

## **ANÁLISE E CÁLCULO DE ESFORÇOS NAS LIGAÇÕES COM CHAPAS METÁLICAS EM ESTRUTURAS DE TRELIÇAS DE MADEIRA**

**Nadine Marteloza Pinto**

*Dissertação apresentada à Escola Superior de Tecnologia e de Gestão de Bragança para  
obtenção do Grau de Mestre em Engenharia da Construção*

Orientada por

**Prof. Dr. António Miguel Verdelho Paula (IPB)**

**Prof. Dr. Manuel Teixeira Braz César (IPB)**

**Prof. Dr. Jeferson Rafael Bueno (UTFPR)**

**Bragança  
2019**

Esta página foi deixada intencionalmente em branco.

## RESUMO

---

O cálculo de ligações em estruturas de madeira é a parte mais complexa em um projecto, sendo necessário conhecer em profundidade o comportamento dos materiais que constituem a estrutura e as teorias de cálculo para realizar as devidas verificações.

Dessa forma, este trabalho apresenta uma metodologia de análise, cálculo e verificação para facilitar o cálculo das ligações em estruturas de madeira conectadas por chapas metálicas dentadas em uma treliça, devido à problemática na transferência dos esforços do centro geométrico para as linhas de rotura quando estas linhas não são simétricas em relação ao nó.

Assim, este trabalho tem como objetivo verificar a veracidade do método de uma linha fictícia criada para simplificar os cálculos de transferência dos esforços para as linhas de rotura e posteriormente realizar as verificações através do Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004 e assim conseguir aplicar este método a casos mais complexos de ligações.

Para análise inicial foi realizado o dimensionamento e verificação da chapa em um nó de cumeeira de uma treliça de madeira, segundo o Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004. Posteriormente foi apresentado o método da linha fictícia, definida a partir das linhas de rotura da ligação, para estimar os esforços de cálculo. Após a apresentação deste método, realizou-se também a análise da distribuição dos esforços da ligação para as linhas de rotura através do *software* Midas.

Após esta análise, o modelo de cálculo apresentado foi aplicado a uma treliça de cobertura de madeira, no qual os resultados obtidos das distribuições dos esforços ao longo da linha de rotura da ligação através do método da linha fictícia foram comparados com os valores calculados através do *software* e com método em que o cálculo com solução analítica é possível. A verificação foi realizada através do CSI (*Combined Stress Index*), que é a soma das tensões axiais e de flexão divididas por suas respectivas tensões permitidas para um membro de treliça. Este índice, representa a eficiência estrutural do membro, para assim, concluir-se a veracidade do método.

## ABSTRACT

---

The design of connections wood truss joints is the most complex part in a project being necessary to know deeping the behavior of materials that constitute the structure and the design theories to realize the appropriate verifieds.

This way this paper presents an analysis calculation and verification methodology to facility the design joints connections of metal-plate-connected wood truss assemblies due to the problematic in a transfer of efforts the geometric center to the line break when that lines are not symmetrical relative the node.

Thus the objective of this paper is verify the veracity of ficticy line method created to simplify the efforts transfer calculation to the line break and posteriorly make the verifications through Eurocode 5 EN 1995-1-1:2004 and therefore can apply this method to more complex cases of joints.

For initial analysis was realize the metal plate sizing and verification in a wood truss peak node according the Eurocode 5 EN 1995-1-1:2004. Posteriorly was presented the ficticy line method defined from joint break lines to estimate efforts calculate. Subsequently the presentation of this method the analysis of joints efforts distribution for break lines trough *software* Midas.

Subsequently this analysis the calculate model presented was applied to a wood truss roof in which the results obtained of efforts distribution along the joint break line through ficticy line method was compareted with the values calculated through the software and with analitic solution is possible. The verification was realized through CSI (Combined Stress Index) the CSI is the sum of the axial stress and bending stress divide by their respective stress permitted for a truss member. This factor represents the member structural efficient to conclude the method veracity.

# ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Enquadramento teórico.....	1
1.2. Objectivo .....	1
1.3. Estrutura da tese.....	2
2. O CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA .....	3
2.1. Material madeira.....	3
2.1.1. Propriedades físicas da madeira.....	3
2.1.2. Propriedades mecânicas da madeira .....	4
2.2. Sistema estrutural: Treliça de cobertura .....	5
2.3. Ligações em estruturas de madeira.....	7
2.4. Ligações com chapas metálicas dentadas em estruturas treliçadas .....	7
3. BASES DE CÁLCULO SEGUNDO ASPECTOS NORMATIVOS .....	11
3.1. Dimensionamento e verificação segundo o Eurocódigo .....	11
3.1.1. Verificação de chapas metálicas dentadas .....	13
3.2. Norma Francesa DTU 31.3.....	19
3.2.1. Modelagem .....	19
3.2.2. Regras de construção .....	21
3.3. Norma Alemã DIN 1052:2008-12.....	22
4. MÉTODOS UTILIZADOS PARA A OBTENÇÃO DOS ESFORÇOS NAS LINHAS DE ROTURA .....	24
4.1. Detalhamento do nó de cumeeira .....	24
4.2. Método 1.....	25
4.2.1. Ancoragem da chapa na zona S2 .....	26
4.2.2. Ancoragem da chapa na zona S1 .....	27
4.2.3. Verificação da ancoragem da placa na zona S2.....	27
4.2.4. Verificação da ancoragem da placa na zona S1 .....	30
4.2.5. Cálculo da capacidade resistente da chapa .....	31
4.3. Método 2.....	35
4.3.1. Linha fictícia para a área S2 .....	35
4.3.2. Linha fictícia para a área S1 .....	39
4.4. Método 3.....	42
5. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA EM UMA TRELIÇA DE COBERTURA .....	50

5.1.	Descrição da estrutura .....	50
5.2.	Acções .....	53
5.2.1.	Carga permanente .....	53
5.2.2.	Acções variáveis .....	53
5.2.3.	Combinação das acções .....	59
5.3.	Esforços no centro geométrico de ancoragem.....	59
6.	RESULTADOS .....	62
6.1.	Nó de conexão 1 .....	62
6.1.1.	Área de ancoragem 3 para o nó 1.....	62
6.1.2.	Área de ancoragem 4 para o nó 1.....	63
6.1.3.	Área de ancoragem 6 para o nó 1.....	64
6.1.4.	Área de ancoragem 7 para o nó 1.....	65
6.2.	Nó de conexão 2 .....	66
6.2.1.	Área de ancoragem 3 para o nó 2.....	66
6.2.2.	Área de ancoragem 1 para o nó 2.....	68
6.3.	Nó de conexão 6 .....	70
6.3.1.	Área de ancoragem 5 para o nó 6.....	70
6.3.2.	Área de ancoragem 6 para o nó 6.....	72
6.3.3.	Área de ancoragem 1 para o nó 6.....	74
6.4.	Considerações finais .....	76
7.	CONCLUSÕES .....	77
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	78

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

Figura 1 - Passos para o cálculo de estruturas de madeira. Adaptado de Negrão; Faria (2009) .....	3
Figura 2 - Componentes básicos de uma treliça de cobertura. Adaptado de: Alpha Steel (2018) .....	6
Figura 3 - Chapa metálica com dentes estampados .....	8
Figura 4 - Extremidade de uma barra com os esforços actuantes na chapa. ....	13
Figura 5 - Esforços actuantes na chapa .....	15
Figura 6 - Redução da área efectiva. Adaptado de: Negrão e Faria (2009a).....	16
Figura 7 - Altura máxima da área efectiva. Adaptado de: Negrão e Faria (2009a).....	16
Figura 8 - Binário correspondente à $M_{Ed}$ . Adaptado de: Negrão; Faria (2009a).....	18
Figura 9 – (a) Modelagem da excentricidade entre o centro de ancoragem e o eixo do elemento; (b) Modelagem da rigidez de ancoragem. Adaptado de: NF DTU 31.3:2012/19	
Figura 10 - Representação da área efectiva em um nó. ....	20
Figura 11 - Apoio em contacto com a linha e o caibro.....	20
Figura 12 - Apoio a direita do centro de gravidade .....	21
Figura 13 - Apoio no limite da área de eficiência do apoio .....	21
Figura 14 - Altura mínima de sobreposição da chapa metálica em um elemento de altura h .....	22
Figura 15 - Juntas de continuação para um par de conectores. ....	22
Figura 16 - Geometria da ligação e dimensões da chapa metálica em mm.....	24
Figura 17 - Áreas efectivas e centro de ancoragem.....	24
Figura 18 - Linhas de rotura a verificar na ligação.....	25
Figura 19 - Esforços internos nos centros de gravidade de cada área. (a) Forças paralelas e perpendiculares a linha de eixo da barra. (b) Forças nas direções vertical e horizontal.....	28
Figura 20 - Redução dos esforços nos centros geométricos de ancoragem.....	28
Figura 21 - Reações nas linhas de rotura 1-2 e 1-3 .....	31
Figura 22 - Ângulos $\alpha$ e $\gamma$ na linha 1-2 .....	32
Figura 23 - Esforços nas linhas de rotura .....	33
Figura 24 - Ângulos $\alpha$ e $\gamma$ na linha 2-3 .....	34
Figura 25 - Esforços no centro de gravidade da área de ancoragem e dimensões da linha composta.....	36
Figura 26 - Dimensões do centro de cada linha em relação à origem (valores em mm).37	
Figura 27 – Centro geométrico da linha composta e a linha fictícia .....	38
Figura 28 – Dimensões da linha fictícia (esquerda); Esforços no centro da linha fictícia (direita) .....	38
Figura 29 - Distribuição dos esforços ao longo da linha fictícia.....	39
Figura 30 - Reações nas linhas 1-2 e 2-3.....	39
Figura 31 - Esforços no centro de gravidade da área de ancoragem .....	40
Figura 32 - Dimensões do centro de cada linha em relação à origem.....	40
Figura 33 - Centro geométrico da linha composta e centro da linha fictícia.....	41

Figura 34 - Esforços no centro da linha fictícia.....	41
Figura 35 - Distribuição dos esforços ao longo da linha fictícia.....	41
Figura 36 - Reações nas linhas 1-2 e 1-3.....	42
Figura 37 - Nós em elemento de barra (azul); Apoios rígidos (verde).....	42
Figura 38 - Ligação elástica entre os nós .....	43
Figura 39 - Sistema de coordenadas de um elemento que conecta dois nós. ....	43
Figura 40 - Nó mestre conectados aos demais nós através de uma ligação rígida .....	43
Figura 41 - Esforços no centro geométrico das Linhas 1-2 e 2-3.....	44
Figura 42 – Forças verticais e horizontais em N/mm.....	44
Figura 43 - Forças perpendiculares ao longo da linha.....	45
Figura 44 - Forças paralelas a linha.....	45
Figura 45 - (a) Força horizontal e vertical decompostas da força perpendicular à linha. (b) Força horizontal e vertical decompostas da força paralela a linha. (c) Soma das forças horizontais e verticais de (a) e (b) .....	45
Figura 46 - Momento no centro da linha obtido a partir de $f_{n4}$ e $f_{n5}$ .....	46
Figura 47 - Forças perpendiculares e paralelas a linha 1-2 em N/mm .....	46
Figura 48 – Tensões resultantes na linha 1-2 em N/mm .....	46
Figura 49 – Esforços no centro da linha 1-2 através do Midas .....	47
Figura 50 - Tensões resultantes na linha 2-3 em N/mm.....	47
Figura 51 – Esforços no centro da linha 2-3 através do Midas .....	48
Figura 52 - Força vertical no centro geométrico das linhas 1-2 e 1-3.....	48
Figura 53 – Forças verticais resultantes do programa Midas em N/mm.....	48
Figura 54 - Reações nas linhas de rotura 1-2 e 1-3 .....	49
Figura 55 – Treliça de cobertura.....	50
Figura 56 - Modelagem dos nós 2, 6 e 1 no <i>software</i> Robot.....	50
Figura 57 - Carregamento permanente aplicado a estrutura (N/mm).....	53
Figura 58 - Acção variável de neve (normal) (N/mm) .....	54
Figura 59 - Acção variável acúmulo de neve a esquerda (N/mm) .....	54
Figura 60 - Acção variável acúmulo de neve a direita (N/mm) .....	55
Figura 61 - Acção variável de vento a esquerda (N/mm).....	56
Figura 62 - Acção variável de vento a direita (N/mm).....	56
Figura 63 - Acção variável de vento perpendicular (N/mm).....	56
Figura 64 - Acção do vento (pressão interna +) (N/mm) .....	56
Figura 65 - Acção do vento (pressão interna -) (N/mm) .....	57
Figura 66 - Carga de manutenção a esquerda (1) (N) .....	57
Figura 67 - Carga de manutenção a esquerda (2) (N) .....	57
Figura 68 - Carga de manutenção a direita (1) (N).....	58
Figura 69 - Carga de manutenção a direita (2) (N).....	58
Figura 70 - Carga de manutenção ao centro (N) .....	58
Figura 71 - Acção accidental de neve (N/mm).....	59
Figura 72 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 1 .....	60
Figura 73 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 2 .....	61
Figura 74 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 6 .....	61
Figura 75 - Linhas de rotura 3-6 e 3-4 para a área de ancoragem 3 no nó 1 .....	62

Figura 76 - Linhas de rotura 3-4 e 4-7 para a área de ancoragem 4 no nó 1 .....	63
Figura 77 - Linhas de rotura 3-6 e 6-7 para a área de ancoragem 6 no nó 1 .....	64
Figura 78 - Linhas de rotura 4-7 e 6-7 para a área de ancoragem 7 no nó 1 .....	65
Figura 79 - Linhas de rotura 3-1 e 3-9 para a área de ancoragem 3 no nó 2 .....	66
Figura 80 - Linhas de rotura 3-1 e 9-1 para a área de ancoragem 1 no nó 2 .....	68
Figura 81 - Linhas de rotura 5-1 e 5-9 para a área de ancoragem 5 no nó 6 .....	71
Figura 82 - Linhas de rotura 5-1 e 5-9 para a área de ancoragem 5 no nó 6 .....	73
Figura 83 - Linhas de rotura 5-1 e 6-1 para a área de ancoragem 1 no nó 6 .....	74

## ÍNDICE DE TABELAS

---

Tabela 1 - Propriedades da chapa metálica estampada. Adaptado de: MiTek Industries Ltd. (2009).....	10
Tabela 2 – Classes de duração das cargas e exemplos. Adaptado de: EN 1995-1-1:2004.....	11
Tabela 3 - Valores de $k_{mod}$ . Adaptado de: EN 1995-1-1:2004.....	12
Tabela 5 - Características da chapa .....	25
Tabela 6 - Características geométricas e mecânicas da chapa na zona S1 .....	27
Tabela 7 - Parâmetros de verificação .....	27
Tabela 8 - Esforços de cálculo atuantes nas linhas 1-2 e 2-3 .....	48
Tabela 9 - Esforços resistentes de cálculo para as linhas 1-2 e 2-3.....	48
Tabela 10 - Verificação da capacidade resistente da junta nas linhas 1-2 e 2-3.....	48
Tabela 11 - Esforços de cálculo atuantes nas linhas 1-2 e 1-3 .....	49
Tabela 12 - Esforços resistentes de cálculo para as linhas 1-2 e 1-3.....	49
Tabela 13 - Verificação da capacidade resistente da junta nas linhas 1-2 e 1-3.....	49
Tabela 16 - Dimensões das barras da treliça .....	51
Tabela 17 - Dados para o projecto de treliça .....	51
Tabela 18 - Propriedades mecânicas da madeira (EN 338:2009).....	52
Tabela 19 - Propriedades da chapa metálica dentada .....	52
Tabela 20 - Cargas permanentes.....	53
Tabela 21 - Parâmetros para cálculo da acção Neve .....	54
Tabela 22 - Parâmetros para cálculo da acção Vento.....	55
Tabela 23 - Combinações ELU .....	59
Tabela 24 - Características do nó 1 .....	60
Tabela 25 - Características do nó 2 .....	61
Tabela 26 - Características do nó 6 .....	61
Tabela 27 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-6 na área de ancoragem 3.62	
Tabela 28 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-4 na área de ancoragem 3.63	
Tabela 29 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 4-7 na área de ancoragem 4.63	
Tabela 30 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-4 na área de ancoragem 4.64	
Tabela 31 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-6 na área de ancoragem 6.64	
Tabela 32 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-7 na área de ancoragem 6.65	
Tabela 33 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 4-7 na área de ancoragem 7.65	
Tabela 34 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-7 na área de ancoragem 7.66	
Tabela 35 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-1 na área de ancoragem 3.67	
Tabela 36 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-9 na área de ancoragem 3.67	
Tabela 37 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-1 na área de ancoragem 1.69	
Tabela 38 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 9-1 na área de ancoragem 1.69	
Tabela 39 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-1 na área de ancoragem 5.71	
Tabela 40 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-6 na área de ancoragem 5.72	
Tabela 41 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-1 na área de ancoragem 6.73	
Tabela 42 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-6 na área de ancoragem 6.74	

Tabela 43 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-1 na área de ancoragem 1.75

Tabela 44 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-1 na área de ancoragem 1.75

## **ÍNDICE DE QUADROS**

---

Quadro 1 - Dimensões em mm de conectores de chapa metálica estampada M20 para produtos estruturais de madeira. Fonte: MiTek Industries Ltd. (2009).....	9
---	---

## NOMENCLATURA

---

### *Letras maiúsculas latinas*

$A_{ef}$  : área efectiva da superfície total de contacto entre uma placa metálica cravada e a madeira

$A_{net,t}$  : a área útil da secção perpendicular ao fio

$E_{0,05}$  : valor correspondente ao módulo de elasticidade

$E_d$  : valor de cálculo do módulo de elasticidade

$E_{mean}$  : valor médio do módulo de elasticidade

$F$  : força

$F_{A,Ed}$  : valor de cálculo de uma força aplicada numa placa metálica cravada ao nível do centro de gravidade da área efectiva

$F_{A,min,d}$  : valor de cálculo mínimo actuante numa placa metálica cravada, ao nível do centro de gravidade da respectiva área efectiva

$F_H$  : força horizontal

$F_{M,Ed}$  : valor de cálculo de uma força resultante do valor de cálculo de um momento

$F_V$  : força vertical

$F_{V,Ed}$  : valor de cálculo do esforço transversal por plano de corte do ligador

$G_{mean}$  : valor médio do módulo de distorção

$H$  : altura total de uma asna

$K_{ser}$  : módulo de deslizamento

$K_u$  : valor instantâneo do módulo de deslizamento para os estados-limite últimos

$M$  : valor do momento

$M_{A,Ed}$  : valor de cálculo do momento actuante numa placa metálica cravada

$M_d$  : valor de cálculo do momento

W

$X_k$  é o valor característico de uma propriedade de resistência;

### *Letras minúsculas latinas*

$b$  : largura

$f_{a,0,0}$  : força resistente de ancoragem por unidade de área, para  $\alpha = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$

$f_{a,90,90}$  : força resistente de ancoragem por unidade de área, para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\beta = 90^\circ$

$f_{a,\alpha,\beta,k}$  : valor característico da capacidade de ancoragem

$f_{c,0}$  : resistência da chapa à compressão, por unidade de largura e para  $\alpha = 0^\circ$

$f_{c,90}$  : resistência da chapa à compressão, por unidade de largura e para  $\alpha = 90^\circ$

$f_m$  : valor da resistência à flexão

$f_{t,0}$  : resistência da chapa à tracção, por unidade de largura para  $\alpha = 0^\circ$

$f_{t,90}$  : resistência da chapa à tracção, por unidade de largura para  $\alpha = 90^\circ$

$f_{v,0}$  : resistência da chapa ao corte, por unidade de largura e para  $\alpha = 0^\circ$

$f_{v,90}$  : resistência da chapa ao corte, por unidade de largura e para  $\alpha = 90^\circ$

$h$  : altura

$h_{ef}$  : altura efectiva

$k_{def}$  : factor de deformação

$k_{mod}$  : factor de modificação da resistência, que tem em conta o efeito da duração das acções e do teor em água.

$k_1, k_2$  : constantes

$l$  : dimensão da chapa, medida ao longo da linha de interface

$x$  : direcção principal da chapa (paralela à maior dimensão da secção dos dentes)

$y$  : direcção perpendicular à principal

### ***Letras minúsculas gregas***

$\alpha$  : ângulo entre a força actuante e a direcção  $x$

$\alpha_0$  : constante

$\beta$  : ângulo força-fio

$\gamma$  : ângulo entre a direcção principal e a superfície de interface

$\gamma_M$  : coeficiente parcial de segurança para a propriedade de um material

$\rho_k$  : massa volúmica característica

$\rho_m$  : massa volúmica média

$\sigma_H$  : tensão horizontal

$\sigma_M$  : tensão normal devida ao momento flector

$\sigma_V$  : tensão vertical

$\tau_{F,d}$  : tensão de ancoragem a partir da força axial

$\tau_{M,d}$  : tensão de ancoragem a partir do momento

# 1. INTRODUÇÃO

---

## 1.1. Enquadramento teórico

A madeira é um dos materiais de construção mais antigos, sendo utilizada em obras de engenharia desde épocas pré-históricas. A técnica de trabalhar com a madeira começou com um processo manual e primitivo como a armação de pequenos troncos juntamente com folhas de árvore ou palhas, para ter um local habitável, chegando hoje a projectos das mais variadas formas estruturais.

O uso deste material que era anteriormente combinado com outros elementos como o barro, a palha e pedra, por exemplo; com as uniões dos elementos realizadas através de uso de cordas tecidas com fibras de folhas, lianas e cipó, que garantiam flexibilidade à ligação, passaram a ser utilizadas nos dias de hoje como estruturas mistas de madeira-betão e madeira-aço, com os mais variados tipos de conectores. Lourenço e Branco (2013).

As madeiras utilizadas na construção evoluíram ao longo dos anos tanto em seus produtos derivados, quanto na variedade de sistemas estruturais e também nas ligações que compõem a sua estrutura. Este material pode ser classificado em duas categorias: madeiras maciças (bruta, falquejada e serrada) e industrializadas (compensada, laminada e colada e recomposta). A grande variedade de sistemas estruturais evoluiu em função dos diversos tipos de produtos industrializados de madeira, sendo o sistema treliçado um dos sistemas estruturais mais utilizados em coberturas residenciais e industriais e em pontes. Pfeil e Pfeil (2003).

Na produção das estruturas em madeira os elementos são ligados entre si através de diversos tipos de conectores, como: pregos, pinos, braçadeiras, parafusos, conectores metálicos, tarugos e entalhes. A busca por uma construção rápida, em larga escala e barata, levou as indústrias a desenvolverem um conector que atendesse à esta necessidade. Diante deste panorama, em 1954, nos Estados Unidos foi desenvolvido uma chapa de aço dentada que facilitava a produção de treliças em madeira em larga escala. Essas chapas são prensadas contra a madeira, proporcionando uma ligação equivalente a uma chapa metálica com múltiplos pregos.

Apesar de ser utilizada na engenharia há milhares de anos, somente na primeira metade do século XX foram estabelecidas teorias técnicas aplicadas a estruturas em madeira. Para garantir que as peças atendam às especificações de segurança, durabilidade e qualidade do sistema estrutural, é necessário realizar um correcto dimensionamento e verificação no cálculo das ligações. Estas merecem atenção já que representam a parte mais complexa do projeto de estruturas em madeira.

No detalhe do cálculo das ligações é necessário obter corretamente os esforços a que cada linha de rotura está sujeita, para uma correcta verificação da capacidade resistentes da chapa. Estas linhas de rotura são formadas no encontro entre dois ou mais elementos de madeira. A obtenção destes esforços nas linhas de rotura torna-se complicada quando a ligação é realizada por elementos de barra que não são simétricos em relação ao eixo do nó, quando as linhas de rotura não são perpendiculares entre si, ou quando as cargas não são simétricas em relação ao nó.

## 1.2. Objectivo

Desenvolver um método simplificado de cálculo que consiga encontrar os esforços nas linhas de rotura em uma treliça de madeira que tem suas linhas de rotura conectadas por chapas metálicas

com dentes estampados, chamado de método da linha fictícia. Para isso, este método será aplicado a um caso real de treliça e comparado com o método que se baseia no equilíbrio estático dos esforços e com o modelo de esforços obtidos através do *software* MIDAS. Assim, o método da linha fictícia deve ser validado com base na verificação de acordo com o Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004.

### **1.3. Justificativa**

Necessidade de um cálculo analítico simples no procedimento para a obtenção de esforços nas linhas de rotura nas ligações de madeira por chapas metálicas, visto que a obtenção destes esforços não é possível de ser realizado em casos mais complexos de ligações.

Visando facilitar e melhorar o aprendizado, é viável a criação de um método que apresente os passos do processo de cálculo de um problema estrutural de modo a deixar mais claro o entendimento deste.

### **1.4. Estrutura da tese**

Para alcançar o objectivo deste trabalho, o mesmo foi organizado em capítulos, incluindo a introdução, conclusões e referência bibliográfica. A seguir apresenta-se brevemente o que cada capítulo irá abordar:

No capítulo 2 realiza-se uma revisão sobre os assuntos tratados neste trabalho, incluindo: as características da madeira, o sistema estrutural: treliça de cobertura, os esforços em estruturas do tipo treliçado, as ligações em estruturas de madeira e por fim as ligações compostas de chapas metálicas dentadas.

O capítulo 3 traz as formulações utilizadas para o dimensionamento e verificação de ligações em treliça de madeira segundo aspectos normativos.

No capítulo 4 é demonstra-se a metodologia base para os 3 métodos que serão comparados neste trabalho. O caso é aplicado a um nó de cumeeira de uma treliça. O objectivo deste capítulo é apresentar o passo-a-passo de como os esforços nas linhas de rotura são obtidos através dos diferentes métodos e como ocorre a verificação da capacidade resistente da chapa metálica.

No capítulo 5 a metodologia do capítulo anterior é aplicada em um caso real de treliça de cobertura de madeira. Com auxílio do *software* Robot os esforços no centro de gravidade de cada área da chapa metálica são encontrados e posteriormente transferidos para cada linha de rotura através dos três diferentes métodos.

No capítulo 6 são apresentados os resultados e as análises comparativas entre os métodos.

Ao final deste trabalho, têm-se o capítulo 7, que traz as conclusões e aborda os estudos futuros que podem ser realizados a partir deste trabalho.

## 2. O CÁLCULO DE ESTRUTURAS DE MADEIRA

---

Para realizar o dimensionamento e verificação de ligações em estruturas de madeira, que é o foco deste trabalho, precisa-se ter o conhecimento de todas as etapas que envolvem um projecto de estruturas de madeira. A Figura 1 traz os passos para o cálculo de estruturas em madeira.

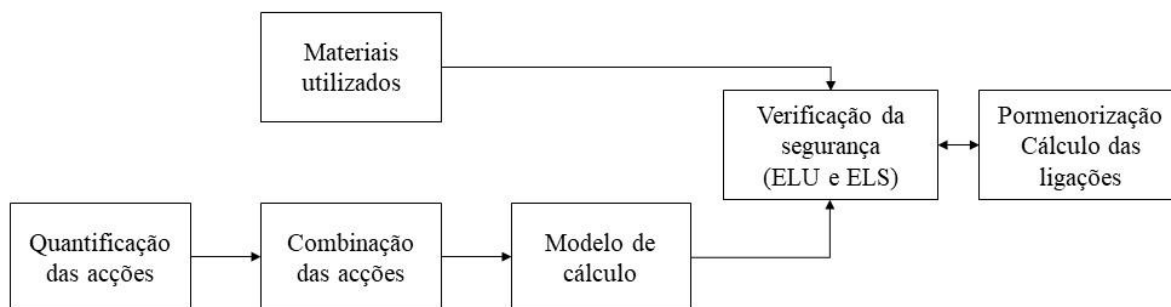


Figura 1 - Passos para o cálculo de estruturas de madeira. Adaptado de Negrão; Faria (2009)

É de fundamental importância ter o conhecimento das propriedades dos materiais que serão utilizados no cálculo. A seguir serão apresentadas as propriedades dos materiais que serão utilizados neste estudo.

### 2.1. Material madeira

A madeira é um material de origem orgânica, estando sujeita a mecanismos de degradação diferente do betão armado e do aço. Devido à madeira ter um comportamento anisotrópico, encontra-se dificuldade em aplicar os modelos de cálculo, juntamente com as limitações associadas às ligações.

É indispensável o conhecimento das propriedades físicas e mecânicas da madeira, para uma correcta utilização desta como material estrutural. Este subcapítulo apresenta as principais propriedades da madeira como material estrutural de construção.

#### 2.1.1. Propriedades físicas da madeira

##### 2.1.1.1. Teor em água e higroscopicidade

Por ser um material higroscópico, a madeira sofre alterações de seu teor de água em função da temperatura e da humidade relativa do ar. O teor de água é expresso pela quantidade percentual de água relativa à massa anidra da madeira.

Após o abate da árvore a madeira começa a secar, liberando a água livre, que é a fase de remoção de água existente no interior das cavidades celulares. Este processo ocorre até valores de teor de água entre 25% e 35%, variando de acordo com a espécie. A este teor de água é chamado ponto de saturação das fibras. Saporiti et al. (2009).

Quando aplicada para fins construtivos, a madeira deve possuir valores teóricos de água próximos à humidade de equilíbrio higroscópico, para evitar alterações volumétricas, causando assim, anomalias. É especificado o valor de 12% de humidade como medida internacional de referência para a execução de ensaios de resistência em madeiras.

### **2.1.1.2. Massa volúmica aparente**

A massa volúmica aparente é a medida do peso da madeira por unidade de volume. A sua densidade é considerada em termos de massa volúmica aparente, ou seja, considerando um volume aparente, no qual o volume compreendido entre os poros não é deduzido. Sendo assim, este parâmetro varia em função do teor em água da madeira, influenciando seu peso e volume.

### **2.1.1.3. Retractilidade**

A madeira sofre retraction ou inchamento de acordo com a variação da humidade, para manter um equilíbrio higroscópico com o meio, assim os vazios das suas paredes celulares podem ser preenchidos ou libertados, o que faz com que a madeira altere suas dimensões. Negrão e Faria (2009).

### **2.1.1.4. Reacção e resistência ao fogo**

Devido à madeira ser um material combustível, é considerada, erroneamente como um material de baixa resistência ao fogo. No entanto, quando projetadas adequadamente, as estruturas de madeira constituídas por peças robustas possuem um ótimo desempenho em relação ao fogo, pois se oxidam lentamente devido à baixa condutividade de calor, conservando seu interior íntegro por um longo período de tempo. Já as peças esbeltas requerem uma proteção contra a acção do fogo. A escolha correta da espécie de madeira, juntamente com a adição de tratamento químico adequado e retardadores de fogo, conferem a madeira uma maior durabilidade. Pfeil e Pfeil (2003).

## **2.1.2. Propriedades mecânicas da madeira**

As propriedades mecânicas da madeira de cada espécie são influenciadas pela concentração e arranjo dos diferentes constituintes do tecido celular que a compõem. Desta forma, deve-se analisar o seu comportamento perante o tipo de solicitação, da sua grandeza, duração e direção, os quais serão abordados a seguir.

### **2.1.2.1. Resistência à tracção paralela às fibras ( $f_{t,0}$ )**

A madeira apresenta uma elevada resistência à tracção na direção das fibras. Devido à estrutura fibro-anatômica da madeira, verifica-se que as fibras de celulose se dispõem preferencialmente no sentido longitudinal do tronco da árvore. Desta forma, a madeira é eficientemente utilizada como peça sujeita a tracção. Pfeil e Pfeil (2003). Este facto é devido à aproximação das fibras, quando a madeira é solicitada à tracção no sentido axial, aumentando a coesão e a aderência da peça de madeira. Negrão e Faria (2009).

### **2.1.2.2. Resistência à compressão paralela às fibras ( $f_{c,0}$ )**

Segundo Negrão e Faria (2009), as madeiras apresentam um valor de resistência à compressão axial menor quando comparada aos esforços de tracção axial, pois a solicitação de compressão axial provoca a separação das fibras longitudinais, diminuindo a coesão do elemento estrutural e a sua resistência global.

A resistência dos elementos estruturais da madeira, está ligada aos seguintes factores:

- Teor em água: quando a madeira está sob o estado anidro, observa-se a redução de volume e aumento do peso específico, atingindo-se o máximo valor de resistência à compressão.
- Massa volúmica: quanto maior o valor da massa volúmica, maior o valor de resistência à compressão axial.

### **2.1.2.3. Resistência à flexão estática ( $f_m$ )**

A madeira é um material que possui elevada resistência à flexão estática, atingindo valores próximos dos verificados para a sua resistência à tracção paralela às fibras. Como por exemplo, têm-se o Pinho bravo, no qual seu módulo de elasticidade em flexão estática é de aproximadamente 140 MPa. Carvalho (1996).

A resistência dos elementos estruturais também é influenciada pelo teor em água, massa volúmica e defeitos, de maneira semelhante à referida para os elementos estruturais sujeitos à compressão paralela às fibras. Negrão e Faria (2009).

### **2.1.2.4. Resistência à tracção perpendicular às fibras ( $f_{t,90}$ )**

As fibras da madeira dispõem-se preferencialmente no sentido longitudinal do tronco. Desta maneira quando solicitada no sentido perpendicular às fibras, a madeira possui pequena resistência devido à falta de travacção entre as fibras longitudinais.

De acordo com Pfeil e Pfeil (2003), devem ser evitadas as situações que envolvam sollicitação à tracção perpendicular às fibras, devido a esta resistência ser muito pequena.

### **2.1.2.5. Resistência à compressão perpendicular às fibras ( $f_{c,90}$ )**

A resistência à compressão no sentido normal às fibras, consiste a sua resistência ao esmagamento. Esta resistência é de aproximadamente 1/4 da resistência à compressão paralela às fibras Pfeil; Pfeil (2003). Sendo o módulo de elasticidade paralelo às fibras 20 vezes superior ao módulo de elasticidade na direcção perpendicular às fibras. Carvalho (1996).

### **2.1.2.6. Dureza**

A dureza é um parâmetro que traduz a resistência do material conforme a penetração, riscagem e desgaste. É importante apurar este parâmetro pois se relaciona com a densidade e trabalhabilidade da madeira.

As madeiras são designadas em termos de dureza, como brandas, medianamente duras e duras.

## **2.2. Sistema estrutural: Treliça de cobertura**

As treliças são utilizadas como estrutura de pontes, torres, coberturas, entre outros; sendo seu uso mais frequente em coberturas, por serem leves e por alcançarem grandes vãos teóricos.

Para Soriano (2013) treliças são “estruturas reticuladas de nós rotulados, formada por barras retas bi-rotuladas, sob forças externas apenas nas rótulas, de maneira a ocorrer apenas o esforço normal, de tracção ou compressão”.

Moliterno (2009) define treliça como “um sistema de barras situadas num plano e articuladas umas às outras em suas extremidades, de modo a formar uma cadeira rija”.

Segundo a indústria fabricante MiTek um telhado com vigas treliçadas quando comparadas com um telhado de construção tradicional, geralmente proporcionam uma economia de material em torno de 40%.

As vantagens em estruturas do tipo treliçado em madeira são:

- velocidade da construção;
- economia no tempo de instalação;
- podem ser alcançadas estruturas grandes e complexas;
- podem ser fabricados vãos de até 18m.

Existem vários modelos de sistemas treliçados, como por exemplo: Pratt, Belga, Warren, Howe, Fink; sendo a treliça do tipo Howe a mais tradicional para o uso em madeira. A Figura 2 mostra um exemplo de treliça Belga com os componentes básicos de uma treliça de cobertura.

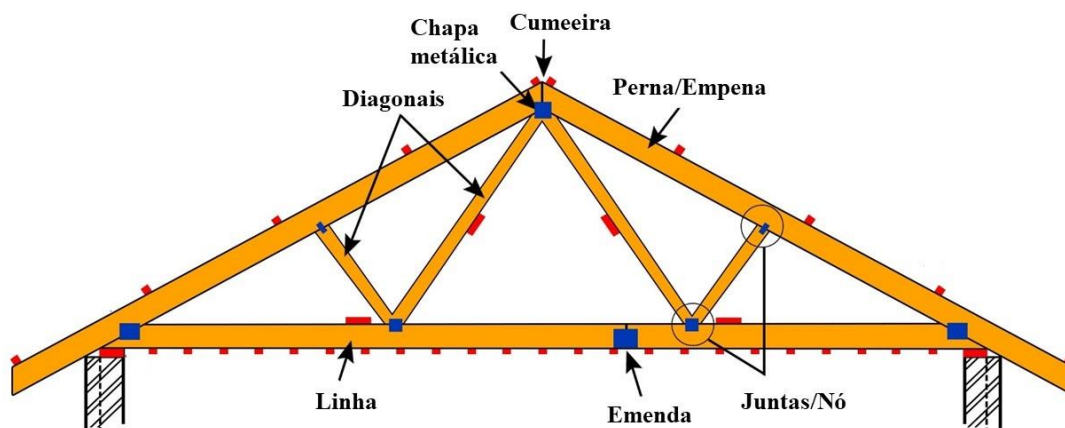


Figura 2 - Componentes básicos de uma treliça de cobertura. Adaptado de: Alpha Steel (2018)

onde,

Cumeeira: ponto mais alta onde as peças inclinadas se encontram;

Linha: membro longitudinal inferior de uma treliça que vai de apoio a apoio;

Perna/Empena: peças que vão do apoio da treliça ao cume;

Juntas ou nó: ponto de interseção das barras;

Diagonais: peças de ligação entre a linha e a perna, trabalham à compressão ou à tracção (escora/tirante).

Para Gesualdo (2003), no cálculo de uma treliça deve-se considerar as seguintes hipóteses:

- O encontro das barras (nós) são articulações perfeitas;
- As forças são aplicadas sobre os nós;
- A geometria da estrutura não varia com o carregamento.

As treliças são classificadas quanto à sua geometria (plana ou espacial), conforme as barras e forças estando no mesmo plano ou não; quanto à formação (simples, compostas e complexas); quanto ao equilíbrio estático (hipostática, isostática ou hiperestática), conforme as equações de equilíbrio para a obtenção das reações de apoio e dos esforços nas barras.

Moliterno (2009) demonstra três métodos de cálculo para a determinação dos esforços nas barras de uma treliça isostática, dentre eles:

- Método das juntas ou nós;
- Método das secções (Ritter);
- Programas de computador para cálculo automático.

Neste trabalho, será utilizado o *software* Robot da Autodesk, para a análise dos esforços nos nós da treliça resultantes do carregamento aplicado.

### **2.3. Ligações em estruturas de madeira**

O cálculo das ligações é a parte mais complexa do projecto de estruturas em madeira, sendo que, um correcto dimensionamento é fundamental para segurança que o projecto deve garantir.

É de grande importância a maneira com que estas peças são ligadas pois estas influem nos esforços a que estão sujeitas, sendo os critérios de escolha do sistema de ligação a capacidade de carga e rigidez, o material constituinte, durabilidade, a estética, entre outros.

As ligações podem ser divididas em dois grandes grupos: ligações entalhadas e ligações mecânicas. Na primeira, também chamada de ligação tradicional, as tensões são transmitidas por compressão ou por atrito entre as superfícies de contacto. Porém, com o aumento da complexidade da tipologia dos projectos estruturais, junto com a industrialização dos processos construtivos, aumentou-se a necessidade de introdução de peças metálicas nas ligações estruturais.

A NBR 7190: Projetos de estruturas de madeira ABNT Associação Brasileira de Normas Técnicas (1997), define que as ligações mecânicas das peças de madeira podem ser feitas por meio dos seguintes elementos:

- Pinos metálicos;
- Cavilhas;
- Conectores.

Sendo os pinos metálicos constituídos por pregos ou parafusos; as cavilhas por pinos de madeira torneados e os conectores por anéis metálicos ou chapas metálicas dentadas.

### **2.4. Ligações com chapas metálicas dentadas em estruturas treliçadas**

A ideia da união de vigas de madeira por chapas metálicas dentadas, surge em 1954, nos Estados Unidos, com os irmãos Carl e Wiliam Jureit, fundadores da ABC (Automated Building Components Inc.), companhia produtora de estruturas de madeira, passando a se chamar Gang-Nail Systems, Inc. em 1979. Devido ao alto custo e a dificuldade em unir as vigas de madeira, a ABC desenvolveu uma chapa de aço dentada, chegando a um produto único, o qual deram o nome de Gang-nail. Calil Jr. e Molina (2010).

Este tipo de conector não necessita de parafusos para garantir a fixação entre os membros da madeira. A conexão é realizada através dos dentes estampados na chapa, sendo sempre necessário a

utilização de 1 par de chapas por ligação, fixados simetricamente para evitar os efeitos da excentricidade nas ligações. Baraldi (1996).

Os dentes são sempre projectados na direcção perpendicular à chapa, permitindo a transmissão de esforços das vigas de madeira para a chapa, ligando elementos de mesma espessura. Negrão e Faria (2009).

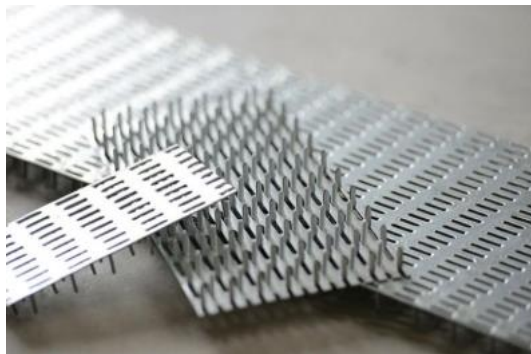


Figura 3 - Chapa metálica dentada

Fonte: <http://www.puls-fertigbinder.de/index.php/dachsysteme>

As chapas metálicas dentadas (ver Figura 3) possuem de 1 a 2 mm de espessura, no qual os dentes pressionam a madeira. Este sistema de fixação de vigas de madeira por chapas metálicas, quando comparado ao sistema de fixação comum (através de pregos metálicos), requer um menor trabalho no processo de montagem. Herzog et al. (2012).

Essas chapas são utilizadas, principalmente, na fabricação de treliças de madeira, tendo como principal vantagem a facilidade na implementação (na mesa de montagem) e a padronização para obter um custo mais baixo. Natterer e Sandoz (2000). Para Negrão e Faria (2009) a principal vantagem da chapa metálica em relação à outros ligadores (pregos e parafusos), é a não necessidade de sobreposição das barras, realizando assim, estruturas perfeitamente planas.

As principais marcas que comercializam estes conectores são: BAT-Multinail, BF, Gang-Nail, TTS Twinaplate, Hydron, Agriff, Breves-Plates, MiTek, distinguindo-se pelo formato de suas pontas, sendo fabricadas em aço galvanizado ou aço inoxidável.

A seguir, no Quadro 1 será apresentado as variações dos tamanhos de chapa metálica estampada da indústria MiTek® especializada no desenvolvimento de soluções de software para engenharia estrutural de madeira e no fornecimento de produtos de conectores de aço para sistemas de pisos e coberturas. A chapa apresentada é do modelo M20, com espessura de 1mm.

Quadro 1 - Dimensões em mm de conectores de chapa metálica estampada M20 para produtos estruturais de madeira. Fonte: MiTek Industries Ltd. (2009)

Code	Largeurs	Longueurs	Code	Largeurs	Longueurs	Code	Largeurs	Longueurs	Code	Largeurs	Longueurs
310	25.4	101.6	618	63.5	177.8	1033	101.6	330.2	1558	152.4	584.2
313	25.4	127.0	620	63.5	203.2	1040	101.6	406.4	1820	177.8	203.2
315	25.4	152.4	625	63.5	254.0	1050	101.6	508.0	1825	177.8	254.0
318	25.4	177.8	810	76.2	101.6	1108	114.3	76.2	1830	177.8	304.8
320	25.4	203.2	813	76.2	127.0	1110	114.3	101.6	2020	203.2	203.2
325	25.4	254.0	815	76.2	152.4	1113	114.3	127.0	2025	203.2	254.0
335	25.4	355.6	818	76.2	177.8	1115	114.3	152.4	2030	203.2	304.8
408	38.1	76.2	820	76.2	203.2	1120	114.3	203.2	2035	203.2	355.6
410	38.1	101.6	825	76.2	254.0	1313	127.0	127.0	2040	203.2	406.4
413	38.1	127.0	830	76.2	304.8	1315	127.0	152.4	2320	228.6	203.2
415	38.1	152.4	910	88.9	101.6	1318	127.0	177.8	2325	228.6	254.0
420	38.1	203.2	913	88.9	127.0	1320	127.0	203.2	2330	228.6	304.8
508	50.8	76.2	915	88.9	152.4	1325	127.0	254.0	2335	228.6	355.6
510	50.8	101.6	918	88.9	177.8	1330	127.0	304.8	2340	228.6	406.4
513	50.8	127.0	920	88.9	203.2	1335	127.0	355.6	2525	254.0	254.0
515	50.8	152.4	925	88.9	254.0	1350	127.0	508.0	2530	254.0	304.8
518	50.8	177.8	930	88.9	304.8	1353	127.0	533.4	2535	254.0	355.6
520	50.8	203.2	1010	101.6	101.6	1515	152.4	152.4	2540	254.0	406.4
530	50.8	304.8	1013	101.6	127.0	1518	152.4	177.8	2553	254.0	533.4
538	50.8	381.0	1015	101.6	152.4	1520	152.4	203.2	3030	304.8	304.8
608	63.5	76.2	1018	101.6	177.8	1525	152.4	254.0	3035	304.8	355.6
610	63.5	101.6	1020	101.6	203.2	1530	152.4	304.8	3040	304.8	406.4
613	63.5	127.0	1025	101.6	254.0	1535	152.4	355.6			
615	63.5	152.4	1030	101.6	304.8	1540	152.4	406.4			

Ainda segundo o fabricante MiTek® na Tabela 1, a resistência mecânica, a rigidez mecânica e a durabilidade para a chapa do modelo M20, são:

Tabela 1 - Propriedades da chapa metálica estampada. Adaptado de: MiTek Industries Ltd. (2009)

<b>Resistência mecânica:</b>		
Capacidade de ancoragem característica da chapa com uma densidade característica de $\rho_k = 350 \text{ kg/m}^2$	$f_{a,0,0}$	2,82 N/mm <sup>2</sup>
	$f_{a,90,90}$	1,50 N/mm <sup>2</sup>
	$k_1, k_2, \alpha_0$	-0,0061; 0,017; 59,4°
Característica de capacidade resistente em tração da chapa	$f_{t,0}$	148 N/mm
	$f_{t,90}$	136 N/mm
Capacidade resistente característica na compressão	$f_{c,0}$	76 N/mm
	$f_{c,90}$	88 N/mm
Capacidade de resistência característica em cisalhamento	$f_{v,0}$	69 N/mm
	$f_{v,90}$	43 N/mm
	$\gamma_0, k_v$	-2.10°; 0,87
<b>Rigidez mecânica:</b>		
Módulo de deslizamento com densidade média de madeira de $\rho_m = 420 \text{ kg/m}^3$	$k_{ser}$	14,7 N/mm <sup>3</sup>
Ductilidade dos dentes	-	Válido
<b>Durabilidade:</b>		
Revestimento a quente por zinco Z275 (classe de serviço 2, de acordo com a EN 1995-1-1)		

Através de ensaios realizados, Baraldi (1996) recomendam a verificação dos seguintes modos de rotura entre a ligação chapa metálica-madeira: tracção da chapa; cisalhamento da chapa e arrancamento dos dentes da chapa da peça de madeira. Podendo ocorrer os seguintes modos de rotura: rotura da chapa por tracção; rotura da chapa por cisalhamento; rotura por arrancamento; rotura da madeira por cisalhamento ou tracção normal.

### 3. BASES DE CÁLCULO SEGUNDO ASPECTOS NORMATIVOS

É necessário conhecer os aspectos normativos necessários para realizar as adequadas verificações que garantem a estabilidade e a segurança da estrutura. Neste capítulo serão apresentadas as normas específicas, que determinam a melhor maneira de se realizarem as verificações em estruturas de madeiras conectadas por chapas metálicas.

#### 3.1. Dimensionamento e verificação segundo o Eurocódigo

O projecto de estruturas de madeira deve estar de acordo com o Eurocódigo 0 NP EN 1990:2009, que define as regras base de projecto. No Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004, a verificação de segurança é efectuada através de coeficientes parciais de segurança, implicando a verificação em relação aos Estados Limites Últimos (ELU) e em relação aos Estados Limites de Utilização (ELS).

De acordo com Eurocódigo 0 NP EN 1990:2009 devem ser classificados como Estado Limite Último os que se referem à segurança das pessoas e à segurança da estrutura estando associado à ocorrência de acções excessivas e ao colapso da estrutura, devido principalmente a perda de equilíbrio como corpo rígido ou a rotura de uma ligação ou secção. Já para o Estado Limite de Utilização o Eurocódigo 0 refere-se ao funcionamento da estrutura ou dos seus elementos estruturais em condições normais de utilização, ao conforto dos usuários e ao aspecto da construção, sendo os ELS relevantes em projecto de estruturas de madeira o de deformação e o de vibração.

Para o dimensionamento de estruturas de madeira, deve-se considerar o efeito dos diferentes aspectos que irão influenciar de maneira mais significativa no comportamento mecânico da madeira, como: propriedades dos materiais a curto e longo prazo; condições climáticas em que o material é aplicado e a duração dos carregamentos.

Os períodos de actuação da carga são dados na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 – Classes de duração das cargas e exemplos. Adaptado de: EN 1995-1-1:2004

Classes de duração	Período de actuação	Exemplo de acções
Permanente	Superior a 10 anos	peso próprio
Longa duração	Entre 6 meses e 10 anos	armazenamentos
Média duração	Entre 1 semana e 6 meses	sobrecarga de utilização, neve
Curta duração	Inferior a 1 semana	neve, vento
Instantânea	-	vento, carga acidental

As classes de serviço visam atribuir valores de resistência para diferentes condições ambientais definidas. Existem três classes de serviço distintas: classe 1, classe 2 e classe 3. A classe 1 corresponde a uma temperatura ambiente de 20°C e uma humidade relativa do ar que excede os 65% durante poucas semanas no ano. O teor de água para a maioria das madeiras não excederá 12%. A classe 2 corresponde a uma temperatura ambiente de 20°C e uma humidade relativa do ar que excede os 85% durante poucas semanas no ano. O teor de água para a maioria das madeiras não excederá 20%. A classe 3 corresponde a condições climáticas que conduzem a teores de água na madeira com valores superiores aos da classe 2.

Os fatores de modificação para a influência da duração da carga e do teor de umidade resistente, são dados através do coeficiente de modificação da resistência,  $k_{mod}$ , apresentados na Tabela 3 a seguir:

Tabela 3 - Valores de  $k_{mod}$ . Adaptado de: EN 1995-1-1:2004

Material	Norma	Classe de serviço	Classe de duração das ações					
			Acção permanente	Acção de longa duração	Acção de média duração	Acção de curta duração	Acção instantânea	
Madeira maciça	EN 1408-1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90	
Madeira lamelada colada	EN 14080	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90	
LVL	EN 14374, EN 14279	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10	
		3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90	
Contraplacado	EN 636	Parte 1	1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		Parte 2	2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
		Parte 3	3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90
OSB	EN 300	OSB/2	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,10
		OSB/3, OSB/4	1	0,40	0,50	0,70	0,90	1,10
		OSB/3, OSB/4	2	0,30	0,40	0,55	0,70	0,90
Aglomerado de partículas de madeira	EN 312	Parte 4, Parte5	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,10
		Parte 5	2	0,20	0,30	0,45	0,60	0,80
		Parte 6, Parte7	1	0,40	0,50	0,70	0,90	1,10
		Parte 7	2	0,30	0,40	0,55	0,70	0,90
Aglomerado de fibras de madeira duro	EN 622-2	HB.LA, HB.LA 1 ou 2	1	0,30	0,45	0,65	0,85	1,10
		HB.HLA1 ou 2	2	0,20	0,30	0,45	0,60	0,80
Aglomerado de fibras de madeira semi-duro	EN 622-3	MBH.LA1 ou 2	1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,10
		MBH.HLS1 ou 2	1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,10
		MBH.HLS1 ou 2	2	-	-	-	0,45	0,80
Aglomerado de fibras de madeira de média densidade (MDF)	EN 622-5	MDF.LA, MDF.HLS	1	0,20	0,40	0,60	0,80	1,10
		MDF.HLS	2	-	-	-	0,45	0,8

Nas combinações de acções em que estejam incluídas acções com durações diferentes, o  $k_{mod}$  deve ser determinado considerando a acção de menor duração.

No caso de ligações, o  $k_{mod}$  deve ser determinado com base no  $k_{mod}$  de cada um dos materiais de constituem a ligação, através da equação (0.1):

$$k_{mod} = \sqrt{k_{mod,1} \times k_{mod,2}} \quad (0.1)$$

### 3.1.1. Verificação de chapas metálicas dentadas

De acordo com a cláusula 8.8.1(1) do Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004, as chapas de metal devem ser constituídas por chapas metálicas do mesmo tipo, tamanho e orientação, colocadas em cada lado do elemento de madeira. Neste subcapítulo, será apresentado o método de verificação para chapas metálicas segundo o Eurocódigo 5 parte 1-1, secção 8.8.

A Figura 4, representa a extremidade de um elemento de madeira, incluindo parte da chapa metálica que está ancorada, e os esforços transmitidos.

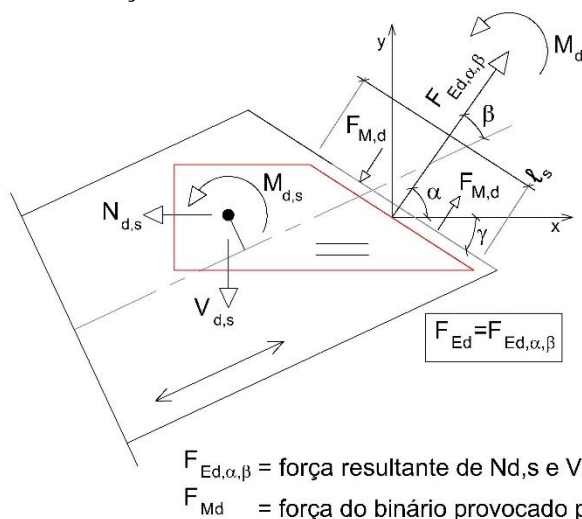


Figura 4 - Extremidade de uma barra com os esforços actuantes na chapa.

Adaptado de: EN 1995-1-1:2004

A partir da figura anterior, os símbolos utilizados para definir a geometria de uma ligação de chapa metálica são definidos a seguir:

- $x$  : direcção principal da chapa (paralela à maior dimensão da secção dos dentes);
- $y$  : direcção perpendicular à principal;
- $\alpha$  : ângulo entre a força actuante e a direcção principal;
- $\beta$  : ângulo força-fio;
- $\gamma$  : ângulo entre a direcção principal e a superfície de interface;
- $l$  : comprimento da linha de rotura.

As propriedades de resistência da chapa metálica, apresentadas abaixo, devem ser fornecidas pelo fabricante das chapas.

$f_{a,0,0}$ : força resistente de ancoragem por unidade de área, para  $\alpha = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$  ;  
 $f_{a,90,90}$ : força resistente de ancoragem por unidade de área, para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$  ;  
 $f_{t,0}$ : resistência da chapa à tracção, por unidade de largura para  $\alpha = 0^\circ$  ;  
 $f_{c,0}$ : resistência da chapa à compressão, por unidade de largura e para  $\alpha = 0^\circ$  ;  
 $f_{v,0}$ : resistência da chapa ao corte, por unidade de largura e para  $\alpha = 0^\circ$  ;  
 $f_{t,90}$ : resistência da chapa à tracção, por unidade de largura para  $\alpha = 90^\circ$  ;  
 $f_{c,90}$ : resistência da chapa à compressão, por unidade de largura e para  $\alpha = 90^\circ$  ;  
 $f_{v,90}$ : resistência da chapa ao corte, por unidade de largura e para  $\alpha = 90^\circ$  .

Para cálculo das resistências à tracção, compressão e cisalhamento, o valor de  $k_{\text{mod}}$  deve ser considerado igual a 1.

### 3.1.1.1. Verificação da ancoragem na chapa

Com base nas propriedades de resistência da chapa e das tensões causadas pelos esforços aplicados no centro geométrico de ancoragem, realiza-se a verificação da ancoragem da chapa.

Para um ângulo força-fio qualquer, o valor característico da capacidade de ancoragem, segundo a secção 8.8.4(1) do Eurocódigo 5 é:

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = \max \begin{cases} f_{a,\alpha,0,k} (f_{a,\alpha,0,k} - f_{a,90,90,k}) \frac{\beta}{45^\circ} \\ f_{a,0,0,k} (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \sin(\max(\alpha, \beta)) \end{cases} \quad \text{para } \beta \leq 45 \quad (0.2)$$

$$f_{a,\alpha,\beta,k} = f_{a,0,0,k} - (f_{a,0,0,k} - f_{a,90,90,k}) \sin(\max(\alpha, \beta)) \quad \text{para } 45^\circ < \beta \leq 90^\circ (0.3)$$

onde,

$f_{a,\alpha,\beta,k}$  é o valor característico da capacidade de ancoragem;

$f_{a,\alpha,0,k}$  é a resistência da ligação para um ângulo  $\alpha$  qualquer;

$f_{a,90,90,k}$  é o valor característico da capacidade de ancoragem por unidade de área para  $\alpha = 90^\circ$  e  $\beta = 90^\circ$ ;

$f_{a,0,0,k}$  é o valor característico da capacidade de ancoragem por unidade de área para  $\alpha = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$ .

A resistência característica de ancoragem por chapa para um ângulo  $\alpha$  qualquer e um ângulo força-fio de  $0^\circ$  é definida em 8.8.4(2) como:

$$f_{a,\alpha,0,k} = \begin{cases} f_{a,0,0,k} + k_1 \alpha & \text{quando } \alpha \leq \alpha_0 \\ f_{a,0,0,k} + k_1 \alpha_0 + k_2 (\alpha - \alpha_0) & \text{quando } \alpha_0 < \alpha \leq 90^\circ \end{cases} \quad (0.4)$$

onde,

$f_{a,0,0,k}$  é o valor característico da capacidade de ancoragem por unidade de área para  $\alpha = 0^\circ$  e  $\beta = 0^\circ$ ;

$k_1, k_2$  e  $\alpha_0$  são constantes;

$\alpha$  é o ângulo entre a força actuante e a direcção  $x$ .

A força e o momento actuantes na interface geram tensões de corte entre as chapas de faces opostas e a madeira (ver Figura 5).

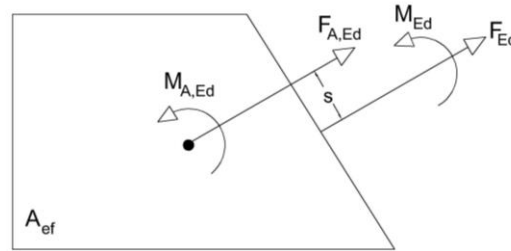


Figura 5 - Esforços actuantes na chapa

O valor da tensão originada por  $F_{A,Ed}$  é dado em 8.8.5.1(1):

$$\tau_{F,d} = \frac{F_{A,Ed}}{A_{ef}} \quad (0.5)$$

O valor da tensão originada por  $M_{Ed}$  é dado em 8.8.5.1(1):

$$\tau_{M,d} = \frac{M_{A,Ed}}{W_p} \quad (0.6)$$

com,

$$M_{A,Ed} = M_{Ed} + F_{Ed} \cdot s \quad (0.7)$$

$F_{A,Ed}$  é a força de cálculo atuando no centro geométrico da área de ancoragem da chapa metálica;

$M_{A,Ed}$  é o valor de cálculo do momento actuante em cada chapa;

$A_{ef}$  é a área de contacto efectiva da chapa com o elemento de madeira, reduzida em 5mm adjacentes às arestas locais da secção de madeira e de outra de  $6t$  da secção de topo, medida na direcção do fio, sendo  $t$  a espessura da chapa (ver Figura 6).

Esta redução da  $A_{ef}$  leva em consideração a ineficiência de ancoragem dos dentes situados na periferia do elemento de madeira, devido à imperfeições e defeitos superficiais.

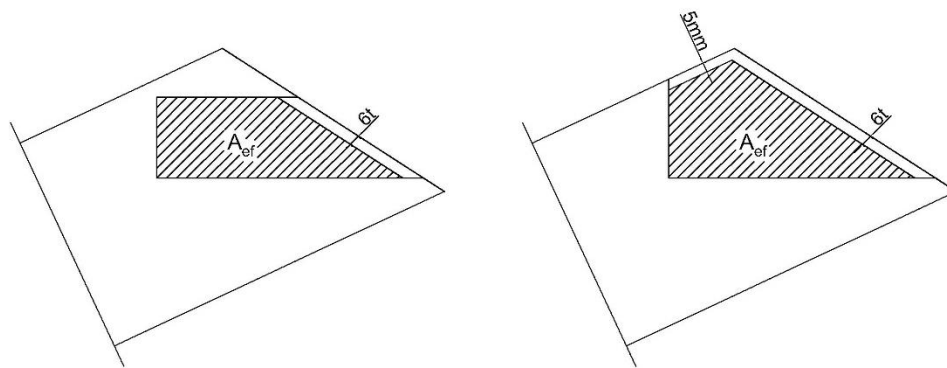


Figura 6 - Redução da área efectiva. Adaptado de: Negrão e Faria (2009a)

$W_p$  corresponde ao módulo de torção da secção efectiva, actuada por um momento no seu plano, dado pela expressão (0.8):

$$W_p = \frac{A_{ef} \cdot d}{4} \quad (0.8)$$

Sendo  $d$  um coeficiente calculado por:

$$d = \sqrt{\left(\frac{A_{ef}}{h_{ef}}\right)^2 + h_{ef}^2} \quad (0.9)$$

onde:

$h_{ef}$  é a altura máxima da área efectiva perpendicular ao lado mais longo, exemplificado na Figura 7 a seguir:

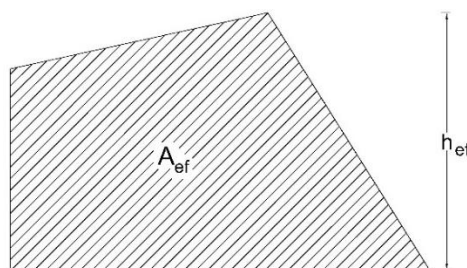


Figura 7 - Altura máxima da área efectiva. Adaptado de: Negrão e Faria (2009a)

Para barras sujeitas à compressão, o item 8.8.5.1(3) permite uma redução para a metade do valor de  $F_{A,Ed}$ , desde que o valor médio da junta entre as barras não exceda 1,5 mm, com um limite absoluto de 3 mm.

Em chapas de ementa em banzos comprimidos de asnas de madeira, a pressão de contacto pode ser levada em conta a partir do dimensionamento das ligações para uma força e um momento reduzido com valores de cálculo:

$$F_{A,Ed} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad (0.10)$$

$$M_{A,Ed} = \frac{M_{Ed}}{2} \quad (0.11)$$

Com os valores das tensões causadas pelo momento e pela força no centro geométrico de ancoragem da chapa junto com os valores característicos da capacidade de ancoragem, calculados a partir das propriedades da chapa metálica, realiza-se a verificação de ancoragem através da equação a seguir:

$$\left( \frac{\tau_{F,d}}{f_{a,\alpha,\beta,d}} \right)^2 + \left( \frac{\tau_{M,d}}{f_{a,0,0,d}} \right)^2 \leq 1 \quad (0.12)$$

### 3.1.1.2. Cálculo da capacidade resistente da chapa

A verificação da capacidade resistente da chapa é baseada na determinação do índice de aproveitamento da secção da chapa em cada linha de rotura, sendo necessário verificar todas as linhas de rotura entre os elementos.

Em primeiro lugar, é necessário reduzir os esforços actuantes no centro geométrico de ancoragem para o centro da linha de rotura. Com estes esforços transferidos para o centro geométrico da linha é possível obter os esforços de cálculo actuantes nas direções  $x$  e  $y$  através das seguintes equações para cada interface da chapa:

$$F_{x,Ed} = F_{Ed} \cdot \cos \alpha \pm 2F_{M,Ed} \cdot \sin \gamma \quad (0.13)$$

$$F_{y,Ed} = F_{Ed} \cdot \sin \alpha \pm 2F_{M,Ed} \cdot \cos \gamma \quad (0.14)$$

$F_{x,Ed}$  e  $F_{y,Ed}$  são os esforços de cálculo atuantes nas direções  $x$  e  $y$ ;

$\alpha$  é o ângulo entre a força resultante e a direção  $x$ ;

$\gamma$  é o ângulo entre a linha de rotura e a direção  $x$ ;

$F_{Ed}$  é o valor da força resultante no centro geométrico da linha de rotura;

$F_{M,Ed}$  é o valor de cálculo da força do binário correspondente a  $M_{Ed}$  (ver Figura 8), com um braço de  $L/2$ , sendo assim:

$$F_{M,Ed} = \frac{2M_{Ed}}{L} \quad (0.15)$$

onde:

$L$  é o comprimento da linha mais 12 x a espessura da chapa.

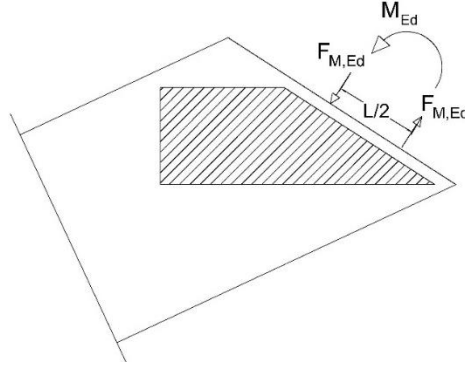


Figura 8 - Binário correspondente à  $M_{Ed}$ . Adaptado de: Negrão; Faria (2009a)

Os esforços resistentes de cálculo são obtidos através das propriedades e da geometria da chapa. As correspondentes componentes de resistência da chapa,  $F_{x,Rd}$  e  $F_{y,Rd}$ , são iguais a máxima resistência da chapa na direção principal e perpendicular, respectivamente, determinadas a seguir:

$$F_{x,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |f_{n,0,k} l \sin(\gamma - \gamma_0 \sin(2\gamma))| \\ |f_{v,0,k} l \cos \gamma| \end{array} \right. \quad (0.16)$$

$$F_{y,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} f_{n,90,k} l \cos \gamma \\ k \cdot f_{v,90,k} l \sin \gamma \end{array} \right. \quad (0.17)$$

com,

$$f_{n,0,k} = \begin{cases} f_{t,0,k} \rightarrow F_{x,Ed} > 0 \\ f_{c,0,k} \rightarrow F_{x,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad (0.18)$$

$$f_{n,90,k} = \begin{cases} f_{t,90,k} \rightarrow F_{y,Ed} > 0 \\ f_{c,90,k} \rightarrow F_{y,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad (0.19)$$

e

$$k = \begin{cases} 1 + k_v \sin(2\gamma) \rightarrow F_{x,Ed} > 0 \\ 1 \rightarrow F_{x,Ed} \leq 0 \end{cases} \quad (0.20)$$

$F_{x,Rk}$  e  $F_{y,Rk}$  são os esforços de cálculo resistentes da chapa;

$\gamma_0$  e  $k_v$  são constantes fornecidas pelo fabricante e determinadas por ensaio de corte.

Tendo-se determinado as componentes de força actuantes e resistentes, a verificação da capacidade resistente da chapa na linha de rotura é expressa pela condição:

$$\left( \frac{F_{x,Ed}}{F_{x,Rd}} \right)^2 + \left( \frac{F_{y,Ed}}{F_{y,Rd}} \right)^2 \leq 1 \quad (0.21)$$

Se a chapa cobrir mais que duas linhas de rotura, deve-se determinar as forças em cada troço reto, atentando-se para o equilíbrio estático.

### 3.2. Norma Francesa DTU 31.3

A Norma Francesa que regulamenta as obras de construção em estruturas de madeira por conectores ou cantoneiras de metal é a AFNOR Association Française de Normalisation (2012). Esta norma está dividida em quatro partes:

- NF DTU 31.3 P1-1: Cláusulas técnicas padrão;
- NF DTU 31.3 P1-2: Critérios gerais para a seleção de madeiras;
- NF DTU 31.3 P2: Cláusulas administrativas especiais padrão;
- NF DTU 31.3 P3: Regras de projecto.

Neste subcapítulo o enfoque será a NF DTU 31.3 P3: Regras de projecto, que tem como objetivo definir as regras específicas, complementar o Eurocódigo 5, para a modelagem de estruturas pré-fabricadas a partir de elementos de madeira montados por conectores de chapas metálicas.

#### 3.2.1. Modelagem

A modelagem dos nós, realizada para se obter os esforços reais no centro de geométrico de cada área de ancoragem deve ter em conta as seguintes hipóteses de cálculo:

- As linhas que conectam os nós devem estar alinhadas com o eixo de todas as barras;
- Deve-se levar em conta a rigidez do conjunto da chapa metálica;
- Influência das dimensões da chapa nas áreas de ancoragem na modelagem dos nós;
- Deve-se introduzir um elemento de mola para modelar a área de ancoragem;
- A influência da excentricidade entre o centro geométrico de ancoragem e o eixo do elemento deve ser simulada através de um elemento de barra, sendo criadas barras fictícias quando a excentricidade é maior que 5mm (ver Figura 9).

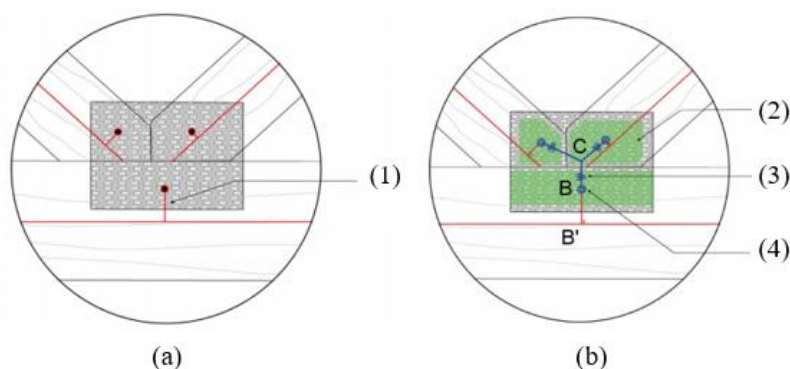


Figura 9 – (a) Modelagem da excentricidade entre o centro de ancoragem e o eixo do elemento; (b) Modelagem da rigidez de ancoragem. Adaptado de: NF DTU 31.3:2012

onde,

- 1: Barra fictícia;
- 2: Área efectiva de ancoragem;
- 3: Rigidez de ancoragem de translação;
- 4: Rigidez de ancoragem rotacional;
- C: Centro geométrico do conector;

B: Centro de gravidade da superfície de ancoragem;  
B': Projeção perpendicular na fibra neutra do ponto B.

A Figura 10, demonstra a área de ancoragem (verde) de uma ligação com chapa metálica; e a área não efectiva (cinza escuro).

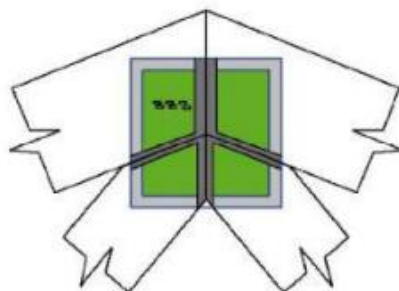


Figura 10 - Representação da área efectiva em um nó.  
Fonte: NF DTU 31.3:2012

Para realizar a modelagem dos apoios e definir a posição deste na estrutura deve-se primeiramente escolher o elemento no qual o apoio será colocado. Quando o apoio está em contacto com o caibro e a linha, é proposto o seguinte:

- O apoio será posicionado no ponto B' no eixo da linha se a condição seguinte for satisfeita: o centro de gravidade inserido, B, é localizado dentro da área de eficiência de apoio (ver Figura 11).

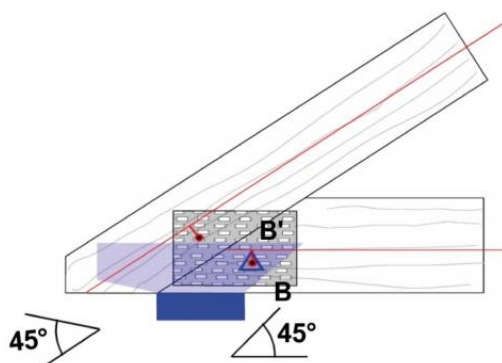


Figura 11 - Apoio em contacto com a linha e o caibro.  
Fonte: NF DTU 31.3:2012

No caso do apoio estar somente em contacto com a linha, existem dois cenários para modelar o deslocamento do apoio:

- 1) A projeção ortogonal do centro de gravidade da área de ancoragem B' até o eixo está dentro da área de eficiência do apoio (45°) (ver Figura 12), que resulta:
  - O apoio é colocado no ponto B' no eixo da linha;
  - Uma barra fictícia é criada entre B e B'.

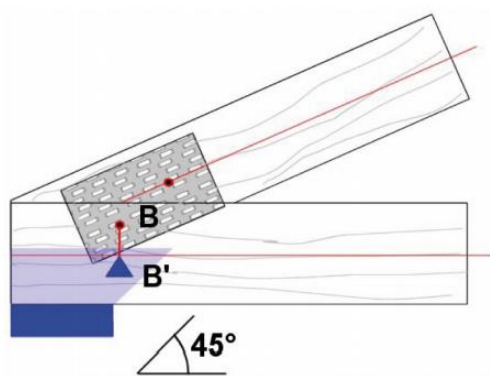


Figura 12 - Apoio a direita do centro de gravidade  
 Fonte: NF DTU 31.3:2012

- 2) A projeção ortogonal de B no ponto do eixo inserido B' está fora da área de eficiência do apoio (45°) (ver Figura 13), que resulta:
- O apoio é colocado no ponto A, que está no limite da área de eficiência de apoio no eixo neutro da linha.
  - O ponto B' é criado: projeção ortogonal de B no eixo de entrada.
  - Uma barra fictícia é criada entre B e B'.

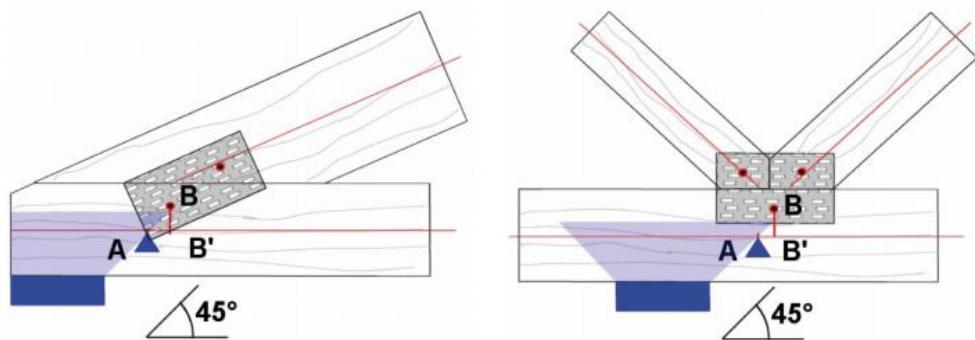


Figura 13 - Apoio no limite da área de eficiência do apoio  
 Fonte: NF DTU 31.3:2012

Há ainda outros tipos de modelagens com variações das geometrias entre o caibro e a linha citadas na Norma Francesa, porém não serão aqui descritas por não serem objeto de estudo deste trabalho.

### 3.2.2. Regras de construção

A sobreposição mínima do conector no elemento de madeira,  $h_e$ , conforme mostrada na Figura 14, deve ser pelo menos igual a:

$$\max \begin{cases} 40mm \\ h/3 \end{cases}$$

onde,

$h$  é altura do elemento de madeira.

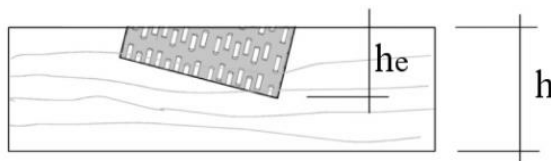


Figura 14 - Altura mínima de sobreposição da chapa metálica em um elemento de altura  $h$   
 Fonte: NF DTU 31.3:2012

Os conectores usados nas juntas de continuação das barras periféricas devem ter pelo menos as seguintes dimensões (ver Figura 15):

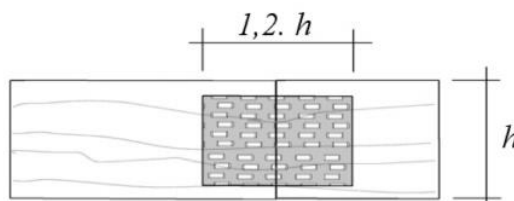


Figura 15 - Juntas de continuação para um par de conectores.  
 Fonte: NF DTU 31.3:2012

onde,

altura do conector:  $0,6 \times h$  (altura da barra);

comprimento do conector:  $1,2 \times h$  (altura da barra).

### 3.3. Norma Alemã DIN 1052:2008-12

A norma alemã que trata do projecto de estruturas de madeira é a DIN 1052:2008-12. Esta norma é baseada no Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004, levando em conta o estado actual do desenvolvimento técnico em termos de conceito de segurança, determinação de força interna e projecto em engenharia civil e está subdividida em três partes: projeto e construção de estruturas e elementos estruturais; projeto e suas conexões e projeto de painéis estruturais.

Esta norma traz algumas especificações para conexões com chapas metálicas, com, no mínimo 1 mm de espessura nominal, em elementos de madeira, em particular para treliças:

- Para ser realizado as conexões das placas à madeira, nas classes de serviço 1 e 2, a madeira não deve exceder a umidade média de 20%.
- Todos os componentes de madeira que serão ligados entre si, devem ter espessuras iguais.
- Cada junta deve ser conectada por, no mínimo, duas chapas metálicas, tendo estas o menor tamanho e colocadas simetricamente, sendo a largura mínima da chapa metálica deve cobrir, pelo menos, 50% da altura do elemento de madeira.
- A profundidade do encaixe das chapas em todas as barras dever atender à seguinte condição:

$$s \geq \max \begin{cases} 30mm \\ h_f \\ 6 \end{cases} \quad (0.22)$$

onde,

$h_f$  é altura do elemento de madeira;

$s$  é a distância do centro de gravidade da superfície de conexão até a junta.

A verificação da segurança das chapas metálicas em elementos de madeira abordadas na DIN 1052:2008-12 são idênticas ao Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004.

## 4. MODELAÇÃO E VERIFICAÇÃO DE CHAPAS METÁLICAS DENTADAS

Este capítulo apresenta 3 metodologias para o cálculo dos esforços para as linhas de rotura nos nós de ligação em uma treliça, a partir dos esforços no centro de gravidade das áreas de ancoragem em cada barra pertencente ao nó. Estes métodos serão aplicados para verificação da capacidade resistente de uma treliça simples. Após a apresentação deste caso de estudo, a metodologia será aplicada em uma outra treliça, do tipo Belga, no qual todos os nós que possuírem mais que uma linha serão analisados.

Na Figura 16 apresenta-se a geometria de um nó de cumeeira de uma treliça de cobertura, com os elementos de madeira fixados através de uma chapa metálica.

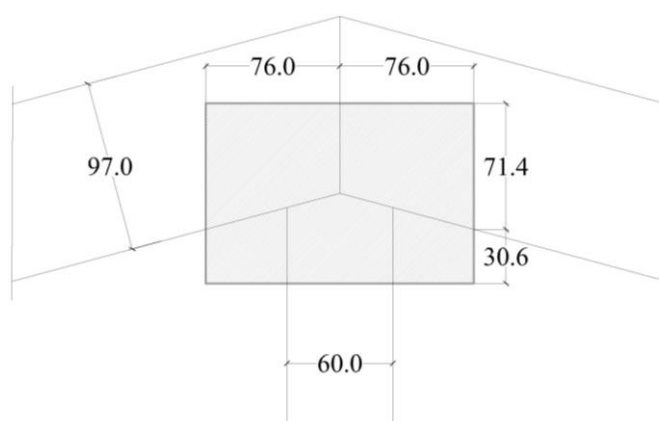


Figura 16 - Geometria da ligação e dimensões da chapa metálica em mm

Na Figura 17 apresenta-se as áreas efectivas com seus respectivos centros de ancoragem.

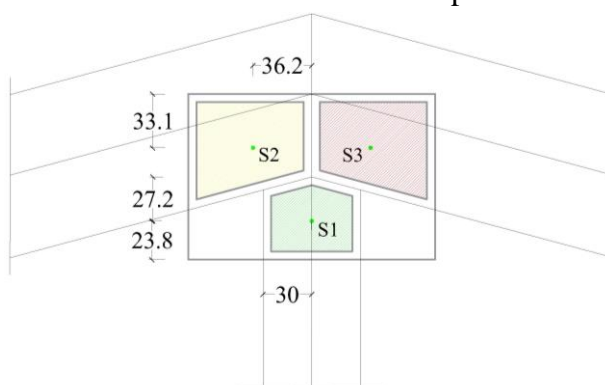


Figura 17 - Áreas efectivas e centro de ancoragem

A rotura da chapa irá ocorrer na união entre os elementos de madeira, chamadas de linhas de rotura. As linhas de rotura são de grande importância para os cálculos nos três métodos que serão utilizados neste trabalho, pois é a partir delas que serão realizadas as verificações. Na Figura 18 estão demonstradas as dimensões das linhas de rotura para o nó. O valor do comprimento da linha de rotura é dado por:

$$c_l = 12 \cdot t \quad (0.23)$$

onde:

$t$  é a espessura da chapa metálica.

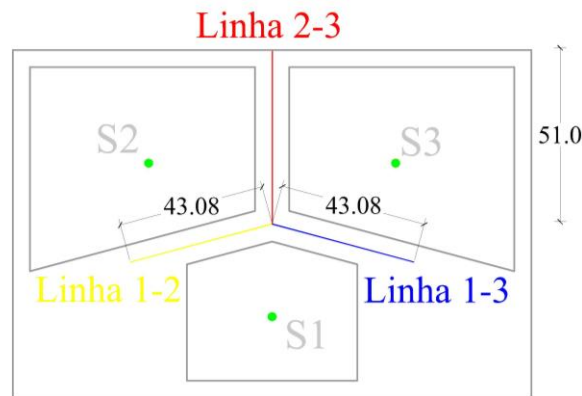


Figura 18 - Linhas de rotura a verificar na ligação

Para a realização dos cálculos, é necessário conhecer as propriedades da chapa metálica utilizada. As propriedades da chapa metálica utilizada são demonstradas na Tabela 4.

Tabela 4 - Propriedades da chapa

$t$ (mm)	$k_{ser}$ (N/mm*mm <sup>2</sup> )	$f_{a,0,0,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$f_{a,90,90,k}$ (N/mm <sup>2</sup> )	$k_1$ (N/(°mm <sup>2</sup> ))	$k_2$ (N/(°mm <sup>2</sup> ))	$\alpha_0$ (°)		
1,0	14,7	2,82	1,5	-0,0061	0,017	59,4		
$f_{t,0,k}$ (N/mm)	$f_{t,90,k}$ (N/mm)	$f_{c,0,k}$ (N/mm)	$f_{c,90,k}$ (N/mm)	$f_{v,0,k}$ (N/mm)	$f_{v,90,k}$ (N/mm)	$\gamma_0$ (°)	$k_v$	
148	136	76	88	69	43	16	0,87	-

A seguir serão apresentados os cálculos detalhados para a obtenção dos esforços em cada linha de rotura para os Métodos 1, 2 e 3, sendo que, apenas para o método 1 será demonstrado a verificação dos esforços nas linhas de rotura, pois esta verificação é realizada da mesma maneira para os 3 métodos que serão abordados neste capítulo.

#### 4.2. Método 1

Neste método a transferência dos esforços para as linhas de rotura é possível quando as linhas são simétricas em relação ao nó, quando as cargas são simétricas, ou quando a linha de rotura é composta por uma única linha, através do equilíbrio estático entre os esforços nas ancoragens e a distribuição destes pelas linhas de rotura adjacentes.

Segundo Calil Jr. e Molina (2010), para garantir que os esforços sejam transmitidos entre as barras, deve-se garantir uma ancoragem suficiente entre a interface chapa-madeira, sendo a ancoragem, função da densidade da madeira e da área de chapa que atua para resistir aos esforços.

A seguir, serão apresentados os cálculos para a verificação da ancoragem da chapa no elemento de madeira.

Características geométricas e mecânicas da zona de ancoragem S2:

$$\text{Área efectiva: } A_{ef} = 25,888\text{cm}^2$$

$$\text{Momento de inércia em torno do eixo } x: I_x = 47,691\text{cm}^4$$

$$\text{Momento de inércia em torno do eixo } y: I_y = 68,335\text{cm}^4$$

$$\text{Momento polar de inércia: } I_p = I_x + I_y = 47,691 + 68,335 = 116,026\text{cm}^4$$

$$\text{Distância máxima ao centro geométrico: } r_{\max} = \sqrt{2,6711^2 + 3,0259^2} = 4,036\text{cm}$$

O módulo de rigidez elástico é dado por:

$$W_{el} = \frac{I_p}{r_{\max}} = \frac{116,026}{4,036} = 28,747\text{cm}^3 \quad (0.24)$$

O módulo de rigidez plástico é dado por:

$$W_{pl} = \frac{28,888 \times 7,680}{4} = 49,704\text{cm}^3 \quad (0.25)$$

sendo:

$$d = \sqrt{\left(\frac{25,888}{6,604}\right)^2 + 6,604^2} = 7,68\text{cm} \quad (0.26)$$

A relação entre o momento plástico e elástico será:

$$\alpha_{pl} = \frac{49,704}{28,747} = 1,729 \quad (0.27)$$

O valor de  $\alpha_{pl}$  deve ser menor ou igual a 1,5, por isso, usa-se neste caso,  $\alpha_{pl} = 1,5$ , logo:

$$W_{pl} = 1,5 \times 28,747 = 43,120\text{cm}^3 \quad (0.28)$$

Os parâmetros para a verificação/pormenorização serão:

$$\text{Módulo de deslizamento: } K_{ser} = 14,7\text{kN/cm}^3$$

O valor instantâneo do módulo de deslizamento para o estado limite último é dado por:

$$K_u = \frac{2}{3} \times \frac{14,7}{1,3} = 7,538\text{kN/cm}^3 \quad (0.29)$$

$$K_\varphi = 2 \times 7,538 \times 116,026 \times 10^{-2} = 17,493\text{kN.m} \quad (0.30)$$

$$K_x = K_y = 2 \times 7,538 \times 25,888 = 390,31\text{kN/cm} \quad (0.31)$$

Na Tabela 5 e na Tabela 6 a seguir, apresenta-se um resumo das características geométricas e mecânicas da chapa calculadas e os parâmetros para a verificação, para a zona S1.

Tabela 5 - Características geométricas e mecânicas da chapa na zona S1

<b>Características geométricas e mecânicas</b>		
$A_{ef}$	13,73	cm <sup>2</sup>
$I_x$	8,885	cm <sup>4</sup>
$I_y$	26,857	cm <sup>4</sup>
$I_p$	35,742	cm
$r_{máx}$	3,25	cm
$W_{el}$	10,997	cm <sup>3</sup>
$W_{el}$	16,495	cm <sup>3</sup>

Tabela 6 - Parâmetros de verificação

<b>Parâmetros de verificação/pormenorização</b>		
$K_{ser}$	14,7	kN/cm <sup>3</sup>
$K_u$	7,538	kN/cm <sup>3</sup>
$K_\phi$	5,389	kN.m
$K_x$	207,011	kN/cm
$K_y$	207,011	kN/cm

Para membros de madeira solicitados à compressão, o conector deve ser dimensionado para resistir a 50% do esforço actuante.

A seguir na Figura 19 têm-se: (a) as forças paralelas e perpendiculares a linha transformadas em forças vertical e horizontal (b), com as forças divididas para o par de chapas. Na Figura 20 será demonstrado a redução e obtenção dos esforços actuantes em cada área de ancoragem.

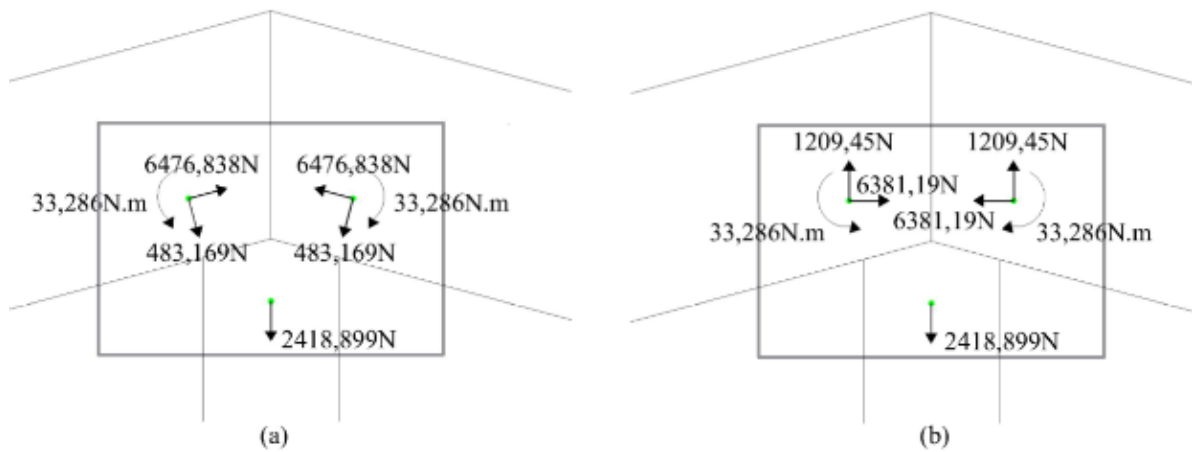


Figura 19 - Esforços internos nos centros de gravidade de cada área. (a) Forças paralelas e perpendiculares a linha de eixo da barra. (b) Forças nas direções vertical e horizontal

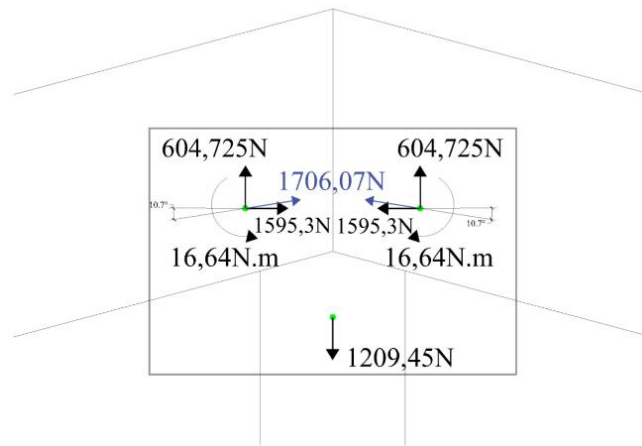


Figura 20 - Redução dos esforços nos centros geométricos de ancoragem

Verificação do equilíbrio de esforços na chapa:

$$\sum V = 0 \rightarrow V_A + V_B + V_C = -1,20945 + 0,604725 + 0,604725 = 0 \quad (0.32)$$

$$\sum H = 0 \rightarrow H_A + H_B + H_C = 1,5953 - 1,5953 = 0 \quad (0.33)$$

$$\sum M = 0 \rightarrow 0,604725 \times 0,0362 - 0,604725 \times 0,0362 - 3,1906 \times 0,0179 + 3,1906 \times 0,0179 - 0,01664 + 0,01664 = 0 \quad (0.34)$$

Tensões no nó 2:

$$F_{A,Ed} = \sqrt{0,604725^2 + \left(\frac{3,1906}{2}\right)^2} = 1,7061kN \quad (0.35)$$

com,

$$\tau_{F,d} = \frac{1,7061}{25,888} = 0,659 \text{ kN} / \text{cm}^2 \quad (0.36)$$

O momento plástico é dado por:

$$W_{pl} = 1,5 \times 28,747 = 43,12 \text{ cm}^3 \quad (0.37)$$

$$\tau_{M,d} = \frac{0,01664}{43,12} = 0,0386 \text{ kN} / \text{cm}^2 \quad (0.38)$$

$$\alpha = \arctg \left( \frac{0,604725}{\frac{3,1906}{2}} \right) = 20,76^\circ \quad (0.39)$$

$$\beta = 20,76^\circ - 15^\circ = 5,76^\circ \quad (0.40)$$

$$\alpha = 20,76^\circ < \alpha_0 = 59,4^\circ$$

$$\beta = 5,76^\circ < 45^\circ$$

A resistência da chapa é dada por:

$$f_{\alpha,\alpha,0,k} = 2,82 - 0,0061 \times 20,76^\circ = 2,69 \text{ N} / \text{mm}^2 \quad (0.41)$$

$$f_{\alpha,\alpha,\beta,k} = \max \begin{cases} 2,69 - (2,69 - 1,5) \times \frac{5,76}{45} = 2,537 \text{ N} / \text{mm}^2 \\ 2,82 - (2,82 - 1,5) \times \sin(20,76^\circ) = 2,352 \text{ N} / \text{mm}^2 \end{cases} \quad (0.42)$$

$$f_{\alpha,\alpha,\beta,d} = 2,537 \times \frac{0,6}{1,3} = 1,171 \text{ N} / \text{mm}^2 \quad (0.43)$$

$$f_{\alpha,0,0,d} = 2,82 \times \frac{0,6}{1,3} = 1,302 \text{ N} / \text{mm}^2 \quad (0.44)$$

Verificação da ancoragem na área S2:

$$\left( \frac{0,659}{1,171} \right)^2 + \left( \frac{0,386}{1,302} \right)^2 = 0,405 < 1 \quad (0.45)$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,659}{1,171}\right)^2 + \left(\frac{0,386}{1,302}\right)^2} = 0,636 < 1 \quad (0.46)$$

Tensões no nó 1:

$$F_{A,Ed} = \sqrt{1,20945^2 + 0^2} = 1,20945 \text{ kN} \quad (0.47)$$

com,

$$\tau_{M,d} = \frac{1,20945}{13,730} = 0,0881 \text{ kN / cm}^2 \quad (0.48)$$

O momento plástico é dado por:

$$W_{pl} = 1,5 \times 10,997 = 16,495 \text{ cm}^3 \quad (0.49)$$

$$\tau_{M,d} = \frac{0,0}{16,495} = 0,0 \text{ kN / cm}^2 \quad (0.50)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{1,20962}{0}\right) = 90^\circ \quad (0.51)$$

$$\beta = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ \quad (0.52)$$

$$f_{\alpha,\alpha,0,k} = 2,82 - 0,0061 \times 59,4^\circ + 0,017 \times (90^\circ - 59,4^\circ) = 2,9779 \text{ N / mm}^2 \quad (0.53)$$

Para  $\beta \leq 45^\circ$

$$f_{\alpha,\alpha,\beta,k} = \begin{cases} 2,9779 - (2,9779 - 1,5) \times \frac{0^\circ}{45^\circ} = 2,9779 \text{ N / mm}^2 \\ 2,82 - (2,82 - 1,5) \times \sin(90^\circ) = 2,5742 \text{ N / mm}^2 \end{cases} \quad (0.54)$$

$$f_{\alpha,\alpha,\beta,d} = 2,9779 \times \frac{0,6}{1,3} = 1,3744 \text{ N / mm}^2 \quad (0.55)$$

$$f_{\alpha,0,0,d} = 2,82 \times \frac{0,6}{1,3} = 1,3015 \text{ N / mm}^2 \quad (0.56)$$

Verificação da ancoragem na área S1:

$$\left(\frac{0,0881}{1,3744}\right)^2 + \left(\frac{0}{1,3015}\right)^2 = 0,4108 < 1 \quad (0.57)$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,0881}{1,3744}\right)^2 + \left(\frac{0}{1,3015}\right)^2} = 0,6409 < 1 \quad (0.58)$$

O cálculo da capacidade resistente da chapa é baseado no índice de aproveitamento da secção da chapa em cada linha de rotura. Sendo necessário verificar as linhas de rotura entre os elementos de madeira.

Tensões na linha de rotura 1-2 e 1-3:

Em primeiro lugar, é necessário reduzir os esforços actuantes nos nós em S2 e S3 ao centro geométrico das linhas de rotura 1-2 e 1-3. Para isto, são calculadas as reacções causadas a partir da força na área de ancoragem S1. As forças são concentradas no centro da linha de rotura (ver Figura 21).

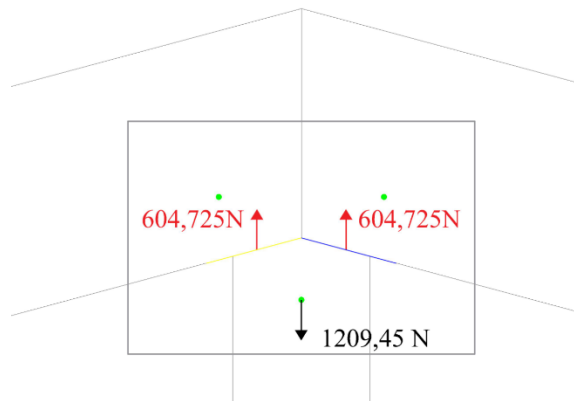


Figura 21 - Reações nas linhas de rotura 1-2 e 1-3

O comprimento da linha de rotura é  $l = 43,08mm$ .

$$V_R = \frac{V_3}{2} = \frac{1,20945}{2} = 0,604725kN \quad (0.59)$$

O valor de cálculo da força da força correspondente a  $M_{Ed}$  e da força resultante no centro geométrico da linha de rotura são:

$$F_{M,Ed} = \frac{2 \times 0}{43,08} = 0,0kN \quad (0.60)$$

$$F_{Ed} = \sqrt{0,604725^2 + 0,0^2} = 0,604725kN \quad (0.61)$$

$$\gamma = 15^\circ$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{0,604725}{0}\right) = 90^\circ$$

Na Figura 22 pode-se observar os ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$  na linha 1-2.

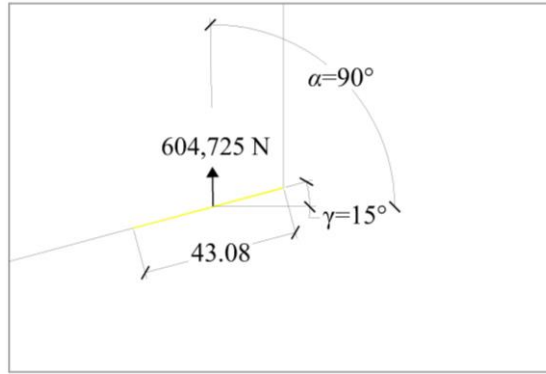


Figura 22 - Ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$  na linha 1-2

Obtenção dos esforços de cálculo:

$$F_{x,Ed} = 0,604725 \times \cos(90^\circ) + 2 \times 0 \times \sin(15^\circ) = 0kN \quad (0.62)$$

$$F_{x,Ed} = 0,604725 \times \cos(90^\circ) - 2 \times 0 \times \sin(15^\circ) = 0kN \quad (0.63)$$

$$F_{y,Ed} = 0,604725 \times \sin(90^\circ) + 2 \times 0 \times \cos(15^\circ) = 0,604725kN \quad (0.64)$$

$$F_{y,Ed} = 0,604725 \times \sin(90^\circ) - 2 \times 0 \times \cos(15^\circ) = 0,604725kN \quad (0.65)$$

Obtenção dos esforços resistentes de cálculo:

$$F_{x,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |76 \times 43,08 \times \sin(15 - (-2,1) \times \sin(2 \times 15^\circ))| \\ |69 \times 43,08 \times \cos(15^\circ)| \end{array} \right\} \rightarrow F_{x,Rk} = 2,8712kN \quad (0.66)$$

$$F_{x,Rd} = \frac{F_{x,Rk}}{\gamma_M} = \frac{2,87112}{1,3} = 2,208kN \quad (0.67)$$

O valor de k é dado através de:

$$1 - k_v \times \sin(2 \times \gamma) \text{ para } F_{x,Ed} > 0$$

$$1 \text{ para } F_{x,Ed} \leq 0$$

$$F_{y,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |136 \times 43,08 \times \cos(15^\circ)| \\ |1,0 \times 43 \times 43,08 \times \sin(15^\circ)| \end{array} \right\} \rightarrow F_{y,Rk} = 5,6592kN \quad (0.68)$$

$$F_{y,Rd} = \frac{F_{y,Rk}}{\gamma_M} = \frac{5,6592}{1,3} = 4,353kN \quad (0.69)$$

Verificação da capacidade resistente na linha 1-2:

$$\left(\frac{0,0}{2,208}\right)^2 + \left(\frac{0,604725}{4,353}\right)^2 = 0,01929 < 1 \quad (0.70)$$

$$\sqrt{\left(\frac{0,0}{2,208}\right)^2 + \left(\frac{0,604725}{4,353}\right)^2} = 0,1389 < 1 \quad (0.71)$$

Obtenção das tensões na linha de rotura 2-3:

Na Figura 23 são apresentados os esforços paras as linhas de rotura 1-2 e 2-3.

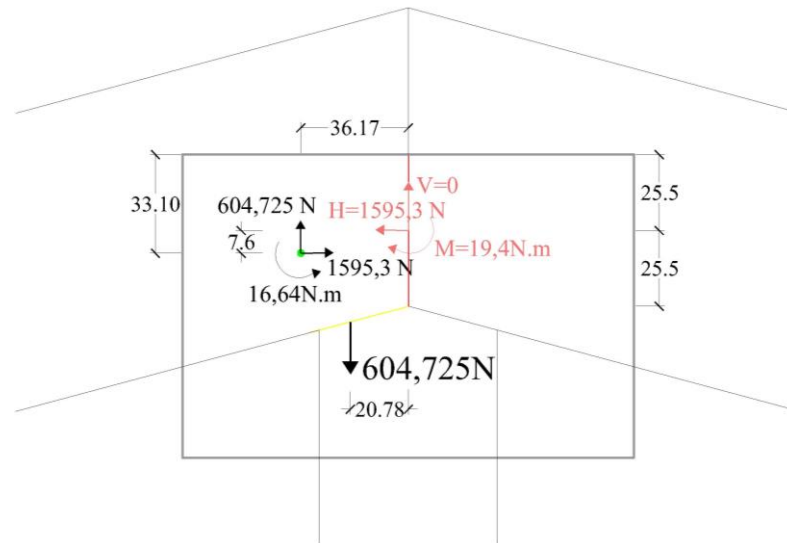


Figura 23 - Esforços nas linhas de rotura

A obtenção dos esforços na linha de rotura 2-3 é realizada através das equações de equilíbrio de força e de momento:

$$V_{2-3} = F_{y,Ed} = 0,6048 - 0,6048 = 0,0kN \quad (0.72)$$

$$H_{2-3} = F_{x,Ed} = \frac{-3,1906}{2} = -1,5953kN \quad (0.73)$$

$$M_{2-3} = -0,6048 \times 0,02078 + 0,6048 \times 0,036179 - 0,01664 - 1,5953 \times 0,0076 = -0,0194kN.m \quad (0.74)$$

O valor de cálculo da força da força correspondente a  $M_{Ed}$  e da força resultante no centro geométrico da linha de rotura são:

$$F_{M,Ed} = \pm \frac{2 \times 0,0194}{0,05101} = \pm 0,7606kN \quad (0.75)$$

$$F_{Ed} = \sqrt{0^2 + 1,5953^2} = 1,5953kN \quad (0.76)$$

$$\gamma = 15^\circ$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{0}{1,5953}\right) = 0^\circ$$

Na Figura 24 pode-se observar os ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$  na linha 2-3.

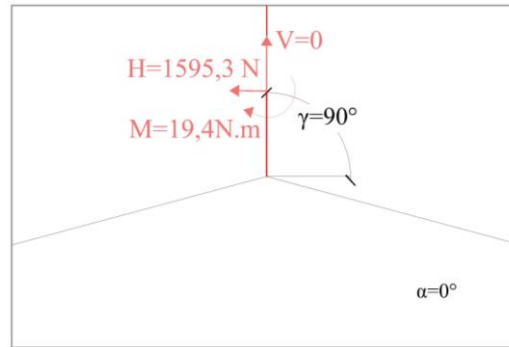


Figura 24 - Ângulos  $\alpha$  e  $\gamma$  na linha 2-3

Obtenção dos esforços de cálculo para a linha 2-3:

$$F_{x,Ed} = 1,5953 \times \cos(0^\circ) + 2 \times 0,7606 \times \sin(90^\circ) = 0,0740 \text{ kN} \quad (0.77)$$

$$F_{x,Ed} = 1,5953 \times \cos(0^\circ) - 2 \times 0,7606 \times \sin(90^\circ) = 3,1167 \text{ kN} \quad (0.78)$$

$$F_{y,Ed} = 1,5953 \times \sin(0^\circ) + 2 \times 0,7606 \times \cos(90^\circ) = 0 \text{ kN} \quad (0.79)$$

$$F_{y,Ed} = 1,5953 \times \sin(0^\circ) - 2 \times 0,7606 \times \cos(90^\circ) = 0 \text{ kN} \quad (0.80)$$

Obtenção dos esforços resistentes de cálculo:

$$\gamma = 90^\circ$$

$$F_{x,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |148 \times 51 \times \sin(90^\circ) - (-2,1) \times \sin(2 \times 90^\circ)| \\ |69 \times 51 \times \cos(90^\circ)| \end{array} \right\} \rightarrow F_{x,Rk} = 7,5495 \text{ kN} \quad (0.81)$$

$$F_{x,Rd} = \frac{F_{x,Rk}}{\gamma_M} = \frac{7,5495}{1,3} = 5,807 \text{ kN} \quad (0.82)$$

O valor de  $k$  é dado através de:

$$1 - k_v \times \sin(2 \times \gamma) \text{ para } F_{x,Ed} > 0$$

$$1 \text{ para } F_{x,Ed} \leq 0$$

$$\text{Assim, } k = 1 + 0,87 \times \sin(2 \times 90^\circ) = 1,0$$

$$F_{y,Rk} = \max \left\{ \begin{array}{l} |88 \times 51 \times \cos(90^\circ)| \\ |1,0 \times 43 \times 51 \times \sin(90^\circ)| \end{array} \right\} \rightarrow F_{y,Rk} = 2,1934 \text{ kN} \quad (0.83)$$

$$F_{y,Rd} = \frac{F_{yx,Rk}}{\gamma_M} = \frac{2,1934}{1,3} = 1,6872kN \quad (0.84)$$

A verificação da capacidade resistente da linha 2-3 é dada por:

$$\left(\frac{3,1166}{5,807}\right)^2 + \left(\frac{0}{1,6872}\right)^2 = 0,288 < 1 \quad (0.85)$$

$$\sqrt{\left(\frac{3,1166}{5,807}\right)^2 + \left(\frac{0}{1,6872}\right)^2} = 0,5366 < 1 \quad (0.86)$$

#### 4.1. Método 2

O método 2 é o método da linha fictícia. Foi proposto para obter os esforços em cada tramo da linha de rotura (que se localiza no encontro dos elementos de madeira), a partir de uma simplificação dos esforços. Em casos de ligações mais complexas, como, por exemplo, no caso de o nó de ligação da treliça ser composto de várias linhas de rotura, sem eixo de simetria ou em casos de cargas não simétricas em relação ao eixo do nó a distribuição dos esforços é de difícil obtenção e o método da linha fictícia permite obter esta distribuição.

A seguir será apresentada a metodologia para a obtenção da linha fictícia a partir das linhas de rotura do nó de treliça.

As linhas de rotura analisadas serão: linha 1-2 e 2-3 para a área S2, e linha 1-2 para a área S1. Para o cálculo segundo a linha fictícia deve-se obter os esforços na linha de rotura referente a área de ancoragem que está a analisar, pois para a mesma linha de rotura pode-se obter valores diferentes de esforços que são associados a cada área. No Método 1, ao olhar para as duas áreas que limitam a mesma linha de rotura, os valores dos esforços nesta linha devem ser iguais.

Para a obtenção da linha fictícia e a sua posição geométrica, é necessário calcular o centro geométrico (*CG*), referente à linha composta (linhas de rotura), no qual será inserida a linha fictícia.

A determinação do comprimento obtém-se projectando o final das linhas de rotura sobre a linha fictícia.

##### 4.1.1. Linha fictícia para a área S2

A seguir, serão apresentados os cálculos para a obtenção da linha fictícia na área de ancoragem S2. Esta linha é obtida através das linhas de rotura 1-2 e 2-3, e o eixo encontra-se no início da linha de rotura 1-2.

Os esforços resultantes obtidos no centro de gravidade da área de ancoragem S2 estão na Figura 25:

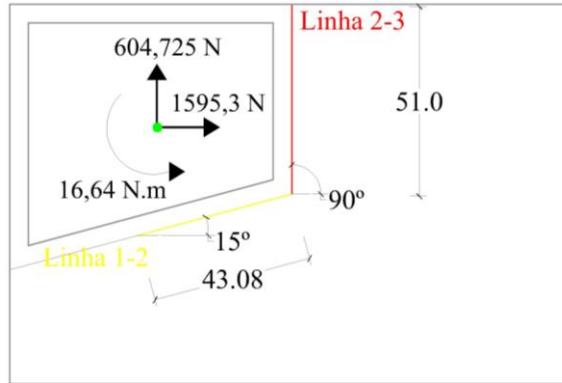


Figura 25 - Esforços no centro de gravidade da área de ancoragem e dimensões da linha composta

Será calculado um centro geométrico pertencente à linha composta, que é obtido através de uma média realizada entre o centro de cada uma das linhas em relação aos eixos  $x$  e  $y$  com o comprimento de cada linha de rotura. As coordenadas do centro geométrico da linha composta são calculadas através das expressões (0.87) e (0.88):

$$x_G = \frac{l_{x1} \times l_{1-2} + l_{x2} \times l_{2-3}}{l_{1-2} + l_{2-3}} \quad (0.87)$$

$$y_G = \frac{l_{y1} \times l_{1-2} + l_{y2} \times l_{2-3}}{l_{1-2} + l_{2-3}} \quad (0.88)$$

onde,

$l_{x1}$  e  $l_{x2}$  são o comprimento na direção  $x$  em relação ao eixo a partir do centro das linhas 1-2 e 2-3, respectivamente;

$l_{1-2}$  e  $l_{2-3}$  são o comprimento das linhas 1-2 e 2-3;

$l_{y1}$  e  $l_{y2}$  são o comprimento na direção  $y$  em relação ao eixo a partir do centro das linhas 1-2 e 2-3, respectivamente.

A dimensão do centro de cada linha em relação ao eixo é dada na Figura 26:

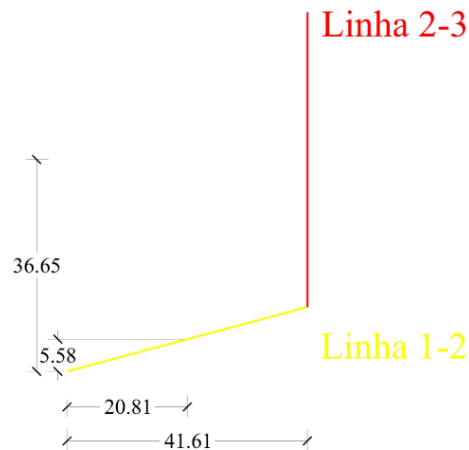


Figura 26 – Dimensões em mm do centro de cada linha em relação à origem

As coordenadas do centro geométrico das linhas de rotura são:

$$x_G = \frac{20,81 \times 43,08 + 41,61 \times 51}{43,08 + 51} = 32,08 \text{ mm} \quad (0.89)$$

$$y_G = \frac{5,58 \times 43,08 + 36,65 \times 51}{43,08 + 51} = 22,42 \text{ mm} \quad (0.90)$$

O ângulo de inclinação da linha fictícia é calculado através da média ponderada entre os ângulos das linhas 1-2 e 2-3 e seus respectivos comprimentos:

$$\bar{\theta} = \frac{\theta_1 \times l_{1-2} + \theta_2 \times l_{2-3}}{l_{1-2} + l_{2-3}} \quad (0.91)$$

onde,

$\theta_1$  e  $\theta_2$  são os ângulos de inclinação das linhas 1-2 e 2-3 em relação ao eixo  $x$ .

Substituindo os valores, obtém-se:

$$\bar{\theta} = \frac{15 \times 43,08 + 90 \times 51}{43,08 + 51} = 55,67^\circ \quad (0.92)$$

Com as coordenadas do centro geométrico da linha composta e com a sua inclinação, a linha fictícia é inserida no CG da linha composta (ver Figura 27):

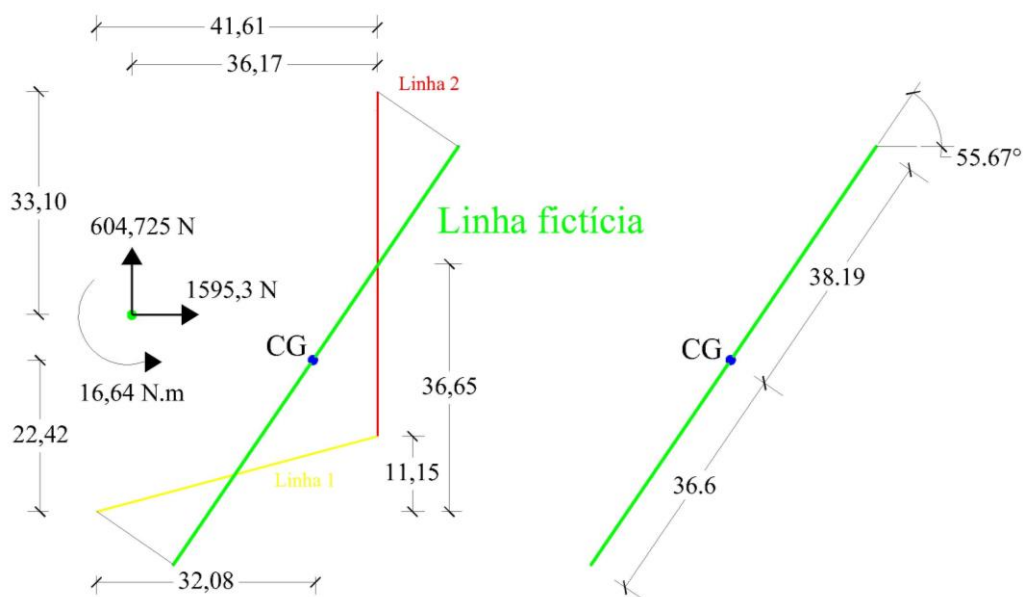


Figura 27 – Centro geométrico da linha composta e a linha fictícia

O comprimento total da linha fictícia é obtido estendendo-se a linha até formar um ângulo de  $90^\circ$  com a extremidade de cada linha de rotura.

Os esforços aplicados no centro geométrico da área de ancoragem da chapa são transferidos para o centro geométrico da linha composta e para o centro da linha fictícia.

Para o cálculo de verificação da linha fictícia, é necessário transferir os esforços para o centro da linha, o centro da linha é exatamente o comprimento total da linha dividido por 2 (ver Figura 28).

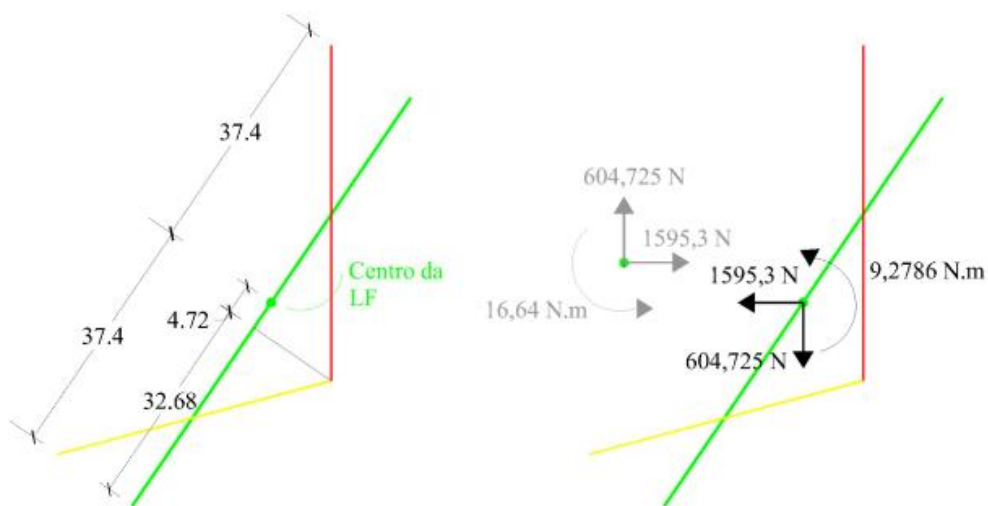


Figura 28 – Dimensões da linha fictícia (esquerda); Esforços no centro da linha fictícia (direita)

Cada tramo da linha fictícia corresponde a uma linha de rotura. Para o valor dos esforços serem proporcionais ao comprimento de cada linha de rotura, é traçada uma linha a partir do encontro das linhas de rotura até a linha fictícia, formando com esta, um ângulo de  $90^\circ$ . O comprimento desta diferença entre a nova linha e o centro da linha fictícia influenciará no cálculo dos esforços.

Os esforços do centro da linha fictícia são distribuídos ao longo dos tramos, para, a partir deles encontrar os esforços resultantes em cada tramo.

A tensão normal devida ao momento flector, a tenão vertical e a tensão horizontal ao longo da linha fictícia são calculados nas equações (0.93), (0.94) e (0.95) respectivamente.

$$\sigma_M = \frac{4 \times M}{c_{lf}^2} = \frac{4 \times (-0,0092786)}{0,07479^2} = -6,63522 \text{ kN} / \text{m} \quad (0.93)$$

$$\sigma_V = \frac{V}{c_{lf}} = \frac{0,604725}{0,07479} = -8,09 \text{ kN} / \text{m} \quad (0.94)$$

$$\sigma_H = \frac{H}{c_{lf}} = \frac{1,5953}{0,07479} = -21,33 \text{ kN} / \text{m} \quad (0.95)$$

onde,

$M$  é o valor do momento atuante no centro da linha fictícia;

$V$  é o valor da força vertical no centro da linha fictícia;

$H$  é o valor da força horizontal no centro da linha fictícia;

$c_{lf}$  é o comprimento da linha fictícia.

A partir das tensões calculadas e com o comprimento de cada tramo, é possível encontrar as reações para cada linha de rotura através da projeção dos esforços de cada tramo da linha fictícia para as linhas 1-2 e 2-3, concentrando os esforços no centro de cada tramo.

Linha 1-2:

$$V = -6,63522 \times 0,03268 \times \cos(55.67^\circ) + 8,09 \times 0,03268 = -0,38667 \text{ kN} \quad (0.96)$$

$$H = 6,63522 \times 0,03268 \times \sin(55.67^\circ) - 21,33 \times 0,03268 = -0,517998 \text{ kN} \quad (0.97)$$

$$M = 0 \text{ kN.m} \quad (0.98)$$

Linha 2-3:

$$V = -6,63522 \times (0,00472 - 0,0374) \times \cos(55.67^\circ) + (-8,09) \times (0,00472 + 0,0374) = -0,2184 \text{ kN} \quad (0.99)$$

$$H = 6,63522 \times (0,00472 - 0,0374) \times \sin(55.67^\circ) - 21,33 \times (0,00472 + 0,0374) = -1,0774 \text{ kN} \quad (0.100)$$

$$M = -6,63522 \times 0,00472 \times 0,0117 + 6,63522 \times 0,1872 \times 0,0935 = 0,1157 \text{ kN} \quad (0.101)$$

#### 4.1.2. Linha fictícia para a área S1

Os cálculos para a obtenção da linha fictícia para a área S1 é realizado a partir das linhas de rotura 1-2 e 1-3 de maneira análoga ao demonstrado no item 4.1.1.

Os esforços resultantes obtidos no centro de gravidade da área de ancoragem S1 estão na Figura 29.

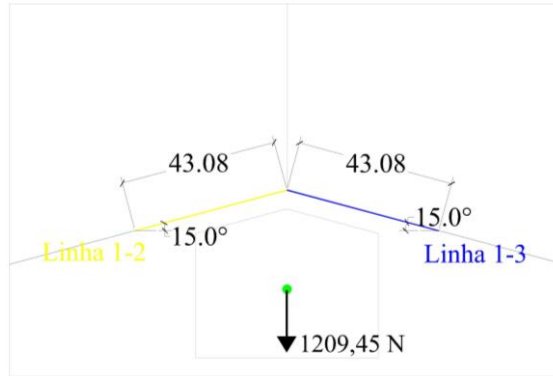


Figura 29 - Esforços no centro de gravidade da área de ancoragem

As distâncias do centro de cada linha em relação a origem estão demonstradas na Figura 30.

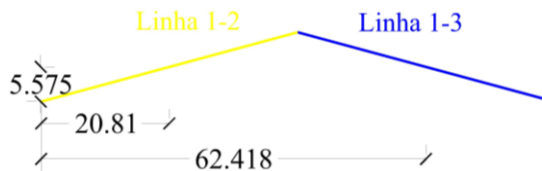


Figura 30 - Dimensões do centro de cada linha em relação à origem

O centro geométrico é calculado através das expressões a seguir:

$$x_G = \frac{20,81 \times 43,08 + 62,418 \times 43,08}{43,08 + 43,08} = 41,61mm \quad (0.102)$$

$$y_G = \frac{5,575 \times 43,08 + 5,575 \times 43,08}{43,08 + 43,08} = 5,575mm \quad (0.103)$$

O ângulo de inclinação é calculado através da expressão:

$$\theta = \frac{15 \times 43,08 + (-15) \times 43,08}{43,08 + 43,08} = 0^\circ \quad (0.104)$$

Com as coordenadas do centro geométrico da linha composta e com a sua inclinação, a linha fictícia é inserida. Neste caso o centro da linha fictícia e o centro geométrico da linha composta coincidem.

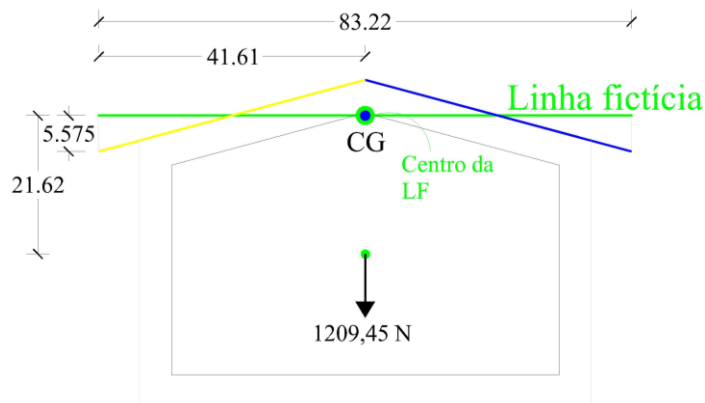


Figura 31 - Centro geométrico da linha composta e centro da linha fictícia

A força vertical é transferida para o centro da linha fictícia (ver Figura 32).

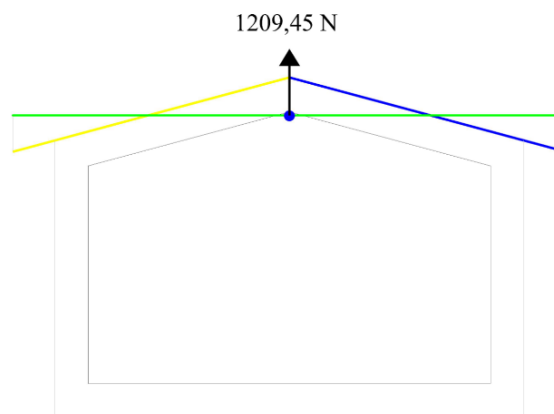


Figura 32 - Esforços no centro da linha fictícia

Os esforços são distribuídos ao longo dos tramos e os valores das tensões ao longo da linha fictícia são demonstrados a seguir:

$$\sigma_M = \frac{4 \times M}{c_{lf}^2} = 0 \quad (0.105)$$

$$\sigma_V = \frac{V}{c_{lf}} = \frac{1,20945}{0,083224} = 14,5325 \text{ kN} / \text{m} \quad (0.106)$$

$$\sigma_H = \frac{H}{c_{lf}} = 0 \quad (0.107)$$

A partir das tensões calculadas e com o comprimento de cada tramo, é possível encontrar as reações para cada linha de rotura através da projeção dos esforços de cada tramo da linha fictícia para as linhas 1-2 e 1-3, concentrando os esforços no centro de cada tramo.

Linha 1-2:

$$V = 14,5325 \times 0,041612 = 0,604725 \text{ kN} \quad (0.108)$$

$$H = 0kN \quad (0.109)$$

$$M = 0kN.m \quad (0.110)$$

Linha 1-3:

Como as linhas 1-2 e 1-3 possuem as mesmas dimensões e a mesma distribuição de tensões, os valores são iguais aos calculados para a linha 1-2.

#### 4.2. Método 3

No método 3 é realizado a modelação das linhas de rotura através do *software* MIDAS Gen. O objetivo desta modelação é obter a distribuição dos esforços resultantes ao longo de cada linha de rotura para as cargas aplicadas no centro geométrico da linha composta.

Primeiramente são inseridos os nós respectivos ao início e final de cada linha. Os nós são então conectados por elementos de barra (elementos rígidos), que são independentes do tipo de material e de sua secção; com igual tamanho das linhas e inclinação dos métodos anteriores.

Cada elemento de barra foi dividido em vários nós, sendo que, a distância entre estes seja sempre igual a 0,001m. Cada nó foi então copiado e transferido a uma distância em relação às linhas de rotura na direcção da face das outras áreas de ancoragem.

Em cada nó transferido, foram restringidos os deslocamentos e a rotação em todas as direcções através da função *supports* (ver Figura 33). Esta função de restrição pode ser usada para restringir deslocamentos nodais ou conectar nós entre elementos como treliça, tensão plana e elementos de placa. As restrições nodais são aplicáveis a 6 graus de liberdade em relação ao Sistema de coordenadas globais (GCS) ou ao Sistema de coordenadas locais dos nós (NCS). Midas manual (2001).

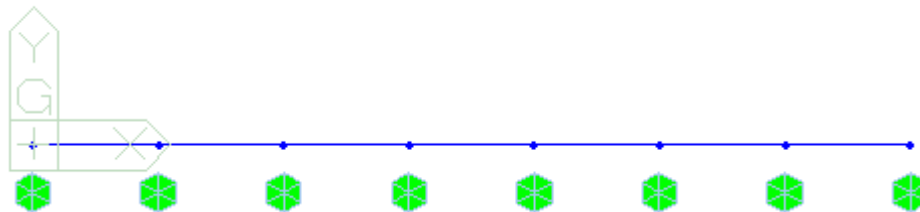


Figura 33 - Nós em elemento de barra (azul); Apoios rígidos (verde)

Os nós pertencentes à linha de rotura são conectados aos nós que foram transferidos através do comando *elastic link*. Elementos de limite elástico são usados para definir a rigidez das estruturas. Eles também são usados para impedir que erros ocorram nos nós de conexão de elementos com graus de liberdade limitados, como treliça, tensão no plano, elemento da placa, etc. Midas manual (2001). Um elemento *elastic link* conecta dois nós para estes atuarem como um elemento, sendo sua rigidez fornecida pelo usuário. O valor de rigidez utilizado foi de 14,7 N/mm<sup>3</sup> (ver Figura 34 e Figura 35).

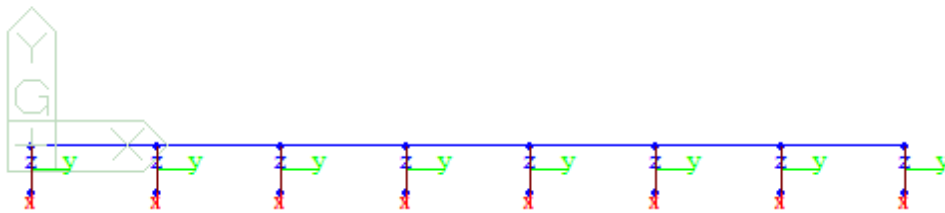


Figura 34 - Ligação elástica entre os nós

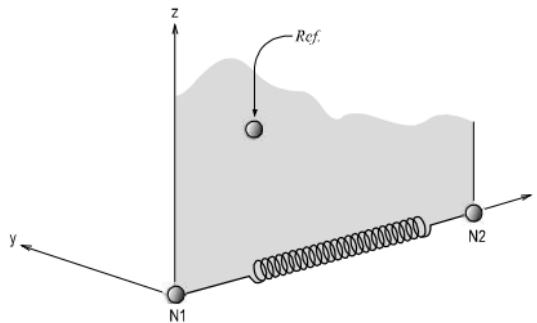


Figura 35 - Sistema de coordenadas de um elemento que conecta dois nós.  
Fonte: Midas manual (2001)

A divisão das linhas em nós foi realizada para se ter um comprimento unitário entre eles e um valor de força equivalente para cada comprimento.

Em seguida é adicionado um nó que representa o centro geométrico da linha composta, onde os esforços equivalentes são inseridos. Este nó é conectado aos restantes através de elementos tipo *rigid link* (ver Figura 36) que restringe movimentos geométricos relativos de uma estrutura. As restrições geométricas dos movimentos relativos são estabelecidas em um nó específico, o nó de referência, que é chamado de nó mestre (neste caso o nó mestre é o centro geométrico da linha composta) e os nós subordinados são chamados nós escravos (restantes nós do elemento).

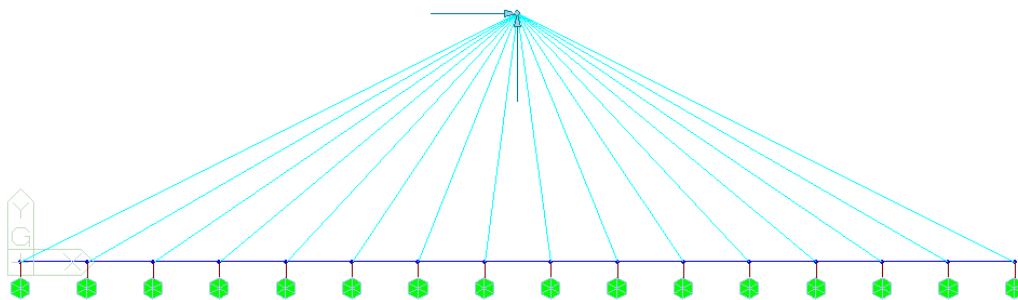


Figura 36 - Nó mestre conectados aos demais nós através de uma ligação rígida

Neste estudo foram modeladas no *software* as linhas já apresentadas nos métodos 1 e 2, apresentadas de seguida.

Para obter os esforços em cada linha de rotura, é necessário aplicar as cargas no CG da linha composta, conforme a Figura 37. As coordenadas do CG da linha composta em relação a origem, já foram calculados anteriormente.

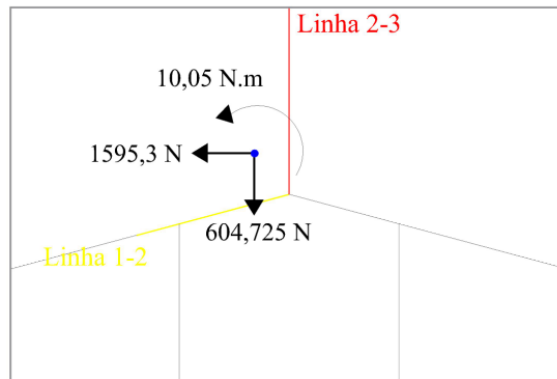


Figura 37 - Esforços no centro geométrico das Linhas 1-2 e 2-3

Cada elemento de barra foi dividido em vários nós, sendo a distância entre eles de 0,001m. A modelagem foi realizada de acordo com o exemplificado anteriormente.

Após realizada a análise, as reacções dos esforços são dadas pelo programa. A seguir, na Figura 38 estão as forças verticais e horizontais resultantes da reacção aos esforços iniciais.

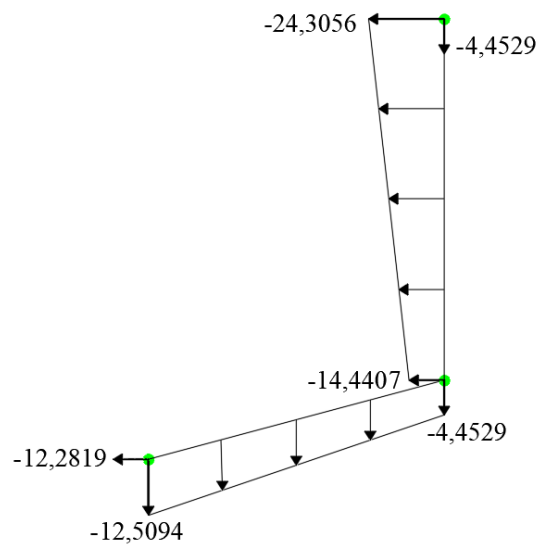


Figura 38 – Forças verticais e horizontais em N/mm

A partir da distribuição de esforços, para a Linha 1-2 calculou-se a força resultante entre as forças horizontais e verticais, perpendicular e paralela à linha. A seguir têm-se uma representação de como os esforços foram concentrados em cada linha.

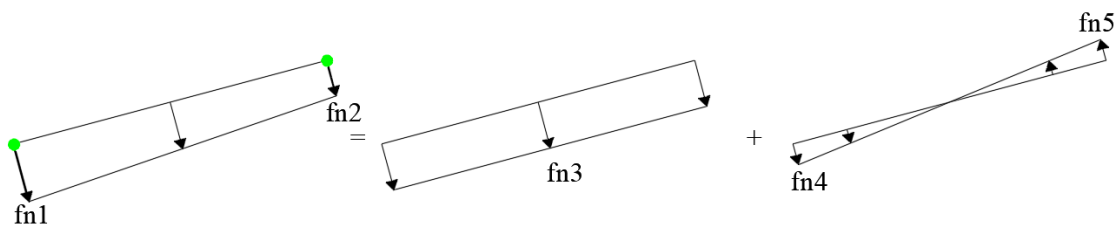


Figura 39 - Forças perpendiculares ao longo da linha

onde,

fn1 e fn2 são as forças perpendiculares à linha a partir das forças horizontais e verticais da Figura 38;

$$fn3 = \frac{fn1+fn2}{2};$$

$$fn4 = fn1 - fn3;$$

$$fn5 = fn2 - fn3.$$

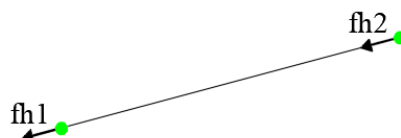


Figura 40 - Forças paralelas a linha

onde,

fh1 e fh2 (ver Figura 40) são as forças paralelas à linha, resultante entre as forças horizontais e verticais.

Concentrando-se a força distribuída fn3 no centro da linha, e as forças fh1 e fh2, têm-se:

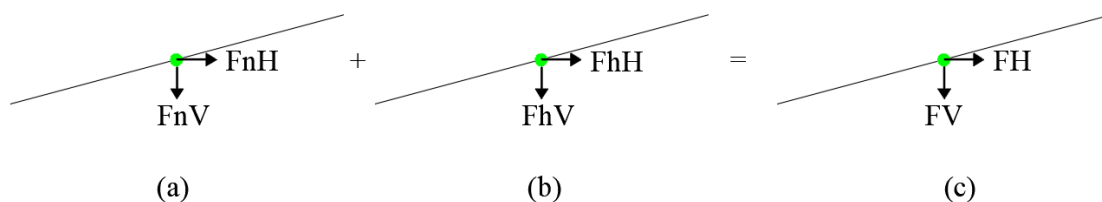


Figura 41 - (a) Força horizontal e vertical decompostas da força perpendicular à linha. (b) Força horizontal e vertical decompostas da força paralela a linha. (c) Soma das forças horizontais e verticais de (a) e (b)

onde,

FnV é a força vertical concentrada do carregamento perpendicular à linha

FnH é a força horizontal concentrada do carregamento perpendicular à linha;

FhV é a força vertical concentrada do carregamento horizontal à linha;

FhH é a força horizontal concentrada do carregamento horizontal à linha;

Fv é a força vertical resultante:  $FnV+FhV$ ;

Fh é a força horizontal resultante:  $FnH+FhH$ .

O valor do momento é dado através de fn4 e fn5:

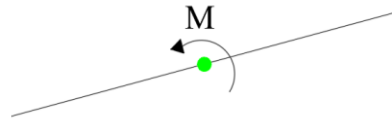


Figura 42 - Momento no centro da linha obtido a partir de fn4 e fn5

onde,

M é o momento final resultante, calculado através de:  $fn4 \times \frac{n^{\circ} \text{ de nós}^2}{3}$ .

Substituindo os valores da Figura 38 nas equações acima, têm-se:

$$fn1 = -(-12,2819) \cdot \sin(15^{\circ}) - 12,5094 \cdot \cos(15^{\circ}) = -8,904N / mm \quad (0.111)$$

$$fn2 = -(-14,4407) \cdot \sin(15^{\circ}) - 4,4529 \cdot \cos(15^{\circ}) = -0,5636N / mm \quad (0.112)$$

$$fn3 = \frac{-8,904 + (-0,5636)}{2} = -4,734N / mm \quad (0.113)$$

$$fn4 = -8,904 - (-4,734) = -4,1703N / mm \quad (0.114)$$

$$fn5 = -0,5636 - (-4,734) = 4,1703N / mm \quad (0.115)$$

$$fh1 = -12,2819 \cdot \cos(15^{\circ}) - 12,5094 \cdot \sin(15^{\circ}) = -15,10N / mm \quad (0.116)$$

Na Figura 43 encontram-se as forças perpendiculares e horizontais ao longo da linha 1-2.

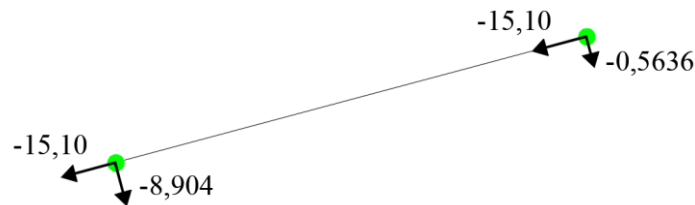


Figura 43 - Forças perpendiculares e paralelas a linha 1-2 em N/mm

A distribuição ao longo da linha 1-2 é demonstrada na Figura 44.

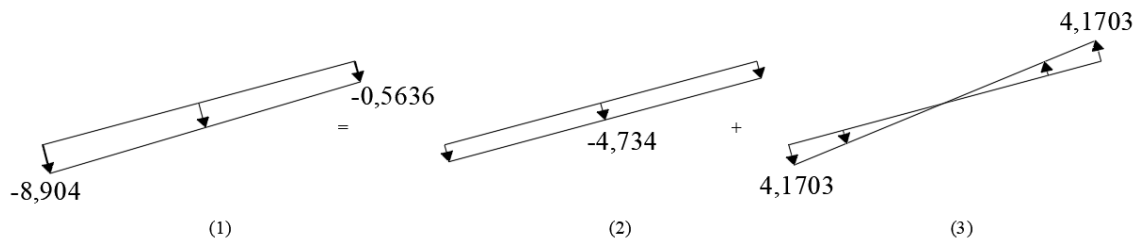


Figura 44 – Tensões resultantes na linha 1-2 em N/mm

Para a linha 1-2 o número de nós é igual a 44. A seguir, as forças referentes as resultantes perpendiculares e paralelas serão concentradas no centro da linha:

$$F_{nV} = -4,734 \cdot \cos(15^\circ) \cdot 44 = -201,198N \quad (0.117)$$

$$F_{nH} = -4,734 \cdot \sin(15^\circ) \cdot 44 = -53,91N \quad (0.118)$$

$$F_{hV} = -15,10 \cdot \sin(15^\circ) \cdot 44 = -171,97N \quad (0.119)$$

$$F_{hH} = -15,10 \cdot \cos(15^\circ) \cdot 44 = -641,81N \quad (0.120)$$

O cálculo do momento na linha 1-2 é:

$$M = -4,1703 \cdot \frac{44}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{44}{2} \cdot 2 = -2691,27N.mm = -2,69N.m \quad (0.121)$$

A partir destes valores, foram calculados os esforços no centro da linha 1-2.

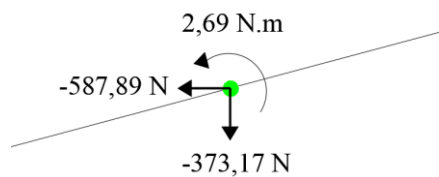


Figura 45 – Esforços no centro da linha 1-2 através do Midas

Na Figura 46 estão as forças verticais e horizontais resultantes da reacção aos esforços iniciais.

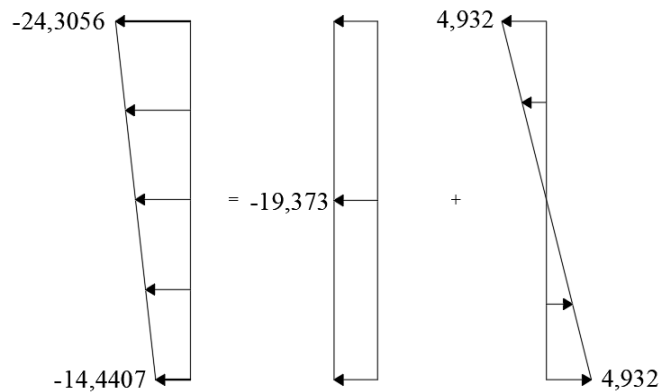


Figura 46 - Tensões resultantes na linha 2-3 em N/mm

Para a linha 2-3 o número de nós é igual a 52. A partir deste valor com as tensões resultante, foram calculados os esforços no centro da Linha 2-3 (Figura 47).

$$F_v = -4,4529 \cdot 52 = -231,55N \quad (0.122)$$

$$F_h = -19,373 \cdot 52 = -1007,4N \quad (0.123)$$

$$M = -4,93245 \cdot \frac{52}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{52}{2} \cdot 2 = -4445,78N.mm = -4,44N.m \quad (0.124)$$

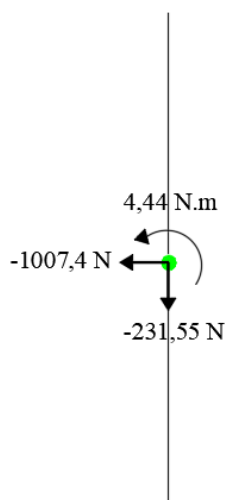


Figura 47 – Esforços no centro da linha 2-3 através do Midas

Na figura a seguir, têm-se a modelagem das linhas de rotura 1-2 e 1-3 para a área S1, com os esforços no centro geométrico da linha composta. Cada linha de rotura foi dividida em 43 nós, mais o nó do topo da ligação.

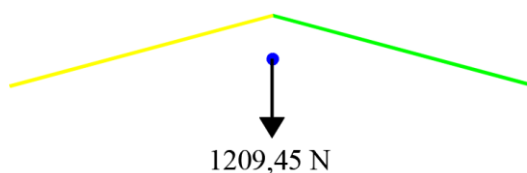


Figura 48 - Força vertical no centro geométrico das linhas 1-2 e 1-3

Na figura a seguir, estão as forças verticais resultantes dadas pelo *software* como reação à força vertical inicial.

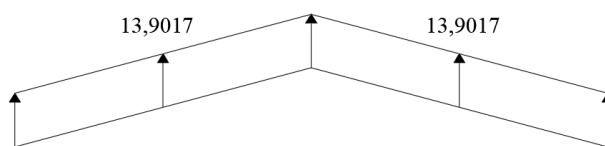


Figura 49 – Forças verticais resultantes do programa Midas em N/mm

O valor do comprimento utilizado para cada tramo foi de  $L = 43 + 0,5$  (nós), no qual 0,5 corresponde a metade da força nó de cumeeira que foi dividida para cada um dos lados. Com estes valores, foi calculado a força vertical concentrada no centro de cada tramo:

$$F_v = 13,9017 \cdot 43,5 = 604,725 \text{ N} \quad (0.125)$$

$$F_h = 0 \text{ N};$$

$$M = 0 \text{ N.m}.$$

### 4.3. Análise entre os métodos

Com as componentes de forças actuantes e com a resistência da chapa determinadas e verificadas através do CSI, que é a soma das tensões actuantes divididas pelas tensões resistentes, deve-se realizar uma comparação entre os esforços obtidos em cada método e também uma comparação entre o CSI, para todas as linhas de rotura (ver Tabela 7).

Tabela 7 - Comparação entre os métodos para as áreas S1 e S2

	Linha 1-2				Comparação			
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2	
Área S2	V	-604,725	-386,670	-373,170	N	36,06%	38,29%	3,62%
	H	0,000	-517,998	-587,890	N	100,00%	100,00%	11,89%
	M	0,000	0,000	-2,690	N.m	0,00%	100,00%	100,00%
	CSP <sup>2</sup>	0,018	0,058	0,175	-	224,02%	877,65%	66,86%
	CSI	13,37%	24,08%	41,83%	-	80,10%	212,86%	42,43%
		Linha 2-3				Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2	
	V	0,000	-218,400	-231,550	N	100,00%	100,00%	5,68%
	H	-1595,300	-1077,400	-1007,400	N	32,46%	36,85%	6,95%
	M	-19,400	-11,570	-4,440	N.m	40,36%	77,11%	160,59%
	CSP <sup>2</sup>	0,266	0,218	0,089	-	18,25%	66,58%	144,61%
	CSI	51,60%	46,65%	29,83%	-	9,59%	42,19%	56,39%
Área S1	Linha 1-2				Comparação			
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2	
	V	604,725	604,725	604,725	N	0,00%	0,00%	0,00%
	H	0,000	0,000	0,000	N	0,00%	0,00%	0,00%
	M	0,000	0,000	0,000	N.m	0,00%	0,00%	0,00%
	CSP <sup>2</sup>	0,018	0,018	0,018	-	0,56%	0,56%	0,00%
	CSI	13,37%	13,34%	13,34%	-	0,22%	0,21%	0,01%
	Linha 1-3				Comparação			
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2	
	V	604,725	604,725	604,725	N	0,00%	0,00%	0,00%
	H	0,000	0,000	0,000	N	0,00%	0,00%	0,00%
M	0,000	0,000	0,000	N.m	0,00%	0,00%	0,00%	
CSP <sup>2</sup>	0,018	0,018	0,018	-	0,56%	0,56%	0,00%	
CSI	13,37%	13,34%	13,34%	-	0,22%	0,21%	0,01%	

Observa-se para este exemplo a proximidade entre os resultados obtidos para a área S1 entre os 3 métodos e uma proximidade entre os métodos 2 e 3 para as áreas S2.

No capítulo a seguir, a metodologia exemplificada será aplicada em um caso de treliça de cobertura, comparando-se ao final os resultados obtidos.

## 5. APLICAÇÃO DA METODOLOGIA EM UMA TRELIÇA DE COBERTURA

### 5.1. Descrição da estrutura

A metodologia detalhada no Capítulo 4 será agora aplicada em um caso real de uma treliça de cobertura do tipo Belga. As peças são em madeira serrada com classe de resistência C24, com classe de serviço 2. As chapas metálicas dentadas possuem resistência e rigidez mecânica já demonstradas na Tabela 11.

A treliça é composta por 10 barras, 2 apoios e 8 nós. O vão teórico da treliça é de 7,80m com inclinação de 18,26°.

O desenho arquitetônico com os nós da treliça encontra-se na figura a seguir:

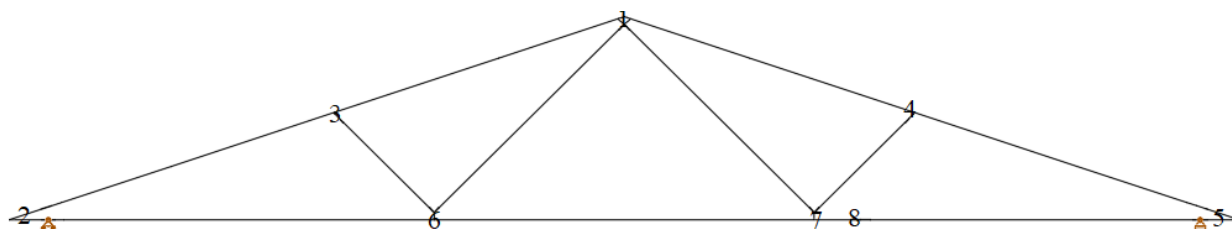


Figura 50 – Treliça de cobertura

A modelação dos nós no *software* Robot para obter os esforços no centro de gravidade de ancoragem para cada área da chapa foi realizada em conformidade com a NF DTU 31.3:2012. Os nós 2, 6 e 1 modelados encontram-se na Figura 51.

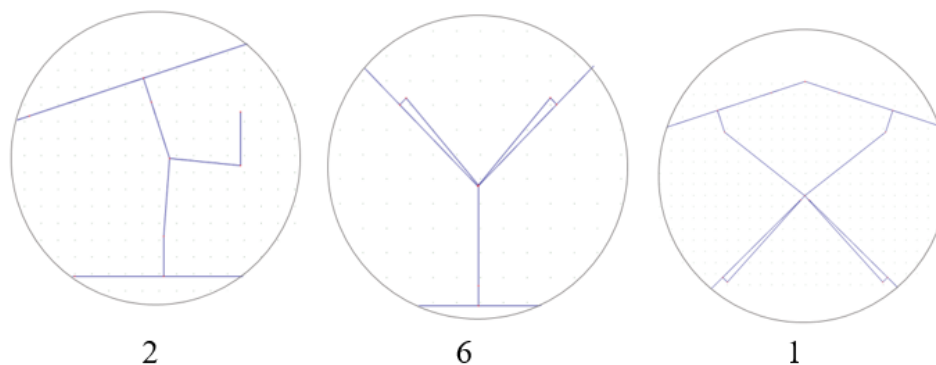


Figura 51 - Modelagem dos nós 2, 6 e 1 no *software* Robot

Na Tabela 8, têm-se as dimensões das barras de ligação com seus respectivos nós de extremidade:

Tabela 8 - Dimensões das barras da treliça

<b>Número das barras</b>	<b>Nó</b>	<b>Tipo</b>	<b>b x h (cm)</b>
1	2 - 8	linha	3,6 x 9,7
2	8 - 5	linha	3,6 x 9,7
3	2 - 1	empena esquerda	3,6 x 9,7
4	1 - 5	empena direita	3,6 x 9,7
5	3 - 6	diagonal	3,6 x 6,0
6	6 - 1	diagonal	3,6 x 6,0
7	1 - 7	diagonal	3,6 x 6,0
8	7 - 4	diagonal	3,6 x 6,0
9	2 -	reforço	3,6 x 9,7
10	- 5	reforço	3,6 x 9,7

Apresentam-se na Tabela 9 um resumo das informações necessárias para o cálculo da estrutura de treliça em madeira.

Tabela 9 - Dados para o projecto de treliça

<b>Largura x altura</b>	8,0 x 1,457 m
<b>Inclinação</b>	18,26°
<b>Comprimento x Largura x Altura do edifício</b>	9,4 x 8,0 x 4,5
<b>Destinação da obra</b>	A1
<b>Classe de serviço</b>	2
<b>Factor de deformação kdef</b>	0,8
$\gamma_m$ normal	1,3
$\gamma_m$ acidental	1

As propriedades da madeira C24 que serão utilizadas para os cálculos de dimensionamento e verificação estão na Tabela 10.

Tabela 10 - Propriedades mecânicas da madeira (EN 338:2009)

<b>Flexão</b> $f_{m,k}$	24 N/mm <sup>2</sup>
<b>Tracção paralela</b> $f_{t,0,k}$	14,5 N/mm <sup>2</sup>
<b>Compressão paralela</b> $f_{c,0,k}$	21 N/mm <sup>2</sup>
<b>Cisalhamento</b> $f_{v,k}$	4 N/mm <sup>2</sup>
<b>Tracção perpendicular</b> $f_{t,90,k}$	0,4 N/mm <sup>2</sup>
<b>Compressão perpendicular</b> $f_{c,90,k}$	2,5 N/mm <sup>2</sup>
$E_{0,mean}$	11 kN/mm <sup>2</sup>
$E_{90,mean}$	0,37 kN/mm <sup>2</sup>
$G_{mean}$	0,69 kN/mm <sup>2</sup>
<b>Densidade</b> $\rho_k$	350 kg/m <sup>3</sup>
<b>Valor médio da densidade</b> $\rho_{mean}$	420 kg/m <sup>3</sup>

As propriedades da chapa escolhida para realizar as ligações estão na Tabela 11.

Tabela 11 - Propriedades da chapa metálica dentada

$t$	1 mm
$K_{ser}$	14,7 N/mm <sup>3</sup>
$f_{a,0,0,k}$	2,82 N/mm <sup>2</sup>
$f_{a,90,90,k}$	1,5 N/mm <sup>2</sup>
$f_{t,0,k}$	148 N/mm
$f_{t,90,k}$	136 N/mm
$f_{c,0,k}$	76 N/mm
$f_{c,90,k}$	88 N/mm
$f_{v,0,k}$	69 N/mm
$f_{v,90,k}$	43 N/mm
$k_1$	-0,006 N/°mm <sup>2</sup>
$k_2$	0,017 N/°mm <sup>2</sup>
$k_v$	0,87
$\gamma_0$	-2,1°
$\alpha_0$	59,4°

## 5.2. Acções

A estrutura de treliça foi modelada no *software* Robot, com as acções que serão descritas, para assim obter os valores dos esforços no centro de gravidade em cada área de ancoragem.

### 5.2.1. Carga permanente

De acordo com o Eurocódigo 0 NP EN 1990:2009, as acções permanentes são aquelas com elevada probabilidade de actuar durante um período de referência, sendo que, sua variação de intensidade no tempo é desprezável ou monotónica.

As cargas permanentes que compõem a estrutura são: cobertura, teto e peso próprio da madeira. A seguir, na Tabela 12, é apresentado o valor das cargas permanentes. A estrutura é composta por barras com dois tipos de secções diferentes: 3,5 x 9,5cm e 3,5 x 5,9cm.

Carregamentos	Valor	Unidade
Cobertura	470	N/m <sup>2</sup>
Teto	150	N/m <sup>2</sup>
PP madeira 3,5x5,9	9	N/m
PP madeira 3,5x9,5	14	N/m

Na Figura 52, têm-se o carregamento permanente aplicado a treliça através do *software*.

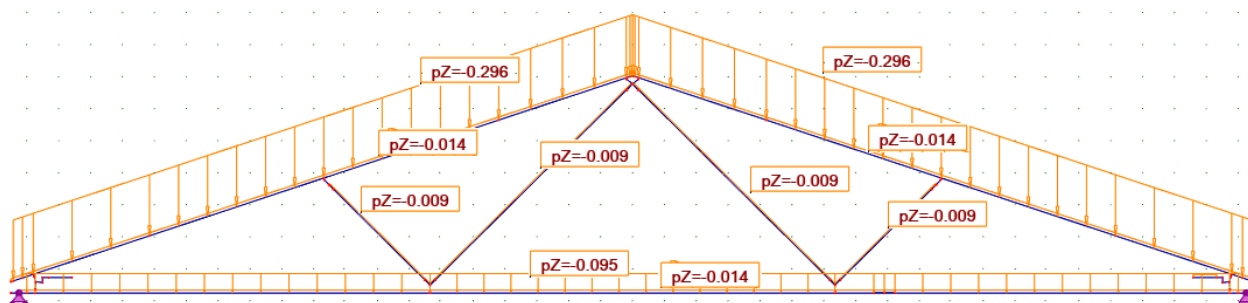


Figura 52 - Carregamento permanente aplicado a estrutura (N/mm)

### 5.2.2. Acções variáveis

O Eurocódigo 0 NP EN 1990:2009 define como acção variável toda acção cuja variação de intensidade no tempo não é desprezável nem monotónica.

As acções variáveis consideradas neste trabalho foram de vento e neve.

#### 5.2.2.1. Acção da neve

A seguir, na Tabela 13, são apresentados os parâmetros para calcular as cargas relativas a neve, de acordo com o Eurocódigo 1 NP EN 1991-1-3:2009.

Tabela 13 - Parâmetros para cálculo da acção Neve  
Eurocódigo 1 NP EN 1991-1-3:2009

Neve normal (S)	
Região	B2
Coef de exposição $C_e$	1
Carga no solo $S_k$	0,55 kN/m <sup>2</sup>
Carga excepcional $S_{ad}$	1,35 kN/m <sup>2</sup>
Altitude da construção	39 m
Coef térmico $C_t$	1
$C_e \cdot C_t \cdot S_k$	0,55 kN/m <sup>2</sup>

Com estes dados, calculou-se o valor das cargas das acções da neve para diferentes casos. Os valores das cargas para a acção de neve serão demonstrados nas imagens a seguir:

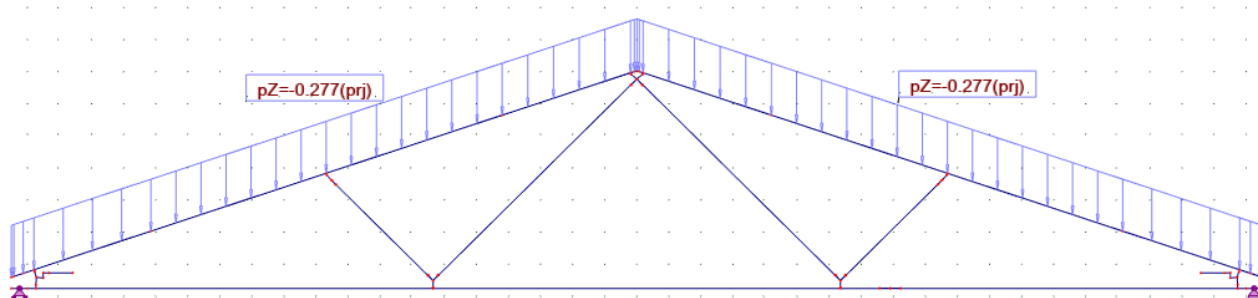


Figura 53 - Acção variável de neve (normal) (N/mm)

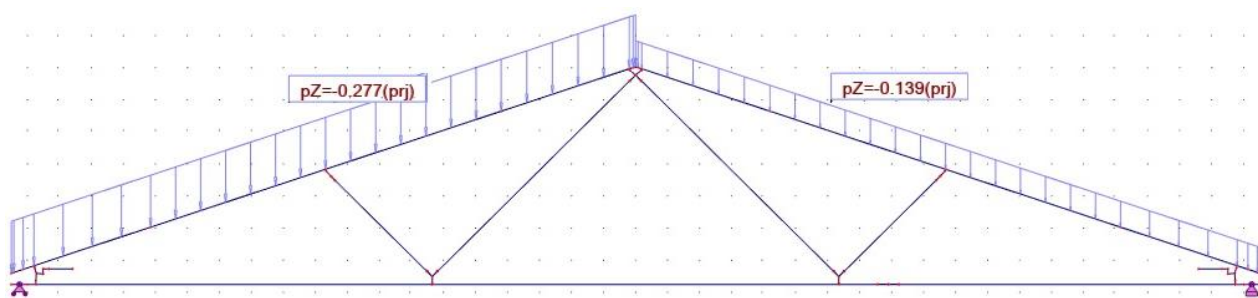


Figura 54 - Acção variável acúmulo de neve a esquerda (N/mm)

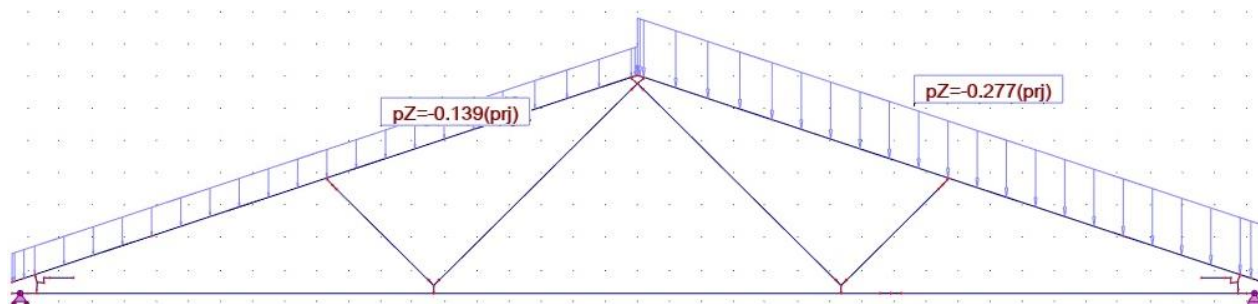


Figura 55 - Acção variável acúmulo de neve a direita (N/mm)

### 5.2.2.2. Acção do vento

Na Tabela 14 a seguir, são apresentados os parâmetros para calcular as cargas relativas ao vento, de acordo com o Eurocódigo 1 NP EN 1991-1-4:2010.

Tabela 14 - Parâmetros para cálculo da acção Vento  
Eurocódigo 1 NP EN 1991-1-4:2010

Vento (W)	
Zona	3
Categoria de rugosidade do solo	IV
$Z_0$	1 m
$Z_{\min}$	15 m
$Z$	15 m
Coef de direcção $C_{dir}$	1
Coef de orografia $C_o$	1
Factor de campo $k_r$	0,234
Coef de turbulência $k_t$	0,854
Massa volúmica do ar $\rho$	1,225
Coef de exposição $C_e$	1,292
Coef de estação $C_{season}$	1
Velocidade básica $V_{b,0}$	26m/s
Coef de rugosidade $C_r$	0,635
Velocidade média do vento $V_m$	16,499 m/s
Pressão de pico $q_p$	0,535

Com estes dados, calculou-se o valor das cargas das acções do vento para diferentes casos. Os valores das cargas para a acção do vento serão demonstrados nas imagens a seguir:

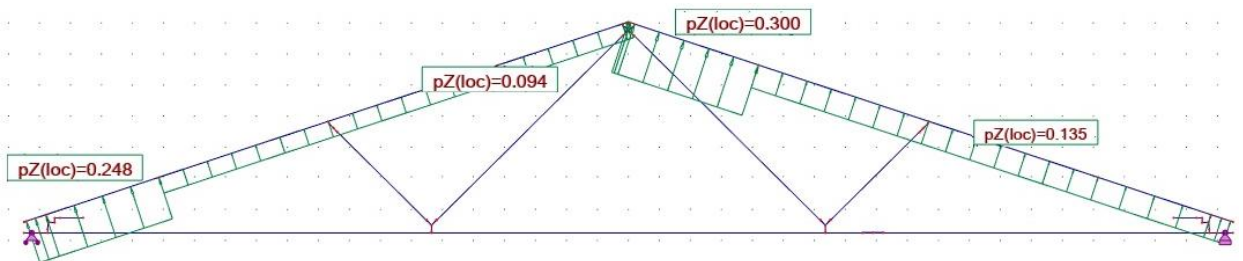


Figura 56 - Acção variável de vento a esquerda (N/mm)

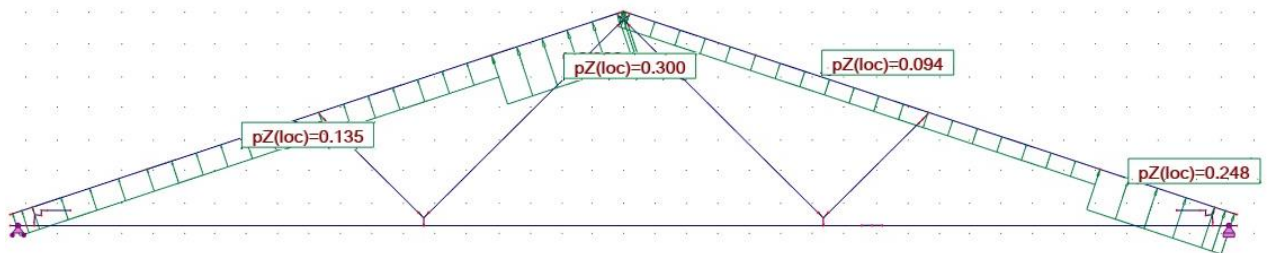


Figura 57 - Acção variável de vento a direita (N/mm)

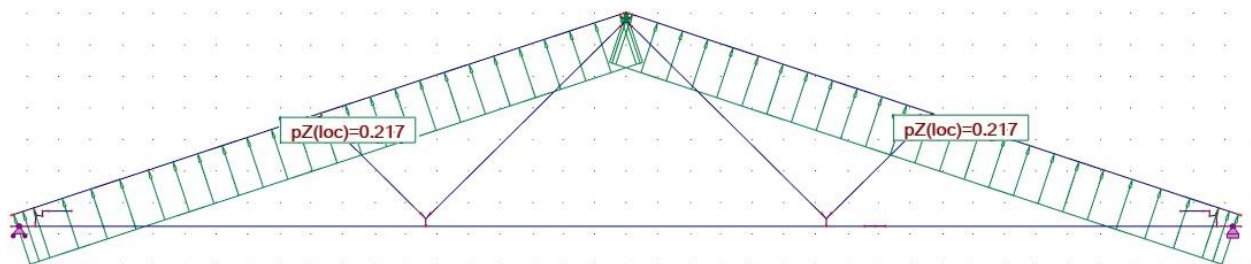


Figura 58 - Acção variável de vento perpendicular (N/mm)

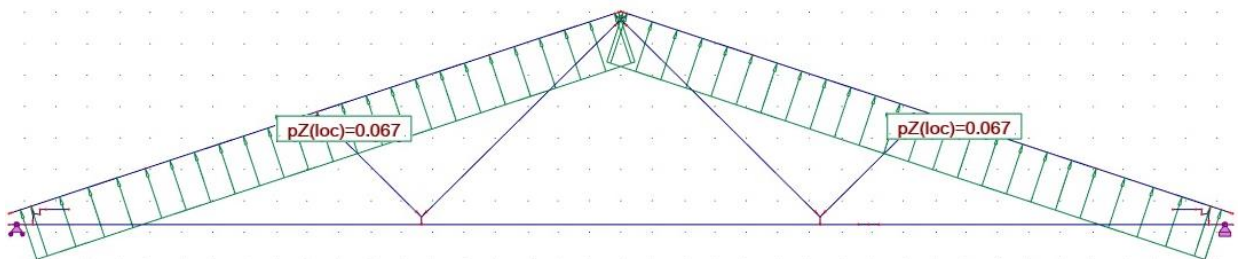


Figura 59 - Acção do vento (pressão interna +) (N/mm)

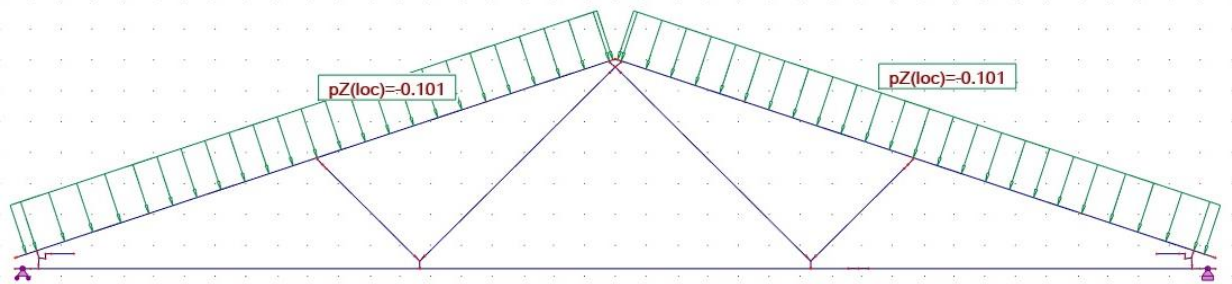


Figura 60 - Acção do vento (pressão interna -) (N/mm)

### 5.2.2.3. Carga de manutenção ou reparo

Segundo a Norma Francesa DTU 31.3:2012 a carga de manutenção ou reparo deve ser combinada com as acções climáticas. A taxa de manutenção ou reparo se aplica quando a altura livre sob qualquer pedaço de madeira é de pelo menos 1,2 m. Esta carga deve ser considerada como carga variável dominante nas combinações de acções.

Nas figuras a seguir, apresentam-se os casos de cargas de manutenção ou reparo.

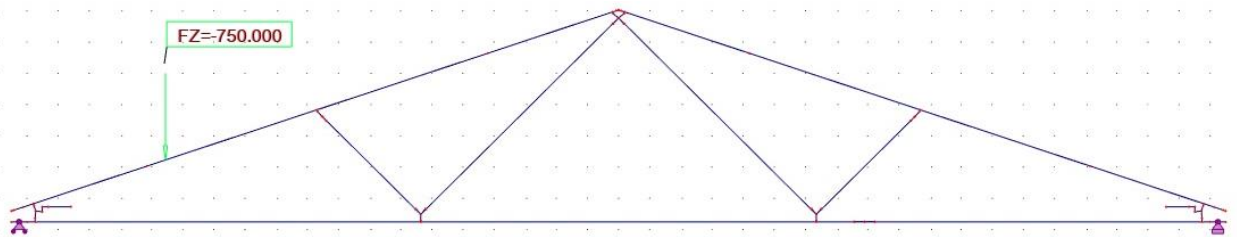


Figura 61 - Carga de manutenção a esquerda (1) (N)

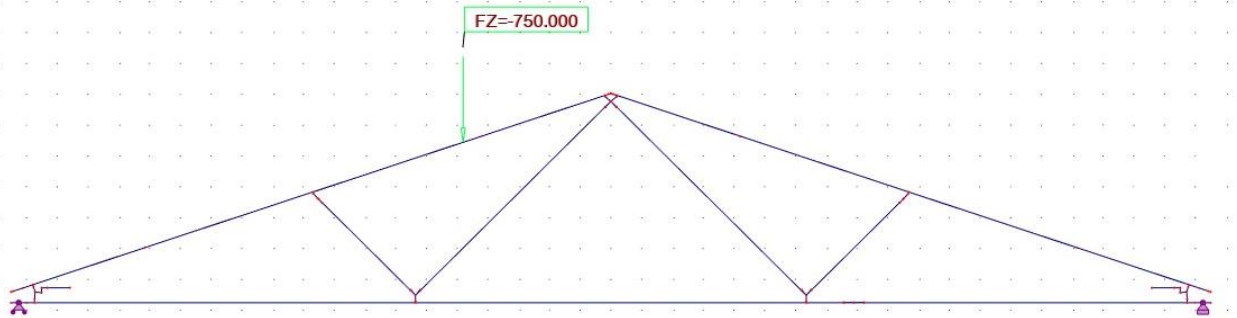


Figura 62 - Carga de manutenção a esquerda (2) (N)

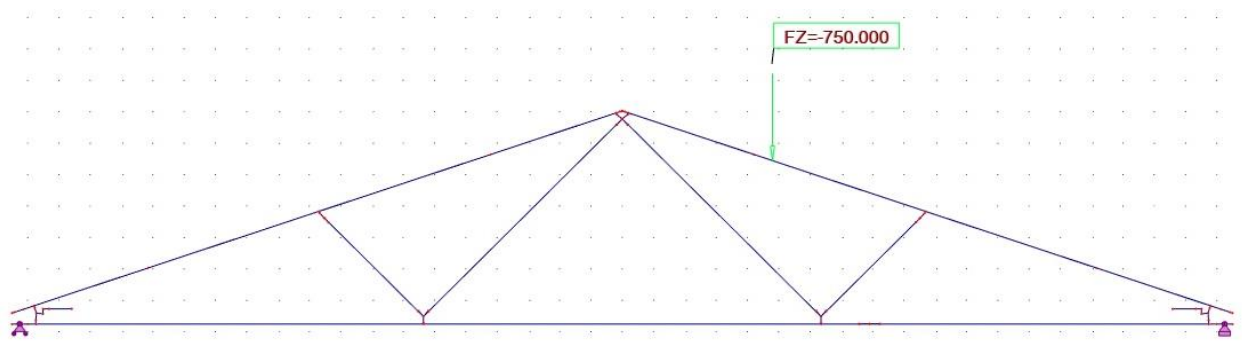


Figura 63 - Carga de manutenção a direita (1) (N)

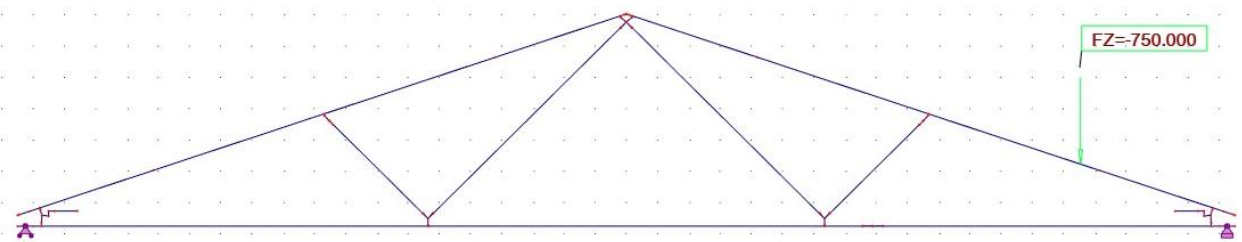


Figura 64 - Carga de manutenção a direita (2) (N)

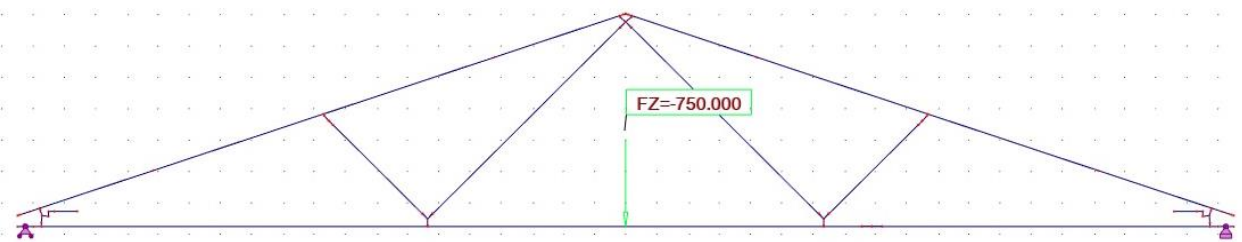


Figura 65 - Carga de manutenção ao centro (N)

#### 5.2.2.4. Acções acidentais

Acções acidentais são acções de curta duração, porém com uma intensidade significativa e pouca probabilidade de ocorrência durante a vida útil do projeto. Neste trabalho, foi considerado como acção acidental para um caso de neve. O valor da acção está representado na Figura 66.

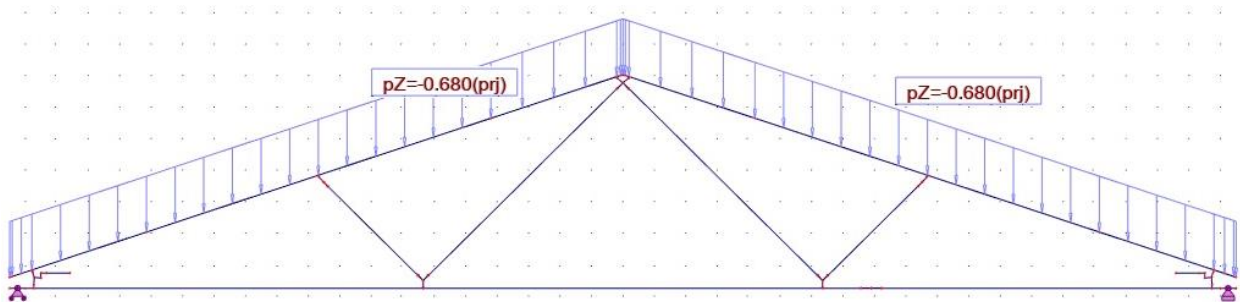


Figura 66 - Acção acidental de neve (N/mm)

### 5.2.3. Combinação das acções

Para realizar as combinações, foi utilizado a Tabela 2 da Norma Francesa DTU 31.3:2012. Esta tabela de combinações é utilizada para estruturas industrializadas montadas por conectores, em edifícios fechados com menos de 20 m de altura.

As combinações serão realizadas no *software* Robot para o Estado Limite Último, visto que para este estado se obtém valores mais altos de esforços. A Tabela 15 apresenta as combinações realizadas para o ELU.

Tabela 15 - Combinações ELU

Caso	COMBINAÇÕES ELU	Duração da acção	$k_{mod}$
1	1,35 Perm	permanente	0,6
2	1,35 Perm + 1,5 Neve unif	curta duração	0,9
3	1,35 Perm + 10,75 Neve unif	curta duração	0,9
4	1,35 Perm + 0,75 Neve direita + 0,9 Vento esquerda + 0,9 sucção W2	instantânea	1,1
5	1,35 Perm + 0,75 Neve esquerda + 0,9 Vento direita + 0,9 sucção W2	instantânea	1,1
6	1,35 Perm + 1,5 Vento direito + 0,75 Neve esquerda + 1,5 sobrepressão	instantânea	1,1
7	1,35 Perm + 1,5 Vento esquerda + 0,75 Neve direita + 1,5 sobrepressão	instantânea	1,1
8	1 Perm + 1,5 Vento Direita + 1,5 sobrepressão	instantânea	1,1
9	1 Perm + 1,5 vento esquerda + 1,5 sobrepressão	instantânea	1,1
10	1 Perm + 1,5 vento perpendicular + 1,5 sobrepressão	instantânea	1,1
11.1	1,35 Perm + 1,5 carga de manutenção esquerda (1)	curta duração	0,9
11.2	1,35 Perm + 1,5 carga de manutenção esquerda (2)	curta duração	0,9
11.3	1,35 Perm + 1,5 carga de manutenção direita (1)	curta duração	0,9
11.4	1,35 Perm + 1,5 carga de manutenção direita (2)	curta duração	0,9
12.1	1,35 Perm + 0,75 neve uniforme + 1,5 carga de manutenção ao centro	curta duração	0,9

### 5.3. Esforços no centro geométrico de ancoragem

Os esforços resultantes no centro geométrico de cada área de ancoragem obtidos através das combinações realizadas no *software* Robot serão utilizados nos métodos 1, 2 e 3 para os diferentes nós das treliças, para o cálculo dos esforços nas linhas de rotura, sendo que, para cada nó analisado será utilizado a combinação que obteve maior valor de esforços.

Todos os nós foram verificados em relação a ancoragem da chapa na barra e a verificação da capacidade resistente na junta. Após a verificação, aplicou-se os 3 métodos para cada nó em estudo.

Os métodos demonstrados no capítulo 4 foram aplicados somente aos nós 1, 2 e 6 da treliça de cobertura, pois nestes nós são possíveis aplicar a metodologia da linha fictícia. Os nós 5 e 7 são semelhantes aos nós 2 e 6, respectivamente.

Para o nó 1 (ver Figura 67), foi utilizado uma chapa com dimensões de 127 x 127mm. A ligação neste nó é composta por 4 barras, com suas respectivas forças no centro geométrico de ancoragem apresentados na Tabela 16.

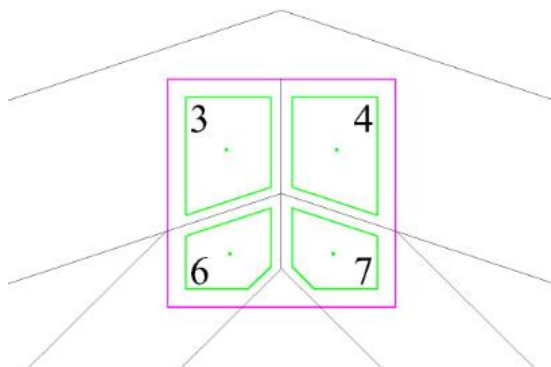


Figura 67 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 1

Tabela 16 - Características do nó 1

Barra	Combinação	F (N)	M (N.m)	Ângulo F (°)	$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	Área efectiva (cm <sup>2</sup> )
3	11.2	1534,853	-71,07	17,55	17,55	0,72	27,58
4	11.3	1533,708	71,066	162,48	17,52	0,75	27,57
7	Manutenção	890	0	90	90	45,29	16,97
6	Manutenção	890	0	90	90	45,29	16,97

Neste caso, para as barras 6 e 7, utilizou-se uma força de manutenção definida no Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004 como  $F_{r,d} = 1,0 + 0,1L$ , onde L é o valor do vão teórico em metros e  $F_{r,d}$  em kN. Esta força é dividida entre o par de chapas metálicas.

O nó 2 (ver Figura 68) é composto por uma chapa com dimensões de 127 x 152,4mm, com inclinação de 18,26°, sendo a ligação composta por 2 barras pertencentes a treliça mais uma barra de reforço para a fixação da chapa. As características da chapa do nó 2 estão na Tabela 17.

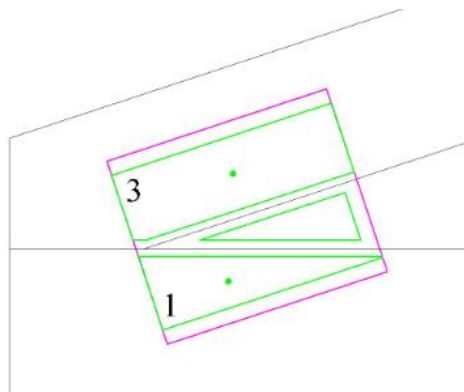


Figura 68 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 2

Tabela 17 - Características do nó 2

Barra	Combinação	F (N)	M (N.m)	Ângulo F (°)	$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	Área efectiva (cm <sup>2</sup> )
1	2	3153,298	131,4023	13,09	5,17	13,09	39,69
3	12.1	4039,576	176,753	-167,34	5,6	5,6	71,85
9	Manutenção	890	0	71,74	53,48	71,74	17,55

O nó 6 (ver Figura 69) é composto por uma chapa com dimensões de 101,6 x 152,4mm. A ligação neste nó é formada por 3 barras. As características do nó 6 estão na Tabela 18.

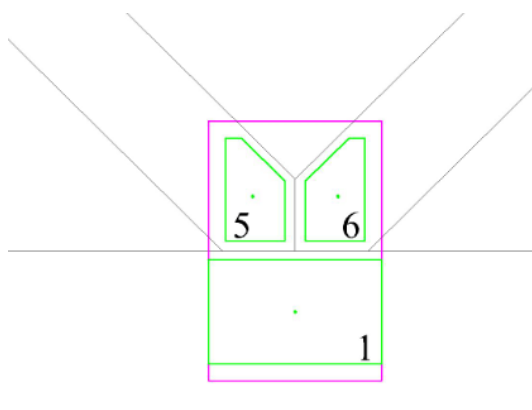


Figura 69 - Geometria e áreas de ancoragem para o nó 6

Tabela 18 - Características do nó 6

Barra	Combinação	F (N)	M (N.m)	Ângulo F (°)	$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	Área efectiva (cm <sup>2</sup> )
5	12.1	445,949	-37,798	-53,72	36,28	9	17,69
6	12.1	1198,56	-30,659	45,48	44,52	0,77	17,93
1	12.1	1210,179	21,522	-155,85	65,85	24,15	61,77

Diante destes dados, calculou-se os esforços e realizou-se a verificação do CSI nas linhas de rotura para os diferentes nós. Os resultados obtidos serão demonstrados no capítulo a seguir.

## 6. RESULTADOS

Para a validação do método desenvolvido da linha fictícia, neste capítulo serão apresentados e comparados os resultados das forças em cada linha de rotura (obtidas a partir dos esforços iniciais do centro de geométrico para cada área de ancoragem) para cada nó de conexão, através dos 3 métodos descritos neste trabalho.

Os esforços obtidos em cada método serão comparados e será analisado a diferença entre eles.

Com estes esforços serão realizados também para cada linha de rotura o cálculo e a comparação entre o CSI (*Combined Stress Index*), que é a soma das tensões axiais e de flexão divididas por suas respectivas tensões permitidas para um membro de treliça. Este índice, representa a eficiência estrutural do membro, para assim, concluir-se a veracidade do método.

### 6.1. Nó de conexão 1

Para o nó 1 somente serão analisados os resultados obtidos para os métodos 2 e 3, pois não é possível realizar a transferência de esforços para cada linha de rotura através do método 1 devido à geometria do nó.

#### 6.1.1. Área de ancoragem 3 para o nó 1

A área de ancoragem 3 é composta das linhas de rotura 3-6 (inclinada) e 3-4 (vertical), com dimensões de 66,87mm e 63,5mm, respectivamente (ver Figura 70).

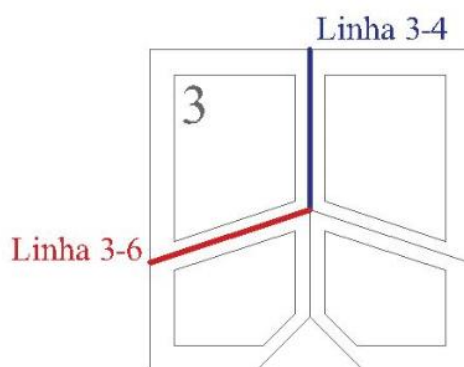


Figura 70 - Linhas de rotura 3-6 e 3-4 para a área de ancoragem 3 no nó 1

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 19 e na Tabela 20.

Tabela 19 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-6 na área de ancoragem 3

	Linha 3-6 (inclinada)			Unidade	Comparação
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 3-2
V	-	232,762	91,083	N	155,55%
H	-	-1391,453	-1184,358	N	17,49%
M	-	1,633	7,889	N.m	79,31%
CSP	-	0,179	0,159	-	12,77%
CSI	-	42,36%	39,89%	-	6,19%

Tabela 20 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-4 na área de ancoragem 3

	Linha 3-4 (vertical)			Comparação	
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 3-2
<b>V</b>	-	-695,578	-553,882	N	25,58%
<b>H</b>	-	-71,959	-279,000	N	74,21%
<b>M</b>	-	0,000	6,836	N.m	100,00%
<b>CSF</b>	-	0,002	0,079	-	97,06%
<b>CSI</b>	-	4,82%	28,14%	-	82,86%

### 6.1.2. Área de ancoragem 4 para o nó 1

A área de ancoragem 4 é composta das linhas de rotura 4-7 (inclinada) e 3-4 (vertical), com dimensões de 66,87mm e 63,5mm, respectivamente (ver Figura 71).

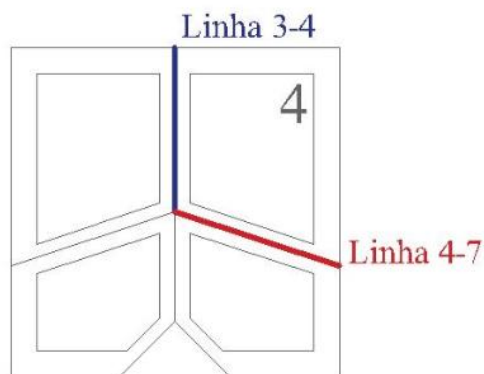


Figura 71 - Linhas de rotura 3-4 e 4-7 para a área de ancoragem 4 no nó 1

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 21 e na Tabela 22.

Tabela 21 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 4-7 na área de ancoragem 4

	Linha 4-7 (inclinada)			Comparação	
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 3-2
<b>V</b>	-	233,602	90,315	N	158,65%
<b>H</b>	-	1391,365	1182,359	N	17,68%
<b>M</b>	-	-1,633	-7,858	N.m	79,21%
<b>CSF</b>	-	0,180	0,162	-	11,26%
<b>CSI</b>	-	42,47%	40,27%	-	5,48%

Tabela 22 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-4 na área de ancoragem 4

	Linha 3-4 (vertical)			Unidade	Comparação
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 3-2
<b>V</b>	-	-695,308	-552,045	N	25,95%
<b>H</b>	-	71,198	280,285	N	74,60%
<b>M</b>	-	0,000	-6,809	N.m	100,00%
<b>CSP</b>	-	0,002	0,079	-	97,11%
<b>CSI</b>	-	4,77%	28,05%	-	82,99%

### 6.1.3. Área de ancoragem 6 para o nó 1

A área de ancoragem 6 é composta das linhas de rotura 3-6 (inclinada) e 6-7 (vertical), com dimensões de 66,87mm e 54,21mm, respectivamente (ver Figura 72).

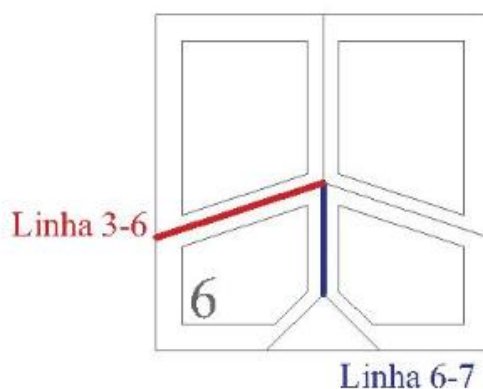


Figura 72 - Linhas de rotura 3-6 e 6-7 para a área de ancoragem 6 no nó 1

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 23 e na Tabela 24.

Tabela 23 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-6 na área de ancoragem 6

	Linha 3-6 (inclinada)			Unidade	Comparação
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 3-2
<b>V</b>	-	-703,358	-613,529	N	14,64%
<b>H</b>	-	-88,702	-65,373	N	35,69%
<b>M</b>	-	-1,974	-6,508	N.m	69,67%
<b>CSP</b>	-	0,016	0,032	-	48,79%
<b>CSI</b>	-	12,83%	17,93%	-	28,44%

Tabela 24 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-7 na área de ancoragem 6

	Linha 6-7 (vertical)			Comparação	
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 3-2
<b>V</b>	-	-186,642	-276,474	N	32,49%
<b>H</b>	-	88,702	65,345	N	35,75%
<b>M</b>	-	0,000	-3,556	N.m	100,00%
<b>CSI<sup>2</sup></b>	-	0,004	0,025	-	82,73%
<b>CSI</b>	-	6,54%	15,75%	-	58,45%

#### 6.1.4. Área de ancoragem 7 para o nó 1

A área de ancoragem 7 é composta das linhas de rotura 4-7 (inclinada) e 6-7 (vertical), com dimensões de 66,87mm e 54,21mm, respectivamente (ver Figura 74).

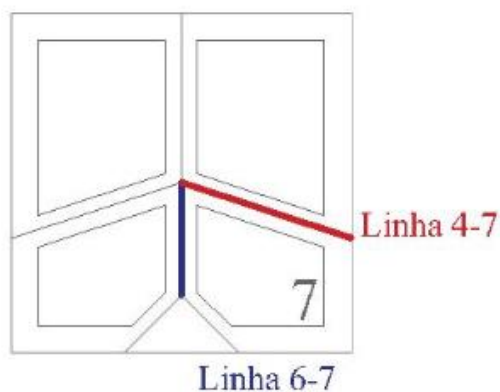


Figura 73 - Linhas de rotura 4-7 e 6-7 para a área de ancoragem 7 no nó 1

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 25 e na Tabela 26.

Tabela 25 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 4-7 na área de ancoragem 7

	Linha 4-7 (inclinada)			Comparação	
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 3-2
<b>V</b>	-	-703,031	-613,524	N	14,59%
<b>H</b>	-	88,512	65,296	N	35,55%
<b>M</b>	-	1,970	6,509	N.m	69,74%
<b>CSP<sup>2</sup></b>	-	0,015	0,022	-	31,13%
<b>CSI</b>	-	12,36%	14,90%	-	17,01%

Tabela 26 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-7 na área de ancoragem 7

	Linha 6-7 (vertical)			Comparação	
	Método 1	Método 2	Método 3	Unidade	Método 3-2
<b>V</b>	-	-186,969	-276,463	N	32,37%
<b>H</b>	-	-88,512	-65,329	N	35,49%
<b>M</b>	-	0,000	3,556	N.m	100,00%
<b>CSI<sup>2</sup></b>	-	0,004	0,027	-	84,75%
<b>CSI</b>	-	6,37%	16,31%	-	60,94%

Em todos os casos analisados para o nó 1 o CSI foi verificado com um valor menor que 50% para os métodos 2 e 3, observando-se um valor menor para o CSI no método 2 em relação ao método 3, exceto nos casos das linhas inclinadas 3-6 e 4-7 para as áreas de ancoragem 3 e 4, respectivamente.

## 6.2. Nó de conexão 2

Neste nó foi possível analisar os 3 métodos, pois a geometria permitiu que se obtivesse os esforços nas linhas horizontais a partir dos esforços no centro de gravidade da área de ancoragem 1 através do método 1.

### 6.2.1. Área de ancoragem 3 para o nó 2

A área de ancoragem 3 é composta das linhas de rotura 3-1 (horizontal) e 3-9 (inclinada), com dimensões de 5mm e 147,65mm, respectivamente (ver Figura 74).

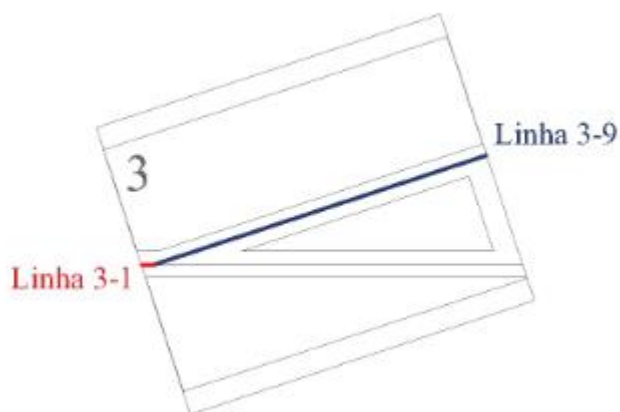


Figura 74 - Linhas de rotura 3-1 e 3-9 para a área de ancoragem 3 no nó 2

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 27 e na Tabela 28.

A percentagem de erro entre os métodos para os esforços e o CSI são demonstradas no Gráfico 1 e no Gráfico 2.

Tabela 27 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-1 na área de ancoragem 3

	Linha 3-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	84,770	-20,054	-48,696	N	123,66%	157,44%	58,82%
<b>H</b>	95,693	139,402	180,059	N	45,68%	88,16%	22,58%
<b>M</b>	0,000	0,000	-0,006	N.m	-	-	-
<b>CSI<sup>2</sup></b>	0,173	0,277	0,471	-	60,07%	171,67%	41,08%
<b>CSI</b>	41,63%	52,67%	68,61%	-	26,52%	64,82%	23,24%

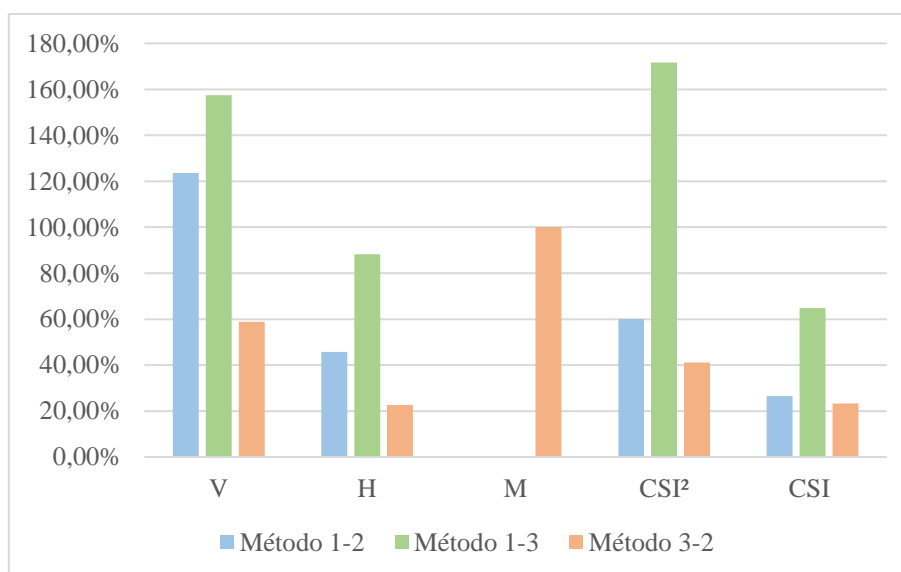


Gráfico 1 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 3-1 da área de ancoragem 3 no nó 2

Tabela 28 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-9 na área de ancoragem 3

	Linha 3-9 (inclinada)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	800,560	905,389	934,018	N	13,09%	16,67%	3,07%
<b>H</b>	3845,670	3801,963	3761,228	N	1,14%	2,20%	1,08%
<b>M</b>	-65,690	-57,064	-107,102	N.m	13,13%	63,04%	46,72%
<b>CSI<sup>2</sup></b>	0,279	0,358	0,457	-	28,44%	64,03%	21,70%
<b>CSI</b>	52,79%	59,83%	67,61%	-	13,33%	28,07%	11,51%

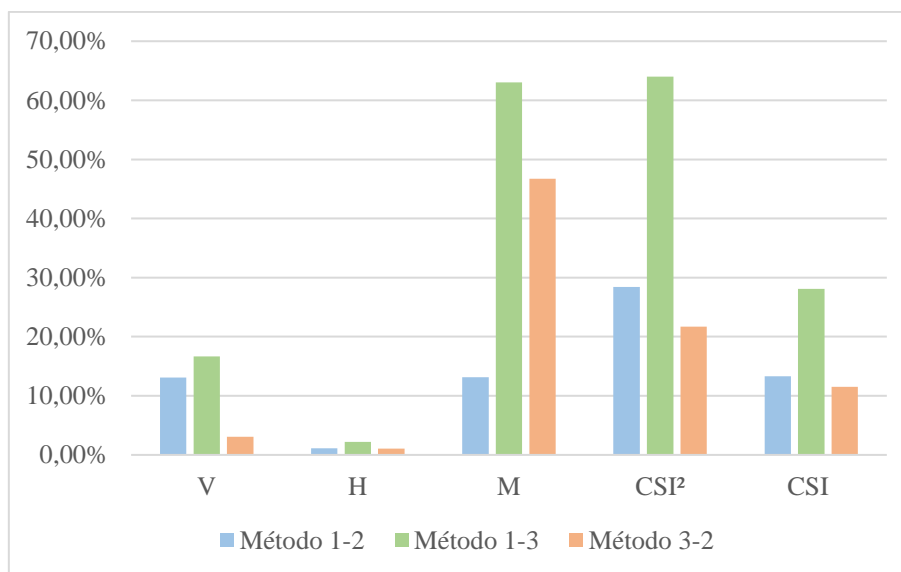


Gráfico 2 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 3-9 da área de ancoragem 3 no nó 2

Para a área de ancoragem 3 foi possível comparar a diferença entre o valor dos esforços em cada caso em relação ao método 1, que é exato. Pode-se observar que o erro entre o método 2 em relação ao método 1 é menor que o erro entre o método 3 em relação ao método 1 em ambas as linhas.

Na linha inclinada 3-9 pode-se observar pouca variação entre os 3 métodos comparados quando a análise é realizada para as forças verticais e horizontais.

A diferença entre o valor do momento na comparação do método 1 com o método 3 foi maior que 60%, o que influenciou na verificação do CSI, mostrando valores maiores de verificação para o método 3.

### 6.2.2. Área de ancoragem 1 para o nó 2

A área de ancoragem 1 é composta das linhas de rotura 3-1 (horizontal) e 9-1 (horizontal), com dimensões de 5mm e 155,48mm, respectivamente. (Ver Figura 75).

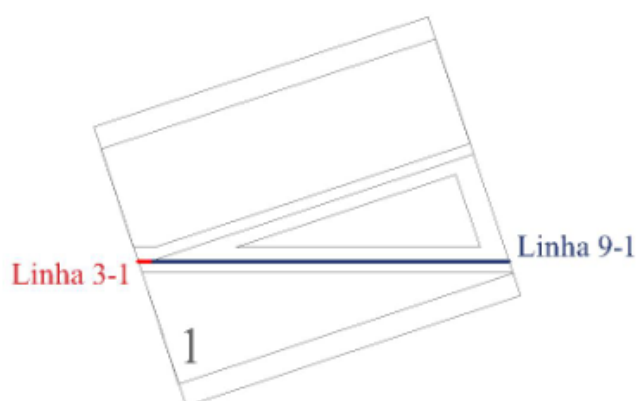


Figura 75 - Linhas de rotura 3-1 e 9-1 para a área de ancoragem 1 no nó 2

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 29 e na Tabela 30.

A percentagem de erro entre os métodos para os esforços e o CSI são demonstradas no Gráfico 3 e no Gráfico 4.

Tabela 29 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 3-1 na área de ancoragem 1

	Linha 3-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	-84,770	-84,779	-135,937	N	0,01%	60,36%	37,63%
<b>H</b>	-95,693	-95,693	-123,961	N	0,00%	29,54%	22,80%
<b>M</b>	0,000	0,000	-0,007	N.m	-	-	100%
<b>CSP<sup>2</sup></b>	0,173	0,156	0,291	-	9,81%	67,96%	46,30%
<b>CSI</b>	41,63%	39,53%	53,95%	-	5,03%	29,60%	26,72%

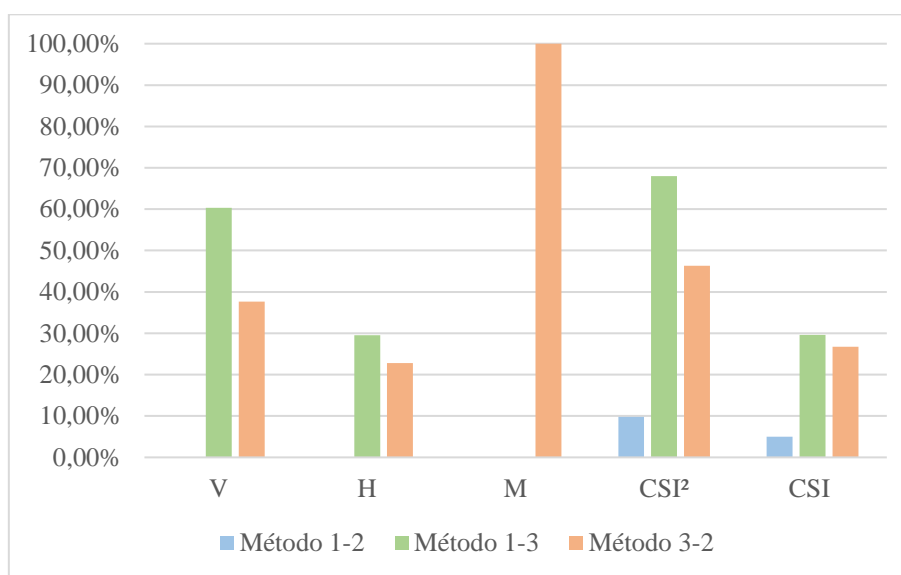


Gráfico 3 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 3-1 da área de ancoragem 1 no nó 2

Tabela 30 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 9-1 na área de ancoragem 1

	Linha 9-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	-629,386	-629,384	-578,618	N	0,00%	8,07%	8,77%
<b>H</b>	-2975,660	-2975,669	-2947,324	N	0,00%	0,95%	0,96%
<b>M</b>	-38,726	-75,500	140,497	N.m	94,96%	462,80%	153,74%
<b>CSP<sup>2</sup></b>	0,186	0,155	0,337	-	16,52%	81,56%	54,02%
<b>CSI</b>	43,09%	39,37%	58,06%	-	8,63%	34,74%	32,19%

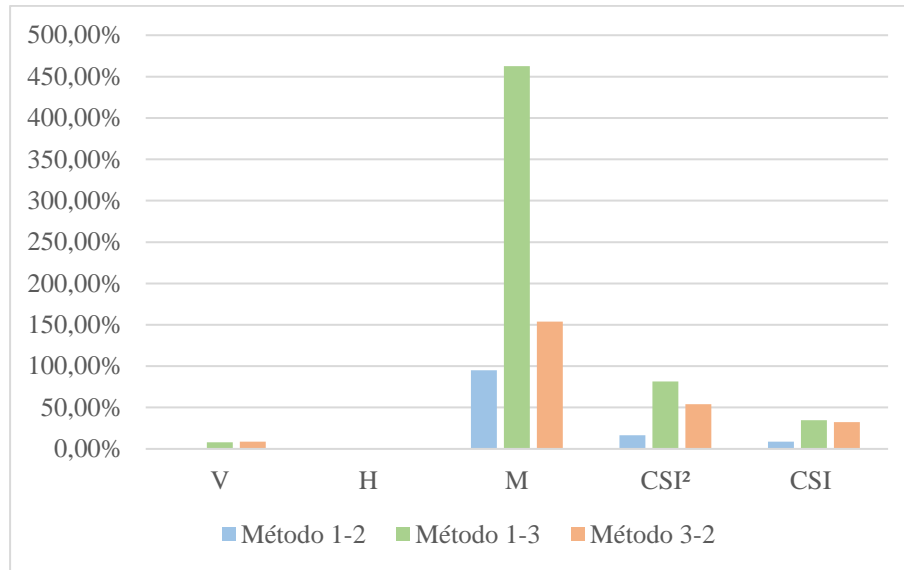


Gráfico 4 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 9-1 da área de ancoragem 1 no nó 2

Para a área de ancoragem 1 o método 2 também se aproxima mais do método 1 quando comparado à aproximação do método 3 em relação ao método 1.

Na linha 9-1 observa-se uma grande aproximação entre os métodos 2 e 3 com o método 1 para as forças verticais e horizontais, sendo que na comparação entre o método 1 e 2 a diferença entre o CSI é menor que 10%.

### 6.3. Nó de conexão 6

Neste nó foi possível analisar os 3 métodos, pois a geometria permitiu que se obtivesse os esforços nas linhas horizontais a partir dos esforços no centro de gravidade da área de ancoragem 1 através do método 1, assim as forças e o momento foram transferidos para o centro da linha de rotura 5-6 através do equilíbrio dos esforços a partir da área de ancoragem 5. O equilíbrio dos esforços também foi realizado na área de ancoragem 6, através do método 1, para obter os esforços no centro da linha de rotura 5-6.

#### 6.3.1. Área de ancoragem 5 para o nó 6

A área de ancoragem 5 é composta das linhas de rotura 5-1 (horizontal) e 5-6 (inclinada), com dimensões de 50,8mm e 54,21mm, respectivamente (ver Figura 76).

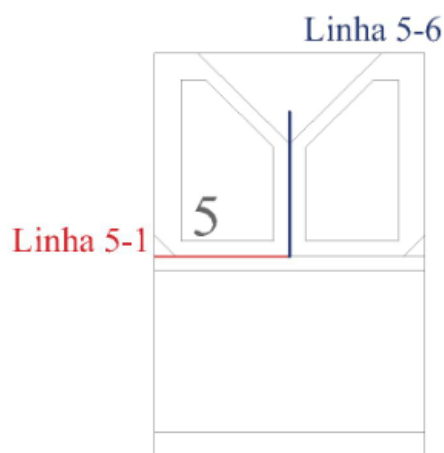


Figura 76 - Linhas de rotura 5-1 e 5-9 para a área de ancoragem 5 no nó 6

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 31 e na Tabela 32.

A percentagem de erro entre os métodos para os esforços e o CSI são demonstradas no Gráfico 5 e no Gráfico 6.

Tabela 31 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-1 na área de ancoragem 5

	Linha 5-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	947,782	829,462	585,420	N	12,48%	38,23%	41,69%
<b>H</b>	-552,131	-818,991	-564,840	N	48,33%	2,30%	45,00%
<b>M</b>	0,000	0,000	6,896	N.m	-	-	100,00%
<b>CSI<sup>2</sup></b>	0,118	0,170	0,089	-	44,42%	24,54%	91,37%
<b>CSI</b>	34,34%	41,26%	29,83%	-	20,18%	13,13%	38,34%

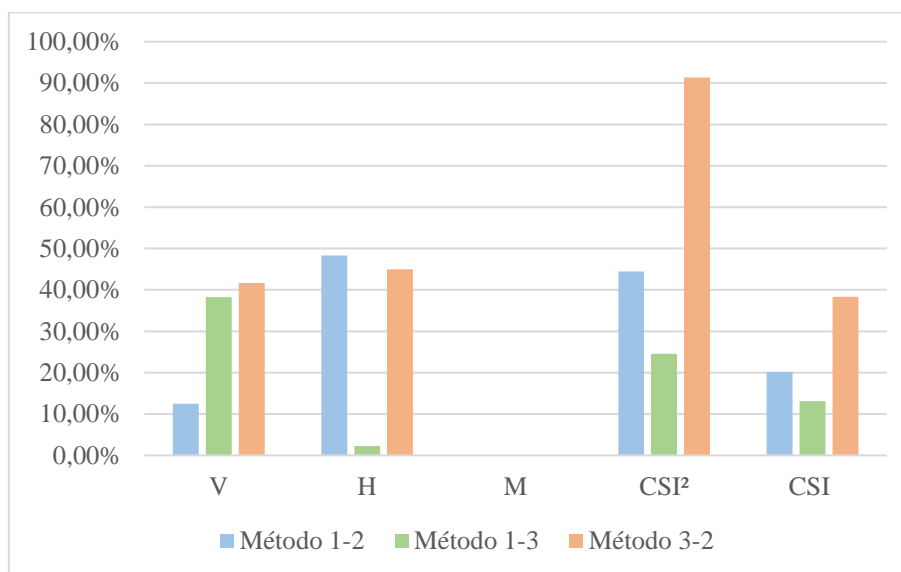


Gráfico 5 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 5-1 da área de ancoragem 5 no nó 6

Tabela 32 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-6 na área de ancoragem 5

	Linha 5-6 (vertical)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	-588,280	-470,085	-225,920	N	20,09%	61,60%	108,08%
<b>H</b>	288,300	555,225	300,961	N	92,59%	4,39%	84,48%
<b>M</b>	6,391	1,157	7,359	N.m	81,90%	15,16%	84,28%
<b>CSI<sup>2</sup></b>	0,057	0,093	0,017	-	63,01%	69,43%	433,22%
<b>CSI</b>	23,87%	30,47%	13,20%	-	27,67%	44,71%	130,92%

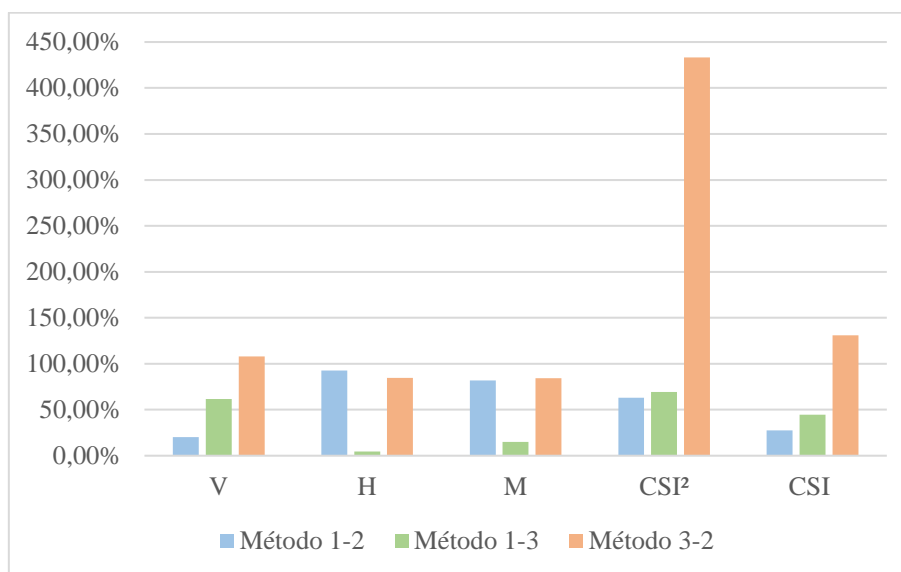


Gráfico 6 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 5-6 da área de ancoragem 5 no nó 6

Para a área de ancoragem 5 o método 3 mostrou-se com valores mais próximos em relação ao método 1 para os valores de força horizontal e momento. Já para a força vertical no método 2 aproxima-se mais do método 1. Já para a variação da força horizontal na comparação do método 1 com o método 3 foi menor que 5%.

### 6.3.2. Área de ancoragem 6 para o nó 6

A área de ancoragem 6 é composta das linhas de rotura 6-1 (horizontal) e 5-6 (inclinada), com dimensões de 50,8mm e 54,21mm, respectivamente (ver Figura 77).

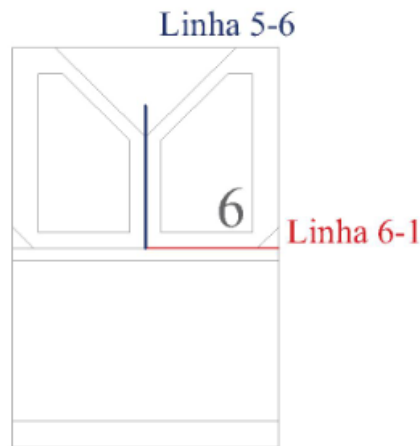


Figura 77 - Linhas de rotura 5-1 e 5-9 para a área de ancoragem 5 no nó 6

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 33 e na Tabela 34.

A percentagem de erro entre os métodos para os esforços e o CSI são demonstradas no Gráfico 7 e no Gráfico 8.

Tabela 33 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-1 na área de ancoragem 6

	Linha 6-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	-1442,898	-869,819	-696,833	N	39,72%	51,71%	24,82%
<b>H</b>	-552,131	-887,597	-709,175	N	60,76%	28,44%	25,16%
<b>M</b>	0,000	0,000	4,680	N.m	-	-	-
<b>CSP<sup>2</sup></b>	0,116	0,135	0,109	-	16,87%	5,44%	23,59%
<b>CSI</b>	34,01%	36,76%	33,07%	-	8,11%	2,76%	11,17%

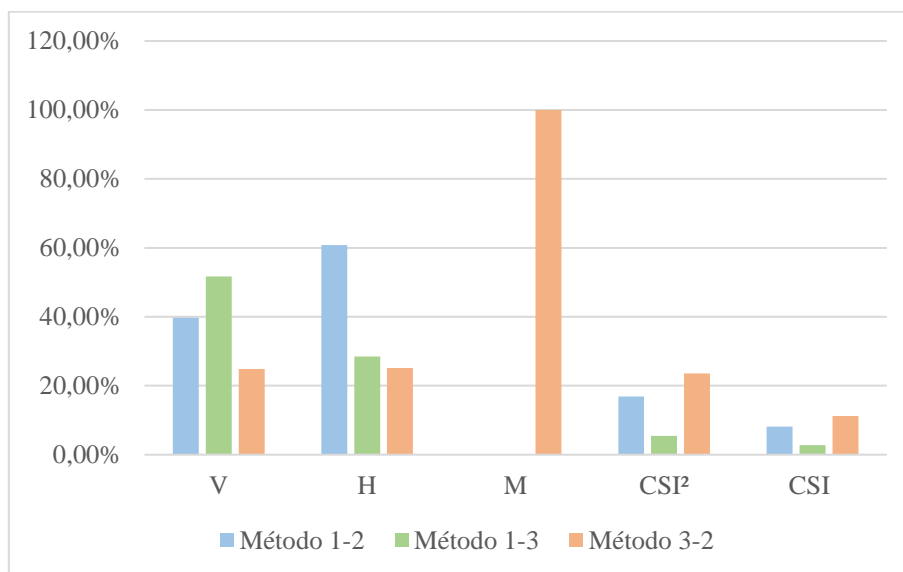


Gráfico 7 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 6-1 da área de ancoragem 6 no nó 6

Tabela 34 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-6 na área de ancoragem 6

	Linha 5-6 (vertical)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	588,290	15,363	-157,746	N	97,39%	126,81%	109,74%
<b>H</b>	-288,248	47,344	-131,203	N	116,42%	54,48%	136,08%
<b>M</b>	-6,391	2,525	5,808	N.m	139,51%	190,88%	56,53%
<b>CSP</b>	0,057	0,00017	0,016	-	99,70%	71,97%	98,93%
<b>CSI</b>	23,87%	1,31%	12,64%	-	94,52%	47,06%	89,65%

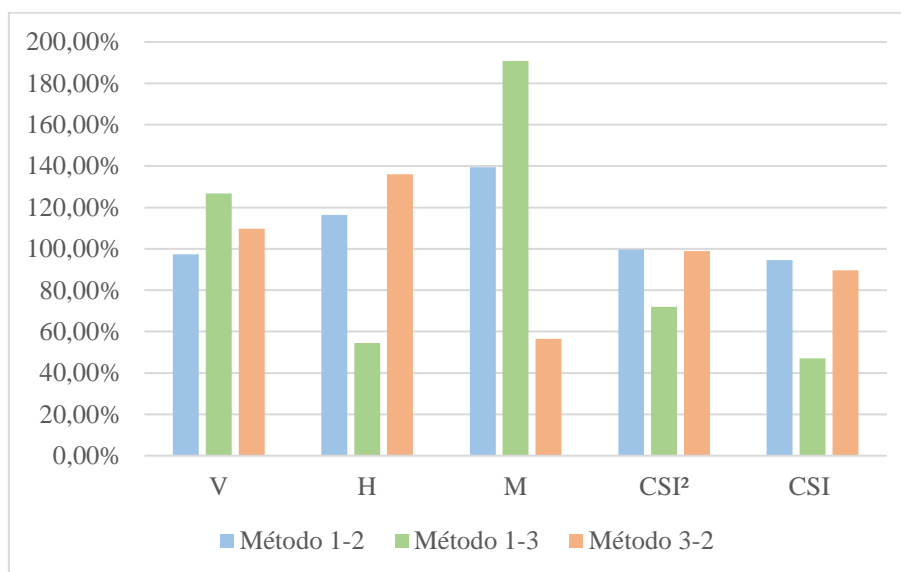


Gráfico 8 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 5-6 da área de ancoragem 6 no nó 6

Para a área de ancoragem 6 embora o CSI tenha se verificado para todos os métodos, a distribuição dos esforços entre os métodos mostrou-se com uma variação alta.

### 6.3.3. Área de ancoragem 1 para o nó 6

A área de ancoragem 1 é composta das linhas de rotura 5-1 (horizontal) e 5-1 (horizontal), com dimensões de 50,8mm e 50,8mm, respectivamente (ver Figura 78).

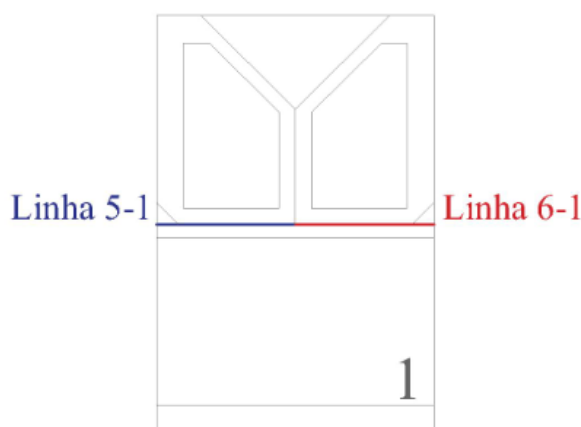


Figura 78 - Linhas de rotura 5-1 e 6-1 para a área de ancoragem 1 no nó 6

O valor dos esforços e da verificação através do CSI para cada linha de rotura são dados na Tabela 35 e na Tabela 36.

A percentagem de erro entre os métodos para os esforços e o CSI são demonstradas no Gráfico 9 e no Gráfico 10.

Tabela 35 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 5-1 na área de ancoragem 1

	Linha 5-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	-947,782	-947,782	-631,372	N	0,00%	33,38%	50,11%
<b>H</b>	552,131	552,131	552,117	N	0,00%	0,00%	0,00%
<b>M</b>	0,000	0,000	-7,398	N.m	-	-	100,00%
<b>CSP</b>	0,133	0,144	0,042	-	8,37%	68,19%	240,70%
<b>CSI</b>	36,42%	37,92%	20,54%	-	4,10%	43,60%	84,58%

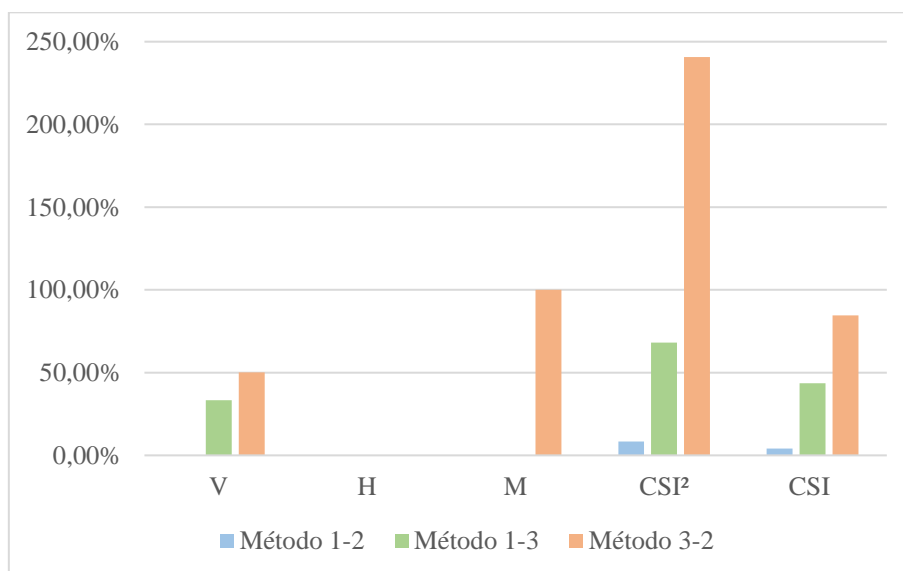


Gráfico 9 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 5-1 da área de ancoragem 1 no nó 6

Tabela 36 - Resultado dos esforços para a linha de rotura 6-1 na área de ancoragem 1

	Linha 6-1 (horizontal)			Unidade	Comparação		
	Método 1	Método 2	Método 3		Método 1-2	Método 1-3	Método 3-2
<b>V</b>	1442,89833601	1442,89833601	1126,453	N	0,00%	21,93%	28,09%
<b>H</b>	552,13055070	552,13055070	552,117	N	0,00%	0,00%	0,00%
<b>M</b>	0,000	0,000	-7,397	N.m	-	-	-
<b>CSP</b>	0,116	0,116	0,228	-	0,00%	97,57%	49,38%
<b>CSI</b>	34,01%	34,01%	47,80%	-	0,00%	40,56%	28,86%

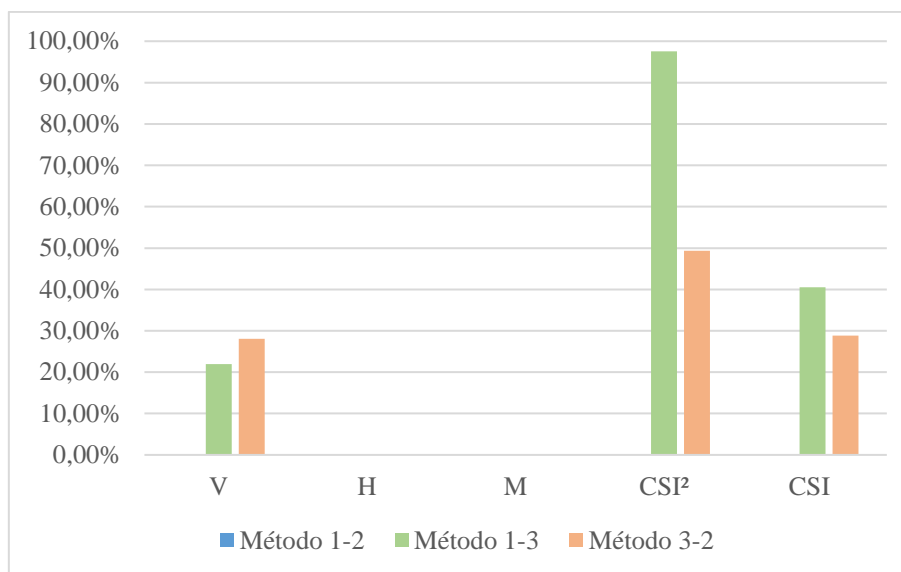


Gráfico 10 - Percentagem entre a diferença dos métodos para a linha 6-1 da área de ancoragem 1 no nó 6

Para a área de ancoragem 1 o método 2 mostrou-se efetivamente válido, visto que a diferença entre a distribuição dos esforços na linha 5-1 é muito pequena e na linha 6-1 esta diferença é nula entre os métodos 1 e 2. Já na comparação entre os métodos 1 e 3 a força vertical variou menos que 35% e a variação da força horizontal foi nula.

#### 6.4. Considerações finais

Através da comparação entre os métodos 2 e 3, com o método 1 de solução exacta, pode-se observar uma aproximação maior entre os métodos 1 e 2 na maioria dos casos, principalmente quando as linhas de rotura eram horizontais. Para as linhas verticais, o método que mais se aproximou do método 1 foi o método 3. Para todos os casos, o CSI foi verificado com um valor menor que 60%, concluindo-se assim a veracidade do método da linha fictícia e a eficiência deste.

## 7. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

---

Este trabalho abordou 3 diferentes métodos para a transferência de esforços do centro geométrico da área de ancoragem da chapa metálica para as linhas de rotura.

O método 1 baseou-se no equilíbrio estático entre os esforços nas ancoragens e a distribuição destes pelas linhas de rotura, porém, em chapas com linhas de rotura complexas, a aplicação deste método não é possível de ser realizada devido ao grau de hiperasticidade no equilíbrio de esforços. Para resolver esta problemática, desenvolveu-se o método 2, através de uma linha fictícia criada para obter os esforços nas linhas de rotura.

O método 2 apresenta uma metodologia simplificada que tem limitações na sua aplicação, nomeadamente na definição do comprimento da linha e distribuição dos esforços ao longo da mesma, pois assume-se que há sempre uma distribuição contínua de tensão normal devida ao momento flector ao longo da linha, o que pode não estar de acordo com a distribuição real, a qual pode ter variações intermediárias na distribuição de tensão normal devida a diferentes momentos flectores resultantes de variações nos ângulos das linhas de rotura.

O método 3 permite obter a distribuição ao longo das linhas de rotura para qualquer configuração, permitindo ainda introduzir a rigidez real da chapa e conseqüentemente um resultado mais realista. A limitação nesta análise está relacionada com a necessidade de utilizar um programa de cálculo automático para a obtenção dos esforços.

Os resultados dos esforços para cada método no centro de cada linha de rotura foram comparados entre si e realizou-se a verificação das juntas de acordo com o Eurocódigo 5 EN 1995-1-1:2004 através do CSI (*Combined Stress Index*), somando-se as tensões axiais e de flexão divididas por suas respectivas tensões permitidas para um membro de treliça. Este índice, representa a eficiência estrutural do membro, para assim, concluir-se a veracidade do método.

Todas as linhas de rotura foram verificadas para os 3 diferentes métodos em todos os nós analisados. Observou-se uma alta aproximação entre os método 1 e o método 2, principalmente quando esta análise ocorre em linhas de rotura horizontais. O CSI (*Combined Stress Index*) calculado ficou abaixo de 60% em todas as verificações realizadas o que comprova a eficiência da linha fictícia desenvolvida neste trabalho.

Como sugestões para trabalhos futuros, incentiva-se o aprimoramento do método da linha fictícia, principalmente nas limitações que este apresentou. Incentiva-se também a aplicação do método da linha fictícia em diferentes modelos e geometrias de treliça, analisando a diferença entre os esforços obtidos através do método 1 e do método 3, realizado através do *software* Midas, para diferentes inclinações das chapas e para as barras de madeira.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABNT ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7190: Projeto de estruturas de madeira**. 1997.

ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION. **NF DTU 31.3 - Charpentes en bois assemblées par connecteurs métalliques ou goussets**. 2012.

BARALDI, L. T. **Método de ensaio de ligações de estruturas de madeira por chapas com dentes estampados**, 1996. Universidade de São Paulo.

CALIL JR., C.; MOLINA, J. C. **Coberturas em Estruturas de Madeira: Exemplos de Cálculo**. São Paulo, 2010.

CARVALHO, A. DE. **Madeiras portuguesas: estrutura anatómica, propriedades, utilizações**. 1996.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 1995-1-1:2004 Eurocode 5: Design of timber structures**. 2004.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **NP EN 1990 2009 - Eurocódigo - Bases para o projeto de estruturas**. 2009a.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. **EN 338:2009 - Structural timber - Strength classes**. 2009b.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. NP EN 1991-1-3:2009 Acções em estruturas - Parte 1-3: Acções da neve. , 2009c.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION. NP EN 1991-1-4:2010 - Acções em estruturas - Parte 1-4 Acções do vento. , 2010.

GESUALDO, F. R. **Estruturas de Madeira**. 2003.

HERZOG, T.; NATTERER, J.; SCHWEITZER, R.; VOLZ, M.; WINTER, W. **Construire en bois**. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2012.

LOURENÇO, P. B.; BRANCO, J. M. Dos abrigos da pré-história aos edifícios de madeira do século XXI. **História da Construção – Arquiteturas e Técnicas Construtivas**. CITCEM – C ed., p.201–214, 2013. Braga: Candeias Artes Gráficas.

SAPORITI, J.; DIAS, A.; CRUZ, H.; PEREIRA CUSTÓDIO, J. E.; COUTINHO PALMA, P. M. **Avaliação, Conservação e Reforço de Estruturas de Madeira**. 1º ed. Lisboa: Verlag Dashöfer, 2009.

MANUAL MIDAS. **Analysis Manual for MIDAS/Gen**. 2001.

MITEK®. Save on materials - Trusses. Disponível em:

<<https://www.mitek.co.uk/products/trusses/>>. .

MITEK®. MiTek®. Disponível em: <<https://www.mitek.co.uk/>>. .

MITEK INDUSTRIES LTD. **Conectores de chapa metálica estampados para produtos estruturais de madeira.** 2009.

MOLITERNO, A. **Caderno de projetos de telhados em estruturas de madeira.** 3º ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2009.

NATTERER, J.; SANDOZ, J. L. **Construction en bois.** Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2000.

NEGRÃO, J.; FARIA, A. **Projecto de estruturas de madeira.** Publindústria, 2009.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de madeira.** Rio de Janeiro: LTC, 2003.

SORIANO, H. L. **Estática Das Estruturas.** 3º ed. Ciência Moderna, 2013.