

Representações no estudo das frações no 5.º ano de escolaridade

ELVIRA SANTOS, CRISTINA MARTINS, IRENE MARTINS, SUSANA SERRA

Ao longo do ano letivo 2021-22 decorreu a operacionalização antecipada das novas Aprendizagens Essenciais de Matemática do Ensino Básico (NAEM) (Canavarro et al., 2021). No 5.º ano de escolaridade duas professoras (Irene e Susana), coautoras deste artigo, trabalharam ao longo de todo o ano letivo de forma colaborativa, reunindo semanalmente para planificar, construir tarefas, seleccionar materiais e refletir sobre o trabalho decorrido. Esse trabalho foi desenvolvido com o acompanhamento de três elementos do Grupo de Desenvolvimento Curricular e Profissional da Matemática onde todas as opções e decisões relativas à planificação foram discutidas antes de serem levadas à prática e onde se refletiu, também, sobre a sua implementação, recolhendo dados para fundamentar futuras ações.

No âmbito da planificação de tarefas a levar à sala de aula, tivemos como ponto de partida as necessidades dos alunos em conjugação com aspetos de excecionalidade. Esta excecionalidade deve-se ao facto destes alunos, que estavam a iniciar o 2.º ciclo num novo programa de Matemática, concretizado nas NAEM de 5.º ano, viverem o seu processo de aprendizagem durante parte do 1.º ciclo no contexto de pandemia Covid 19, em que entre muitas outras condicionantes não lhes foi possível a utilização de materiais manipuláveis no processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Tornou-se, desta forma, ainda mais evidente o preconizado nas NAEM no que respeita à necessidade de uma articulação constante entre as aprendizagens a realizar no 2.º ciclo e as realizadas no 1.º ciclo.

É neste contexto que surge este artigo, no qual pretendemos dar a conhecer o trabalho desenvolvido em sala de aula sobre a comparação de frações, tendo-se optado pelo recurso à utilização do material manipulável, no caso concreto as barras Cuisenaire. Foram, ainda, desenvolvidas as capacidades de comunicação matemática, pensamento crítico e criatividade.

Assim, a consideração, entre outros aspetos, de uma abordagem em espiral e a necessidade de focar a aprendizagem na exploração das representações foi um motivo maior para as decisões tomadas pelo grupo de trabalho do 2.º ciclo, no sentido de contribuir para uma aprendizagem mais significativa aos alunos.

O PAPEL DAS REPRESENTAÇÕES NA APRENDIZAGEM

Num sentido lato, uma representação é uma configuração que pode representar algo de alguma forma” (Goldin, 2008, p. 178). Quando se menciona o termo representações tanto podemos referir-nos ao processo, fazendo alusão à aquisição

de um conceito ou relação, como à forma em que a mesma é representada, ou seja, como um produto (NCTM, 2007). Para Tripathi (2008) uma representação matemática é “um constructo mental ou físico que descreve aspetos da estrutura inerente a um conceito e a inter-relação entre este e outras ideias” (p. 438). Durante o processo de aprendizagem os alunos vão progressivamente percorrer um caminho em que ao aceder às ideias matemáticas através das representações ficam na posse de um conjunto de ferramentas matemáticas que lhes possibilitam pensar matematicamente.

Jerome Bruner (1999) distingue três tipos de representações: i) representações ativas, relativas ao conjunto de ações adequadas para atingir uma determinada aprendizagem; ii) representações icónicas, relativas ao conjunto de imagens ou gráficos que ajudam a desenvolver uma ideia ou processo; iii) representações simbólicas, quando o pensamento utiliza um conjunto de proposições simbólicas ou lógicas de um sistema que ajudam a entender um conceito de forma mais abrangente.

Como refere o NCTM (2007), os alunos devem “criar e usar representações para organizar, registar e comunicar ideias matemáticas” (p. 160). O professor ao ter acesso a essas representações vai ter acesso à forma como o aluno pensa e interpreta uma determinada tarefa. Assim, “os professores poderão aperceber-se do raciocínio dos alunos e da sua apreensão dos conceitos matemáticos ao analisar, questionar e interpretar as suas representações” (NCTM, 2007, p. 160). É pois, importante que o professor analise as representações dos seus alunos para, por um lado, conhecer o seu raciocínio matemático e, por outro, permitir-lhe apoiá-los na transição das suas próprias representações para as convencionais da matemática.

Nas NAEM (Canavarro et al., 2021) é clara a valorização das representações. Na apresentação dos objetivos para o ensino básico é referida a importância de desenvolver a capacidade de usar representações múltiplas, como ferramentas de apoio ao raciocínio e à comunicação matemática, atribuindo valor à conjugação de diferentes tipos de representações para ajudar a clarificar ideias matemáticas. Também nos conteúdos de aprendizagem, as capacidades matemáticas transversais são um tema, sendo que este inclui o tópico representações matemáticas. Salienta-se ainda que neste documento e na resposta à questão sobre como promover a aprendizagem da Matemática, são referidos de forma concreta os recursos, sendo assinalado que:

“A aprendizagem da Matemática beneficia do uso de recursos diversos que possibilitem, entre outros, o uso e exploração de representações múltiplas de forma eficiente. Os materiais manipuláveis devem ser utilizados sempre que favoreçam a compreensão de conhecimentos matemáticos e a conexão entre diferentes representações matemáticas” (Canavarro et al., 2021, p. 6). No documento, é também previsto que no 2.º ciclo, os alunos enriqueçam o seu leque de estratégias para resolver problemas, que beneficia de uma maior variedade de representações, sejam diagramas, tabelas, gráficos ou linguagem simbólica, as quais favorecem igualmente o desenvolvimento da comunicação matemática.

REPRESENTAÇÕES NO 5.º ANO: UM CAMINHO PERCORRIDO

As tarefas que aqui se apresentam enquadram-se curricularmente no tema Números, tendo como principal objetivo estabelecer a comparação de frações. No desenvolvimento das tarefas em sala de aula seguiu-se um ensino de natureza essencialmente exploratória, com a organização do trabalho dos alunos em grupos de quatro elementos. As produções dos alunos na resolução e resposta às tarefas que se apresentam pretendem ilustrar as representações utilizadas pelos grupos de alunos, em contexto de sala de aula. Numa parte da aula reservada para o efeito, as produções dos grupos foram apresentadas pelos próprios e discutidas em grande grupo, dando origem a novos conhecimentos matemáticos.

Num primeiro momento, os alunos tiveram oportunidade de explorar o material, sendo que efetuaram construções, compararam o comprimento das barras, e associaram o comprimento à cor de cada uma. Nesta primeira tarefa foi proposto aos alunos usar o conjunto de barras para cobrir uma determinada área com a utilização das barras Cuisenaire. Deste modo, os alunos foram-se apropriando do tamanho relativo das barras e a relação com a respetiva cor, como é possível ver na figura 1.



Figura 1. Produção de um grupo na resolução da tarefa “Cobrir uma determinada área com a utilização das barras Cuisenaire”

Numa segunda tarefa, pretendeu-se conhecer o raciocínio matemático dos alunos ao comparar frações com a unidade. Com esta tarefa, considerando que a barra laranja representa a unidade, os alunos deveriam identificar a fração que outras barras representavam, bem como, dada uma fração e a respetiva unidade identificar a barra correspondente.

Conforme é possível observar na figura 2, verificou-se que, de uma forma geral, que os alunos identificaram a fração

correspondente a cada uma das barras em comparação com a unidade. Igualmente, foi possível observar que reconheceram facilmente a barra amarela como aquela que representa $\frac{1}{2}$. No sentido de conhecer melhor como pensaram, era solicitado aos alunos que explicassem o processo que utilizaram para responder à questão.

1. Nas próximas questões, considera a barra laranja como a unidade



- a. Que fração representa a barra branca? $\frac{1}{10}$
 e a barra castanha? $\frac{8}{10}$
 b. Qual é a cor da barra que representa $\frac{1}{2}$?
 Amarela.

Figura 2. Produção de um grupo de trabalho na tarefa “Identificação de frações menores do que a unidade”

Na figura 3, é visível a produção realizada por um grupo. Observa-se que os alunos usaram a representação da barra que corresponde à unidade (barra laranja) e depois desenharam as outras barras, as barras branca e castanha, ajudando a identificar as frações que as representam respetivamente $\frac{1}{10}$ e $\frac{8}{10}$.

Para justificarem a sua resposta de que a barra amarela correspondia à fração $\frac{1}{2}$ procederam da mesma forma, desenharam a barra amarela ao lado da barra laranja, dando, desta forma, a ideia de comparação.

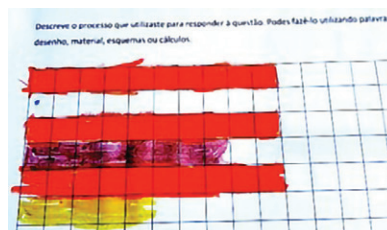


Figura 3. Produção dos alunos para justificarem o seu pensamento nas questões anteriores

Na questão seguinte desta tarefa, os alunos foram questionados a identificar a barra que correspondia à unidade, sendo-lhes dada a fração que uma determinada cor representava (figuras 4 e 5). Analisando as produções dos alunos verifica-se que a ação dos alunos se centrou na procura de uma barra que fosse possível dividir em 4 partes iguais, respondendo à primeira parte da questão - barra cor de rosa. Constatou-se, ainda, que a partir da barra cor de rosa, identificada como a unidade, facilmente encontraram a barra que correspondia a $\frac{1}{2}$, barra vermelha.

Na questão 3 (figura 5) é indicada uma barra como unidade, mantendo intencionalmente a barra rosa para esse efeito, e foi pedido que, além da identificação das frações que representam números menores do que a unidade identificassem, também, a fração que representa a barra verde-escuro.

2. Se a barra verde-claro representa $\frac{3}{4}$ qual é a barra que representa a unidade? Rosa
 E qual é a barra que representa $\frac{1}{2}$? vermelha

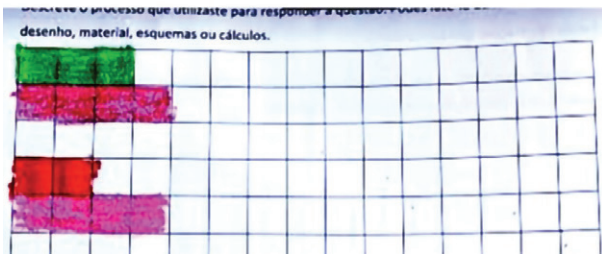
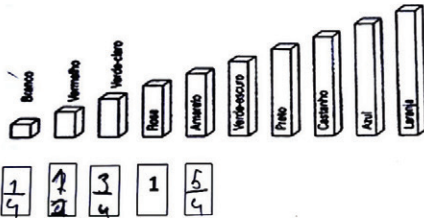


Figura 4. Produção de um grupo de alunos na identificação da unidade e da metade, dada uma barra como referência

3. Considera agora a barra rosa como a unidade.



- a. Escreve as frações correspondentes às barras que estão à esquerda da barra rosa.
 b. Escreve a fração correspondente à barra verde-escuro. Usa o quadriculado em baixo para explicar como pensaste. $\frac{6}{4}$



Figura 5. Produção de um grupo de trabalho: “Representação de frações maiores do que a unidade”

Os alunos desenharam a barra rosa e completaram os quadradinhos que faltavam, visível nos espaços em branco junto às barras, para descobrir que a barra correspondia a $\frac{6}{4}$. Percebemos assim, que os alunos efetuam novamente a comparação com a barra que representa a unidade e, nesta, assinalam mais dois quartos que completam a fração representada pela barra verde-escuro.

Ainda que não lhes tivesse sido pedido explicitamente para escreverem a fração correspondente à barra amarela, como essa questão estava implícita no enunciado através do espaço em branco para o efeito, os alunos representaram a fração correspondente a essa barra e justificaram oralmente que se a barra for dividida em 4 partes, a barra amarela tem mais uma dessas partes, ou seja, mais $\frac{1}{4}$, e logo, nesse espaço colocaram $\frac{5}{4}$. O caminho percorrido continuou com a tarefa “Agora é a tua vez” (figuras 6 e 7), em que os alunos foram desafiados a elaborar questões aos seus colegas sobre o tópico em estudo. Pretendeu-se criar um momento que fosse simultaneamente de elaboração de enunciados de problemas e de questionamento pelos pares. Os alunos, após análise em trabalho de grupo, evidenciaram as suas questões em discussão grupo turma.

Constatou-se que neste percurso de aprendizagem, esta etapa foi bem acolhida pelos alunos, dando opinião sobre os

enunciados produzidos pelos colegas revelando capacidade para identificar as fragilidades das questões colocadas. Com esta parte da tarefa, foram trabalhadas as capacidades de pensamento crítico e criatividade aliadas ao desenvolvimento da comunicação matemática.

4. Agora é a tua vez...
 Usando as barras Cuisenaire, inventem uma pergunta sobre frações para os teus colegas resolverem.

Enunciado da vossa questão

Descobrir que unidade representa a barra azul?

Figura 6. Produção do grupo A à tarefa “Agora é a tua vez”

Na figura 6, podemos observar que na criação do enunciado, os alunos não identificaram uma barra como referência o que suscitou a seguinte questão por parte do aluno Daniel (nome fictício, como todos os que forem surgindo):

Daniel: Eu penso que eles devem melhorar a pergunta. A professora interpretou a sugestão do aluno e questionou: Então qual é a fração representada pela barra azul se ela própria for a unidade?

Vários alunos responderam: Nove nonos.

Um outro aluno, Carlos, adiantou outra resposta: Mas também podemos escrever 1.

Porém uma aluna, Carla, sugere: Eles deviam dizer que a barra azul era a unidade e nós dizíamos a fração que ela representa.

Na produção apresentada na figura 7 foi indicada a unidade de referência (barra preta e incluídas 3 alíneas).

Na alínea a, os alunos solicitaram a identificação de uma fração menor do que a unidade, representada pela barra amarela, o que não levantou qualquer dúvida aos colegas. O mesmo aconteceu em relação à barra vermelha.

4. Agora é a tua vez...
 Usando as barras Cuisenaire, inventem uma pergunta sobre frações para os teus colegas resolverem.

Enunciado da vossa questão

A unidade é a barra preta

a)

Que fração representa a barra amarela?

b) Que fração representa a barra vermelha?

c) Será que alguma barra representa $\frac{1}{2}$?

Figura 7. Produção do grupo C à tarefa “Agora é a tua vez”

Em relação à alínea c, uma aluna, a Maria, fez um comentário que conduziu ao seguinte diálogo:

Maria: A barra preta é $\frac{7}{7}$. 7 é um número ímpar, não é possível encontrar a $\frac{1}{2}$ metade.

A professora questionou: O que queres dizer, não é possível encontrar a metade, queres explicar melhor?

Maria: Como 7 é um número ímpar, metade não é um número inteiro, por isso não temos nenhuma barra que represente $\frac{1}{2}$ da barra preta ($\frac{7}{7}$).

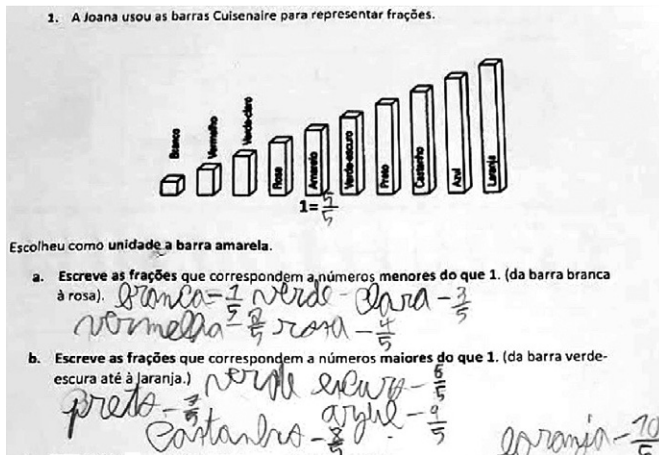


Figura 8. Produções dos alunos na tarefa “Comparação de frações”: questão 1

Na resolução da tarefa, os grupos não manifestaram dúvidas. Nesta resolução destaca-se que os alunos identificaram a unidade na forma de fração e a partir daí, identificaram as frações que representam números menores e maiores do que 1.

Na segunda questão foi solicitado aos alunos que sistematizassem as ideias sobre as frações que representam números maiores que a unidade e menores que a unidade, atendendo aos seus termos. A sistematização foi efetuada com segurança na utilização dos termos e de forma correta pelos grupos.

Em síntese, nesta tarefa, é visível que os alunos identificam 1 como $\frac{5}{5}$ (figura 8) e a partir daí escrevem facilmente todas as frações que correspondem às barras. Ao escreverem as frações, os alunos identificaram facilmente as frações menores e maiores do que a unidade, fazendo referência, pela primeira vez, à relação entre numerador e denominador.

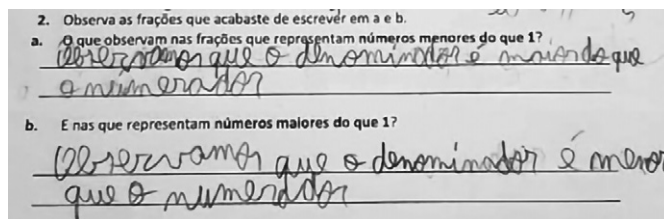


Figura 9. Produções dos alunos na tarefa “Comparação de frações”: questão 2

Essa relação, é posteriormente integrada dando origem à escrita da regra de comparação de frações com o mesmo denominador, permitindo efetuar uma generalização baseada nas observações feitas (figura 10). Essa regra foi escrita através de uma ação que qualquer aluno deve realizar e completada com a escrita simbólica que indica essa comparação.

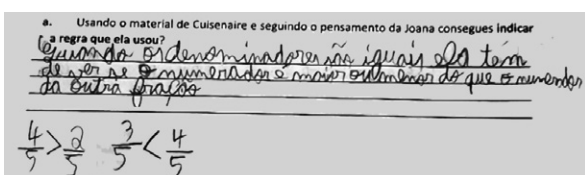


Figura 10. Produções dos alunos na tarefa “Comparação de frações”

REFLEXÃO FINAL

Estes alunos iniciaram o 2.º ciclo num novo programa, as novas Aprendizagens Essenciais, o que implicou uma constante e necessária averiguação e articulação das aprendizagens a efetuar com as aprendizagens anteriores dos alunos.

Durante a elaboração das tarefas, as professoras procuraram identificar e mobilizar os conhecimentos já adquiridos pelos alunos, nomeadamente sobre frações menores que a unidade, para intencionalmente levar os alunos a identificar as frações maiores que a unidade, pois a comparação física propiciava-lhes facilidade e segurança nas respostas.

A elaboração das tarefas teve ainda a intenção de proporcionar o desenvolvimento das capacidades matemáticas transversais tais como a comunicação matemática, o pensamento crítico e a criatividade contribuindo, assim, para um maior envolvimento da parte dos alunos na elaboração das suas produções.

Após a implementação das tarefas em sala de aula e da análise das produções orais e escritas dos alunos, verificou-se que a utilização do material *Cuisenaire* teve um papel relevante, no entendimento das frações, pois permitiu às professoras perceber o raciocínio dos alunos e permitiu aos alunos transitar entre duas representações distintas para o mesmo objeto.

As discussões possibilitaram às professoras perceber que inicialmente os alunos recorriam ao desenho das barras e depois à representação da fração e, por fim, usavam linguagem matemática como um dos meios para comunicar as suas conclusões e estratégias de resolução, como Bruner refere, numa abordagem em espiral, explícita nas NAEM.

Referências

- Bruner, J. (1999). *Para uma teoria da educação*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Canavarro, A.P., Mestre, C., Gomes, D., Santos, E., Santos, L., Brunheira, L., Vicente, M., Gouveia, M. J., Correia, P., Marques, P., & Espadeiro, G. (2021). *Aprendizagens Essenciais de Matemática no Ensino Básico*. ME-DGE. <https://www.dge.mec.pt/noticias/aprendizagens-essenciais-de-matematica>
- Goldin, G. (2008). Perspectives on representation in mathematical learning and problem solving. In L. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 178–203): Routledge.
- NCTM (2007). *Princípios e normas para a matemática escolar*. APM. (obra original em inglês, publicada em 2000)
- Tripathi, P. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 13(8), 438–444.

ELVIRA SANTOS

AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE ÁLVARO VELHO, BARREIRO

CRISTINA MARTINS

ESCOLA SUPERIOR DE EDUCAÇÃO, INSTITUTO POLITÉCNICO DE BRAGANÇA

IRENE MARTINS

PROFESSORA TITULAR DE TURMA DO 5.º ANO NO AGRUPAMENTO DE ESCOLAS DE ÁLVARO VELHO, BARREIRO

SUSANA SERRA

PROFESSORA TITULAR DE TURMA DO 5.º ANO NO AGRUPAMENTO DE ESCOLAS MOINHOS DA ARROJA, ODIVELAS