

## UTILIZAÇÃO DA FUNÇÃO *KILL AND BIRTH ELEMENTS* PARA A SIMULAÇÃO DO MÉTODO DO FURO NA MEDIÇÃO DE TENSÕES RESIDUAIS

J. Ribeiro<sup>1</sup>, M. Vaz<sup>2</sup>, P. Piloto<sup>1</sup>, H. Lopes<sup>1</sup> e J. Monteiro<sup>3</sup>

1: ESTIG, Instituto Politécnico de Bragança  
Campus de Sta Apolónia, Apt. 1134, 5301-857 Bragança  
e-mail: jribeiro@ipb.pt web: <http://www.ipb.pt>

2: Laboratório de Óptica e Mecânica Experimental  
Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto  
Rua Dr. Roberto Frias, S/N 4200-465 Porto  
e-mail: {gmavaz@fe.up.pt, ppiloto@ipb.pt} web: <http://paginas.fe.up.pt/~inegi/lome/>

**Palavras-chave:** Tensões Residuais. Método do furo, Métodos Numéricos, Engenharia.

**Resumo.** *Para medição de tensões residuais instaladas em componentes ou estruturas, é normalmente utilizado o método do furo. Trata-se de um método experimental que pode ser simulado numericamente, através das funções “KILL and BIRTH”. Neste trabalho serão apresentados três simulações de aplicação à mecânica experimental. Na primeira aplicação é efectuada a validação da simulação recorrendo a um provete submetido a um estado de tensão uniforme pré definido [1]. A segunda aplicação é utilizada para determinação dos coeficientes de calibração, inerente ao método utilizado, [2]. A terceira aplicação serve para validar experimentalmente os valores determinados na medição de tensões residuais não uniformes em profundidade, [2, 3].*

## 1. INTRODUÇÃO

As tensões residuais induzidas pelos processos de fabrico nas camadas superficiais das peças ou estruturas fabricadas, sobrepõem-se às tensões de serviço alterando a sua distribuição, especialmente nas primeiras camadas da superfície, onde se iniciam, na maioria dos casos, as fissuras de fadiga e da corrosão sob tensão. O valor da tensão limite de fadiga pode aumentar ou diminuir dependendo do sinal e magnitude das tensões residuais existentes no material. É, por isso, importante quantificar o seu valor e para poder ser utilizado durante o projecto dos elementos. Para isso, é necessário medir com precisão o nível e a distribuição das tensões residuais induzidas pelos diferentes processos de fabrico [4].

Dos diferentes métodos de medição de tensões residuais o mais utilizado a nível industrial é o método do furo. Tipicamente este método está associado à utilização de rosetas de extensómetros especialmente desenvolvidas para o efeito, embora possa estar associada a outros métodos de medição do relaxamento de tensões, como é caso das técnicas ópticas (Moiré interferométrico, holografia, ESPI, etc.). No caso da extensometria mede-se o relaxamento das deformações enquanto que com as técnicas ópticas é medido o deslocamento provocado pelo relaxamento de tensões devido à remoção de material durante o processo de furação. Uma das grandes dificuldades do método do furo é determinação dos coeficientes de calibração com uma boa precisão, factor fundamental para uma medição precisa das tensões residuais. Foram desenvolvidas diferentes abordagens para a sua determinação: analíticas [5], experimentais [6] e numéricas [7]. A determinação analítica dos coeficientes de calibração está limitada a casos de medição em placas finas, com furo passante e cujas tensões sejam uniformes em profundidade. A metodologia experimental é a que gera resultados mais precisos, contudo, para além do elevado tempo de preparação dos provetes e de medições para a determinação dos coeficientes, é um método muito direccionado, sendo apenas válido para um determinado tipo de roseta e diâmetro de furo. Alterando uma destas condições há necessidade de fazer um novo ensaio, por outro lado existem alguns casos cuja variação de tensões residuais em profundidade não permite a determinação dos coeficientes de calibração com este método. Os métodos numéricos permitem a determinação dos coeficientes de calibração para todos os casos de variação de tensões residuais em profundidade, bem como o seu valor em qualquer ponto em torno do furo, pode ser usado tanto no furo passante como no furo cego e, recorrendo, à função “KILL and BIRTH” é o único método que permite determinar os coeficientes de calibração para o método do furo integral [1].

Os elementos finitos podem ser usados para simular o relaxamento de tensões provocado pela remoção de material no método do furo. Esta capacidade é importante porque permite uma maior flexibilidade na escolha da geometria do provete, materiais e procedimentos experimentais do que seria possível, caso fossem apenas usadas calibrações analíticas ou experimentais [7].

## 2. MÉTODO DO FURO

O método do furo foi desenvolvido inicialmente por Mathar [8] baseia-se na diferença entre a tensão residual existente no material e a solução de Kirsch [9] para um furo executado num meio com o mesmo campo de tensões residuais.

Tradicionalmente a utilização do método do furo para a medição de tensões residuais utiliza uma roseta de extensómetros que foi especialmente desenvolvida para a medição do relaxamento de deformações que ocorre após a execução dum furo. A Figura 1 mostra uma roseta de extensómetros típica (tipo A) para a medição de tensões residuais com o método do furo. A roseta é colada na superfície do provete, as medições são feitas antes e após a execução dum furo com um determinado diâmetro e profundidade, o centro do furo coincide com centro geométrico da roseta. Alternativamente, podem ser elaboradas um conjunto de medições à medida que se vai aumentando a profundidade do furo por pequenos incrementos.

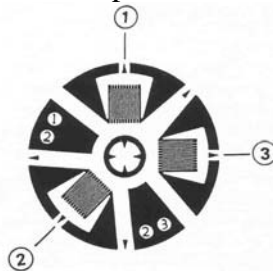


Figura 1. Roseta de extensómetros para medição de tensões residuais, tipo A.

Quando se calcula as tensões residuais existentes em torno do furo, as quais são assumidas como uniformes em profundidade, esta suposição é feita para que as tensões ou deformações em torno do furo sejam idênticas às que existiriam em torno dum furo numa placa de dimensões infinitas e com um campo de tensões uniforme. A solução teórica [10] para o relaxamento das deformações radiais é,

$$\varepsilon_r = (A + B \cos 2\alpha) \sigma_{\max} + (A - B \cos 2\alpha) \sigma_{\min} \quad (1)$$

Onde,

$$A = -\frac{1-\nu}{2E} \left( \frac{a}{r} \right)^2 \quad (2)$$

$$B = -\frac{1+\nu}{2E} \left( \frac{4}{1+\nu} \left( \frac{a}{r} \right)^2 - 3 \left( \frac{a}{r} \right)^4 \right) \quad (3)$$

Onde,  $A$  e  $B$  são as constantes de calibração;  $\sigma_{\max}$  é a máxima tensão principal;  $\sigma_{\min}$  é a mínima tensão principal;  $a$  é o raio do furo;  $r$  é um raio genérico,  $r > a$ ;  $E$  é o módulo de elasticidade;  $\nu$  é coeficiente de Poisson;  $\alpha$  é a coordenada angular medida no sentido anti-horário a partir da direcção da máxima tensão principal.

Esta relação pode ser invertida para a determinação do valor e direcção das duas tensões

principais a partir das deformações radiais. Para a roseta da Figura 1, que mede as deformações em três direcções que se encontram a 45° entre si, resulta nas seguintes equações,

$$\sigma_{\max}, \sigma_{\min} = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_3}{4A} \pm \frac{\sqrt{(2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)^2}}{4B} \quad (4)$$

$$\beta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left( \frac{2\varepsilon_2 - \varepsilon_1 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} \right) \quad (5)$$

onde  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  são as deformações radiais medidas pelos extensómetros correspondentes à numeração representada na Figura 1, e  $\beta$  é o ângulo medido no sentido horário a partir do extensómetro 3 até à direcção da máxima tensão principal.

Assume-se que a equação (1) tanto pode ser aplicada a furos cegos quanto a furos passantes, para as deformações medidas na área finita dos extensómetros. Contudo, o valor das constantes  $A$  e  $B$  para um furo cego é diferente do obtido pelas equações (2) e (3) e estas são geralmente obtidas a partir de medições de campos de tensão conhecidos. A relaxação das deformações depende da profundidade do furo, e, tipicamente,  $A$  e  $B$  são obtidos para medições de deformações em que o valor da profundidade do furo é igual ao do seu diâmetro. Alguns investigadores [10] usaram as constantes  $A$  e  $B$  analíticas pontuais definidas em (2) e (3) ignorando a influencia das dimensões do furo e da área finita do extensómetro. Se for incluído o efeito da área finita do extensómetro, obtém-se  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$  de acordo com as expressões,

$$\bar{A} = -\frac{(1+\nu)r_a^2}{E(R_2 - R_1)W} (\Psi_1 - \Psi_2) \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \bar{B} = & -\frac{(1+\nu)r_a^2}{E(R_2 - R_1)W} \left[ \frac{2(1-\nu)}{1+\nu} (\Psi_1 - \Psi_2) + \sin 2\Psi_1 - \sin 2\Psi_2 - \frac{1}{8} \left( \frac{r_a}{R_1} \right)^2 (2 \sin 2\Psi_1 + \sin 4\Psi_1) \right. \\ & \left. + \frac{1}{8} \left( \frac{r_a}{R_2} \right)^2 (2 \sin 2\Psi_2 + \sin 4\Psi_2) \right] \quad (7) \end{aligned}$$

$\bar{A}$  e  $\bar{B}$  passam a ser as constantes de calibração do método do furo para deformações numa área finita;  $R_1$ ,  $R_2$  correspondem aos extremos da grelha do extensómetro;  $r_a$  é raio do furo;  $W$  é a largura da grelha do extensómetro e, por último;  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  representam os ângulos dos cantos da grelha do extensómetro. Na Figura 2 estão indicadas os parâmetros geométricos da grelha de cada um dos extensómetros que integram a roseta.

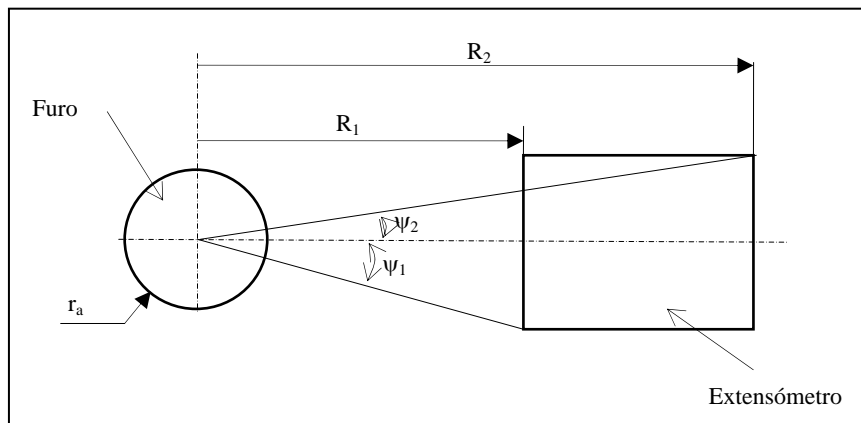


Figura 2. Parâmetros geométricos da grelha de um extensómetro.

As equações (6) e (7) ignoram o efeito da profundidade do furo, contudo, verificou-se [1] que para furos com grandes profundidades ( $> 1.4r_a$ ) o valor dos coeficientes de calibração está muito próximo do obtido experimentalmente.

As constantes  $A$  e  $B$  (ou  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ ) dependem do material, e se forem determinadas experimentalmente é necessário fazer ensaios de calibração para cada material em que se pretenda medir as tensões residuais. Assim, foram apresentadas expressões que permitissem que as constantes de calibração pudessem ser adimensionalizadas. Para este trabalho sugerem-se as seguintes expressões para de adimensionalização dos parâmetros de calibração, [1]:

$$C_1 = \frac{2E}{1+\nu}A, \quad C_2 = 2EB$$

Onde  $C_1$  e  $C_2$  são os coeficientes de calibração adimensionalizados.

### 3. SIMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS

A solução ideal para as constantes  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ , equações (6) e (7), é baseada na suposição de que a distribuição da deformação em torno do furo cego é essencialmente idêntica à que ocorreria em torno dum furo passante numa placa fina. Esta idealização poderá não ser necessária quando se utilizam cálculos com elementos finitos, sendo considerada a influência da profundidade do furo no relaxamento das deformações.

Considerando a posição relativa do extensómetro antes da execução do furo, Figura 3, em que está representada a secção longitudinal do furo, onde a curva limite se encontra a uma distância suficiente para que a influência da furação nas tensões na fronteira possa ser desprezada. Nessa figura estão representadas as tensões iniciais existentes no local onde será executado o furo e assume-se que são uniformes ao longo de toda a secção longitudinal e do furo, como tal não existem tensões de corte na superfície do furo.

Admitindo que se executa um furo, com um carregamento externo na superfície do furo com o mesmo valor e distribuição de tensões que existia previamente. Sob estas condições, a

distribuição de tensões no material que fica não é alterada.

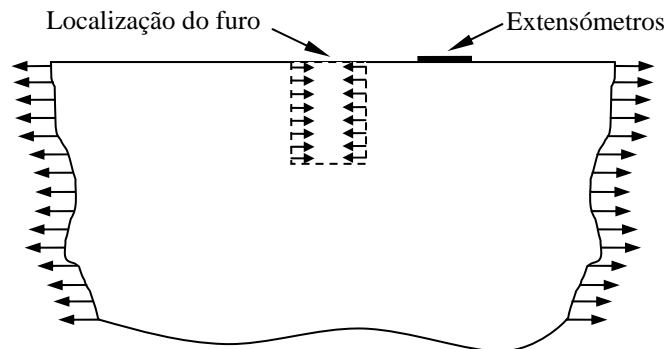


Figura 3. Secção em corte da região do extensómetro antes da furação.

Na Figura 4. (a), o material encontra-se submetido a um carregamento aplicado na superfície do furo. Uma vez que o sistema é linear elástico, o carregamento mostrado em (b) pode ser sobreposto, sendo o valor das tensões aplicadas à superfície do furo igual mas de sinal oposto ao valor das tensões existentes em (a), mas com tensões nulas nas fronteiras que se encontram distantes do furo. A soma destes dois estados de tensão, indicado em (c), é o resultado da distribuição de tensões que existe após a execução do furo, por aplicação do princípio da sobreposição de efeitos.

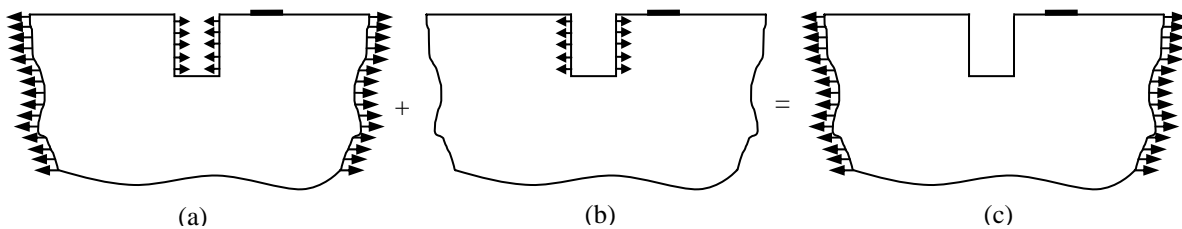


Figura 4. Sobreposição de cargas para a determinação do relaxamento de deformações provocadas pela furação: (a) tensões originais, (b) modificação do estado de tensão devido à furação, (c) estado de tensões final.

O carregamento da Figura 4 (b) corresponde à redistribuição das tensões provada pela execução do furo e as deformações que lhe estão associadas são as deformações relaxadas e que são medidas nos extensómetros. Também se verifica que a medição das deformações relaxadas está apenas dependente das tensões residuais originais na fronteira do furo. Uma análise dum carregamento do tipo representado em (b) usando elementos finitos dá-nos os deslocamentos superficiais relaxados, a partir dos quais se pode determinar a deformação média que ocorre na superfície do extensómetro recorrendo à integração numérica.

Como no método para a simulação do processo de furação com a respectiva libertação de tensões foram utilizadas funções “kill and birth elements”. Estas funções foram desenvolvidas para um conjunto aplicações específicas que envolvam extrair ou libertar material de forma

progressiva, um exemplo típico é o da simulação do efeito da escavação dum túnel no campo de tensões na estrutura, outro exemplo característico é o da modelação de operações de alívio de tensões (tratamentos térmicos, como é o caso do recozido) pela desactivação ou reactivação de elementos. Estando estas funções muito bem adaptadas à simulação do ensaio do método do furo para a medição de tensões residuais, podendo desactivar ou activar os elementos correspondentes ao material existente no local do furo, podendo desactivar os elementos com a espessura do incremento de furação.

O objectivo da função “kill element” do programa Ansys® não é o de remover os elementos, mas sim de desactivá-los através da multiplicação da sua matriz rigidez por um factor de redução. Esse factor corresponde, por defeito, a um valor de  $1.0E-6$ , embora seja possível utilizar outros valores.

Os elementos carregados correspondentes aos elementos desactivados têm um valor de zero no vector de carga, contudo continuam a aparecer na lista dos elementos carregados. A massa e a energia dos elementos desactivados não são incluídas nos somatórios do modelo. A deformação é, também, considerada nula logo que o elemento seja “morto”.

Da mesma forma, quando o elemento “nasce” (*born*), não são adicionados elementos ao modelo, sendo simplesmente reactivados. É necessário criarem-se todos os elementos, incluindo aqueles que irão “nascer” em fases posteriores da análise. Não é possível criarem-se novos elementos após a malhagem, durante ou após a introdução das condições de fronteira. Para “adicionar” um elemento, é necessário primeiro desactivá-lo e depois reactivá-lo num passo seguinte, considerando um determinado tipo de carregamento.

Quando um elemento é reactivado, a sua rigidez, massa e condições de carregamento voltam aos seus valores originais. Os elementos são reactivados sem a influência do historial das deformações anteriores. Esta potencialidade tem como principal vantagem o facto de se poder desactivar ou reactivar os elementos, podendo repetir-se o número de vezes necessárias sem ocorrer qualquer influência das simulações anteriores.

#### 4. VALIDAÇÃO DA SIMULAÇÃO

Para se proceder à validação da simulação do método do furo, utilizando a função “kill and birth elements” determinaram-se, numericamente, os coeficientes de calibração ( $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ ) numericamente e compararam-se os resultados obtidos com os alcançados experimentalmente e com os calculados analiticamente.

Para a determinação, experimentalmente, dos coeficientes  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ , utilizou-se um provete rectangular ( $200 \times 20 \text{ mm}^2$ ) com uma espessura fina (1.5 mm) submetido a um estado de tensão uniforme pré definido. Este provete foi ensaiado experimentalmente numa máquina de ensaios de tracção, antes e após furação, onde foi colado uma roseta de extensómetros para medição de tensões residuais (roseta de extensómetros do tipo A [6] com designação EA-06-062RE-120 fabricada pela Vishay) e o seu estado de tensão foi comparado a simulação numérica do ensaio. O provete, fabricado em aço ao carbono (CK45) foi, inicialmente, sujeito a um tratamento térmico de distensão para minimizar o efeito das tensões residuais existentes no material [1]. O tratamento térmico está representado na figura 5.

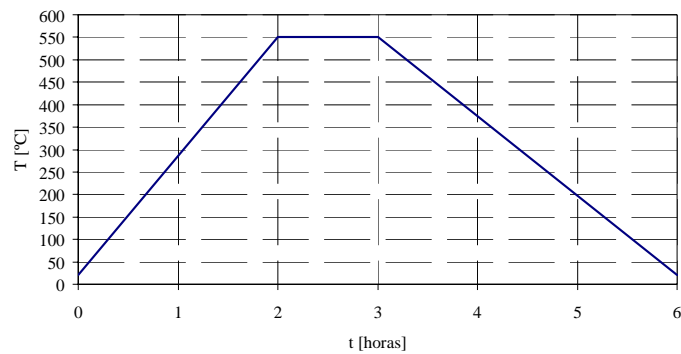


Figura 5. Recozido de distensão para a libertação de tensões residuais no provete.

Colou-se a roseta de extensómetros no centro do provete, tendo o cuidado de colocar o extensómetro 1 da roseta na direcção paralela ao eixo de tracção e o extensómetro 3 na direcção perpendicular a esse eixo.

O ensaio foi realizado segundo a norma ASTM E837-01. Segundo esta, a tensão aplicada no ensaio não deverá ser superior a um terço da tensão de cedência do material. Como se está a utilizar uma placa fina então realiza-se um furo passante.

Assim, para o caso em estudo a tensão de cedência do aço CK45 é de cerca de 350 MPa, no ensaio aplicou-se uma tensão de 100 MPa.

Após a análise e avaliação destes coeficientes procedeu-se ao ensaio em que se utilizou uma máquina de ensaios de tracção Instron 4485.

Os passos dados no procedimento da calibração foram, resumidamente, os seguintes:

1- Colocação do provete na máquina de tracção e fazer o zero do circuito da roseta de extensómetros.



Figura 6. Colocação do provete na máquina de ensaios e o zero do circuito da roseta de extensómetros.

2- Aplicação da carga, 3000 N, no provete até à obtenção da tensão de calibração desejada, 100 MPa.

3- Medição das deformações  $\varepsilon_1'$  e  $\varepsilon_3'$ , antes da furação.

|   |   |
|---|---|
| $\varepsilon_1'$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_3'$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| 411                                     | -118                                    |

Tabela 1. Deformação na direcção 1 e 3, antes da furação.

- 4- Descarregar o provete e retirá-lo da máquina de ensaios de tracção.
- 5- Introdução do furo no provete com diâmetro do furo de 1.8 mm, no centro da roseta de extensómetros. Recorre-se à maquinagem de alta velocidade (400000 rpm).
- 6- Recolocação do provete na máquina de ensaios de tracção, refazer o zero do circuito da roseta de extensómetros e reaplicar uma carga idêntica à anterior, 3000 N.
- 7- Medição das deformações  $\varepsilon_1''$  e  $\varepsilon_3''$ , depois da furação.

|  |  |
|--|--|
| $\varepsilon_1''$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_3''$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| 275                                      | -46                                      |

Tabela 2. Deformação na direcção 1 e 3, após a furação.

As deformações de calibração correspondentes à carga de 3000 N e tensão de 100 MPa são:

$$\varepsilon_{c1} = \varepsilon_1'' - \varepsilon_1' \qquad \varepsilon_{c3} = \varepsilon_3'' - \varepsilon_3'$$

Para este caso seria,

|   |   |
|---|---|
| $\varepsilon_{c1}$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_{c3}$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| -136                                      | 72  |

Tabela 3. Deformação de calibração na direcção 1 e 3.

Uma vez que a calibração é feita com as tensões principais diferentes de zero, podem desenvolver-se expressões para os valores calibrados  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

Sabendo que a deformação radial pode ser expressa pela equação:

$$\varepsilon_c = \sigma_c \left[ \bar{A} + \bar{B} \cos(2\alpha) \right] \quad (8)$$

Substituindo  $\alpha$  por  $0^\circ$  no extensómetro 1 e  $90^\circ$  no extensómetro 3, e desenvolvendo as duas equações tem-se:

$$\bar{A} = \frac{\varepsilon_{c1} + \varepsilon_{c3}}{2\sigma_c} \quad (9)$$

$$\bar{B} = \frac{\varepsilon_{c1} - \varepsilon_{c3}}{2\sigma_c} \quad (10)$$

A partir das equações anteriores, podem determinar-se os valores de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

| $\bar{A}$ | $\bar{B}$ |
|-----------|-----------|
| -3.20E-13 | -1.04E-12 |

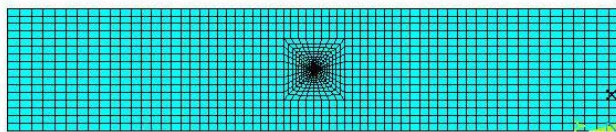
Tabela 4. Coeficientes de calibração obtidos experimentalmente.

Para a determinação analítica dos coeficientes de calibração recorreu-se às equações (6) e (7), tendo-se obtido os seguintes resultados:

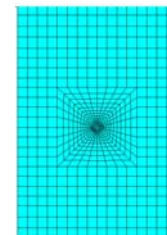
| $\bar{A}$ | $\bar{B}$ |
|-----------|-----------|
| -3.50E-13 | -8.34E-13 |

Tabela 4. Coeficientes de calibração obtidos analiticamente.

A simulação numérica para a obtenção dos coeficientes de calibração foi realizada recorrendo ao programa de elementos finitos ANSYS®. Foi criado um modelo com geometria e dimensões idênticos ao utilizado experimentalmente e gerada a respectiva malha, impondo-se uma tensão de tracção 100 MPa. Foram utilizadas nessa modelação as propriedades do aço ( $E=200$  GPa,  $\nu = 0,29$ ), gerada uma malha de 1386 elementos isoparamétricos quadráticos com 8 nós [11], este tipo de elemento é denominado como *PLANE82* [12]. A malha utilizada no modelo do provete está representada na Figura 7.



(a)



(b)

Figura 7. Malha do modelo criado para simular o provete de tracção: totalidade do provete (a), pormenor do centro do provete (b).

Na região central do provete foi criada uma secção circular cujos elementos podem ser desactivados recorrendo à função “kill” e posteriormente reactivados utilizando a função “birth”. Desta forma, é possível simular o ensaio antes e após a furação com apenas um provete. Para a determinação dos coeficientes de calibração recorreu-se ao mesmo procedimento utilizado na calibração experimental, a diferença está no facto de que as deformações obtidas numericamente são integradas ao longo da secção dos extensómetros.

Assim, os passos dados na determinação numérica dos coeficientes de calibração foram, resumidamente, os seguintes:

- 1- Depois da definição da geometria, malhagem e aplicação das condições de fronteira, em que foi aplicada uma tensão de tracção de 100 MPa, procedeu-se ao processamento dos dados.
- 2- Determinaram-se as deformações  $\varepsilon_1'$  e  $\varepsilon_3'$ , antes da furação.

|   |   |
|---|---|
| $\varepsilon_1'$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_3'$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| 714                                     | -207                                    |

Tabela 5. Deformação na direcção 1 e 3, antes da furação.

3- Simulou-se a furação do provete, utilizando a função “kill” para desactivar os elementos correspondentes ao furo central, com um diâmetro de 1.8 mm. Fez-se um novo processamento utilizando a mesma tensão de tracção.

4- Determinaram-se as deformações  $\varepsilon_1''$  e  $\varepsilon_3''$ , depois da furação.

|  |  |
|--|--|
| $\varepsilon_1''$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_3''$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| 581                                      | -145                                     |

Tabela 6. Deformação na direcção 1 e 3, após a furação.

As deformações de calibração correspondentes à tensão de 100 MPa são:

|   |   |
|---|---|
| $\varepsilon_{c1}$ [ $\mu\text{strain}$ ] | $\varepsilon_{c3}$ [ $\mu\text{strain}$ ] |
| -132                                      | 62  |

Tabela 7. Deformação de calibração na direcção 1 e 3.

A partir das equações (8) e (9) podem determinar-se os valores de  $\bar{A}$  e  $\bar{B}$ .

|           |           |
|-----------|-----------|
| $\bar{A}$ | $\bar{B}$ |
| -3.5E-13  | -9.7E-13  |

Tabela 8. Coeficientes de calibração obtidos numericamente.

O quadro seguinte indica os valores dos coeficientes de calibração obtidos com os três métodos:

| Analítico |           | Experimental |           | Numérico  |           |
|-----------|-----------|--------------|-----------|-----------|-----------|
| $\bar{A}$ | $\bar{B}$ | $\bar{A}$    | $\bar{B}$ | $\bar{A}$ | $\bar{B}$ |
| -3.50E-13 | -8.34E-13 | -3.20E-13    | -1.04E-12 | -3.50E-13 | -9.7E-13  |

Tabela 9. Comparação entre os diferentes valores de coeficientes de calibração obtidos por três métodos diferentes.

Fazendo uma análise das variações relativas dos valores dos coeficientes de calibração experimentais e numéricos com os analíticos.

| Experimental [%] |           | Numérico [%] |           |
|------------------|-----------|--------------|-----------|
| $\bar{A}$        | $\bar{B}$ | $\bar{A}$    | $\bar{B}$ |
| 8.6              | 25        | 0            | 16        |

Tabela 10. Variação relativa dos coeficientes de calibração obtidos experimental e numericamente.

De todas as técnicas de determinação dos coeficientes de calibração, a experimental, desde que bem executada, é a que dá origem a resultados mais precisos, tendo os inconvenientes de ser demasiado direccionada (só é válida para um determinado diâmetro de furo e geometria dum roseta de extensómetros) e morosa. A técnica analítica é bastante simples e prática de usar, contudo os resultados são menos precisos devido às simplificações e suposições que foram necessárias fazer para a obtenção das expressões utilizadas. A simulação numérica, recorrendo às funções “kill and birth” mostrou ser uma opção bastante válida, dado que os resultados obtidos estão bastante próximos dos experimentais e torna-se um método muito prático, podendo simular a furação desactivando elementos que podem ser novamente reactivados, permitindo a mudança das condições do carregamento, bem como do diâmetro do furo.

## 5. DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE CALIBRAÇÃO PARA O MÉTODO DO FURO INCREMENTAL

Para a determinação numérica dos coeficientes de calibração a utilizar no método do furo, no caso dum estado de tensões residuais não uniforme em profundidade, criou-se um modelo de elementos finitos tridimensional. Este modelo foi desenvolvido recorrendo a elementos sólidos, homogéneos e isotrópicos. Utilizou-se o programa de elementos finitos ANSYS®. Desenvolveu-se um modelo tridimensional, utilizando 6625 elementos sólidos, isoparamétricos de 8 nós com a designação de SOLID185, conforme está representado na Figura 8, [13].

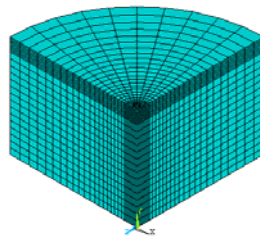


Figura 8. Malha de elementos finitos utilizada.

A simulação do furo cego incremental foi elaborada considerando que por cada incremento de furação os elementos pertencentes ao furo tinham módulo de elasticidade nulo. A grande vantagem das funções “kill and birth elements” para esta aplicação é a de permitir voltar sempre ao início ou a incrementos anteriores recorrendo à função “*birth elements*”, que restitui o valor do módulo de elasticidade definido inicialmente para o material. Os parâmetros utilizados nesta análise foram:

| $\sigma$ [MPa] | $E$ [MPa]         | $\nu$ | $r_0$ [mm] | $h$ [mm] |
|----------------|-------------------|-------|------------|----------|
| 100            | $7.0 \times 10^4$ | 0.3   | 1.0        | 0.1      |

Tabela 11. Propriedades mecânicas do material e parâmetros geométricos utilizados no método do furo.

Onde  $\sigma$  é tensão residual arbitrada,  $E$  é módulo de elasticidade do material,  $\nu$  é coeficiente de

Poisson do material,  $r_0$  é raio do furo e  $h$  é profundidade de cada etapa de furação.

Para o caso geral é necessário considerar dois tipos de campos de tensões residuais:

- Equibiaxiais:  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = 0$ , cuja tensão correspondente, num sistema de coordenadas cilíndricas, é:  $\sigma_{rr} = \sigma_{\theta\theta} = \sigma$ ,  $\tau_{r\theta} = 0$ . Ver Figura 9 (a).
- De corte puro:  $\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = 0$ , cuja tensão correspondente, num sistema de coordenadas cilíndricas, é:  $\sigma_{rr} = \sigma \cos 2\theta$ ,  $\sigma_{\theta\theta} = -\sigma \cos 2\theta$ ,  $\tau_{r\theta} = -\sigma \sin 2\theta$ , e é equivalente a uma distribuição harmónica de tensões normais  $\sigma_{rr} = -\sigma \cos 2\theta$  e a uma tensão de corte  $\tau_{r\theta} = \sigma \sin 2\theta$  que actuam sobre o bordo do furo. Ver Figura 9 (b).

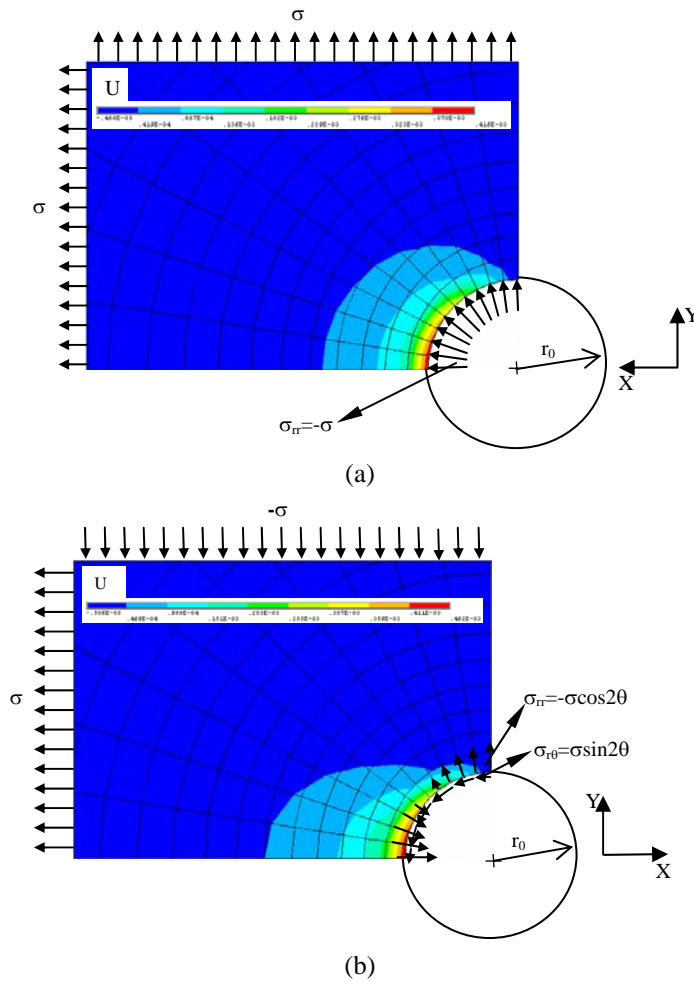


Figura 9. Modelo de elementos finitos tridimensionais para a determinação dos coeficientes de calibração: (a) tensões equibiaxiais -  $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = 0$ ; (b) tensões de corte puro -  $\sigma_{xx} = -\sigma_{yy} = \sigma$ ,  $\tau_{xy} = 0$ .

Relativamente às condições de fronteira, considera-se que nas faces laterais estão aplicadas as condições de simetria enquanto que a superior e inferior estão livres.

Na Figura 10 estão representados os campos de deslocamentos provocados pelos campos de tensões referidos, para o primeiro incremento.

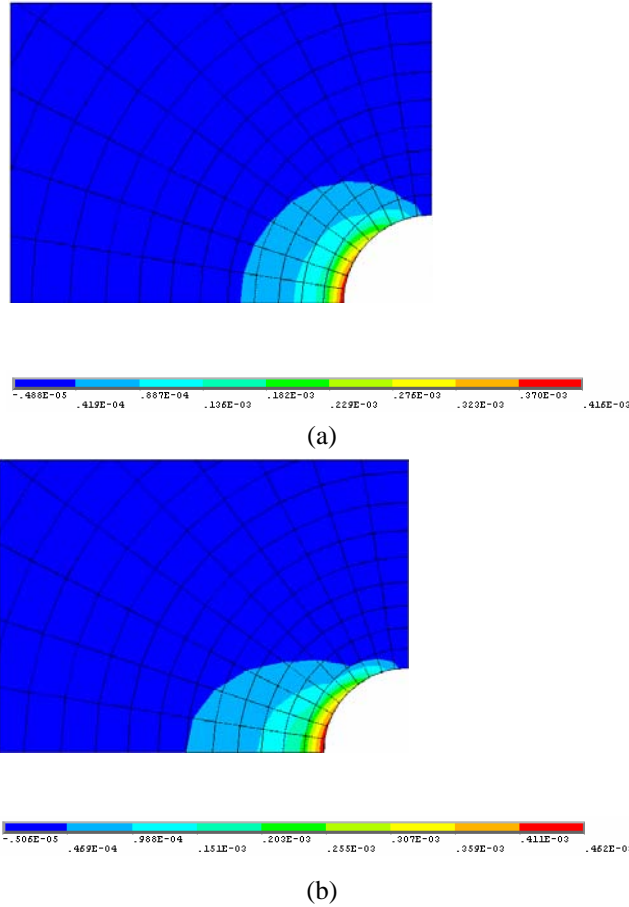


Figura 10. Campo de deslocamentos, segundo a direcção X, para o primeiro incremento: (a) provocado pela tensão equibiaxial, (b) provocado pela tensão de corte.

Na análise por elementos finitos para determinação dos coeficientes de calibração para a medição de tensões residuais não uniformes em profundidade, recorrendo ao método integral, utilizou-se a seguinte simbologia:  $A^{ij}$ ,  $B^{ij}$ ,  $C^{ij}$ ;  $F^{ij}$ ,  $G^{ij}$ . A partir destes valores podem determinar-se os coeficientes de calibração adimensionalizados:  $a^{ij}$ ,  $b^{ij}$ ,  $c^{ij}$ ,  $f^{ij}$ ,  $g^{ij}$ .

Os coeficientes  $A$  e  $B$  podem ser determinados pelas seguintes expressões:

$$A^{ij} \left( E, \nu, r_0, r, \frac{h}{d_0} \right) = \frac{u_r^{ij}(r, \theta)}{2\sigma} \quad (11)$$

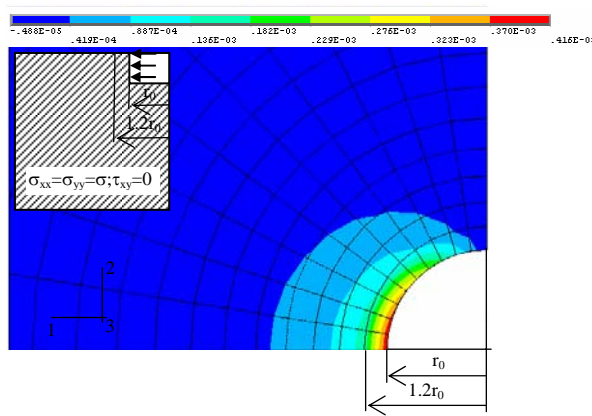
$$B^{ij} \left( E, \nu, r_0, r, \frac{h}{d_0} \right) = \frac{u_r^{ij}(r, \theta)}{2\sigma \cos 2\theta} \quad (12)$$

Os valores adimensionalizados são calculados pelas seguintes equações:

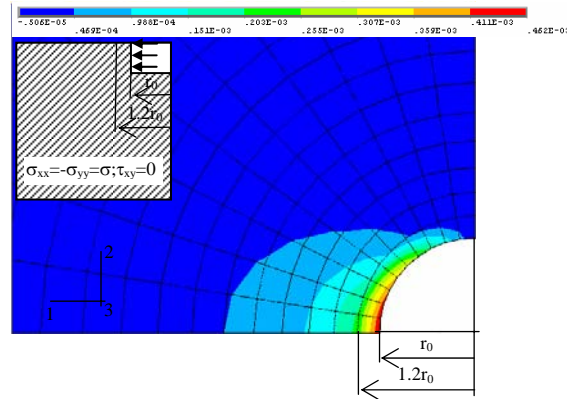
$$a^{ij} = \frac{EA^{ij}}{r_0(1+\nu)} \quad (13)$$

$$b^{ij} = \frac{EB^{ij}}{r_0} \quad (14)$$

São em seguida apresentados os valores dos coeficientes de calibração  $A$  e  $B$ , que foram determinados numericamente usando o modelo de elementos finitos já descrito. No exemplo apresentado, os coeficientes de calibração são determinados para um ponto que fica situado a uma distância  $1.2r_0$  do centro do furo e na direcção do eixo 1 das figuras seguintes [14].



(a)



(b)

Figura 11. Campo de deslocamentos  $u_x$ , quando é aplicada uma pressão uniforme sobre a primeira camada incremental: (a) provocado pela tensão equibiaxial, (b) provocado pela tensão de corte.

A partir do resultado obtido numericamente para os campos de deslocamentos segundo a direcção 1 podem determinar-se os coeficientes de calibração para o ponto pretendido.

| $A^{11}$              | $B^{11}$              | $a^{11}$ | $b^{11}$ |
|-----------------------|-----------------------|----------|----------|
| $0.98 \times 10^{-6}$ | $0.13 \times 10^{-5}$ | 0.053    | 0.090    |

Tabela 12. Coeficientes de calibração no incremento 1 e camada 1.

Nesta análise poderia ser feita para diferentes incrementos e camadas. Para um segundo incremento poderia fazer-se a determinação dos coeficientes para as camadas 1 e 2, como está indicado nas tabelas seguintes:

| $A^{21}$              | $B^{21}$              | $a^{21}$ | $b^{21}$ |
|-----------------------|-----------------------|----------|----------|
| $0.13 \times 10^{-5}$ | $0.17 \times 10^{-5}$ | 0.060    | 0.102    |

Tabela 13. Coeficientes de calibração no incremento 2 e camada 1.

| $A^{22}$              | $B^{22}$              | $a^{22}$ | $b^{22}$ |
|-----------------------|-----------------------|----------|----------|
| $0.88 \times 10^{-6}$ | $0.12 \times 10^{-5}$ | 0.041    | 0.072    |

Tabela 14. Coeficientes de calibração no incremento 2 e camada 2.

Como neste trabalho foram realizados oito incrementos, determinaram-se os coeficientes de calibração para cada um deles, como seria demasiado exaustivo representá-los todos, optou-se por indicar apenas os dois primeiros, pois os seguintes seguiriam a mesma filosofia descrita anteriormente.

É importante notar que  $A^{21} > A^{11}$ ,  $B^{21} > B^{11}$  e que  $A^{21} > A^{22}$ ,  $B^{21} > B^{22}$ , onde o primeiro e o segundo expoente referem, respectivamente, a etapa incremental e o número da camada sobre a qual é aplicada a pressão. Esta análise indica claramente que as tensões residuais não uniformes deverão ser determinadas por um método incremental. Uma conclusão similar foi tirada por Schager [15].

O modelo desenvolvido também permite a determinação dos parâmetros de calibração para a aplicação da técnica do furo a casos de tensões residuais uniformes em profundidade, neste caso consideram-se os valores dos parâmetros de calibração  $A$  e  $B$ , para cada incremento, isto é, os correspondentes aos valores de  $A^j$  e  $B^j$ , em que  $i = j$ , isto é  $A^{11}$ ,  $A^{22}$ , ... e  $B^{11}$ ,  $B^{22}$ , ... Para a determinação dos valores dos coeficientes de calibração médios utilizados na extensometria seria necessário integrar o campo de deslocamentos ao longo da área do extensómetro.

## 6. MEDIÇÃO E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE TENSÕES RESIDUAIS NÃO UNIFORMES AO LONGO DA ESPESSURA

Em muitas situações de engenharia as peças ou estruturas podem ter uma variação mais ou menos brusca de tensões residuais ao longo da sua espessura. Em determinadas aplicações essa variação de tensões é criada propositadamente para melhorar o desempenho das peças, é o caso, por exemplo, do processo de granalhagem utilizado para aumentar a vida à fadiga de certos componentes. Neste caso criam-se tensões residuais de compressão na superfície das peças. Essas tensões residuais variam dum valor muito elevada à superfície até a um valor

praticamente nulo a uma profundidade de cerca de 1 mm.

Neste trabalho foi possível medir a variação de tensões residuais não uniformes em profundidade recorrendo-se ao método do furo incremental com Moiré interferométrico. Para o efeito foi utilizado um provete granalhado. Este provete foi ensaiado na Universidade de Coimbra, utilizando a técnica do furo incremental (método integral) e a difracção de raios X para a medição tensões residuais. Na FEUP fez-se a simulação numérica do relaxamento de tensões e utilizou-se uma técnica óptica, Moiré interferométrico, para medir as tensões residuais.

Trata-se um provete granalhado dum aço AISI 4337 com as seguintes propriedades mecânicas e composição química [16]:

| Material  | $\sigma_c$<br>(0.2%)<br>[MPa] | $\sigma_{max}$<br>[MPa] | Dureza<br>HV | Composição química [% peso] |      |      |     |      |     |   |
|-----------|-------------------------------|-------------------------|--------------|-----------------------------|------|------|-----|------|-----|---|
|           |                               |                         |              | C                           | Si   | Mn   | Cr  | Mo   | Ni  | V |
| AISI 4337 | 920                           | 1000                    | 340          | 0.34                        | <0.4 | 0.65 | 1.5 | 0.22 | 1.5 | - |

Tabela 15. Propriedades mecânicas e composição química do aço AISI 4337.

No estudo feito por Nobre [16] conclui-se que para o aço AISI 4337 o efeito de plastificação em torno do furo é muito baixo, o que significa que a técnica do furo pode ser utilizada na medição de tensões residuais, pois o erro devido à plastificação do material é muito baixo.

Para a determinação de tensões residuais não uniformes ao longo da espessura, o furo deve ser feito de modo incremental. A tensão em cada camada do incremento é considerada uniforme. O conceito é o mesmo quer no método integral utilizado na técnica do furo com extensometria quer com Moiré interferométrico.

Os resultados obtidos a partir das medições feitas com a técnica de Moiré interferométrico associado ao método do furo incremental foram comparados com os obtidos na Universidade de Coimbra e apresentados por Nobre [16], bem como os calculados pela simulação numérica elaborada no âmbito deste trabalho.

Na Figura 12 pode ver-se a representação gráfica das tensões residuais medidas com três técnicas diferentes: método do furo incremental com extensometria (MFI – método integral) e a técnica de difracção de raios X (DRX) que foram realizados na Universidade de Coimbra por Nobre [13]. O método do furo incremental com Moiré interferométrico (Moiré) foi realizado no âmbito deste trabalho. Neste caso, foi também utilizado o método integral. No mesmo gráfico estão, também, apresentados os resultados obtidos recorrendo a uma simulação numérica com elementos finitos (MEF) desenvolvida no decurso do presente trabalho e baseada na filosofia anteriormente descrita recorrendo as funções “kill and birth elements” para simular o incremento da furação.

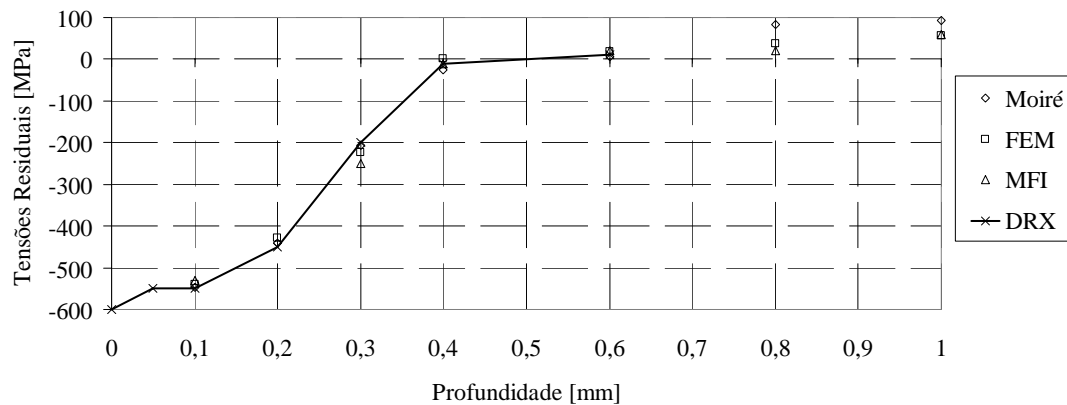


Figura 12. Distribuição das tensões residuais dum provete granalhado construído em aço AISI 4337. Comparação entre os resultados obtidos com: Moiré interferométrico, MEF, MFI e DRX [2].

Da análise da Figura 12 pode verificar-se que os resultados obtidos utilizando a técnica de Moiré interferométrico com o furo incremental estão razoavelmente próximos dos resultados obtidos por Nobre [15], quer recorrendo ao método do furo com extensometria (MFI), quer com a DRX. Na simulação numérica verificou-se uma boa proximidade de resultados com os obtidos com as técnicas experimentais. As maiores diferenças ocorreram para profundidades mais elevadas do furo incremental, em que a influência da granalhagem já não se manifesta. Esta diferença poderá dever-se à diferente sensibilidade das técnicas utilizadas.

## 12. CONCLUSÕES

Como principais conclusões que se podem tirar deste trabalho são as seguintes:

- A função “kill and birth elements” é uma ferramenta válida para a simulação do relaxamento de tensões utilizando o método do furo, mesmo para o caso mais complexo que é o das tensões não uniformes em profundidade. Neste caso recorreu-se ao método integral, onde os resultados obtidos estão próximos dos obtidos experimentalmente.
- Os resultados obtidos numericamente na determinação dos coeficientes de calibração para uma placa fina estão próximos dos alcançados experimental e analiticamente.
- Esta função permitiu desenvolver um método numérico poderoso para a determinação, com elevada precisão, dos coeficientes de calibração. Sendo um método bastante mais económico e abrangente do que as técnicas experimentais, para além disso, permite a determinação de coeficientes de calibração para alguns tipos de métodos do furo incremental, como é o caso do método integral ou da série de potências, que não é possível obter experimental ou analiticamente.

## REFERÊNCIAS

- [1] M. R. James, and J. Lu, “Handbook of Measurement of Residual Stresses”, *Edit. Jian Lu, The Fairmont Press, Inc. United States, (1996).*

- [2] J. E. Ribeiro, “Caracterização Experimental e Numérica de Campos de Tensões Residuais Provocadas por Processos de Fabrico, *Tese de Doutoramento*, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, (2006).
- [3] Y. J. Min, M. Hong, Z. Xi, J. Lu, “Determination of residual stress by use of phase shifting moiré interferometry and hole-drilling method”, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 44, pp. 68-79, (2006).
- [4] A. Niku-Lari, J. Lu, and J. F. Flavenot, “Measurement of Residual Stress Distribution by the Incremental Hole-Drilling Method”, *Experimental Mechanics*, 26, (6), pp. 175-185 (1985).
- [5] N. J. Rendler and I. Vigness, “Hole-Drilling Strain-Gage Method of Measuring Residual Stresses”, *Experimental Mechanics*, 6, (12), pp. 577-586, (1966).
- [6] ASTM, “Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gage Method”, *ASTM Standard E387-01*, American Society for Testing and Materials, (2001).
- [7] G. S. Schajer, “Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements”, *J. Eng. Mater. Tech.*, 4, vol. 103, pg. 157-163, (1981).
- [8] J. Mathar, “Determination of Initial Stresses by Measuring the Deformation around Drilled Holes”, *Trans. ASME*, 56, pg. 249-254, (1934).
- [9] G. Kirsch, “Theory of Elasticity and Application in Strength of Materials”, *Zeitschrift Vevein Deutscher Ingenieure*, 42, No. 29, pg. 797-807, (1898).
- [10] Anon, “Measurement of Residual Stresses by the Blind-Hole-Drilling Method”, *Technical Data Bulletin T-403*, Photoelastic Inc., Malvern, Pa.
- [11] Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L., “The finite element method”, *McGraw Hill*, Vol. I, 1989.
- [12] “ANSYS – Theory Reference”, Release 5.6, *Edited by Peter Kohnke*, 1999.
- [13] Ribeiro, J., Vaz, M., Piloto, P. e Monteiro, J., “Técnicas de Medição de Tensões Residuais”, *VI Encontro Nacional da Associação Portuguesa de Análise Experimental de Tensões (APAET)*, nos Proc., Ponta Delgada, 2005.
- [14] Ribeiro, J., Monteiro, J., Vaz, M., Piloto, P., Lopes, H., “Measuring Residual Stresses Using Optical Techniques”, *7<sup>th</sup> European Conference on Residual Stresses*, Berlin, 13-15 October, 2006.
- [15] Schager, G. S., “Application of Finite Element Calculations to Residual Stress Measurements”, *J. Eng. Mater. Tech.*, 103, 4, 1981, pg. 157-163.
- [16] Nobre, João P., “Sobre o Comportamento Mecânico de Camadas Superficiais dos Materiais: - Estudo do Contacto no Impacto Elasto-Plástico; Determinação do Estado de Tensões Residuais pela Técnica do Furo Incremental”, *Tese de Doutoramento*, Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra, Coimbra, 2000.