CARACTERIZAÇÃO DA FUNÇÃO DE PENALIDADE EXPONENCIAL NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO SEMI-INFINITA

Doutoranda: Ana I. P. N. Pereira, Instituto Politécnico de Bragança

Orientadora: Edite M. G. P. Fernandes, Universidade do Minho

O problema de programação semi-infinita (PSI) não linear pode ser matematicamente formulado da seguinte forma

$$\min_{x\in R^n} f(x) \text{ sujeito a } \begin{cases} g_i(x,t) \le 0, & \text{para } \forall t \in T, \text{ com } i \in D \\ h_i(x) = 0, & \text{com } i \in I \end{cases}$$

onde as funções f, g_i para $i \in D$, e h_i para $i \in I$, são não lineares nas variáveis e contínuas em relação à variável x, o conjunto T é compacto e os conjuntos D e I têm cardinalidade finita.

A classe dos métodos de redução é baseada na ideia de que, sob certas condições, é possível substituir as infinitas restrições $\left(g_i(x,t) \le 0,\ \forall t \in T\right)$ por um conjunto finito de restrições, que localmente são suficientes para definir a região admissível do problema PSI [3]. O método de redução consiste em duas fases. Primeiro, é necessário determinar todos os maximizantes locais das funções de restrição,

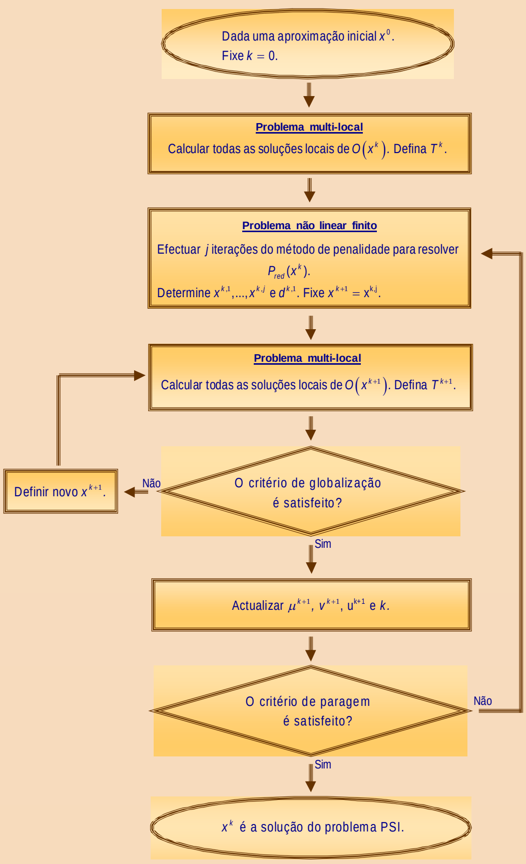
$$O(x^k): \max_{t\in T} g_i(x^k,t) \equiv g_i(t),$$

para uma dada aproximação x^k. Para determinar todas as soluções locais, escolhemos uma variante [5] do método *simulated annealing* [1] combinado com a técnica *stretching* [2]. Seja T^k o conjunto óptimo que contém todas as soluções locais. Na segunda fase, é necessário resolver o problema finito com restrições

$$P_{red}(x^k): \min_{x\in R^n} f(x) \text{ sujeito a } \begin{cases} g_{l(i)}\left(x,t^{l(i)}(x)\right) \le 0, & \text{com } l(i) \in L^k(i) \text{ e } i \in D \\ h_i(x) = 0, & \text{com } i \in I \end{cases}$$

Este problema é resolvido usando o método de penalidade combinado com a função exponencial.

MÉTODO DE REDUÇÃO



PROBLEMA NÃO LINEAR FINITO

Para a resolução do problema finito, considera-se o método de penalidade baseado na função exponencial [4] dada por

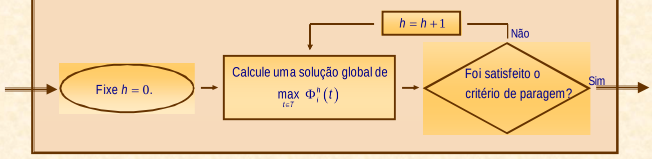
$$E(x,v^k,T^k) = f(x) + \frac{1}{\mu^k}\left[\sum_{i=1}^{|D|}\sum_{j=1}^{L^k(i)} v^{k,j}\left(e^{\mu^k g_i(x,t^j(x))} - 1\right) + \sum_{i=1}^{|I|} u^{k,i}\left(e^{\mu^k h_i(x)} - 1\right) + \sum_{i=1}^{|I|} u^{k,|I|+i}\left(e^{-\mu^k h_i(x)} - 1\right)\right]$$

PROBLEMA MULTI-LOCAL

Para a resolução do problema $O(x^k)$, considere a função Φ_i^h dada por

$$\Phi_i^h(t) = \begin{cases} g_i^h(t), & \text{se } h = 0 \text{ ou } t \notin V_\varepsilon(t^i), \text{ para todo } t^i \in T^{i,k} \\ w_i^h(t), & \text{se } h > 0 \text{ e } t \in V_\varepsilon(t^i), \text{ para todo } t^i \in T^{i,k} \end{cases}$$

sendo w_i a função *stretched* – transformada de g_i . O problema de maximização é resolvido através do uso de uma variante do *simulated annealing* [6,7] .



RESULTADOS NUMÉRICOS PRELIMINARES

Problemas	n	m	k_{MR}	k_{ML}	k_{MP}	$\bar{k}_{MR}$	$\bar{k}_{ML}$
Problem 2	2	1	1	4	7	8	10
Problem 3	3	1	2	4	6	11	23
Problem 7	3	2	4	4	8	9	14

Estes resultados numéricos foram obtidos com os problemas 2, 3 e 7 de [3]. k_{MR}, k_{ML} e k_{MP} representam o número de iterações necessárias, respectivamente, pelo método de redução, problema multi-local e método de penalidade do algoritmo apresentado. $\bar{k}_{MR}$ e $\bar{k}_{ML}$ representam o número de iterações registadas em [3].

TRABALHO FUTURO

Efectuar um estudo computacional mais aprofundado com o método de redução proposto. Para tal, pretende-se efectuar a ligação do AMPL ao *solver*, e usar os problemas teste da programação semi-infinita codificados em AMPL. Pretende-se, também, desenvolver algumas propriedades de convergência deste novo algoritmo.

REFERENCES

[1] L. Ingber, *Adaptive simulated annealing (ASA): Lessons learned*, Control and Cybernetics **25** (1996), no.1, 33-54.

[2] K. Parsopoulos, V. Plagianakos, G. Magoulas, M. Vrahatis, *Objective function "stretching" to alleviate convergence to local minima,* Nonlinear Analysis **47** (2001) 3419-3424.

[3] C. Price, *Non-linear Semi-infinite programming*, PhD thesis, University of Canterbury, New Zealand, August 1992.

[4] A. Pereira e E. Fernandes, *Um algoritmo de redução local baseado numa técnica de penalidade para programação semi-infinita*, Anais do XXXV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, ISSN 1518-1731, pp. 2078-2088, UFRN, Brasil, 2003.

[5] A. Pereira e E. Fernandes, *A study of simulated annealing variants*, Proceedings of XXVIII Congreso de Estadística e Investigación Operativa (16 páginas), Cádiz, 2004 (CDROM in press). .

[6] A. Pereira e E. Fernandes, *A new algorithm to identify all global maximizers based on simulated annealing*, Proceedings do 6th. World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (10 páginas), Brasil, 2005 (CDROM in press).

[7] A.Vaz, A. Pereira e E. Fernandes, *Particle swarm and simulated annealing for multi-global optimization*. WSEAS Transactions on Information Science and Applications, Issue 5, vol. 2, 2005, pp. 534-539.