INNODOCT/21

INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATION, DOCUMENTATION AND EDUCATION

Editors
Fernando J. Garrigós Simón
Sofía Estellés Miguel
José Onofre Montesa Andrés
Yeamduan Narangajavana

INNOVATION * DOCUMENTATION * TEACHING * TECHNOLOGIES
INNO DOCT

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE VALÈNCIA

edUPV
Universitat Politècnica de València

Congresos UPV
INNODOCT/21
INTERNATIONAL CONFERENCE ON INNOVATION, DOCUMENTATION AND EDUCATION
Valencia
October 27th - November 1st, 2021

Los contenidos de esta publicación han sido evaluados por el Comité Científico que en ella se relaciona y según el procedimiento que se recoge en
http://ocs.editorial.upv.es/index.php/INNODOCT/INN2021/about/editorialPolicies

www.lalibreria.upv.es Ref.: 6683_01_01_01

ISBN: 978-84-9048-365-7

ISSN: 2695-8554

Financiado por:

GENERALITAT VALENCIANA
Conselleria d'Innovació, Universitats, Ciència i Societat Digital

AORG/2021/052

DOI: http://dx.doi.org/10.4995/INN2021.2021.14026

INNODOCT 2021
Valencia, 27th October – 1st November 2021
DOI: http://dx.doi.org/10.4995/INN2021.2021.13945

Projeto EDIG3: saberes prévios dos alunos em geometria

Cristina Martins[a], Paula Maria Barros[b], Manuel Vara Pires[c], Marcela Seabra[d]

[a]Centro de Investigação em Educação Básica (CIEB), Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, mcesm@ipb.pt, [b]Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, pbarros@ipb.pt, [c]Centro de Investigação em Educação Básica (CIEB), Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, mvp@ipb.pt, [d]Escola Superior de Educação, Instituto Politécnico de Bragança, Bragança, Portugal, cseabra@ipb.pt

Resumo

O projeto "EGID3: ensino da geometria, investindo no diagnóstico, dificuldades e desafios" foi desenvolvido no contexto da unidade curricular de Geometria da Licenciatura em Educação Básica de uma instituição de ensino superior portuguesa e teve como aspetos centrais a averiguação das perceções dos estudantes sobre a Geometria e o seu ensino, o diagnóstico das suas dificuldades em conceitos geométricos específicos, a valorização de um ensino do tipo exploratório, a análise dos raciocínios utilizados na resolução das tarefas e a averiguação das aprendizagens dos estudantes em geometria. Este texto é dedicado aos seus conhecimentos prévios em conceitos geométricos específicos, nomeadamente os relacionados com tipos de quadriláteros, tipos de triângulos e (im)possibilidade de construção de um triângulo. Para o efeito, a recolha de dados realizou-se com base num questionário constituído por questões de natureza aberta, envolvendo conceitos e procedimentos geométricos que os estudantes abordaram ao longo da sua educação básica e que, como futuros professores, irão trabalhar com os seus alunos. A análise de conteúdo às respostas dadas revelou que os estudantes trazem alguma recordação da classificação de triângulos quanto à amplitude dos ângulos e quanto ao comprimento dos lados, mas adiantam poucas justificações. Além disso, associam a possibilidade de construção de um triângulo esencialmente à existência de três lados. Sobre a identificação de quadriláteros os estudantes nomeiam alguns deles, mas não explicitam as suas características.

Palavras-chave: *geometria, diagnóstico, triângulos, quadriláteros.*

Introdução

É amplamente aceite que o estudo da Geometria é fundamental, pois desenvolve o raciocínio geométrico, nomeadamente a capacidade de visualização, a formulação de conjeturas, a argumentação e a demonstração dos estudantes (Santos & Oliveira, 2017), e proporciona ferramentas poderosas para resolver problemas em todas as áreas da matemática, em outras disciplinas escolares e em aplicações quotidianas (NCTM, 2014). No entanto, no início da formação inicial de professores para os primeiros anos, e muito devido à multiplicidade e complexidade de saberes disciplinares envolvidos, há um reconhecimento que os futuros professores apresentam algumas lacunas nos conhecimentos específicos de cada disciplina.

Em Geometria, são identificadas dificuldades na compreensão e utilização de conceitos e procedimentos geométricos elementares, como a identificação e reconhecimento de propriedades associadas a triângulos e quadriláteros, a classificação de figuras geométricas ou o uso de linguagem matemática específica (Brunheira & Ponte, 2015; Couto & Vale, 2014; Menezes et al., 2014). Mas é necessário ter presente a complexidade envolvida. Exemplificando, de forma genérica, com a classificação, De Villiers (1994) considera duas possibilidades: (i) a classificação hierárquica (inclusiva), entendida como a "classificação de um conjunto de conceitos de tal forma que os mais particulares formam subconjuntos dos mais gerais"; e (ii) a classificação por partição (exclusiva), entendida como a "classificação [em que] os vários subconjuntos de conceitos são disjuntos uns dos outros" (p. 11). Por exemplo, na classificação hierárquica de paralelogramos, os retângulos e os losangos são subconjuntos dos paralelogramos, com os quadrados como interseção dos retângulos com os losangos. Já na classificação por partição, os quadrados não são retângulos, nem losangos, nem os retângulos e os losangos são paralelogramos. Leung (2008) alerta para a importância de não classificar apenas pela comparação da forma das figuras geométricas, pois não ajuda os alunos a compreenderem as propriedades inclusivas e transitivas. Neste âmbito, Herskowitz (1989) realça a necessidade de distinguir entre atributos críticos e atributos não-críticos, referido o caso do retângulo: a congruência entre lados consecutivos é um atributo não-crítico no retângulo, pois os lados consecutivos podem ou não ser congruentes, mas a congruência dos quatro ângulos internos é um atributo crítico, dado que o quadrilátero não pode ser um retângulo se não tiver este atributo.

Neste contexto, é importante valorizar os conhecimentos prévios dos fututos professores (Barrantes & Blanco, 2006), de forma a planificar a prática letiva com base nesses saberes e proporcionar uma formação de qualidade, permitindo-lhes atenuar as suas dificuldades e aprender segundo os mesmos métodos que se sugere que venham a utilizar nas suas próprias práticas (Ponte & Chapman, 2008). Por isso, desenvolvemos, enquanto professores/investigadores ligados à formação de professores, o projeto *EGID3 – ensino da Geometria, investindo no diagnóstico, dificuldades e desafios,* que teve como objetivo, entre outros, averiguar conhecimentos prévios dos futuros professores em conceitos e procedimentos geométricos. Este texto centra-se em três questões colocadas aos estudantes: (i) Que quadriláteros conheces? Justifica.; (ii) Que tipos de triângulos conheces? Justifica.; e (iii) Com três palhinhas, consegues construir um triângulo? Justifica.

Metodologia de investigação

A fase do estudo que aqui se descreve segue uma metodologia de natureza qualitativa, (Amado, 2017) dado que o seu principal propósito é interpretar informação sobre os conhecimentos prévios dos estudantes em Geometria. Os participantes foram os 26 estudantes de uma turma do curso de Licenciatura em Educação Básica que estavam a frequentar a unidade curricular de Geometria. Foi assegurado que a participação fosse voluntária, bem como garantido que os dados recolhidos só seriam utilizados sob a forma de anonimato e exclusivamente com fins científicos.

A recolha de dados foi efetuada com recurso a um questionário, com características de teste diagnóstico, aplicado no início das aulas da unidade curricular. Neste foi pedida a opinião escrita dos estudantes sobre conceitos e procedimentos geométricos, com que se pressupõe já terem contactado ao longo da sua escolaridade não superior. Neste texto são apresentados e discutidos dados relativos aos conhecimentos que manifestaram os estudantes sobre tipos de quadriláteros, tipos de triângulos e (im)possibilidade de construção de um triângulo.

A análise e tratamento dos dados centrou-se na análise de conteúdo das respostas dadas pelos estudantes. Este tipo de análise, para além de proporcionar uma rigorosa e objetiva representação dos conteúdos ou dos elementos das mensagens (discurso, texto, artigo, etc.), através da sua codificação e classificação por categorias e subcategorias, possibilita, ainda, "o avanço (fecundo, sistemático, verificável e até certo ponto replicável) no sentido da captação do seu sentido pleno" (Amado, Costa, & Crusoé, 2017, p. 306). Após a leitura de todas as respostas dos estudantes, bem como a sua comparação e discussão, especificaram-se, *a posteriori*, as subcategorias que se apresentam na secção seguinte.

Resultados

Esta secção apresenta os principais resultados relativamente aos conhecimentos revelados pelos estudantes sobre tipos de quadriláteros, tipos de triângulos e a (im)possibilidade de construção de um triângulo e suportados nas respostas dadas no questionário.

3.1. Tipos de quadriláteros

No questionário, verificaram-se vinte respostas à questão "Que quadriláteros conheces? Justifica.", de que se podem ver alguns exemplos (evidências) na Tabela 1.

Sobre o número de quadriláteros referenciados, um estudante apenas se refere a 1: "Retângulo" (estudante17-E17); seis estudantes a 2: "O quadrado e o retângulo, pois têm 4 lados" (E2); nove estudantes a 3: "Quadrado, retângulo. Losango. Todas estas figuras (...) contêm 4 vértices" (E4); dois estudantes a 4: "Quadrado, retângulo, trapézio, losangolo [losango]. São todos compostos por 4 arestas [lados]" (E8); e dois estudantes a 5 quadriláteros: "Trapézio, quadrado, paralelogramos, retângulo e losangos" (E11).

Tabela 1. Tipos de quadriláteros

Questão	Evidências (exemplos)
Que quadriláteros conheces? Justifica.	O quadrado e o retângulo, pois têm 4 lados. (E2) Quadrado, retângulo. Losango. Todas estas figuras (...) contêm 4 vértices. (E4) Quadrado, retângulo, trapézio, losangolo [losango]. São todos compostos por 4 arestas [lados]. (E8) Trapézios e não trapézios. (E10) Trapézio, quadrado, paralelogramos, retângulo e losangos. (E11) Losango, retângulo, quadrado. São quadriláteros, têm 4 lados. (E15) Retângulo. (E17) Os quadriláteros que conheço são: os quadrados e os retângulos. Ou seja, são figuras compostas por quatro lados. (E22)

Fonte: elaboração própria

Relativamente ao número de referências de cada quadrilátero feito pelos estudantes, o retângulo é o tipo de quadrilátero mais mencionado com 18 referências, seguindo-se o quadrado com 17, o losango com 10, o trapézio com 7, o paralelogramo com 5, e o não trapézio com 1 referência.

3.2. Tipos de triângulos

Com base na análise das vinte e seis respostas dos estudantes à questão "Que tipos de triângulos conheces? Justifica." emergiram três subcategorias: (i) associação ao comprimento dos lados; (ii) associação ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos; e (iii) associação à amplitude dos ângulos. Na Tabela 2 apresentam-se as subcategorias definidas, exemplos das respostas dadas (evidências) e o número de referências (n.º).

Na primeira subcategoria, *Associação ao comprimento dos lados*, é dada relevância à congruência dos lados, ainda que nem sempre seja utilizada a linguagem correta (é simplesmente referido lados iguais e não geometricamente iguais ou congruentes). Os estudantes recorrem a uma classificação exclusiva, apresentando três conjuntos/designações de triângulos (equiláteros, isósceles e escalenos). Alguns deles apresentam justificações, caracterizando cada um dos triângulos indicados: *"*Os isósceles têm todos os lados diferentes, escaleno tem dois lados iguais e o equilátero tem todos os lados iguais" (E14).

Na segunda subcategoria, *Associação ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos*, a generalidade dos estudantes indica a classificação de triângulos atendendo ao comprimento dos lados ou à amplitude dos ângulos (ou ambas) e, simultaneamente, a inclusão de classificação/designação de ângulos: "Equilátero, isósceles, retângulos, retos" (E11) ou "Isósceles, equilátero, escaleno, obtuso, retângulo" (E16). Há um estudante que classifica e caracteriza os tipos de triângulos, atendendo quer ao comprimento dos lados quer à amplitude dos ângulos, ainda que o faça de forma incompleta e não sendo muito rigoroso na linguagem utilizada: "Quanto aos lados equilátero, isósceles, escaleno. Equilátero tem todos os lados iguais, isósceles tem 2 lados iguais e um diferente e escaleno tem os lados todos diferentes. Quanto aos ângulos podem ser retângulo (ângulo reto), obtuso (ângulo obtuso)" (E8).

Tabela 2. Tipos de triângulos

Subcategorias	Evidências (exemplos)	n.º
Associação ao comprimento dos lados	Equilátero, isósceles e escaleno. (E6) Os tipos de triângulo que conheço são: isósceles, escaleno e equilátero. Os isósceles têm todos os lados diferentes, escaleno tem dois lados iguais e o equilátero tem todos os lados iguais. (E14) Equilátero (3 lados iguais), escaleno (0 lados iguais). (E20) Isósceles, 2 lados diferentes. (E24) Conheço 3 tipos de triângulos, pode ser equilátero, escaleno, isósceles. (E25)	13
Associação ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos	Quanto aos lados equilátero, isósceles, escaleno. Equilátero tem todos os lados iguais, isósceles tem 2 lados iguais e um diferente e escaleno tem os lados todos diferentes. Quanto aos ângulos podem ser retângulo (ângulo reto), obtuso (ângulo obtuso). (E8) Equilátero, isósceles, retângulos, retos. (E11) Isósceles- 2 ângulos iguais e 1 diferente. (E13) Isósceles, equilátero, escaleno, obtuso, retângulo. (E16) Os tipos de triângulos que conheço: retângulo, isósceles e quadrilátero. (E22)	9
Associação à amplitude dos ângulos	Conheço o triângulo retângulo que um dos seus lados tem 90º. (E1) Triângulo reto. Triângulo oblíquo. Triângulo agudo. [complementado com desenho de cinco triângulos] (E4) Triângulo retângulo, triângulo. (E18)	4

Fonte: elaboração própria

Na terceira subcategoria, *Associação à amplitude dos ângulos*, a designação do tipo de triângulos é associada a alguns tipos de ângulos: "Triângulo reto. Triângulo obliquo. Triâgulo agudo" (E4), e a justificação de um estudante revela "confusão" de conceitos ou de linguagem: "Conheço o triângulo retângulo que um dos seus lados tem 90º" (E1).

Registe-se, ainda, que apenas nove estudantes apresentam justificações para os tipos de triângulos mencionados. Relativamente ao número de referências de cada triângulo feito pelos estudantes, o isósceles é o tipo de triângulo mais mencionado com 20 referências, seguindo-se o equilátero com 19, o escaleno com 11, o retângulo com 10, "reto" com 2, "obtuso" com 2, oblíquo" com 2 e "agudo" com 2 referências.

3.3. (Im)Possibilidade de construção de um triângulo

A análise das respostas dos estudantes à questão "Com três palhinhas, consegues construir um triângulo? Justifica." conduziu à definição das quatro subcategorias evidenciadas na Tabela 3: (i) associação à existência de três lados; (ii) associação à existência de três vertices; (iii) associação a junção/união dos lados ; e (iv) associação ao comprimento dos lados.

Tabela 3. Possibilidade de construção de um triângulo

Subcategorias	Evidências (exemplos)	n.º
Associação à existência de três lados	Sim, porque para a construção de um triângulo só precisamos de 3 arestas [lados], pois os triângulos só têm 3 lados. (E2) Sim, porque um triângulo tem 3 lados. (E6) Sim, pois um triângulo tem 3 lados, assim com 3 palhinhas consigo construir um triângulo, cada palhinha vai corresponder a um lado. (E9) Sim (...) cada uma das 3 palhas representa um lado e o triângulo tem 3 lados, logo é possível. (E13) Sim [desenho de um triângulo cujos lados são palhinhas]. (E18) Sim. Visto que um triângulo tem 3 lados, então com três palhinhas consigo construí-lo. (E24)	15
Associação à existência de três vértices	Sim, porque o triângulo é formado por 3 vértices. (E4) Sim, [a construção] é possível, porque o triângulo possui 3 vértices. (E5)	2
Associação a junção/união dos lados	Sim, através da sua junção. (E11) Sim pois, ao colocarmos todas as extremidades das palhinhas umas com as outras, sem que nenhuma fique sozinha, obtemos um triângulo. (E23)	3
Associação ao comprimento dos lados	Sim. Sendo que um triângulo tem 3 lados, podendo [os comprimentos] ser iguais ou diferentes. (E8) Sim, desde que sejam de medidas iguais, se for diferente, não podem ser de comprimentos muitos distintos um do outro. (E14) Sim, caso estes tenham o mesmo tamanho. (E16)	3

Fonte: elaboração própria

Todos os vinte e seis estudantes consideram que, com três palhinhas, é (sempre) possível construir um triângulo, não prevendo qualquer situação de impossibilidade, e com três deles a não apresentar qualquer justificação para a sua resposta.

Na primeira subcategoria, *Associação à existência de três lados*, a mais frequente, os estudantes justificam a possibilidade de construção do triângulo baseando-se na correspondência palhinha-lado, considerando que "um triângulo tem 3 lados, então com três palhinhas consigo construí-lo" (E24) ou "cada uma das 3 palhas representa um lado e o triângulo tem 3 lados, logo é possível" (E13).

Na segunda subcategoria, *Associação à existência de três vertices*, as duas respostas seguem a mesma estrutura, mas agora recorrendo à correspondência palhinha-vértice: “Sim, [a construção] é possível, porque o triângulo possui 3 vértices” (E5).

A terceira subcategoria, *Associação a junção/união dos lados*, engloba respostas que remetem para a construção física do triângulo, colocando, consecutivamente, as três palhinhas de forma a formar a figura “através da sua junção” (E11) ou “ao colocarmos todas as extremidades das palhinhas umas com as outras, sem que nenhuma fique sozinha, obtemos um triângulo” (E23).

Na quarta subcategoria, *Associação ao comprimento dos lados*, três estudantes remetem a possibilidade de construção para os comprimentos dos lados “caso estes tenham o mesmo tamanho” (E16) ou “podendo [os comprimentos] ser iguais ou diferentes” (E8). Um estudante refere que a construção é possível “desde que sejam de medidas iguais, se for diferente, não podem ser de comprimentos muitos distintos um do outro” (E14), embora não refira qualquer outra justificação para que os comprimentos dos lados sejam próximos uns dos outros.

Considerações finais

Esta secção final apresenta os principais resultados relativamente aos conhecimentos revelados pelos estudantes sobre quadriláteros e triângulos suportados nas respostas dadas em três questões do questionário.

Os estudantes concentram as respostas na indicação de designações/nomes mais usuais de quadriláteros estudados ao longo da escolaridade, como trapézio, paralelogramo, retângulo, losango ou quadrado. A maioria deles indica dois ou três nomes de quadriláteros, sendo o retângulo, o quadrado e o losango os tipos mais mencionados. Poucos estudantes apresentam justificações para essa indicação, relacionando-as com o número de lados ou de vértices (como quadriláteros), mas não explicitando as respetivas características. Esta circunstância poderá ter resultado da natureza demasiado aberta da questão, mas também ser reveladora de dificuldades em lidar com a classificação dos quadriláteros (Herskowitz, 1989; Leung, 2008) não reconhecendo as propriedades ou critérios que conduzem aos diferentes tipos.

Esta situação não foi tão visível nas questões relacionadas com os triângulos, embora a sua classificação atendendo ao comprimento dos lados sobressaia como uma classificação exclusiva (De Villiers, 1994), ou seja, o triângulo equilátero nunca foi incluído na categoria dos triângulos isósceles. Frequentemente, a classificação atendendo ao comprimento dos lados não surge de forma isolada, parecendo que alguns alunos recordam que se pode classificar triângulos atendendo ao comprimento dos lados e à amplitude dos ângulos e depois “misturam” as duas classificações (Herskowitz, 1989; Leung, 2008). Os triângulos equilátero, isósceles e escaleno, ligados ao critério do comprimento dos lados, são os tipos mais mencionados.

Todos os estudantes aceitam que é sempre possível construir um triângulo dados os comprimentos dos três lados, não colocando hipóteses da conjugação desses comprimentos poder conduzir a situações de impossibilidade. Nas justificações que apresentam, a generalidade dos estudantes baseia-se apenas na associação aos três lados (ou três vértices), havendo três estudantes a referir os comprimentos dos lados na perspetiva de terem de ser iguais, "próximos" ou diferentes, mas não para problematizar eventuais relações entre os comprimentos dos lados relacionadas com a desigualdade triangular.

Estes resultados acompanham evidências já referidas em outros estudos relacionadas com dificuldades em lidar com conceitos e procedimentos geométricos elementares (Brunheira & Ponte, 2015; Couto & Vale, 2014; Menezes et al., 2014), nomeadamente na classificação e no reconhecimento de propriedades associadas a triângulos e quadriláteros e na utilização de linguagem (matemática) apropriada. Os resultados também reforçam a relevância de identificar e valorizar os conhecimentos prévios dos estudantes (Barrantes & Blanco, 2006) no sentido de ultrapassar as dificuldades identificadas (Ponte & Chapman, 2008) e ajudar a reestruturar e a consolidar os saberes dos futuros professores.

Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pela FCT – Fundação para a Ciência e Tecnologia no âmbito do Projeto UIDB/05777/2020.

Referências

Amado, J. (2017). *Manual de investigação qualitativa em educação*. Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Amado, J., Costa, P. C., & Crusoé, N. (2017). A técnica de análise de conteúdo. In J. Amado (Ed.), *Manual de investigação qualitativa em educação* (pp. 303–353). Coimbra: Imprensa da Universidade de Coimbra.

Barrantes, M., & Blanco, L. J. (2006). Caracterização das conceções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria. *Zetetiké*, *14*(25), 65–92.

Brunheira, L., & Ponte, J. P. (2015). A influência das representações na classificação de quadriláteros em futuras professoras e educadoras. In M. V. Pires et al. (Eds.), *Investigação em Educação Matemática 2015 – Representações matemáticas* (pp. 195–224). Bragança: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

Couto, A., & Vale, I. (2014). Pre-service teachers' knowledge on elementary geometry concepts. *Journal of European Teacher Education Network*, *9*, 57–73.

De Villiers, M. (1994). The role and function of a hierarchical classification of quadrilaterals. *For the Learning of Mathematics*, *14*(1), 11–18.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in geometry: two sides of the coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *11*(1), 61–76.

Leung, I. (2008). Psychological aspects of inclusive and transitive properties among quadrilaterals by deductive reasoning with the aid of SmartBoard. *ZDM*, *40*, 1007–1021.

Menezes, L. et al. (2014). Conhecimento de geometria de estudantes da Licenciatura em Educação Básica. In M. H. Martinho et al. (Eds.), *Atas do XXV SIEM* (pp. 243–261). Braga: Associação de Professores de Matemática.

National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2014). *Principles for actions: ensuring mathematical success for all*. Reston: NCTM.

Ponte, J. P., & Chapman, O. (2008). Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (2nd ed., pp. 225–263). New York, NY: Routledge.

Santos, L., & Oliveira, H. (2017). O ensino e a aprendizagem da geometria: perspetivas curriculares. In In H. Oliveira et al. (Eds.), *Livro de atas do EIEM 2017* (pp. 3–8). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.