido para o consultório 1, para realização do primeiro exame é de 20 minutos, que resultam de 10 minutos do tempo de espera, mais 10 minutos da duração do exame.

Também através da mesma figura, é possível observar que no consultório 1, desta vez para realização do segundo exame, o tempo obtido é de 20 minutos, uma situação igual

ao da realização do primeiro exame, em que 10 minutos resultam do tempo de espera para realização do exame, e os outros 10 minutos resultam do tempo da duração do exame.

Ainda na Figura 28, verifica-se mais uma alteração no valor do tempo, mais precisamente no consultório 2, para realização do quarto exame, onde o valor da duração do exame, aumentou de 20 minutos, para 40 minutos. Este valor resulta dos 20 minutos de tempo de espera, mais os 20 minutos do tempo da duração do exame.

A Tabela 11 apresenta os resultados máximos do tempo, para cada um dos pacientes, depois da aplicação dos algoritmos.

Tabela 11- Valores máximos do tempo, atingido por cada algoritmo.

Algoritmo	Paciente 1	Paciente 2	Paciente 3	Paciente 4	Paciente 5
GA	60	60	100	60	100
EM	50	70	90	110	150
EMGA3	50	40	90	110	90

Através da Tabela 11, pode-se verificar que o Paciente 5 tem o maior valor para realização dos exames, e ainda é possível constatar que os algoritmos com menores valores do tempo, são o GA e o EMGA3.

De forma a comparar os valores do tempo máximo, em minutos, atingido por cada algoritmo nos dois casos de estudo, foi criada a Tabela 12 com os valores do tempo para os dois casos de estudo.

Tabela 12- Valores do tempo máximo.

Casos de Estudo	GA	EM	EMGA3
Caso I	230	230	200
Caso II	100	150	110

Através da Tabela 12, pode-se verificar que para o caso de estudo I, que os algoritmos que atingiram os maiores valores do tempo, são o GA e o EM, e o que atingiu o menor valor do tempo é a terceira versão do algoritmo híbrido (EMGA3), e por isso, pode-se afirmar que é o melhor algoritmo a ser utilizado para este caso.

Ainda na mesma tabela, mas para o caso de estudo II, pode-se ver que o algoritmo que atingiu o menor valor do tempo foi o Algoritmo Genético, com uma ligeira diferença em comparação com a terceira versão do algoritmo híbrido, enquanto que o EM atingiu o maior valor do tempo.

6. Conclusões e Trabalho Futuro

Desenvolveu-se este projeto na área de Tecnologia Biomédica, em que foram utilizados três tipos de algoritmos, sendo que, para o caso do algoritmo híbrido, foram elaborados três versões do mesmo, para escalonamento de exames médicos.

O escalonamento usa algoritmos eficientes, que permitam obter os resultados mais rápido e eficaz. Para além da eficiência, o escalonamento traz rentabilidade a um dado processo [18].

O trabalho foi realizado usando sempre o *software* Matlab, através do qual foram retirados os resultados. Inicialmente teve-se que trabalhar no Algoritmo Genético, de forma a adaptá-lo aos problemas deste trabalho, posteriormente começou-se a trabalhar com o *Electromagnetism-like*, também de forma a adaptar esse algoritmo aos problemas utilizados para realização de trabalho, e por último, a criação do algoritmo híbrido, elaborando três versões deste, através da junção do Algoritmo Genético e *Electromagnetism-like*.

Todos estes algoritmos foram testados, usando cinco tipos de funções de testes, e através dos resultados obtidos com estas funções, foi efetuada uma comparação entre o valor de $f(min)$ que é o valor mínimo de cada função utilizada, neste caso funciona como um valor referencia, e o f^* obtido pela aplicação dos algoritmos, no sentido de ver se realmente os algoritmos estavam a funcionar.

Ainda relativamente às funções teste, utilizou-se os resultados obtidos através das mesmas, para avaliar qual é o melhor método, calculando o módulo da diferença entre o valor de $f(min)$ conhecido, e f^* obtido pela aplicação dos algoritmos, em que conclui-se que os melhores são os híbridos desenvolvidos, mais concretamente a terceira versão (EMGA3), pelo facto de apresentar valores de número de iteração, número de avaliação da função, maiores que os valores obtidos pela segunda versão do híbrido (EMGA2),

mas com menor tempo de execução, na maioria dos casos, e devido a este facto, foi esta versão usada para os dois casos estudo utilizados neste trabalho.

Aplicando estes algoritmos (GA, EM, EMGA3) ao primeiro caso de estudo, e fazendo uma comparação entre os pacientes, pode-se afirmar que os melhores resultados foram obtidos sempre para o caso do primeiro paciente, isto porque os valores do tempo para realizar o exame obtidos através destes algoritmos, foram sempre iguais aos valores que já tinham sido definidos para duração de cada exame. Enquanto para os casos dos restantes dois pacientes, não se verifica esta situação, isto em relação aos valores obtidos, porque tem situações que ultrapassam os valores que já tinham sido definidos, e em muitos dos casos fica muito acima deste valor.

Mas em relação aos consultórios onde são efetuados os exames, pode-se dizer, que todos os algoritmos indicaram corretamente os consultórios para realização dos exames.

Para o segundo caso de estudo, já não se pode dizer a mesma coisa, uma vez que só para o caso do primeiro paciente, utilizando GA, em que os valores do tempo obtidos, foram compatíveis com os valores inicialmente definidos. Para os outros pacientes e os outros algoritmos, nunca se verificou esta situação, sempre houve alterações nos valores da tempo, realçando que em praticamente todos os algoritmos, houve um aumento, mas no que toca aos consultórios, todos estes algoritmos indicaram os consultórios certos, para realização dos exames.

De uma forma geral, os resultados obtidos no que toca aos consultórios para realização dos exames, todos os resultados coincidem com o consultório onde seja possível realizar os mesmos.

Efetuando uma comparação entre os resultados do tempo máximo atingido por cada caso do estudo, pode-se afirmar que no primeiro caso de estudo, atingiu-se valores mais altos em comparação com o segundo caso, e este aspeto pode-se explicar pelo facto de no primeiro caso haver mais exames a serem realizados.

Os resultados relativo a duração do tempo de cada exame, pode-se dizer que no primeiro caso estudo teve-se melhores resultados, isto porque no segundo caso, houve

mais situações em que os valores do tempo obtido mais que duplicou, prolongando assim o tempo de espera dos pacientes.

Como trabalho futuro, pode-se usar mais casos de estudo, com maior número de pacientes, aumentar o número dos exames para cada paciente, e também alterar a prioridade para realização dos exames.

7. Referências bibliográficas

- [1] Andretta, M. *Fundamentos de otimização irrestrita e restrita*, ICMC-USP, Agosto de 2010.
- [2] Chelouah, R. and Siarry, P. *A Continuous Genetic Algorithm Designed For the Global Optimization of Multimodal Functions*, Journal of Heuristics 6: 191-213. (2000).
- [3] Chunjian, Z, Xinyu, L, & Liang, G, Qing, W. *An improved electromagnetism-like mechanism algorithm for constrained optimization*. Expert Systems With Applications. 2013.
- [4] Correia, A, Matias, J, & Seródio, C. *Métodos de Penalidade Exacta Para Resolução de Problemas de Otimização não Linear*, Associação Portuguesa de Investigação Operacional, 2008.
- [5] Dinis, J. *Estudo dos Factores de Risco na Ocorrência de Osteoporose*, Relatório Final do Trabalho de Projecto Apresentado á Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Bragança, Instituto Politécnico de Bragança, para Obtenção do Grau de Mestre em Tecnologia Biomédica, Julho de 2012.
- [6] Gonçalves, A. *Otimização em Ambientes Dinâmicos Com Variáveis Contínuas Empregando Algoritmos de Estimação de Distribuição*, Universidade Estadual de Campinas, Abril de 2011.
- [7] Header, *Global Optimization, Meta-Heuristics*. (http://www-optima.amp.i.kyoto-u.ac.jp/member/student/hedar/Hedar_files/TestGO_files/Page364.htm), consultado em 8 de Janeiro de 2015.
- [8] Lacerda, E. e Carvalho, A. *Introdução aos Algoritmos Genéticos*, Universidade de São Paulo, 1999.

- [9] Marcondes, A. *Avaliação do Desempenho de Algoritmos de Escalonamento para uma Aplicação de Processamento de Imagens*, Universidade do Estado de Santa Catarina – UDESC, Joinville – SC, 2009.
- [10] Nocedal, J. and Wright, S. *Numerical optimization*, Springer Series in Operations Research Springer, 1999.
- [11] Oliveira, F. *Estudos de Alguns Métodos Clássicos de otimização Restrita não Linear*. Uberlândia-MG, 2012.
- [12] Pacheco, M. *Algoritmos Genéticos: Princípios e Aplicações*, Departamento da engenharia eléctrica da Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1999.
- [13] Pereira, A. *Introdução à otimização, Apontamentos Teóricos de Matemática Aplicada*, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal, 2013/2014.
- [14] Popov, A. *Genetic Algorithms For Optimization*, Programs for MATLAB, version 1.0, User Manual, Hamburg, 2005.
- [15] Portilho, L. “*Aplicação do Problema de Job-Shop Scheduling em Aciarias*”, Universidade Federal de Juiz de Fora, 2007.
- [16] Ramos, H. *Um Algoritmo Para Otimização Restrita Com Aproximação De Derivadas*, Tese de Doutoramento apresentada ao programa de pós-graduação em engenharia mecânica, COOPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Novembro de 2011.
- [17] Ilker, S. *Stochastic Global Optimization Techniques*. PhD Thesis, Faculty of NorthmCarolina State, Department of Industrial Engineering. March 2002.
- [18] Seixas, I. “*Aplicação de Métodos Emergentes em Problemas de Escalonamento do Tipo Flexible Job Shop*”, Relatório Final do Trabalho de Projecto Apresentado á Escola Superior de Tecnologia e Gestão de Bragança, Instituto Politécnico de Bragança, para Obtenção de Grau Mestre em Engenharia Industrial, Novembro, 2013.

- [19] Soares, G. *Algoritmos Genéticos: Estudo, Novas Técnicas e Aplicações*. Belo Horizonte, Junho de 1997.
- [20] Sofer, A. and Nash, S. *Linear and Nonlinear Programming*. Industrial Engineering Series. McGraw- Hill international Editions, 1996.
- [21] Vaz, A. *Métodos Numéricos C, Apontamentos Teóricos*, Universidade de Minho, 2007/2008

