



# **ANÁLISE DE ESTABILIDADE DE ARCOS METÁLICOS BI-ARTICULADOS**

**Luís Filipe Gaspar Cordeiro**

Dissertação apresentado à:

**Escola Superior de Tecnologia e Gestão Instituto  
Politécnico de Bragança**

para obtenção do grau de Mestre em:

**Engenharia Industrial**

Área de especialização em Engenharia Mecânica

Orientador:

Prof. Dr. Luís Manuel Ribeiro de Mesquita

**Outubro de 2022**

# Agradecimentos

Gostaria de manifestar o meu agradecimento a todos que contribuíram para a realização desta tese.

Em primeiro lugar, o meu agradecimento ao meu orientador, Professor Doutor Luís Manuel Ribeiro de Mesquita, por me ter dado a oportunidade de trabalhar nesta tese, pela motivação, dedicação e disponibilidade para solucionar os distintos problemas que surgiram nas diferentes etapas e paciência que prestou ao longo deste projeto.

Um especial obrigado aos meus pais que sempre me apoiaram ao longo desta jornada e sempre me motivaram para nunca desistir.

À Escola Superior de Tecnologia e de Gestão do Instituto Politécnico de Bragança.



## Resumo

Os arcos são estruturas utilizadas como forma de construir grandes vãos, já que, em alguns elementos estruturais, a curvatura introduz ganhos de resistência. Por apresentarem um comportamento fortemente não linear, é interessante que as formulações numéricas utilizadas na modelação das estruturas arqueadas levem em consideração as várias fontes de não linearidade, tais como as geométricas e do material. Esta dissertação está inserida no contexto da análise inelástica de arcos metálicos. São estudados arcos com várias características, desde os arcos circulares até aos arcos pouco abatidos. Esta tese descreve um estudo analítico e um estudo numérico sobre o comportamento de encurvadura de arcos metálicos. Os arcos apresentam imperfeições estruturais que diferem consideravelmente das secções laminadas a quente ou soldadas, é dada especial atenção à inclusão no modelo numérico. Foram realizadas 320 simulações de arcos com apoio bi-articulado onde se variou o comprimento do arco, 6m, 10m, 15m, 20m em função da altura até atingir um ângulo de 90°. Os esforços aplicados foram duas cargas pontuais com 1m de distância do centro do arco. No estudo analítico calculou-se a carga de colapso de arcos metálicos e fez-se uma comparação com a carga crítica de Euler e a carga crítica de Timoshenko. No estudo numérico foi calculado o comprimento de encurvadura de arcos metálicos e a carga crítica que foi obtida através do Software Ansys. As imperfeições geométricas foram introduzidas nas simulações. Todos os arcos falharam por encurvadura fora do plano elástico-plástico caracterizado por a presença de zonas plásticas na nervura do arco e deformação do arco fora do plano. Nos exemplos simulados, foram analisadas as trajetórias de equilíbrio, a influência da razão de abatimento e curvas de resistência dos arcos. Os resultados obtidos com a metodologia numérica permitem apresentar equações que permite o cálculo da carga crítica de arcos metálicos. A precisão do modelo de elementos finitos é verificada comparando os resultados.

*Palavras-chave: arcos metálicos; carga crítica de Euler; carga crítica de Timoshenko; Carga de Colapso; Grandes deslocamentos e deformações;*

# Abstract

Arches are structures used as a means of constructing large spans, since, in some structural elements, curvature introduces gains in resistance. Because they present a strongly non-linear behaviour, it is interesting that the numerical formulations used in the modelling of arched structures take into account the various sources of non-linearity, such as geometric and material ones. This dissertation is inserted in the context of inelastic analysis of metallic arches. Arches with various characteristics are studied, from circular arches to low arches. This thesis describes an analytical and a numerical study on the buckling behaviour of metallic arches. Arches have structural imperfections that differ considerably from hot rolled or welded sections, special attention is paid to inclusion in the numerical model. A total of 320 simulations of arches with bi-articulated support were carried out where the length of the arch was varied, 6m, 10m, 15m, 20m as a function of height until an angle of  $90^\circ$  was reached. The applied forces were two point loads 1m away from the center of the arch. In the analytical study the collapse load of metallic arches was calculated and a comparison was made with Euler's critical load and Timoshenko's critical load. In the numerical study the buckling length of metallic arches and the critical load was calculated and obtained using Ansys software. Geometric imperfections were introduced in the simulations. All the arches failed due to buckling out of the elastic-plastic plane characterized by the presence of plastic zones in the arch rib and out-of-plane deformation of the arch. In the simulated examples, the equilibrium trajectories, the influence of the slump ratio and resistance curves of the arches were analyzed. The results obtained with the numerical methodology allow the presentation of equations that allows the calculation of the critical load of metallic arches. The accuracy of the finite element model is checked by comparing the results.

*Keywords: Euler's critical load; Timoshenko's critical load; Collapse Load; Large displacements and deformations;*

# Índice

---

AGRADECIMENTOS.....	I
RESUMO .....	III
ABSTRACT .....	IV
ÍNDICE .....	V
LISTA DE FIGURAS .....	VII
LISTA DE TABELAS.....	XVI
NOMENCLATURA.....	XVII
<b>CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 2: ESTADO DA ARTE.....</b>	<b>4</b>
2.1 INTRODUÇÃO .....	4
2.2 TENSÕES RESIDUAIS .....	4
2.3 IMPERFEIÇÕES GEOMÉTRICAS .....	7
2.3.1 Imperfeição geométrica fora do plano de arcos com rótulas laterais .....	10
2.4 INSTABILIDADE DE ARCOS METÁLICOS .....	14
2.4.1 Arco biarticulado com carga de pontual .....	20
2.4.2 Arco biarticulado com carga uniformemente distribuída .....	22
2.5 FENÓMENOS DE INSTABILIDADE DE ARCOS.....	24
2.5.1 Instabilidade por ponto limite ou instabilidade por “snap-through”.....	25
2.5.2 Encurvadura fora do plano.....	26
<b>CAPÍTULO 3: COMPORTAMENTO DO MATERIAL A TEMPERATURA AMBIENTE .</b>	<b>31</b>
3.1 INTRODUÇÃO .....	31
3.2 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	31
3.3 ANÁLISE NÃO LINEAR E LINEAR .....	32
3.4 BEAM 189.....	33
<b>CAPÍTULO 4: CURVA TENSÃO DEFORMAÇÃO DO AÇO .....</b>	<b>35</b>
4.1 INTRODUÇÃO .....	35
4.2 PROPRIEDADES MECÂNICAS E GEOMÉTRICAS DO MATERIAL .....	35
4.3 CURVA TENSÃO DEFORMAÇÃO .....	36
4.4 ENSAIO DE TRAÇÃO .....	39

<b>CAPÍTULO 5: ESTUDO ANALÍTICO DO COMPORTAMENTO ELÁSTICO DE ARCOS METÁLICOS</b>	<b>41</b>
5.1	INTRODUÇÃO.....41
5.2	ENQUADRAMENTO ELEMENTOS ESTRUTURAIIS .....41
5.3	CARGA CRÍTICA DE EULER .....44
5.4	CARGA CRÍTICA DE TIMOSHENKO .....50
<b>CAPÍTULO 6: ESTUDO NUMÉRICO DE ARCOS METÁLICOS</b>	<b>53</b>
6.1	INTRODUÇÃO.....53
6.2	REAÇÕES DE ARCOS METÁLICOS .....53
<b>CAPÍTULO 7: CÁLCULO ANALÍTICO DE ARCOS METÁLICOS</b>	<b>55</b>
7.1	INTRODUÇÃO.....55
7.2	ESFORÇOS INTERNOS.....55
7.3	MODOS DE ENCURVADURA .....58
7.4	CÁLCULO DO NCR ANSYS .....59
<b>CAPÍTULO 8: ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA</b>	<b>62</b>
8.1	INTRODUÇÃO.....62
8.2	GRANDES DESLOCAMENTOS/ DEFORMAÇÕES .....62
8.3	DETERMINAÇÃO DA CARGA DE COLAPSO DE DIFERENTES GEOMETRIAS .....65
8.3.1	<i>Determinação da carga de colapso por plastificação da secção (Exemplo de perfil L=10m)</i> .....67
8.3.2	<i>Determinação da carga de colapso por encurvadura</i> .....72
<b>CAPÍTULO 9: CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>76</b>
9.1	INTRODUÇÃO.....76
9.2	CONCLUSÃO.....76
9.3	TRABALHOS FUTUROS .....78
<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>79</b>
<b>ANEXOS</b>	<b>82</b>

## Lista de figuras

---

Figura 1-Laminagem a quente, [1] .....	1
Figura 2- Arco do estádio de Wembley, [2] .....	2
Figura 3- Ponte com estrutura em arco (Ponte Juscelino Kubitschek Brasília), [3].....	3
Figura 4- Modelo de tensões residuais proposto por Spoorenberg et al e implementação de elementos finitos, [5] .....	5
Figura 5- Tensões residuais para perfis laminados a quente e perfis soldados [5].....	6
Figura 6- Tensão residual no estudo do comportamento de encurvadura inelástica de arcos em aço,[4].....	7
Figura 7 Imperfeições geométricas num arco metálico [12] .....	8
Figura 8- Influência das imperfeições num arco metálico, [12].....	9
Figura 9- Dimensões do modelo e distribuição das tensões residuais, [13].....	10
Figura 10- Possíveis distribuições de imperfeições geométricas para arcos, [13]. .....	11
Figura 11- Efeitos a imperfeição geométrica em arcos com duas braçadeiras, [13]. .....	13
Figura 12- Efeito das imperfeições geométricas em arcos com três braçadeiras, [13]. .....	14
Figura 13- Modos de encurvadura antissimétrico e simétrico, [14].....	15
Figura 14-Configuração geométrica do sistema de coordenadas cartesianas, [14].....	16
Figura 15. Discretização (esquerda) e distribuição de tensão residual (direita) da seção transversal 250UB37.3, [14].....	16
Figura 16- Casos de arcos que foram investigados, [15].....	19
Figura 17 Reações e forças aplicadas, [15] .....	20
Figura 19 - Arco com suporte de pinos com carga uniformemente distribuída, [15].....	22
Figura 20 Ciclo de iteração para obter $N_2$ e $\theta_2$ , [15] .....	23
Figura 21- Tipos de instabilidade de arcos. [5] .....	25
Figura 22 Instabilidade por ‘snap-through’, [21] .....	26

Figura 23 Comportamento da coluna de Euler, [21] .....	27
Figura 24 Instabilidade bifurcacional, [21] .....	27
Figura 25- Imperfeições geométricas fora do plano, [22] .....	28
Figura 26 Curvas de deformação de carga fora do plano de resultados nº1 e nº2, [17].....	29
Figura 27- curvas de deformação de carga fora do plano dos resultados nº3 e nº4, [22]....	30
Figura 28- Representação esquemática do elemento Beam 189 [25] .....	34
Figura 29- Gráfico tensão- deformação, [27].....	37
Figura 30- Comportamentos típicos de curvas tensão deformação, [27].....	38
Figura 31- Diagrama de tensão deformação para um aço, [27]. .....	39
Figura 32-Curva tensão extensão do aço a temperatura ambiente e elevadas temperaturas [26] .....	40
Figura 33- Viga simplesmente apoiada .....	41
Figura 34- Coluna bi- articulada sujeita a uma carga P perfeitamente centrada [11] .....	44
Figura 35 – Coluna com rótula a meia altura, perfeitamente retilínea e sujeita a uma carga perfeitamente centrada. [29].....	45
Figura 36- Gráfico de $P = P(\theta)$ de uma coluna perfeita [29].....	46
Figura 37 – Coluna com uma rótula a meia altura com uma imperfeição [29].....	46
Figura 38 – Gráfico de $P = P(\theta)$ de uma coluna ideal versus uma coluna real [29].....	47
Figura 39 – Ilustração de uma encurvadura .....	48
Figura 40- Encurvadura de uma coluna articulada nas duas extremidades, [11].....	49
Figura 41- Arco metálico submetido a uma carga radialmente distribuída, [30].....	50
Figura 42- Gráfico de comparação dos valores da carga crítica de Timoshenco e Euler para arcos de $L=6$ e $L=10$ .....	52
Figura 43-Gráfico de comparação dos valores da carga crítica de Timoshenco e Euler para arcos de $L=15$ e $L=20$ .....	52
Figura 44- Arco metálico com reações de apoio.....	53
Figura 45- Representação dos esforços internos de um arco .....	55
Figura 46- Modo antissimétrico de um arco metálico.....	58
Figura 47- Modo simétrico de um arco metálico .....	58

---

Figura 48-Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=6.....	59
Figura 49- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=10.....	60
Figura 50- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=15.....	60
Figura 51- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=20.....	60
Figura 52- Arco com apoio bi- articulado .....	63
Figura 53- 1º Modo de Instabilidade .....	63
Figura 54- 2º Modo de Instabilidade .....	64
Figura 55- 3º Modo de Instabilidade .....	64
Figura 56- Carga critica em função do deslocamento vertical .....	65
Figura 57 Carga critica em função do deslocamento vertical .....	66
Figura 58- Gráfico da força de colapso de diferentes geometrias .....	66
Figura 59- Deslocamento vertical de diferentes geometrias .....	68
Figura 60-Modo simétrico de um arco metálico .....	69
Figura 61- Tensões residuais aplicadas na secção de um arco metálico .....	69
Figura 62- Tensões residuais de arcos com L=10 de diferentes alturas .....	71
Figura 63- Deslocamento de vertical de arcos com diferentes alturas .....	73
Figura 64- Modo antissimétrico de um arco metálico.....	74
Figura 65- Tensões equivalentes de Von Misses de arcos metálicos para diferentes alturas.....	75
Figura 66- Relação entre o rácio de f/L e o rácio do Ncr Ansys / Ncr Teórico.....	77
Figura 67- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.015[m].....	147
Figura 68- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.03[m].....	148
Figura 69- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.045[m].....	149
Figura 70- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.06[m].....	150
Figura 71- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.075[m].....	151
Figura 72- Resultados numérico do arco com L=6 [m] e f=0.09[m]. .....	152
Figura 73- Resultados numérico do arco com L=6 [m] e f=0.105[m]. .....	153
Figura 74- Resultados numérico do arco com L=6 [m] e f=0.12[m]. .....	154

---

Figura 75- Resultados numérico do arco com $L=6$ [m] e $f=0.135$ [m].	155
Figura 76- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.15$ [m].	156
Figura 77- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.165$ [m].	157
Figura 78- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.18$ [m].	158
Figura 79- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.195$ [m].	159
Figura 80- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.21$ [m].	160
Figura 81- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.225$ [m].	161
Figura 82- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.24$ [m].	162
Figura 83- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.255$ [m].	163
Figura 84- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.27$ [m].	164
Figura 85- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.285$ [m].	165
Figura 86- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.3$ [m].	166
Figura 87- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.45$ [m].	167
Figura 88- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.6$ [m].	168
Figura 89- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=0.75$ [m].	169
Figura 90- Resultados numérico do arco com $L=6$ [m] e $f=0.9$ [m].	170
Figura 91- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.05$ [m].	171
Figura 92- Resultados numérico do arco com $L=6$ [m] e $f=1.2$ [m].	172
Figura 93- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.35$ [m].	173
Figura 94- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.5$ [m].	174
Figura 95- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.65$ [m].	175
Figura 96- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.8$ [m].	176
Figura 97- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=1.95$ [m].	177
Figura 98- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.1$ [m].	178
Figura 99- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.25$ [m].	179
Figura 100- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.4$ [m].	180
Figura 101- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.55$ [m].	181

Figura 102- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.7$ [m].....	182
Figura 103- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=2.85$ [m].....	183
Figura 104- Resultados numéricos do arco com $L=6$ [m] e $f=3$ [m].....	184
Figura 105- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.0125$ [m].....	185
Figura 106- Resultados numéricos do arco com $L=$ [m] e $f=0.025$ [m].....	186
Figura 107- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.0375$ [m].....	187
Figura 108- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.05$ [m].....	188
Figura 109- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.0625$ [m].....	189
Figura 110- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.075$ [m].....	190
Figura 111- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.0875$ [m].....	191
Figura 112- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.1$ [m].....	192
Figura 113- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.01125$ [m].....	193
Figura 114- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.125$ [m].....	194
Figura 115- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.01375$ [m].....	195
Figura 116- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.15$ [m].....	196
Figura 117- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.1625$ [m].....	197
Figura 118- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.175$ [m].....	198
Figura 119- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.1875$ [m].....	199
Figura 120- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.2$ [m].....	200
Figura 121- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.2125$ [m].....	201
Figura 122- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.225$ [m].....	202
Figura 123- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.2375$ [m].....	203
Figura 124- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.25$ [m].....	204
Figura 125- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.5$ [m].....	205
Figura 126- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=0.75$ [m].....	206
Figura 127- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=1$ [m].....	207
Figura 128- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=1.25$ [m].....	208

Figura 129- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=1.5$ [m].....	209
Figura 130- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=1.75$ [m].....	210
Figura 131- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=2$ [m].....	211
Figura 132- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=2.25$ [m].....	212
Figura 133- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=2.5$ [m].....	213
Figura 134- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=2.75$ [m].....	214
Figura 135- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=3$ [m].....	215
Figura 136- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=3.25$ [m].....	216
Figura 137- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=3.5$ [m].....	217
Figura 138- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=3.75$ [m].....	218
Figura 139- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=4$ [m].....	219
Figura 140- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=4.25$ [m].....	220
Figura 141- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=4.5$ [m].....	221
Figura 142- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=4.75$ [m].....	222
Figura 143- Resultados numéricos do arco com $L=10$ [m] e $f=5$ [m].....	223
Figura 144- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.01875$ [m].....	224
Figura 145- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.0375$ [m].....	225
Figura 146- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.05625$ [m].....	226
Figura 147- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.075$ [m].....	227
Figura 148- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.09375$ [m].....	228
Figura 149- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.1125$ [m].....	229
Figura 150- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.13125$ [m].....	230
Figura 151- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.15$ [m].....	231
Figura 152- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.16875$ [m].....	232
Figura 153- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.1875$ [m].....	233
Figura 154- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.20625$ [m].....	234
Figura 155- Resultados numéricos do arco com $L=15$ [m] e $f=0.225$ [m].....	235

Figura 156- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.24375$  [m]..... 236

Figura 157- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.2825$ [m]..... 237

Figura 158- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.28125$  [m]..... 238

Figura 159- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.3$ [m]..... 239

Figura 160- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.31875$  [m]..... 240

Figura 161- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.3375$  [m]..... 241

Figura 162- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.35625$  [m]..... 242

Figura 163- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.375$  [m]..... 243

Figura 164-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.75$  [m]..... 244

Figura 165- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=1.125$  [m]..... 245

Figura 166-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=1.5$  [m]..... 246

Figura 167-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=1.875$  [m]..... 247

Figura 168Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=2.25$  [m]..... 248

Figura 169-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=2.625$  [m]..... 249

Figura 170-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=3$  [m]..... 250

Figura 171-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=3.375$ [m]..... 251

Figura 172-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=3.75$  [m]..... 252

Figura 173-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=4.125$  [m]..... 253

Figura 174-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=4.5$  [m]..... 254

Figura 175-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=4.875$  [m]..... 255

Figura 176-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=5.25$  [m]..... 256

Figura 177-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=5.625$  [m]..... 257

Figura 178-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6$  [m]..... 258

Figura 179-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6.375$  [m]..... 259

Figura 180-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6.75$  [m]..... 260

Figura 181-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=7.125$  [m]..... 261

Figura 182-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=7.5$  [m]..... 262

Figura 183- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.025$ [m].....	263
Figura 184-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.05$ [m].....	264
Figura 185-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.075$ [m].....	265
Figura 186-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.1$ [m].....	266
Figura 187-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.125$ [m].....	267
Figura 188-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.15$ [m].....	268
Figura 189-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.175$ [m].....	269
Figura 190-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.2$ [m].....	270
Figura 191-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.225$ [m].....	271
Figura 192-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.25$ [m].....	272
Figura 193-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.275$ [m].....	273
Figura 194-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.3$ [m].....	274
Figura 195-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.325$ [m].....	275
Figura 196-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.35$ [m].....	276
Figura 197-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.375$ [m].....	277
Figura 198-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.4$ [m].....	278
Figura 199-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.425$ [m].....	279
Figura 200-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.45$ [m].....	280
Figura 201-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.475$ [m].....	281
Figura 202-Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=0.5$ [m].....	282
Figura 203- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=1$ [m].....	283
Figura 204- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=1.5$ [m].....	284
Figura 205- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=2$ [m].....	285
Figura 206- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=2.5$ [m].....	286
Figura 207- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=3$ [m].....	287
Figura 208- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=3.5$ [m].....	288
Figura 209- Resultados numéricos do arco com $L=20$ [m] e $f=4$ [m].....	289

Figura 210- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=4.5$  [m]..... 290

Figura 211- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=5$  [m]..... 291

Figura 212- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=5.5$  [m]..... 292

Figura 213- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=6$  [m]..... 293

Figura 214- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=6.5$  [m]..... 294

Figura 215- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=7$  [m]..... 295

Figura 216- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=7.5$  [m]..... 296

Figura 217- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=8$  [m]..... 297

Figura 218- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=8.5$  [m]..... 298

Figura 219- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=9$  [m]..... 299

Figura 220- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=9.5$  [m]..... 300

Figura 221- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=10$  [m]..... 301

## Lista de tabelas

---

Tabela 1- Propriedades mecânicas do modelo IPE 220, [26] .....	35
Tabela 2- Propriedades geométricas do perfil IPE 220, [26] .....	36
Tabela 3- Classificação dos arcos .....	43
Tabela 4- Valores da força de colapso de diferentes geometrias .....	67
Tabela 5- Valores da Força de colapso de diferentes arcos .....	72
Tabela 6- Comparação de resultados para arco de $L=6$ .....	82
Tabela 7- Comparação dos resultados para arco de $L=10$ .....	85
Tabela 8- Comparação de resultados para o arco de $L=15$ .....	88
Tabela 9- Comparação de resultados para arco de $L=20$ .....	91
Tabela 10- Os 3 primeiros modos de instabilidade de arco $L=6$ com diferentes alturas ....	94
Tabela 11- 3 primeiros modos de instabilidade para $L=10$ com diferentes alturas.....	107
Tabela 12-3 primeiros modos de instabilidade para $L=15$ com diferentes alturas.....	120
Tabela 13-3 primeiros modos de instabilidade para $L=20$ com diferentes alturas.....	133

# Nomenclatura

---

## Letras maiúsculas do alfabeto Latino

$Rar$	Reação no apoio A na secção radial
$Rat$	Reação no apoio A na secção transversal
$Rbr$	Reação no apoio B na secção radial
$Rbt$	Reação no apoio B na secção transversal
$N1$	Efeito de flexão na secção 1
$N2$	Efeito de flexão na secção 2
$V1$	Efeito de corte na secção 1
$V2$	Efeito de corte na secção 2
$M1$	Momento na secção 1
$M2$	Momento na secção 2
$F$	Força aplicada
$S$	Secção do arco que está à compressão
$L$	Comprimento do arco
$P_{cr}$	Carga crítica de Euler
$N_{cr}$	Carga crítica de Timoshenko

## Letras minúsculas do alfabeto latino

$f$	Altura do arco desde o chão até a crista
-----	------------------------------------------

**Letras minúsculas do alfabeto grego**

$\alpha$	Angulo desde o apoio até metade do arco
$\theta$	Angulo desde a secção 1 até ao apoio
$\gamma$	Angulo desde a força aplicada até metade do arco
$\alpha_0$	Angulo desde o chão até ao apoio do arco

## Capítulo 1: Introdução

---

A teoria de encurvadura clássica é usada principalmente para investigar a estabilidade de arcos no plano, que pressupõe que o comportamento pré-encurvadura é linear e que os efeitos de deformações pré-encurvadura na encurvadura podem ser ignorados. No entanto, o comportamento de arcos rasos torna-se não-linear e as deformações são substanciais antes da encurvadura, de modo que a que os efeitos sobre a encurvadura de arcos rasos precisam de ser considerados. A teoria da encurvadura clássica, que não considera esses efeitos, não pode prever corretamente a carga de encurvadura no plano de arcos rasos.

Do ponto de vista da engenharia os arcos são elementos estruturais que podem ser fabricados de duas maneiras diferentes, sendo eles por soldadura ou por laminagem a quente e conformação a frio. Os arcos soldados são fabricados por soldadura de diferentes placas, que no final vai dar origem a um arco metálico com um determinado raio de curvatura. Os arcos metálicos fabricados por laminagem a quente consistem num processo de conformação plástica no qual os rolos provocam tensões de compressão de tal forma elevadas que provocam a deformação plástica do material. A principal característica da laminagem a quente é a de que ela é executada com o material a uma temperatura superior à temperatura de recristalização. A recristalização dos cristais do material ocorre de imediato, durante o processo de laminagem.



Figura 1-Laminagem a quente, [1]

Após a laminagem a quente segue-se a conformação a frio que é um processo mecânico onde se obtêm peças através da compressão do material onde se utiliza a deformação plástica do material. Na conformação a frio a resistência mecânica aumenta, mas a ductilidade do material diminui.

A aplicação de arcos metálicos tem visto um aumento constante na indústria da construção nas últimas décadas, como pontes ou edifícios arqueados. A facilidade de fabrico por laminagem a quente é um método adequado para obter estruturas curvas. Os arcos metálicos são frequentemente aplicados em estruturas arqueadas onde a sua principal função é transportar as cargas atuantes para os pilares.



Figura 2- Arco do estádio de Wembley, [2]

As estruturas arqueadas são frequentemente usadas como estruturas de apoio para pontes ou outras estruturas de grande extensão.

O aço é um material que tem vindo a ganhar um grande destaque na construção, por apresentar várias vantagens em relação a outros materiais. Em relação ao betão armado, que representa grande parte das estruturas existentes, o aço apresenta vantagens tais como melhor relação resistência/peso, melhor resistência aos sismos devido à sua maior ductilidade e menor peso, uma construção mais rápida e mais precisa, ser um material quase cem por cento reciclável, ter fundações mais económicas devido ao seu menor peso e permitir vencer maiores vãos.

Uma desvantagem do aço em relação a outros materiais é apresentar uma elevada condutividade térmica, afetando assim, as suas propriedades resistentes com o aumento da temperatura. Por esta razão, e devido ao aumento da utilização deste material, tem havido um maior foco sobre a análise e dimensionamento de estruturas de aço em situação de incêndio.



Figura 3- Ponte com estrutura em arco (Ponte Juscelino Kubitschek Brasília), [3]

A presente tese está inserida no contexto da análise da estabilidade de arcos metálicos. Propõe-se aqui uma análise linear e uma análise não linear de arcos metálicos, desde os arcos rasos até arcos circulares, com seções de perfil I. As condições de apoio consideradas são as bi- apoiadas. Os carregamentos compreendem as cargas concentradas simétricas (no topo do arco, principalmente). Para realização da tese será utilizado o programa computacional Ansys.

A presente tese encontra-se dividida em 9 capítulos. No capítulo 2 é apresentada uma pesquisa bibliográfica sobre arcos metálicos. São abordados trabalhos relacionados com a estabilidade elástica e de arcos, arcos com ligações bi- apoiados. No capítulo 3 é apresentada a descrição do modelo em estudo par a realização da tese. O capítulo 4 apresenta a curva tensão deformação do aço a temperatura ambiente. O capítulo 5 apresenta um estudo analítico do comportamento de arcos metálicos. No capítulo 6 é feito um estudo numérico, no capítulo 7 é feito um cálculo analítico de arcos metálicos e no capítulo 8 e feita a análise elastoplástica. Por fim, no Capítulo 8, são estabelecidas algumas conclusões referentes à pesquisa realizada. Alguns temas são sugeridos no sentido de dar continuidade a esta dissertação.

## Capítulo 2: Estado da arte

---

### 2.1 Introdução

Neste capítulo serão considerados todos os conceitos teóricos que serviram de base a elaboração da tese. Foi elaborada uma pesquisa bibliográfica relacionada aos arcos metálicos para a elaboração desta dissertação. O principal objetivo é entender como as características geométricas, condições de apoio e carregamento, incluindo os efeitos não lineares, influenciavam no comportamento dos arcos. Portanto, este capítulo traz referências bibliográficas que fundamentam e contextualizam o tema deste trabalho.

Este capítulo foi dividido em 4 seções, cada um com estudos que abordam efeitos importantes na análise de arcos. O capítulo 2.2, por exemplo, são encontrados trabalhos envolvendo a as tensões residuais dos arcos metálicos; o capítulo 2.3 apresenta pesquisas relacionadas com imperfeições geométricas de arcos, no capítulo 2.4 é feita uma pesquisa de instabilidade de arcos metálicos. Por fim, na Seção 2.5 são abordados os fenômenos de instabilidade de arcos metálicos.

### 2.2 Tensões residuais

As tensões residuais influenciam o comportamento estrutural das estruturas de aço, uma vez que a presença de tensões residuais causa a produção de tensões antecipadas do material em locais específicos da viga. Especialmente para estruturas de aço propensas a encurvadura inelástica, as tensões residuais são de grande importância devido à influência prejudicial na resistência máxima, [4].

A figura 4 representa o modelo de tensão residual proposto por Spoorenberg et al. onde é usado para definir o estado inicial de tensão no membro de aço dobrado antes do carregamento. As tensões residuais de compressão e as tensões residuais de tração são denotadas negativas e positivas, respectivamente. Como este modelo de tensão residual é apresentado de forma não dimensional, o limite de tensão nominal de acordo com as especificações do material é usado para obter valores de tensão ( $f_y = 235[\text{N/mm}^2]$ ) para

S235 e  $f_y = 355$  [N / mm<sup>2</sup>] para S355). Os valores da tensão residual são aplicados nos pontos de integração do elemento de casca que coincidem com o centroide do elemento. Como o valor da tensão residual no ponto de integração define o estado de tensão para o elemento inteiro, foi obtido um padrão passo a passo para o modelo de elemento finito, [5].

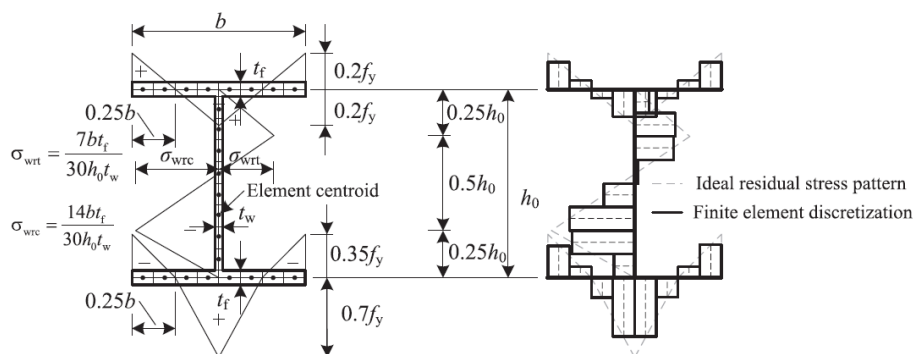


Figura 4- Modelo de tensões residuais proposto por Spoorenberg et al e implementação de elementos finitos, [5]

As tensões residuais nas seções de aço laminadas a quente são causadas pelo arrefecimento diferencial após a conformação a frio. Para um grande número de seções de flanges em W com diferentes relações entre altura e largura e diferentes classes de aços, esses esforços foram medidos e publicados por Beedle e Tall, [6], Mas e Massonet, [7], Lay and Ward, [8], Daddi e Mazzolani, [9], Young, [10]. Os resultados foram resumidos e vários modelos de tensão residual foram propostos por Lay e Ward, [8], Young, [10], Mazzolani, [9] e ECCS, [11]. Esses modelos são caracterizados por tensões de compressão nas pontas da flange e tensões de tração nas junções de flange em W. As teias das seções laminadas a quente estão sujeitas a tensões de tração ou compressão. A figura 5 apresenta tensões residuais de tração e compressão anotadas por (+) e (-) respectivamente, [5].

Quando um perfil de flanges em W laminado a quente é curvado na forma que se pretende do arco, o padrão de tensão residual é alterado devido a laminagem a quente e um novo padrão, diferente de tensão residual é induzido devido a curva do arco. Estes estudos foram baseados num padrão de tensão residual para perfis lineares (retos). No entanto, estudos analíticos, experimentais e computacionais têm demonstrado que esta não é a distribuição de tensão residual real dos perfis, [5].

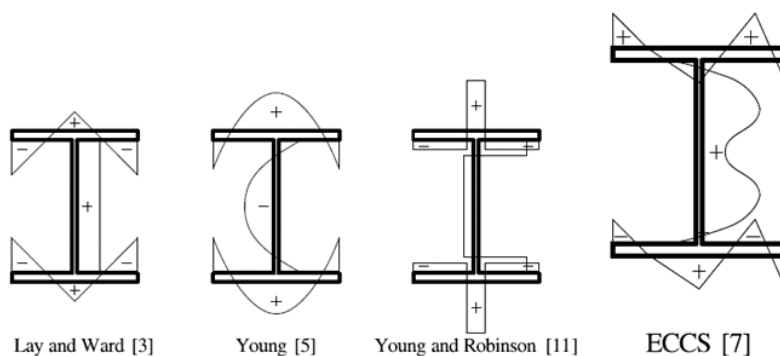


Figura 5- Tensões residuais para perfis laminados a quente e perfis soldados [5]

As seções soldadas são fabricadas por soldadura de diferentes placas. Devido à quantidade de entrada de calor pelo processo de soldadura, as tensões residuais surgem como resultado do arrefecimento desigual das seções. As tensões residuais em seções soldadas foram medidas em membros de aço-carbono por Tebedge et al., e em aço de alta resistência por Beg e Hladnik. Os modelos para as tensões residuais em seções soldadas foram apresentados por Young e Robinson representado na figura 5, e Chernenko e Kennedy [5].

Os modelos de tensão propostos na figura 5 foram usados como estados iniciais de tensão em membros de aço estrutural para análises computacionais para avaliar a influência nas características de resistência e carga-flexão, [5].

As análises não-lineares de elementos finitos mostraram que a resistência máxima é significativamente influenciada pela magnitude e padrão das tensões residuais, conforme resumido na ECCS. Em geral, observou-se que as tensões residuais de compressão nas pontas da flange são prejudiciais à resistência de encurvadura. Para estes membros, a produção antecipada ocorre nas pontas da flange, que resulta numa redução da rigidez e, conseqüentemente, numa menor resistência de encurvadura inelástica. Além disso, a redução da resistência devido a tensões residuais depende do tipo de encurvadura, refletindo a interação complexa entre tensões residuais e encurvadura inelástica, [4].

Os códigos de projeto atuais têm em consideração a influência prejudicial de tensões residuais para vigas e colunas que se doam no modo inelástico. Os códigos de projeto distinguem as seções soldadas das laminadas a quente para a encurvadura de flexão de eixo menor e maior e encurvadura torsional lateral, [4].

O comportamento inelástico da encurvadura de arcos de aço tem sido investigado principalmente por meio de análises de elementos finitos, incorporando imperfeições

geométricas, material não linear e tensões residuais. Os modelos de tensão residual foram baseados em tensões residuais típicas de soldadura e laminadas a quente representadas na figura 6, [4].

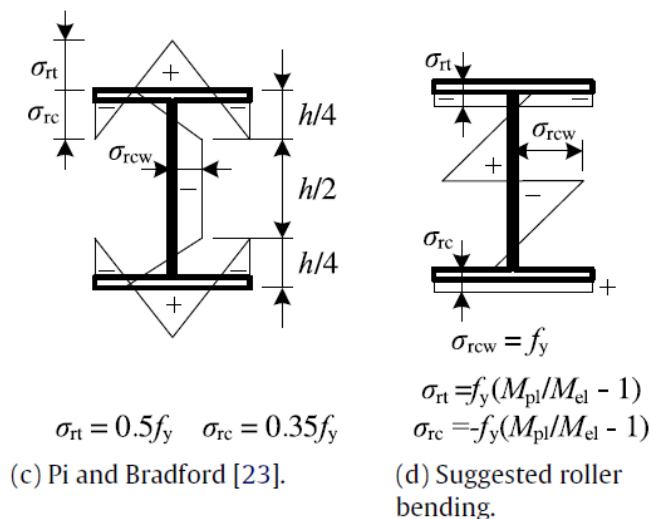


Figura 6- Tensão residual no estudo do comportamento de encurvadura inelástica de arcos em aço,[4]

### 2.3 Imperfeições Geométricas

Schulz & Alpsten, 1977, estudaram as dimensões de uma grande variedade de secções de flange em W. Estes autores descobriram que a variação entre a espessura da flange nominal e real era o fator geométrico mais importante, influenciando as propriedades das secções transversais. No entanto, também encontraram que as variações da força de rendimento real e nominal influenciaram a força das seções mais do que as variações na secção transversal da viga, [12].

Melcher, et al, 2004, estudaram as dimensões de secções IPE que variam de 160 a 240 mm. Encontraram também que variações na espessura da flange influenciaram a força das seções mais do que a influência da variação na força de rendimento era mais importante, [12].

A figura 7 mostra os sentidos positivos para as imperfeições. O sentido da imperfeição de torção do arco coincide com o sentido positivo de torção no sistema de coordenadas locais. A imperfeição lateral coincide com a direção positiva do eixo y local e global. A imperfeição radial é positiva contra o sentido positivo do eixo z local, [12].

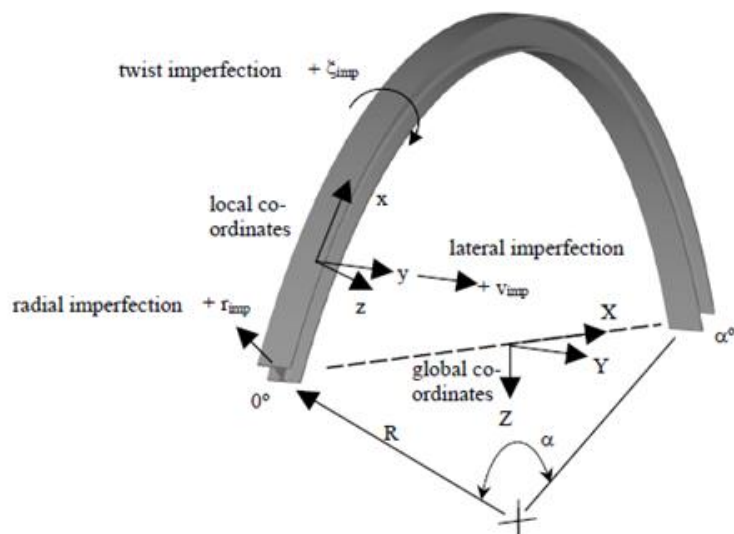


Figura 7 Imperfeições geométricas num arco metálico [12]

As imperfeições laterais são importantes para iniciar encurvadura fora-de-plano. Se existe uma imperfeição lateral, um momento de torção para fora do plano é introduzido na aresta do arco, (figura 8). Quanto maior a imperfeição maior é o momento de torção. Se não houvesse nenhuma imperfeição, somente ocorria a falha no plano [12].

A imperfeição de torção tem um efeito semelhante sobre o início da falha. Se a aresta do arco está torcida, os eixos principais da secção transversal são inclinados com a direção de carregamento. Isto irá induzir deformação nos eixos, que produz uma deformação fora do plano. Para a deformação do fora do plano, aplica-se o raciocínio da imperfeição lateral. Se a articulação do bloco for ligeiramente desalinhada, causa uma carga fora do plano na aresta do arco. Se o arco foi perfeitamente reto, a carga fora do plano puxa o arco na direção da imperfeição da articulação do bloco. Se o arco tiver uma imperfeição lateral na secção, sendo a imperfeição da articulação do bloco na mesma direção, esta iria diminuir a carga fora do plano na secção. Se a imperfeição da articulação do bloco estar na direção oposta à imperfeição da coroa, aumentaria a carga fora do plano da secção, figura 8b [12].

No caso de carga escolhida, um momento de torção no plano ocorre desde o início do carregamento em diante. O momento é igual para os tempos de reação força,  $F_{sup}$ , a distância à linha funicular, figura 8c. As pequenas imperfeições radiais produziram apenas pequenas mudanças no momento no plano em que está presente de qualquer forma. Isso é diferente das imperfeições laterais e de torção, onde não haverá flexão fora do plano momento se não houver imperfeição, [12].

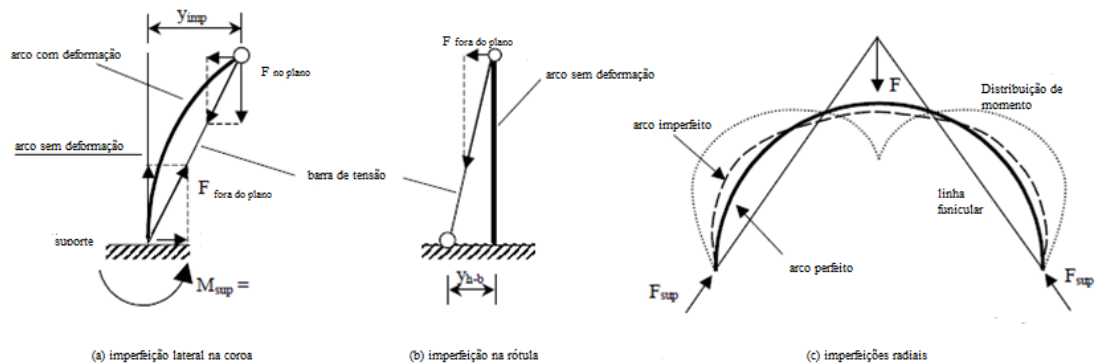


Figura 8- Influência das imperfeições num arco metálico, [12]

Existem imperfeições geométricas no eixo do arco devido ao método de fabricação. Geralmente, as imperfeições geométricas são divididas em imperfeições geométricas no plano e imperfeições geométricas fora do plano. A imperfeição geométrica fora do plano pode levar à deformação dos arcos até que os arcos falhem num modo de flexão lateral-torção, embora os arcos sejam carregados no plano. Portanto, os efeitos da imperfeição geométrica fora do plano na estabilidade fora do plano devem ser considerados no projeto de resistência de arcos de aço, [13].

A imperfeição geométrica fora do plano pode ser descrita por dois parâmetros: um é a magnitude da imperfeição geométrica e o outro é a distribuição da imperfeição geométrica. Várias pesquisas concentraram-se no efeito da magnitude da imperfeição geométrica, e um valor recomendado de  $S/500$  ou  $S/1000$  é proposto, onde  $S$  é o comprimento desenvolvido do eixo do arco. Na prática, as imperfeições geométricas fora do plano são distribuídas aleatoriamente ao longo do eixo do arco, e diferentes distribuições podem resultar em diferentes resistências inelásticas dos arcos. Entre essas distribuições de imperfeições geométricas, a imperfeição mais prejudicial, resultando na menor resistência inelástica, deve ser investigada teoricamente e será usada como a imperfeição geométrica ao estabelecer o método de projeto de resistência fora do plano de arcos de aço, [13].

Si-Yuan Zhao; Yan-Lin Guo; Chao Dou estudaram a distribuição de imperfeições fora do plano mais prejudicial dos arcos laterais contra ventados. A amplitude da imperfeição geométrica fora do plano é considerada uma constante de  $S/500$ . Os arcos são submetidos a cargas radiais uniformemente distribuídas e articulados em ambas as extremidades, conforme mostrado na figura 9. A encurvadura elástica fora do plano de arcos com cintas laterais elásticas é investigada em primeiro lugar. Depois disso, três distribuições de

imperfeições geométricas fora do plano são introduzidas e descritas usando uma única função trigonométrica, uma combinação de várias funções trigonométricas, bem como uma função de deslocamento lateral correspondente ao primeiro modo de encurvadura fora do plano, respetivamente. Com base nos resultados numéricos não lineares inelásticos de FE da resistência fora do plano dos arcos, é obtida a imperfeição fora do plano dos arcos contra ventados laterais. O *software* de elementos finitos ANSYS é usado neste estudo, onde arcos e apoios laterais são construídos por BEAM188 e COMBIN14, respetivamente. O arco é assumido com um eixo circular ideal, com o comprimento desenvolvido de  $S = 3\text{m}$  e um rácio de  $f/L = 0,3$ . Um modelo de material elástico-plástico ideal é usado com os módulos de Young de  $E = 205\text{GPa}$  e tensão de escoamento de  $f_y = 235\text{ [MPa]}$ . A dimensão da seção transversal do arco e a distribuição da tensão residual são mostradas na figura 9, [13].

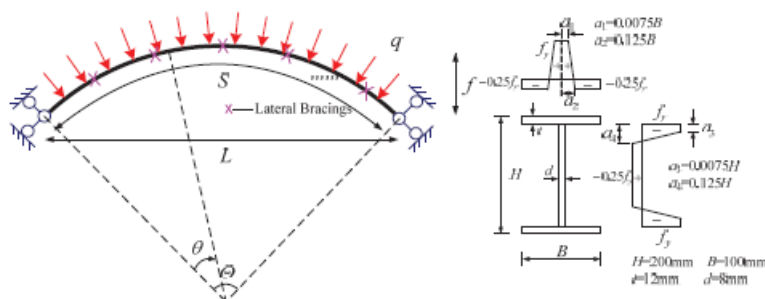


Figura 9- Dimensões do modelo e distribuição das tensões residuais, [13].

### 2.3.1 Imperfeição geométrica fora do plano de arcos com rótulas laterais

Existem três tipos de imperfeição geométrica fora do plano que são selecionados neste estudo, [13]:

(1) A imperfeição geométrica descrita por uma única função trigonométrica (definida como imperfeição de função única), e é dada pela equação, [13].

$$u = \begin{cases} \frac{S}{500} \sin\left(\frac{i\theta}{\theta} \pi\right), & i = 1 \\ \frac{S}{1000} \sin\left(\frac{i\theta}{\theta} \pi\right), & i \geq 2 \end{cases} \quad (1)$$

(2) A imperfeição geométrica descrita por uma combinação de funções trigonométricas (definida como imperfeição da função de combinação), com amplitude constante de  $S / 500$ , [13].

O coeficiente de peso da função trigonométrica de ordem  $i$  é assumido como sendo  $1 / i$ . Por exemplo, a imperfeição geométrica que consiste em funções trigonométricas de primeira e terceira ordem é dada por, [13]:

$$u = \frac{S}{471} \left[ \sin\left(\frac{\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\theta}{\theta} \pi\right) \right] \quad (2)$$

(3) A imperfeição geométrica descrita como a mesma do primeiro modo de encurvadura fora do plano (definido como imperfeição do modo próprio mais baixo), com uma amplitude constante de  $S/500$ , [13].

Todas as funções de distribuição de imperfeições geométricas fora do plano a serem consideradas na análise estão listadas na figura 10, [13]:









No.	Description of geometric imperfections	Plane view
1	$u = \frac{S}{500} \sin\left(\frac{\theta}{\theta} \pi\right)$	
2	$u = \frac{S}{1000} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta} \pi\right)$	
3	$u = \frac{S}{1000} \sin\left(\frac{3\theta}{\theta} \pi\right)$	
4	$u = \frac{S}{650} \left[ \sin\left(\frac{\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta} \pi\right) \right]$	
5	$u = \frac{S}{471} \left[ \sin\left(\frac{\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\theta}{\theta} \pi\right) \right]$	
6	$u = \frac{S}{642} \left[ \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\theta}{\theta} \pi\right) \right]$	
7	$u = \frac{S}{720} \left[ \sin\left(\frac{\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta} \pi\right) + \frac{1}{3} \sin\left(\frac{3\theta}{\theta} \pi\right) \right]$	
8	first-order buckling mode	—
9	random imperfection mode	

Figura 10- Possíveis distribuições de imperfeições geométricas para arcos, [13].

No arco com duas rótulas laterais, por exemplo, a influência da imperfeição geométrica nº1, nº2 e nº3 descrita por uma única função, bem como a imperfeição geométrica nº8 (descrita pelo modo próprio de encurvadura mais baixo), é mostrado na figura 11a. Para a imperfeição geométrica nº 1 ou imperfeição geométrica nº 2, o modo de encurvadura fora do plano dos arcos muda de modo de duas ondas senoidais para o modo de três ondas senoidais com o aumento gradual da rigidez lateral e a resistência inelástica fora do plano.

No entanto, o modo de falha e a resistência inelástica fora do plano permanecem inalterados se o arco estiver sujeito à imperfeição geométrica nº3, [13].

Verifica-se que nenhuma das três imperfeições geométricas resulta na menor resistência inelástica dos arcos quando a rigidez do contraventamento varia de 0 a 10000 [kN / m]. Por exemplo, o arco com imperfeição geométrica nº1 tem a menor resistência inelástica apenas se a rigidez do contraventamento lateral  $K$  for menor que 400kN / m; no entanto, quando a rigidez da contraventamento lateral  $K$  tem um valor entre 400kN / m a 3100kN / m, a resistência inelástica dos arcos com imperfeição geométrica nº1 é maior do que a da imperfeição geométrica nº2, [13].

O efeito da imperfeição geométrica nº8 descrita pelo primeiro modo de encurvadura fora do plano também é mostrado na figura 11 a) . Os dois pontos de rotura são encontrados: o primeiro correspondente ao primeiro modo de encurvadura elástica, muda de uma onda semi-sinusoidais para duas ondas semi -sinusoidais quando a rigidez é igual a 550 [kN/m], e o último correspondente ao primeiro modo de encurvadura elástica, muda de duas ondas semi-sinusoidais para três ondas semi- sinusoidais com rigidez de igual a 9100 [kN/m]. Quando a rigidez do contraventamento lateral tem um valor entre 3000kN / m e 9100 [kN/m], a resistência inelástica fora do plano dos arcos com imperfeição geométrica nº 8 é maior do que a da imperfeição geométrica nº 3; portanto, a imperfeição geométrica nº 8 não pode ser usada para estimar a menor resistência inelástica de arcos com duas rotulas elásticas, [13].

Os efeitos de outros dois tipos de imperfeição geométrica, ou seja, imperfeição geométrica nº4 a nº7 descrito por funções de combinação e a imperfeição geométrica nº9 descrita por imperfeição aleatória, são refletidos na figura 11 b). Entre essas imperfeições, a imperfeição geométrica nº7 descrita por uma combinação de uma onda senoidal, duas ondas senoidais e três ondas senoidais, que leva à força inelástica fora do plano mais baixa dos arcos apoiados laterais. A imperfeição geométrica nº 6, superestima a resistência inelástica fora do plano quando a rigidez do contraventamento lateral é inferior a 400 [kN/m], por falta de um modo de uma onda senoidal na imperfeição.

As quatro séries de imperfeições aleatórias também são consideradas na Fig.11b, e a força inelástica fora do plano de arcos com imperfeição geométrica distribuída aleatoriamente é maior do que a imperfeição geométrica nº 7. Portanto, a imperfeição

geométrica nº 7 é escolhida como o modo de imperfeição mais prejudicial dos arcos com duas rótulas [13].

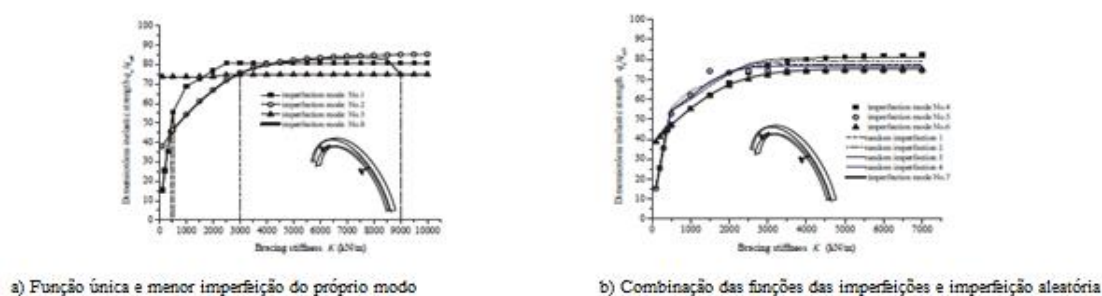


Figura 11- Efeitos a imperfeição geométrica em arcos com duas braçadeiras, [13].

De acordo com os resultados numéricos, sugere-se que a imperfeição da função de combinação seja definida como a imperfeição geométrica mais prejudicial em arcos contraventados laterais, e é expressa pela equação, que considera todos os modos de falha lateral dos arcos apoiados laterais, [13].

$$u = A \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{i} \sin\left(\frac{i\theta}{\theta} \pi\right) \quad (3)$$

Na equação, A é um valor constante, garantindo a amplitude máxima da imperfeição geométrica igual a  $S/500$ ; n é o número de rótulas laterais.

Um arco articulado com três apoios laterais uniformemente distribuído é analisado para verificar a equação. O arco tem um comprimento constante do eixo do arco desenvolvido de  $S = 6,4\text{m}$ , rácio de  $f/L = 0,15$ . Os tamanhos de seção transversal e distribuição de tensão residual são mostrados na figura 9. A dimensão da resistência inelástica fora do plano de arcos com dois tipos de imperfeição geométrica, ou seja, a imperfeição descrita pela equação ou imperfeição aleatória é mostrada na figura 12. Conclui-se que a imperfeição geométrica expressa pela equação leva à menor resistência inelástica fora do plano, e será adotada em exemplos numéricos no estabelecimento do método de projeto de arcos com três contraventamentos, [13].

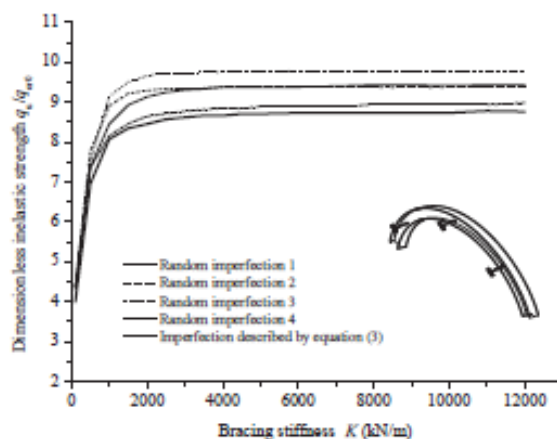


Figura 12- Efeito das imperfeições geométricas em arcos com três braçadeiras, [13].

#### 2.4 Instabilidade de arcos metálicos

Este trabalho investiga a encurvadura inelástica no plano de arcos circulares de aço de alta resistência (HSS) fixos na extremidade. É desenvolvido um modelo de elementos finitos (FE) para analisar o comportamento plano e as cargas de encurvadura de arcos circulares de HSS sob condições gerais de carregamento que considera a não linearidade geométrica, inelasticidade do material, imperfeição inicial e tensões residuais de seções I de HSS para seções soldadas. O modelo FE apresentado na figura 13 é validado por comparação com cargas analíticas de encurvadura elástica para arcos em compressão uniforme, e resultados experimentais relatados na literatura sobre encurvadura elástico-plástica fora do plano de arcos de aço. Verifica-se que os códigos de projeto atuais para estruturas de aço de resistência normal (NSS) requerem modificação antes da aplicação em arcos HSS. Com base nos resultados da análise de EF, são propostas equações de projeto que estão alinhadas com as disposições existentes para estruturas NSS para arcos fixos, com pinos sob compressão uniforme, ações combinadas de compressão e flexão. As regras de projeto apresentadas fornecem boas previsões de limite inferior para a resistência à encurvadura no plano de arcos (HSS) fixos. Além disso, a influência das tensões residuais e do tamanho das imperfeições geométricas iniciais na resistência à encurvadura no plano são exploradas, [14].

Os aços de alta resistência (HSS) são definidos como aços que apresentam um limite de escoamento nominal entre 460 [MPa] e 690 [MPa] com resistências mais altas sendo classificadas como ultra-HSS. A adoção de estruturas HSS em aplicações de engenharia civil e estrutural está a tornar-se mais populares devido aos benefícios mecânicos, econômicos e ambientais associados em relação ao aço de resistência normal (NSS), que derivam da

relação resistência-peso muito mais alta. No entanto, os poucos códigos de projeto que consideram HSS foram formulados com base no comportamento das estruturas NSS. O comportamento das estruturas HSS não pode ser assumido como sendo o mesmo de suas contrapartes NSS, pois o aumento da resistência ao escoamento do HSS geralmente reduz o impacto das tensões residuais e imperfeições geométricas na resistência geral do projeto. Assim, a adoção de previsões de projeto formuladas para aço de resistência normal (NSS) pode ser altamente conservadora quando aplicada a estruturas HSS. Além disso, as distribuições de tensões residuais, rendimento e características pós-cedentes do HSS diferem quando comparados ao NSS resultando em uma redução geral na ductilidade. Para seções e estruturas esbeltas, a perda de estabilidade e facilidade de serviço são de maior importância na análise e projeto de estruturas HSS, pois o módulo de elasticidade permanece praticamente inalterado apesar do grande aumento de resistência [14].

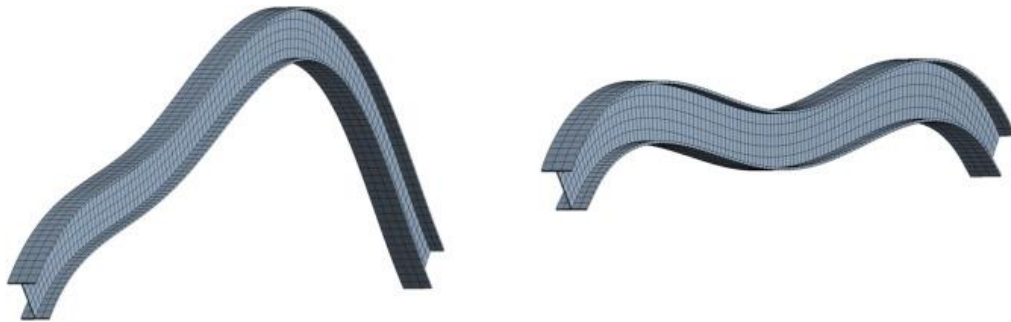


Figura 13- Modos de encurvadura antissimétrico e simétrico, [14].

Um modelo FE é desenvolvido neste estudo através do software disponível comercialmente ANSYS para realizar a análise de encurvadura inelástica não linear foi adotada a seguinte metodologia, [14];

1. É feita uma malha no arco usando elementos BEAM188 que assumem a teoria de flexão de Timoshenko. Um comprimento de elemento de 20 mm é adotado, [14];

2. Para apoios fixos, deslocamentos e rotações são restringidos nas extremidades do arco nas direções x,y e z do sistema de coordenadas cartesianas representado na figura 14. Os suportes fixos são modelados restringindo a translação nas direções x ,y e z e as rotações de restrição em torno das extremidades do arco das direções y e z, [14].

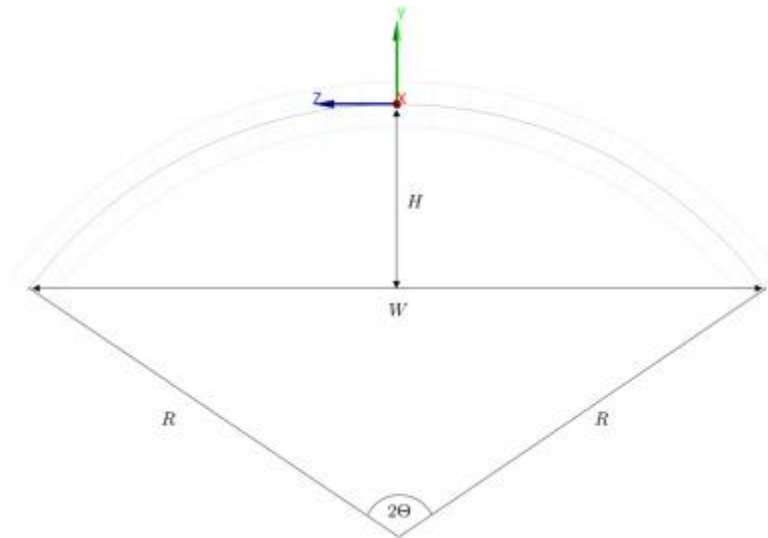


Figura 14-Configuração geométrica do sistema de coordenadas cartesianas, [14].

3. Foi criada uma seção transversal personalizada segmentada em 31 elementos com as áreas dos elementos proporcionais à distribuição de tensão residual, figura 15. Assim, a configuração da malha da seção transversal muda para diferentes limites de escoamento do HSS, [14];

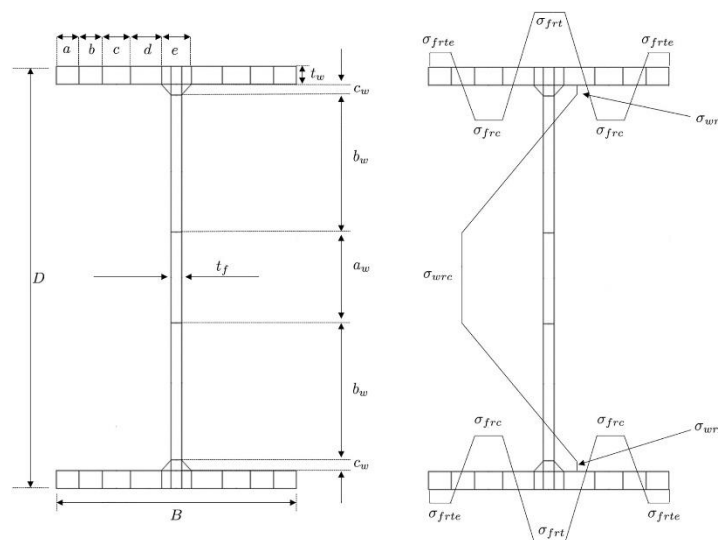


Figura 15. Discretização (esquerda) e distribuição de tensão residual (direita) da seção transversal 250UB37.3, [14].

4. As tensões residuais são inseridas como um estado inicial de tensão usando o comando INISTATE e são atribuídas aos elementos individuais da seção transversal, [14];

5. A não linearidade geométrica é incorporada ativando grandes deformações, [14].

6. As imperfeições geométricas no plano são consideradas com base nos deslocamentos de encurvadura no plano do primeiro modo. Uma análise de encurvadura de auto valor é primeiro conduzida para obter a forma de encurvadura que é usada para reformar a geometria do arco usando o comando UPGEOM. Um tamanho de imperfeição de comprimento de arco  $S/1000$  é adotado. Posteriormente, é realizada a análise de encurvadura não linear para avaliar a resistência no plano dos arcos HSS, [14];

7. A encurvadura flexo-torsional é evitada restringindo os deslocamentos laterais na direção  $x$  ao longo do comprimento do arco, [14].

8. O modelo de plasticidade de endurecimento isotrópico multilinear foi adotado para modelar as características tensão-deformação do HSS. Este modelo adota o critério de escoamento de Von-Mises e considera o escoamento de deformação e o endurecimento, [14].

O método FE foi implementado para investigar a resistência à encurvadura no plano de arcos circulares HSS com uma seção I soldada. Um modelo de plasticidade trilinear foi adotado para descrever a relação tensão-deformação inelástica de 460MPa HSS, enquanto um modelo bilinear foi implementado para descrever o comportamento do material de aços de 690 e 960 [MPa], [14].

As imperfeições geométricas iniciais que combinam com a forma de encurvadura foram consideradas conduzindo primeiro a uma análise de encurvadura de auto valor para desencadear a perda de estabilidade na carga crítica. As tensões residuais para seções HSS I soldadas foram mapeadas para uma seção transversal personalizada e aplicadas como a primeira etapa de carga. Com pressão uniforme, compressão axial combinada e ações de flexão foram então impostas aos arcos que apresentavam suportes fixos nas extremidades. Os estudos paramétricos demonstram que as disposições de projeto existentes formuladas para arcos NSS sob compressão uniforme não são aplicáveis a arcos HSS de certas geometrias principalmente da variedade encorpada e/ou rasa devido ao desenvolvimento de grandes momentos de flexão. Para o caso de ações combinadas de compressão e flexão, as equações de projeto foram desenvolvidas de acordo com as disposições existentes, [14].

As análises de sensibilidade também foram conduzidas para analisar o efeito das tensões residuais e do tamanho da imperfeição geométrica na resistência à encurvadura no plano. As tensões residuais normalmente resultaram numa pequena redução ou aumento na resistência à encurvadura. No entanto, uma redução acentuada da resistência foi observada

ao variar o tamanho da imperfeição geométrica. Esses estudos são relevantes apenas para seções soldadas de HSS I devido ao comportamento do material e distribuições de tensões residuais consideradas, [14].

As expressões analíticas para aproximar a carga de colapso da carga plástica foram sugeridas pela primeira vez por Hendry. A redução da capacidade do momento plástico total devido à presença de forças axiais não foi contabilizada e a investigação foi confinada aos arcos parabólicos, [15].

Onat e Prager analisaram arcos circulares apoiados por pinos submetidos a uma carga no ponto central ou uma carga uniformemente distribuída ao longo de metade da secção ou na secção completa e reconheceram a influência prejudicial das forças axiais no arco sobre a carga de colapso plástico, [16].

Os arcos circulares e parabólicos, tanto com suporte de pino ou fixos, foram investigados por Stevens. Ele propôs métodos gráficos para obter a carga de colapso de plástico, [17].

Cornforth e Childs usou uma técnica iterativa para encontrar as localizações das rótulas de rendimento num arco estaticamente indeterminado. Os momentos plásticos completos não foram reduzidos pela presença de forças axiais, [19].

Yamasaki e Ishikawa usaram uma abordagem analítica para investigar a resposta plástica de arcos circulares submetidos a carregamento vertical. Uma abordagem cinemática foi adotada por Maeda e Fujimoto para investigar a carga de colapso plástica de arcos parabólicos e circulares apoiados por pinos. A metodologia foi comparada a experimentos em escala real e foi encontrada concordância de moderada a boa. As disposições do projeto foram apresentadas de forma gráfica, embora limitadas a arcos com uma seção transversal retangular e um contorno de escoamento linearizado por peça, [19].

Cohn e Abdel-Rohman usaram um método de computador para analisar o comportamento elástico-plástico de arcos de aço. A geometria do arco foi aproximada por uma série de elementos retos. As influências de um contorno de escoamento aproximado levando em consideração as influências em relação à carga de colapso de plástico foram examinadas. A precisão do método de computador foi avaliada fez-se a comparação com os resultados com o trabalho teórico de Onat e Prager e foi encontrada uma boa concordância, [20].

Chakrabarty apresentou gráficos de projeto para arcos circulares de seção retangular submetidos a um carregamento de ponto central. Os gráficos de projeto são baseados numa abordagem de limite inferior e limite superior. Ambas as metodologias exigiam que a posição no contorno de escoamento para cada rótula de escoamento fosse assumida antecipadamente e verificada posteriormente (ou seja, a relação entre a força de flexão e a força axial é estimada com antecedência). A carga de colapso no plano de arcos circulares apoiados por pinos com cargas verticais concentradas também foi investigada por Trahair et al. As análises de primeira ordem foram conduzidas com um programa de computador desenvolvido internamente que fez parte de um estudo mais amplo sobre o comportamento estrutural de arcos de aço, [15].

As expressões de forma fechada para aproximar a carga de colapso da carga plástica foram propostas para arcos semicirculares por La Poutre e Snijder e posteriormente expandido para arcos circulares com vários ângulos subtendidos, La Poutre. Uma abordagem de limite superior foi aplicada com base no princípio do trabalho virtual. A influência da força normal na capacidade plástica da seção transversal não foi levada em consideração. As expressões mostraram coerência próxima com resultados de elementos finitos para arcos semicirculares, mas as discrepâncias maiores foram observadas para arcos com ângulos subtendidos menores, [15].

A determinação da carga de colapso de plástica das estruturas de arcos requer informação sobre as propriedades da seção transversal, interação entre forças normais, momentos fletores e locais de articulação de produção. As análises prévias foram restringidas num único tipo de seção, na maioria das vezes as seções retangulares ou um único tipo de seção em  $w$ , em que se utiliza equações diferenciais. Para os arcos com uma carga de pontual, é feita uma distinção entre arcos suportados por pinos e arcos suportados fixos, figura 16. As seções transversais estão limitadas a seções em  $w$  de aço dobradas em torno do seu eixo principal, [15].

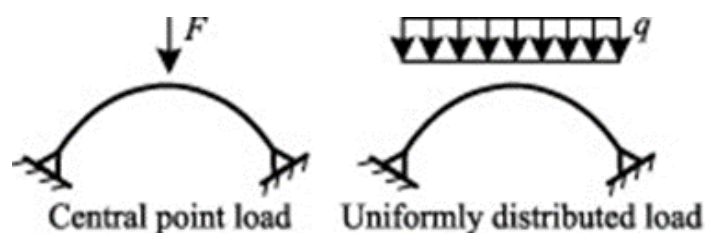


Figura 16- Casos de arcos que foram investigados, [15].

2.4.1 Arco biarticulado com carga de pontual

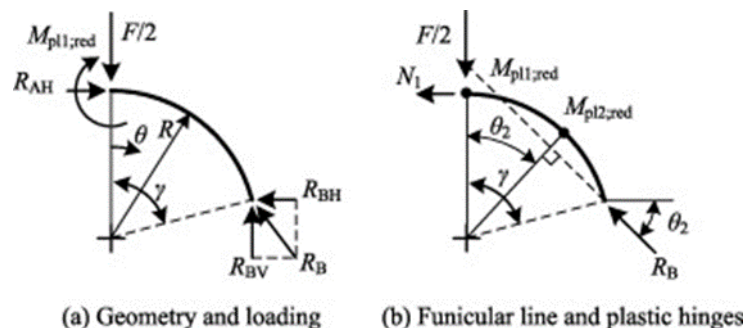


Figura 17 Reações e forças aplicadas, [15]

As condições de apoio são impostas de modo que somente uma metade do arco é considerada, figura 17 a. A geometria do arco é expressa pelo raio do arco  $R$  e ângulo subtendido  $2\gamma$ . A rótula de plástico nº1 em que  $\theta = \theta_1 = 0$  tem um momento plástico reduzido, capacidade  $M_{pl1:red}$  e plástica em  $\theta = \theta_2$  tem capacidade reduzida em momento plástico  $M_{pl2:red}$ , Figura 17 b, devido à presença de força normal  $N_1$  e  $N_2$ , respetivamente, onde  $\theta$  é a coordenada angular para a qual  $0 \leq \theta \leq \gamma$ . A capacidade reduzida do momento plástico de todas as rótulas é baseada na equação (1). Substitui-se a articulação plástica nº1 por um momento de reação vertical,  $M_{pl1:red} (R_{BV})$  e forças de reação horizontal ( $R_{AH}, R_{BH}$ ) são determinadas a partir das condições de equilíbrio, como segue, [15]:

$$R_{BV} = \frac{1}{2} \quad R_{AH} = R_{BH} = \frac{\frac{1}{2} * F * R * \sin\gamma - M_{pl1:red}}{R(1 - \cos\gamma)} \quad (4)$$

Como nenhuma carga horizontal atua sobre o arco, a força de reação horizontal no suporte é igual à força de compressão na dobradiça plástica do topo do arco, [15]:

$$R_{BH} = N(\theta = 0) = N_1 \quad (5)$$

A equação (6) é o resultado da substituição da equação (5) na equação (4) que é obtida a fórmula para a carga de colapso plástica na primeira iteração para  $N_1$ , [15]:

$$F_{est} = \frac{2(M_{pl1:red} + N_1 * R(\cos\gamma - 1))}{R * \sin\gamma} \quad (6)$$

O momento de flexão e a distribuição da força de compressão ao longo da aresta são descritos na figura 17, [15]:

$$M(\theta) = M_{pl1:red} + R_{AH} * R(1 - \cos\theta) - \frac{1}{2} * F * R * \sin\theta \quad (7)$$

$$N(\theta) = R_{BH} * \cos\theta - R_{BV} * \sin\theta \quad (8)$$

A distribuição do momento fletor é baseada na suposição de que somente a articulação plástica 1 foi deformada. Para reduzir o arco a um mecanismo de colapso, é assumida uma articulação extra na coordenada angular  $\theta_2$ , onde o momento fletor é igual ao momento plástico reduzido, [15].

$$M(\theta_2) = M_{pl2:red} \quad (9)$$

Com as equações (4), (7), (9) resolve-se  $F_{pl}$  que resulta na carga de colapso de plástico como uma função da capacidade de momento de flexão reduzida das articulações de plástico, [4]:

$$F_{pl} = \frac{2(M_{pl:red} - (M_{pl1:red} + M_{pl2:red})\cos\gamma + M_{pl1:red}\cos\theta_2)}{R(\sin(\gamma - \theta_2) - \sin\gamma + \sin\theta_2)} \quad (10)$$

A localização da articulação de plástico entre a coroa e o apoio pode ser obtida através da resolução para  $\theta_2$  a partir da equação  $dF_{pl} / d\theta_2 = 0$  que resulta em, [15]:

$$\theta_2 = \arccos \frac{-M_{pl1:red} * M_{pl2:red} + M_{pl1:red} * C * \cos\gamma + 4\sqrt{M_{pl2:red}^3} \cos\left(\frac{1}{2\gamma}\right) * \sin^2\left(\frac{1}{2\gamma}\right)}{M_{pl2:red}^2 + 2M_{pl1:red} * M_{pl2:red} + 2M_{pl2:red}^2 - 2M_{pl2:red}^2 C \cos\gamma} \quad (11)$$

Onde

$$C = M_{pl1:red} + M_{pl2:red} \quad (12)$$

A segunda articulação plástica surge no local do momento máximo negativo. Esta localização coincide com a localização onde a tangente à geometria do arco é igual ao gradiente da linha funicular (Figura. 17 b). A força normal na articulação 2 é igual à ação compressiva na linha funicular, [15]:

$$N_2 = N(\theta = \theta_2) = \sqrt{R_{BH}^2 + R_{BV}^2} = R_B \quad (13)$$

As equações apresentadas representam em processo iterativo em que é necessário para determinar a carga de colapso uma vez que a força de compressão na coroa  $N_1$  e as correspondentes do momento plástico reduzido  $M_{PL1:red}$  não são conhecidos antecipadamente. Para todas as análises e foi fixado em 0,001. A condição de plasticidade

requer que o momento plástico reduzido de cada seção transversal ao longo do arco não seja excedido. Isso é verificado por, [15]:

$$M(\theta) \leq |M_{pl1:red}(\theta)| \quad (14)$$

#### 2.4.2 Arco biarticulado com carga uniformemente distribuída

Em comparação com um arco submetido a uma carga pontual central aplicada na crista, as forças de reação para um arco com uma carga uniformemente distribuída podem ser obtidas a partir de equações de equilíbrio (15), ver figura. 19a, [15].

$$R_{BV} = q * R * \sin\gamma \quad R_{AH} = R_{BH} = \frac{\frac{1}{2q(R\sin\gamma)}^2 - M_{pl:red}}{R(1-\cos\gamma)} \quad (15)$$

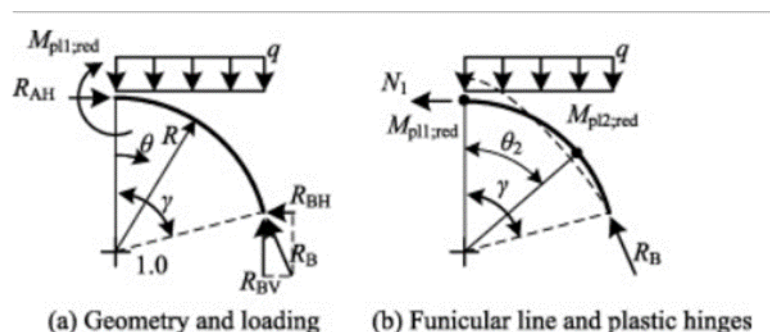


Figura 18 - Arco com suporte de pinos com carga uniformemente distribuída, [15]

Como  $R_{BH} = -N_1$ , a primeira estimativa da carga de colapso de plástico ( $q_{est}$ ) pode ser calculada ao atribuir um valor para  $N_1$ , [15]:

$$q_{est} = \frac{2(M_{pl1:red} - N_1 R + N_1 R \cos\gamma)}{R^2 (\sin\gamma)^2} \quad (16)$$

O momento fletor  $M$  e a compressão axial  $N$  ao longo do arco podem ser calculados através das expressões (17) e (18), [15]:

$$M(\theta) = M_{pl1:red} + R_{BH} R (1 - \cos\theta) - 1/2 R^2 \sin\theta \quad (17)$$

$$N(\theta) = -R_{BH} (\cos\theta) - q R (\sin\theta)^2 \quad (18)$$

As localizações das articulações estão na coroa e entre a coroa e o suporte, semelhante a um arco suportado por pinos sujeito a uma carga pontual central. Devido a condições de carga simétricas, pode-se supor que a primeira articulação formar-se-á na coroa e que as duas articulações subseqüentes desenvolveram-se simultaneamente entre a coroa e os suportes (Figura 17b). A equação (19) também se aplica a arcos suportados por pinos sujeitos a uma

carga uniformemente distribuída. Com as equações (6), (12) e (14) calcula-se  $q_{pl}$  que é então a carga de colapso de plástica, [15].

$$q_{pl} = \frac{4(M_{pl1:red} + M_{pl2:red})(\cos\theta_2 - 1) + 2M_{pl1:red}/\sin(\frac{\gamma}{2})^2}{2R^2(\cos\gamma - \cos\theta_2)} \quad (19)$$

Para  $\theta_2$  a localização da articulação entre a coroa e o suporte pode ser obtida, [4].

$$\theta_2 = \arccos \frac{-M_{pl2:red} + \sqrt{M_{pl2:red}(M_{pl1:red} + M_{pl2:red})} + (M_{pl1:red} + M_{pl2:red} - \sqrt{M_{pl2:red}(M_{pl1:red} + M_{pl2:red})})\cos\gamma}{M_{pl1:red}} \quad (20)$$

Uma vez que a força normal que atua na crista N 1 não é conhecida, é necessário um procedimento iterativo para obter a carga de colapso plástica. Com uma primeira iteração de N 1,  $M_{pl1:red}$ , e  $q_{est}$  podem ser obtidos através de Equações. (4) e (19). Posteriormente, a força de compressão na articulação de plástico não pode ser determinada. Para um arco com um ponto central, o carregamento da força de compressão não é influenciada pela coordenada angular  $\theta$ , como caracterizado pela Equação (16). No entanto, isso não é verdade para um arco com uma carga distribuída uniformemente. Devido à relação não linear entre  $N_2$  e  $\theta_2$  a força axial na articulação 2 só pode ser determinado adotando-se um procedimento de iteração adicional dentro do ciclo de iteração geral, [15].

$$N_{2,trial} = \frac{1/2q_{est}(R\sin(\gamma))^2 - M_{pl1:red}}{R(1 - \cos(\gamma))} \cos(\theta_2) - q_{est}R\sin(\theta_2^2) \quad (21)$$

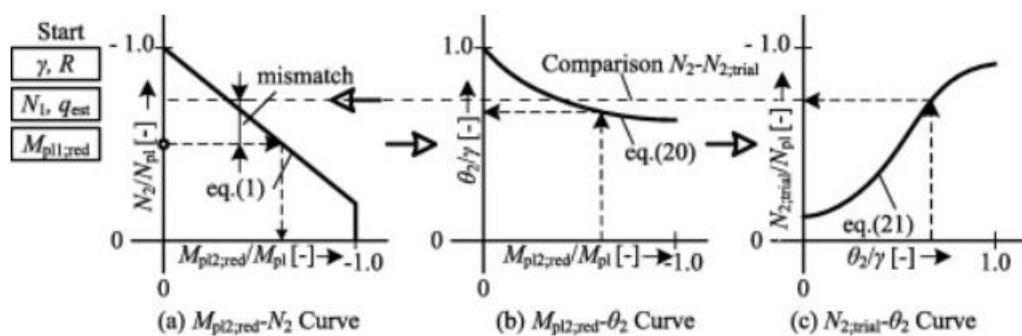


Figura 19 Ciclo de iteração para obter  $N_2$  e  $\theta_2$ , [15]

Este artigo apresenta um método analítico na forma de um procedimento iterativo para estimar a carga de colapso plástica no plano de arcos apoiados por pinos circulares com uma carga central, arcos apoiados por pinos com uma carga uniformemente distribuída e arcos fixos com um ponto central carga. O teorema do limite inferior e o teorema do limite superior da teoria do plástico foram combinados para chegar a uma carga de colapso plástica exata. A influência da força axial na capacidade de momento plástica da seção transversal é levada em consideração. Devido à relação não linear entre as cargas atuantes no arco e a capacidade de momento plástico reduzida na dobradiça de plástico, descobriu-se que uma técnica iterativa é necessária para chegar a uma carga de colapso plástica, [15].

As análises foram aplicadas a seções em  $w$ . A análise de elementos finitos com elementos de casca no ANSYS v.11, foi realizado e revelou uma boa coerência entre os resultados numéricos e analíticos. Para 'converter' o método iterativo numa ferramenta prática, foram desenvolvidos gráficos de projeto. Um parâmetro de esbelteza onde se representou o comprimento do arco e duas propriedades de seção foram introduzidos para traçar a carga de colapso de plástica normalizada num gráfico de projeto como uma função do ângulo subtendido. O método iterativo proposto pode ser facilmente expandido para incluir seções com diferentes contornos de produção, [15].

### ***2.5 Fenómenos de instabilidade de arcos***

A aplicação de arcos metálicos teve um aumento constante na indústria da construção nas últimas décadas. A facilidade de fabricação é um método adequado para obter estruturas curvas. O aço conformado é frequentemente aplicado em estruturas de arco circular onde a principal função é transportar as cargas atuantes para os pilares. As cargas são resistidas por uma combinação de compressão e flexão, tornando o membro suscetível a encurvadura. Quando a encurvadura local não é considerada, a instabilidade do arco pode ser subdividida em três categorias diferentes: encurvadura instantânea (figura 20 (a)), encurvadura no plano (figura 20 (b)) e encurvadura fora do plano (figura 20 (c)). A encurvadura fora do plano quando um arco não tem contraentamento lateral e é considerado "autônomo", [5].

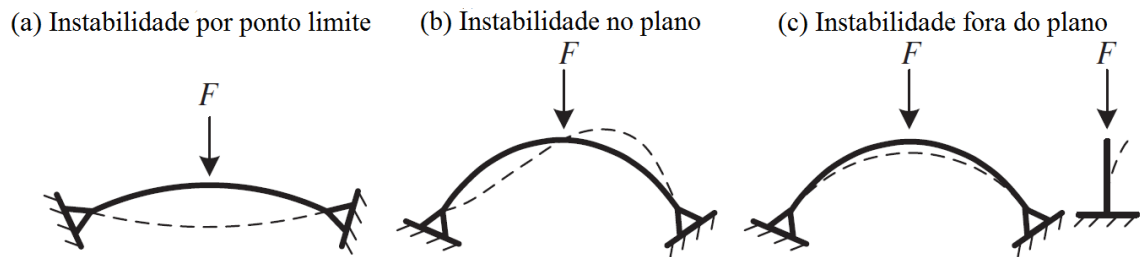


Figura 20- Tipos de instabilidade de arcos. [5]

### 2.5.1 Instabilidade por ponto limite ou instabilidade por “snap-through”

A instabilidade pelo aparecimento de um ponto limite caracteriza-se por um valor crítico de carregamento, associado a um máximo (local) da trajetória de equilíbrio. A partir deste valor, a estrutura torna-se instável sem ter outra configuração de equilíbrio possível nas proximidades da configuração crítica e sem poder suportar acréscimos de  $P$  a partir de  $P_{cr}$  sem uma mudança considerável na configuração do sistema. Não há, portanto, bifurcação do equilíbrio, [21].

A análise de um problema deste tipo envolve a determinação do andamento da trajetória de equilíbrio não linear e das coordenadas do ponto limite (carga crítica). É importante referir que, ao contrário do que sucede com a instabilidade bifurcacional, os deslocamentos que definem este tipo de fenómeno numa estrutura estão presentes desde o início do carregamento. O aumento do carregamento provoca uma diminuição da rigidez da estrutura (declive da trajetória de equilíbrio), até que esta se anula no ponto limite. Para detetar um fenómeno com estas características é indispensável recorrer a métodos de análise estrutural que permitam determinar trajetórias de equilíbrio não lineares, [21].

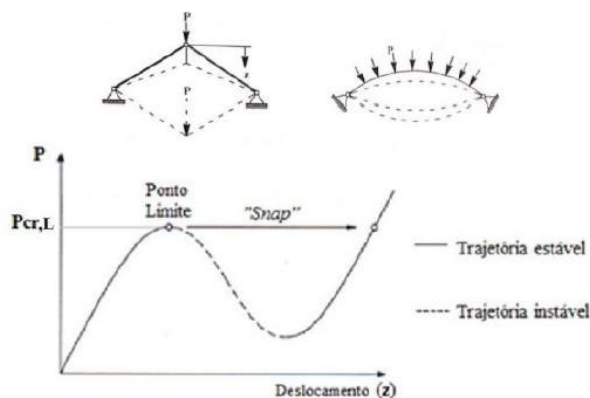


Figura 21 Instabilidade por ‘snap-through’, [21]

### 2.5.2 Encurvadura fora do plano

A instabilidade pelo aparecimento de um ponto de bifurcação é um dos tipos mais comuns de perda de estabilidade de um sistema estrutural. Uma das primeiras análises de problemas de bifurcação foi apresentada para barras retas isoladas comprimidas (coluna): o conhecido problema da coluna de Euler. Neste problema, a uma determinada intensidade de carregamento, a trajetória de equilíbrio do sistema tem tendência a aproximar-se de um ponto de divergência, ou ponto de bifurcação, a partir do qual dois caminhos passam a ser possíveis. Após o ponto de bifurcação, o sistema pode, [21]:

- (i) permanecer ao longo da sua trajetória original (linear ou não linear); a chamada trajetória primária ou trajetória fundamental correspondente à configuração inicial da coluna, [21]:
- (ii) divergir da trajetória original e seguir uma nova trajetória, trajetória secundária ou de pós-encurvadura, em que a coluna adquire curvatura, [21].

Na Figura 23 apresenta-se a trajetória de equilíbrio associada a um ponto de bifurcação com trajetória fundamental linear, coluna de Euler, e na Figura 14 é exposta uma trajetória de equilíbrio de um sistema associada a um ponto de bifurcação com trajetória fundamental não linear, [21].

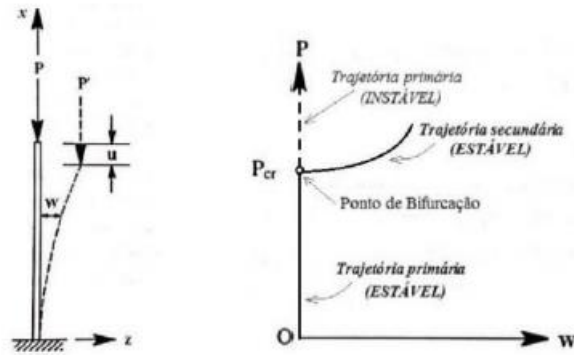


Figura 22 Comportamento da coluna de Euler, [21]

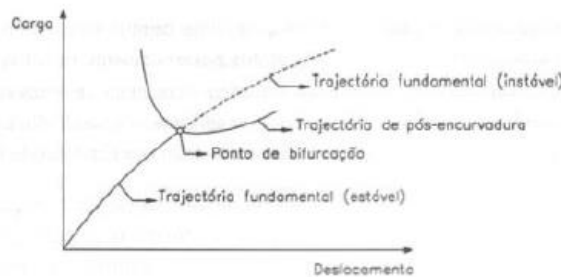


Figura 23 Instabilidade bifurcacional, [21]

Este trabalho apresenta um estudo experimental sobre a resistência inelástica à encurvadura fora do plano de arcos circulares fixos de aço sob carga simétrica e não simétrica. Uma disposição de carga de teste que permite descrever as deformações laterais para se desenvolverem livremente sob carga vertical. É estabelecido um modelo de elemento finito (FE) que consiste no arco de aço testado e no sistema de carga para a realização de investigação numérica sobre a resistência à encurvadura inelástica fora do plano dos arcos de aço fixos. O modelo FE numérico é validado pelos resultados experimentais. A partir dos resultados experimentais e da investigação FE suplementar, constata-se que a resistência à encurvadura inelástica fora do plano dos arcos de aço fixos é influenciada significativamente pela magnitude e distribuição das imperfeições geométricas iniciais fora do plano, bem como pelos modos de encurvadura elástica fora do plano e pelos padrões de carga. Verifica-se também que a resistência à encurvadura fora do plano de um arco de aço fixo sob carga não simétrica é inferior à carga simétrica. Com base nos resultados experimentais e FE, é

desenvolvida uma equação de interação de menor limite para prever a força de encurvadura inelástica fora do plano na concepção de arcos de aço contra a falha fora do plano, [22].

É descrito um carregamento simétrico de três pontos e um carregamento não simétrico de dois pontos. As influências das imperfeições geométricas iniciais fora do plano e dos modos de encurvadura elástica na resistência à encurvadura inelástica fora do plano são investigadas experimentalmente. Com base nos resultados dos testes, um modelo numérico FE para a resistência inelástica fora do plano de arcos de aço fixos é estabelecido para a investigação numérica suplementar. Os resultados experimentais e numéricos serão usados para desenvolver a equação de projeto para a resistência à encurvadura inelástica fora do plano de arcos de aço circulares fixos, [22].

As imperfeições geométricas iniciais fora do plano dos arcos de aço são inevitáveis na fabricação e instalação dos arcos. Assim, antes do teste, as imperfeições geométricas iniciais fora do plano dos arcos foram medidas em nove estações com intervalos iguais ao longo do eixo do arco e os resultados medidos são mostrados na figura 25, em que  $\Theta$  representa o ângulo para o arco e  $\phi$  representa a coordenada angular das estações, [22].

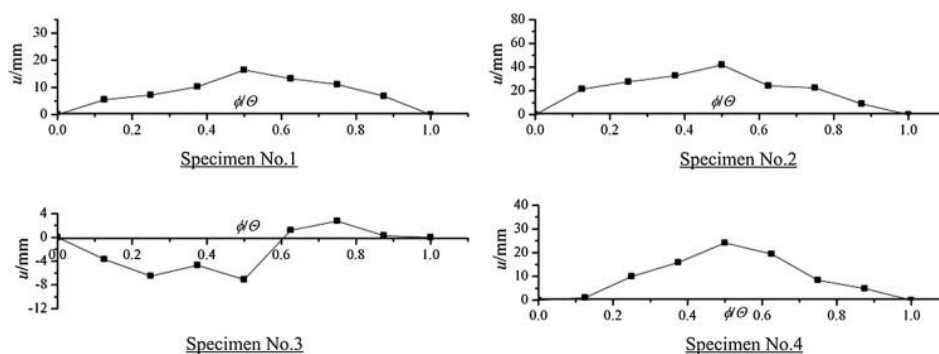


Figura 24- Imperfeições geométricas fora do plano, [22]

Amostras dos resultados n°1 e n°2

Os resultados n°1 e n°2 foram carregados simetricamente nos pontos do quarto de vão indicados por  $o_1$  e  $o_3$  e na crista indicada por  $o_2$ , conforme mostrado na figura 25. As três cargas foram aplicadas por um sistema hidráulico simultaneamente para garantir que as magnitudes de todas as cargas concentradas fossem iguais entre si. Os perfis das imperfeições geométricas fora do plano iniciais medidas para os arcos n°1 e n°2 são mostrados na figura 26 a e b com a magnitude máxima  $S/448$  para o arco n°1 e  $S/176$  para o n°2, [22].

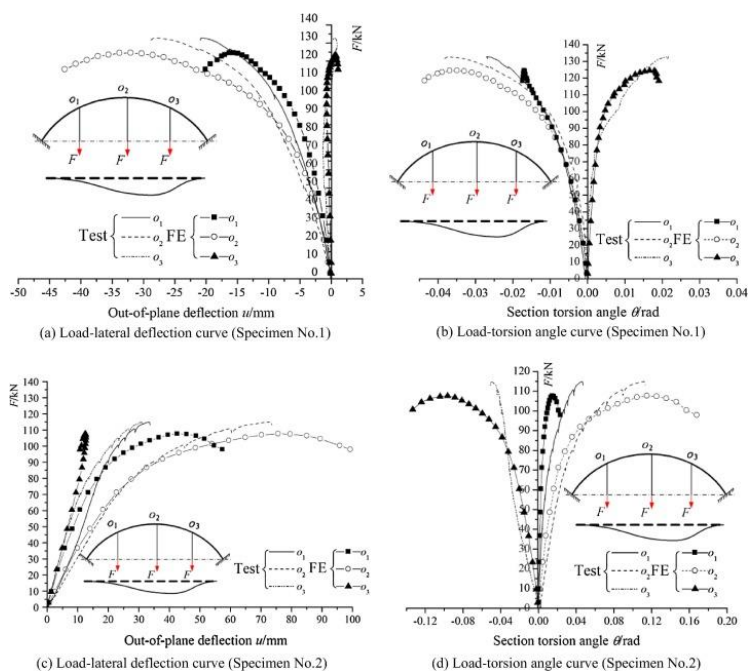


Figura 25 Curvas de deformação de carga fora do plano de resultados n°1 e n°2, [17].

#### Amostras dos resultados n°3 e n°4

Os resultados n°3 e n°4 foram carregados de forma não simétrica, com duas cargas iguais  $F$  sendo aplicadas nos pontos de um quarto de duas extremidades do arco respetivamente denotadas por  $o_3$  e na crista do arco denotada por  $o_2$  do sistema de macaco hidráulico simultaneamente. Os perfis das imperfeições laterais iniciais medidas são mostrados na figura 26 c e d com a magnitude máxima de  $S/2625$  para a amostra n°3 e  $S/305$  para a amostra n°4, [22].

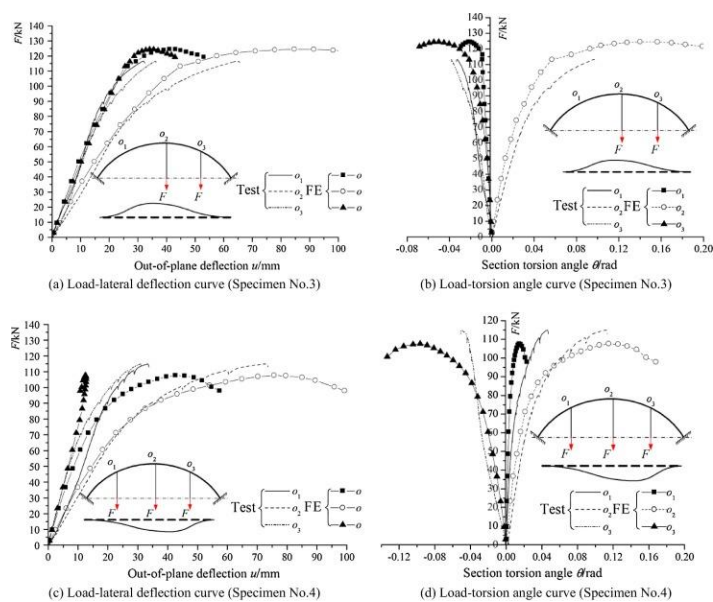


Figura 26- curvas de deformação de carga fora do plano dos resultados nº3 e nº4, [22].

O estudo experimental sobre o comportamento de encurvadura inelástica fora do plano de arcos de seção I de aço circulares fixos sob carregamento simétrico de três pontos e carregamento não simétrico de dois pontos foi apresentado neste artigo. O modelo FE que pode simular os testes foi desenvolvido e validado pelos resultados dos testes. Verificou-se que as imperfeições geométricas iniciais fora do plano têm efeitos significativos na resistência à encurvadura inelástica fora do plano de arcos de aço fixos. O modo de falha de encurvadura inelástica fora do plano de um arco de aço fixo sob carregamento simétrico depende tanto do modo de encurvadura elástica fora do plano quanto da magnitude e distribuição de suas imperfeições geométricas iniciais fora do plano. Verificou-se que os arcos fixos sob carregamento não simétrico de dois pontos têm menores resistências à encurvadura fora do plano do que os arcos fixos sob carregamento simétrico de três pontos. O modelo FE foi usado para realizar simulação numérica para gerar dados suplementares para as cargas de encurvadura inelásticas fora do plano e esses dados, juntamente com os resultados do teste, foram usados para desenvolver uma equação de limite inferior para o projeto de resistência à encurvadura inelástica fora do plano de arcos fixos de aço, [22].

## Capítulo 3: Comportamento do material a temperatura ambiente

---

### *3.1 Introdução*

Este capítulo apresenta uma breve descrição sobre o comportamento do material a temperatura ambiente. O capítulo está dividido em 3 subcapítulos. No capítulo 3.2 é feita uma abordagem sobre o método dos elementos finitos que serviu de base para a elaboração da dissertação. No subcapítulo 3.3 são abordadas as diferenças entre a análise linear e não linear, por último o subcapítulo 3.4 e abordado o elemento a ser utilizado, bem como a sua descrição e o porquê da utilização na elaboração da dissertação.

### *3.2 Método dos elementos finitos*

O Método dos Elementos Finitos (MEF) apresenta atualmente um nível de desenvolvimento que permite a sua utilização pela generalidade dos projetistas de estruturas. Enquanto no passado muitos dos utilizadores do MEF estavam também envolvidos na respetiva programação em computador, verifica-se hoje em dia que a quase totalidade dos projetistas de estruturas apenas se preocupa com a utilização do correspondente software e com a interpretação dos resultados obtidos [23].

No âmbito da Engenharia de Estruturas, o Método dos Elementos Finitos (MEF) tem como objetivo a determinação do estado de tensão e de deformação de um sólido de geometria arbitrária sujeito a ações exteriores. Este tipo de cálculo tem a designação genérica de análise de estruturas e surge, por exemplo, no estudo de edifícios, pontes, barragens, etc. Quando existe a necessidade de projetar uma estrutura, é habitual proceder-se a uma sucessão de análises e modificações das suas características, com o objetivo de se alcançar uma solução satisfatória. As técnicas descritas nesta publicação apenas correspondem à fase de análise do comportamento de uma estrutura cuja geometria, materiais e ações são conhecidos [23].

No Engenharia Mecânica é tradicional começar-se por ensinar a análise de estruturas limitada às vigas, pórticos, treliças e grelhas. As estruturas deste tipo recebem a designação de reticuladas, por serem constituídas por barras prismáticas cuja secção transversal apresenta dimensões muito inferiores ao comprimento do seu eixo. As estruturas não reticuladas são, em geral, estudadas como meios contínuos (paredes, lajes, cascas, sólidos). Nas estruturas reticuladas surgem já muitos conceitos que são comuns à generalidade das estruturas, tais como o de equilíbrio, compatibilidade, tensão, deformação, relação entre tensão e deformação, etc. No âmbito das estruturas reticuladas torna-se particularmente simples explicar o método das forças e o método dos deslocamentos, bem como outras técnicas que, em geral, são difíceis de estender aos meios contínuos [23].

### **3.3 *Análise não linear e linear***

Na análise de uma estrutura sólida, é habitual considerar que os deslocamentos provocados pelas ações exteriores são muito pequenos quando comparados com as dimensões dos componentes da estrutura. Nestas circunstâncias, admite-se que não existe influência da modificação da geometria da estrutura na distribuição dos esforços e das tensões, todo o estudo é feito com base na geometria inicial indeformada. Se esta hipótese não for considerada, a análise é designada não linear geométrica [23].

É também frequente considerar que, ao nível do material que constitui a estrutura, a relação entre tensões e deformações é linear. Nos casos em que esta simplificação não é considerada, é necessário recorrer a algoritmos específicos de análise não linear material [23].

A análise *linear* de estruturas assenta num conjunto de hipóteses que se traduzem por relações lineares entre as diversas grandezas em jogo. Estas relações lineares podem ser observadas quer no contexto da teoria da elasticidade, aplicada aos corpos encarados como contínuos deformáveis, quer no contexto de teorias estruturais, tais como a teoria das peças lineares (vigas, estruturas reticuladas) ou teorias de peças laminares (placas, lajes ou cascas) [24].

Assim, na *teoria da elasticidade linear*, admitem-se:

(i) relações deformações-deslocamentos, onde o campo de deformações depende linearmente do campo de deslocamentos.

(ii) relações constitutivas, onde as tensões são proporcionais às deformações e (iii) equações de equilíbrio, que são equações lineares envolvendo o campo de tensões e as cargas aplicadas.

A linearidade do material é entendida até a uma aproximação ao comportamento real das estruturas o qual é, de facto, não linear. De um modo geral, a aproximação linear faz sentido até um determinado ponto, a partir do qual é inevitável a consideração de análises mais realistas as quais deverão incorporar, pelo menos, os efeitos não lineares mais relevantes para o problema em análise. Em qualquer dos casos, a primeira abordagem de um determinado problema deverá sempre passar por uma análise linear, que serve de referência e orientação na realização das análises não lineares mais complexas. [24]

Existem aspetos não lineares que podem ou não ser contemplados numa dada análise e existem muitas formas de modelar cada um desses aspetos, recorrendo a mais ou menos idealizações/simplificações. Isto leva a que por vezes se diga «análise linear há só uma, análises não lineares há muitas. O comportamento não linear de uma estrutura, sob ação de um carregamento qualquer, pode ser classificado de acordo com seus efeitos. Consoante as várias fontes de não linearidade, destacam-se:

**Não linearidade física (ou material)** — sempre que o material não possa ser considerado elástico linear, ou seja, quando as tensões/esforços não dependem linearmente das deformações. [24]

**Não linearidade geométrica** —(i) quando não se verifica a hipótese dos pequenos deslocamentos, sendo necessário considerar uma relação não linear entre deformações e deslocamentos *e/ou* (ii) quando nas equações de equilíbrio existem termos não desprezáveis acoplando tensões/esforços/cargas com deslocamentos, o que equivale a dizer que a escrita das equações de equilíbrio deve ser feita na configuração deformada do corpo/estrutura. [19]

### 3.4 *Beam 189*

O elemento BEAM189 é adequado para analisar estruturas de vigas. O elemento é baseado na teoria de Timoshenko, que inclui efeitos de deformação por cisalhamento. O elemento fornece opções para distorção irrestrita e distorção restrita de seções transversais. [25]

O elemento é um elemento quadrático de três nós em 3D que possui 7 graus de liberdade em cada nó, 3 translações, 3 rotações e mais 1 grau de liberdade associado ao

empenamento. O elemento *BEAM 189* é recomendado para ser utilizado em estruturas delgadas, como a teoria de Timoshenko que é uma teoria de deformação por cisalhamento de primeira ordem: a tensão de cisalhamento transversal é constantes através da seção transversal (ou seja, as seções transversais permanecem planas e sem distorção após a deformação), que incluem os efeitos de deformação e cisalhamento. O elemento é recomendado para estruturas com curvatura nas seções transversais. Também dá suporte a propriedades e efeitos não lineares, como elasticidade, cargas flutuantes, massas e materiais diferentes, [25].

O elemento inclui termos de rigidez à tensão, em qualquer análise. Os termos de rigidez-tensão fornecidos permitem que os elementos analisem problemas de estabilidade à flexão, lateral e torsional (usando a encurvadura ou estudos de colapso com métodos de comprimento de arco ou estabilidade não-linear) [25].

São apresentados modelos de elasticidade, plasticidade e outros materiais não lineares. Uma seção transversal associada a este tipo de elemento pode ser uma seção construída referenciando mais de um material como exemplo massa e carga [25].

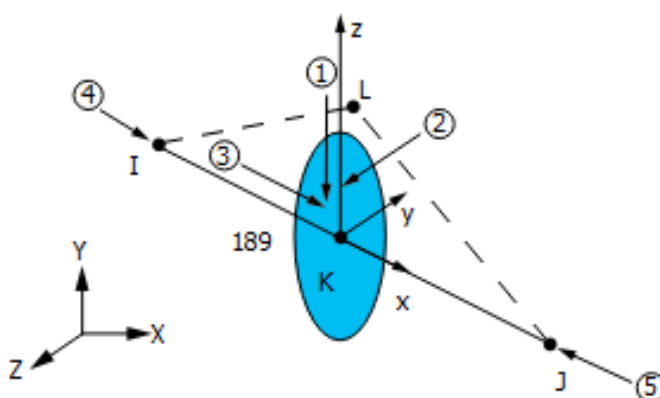


Figura 27- Representação esquemática do elemento Beam 189 [25]

## Capítulo 4: Curva tensão deformação do aço

---

### 4.1 Introdução

A denominação “corpo rígido “é uma abstração matemática conveniente, pois toda substância real com maior ou menor medida sofre deformações sob os efeitos de forças que forem aplicadas a ela. A mudança de forma, volume, comprimento, etc. de um corpo sob a ação de forças externas é determinada pelas forças entre as moléculas que o formam.

Quando os corpos não são rígidos, mas deformáveis, são necessárias outras informações para determinar as forças no equilíbrio. O corpo rígido é um modelo idealizado útil, porém a dilatação, a compressão e a torção de corpos rígidos quando aplicamos forças sobre um corpo real são muito importantes e não podem ser desprezadas. Neste capítulo é feita uma abordagem diferentes tipos de curva tensão deformação do aço

### 4.2 Propriedades mecânicas e geométricas do material

Na tabela 1 e 2 são apresentadas as propriedades mecânicas e geométricas do perfil IPE 220 S355.

Tabela 1- Propriedades mecânicas do modelo IPE 220, [26]

<b>Módulo de elasticidade</b>	<b><math>E=210000 \text{ N/mm}^2</math></b>
<b>Coefficiente de Poisson</b>	<b><math>\nu= 0.3</math></b>
<b>Módulo de Rigidez Transversal</b>	<b><math>G=\frac{E}{2(1+\nu)} =81000\text{N/mm}^2</math></b>
<b>h(mm)</b>	<b>220</b>
<b>b(mm)</b>	<b>110</b>

<b><math>t_w(\text{mm})</math></b>	<b>5.9</b>
<b><math>t_f(\text{mm})</math></b>	<b>9.2</b>
<b><math>r(\text{mm})</math></b>	<b>12.0</b>

---

Tabela 2- Propriedades geométricas do perfil IPE 220, [26]

<b>Eixo Forte y-y</b>	<b><math>I_y (\text{mm}^4) * 10^4</math></b>	<b>2772</b>
	<b><math>W_{el y} (\text{mm}^3) * 10^3</math></b>	<b>252</b>
	<b><math>W_{pl y} (\text{mm}^3) * 10^3</math></b>	<b>285</b>
	<b><math>i_y (\text{mm}) * 10</math></b>	<b>9.11</b>
	<b><math>A_{vz} (\text{mm}^2) * 10^2</math></b>	<b>15.9</b>
<b>Eixo Fraco z-z</b>	<b><math>I_y (\text{mm}^4) * 10^4</math></b>	<b>205</b>
	<b><math>W_{el z} (\text{mm}^3) * 10^3</math></b>	<b>37.3</b>
	<b><math>W_{pl z} (\text{mm}^3) * 10^3</math></b>	<b>58.1</b>
	<b><math>i_y (\text{mm}) * 10</math></b>	<b>2.48</b>

---

### 4.3 Curva tensão deformação

A relação entre tensão e deformação desempenha um papel importante no ramo da física, a teoria da elasticidade e resistência de materiais. Quando se faz um gráfico de qualquer tipo de tensão versus a deformação correspondente, obtém-se gráficos de tensão-deformação de várias formas, dependendo da natureza do material, [27].

Analizando o comportamento da tensão em função da deformação no caso de um material dúctil, a tensão é de tração e a deformação é a percentagem da deformação. Vemos que a representação desses valores possui um comportamento linear até ao ponto A

(chamado limite de proporcionalidade, com uma deformação  $< 1\%$ ). A relação proporcional entre a tensão e deformação nesta região é chamada lei de Hooke (do comportamento de uma mola em espiral), [27].

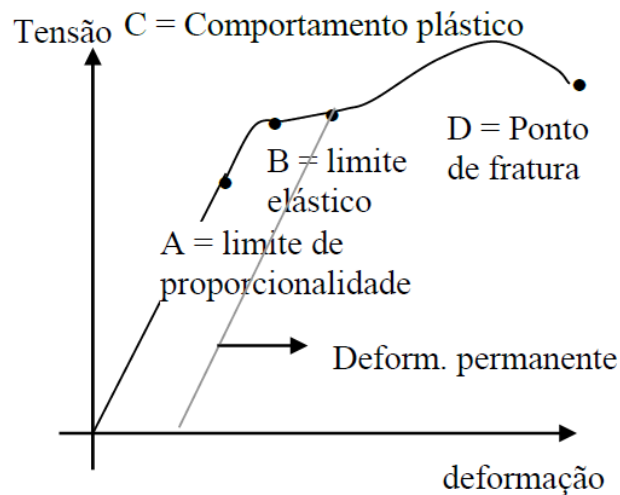


Figura 28- Gráfico tensão- deformação, [27].

De A a B a tensão e deformação não são mais proporcionais mas, se a carga sobre o material for retirada em qualquer ponto entre 0 e B, o material voltará ao seu comprimento original. Na região B diz-se que o material é elástico, ou que apresenta um comportamento elástico, e o ponto B é chamado limite de elasticidade. Até esse ponto as forças são conservativas, mas, quando o material volta à forma primitiva, o trabalho realizado na produção de deformação é recuperado e a deformação é reversível, [27].

Quando se aumenta mais a carga sobre o material, a deformação crescerá rapidamente, mas quando a carga for retirada num ponto para além de B, por exemplo em C, o material não retorna ao comprimento original e diz-se que o material apresenta uma deformação permanente. Quanto maior for o aumento de carga a seguir ao ponto C produz-se um maior aumento na deformação até que o ponto D seja alcançado, quando então ocorre uma rutura, [27].

De B a D diz-se que o material sofre um fluxo de deformação plástica, durante o qual ocorrem deslizamentos dentro do material ao longo dos planos de tensão máxima de cisalhamento. Se uma grande deformação plástica ocorrer entre o limite de elasticidade e o ponto de rutura, diz-se que o material é dúctil. Se entretanto, a rutura ocorrer logo depois do limite de elasticidade, diz-se que o material é frágil, [27].

A curva tensão-deformação é uma descrição gráfica do comportamento de deformação de um material sob carga de tração uniaxial. A curva é obtida no chamado ensaio de tração, [27]

Pode-se dizer que para materiais metálicos existem dois formatos típicos de curvas: as curvas para os metais dúcteis e as curvas para os metais frágeis, [27].

Um material dúctil é aquele que pode ser alongado, flexionado ou torcido, sem se romper. Ele admite deformação plástica permanente, após a deformação elástica. A deformação plástica em geral é acompanhada de encruamento. Na curva tensão deformação destes materiais, a região plástica é identificável. O ponto de escoamento determina a transição entre as fases elástica e plástica (com ou sem patamar na curva). Um material frágil rompe-se facilmente, ainda na fase elástica. Para estes materiais o domínio plástico é praticamente inexistente, indicando a pouca capacidade de absorver deformações permanentes. Na curva tensão deformação, a rutura situa-se na fase elástica ou imediatamente ao fim desta, não havendo fase plástica identificável, [27].

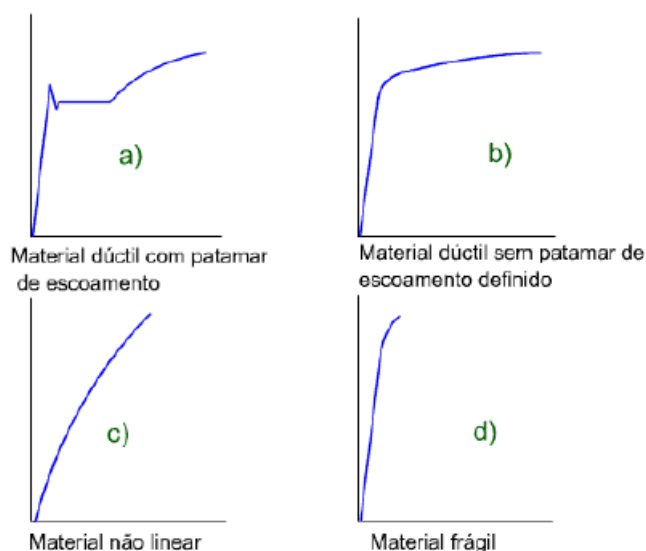


Figura 29- Comportamentos típicos de curvas tensão deformação, [27].

Em a) vê-se um material dúctil típico, como um aço de baixo carbono recozido. Entre os materiais dúcteis existem aqueles que não mostram claramente o patamar de escoamento, como em b). As figuras c) e d) mostram possíveis curvas de comportamento para materiais frágeis. No caso c) aparece um comportamento não linear em baixos níveis de tensão, que é característica dos ferros fundidos. Já em d) o comportamento é elástico e linear até próximo da ruptura, característica de materiais cerâmicos e ligas fundidas de elevada dureza, [27].

#### 4.4 Ensaio de tração

O diagrama tensão - deformação varia de material para material. Por outro lado, as características mecânicas de um mesmo material, são afetadas pelo próprio processo de fabrico do material mas também por fatores como a temperatura ambiente de funcionamento das peças. Na figura 30 apresentamos a curva típica tensão – deformação obtida no ensaio de tração para um aço, [27].

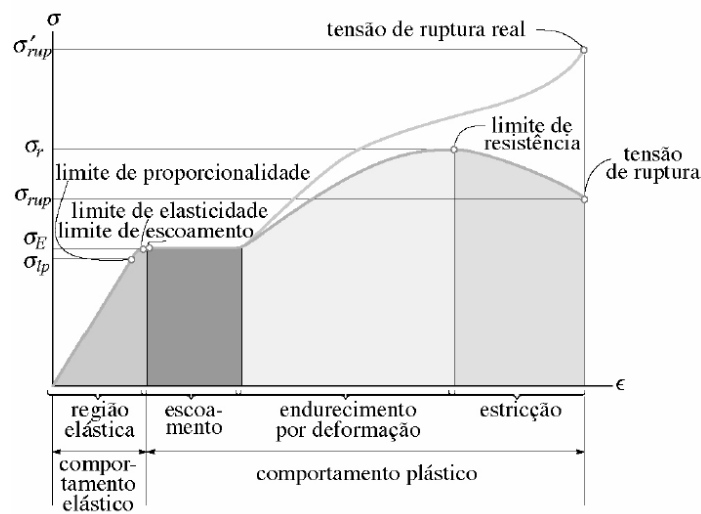


Figura 30- Diagrama de tensão deformação para um aço, [27].

Os materiais dúcteis, de que são exemplo o aço macio são caracterizadas por apresentarem cedência de material quando ensaiados a temperaturas médias. No caso da figura 30, na parte inicial do ensaio, a curva tensão – deformação apresenta um comportamento linear. Trata-se da zona de validade da Lei de Hooke, caracterizada pela proporcionalidade entre tensões e deformações, [27].

Uma vez ultrapassada a tensão de cedência do material verifica-se um escoamento do material a tensão constante (patamar de cedência) ou com pequeno aumento da tensão. O próximo estágio do ensaio está associado com o valor máximo da tensão a partir do qual se verifica uma diminuição da secção resistente do provete, fenómeno esse designado por estrição. Após o início da estrição, dada a diminuição da secção resistente na zona média do provete, verifica-se uma diminuição da sollicitação necessária à deformação e daí a diminuição da tensão nominal, [27].

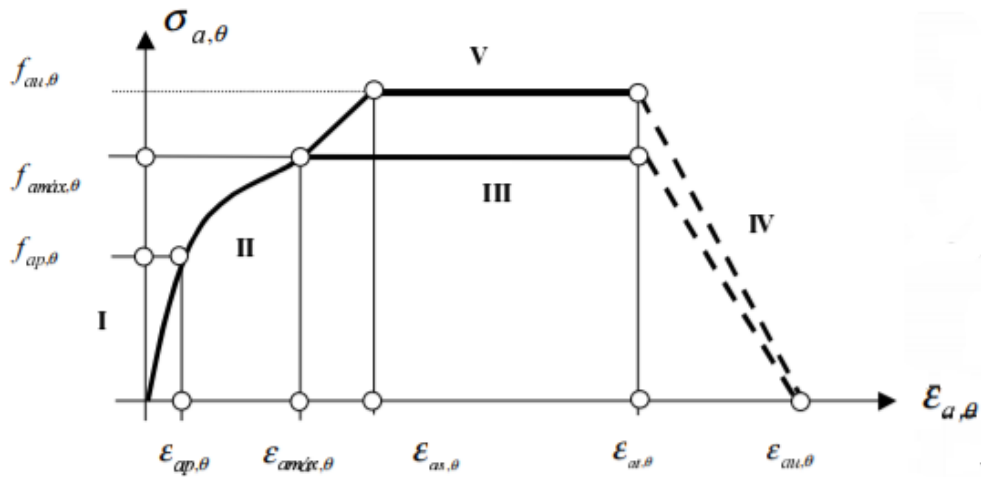


Figura 31-Curva tensão extensão do aço a temperatura ambiente e elevadas temperaturas [26]

---

## Capítulo 5: Estudo analítico do comportamento elástico de arcos metálicos

---

### 5.1 Introdução

Neste capítulo é feita uma abordagem sobre o estudo do comportamento elástico de arcos metálicos, bem como a descrição da carga crítica de Euler e a carga crítica de Timoshenko. É apresentada uma descrição sobre os conceitos considerados importantes, acerca de elementos estruturais, de vigas, pilares e arcos.

### 5.2 Enquadramento elementos estruturais

A decomposição da estrutura em partes, que possam ser associadas a uma teoria de cálculo já consolidada no meio técnico, dá origem aos elementos estruturais. A classificação dos elementos estruturais envolve a geometria e uma subclassificação, ligada ao tipo de esforço predominante, [28].

#### Elementos lineares

A principal característica dos elementos lineares, ou barras, é possuir uma das dimensões maior que as restantes. Os elementos lineares são aqueles em que o comprimento longitudinal é maior que a secção, chamados “barras”. Os exemplos mais comuns são as vigas e os pilares. O elemento linear pode ser representado por o eixo longitudinal, e normalmente tem o comprimento limitado pelo centro dos apoios ou por interseção com o eixo longitudinal de um outro elemento. Destacam-se entre eles as vigas, os pilares e os arcos, [28].

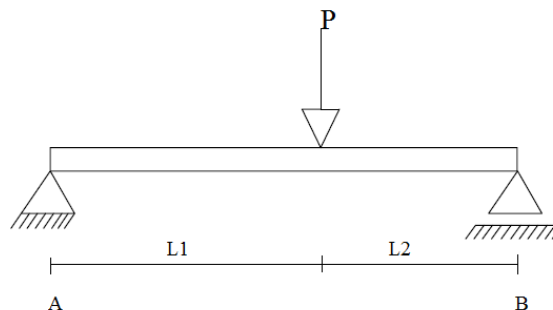


Figura 32- Viga simplesmente apoiada

Os arcos são constituídos por barras curvas. Os esforços solicitantes principais são as forças normais de compressão que podem agir simultaneamente ou não com momentos fletores, [28].

De maneira simples, os arcos representam barras em formato curvo, onde a parte central é mais alta do que as extremidades. A forma da curva que define o arco em função do tipo de material a ser utilizado, da disponibilidade do mesmo e dos esforços atuantes na estrutura, [28].

Os materiais mais utilizados atualmente na construção de arcos são o aço e o betão armado, já que oferecem maiores possibilidades para que se utilizem arcos com maiores vãos e também mais agradáveis esteticamente, [28].

Em geral, os arcos estão submetidos a esforços de compressão, porém podem existir carregamentos que não correspondam ao perfil definido para o arco, ou seja, carregamentos que não causem somente esforços de compressão. Este tipo de carregamento, que faz com que surjam uma força cortante e momento fletor é chamado de carregamento não balanceado, que deve ser também suportado pelo arco. Quanto mais alto o arco, maior o vão, maior o peso e maiores serão as reações de apoio, [28]

#### Classificação dos arcos

Relativamente à forma, os arcos podem ser classificados em parabólicos e circulares podem ter também formas elípticas ou catenária.

Quanto a estabilidade podem ser classificados em isostáticos ou hiperestáticos. Na tabela 3 são apresentados os diferentes tipos de arcos.

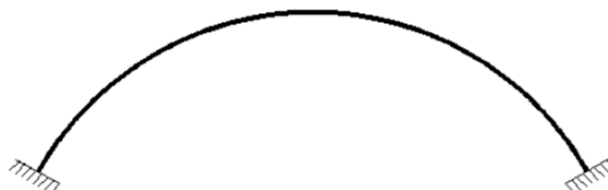
Os arcos isostáticos (a) possuem dois apoios fixos com uma articulação entre os apoios. Os arcos hiperestáticos podem ser: bi-encastrado (b): é vinculado com encaixe nas extremidades e é três vezes hiperestático; Os arcos bi-articulados (c): É vinculado com apoios fixos nas extremidades, e é uma vez hiperestático. O arco com tirante (d): possui um apoio fixo e um apoio móvel, conectados por uma barra tracionada denominada tirantes. O arco com tirante é uma vez hiperestático. Com uma articulação (e) : bi- encastrado com uma articulação intermediária, [28].

Tabela 3- Classificação dos arcos

Arco isostático (a)



Arco com apoio bi-  
encastrado (b)



Arco com apoio bi-  
articulado (c)



Arco com tirante  
(d)



Arco bi-  
encastrado com  
uma articulação (e)



### 5.3 Carga crítica de Euler

Considere-se uma coluna biarticulada sujeita a uma carga  $P$  perfeitamente centrada. Um modo de ruína possível é quando a carga  $P$  atinge um valor tal que o elemento ultrapasse a sua resistência (quando atinge a tensão de rotura da cedência do material. Outro modo de ruína possível é quando o valor da carga  $P$  se encontra acima do qual a coluna se torna instável. Se esse valor da carga  $P$  for ultrapassado, à mínima perturbação na coluna, haverá uma repentina deformação lateral, que se dá o nome de “varejamento” ou “encurvadura”, [29].

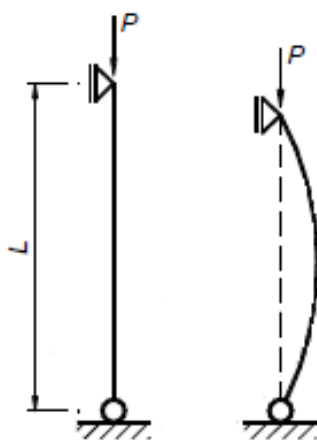


Figura 33- Coluna bi- articulada sujeita a uma carga  $P$  perfeitamente centrada [11]

Esta carga designa-se por carga crítica e pra colunas muito esbeltas, pode ser inferior à carga que provoca a cedência do material. Para se entender melhor os conceitos de carga crítica e estabilidade de colunas, considere-se a coluna representada na figura, constituída por dois troços rígidos, articulados entre si por um meio de uma mola de rotação de constante  $k$ . Quando se aplica uma pequena força horizontal na rótula e a carga  $P$  ainda é pequena, a coluna, como indicado na figura, recupera verticalmente logo que a força horizontal é removida. Diz-se então que a coluna está em equilíbrio estável. No entanto se a carga  $P$  for grande, a aplicação da mesma carga horizontal, por pequena que seja, desencadeia uma repentina deformação lateral, e a verticalidade já não é recuperada quando a carga horizontal é removida. Diz-se então que a coluna está em equilíbrio instável. O valor da carga  $P$  acima do qual o equilíbrio passa de estável a instável designa-se por carga crítica e representa-se por  $P_{cr}$ , [29].

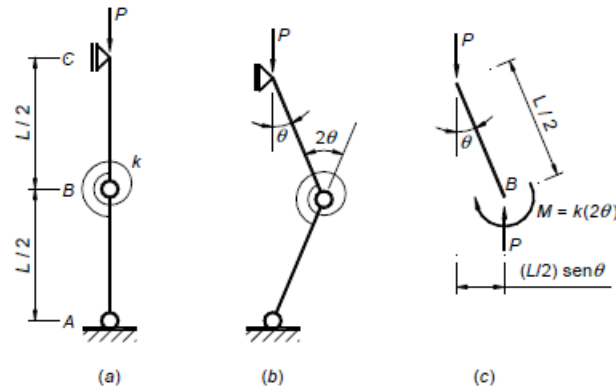


Figura 34 – Coluna com rotula a meia altura, perfeitamente retilínea e sujeita a uma carga perfeitamente centrada. [29]

Para se determinar o valor da carga crítica da coluna em causa, efetua-se o equilíbrio de momentos, ver figura 35 e obtém-se

$$\sum M = 0 \Leftrightarrow k2\theta = \frac{1}{2}PL * \sin\theta \Leftrightarrow P = \frac{4K\theta}{L\sin\theta} \quad (22)$$

Esta fórmula relaciona o ângulo  $\theta$  com a carga  $P$  que mantém a estrutura em equilíbrio na posição correspondente ao ângulo  $\theta$ . A carga crítica obtém-se fazendo  $\theta=0$ . Substituindo-se  $\theta$  por 0 na equação 19 obtém-se uma indeterminação do tipo 0/0. No entanto,  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\sin x}{x} \right) = 1$ , de onde resulta, [29]:

$$P_{cr} = \frac{4K}{L} \quad (23)$$

Encontrando-se assim a carga que torna o equilíbrio instável. A figura 35 mostra o gráfico  $P = P(\theta)$  correspondente a equação 1. Se a carga  $P$  ultrapassar o valor de  $P_{cr}$ , a coluna permanece em equilíbrio, mas fica num estado relativamente perigoso: à mais pequena perturbação, a coluna pode adquirir repentinamente um certo ângulo  $\theta$ , positivo ou negativo. Por isso o equilíbrio se diz instável. O ponto do gráfico corresponde a  $P_{cr}$  que se designa por ponto de bifurcação do equilíbrio, [29]:

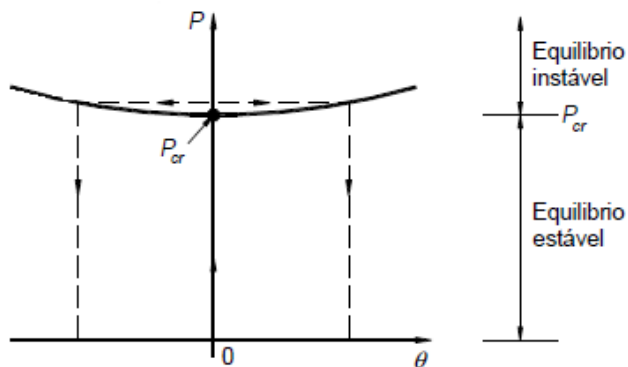


Figura 35- Gráfico de  $P=P(\theta)$  de uma coluna perfeita [29]

Considere-se agora a mesma coluna mas com uma imperfeição, caracterizada pela existência de uma deformação inicial  $\theta_0$  – figura 36 (a). Repare-se que a coluna com imperfeição começa logo a deformar-se para valores pequenos de  $P$ . Efetuando o equilíbrio de momentos em torno de B, é possível relacionar a carga  $P$  com a deformação  $\theta=\theta_0+\Delta\theta$  (figura 36 (c)). Tem-se, [29]:

$$\sum M_B = 0 \Leftrightarrow k2\Delta\theta = P\frac{1}{2} * \sin(\theta_0 + \Delta\theta) \Leftrightarrow P = \frac{4K\Delta\theta}{L\sin(\theta_0+\Delta\theta)} \quad (24)$$

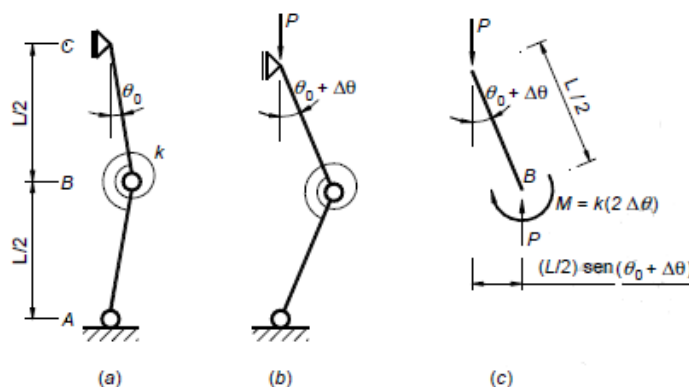


Figura 36 – Coluna com uma rótula a meia altura com uma imperfeição [29]

Fazendo-se  $\Delta\theta=0$ , obtém-se  $P=0$ . Quer dizer: uma coluna com uma imperfeição não possui carga crítica, isto é, não exibe o fenómeno de instabilidade descrito anteriormente, caracterizado pela ocorrência repentina de deformações laterais (varejamento ou encurvadura). Isto significa que o conceito de carga crítica é um conceito associado a colunas ideais (colunas sem imperfeições). Mas isso não significa que não se trate de um conceito útil. A figura 37 mostra o gráfico  $P=P(\theta)$ , com  $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$  (Eq. (2)). Conforme se observa, a coluna real (coluna com imperfeição) não possui ponto de bifurcação do equilíbrio, isto é, o equilíbrio é sempre estável, até que haja rotura do material. Repare-se também que, apesar

de não se atingir a carga crítica, as deformações laterais começam a aumentar muito rapidamente quando carga  $P$  se aproxima da carga crítica. Pode visualizar-se a carga crítica como um limite superior da carga máxima que se pode aplicar na coluna, e daí tratar-se de um conceito útil, [29].

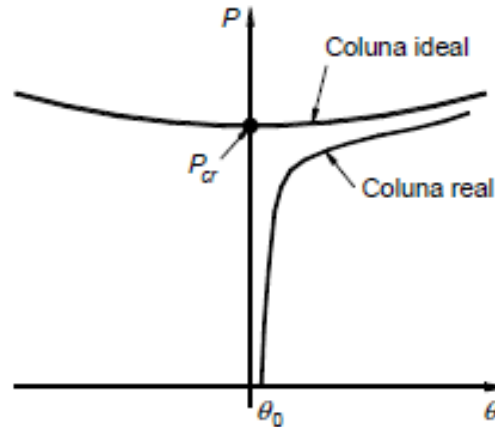


Figura 37 – Gráfico de  $P = P(\theta)$  de uma coluna ideal versus uma coluna real [29]

O fato das deformações começarem a aumentar muito rapidamente quando a carga  $P$  se aproxima da crítica, mostra que o colapso de colunas reais por encurvadura pode dar-se de dois modos distintos. Por um lado, o aumento das deformações equivale à perda de rigidez, isto é, a coluna deixa de poder suportar carga adicional por falta de rigidez, mesmo que não tenha ocorrido ainda a plastificação do material. Neste caso o colapso dá-se por perda de rigidez, com a coluna permanecendo ainda em regime elástico. Por outro lado, o fato de as deformações aumentarem rapidamente, significa que os momentos fletores (associados à flexão lateral) vão também aumentar rapidamente, e conseqüentemente a possibilidade de se atingirem as tensões de cedência nas fibras extremas, o que faz aumentar ainda mais as deformações. Neste caso, o colapso dá-se por encurvadura com plastificação do material, [29].

O fenómeno de colapso por falta de rigidez, mesmo sem plastificação do material, é facilmente visualizável através de uma pequena experiência, recorrendo a uma palheta. Ao comprimirmos a palheta (figura 38) verifica-se que esta se deforma lateralmente com muita facilidade, isto é, apresenta uma capacidade de suporte muito baixa. Ao aliviarmos a palheta, verifica-se que ela recupera a sua verticalidade, demonstrando assim que não ocorreu plastificação do material, [29].

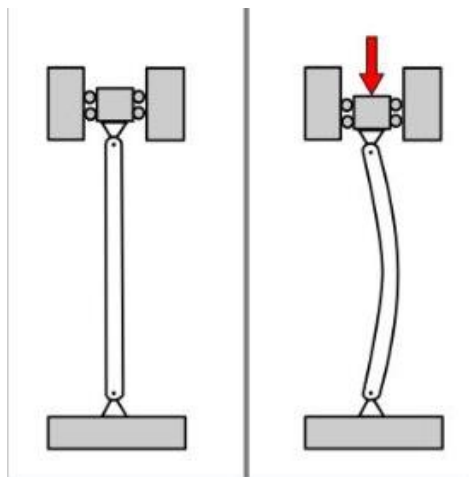


Figura 38 – Ilustração de uma encurvadura

Considere-se uma coluna com ambas as extremidades articuladas, como está representado na figura seguinte. O momento fletor em qualquer secção será:

$$M_{fy} = -Pz \quad (25)$$

Considerando o diagrama de corpo livre representado na figura 30, por equilíbrio de momento a equação seguinte pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{d^2z}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \text{ vem } \frac{d^2z}{dx^2} = \frac{Pz}{EI} \quad (26)$$

Logo vem

$$\frac{d^2z}{dx^2} + \frac{Pz}{EI} = 0 \quad (27)$$

Trata-se de uma equação diferencial de segunda ordem, homogénea, de coeficientes constantes. A equação assemelha-se à equação diferencial do movimento harmónico simples cuja solução é :

$$z = A_1 * \sin\left(\frac{P}{EI}\right)^{\frac{1}{2}}x + A_2 \cos\left(\frac{P}{EI}\right)^{\frac{1}{2}}x \quad (28)$$

Em que  $A_1$  e  $A_2$  são constantes de integração. A partir das condições de fronteira ( $z=0$  para  $x=0$  e  $x=l$ ) obtém-se  $A_2=0$  e

$$0 = A_1 * \sin\left(\frac{P}{EI}\right)^{\frac{1}{2}}x * l \quad (29)$$

Cuja solução trivial sem encurvadura se verifica para  $A_1=0$ . Se  $A_1 \neq 0$  vem

$$\sin\left(\frac{P}{EI}\right)^{\frac{1}{2}}x * l = 0 \quad (30)$$

Esta equação é satisfeita se  $(\frac{P}{EI})^{1/2}l = n\pi$ , em que n é um numero inteiro. Para n=1 dá a carga critica

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \quad (31)$$

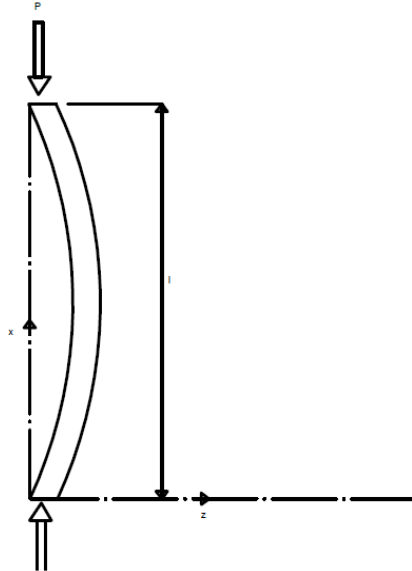


Figura 39- Encurvadura de uma coluna articulada nas duas extremidades, [11]

A equação de anterior é conhecida como a fórmula de Euler que se aplica apenas a extremidades articuladas. Substituindo estes resultados na equação da deformada vem

$$z = A_1 * \sin\left(\frac{\pi x}{l}\right) \quad (32)$$

Que é a equação da curva sinusoidal. A carga crítica mínima verifica-se para n=1 e é a qua mais interessa sob o ponto de vista do dimensionamento à encurvadura. Para valores de  $n > 1$  obtém-se deformadas com n pontos de inflexão, que são múltiplos de várias ondas sinusoidais.

No caso da excentricidade nula a carga critica não provoca um deslocamento infinito como no caso anterior, mas sim um valor indeterminado, de onde se obtém também uma condição de instabilidade elástica, [29].

### 5.4 Carga crítica de Timoshenko

A equação diferencial para a curva de deslocamento para barras finas com curvatura circular, por exemplo, arcos circulares, é dada pela equação, onde  $R$  é o raio da curvatura inicial,  $EI$  a rigidez à flexão do elemento no plano com a curvatura inicial,  $Sw$  o momento de flexão aplicado e  $\theta$  o ângulo do arco a um ponto arbitrário. [30]

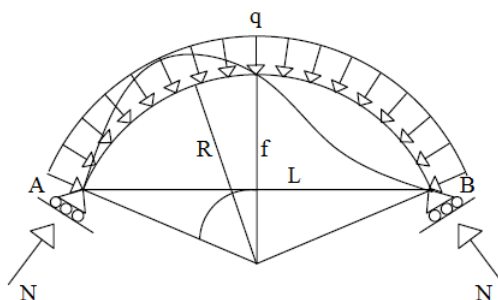


Figura 40- Arco metálico submetido a uma carga radialmente distribuída, [30].

O valor crítico da pressão  $q$  em que ocorre encurvadura pode ser encontrada a partir da equação diferencial da curva de flexão da barra curva. Considerando, como antes do arco circular inicial como uma curva de funicular para a pressão uniforme a EQ torna-se:

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + w = -\frac{R^2Sw}{EI} \quad (33)$$

Onde  $S = q * R$  é a força compressiva axial e  $w$  é o deslocamento radial em direção ao centro. Usando a notação anterior, [25].

$$k^2 = 1 + \frac{qR^3}{EI} \quad (34)$$

Obtemos

$$\frac{d^2w}{d\theta^2} + k^2w = 0 \quad (35)$$

A solução geral desta equação é

$$w = A * \sin(k\theta) + B * \cos(k\theta) \quad (36)$$

Para satisfazer as condições na extremidade esquerda ( $\theta = 0$ ), devem tomar  $B = 0$ .

As condições na extremidade direita ( $\theta = 2\alpha$ ) serão satisfeitas tomamos

$$\sin(2\alpha\theta) = 0 \quad (37)$$

A menor raiz desta equação satisfazendo a condição de inextensibilidade do centro da barra é, [25]:

$$k = \frac{\pi}{\alpha} \quad (38)$$

E, usando a notação (b) obtemos:

$$q_{er} = \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1 \right) \quad (39)$$

Resolveu-se a equação em ordem ao q, substitui-se o ângulo por a que corresponde a metade da abertura do um arco genérico e obteve-se a equação 15. Multiplicando pelo raio do arco e substituindo pelo seu comprimento,  $S = R2a$ , obtém-se a carga axial crítica, equação, [30].

$$N_{cr} = \frac{EI}{R^3} \left( \frac{\pi^2 - \alpha^2}{\alpha^2} \right) \Leftrightarrow N_{cr} = \frac{EI}{\left(\frac{S}{2}\right)^2} (\pi^2 - \alpha^2) \quad (40)$$

Os gráficos das figuras 41 e 42 dizem respeito as soluções para o cálculo da carga linear elástica de encurvadura. Analisou-se a carga crítica e dividiu-se pela resistência plástica da secção em função do rácio da altura sobre o comprimento do arco ( $f/L$ ) e é possível verificar que a carga obtida pela teoria clássica de encurvadura de Timoshenko, apresenta resultados semelhantes a carga obtida pela teoria clássica de Euler. [30]

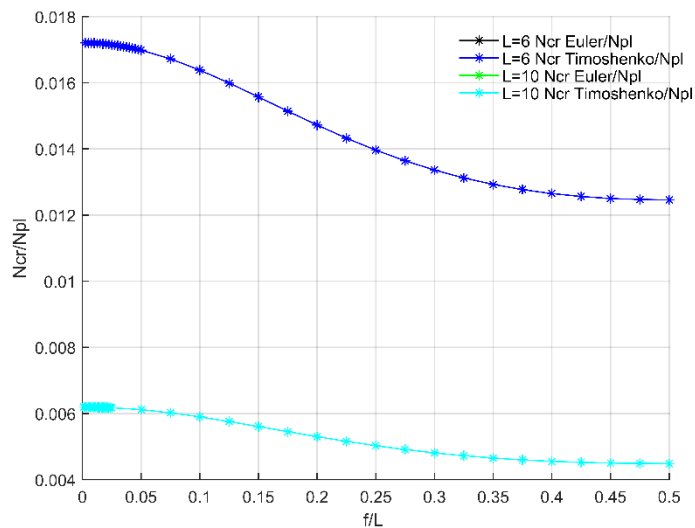


Figura 41- Gráfico de comparação dos valores da carga crítica de Timoshenco e Euler para arcos de  $L=6$  e  $L=10$

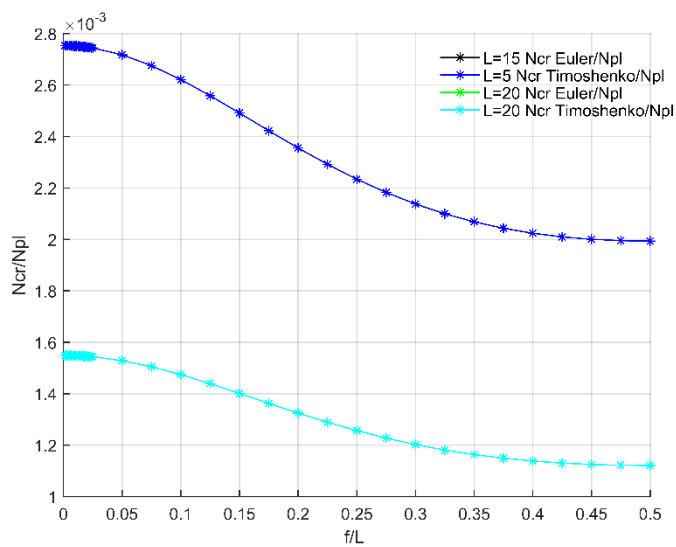


Figura 42-Gráfico de comparação dos valores da carga crítica de Timoshenco e Euler para arcos de  $L=15$  e  $L=20$

## Capítulo 6: Estudo numérico de arcos metálicos

---

### 6.1 Introdução

Neste capítulo descreve-se uma análise linear elástica de arcos metálicos. Na análise linear elástica o principal objetivo é a obtenção da carga crítica. A determinação destes valores é importante para a garantia de que a instabilidade no elemento não ocorra. Para a resolução deste tipo de problemas existem métodos de cálculo analítico e numérico. Para a resolução de problemas de instabilidade podem ser utilizadas formulações diferenciais baseadas nas condições de encurvadura para pequenas deformações. Quando se utilizam equações diferenciais para grandes deformações as condições de instabilidade são diferentes.

Neste capítulo é apresentada uma forma de cálculo para calcular as reações no arco e os esforços internos bem como a resistência elástica de arcos à encurvadura e a determinação de modos de instabilidade de arcos metálicos.

### 6.2 Reações de arcos metálicos

A estabilidade de um arco metálico é definida através do cálculo das reações de apoio do arco. A figura 43 representa o modelo em estudo com as forças aplicadas e as reações de apoio. O arco apresentado na figura é um arco com apoio biarticulado e com duas cargas pontuais.

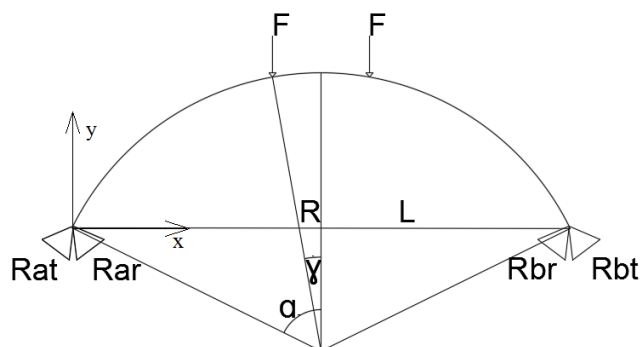


Figura 43- Arco metálico com reações de apoio

Através da figura 30 é possível definir as equações de equilíbrio do arco metálico. As equações de equilíbrio são as seguintes:

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ \sum F_x &= 0 \\ \sum MA &= 0\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}-Rar * \sin(\alpha) + Rat * \cos(\alpha) + Rbr * \sin(\alpha) - Rbt * \cos(\alpha) &= 0 \\ Rar * \cos(\alpha) + Rat * \sin(\alpha) + Rbr * \cos(\alpha) - Rbt * \sin(\alpha) - 2 * F &= 0 \\ Rbr * \cos(\alpha) * L + Rbt * \sin(\alpha) * L - F \left(\frac{L}{2} - L1\right) - F \left(\frac{L}{2} + L1\right) &= 0\end{aligned}\tag{41}$$

O sistema de equações apresentado é um sistema de equações com três equações e quatro incógnitas, ou seja, é um sistema de equações impossível de resolver. Para a resolução do sistema de equações é necessário definir mais uma equação para que seja possível resolver o sistema.

O cálculo da equação que permite a resolução do sistema é descrito através dos esforços internos definido pelo teorema de Castigliano. Este teorema resulta diretamente do teorema de trabalhos virtuais e tem larga aplicação na mecânica estrutural, principalmente no cálculo de deslocamentos

## Capítulo 7: Cálculo analítico de arcos metálicos

### 7.1 Introdução

O presente capítulo apresenta o cálculo analítico de arcos metálicos, este cálculo foi efetuado através do *software Matlab*, que serviu para o cálculo analítico dos esforços internos bem como a resolução das equações de reação. O comprimento de encurvadura de arcos metálicos está descrito no subcapítulo 7.3 e o modo como foi efetuado. Por último o subcapítulo 7.4 apresenta o cálculo da carga crítica do *Ansys*. Neste capítulo é detalhada toda a informação para a obtenção da carga crítica, também é descrita a forma como se obteve a carga e as etapas que foram seguidas para a sua obtenção.

### 7.2 Esforços internos

A figura 44 diz respeito aos esforços internos do arco metálico em estudo.

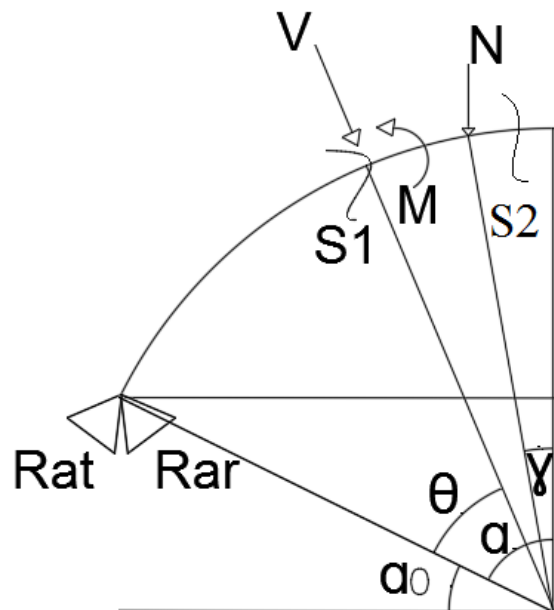


Figura 44- Representação dos esforços internos de um arco

Através da figura 45 é possível definir os esforços internos e as reações na secção 1 e na secção 2. Para a secção 1 obtém-se o seguinte sistema de equações.

$$\begin{aligned}\sum Fy &= 0 \\ \sum Fy &= 0 \\ \sum MA &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Rat * \sin(\alpha_0) - Rar * \cos(\alpha_0) + V1 * \cos(\theta + \alpha_0) + N1 * \sin(\theta + \alpha_0) &= 0 \\ Rat * \cos(\alpha_0) + Rat * \sin(\alpha) - V1 * \sin(\theta + \alpha_0) + N1 * \cos(\theta + \alpha_0) + N1 * \cos(\theta + \alpha_0) &= 0 \\ M1 - V1 * R * \sin(\theta) + N1 * (R - R * \cos(\theta)) &= 0\end{aligned}\tag{42}$$

Para a secção 2 obtém-se o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned}\sum Fy &= 0 \\ \sum Fy &= 0 \\ \sum MA &= 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}Rat * \sin(\alpha_0) - Rar * \cos(\alpha_0) + V2 * \cos(\theta + \alpha_0) + N2 * \sin(\theta + \alpha_0) &= 0 \\ Rat * \cos(\alpha_0) + Rat * \sin(\alpha) - V2 * \sin(\theta + \alpha_0) + N2 * \cos(\theta + \alpha_0) + N2 * \cos(\theta + \alpha_0) - F &= 0 \\ M2 - V2 * R * \sin(\theta) + N2 * (R - R * \cos(\theta)) - F \left(\frac{L}{2} - R * \sin(\gamma)\right) &= 0\end{aligned}\tag{43}$$

Apos a resolução do sistema é possível definir os esforços internos (N1,V1,M1,N2,V2,M2).

$$N1 = \frac{Rar * \cos(\alpha_0) - Rat * \sin(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0 + x)}\tag{44}$$

$$V1 = \frac{Rat * \cos(\alpha_0) + Rar * \sin(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0 + x)}\tag{45}$$

$$M1 = \frac{R * Rar * \cos(\alpha_0) - R * Rat * \sin(\alpha_0) - R * Rar * \cos(\alpha_0) * \cos(x) + R * Rat * \cos(\alpha_0) * \sin(x) + R * Rat * \sin(\alpha_0) * \cos(x) + R * Rat * \sin(\alpha_0) * \sin(x)}{\sin(\alpha_0 + x)}\tag{46}$$

$$N2 = \frac{Rar * \cos(\alpha_0) - Rat * \sin(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0 + x)}\tag{47}$$

$$V2 = \frac{Rat * \cos(\alpha_0) - F + Rar * \sin(\alpha_0)}{\sin(\alpha_0 + x)}\tag{48}$$

$$M2 = \frac{F * L * \sin(\alpha_0 + x) + 2 * R * Rar * \cos(\alpha_0) - 2 * R * Rat * \sin(\alpha_0) - 2 * R * Rat * \sin(\alpha_0) - 2 * F * R * \sin(x) - 2 * F * R * \sin(\alpha_0 + x) * \sin(b) - 2 * R * Rar * \cos(\alpha_0) * \sin(x) + 2 * R * Rat * \cos(\alpha_0) * \sin(x) + 2 * R * Rat * \sin(\alpha_0) * \cos(x) + 2 * R * Rar * \sin(\alpha_0) * \sin(x)}{2 * \sin(\alpha_0 + x)}\tag{49}$$

Depois do cálculo do esforços internos nas duas secções obtém-se a energia total de deformação que é definida por:

$$\begin{aligned} \frac{U}{\partial Rar} = & \frac{2}{EI} * \int_0^{\alpha-\gamma} M1 * \frac{\partial M1}{\partial Rar} * R d\theta + \frac{2}{AE} * \int_0^{\alpha-\gamma} N1 * \frac{\partial N1}{\partial Rar} * R d\theta + \frac{2K}{GA} * \\ & \int_0^{\alpha-\gamma} V1 * \frac{\partial V1}{\partial Rar} * R d\theta + \frac{2}{EI} * \int_{\alpha-\gamma}^{\alpha} M2 * \frac{\partial M2}{\partial Rar} * R d\theta + \frac{2}{AE} * \int_{\alpha-\gamma}^{\alpha} N2 * \frac{\partial N2}{\partial Rar} * R d\theta + \frac{2K}{GA} * \\ & \int_{\alpha-\gamma}^{\alpha} V2 * \frac{\partial V2}{\partial Rar} * R d\theta \end{aligned} \quad (50)$$

A equação da energia total de deformação na secção 1 e 2 define a quarta equação para a resolução do sistema de equações que apos a resolução do sistema se obtém as reações nos apoios A e B ou seja Rar, Rat; Rbr, Rbt representados na figura 44. O valor das reações foi efetuado calculado através do *software Matlab* para encontrar o valor

$$Rar = \frac{Rat * \cos(\alpha) - Rbt * \cos(\alpha) - Rbr * \sin(\alpha)}{\sin(\alpha)} \quad (51)$$

$$Rat = \frac{2 * F - Rar * \cos(\alpha) - Rbr * \cos(\alpha) - Rbt * \sin(\alpha)}{\sin(\alpha)} \quad (52)$$

$$Rbr = \frac{F * \left(\frac{L}{2} + L1\right) + \left(\frac{L}{2} - L1\right) - L * Rbt * \sin(\alpha)}{L * \cos(\alpha)} \quad (53)$$

$$Rbt = \frac{2 * \int_0^{a-b} \left(-\frac{\sigma_1}{\sin(\alpha_0+x)^2}\right) dx}{E * I} + \frac{2 * \int_{a-b}^a \left(\frac{\sigma_2}{4 * \sin(\alpha_0+x)^2}\right) dx}{E * I} \quad (54)$$

$$\begin{aligned} \sigma_1 = & R^2 * (\cos(\alpha_0 + x) - \cos(\alpha_0)) \\ & * (R * Rar * \cos(\alpha_0) - R * Rat * \sin(\alpha_0) - R * Rar * \cos(\alpha_0) * \cos(x) \\ & + R * Rat * \cos(\alpha_0) * \sin(x) + R * Rat * \sin(\alpha_0) * \cos(x) + R * Rar \\ & * \sin(\alpha_0) * \sin(x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_2 = & R * (2 * \cos(\alpha_0) - 2 * R * \cos(\alpha_0) * \cos(x) + 2 * \sin(\alpha_0) * \sin(x)) * (F * L \\ & * \sin(\alpha_0 + x) + 2 * R * Rar * \cos(\alpha_0) - 2 * R * Rat * \sin(\alpha_0) - 2 * F \\ & * R * \sin(x) - 2 * F * R * \sin(\alpha_0 + x) * \sin(b) - 2 * R * Rar * \cos(\alpha_0) \\ & * \cos(x) + 2 * R * Rat * \cos(\alpha_0) * \sin(x) + 2 * R * Rat * \sin(\alpha_0) \\ & * \cos(x) + 2 * R * Rar * \sin(\alpha_0) * \sin(x)) \end{aligned}$$

### 7.3 Modos de encurvadura

O comprimento de encurvadura de arcos metálicos têm em conta o primeiro modo instabilidade de arcos metálicos. Se o primeiro modo de instabilidade de arcos metálicos for o modo antissimétrico o comprimento de encurvadura é calculado da seguinte forma:

$$Le = S/2 \tag{55}$$

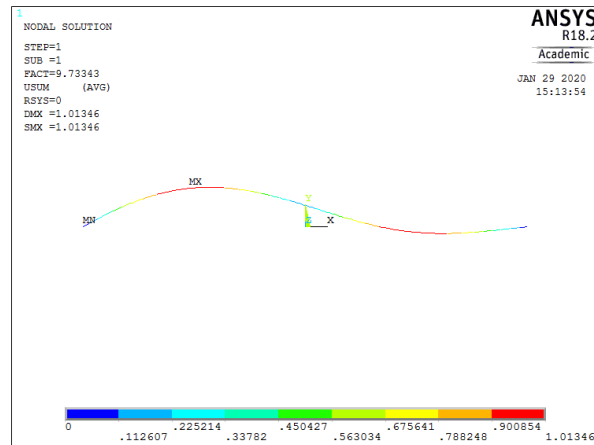


Figura 45- Modo antissimétrico de um arco metálico

Em que S representa a secção do arco que esta a compressão, como o primeiro modo é o modo antissimétrico logo metade do arco esta a compressão e a outra metade esta a tração. Se o arco apresentar o primeiro modo de instabilidade como o modo simétrico logo a equação que define esse modo é:

$$Le = S \tag{56}$$

Em que S está totalmente a compressão.

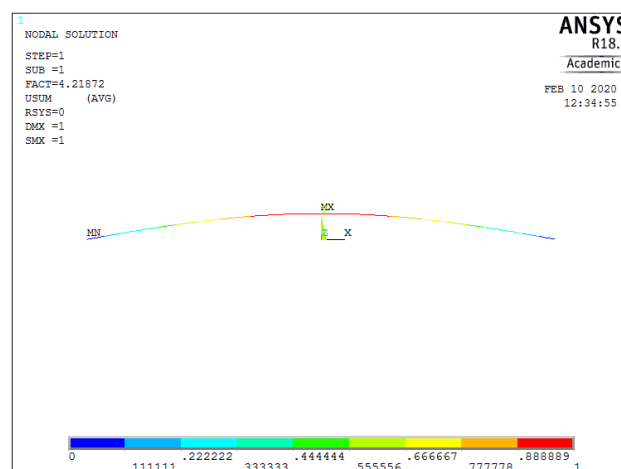


Figura 46- Modo simétrico de um arco metálico

#### 7.4 Cálculo do Ncr Ansys

As análises que se desenvolveram seguiram uma divisão em três etapas: Pré-processamento, solução e pós-processamento. O pré-processamento, como etapa inicial, é composto por diversos passos intermédios. Foi nesta etapa que se definiu todo o conhecimento sobre o problema em estudo. Foi também definido o tipo de elementos a utilizar na análise, as propriedades dos materiais, a modelagem do objeto em estudo, definição de malha, definição das ligações de condições de fronteira e carga aplicada.

Ao longo das análises que se seguiram os perfis considerados foram todos compostos pelo mesmo material, ao qual o aço é comum.

As características mais relevantes que foram determinantes e necessárias para que o comportamento da matéria no modelo computacional fosse o mais real possível são o coeficiente de Poisson 0,3, o modulo de Young(Pa)  $210 \cdot 10^9$  e a tensão de cedência do material (MPa) S355.

Nesta etapa e por forma a conseguir analisar o modo como as cargas atuam no corpo foi necessário criar uma malha definida por as propriedades descritas anteriormente. A forma como se cria a malha está dependente dos critérios do utilizador. Por um lado a utilização de uma malha muito grossa resultará numa análise defeituosa por outro uma malha muito fina resulta num grande esforço para o computador. Assim sendo foi necessário encontrar um meio-termo para apresentar resultados. De acordo com simulações efetuadas com diferentes tipos de malha, a malha mais adequada foi de 0.2.

Após encontrar a solução do problema passou-se para a etapa de Pós-processamento, onde foi possível efetuar a pré-visualização das soluções encontradas e retirar daí todas as informações e resultados pretendidos.

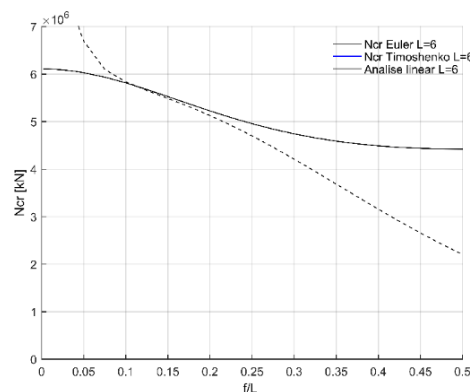


Figura 47-Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=6

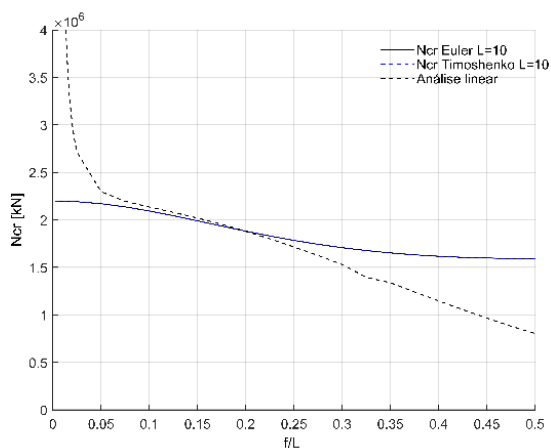


Figura 48- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=10

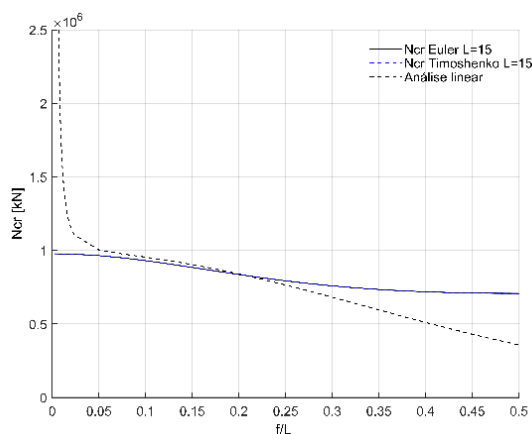


Figura 49- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=15

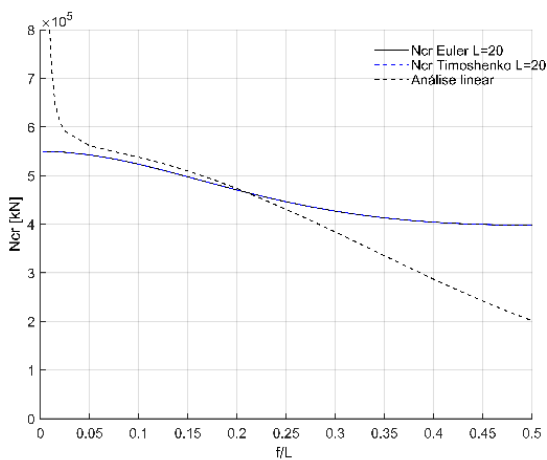


Figura 50- Gráfico de comparação dos resultados das análises para L=20

Os gráficos da figura 47 a 50 são as comparações da análise linear com a carga crítica de Euler e a carga crítica de Timoshenko. Pela leitura dos gráficos podemos verificar que são apresentados 2 curvas. A curva que representa o Ncr de Euler e o Ncr de Timoshenko foi obtida através da equação da teoria clássica de encurvadura de Euler e Timoshenko. A curva da análise linear foi obtida através de simulações no software ansys. De acordo com a análise dos gráficos podemos verificar que para arcos onde o rácio de  $f/L=0.15$  a carga crítica obtida através software ansys é maior que a carga crítica de Euler e a carga crítica de Timoshenko. Por outro lado quando o rácio de  $f/L>0.15$  a carga crítica do ansys é menor do que a carga crítica de Euler e a carga crítica de Timoshenko.

Para arcos mais rasos a carga de encurvadura é sobrestimada pela teoria clássica de encurvadura pois a contribuição da pré-encurvadura é grande para este tipo de arcos.

Para arcos circulares, observa-se uma divergência entre os dois métodos. Deste modo para arcos circulares não deve ser usada a teoria clássica de encurvadura, isto é, deve usar-se preferencialmente quanto à geometria uma análise linear. Outra observação que é possível retirar dos gráficos, é que arcos com comprimentos superiores suportam menos carga, é também possível verificar que à medida de o arco se torna mais circular menos carga aguenta.

## Capítulo 8: Análise Elasto-Plástica

---

### 8.1 Introdução

O presente capítulo diz respeito a análise elasto-plástica de arcos metálicos de diferentes geometrias, arcos rasos e arcos circulares. As simulações numéricas dos arcos são realizadas no software Ansys e os resultados obtidos são comparados às soluções numéricas encontradas.

O capítulo é dividido em 4 capítulos: no primeiro são apresentados grandes deslocamentos e deformações de arcos metálicos tendo em consideração a geometria inicial do arco; o segundo procura abordar diferentes configurações de cargas aplicadas e a influência da relação de  $f/L$ , em que  $f$  é a altura desde o chão até ao topo do arco e  $L$  é o comprimento do arco sobre o comportamento da estrutura; no terceiro é feita a descrição das tensões residuais de diferentes arcos metálicos; o quarto capítulo faz-se a descrição das imperfeições geométricas.

### 8.2 Grandes deslocamentos/ deformações

Para realização da simulação numérica foi utilizado o programa computacional ANSYS. Nesse programa são aplicadas formulações pelo método dos elementos finitos para a análise estrutural. A análise linear foi utilizada para a análise de estabilidade dos arcos, pois não foram consideradas imperfeições geométricas.

Inicialmente foi gerada a geometria dos arcos no próprio programa, cujas propriedades foram atribuídas conforme a variação do raio em função do comprimento. Para constituir os arcos foi escolhido o elemento de viga BEAM189. O elemento é um elemento quadrático de três nós em 3D que possui 7 graus de liberdade em cada nó, 3 translações, 3 rotações e mais 1 grau de liberdade associado ao empenamento. De acordo com ANSYS, o elemento BEAM189 é baseado na hipótese de viga de Timoshenko.

Os arcos em estudo foram analisados com o mesmo tipo de apoio arcos bi- articulados. A figura 52 representa a geometria e os respectivos apoios em que  $L$  é o comprimento na horizontal do arco,  $\alpha$  é o angulo de abertura,  $R$  é o raio de abertura,  $f$  representa a altura do arco e  $S$  é o comprimento do arco.

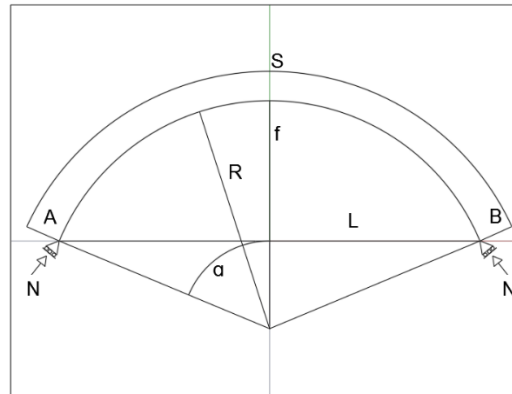


Figura 51- Arco com apoio bi- articulado

As figuras 53,54 e 55 dizem respeito aos 3 primeiros modos de intabilidade de arcos com diferentes comprimentos.

De acordo com a análise das figuras 53, 54 e 55 podemos verificar que apresentam 3 zonas distintas. A primeira zona diz respeito aos arcos até um ratio de  $f/L$  de 0.05, a segunda zona diz respeito aos arcos de 0.05 a 0.25 e a terceira zona diz respeito aos arcos de 0.25 a 0.5. Na segunda zona podemos verificar que os modos de intabilidade apresentam uma curva crescente até uma ratio de 0.25 e a partir de 0.25 é apresenta uma curva decrescente.

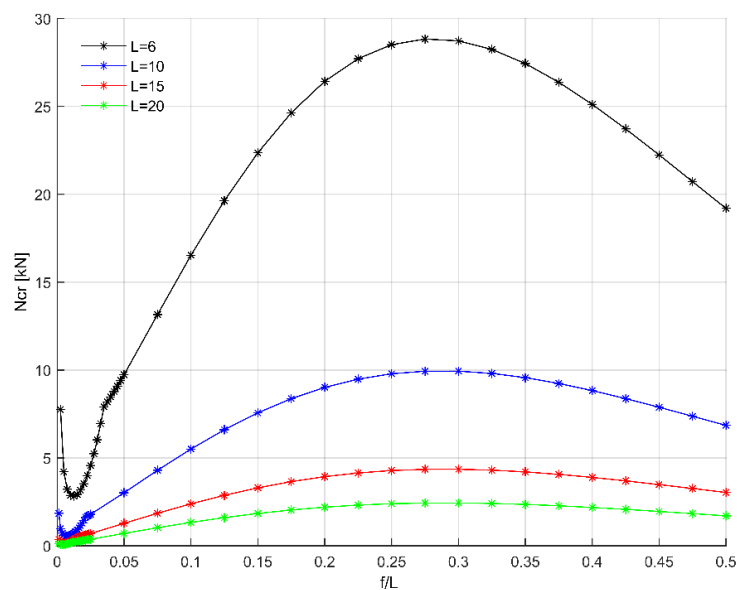


Figura 52- 1º Modo de Instabilidade

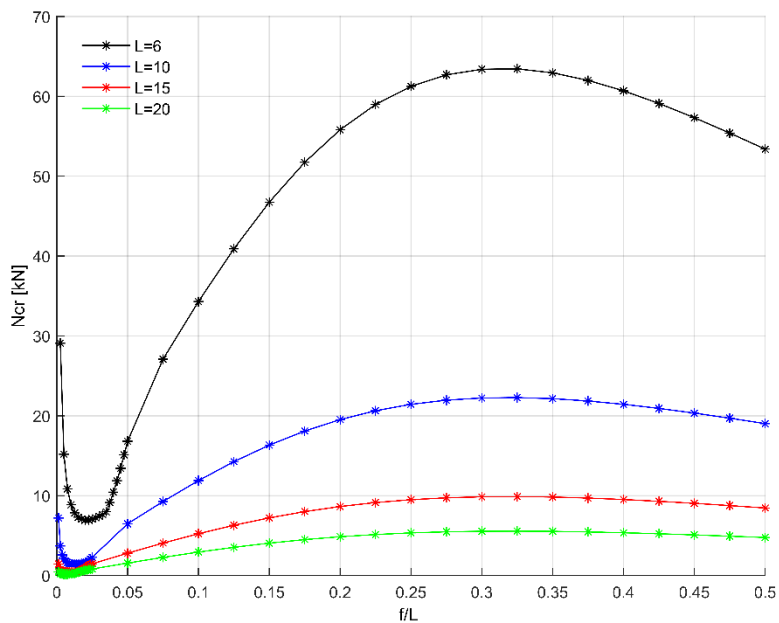


Figura 53- 2º Modo de Instabilidade

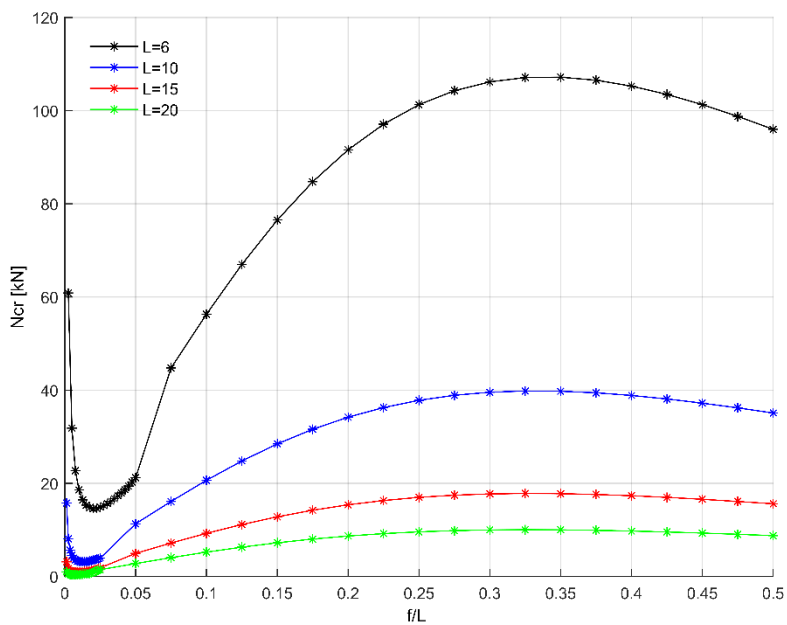


Figura 54- 3º Modo de Instabilidade

### 8.3 Determinação da carga de colapso de diferentes geometrias

Na análise não linear do material foram analisados os arcos com um comprimento de 6, 10, 15, 20 metros. Nesta análise foram utilizados dois modos de instabilidade, o modo simétrico e o modo antissimétrico. A análise não linear de estabilidade é, basicamente, um conjunto de análises estáticas, com base na aplicação de carga por incrementos, tendo em consideração os efeitos de grandes deformações e da variação da rigidez da estrutura com os incrementos de carga, estendido até o ponto em que a estrutura atinge o seu limite de estabilidade, por divergência das iterações do método de Newton, ou quando se deteta uma mudança de curvatura na trajetória de equilíbrio, no caso de estruturas que apresentem trajetórias de equilíbrio estáveis. É necessário ter a certeza que se está a aplicar um incremento de carga suficientemente pequeno nas imediações da carga crítica esperada. Se os incrementos de carga aplicados forem demasiado grosseiros, a carga crítica obtida pode não ser suficientemente precisa

Nesta simulação realizou-se uma análise de encurvadura onde foi aplicada uma carga gradual por incrementos através da equação seguinte. Variou-se linearmente a carga onde o incremento mínimo é 0 e o incremento máximo é 100, no final do incremento máximo a carga aplicada foi de 10000000 [N].

$$F = 100000 * t \quad (79)$$

A figura 56 e 57 representam a carga crítica em função do deslocamento vertical no topo do arco para arcos de 10 metros com  $f=0.1$  e  $f=0.5$  respetivamente.

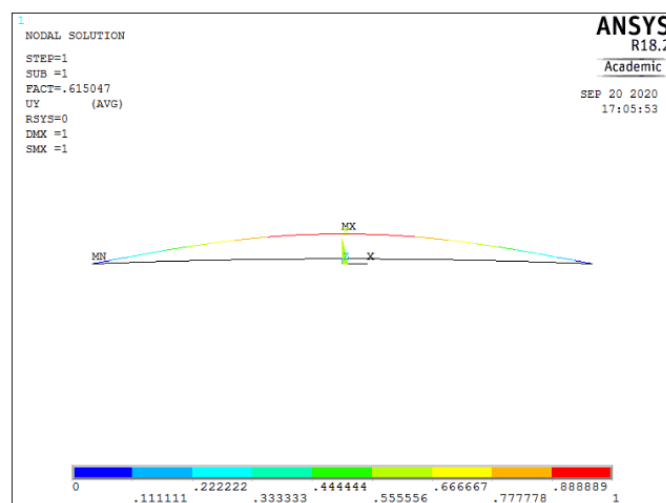


Figura 55- Carga crítica em função do deslocamento vertical

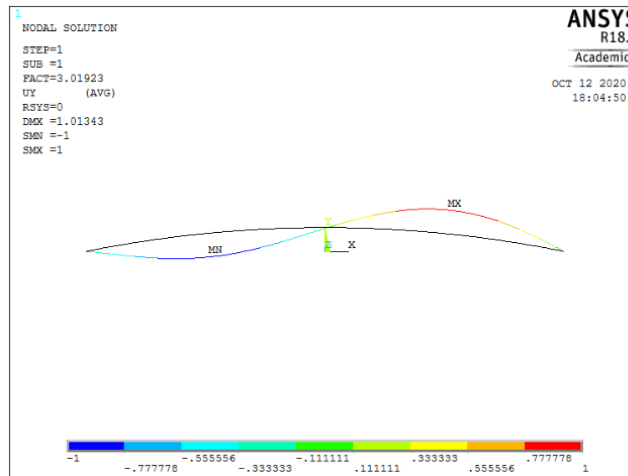


Figura 56 Carga crítica em função do deslocamento vertical

A determinação da carga de colapso tem em conta o primeiro modo de instabilidade de arcos metálicos. De acordo com as análises das figuras anteriores é possível verificar que existem dois tipos diferentes de carga crítica. A figura 56 diz respeito a carga crítica para arcos rasos onde o arco está totalmente a compressão, a figura 57 diz respeito a arcos circulares onde o arco está metade a compressão e a outra metade está a tração.

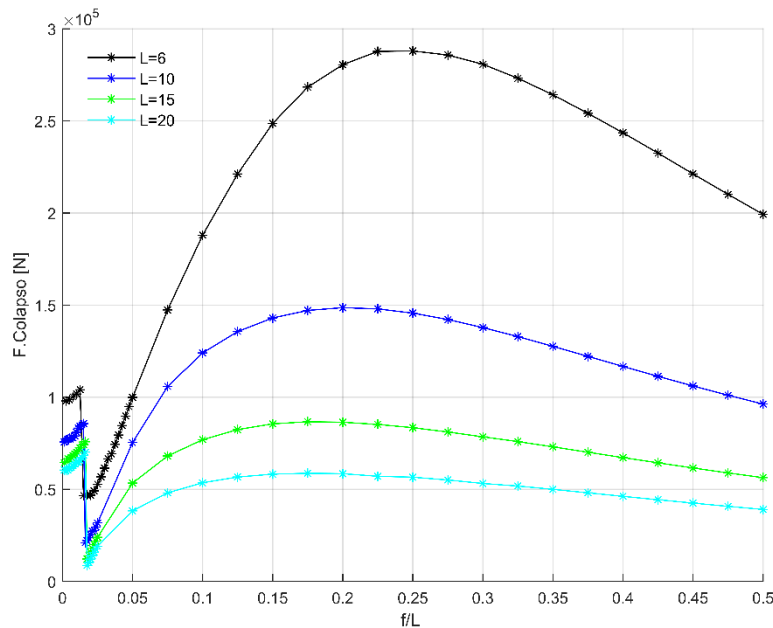


Figura 57- Gráfico da força de colapso de diferentes geometrias

O gráfico de figura 58 representa a força de colapso de diferentes geometrias. De acordo com a análise do gráfico é possível identificar 2 zonas distintas, onde essas zonas dizem respeito a dois diferentes tipos de colapso. A primeira zona do gráfico a um rácio de  $f/L$  onde vai de 0 a 0.01625. Nesta zona a carga de colapso é obtida por plastificação da

secção. A segunda zona vai de um rácio de 0.01625 a 0.5 onde a carga de colapso é obtida por encurvadura.

Para ambos os casos, à medida que o valor de  $f/L$  aumenta, ou seja, à medida que o arco se torna menos abatido, a carga de colapso torna-se mais elevada. Nos arcos rasos, a resistência aumenta lentamente a cada aumento de  $f/L$ , até  $f/L < 0,01625$ . No caso de arcos circulares a resistência aumenta inicialmente de forma rápida até  $0,2 < f/L < 0,25$  do arco e depois o aumento passa a ser mais constante para cada aumento de  $f/L$  até  $f/L < 0,5$

Para verificar de forma mais adequada como a carga afeta o comportamento do arco para diferentes relações  $f/L$ , foi elaborado um estudo para arcos rasos e outro para arcos circulares.

### 8.3.1 Determinação da carga de colapso por plastificação da secção (Exemplo de perfil $L=10m$ )

Esta secção diz respeito a carga de colapso por plastificação da secção. Neste estudo o objetivo é avaliar a carga de colapso por plastificação de forma a incluir os arcos rasos sobre uma carga vertical. A tabela seguinte é uma tabela para análise de um arco com um comprimento igual a 10m. Neste arco variou-se a altura do arco em função do comprimento ( $f/L$ ) e obteve-se os resultados da carga de colapso por plastificação da secção para diferentes geometrias. De acordo com a análise da tabela é possível verificar que quanto maior o rácio de  $f/L$  maior é a carga de colapso por plastificação da secção.

Tabela 4- Valores da força de colapso de diferentes geometrias

Rácio (f/L)	L	f	R	F.Colapso (N)
0.00125	10	0.0125	1000.006	75740.2
0.00375	10	0.0375	333.3521	77070.3
0.00625	10	0.0625	200.0313	78284.7
0.0075	10	0.075	166.7042	77968
0.01	10	0.1	125.05	80976
0.01125	10	0.1125	111.1674	83243.7
0.0125	10	0.125	100.0625	84244.8
0.015	10	0.15	83.40833	85697.9

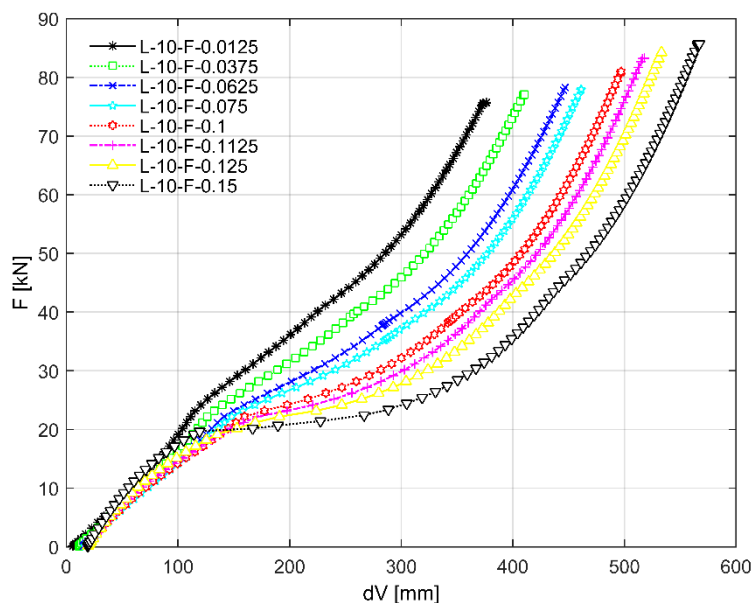


Figura 58- Deslocamento vertical de diferentes geometrias

As condições de geometria são fatores que influenciam o comportamento dos arcos. Na figura 59 são apresentados os resultados não lineares de equilíbrio que procuram destacar a influência das condições de geometria de diferentes arcos. O gráfico da figura 58 diz respeito a arcos rasos. Como esperado, os arcos com um rácio ( $f/L$ ) maior apresentam uma carga de plastificação maior e o deslocamento vertical também aumenta com o aumento do rácio.

### 8.3.1.1 Imperfeições geométricas e tensões residuais

Além das propriedades do material terem sido em conta, as imperfeições geométricas e as tensões residuais também foram parâmetros importantes para esta análise.

As imperfeições geométricas podem ser globais ou locais. As imperfeições locais dependem essencialmente do fabrico do aço, do seu arrefecimento e da própria laminagem que conferem ao aço pontos de imperfeições geométricas locais. As imperfeições geométricas globais devem-se maioritariamente ao transporte dos perfis bem como aos erros globais que impedem o perfil de ficar perfeito.

A imperfeição geométrica fora do plano pode ser descrita por dois parâmetros: um é a magnitude da imperfeição geométrica e o outro é a distribuição da imperfeição geométrica. Uma série de pesquisas concentraram-se no efeito da magnitude da imperfeição geométrica,

e um valor recomendado de  $S/1000$  é proposto, onde  $S$  é o comprimento de encurvadura do arco.

Para o cálculo da carga de colapso por plastificação da secção foi utilizado uma imperfeição geométrica baseado no primeiro modo de instabilidade.

De acordo com a análise da figura 59 podemos verificar que o modo que origina a carga de colapso por plastificação da secção é o modo simétrico, devido a o arco estar totalmente à compressão, logo a imperfeição geométrica a utilizar é

$$\delta = \frac{S}{1000} \quad (57)$$

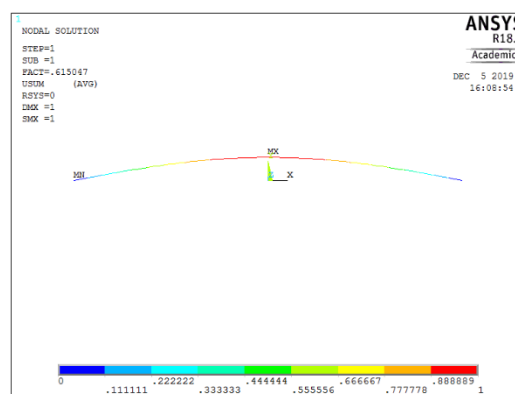


Figura 59-Modo simétrico de um arco metálico

A figura 61 representa as tensões residuais a utilizar para a análise. Foram aplicadas tensões residuais ao longo de todos os pontos de integração da secção transversal.

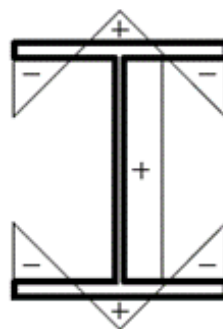


Figura 60- Tensões residuais aplicadas na secção de um arco metálico

Com as simulações não lineares obtém-se a carga de colapso do arco encontrada pela simulação do software Ansys.

As figuras seguintes representam as tensões equivalentes de Von Mises para arcos com  $L=10$ .

As figuras seguintes mostram a plastificação total da secção para perfis com  $L=10$  com diferentes alturas. De acordo com a análise das figuras podemos ver que a zona onde a carga esta aplicada está totalmente plastificada.

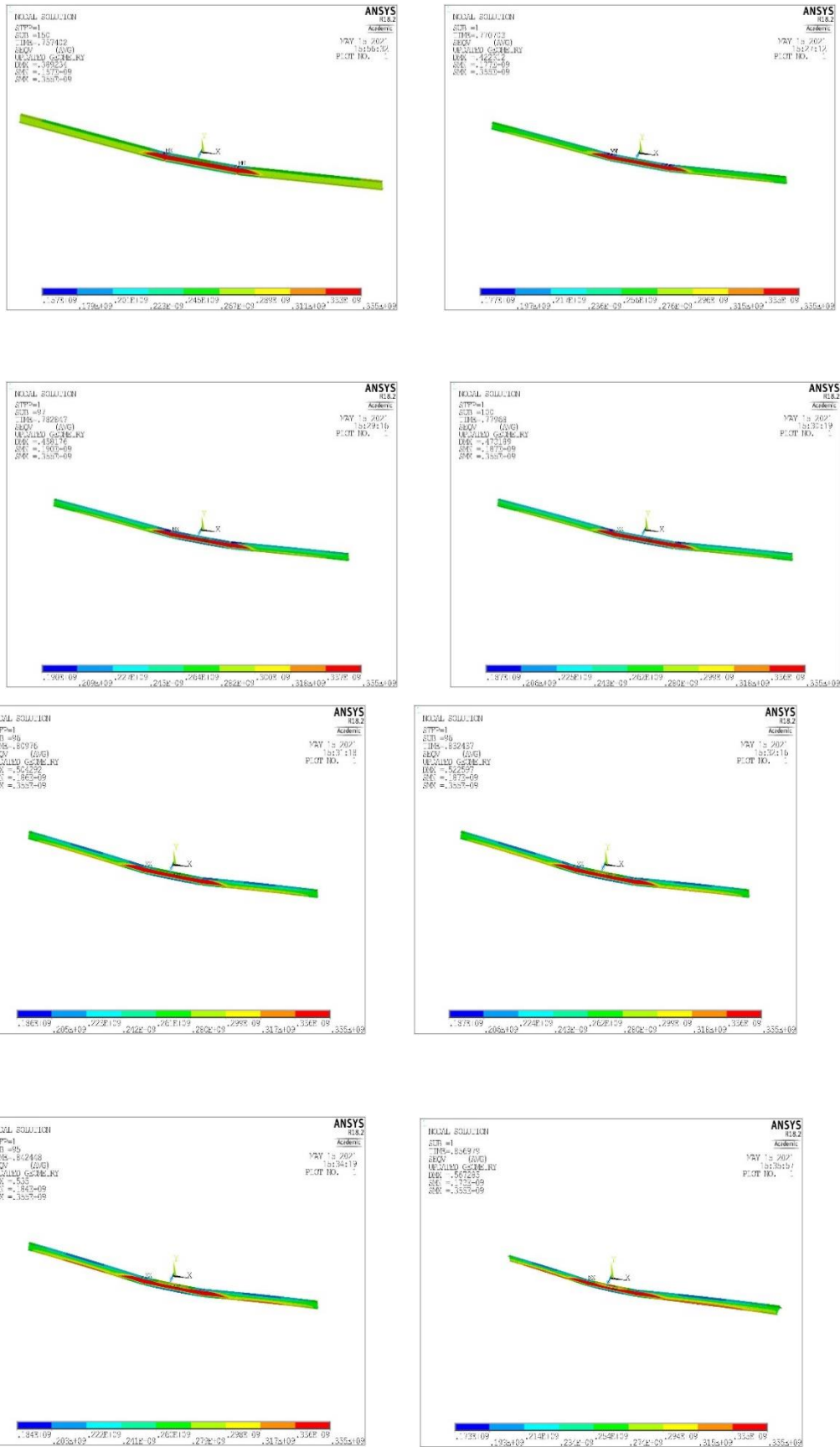


Figura 61- Tensões residuais de arcos com  $L=10$  de diferentes alturas

### 8.3.2 Determinação da carga de colapso por encurvadura

Esta secção diz respeito a carga de colapso por encurvadura. Na determinação da carga de colapso por encurvadura de uma estrutura é desenvolvido o problema de identificação da instabilidade de uma estrutura através da análise da sua matriz de rigidez ao longo de um caminho de equilíbrio. Sabe-se à partida que ao se considerar o problema geometricamente não linear, a matriz de rigidez do sistema não será constante. A solução é dada por um problema de valores e vetores próprios na resolução estática do problema para cada carregamento. Cada ponto de equilíbrio é então a solução de um problema de equilíbrio não linear em que o carregamento foi incrementado. O método de Newton-Raphson é utilizado na atualização da matriz tangente de rigidez da estrutura a cada iteração. O objetivo é avaliar a carga de colapso por encurvadura de forma a incluir os arcos circulares sobre uma carga vertical. A tabela 4 é uma tabela para análise de um arco com um comprimento igual a 10m. Neste arco variou-se a altura do arco em função do comprimento ( $f/L$ ) e obteve-se os resultados da carga de colapso por encurvadura da secção para diferentes geometrias. De acordo com a análise da tabela é possível verificar que a carga de colapso aumenta até ao rácio ser de 0.2, a partir de 0.2 até 0.5 a carga de colapso começa a diminuir.

Tabela 5- Valores da Força de colapso de diferentes arcos

Racio	L	f	R	F.Colapso (N)
0.0225	10	0.225	55.66806	27604.2
0.05	10	0.5	25.25	75449.2
0.125	10	1.25	10.625	135653
0.2	10	2	7.25	148612
0.275	10	2.75	5.920455	142193
0.375	10	3.75	5.208333	122190
0.425	10	4.25	5.066176	111339
0.5	10	5	5	96297.5

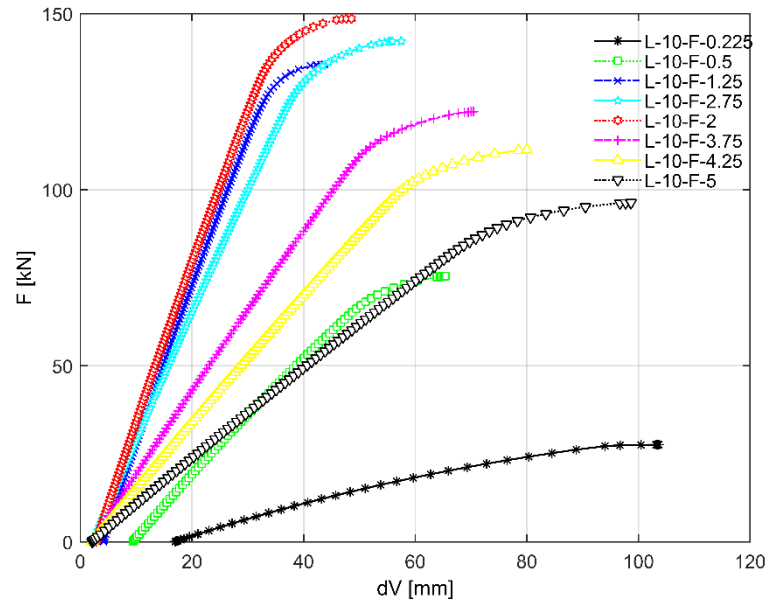


Figura 62- Deslocamento de vertical de arcos com diferentes alturas

De acordo com a análise do gráfico da figura 63 podemos concluir que o arco que apresenta um maior deslocamento é o arco com  $f=2$ , este arco também é o arco onde a força de colapso é maior, enquanto o que apresenta a menor força de colapso é o arco com  $f=5$ , que é um arco onde o raio é metade do comprimento.

Mantendo o valor do comprimento do arco  $L = 10\text{m}$  constante e variando o valor de  $f$ , foram obtidas as trajetórias de equilíbrio ilustradas na figura 62, arcos com diferentes valores de  $f/L$ . Na Figura 62 são representados os valores não lineares para os arcos submetidos a uma carga vertical e são representados os resultados do deslocamento vertical. A razão  $f/L$  está relacionada com o nível de abatimento do arco e como verificado através da figura, exerce grande influência sobre o comportamento do mesmo.

### 8.3.2.1 Imperfeições geométricas e tensões residuais de arcos circulares

A imperfeição geométrica a utilizar para o estudo destes arcos tem em conta o primeiro modo de instabilidade de arcos metálicos. O modo que gera a instabilidade de arcos metálicos é o modo antissimétrico, logo a imperfeição geométrica a utilizar é referida na equação seguinte.

$$\delta = \frac{s/2}{1000} \quad (58)$$

Esta equação refere que o arco está metade a compressão e a outra metade a tração, como representado na figura 63.

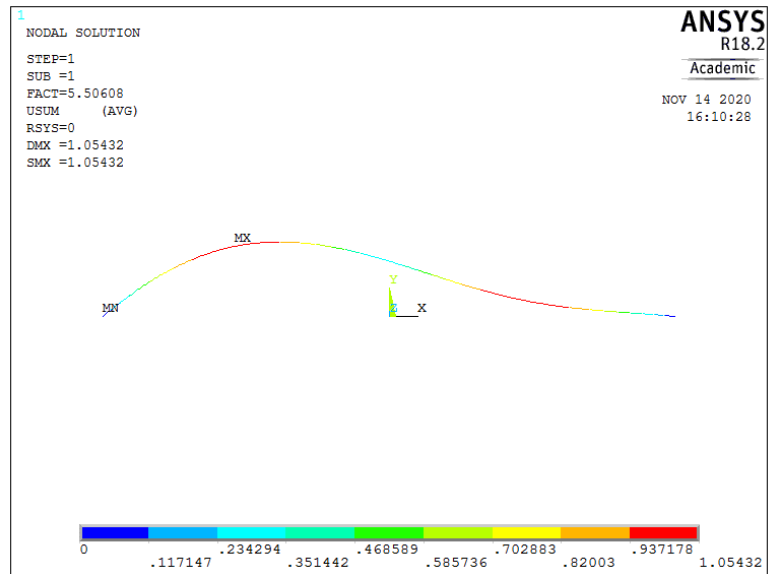


Figura 63- Modo antissimétrico de um arco metálico

As figuras seguintes representam as tensões equivalentes de Von Mises para arcos circulares com  $L=10$ .

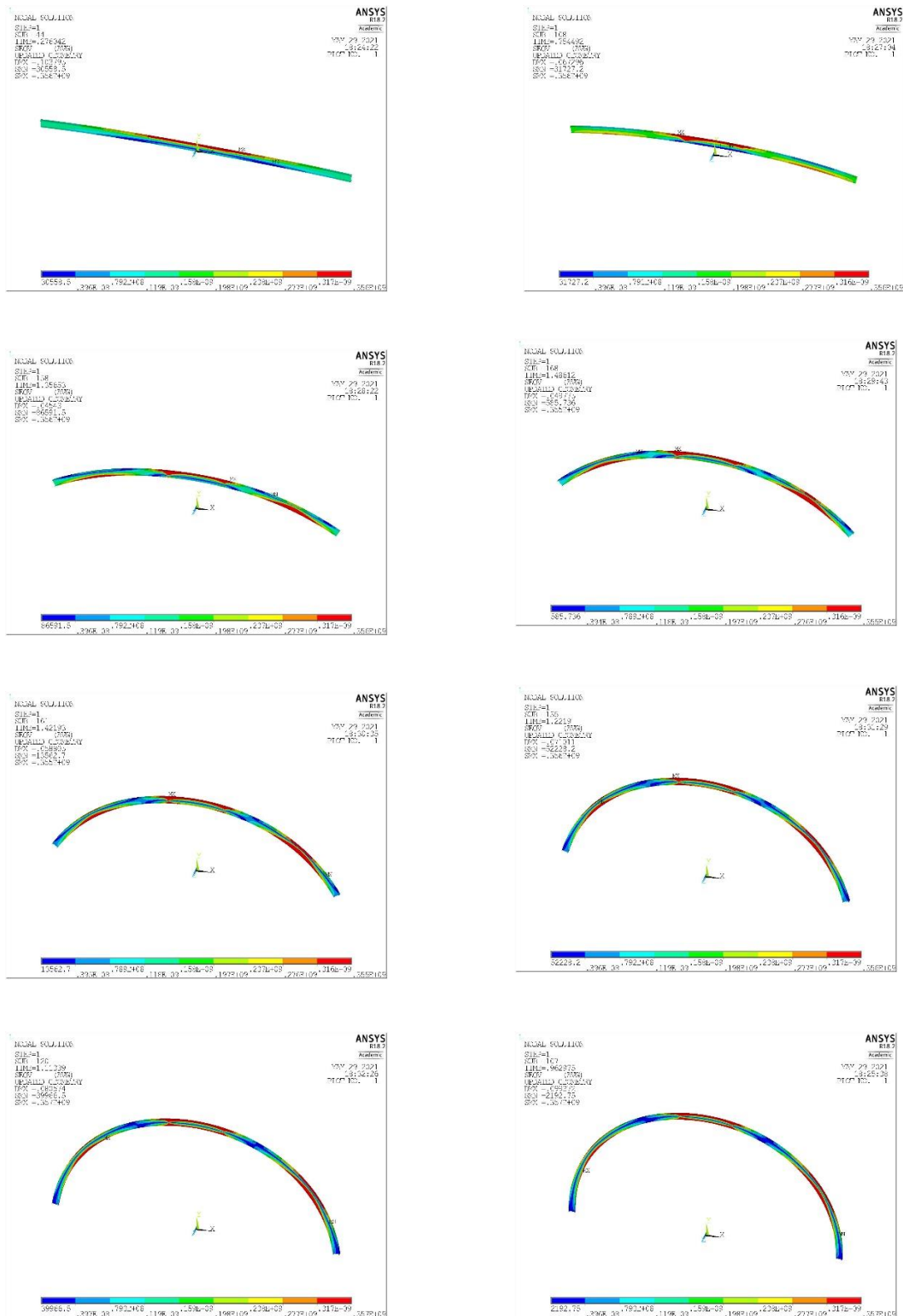


Figura 64- Tensões equivalentes de Von Mises de arcos metálicos para diferentes alturas

## Capítulo 9: Conclusões e trabalhos futuros

---

### 9.1 Introdução

Neste trabalho foi abordada uma análise linear elástica e uma análise elasto-plástica de arcos metálicos com diversas características geométricas com apoios iguais e as forças aplicadas também iguais. Foram adotadas formulações numéricas baseadas no Método dos Elementos Finitos (MEF) incluindo os efeitos não lineares geométrico e do material.

A base computacional utilizada foi o software ANSYS. Como já mencionado nos capítulos anteriores, trata-se um programa baseado no MEF, que foi inicialmente idealizado para análises não lineares estática e dinâmica de estruturas metálicas. No Capítulo 5, todas as análises não lineares foram realizadas através de uma estratégia incremental-iterativa. Ou seja, para cada tempo foi obtida a carga.

Na próxima seção serão apresentadas algumas conclusões de caráter geral acerca das formulações numéricas empregadas e em seguida conclusões mais específicas envolvendo o comportamento dos arcos. Na sequência serão feitas sugestões para futuros trabalhos.

### 9.2 Conclusão

Pode-se afirmar que as formulações numéricas adotadas permitiram, com boa precisão, analisar o comportamento linear elástico de arcos desde arcos rasos até circulares com as mesmas condições de apoio e carregamento.

Fez-se um estudo aprofundado sobre arcos metálicos abatidos e pouco abatidos sob carregamento vertical, como conclusões mais específicas da pesquisa realizada, destacam-se:

### Análise linear elástica

O gráfico da figura 65 representa uma relação entre o rácio de  $f/L$  e o rácio do  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico. De acordo com a análise da figura podemos ver que quanto mais raso for o arco maior é o rácio de  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico, e quanto mais circular é o arco menor é o rácio de  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico. Através do gráfico podemos verificar que existem 3 zonas distintas em que a primeira zona diz respeito até um rácio de  $f/L = 0.05$ , a segunda zona  $0.05 < f/L < 0.2$  e a terceira zona até arcos de  $f/L = 0.5$ .

Na primeira zona do gráfico podemos verificar que existe uma relação elevada entre o  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico, isto quer dizer que o arco tem uma carga crítica numérica superior a carga crítica por Timoshenko,

Na segunda zona existe uma boa relação entre a carga crítica teórica e a carga crítica do Ansys. Nesta zona podemos verificar que o cálculo da carga crítica pode ser efetuado através das duas maneiras, devido a concordância dos resultados.

Na terceira zona o rácio de  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico é baixo, ou seja o cálculo da carga crítica do Ansys é inferior ao cálculo da carga crítica teórica, a carga de colapso do arco é obtida antes da carga crítica por Timoshenko e Euler.

De um modo geral o cálculo da carga crítica de arcos metálicos não pode ser efetuado através da carga crítica de Euler e da carga crítica de Timoshenko, visto que os resultados numéricos e os resultados teóricos não estão de acordo uns com os outros, então é necessário proceder a uma análise numérica para o cálculo da carga crítica de arcos metálicos.

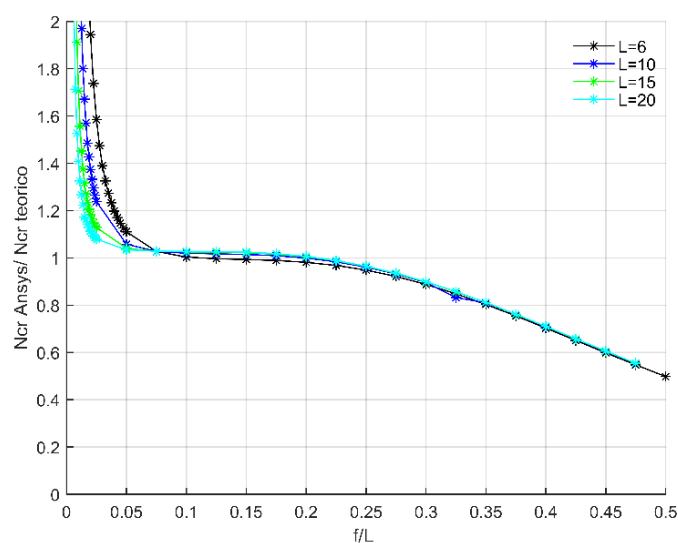


Figura 65- Relação entre o rácio de  $f/L$  e o rácio do  $Ncr$  Ansys /  $Ncr$  Teórico

### ***Esforços internos atuantes nos arcos:***

Não há predominância clara entre os esforços de compressão ou tração nos arcos estudados. Para cada um deles, o tipo e posição do carregamento, as condições de apoio, o tipo de seção transversal, a posição da seção escolhida ao longo do arco para análise dos esforços internos influenciam de forma única os esforços internos na seção.

### ***Carregamento atuante:***

No caso das cargas concentradas verticais aplicadas, a posição da carga teve grande influência na resistência dos arcos com diferentes relações de  $f/L$  (sendo  $f$  a altura e  $L$  o comprimento do arco). Portanto, é necessário um estudo criterioso envolvendo o posicionamento da carga, específico para cada configuração de arco, de modo a extrair o seu melhor desempenho estrutural. Trata-se de análise relevante para os arcos usados como elementos estruturais principais em pontes e coberturas, com pontos específicos de posicionamento das cargas concentradas.

### ***Relação $f/L$ :***

As trajetórias de equilíbrio obtiveram, no geral, boa concordância com os dados de literaturas utilizadas ou análises numéricas realizadas. Na maior parte dos casos estudados, a perda da estabilidade dá-se através de pontos limite, condição na qual a partir de um pequeno acréscimo de carga, podem ocorrer saltos dinâmicos para outras configurações de equilíbrio.

A relação de abatimento do arco  $f/L$  mostrou grande influência na resistência dos arcos. Para um arco de mesmo comprimento, quanto maior é o valor de  $f/L$ , mais resistente é o arco, até um certo valor de  $f/L$  ou seja, quanto menos abatido é o arco, mais resistente é o arco.

### ***9.3 Trabalhos futuros***

Uma vez que são vários os fatores que influenciam a resistência à encurvadura, existem várias pesquisas que podem ser realizadas no sentido de dar continuidade a esta dissertação, como:

- Análise de estabilidade de arcos metálicos submetidos a uma carga radial;
- Análise termomecânica de arcos metálicos
- Análise de estabilidade de arcos metálicos com diferentes apoios.

## Referências

---

[1] <http://evrazrail.azurewebsites.net/Portuguese/capabilities-railmills.html>  
consultado a 25/07/2022

[2] [https://stringfixer.com/pt/Wembley\\_Stadium](https://stringfixer.com/pt/Wembley_Stadium) consultado a 20/11/2021

[3] [https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte\\_Juscelino\\_Kubitschek](https://pt.wikipedia.org/wiki/Ponte_Juscelino_Kubitschek) consultado a 20/11/2021

[4] Spoorenberg, R. C., et al. (2011). "Proposed residual stress model for roller bent steel wide flange sections." *Journal of Constructional Steel Research* 67(6): 992-1000.

[5] Spoorenberg, R.C., et al., Design rules for out-of-plane stability of roller bent steel arches with FEM. *Journal of Constructional Steel Research*, 2012. 79: p. 9-21.

[6] Beedle LS, Tall L. Basic column strength. *Transactions of the ASCE* 1962;127: 138–79.

[7] Mas E, Massonet Ch. Part prise par la belgique dans les recherches experimentales de la convention europeenne des associations de la construction metallique sur le flambement centriques des barres en acier doux. *Acier-Stahl- Steel* 1966;9:393–400.

[8] Lay MG, Ward R. Residual stresses in steel sections. *Journal of the Australian Institute of Steel Construction* 1969;3(3):2–21.

[9] Daddi I, Mazzolani FM. Determinazione sperimentale delle imperfezioni strutturali nei profilati di acciaio: *Universita degli studi di Napoli istituto di tecnica delle costruzioni*; 1971.

[10] Rodrigues, M. F. S. M. d. S. R. B. (Julho de 2008). *Sistemas estruturais de edificações e exemplos*. Faculdade de Engenharia Civil Arquitetura e Urbanismo, UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS. **Mestrado**: 93.

[11] Civil, E. δ. P., P.T (2013). *Mecânica dos sólidos II*.

[12] Poutré, D. I. (July 2004). *Stability experiments on circular steel arches*. October 2002 Technische Universiteit Eindhoven, Capaciteitsgroep Constructief Ontwerpen: 164.

[13] Dou, S.-Y. Z. Y.-L. G. C. (January 2013). "Geometric Imperfection Effects on Out-of-Plane Inelastic Buckling Loads of Lateral Braced Arches." ResearchGate.

[14] Yanni Bouras, Z. V. (25 October 2021). "In-plane buckling strength of high strength steel I-section arches." *Journal of Constructional Steel Research*.

[15] Spoorenberg, R. C., et al. (2012). "A theoretical method for calculating the collapse load of steel circular arches." *Engineering Structures* **38**: 89-103.

[16] Onat ET, Prager W. *Limit analysis of arches*. *J Mech Phys Solids* 1953;1:77–89.

[17] Stevens LK. *Carrying capacity of mild-steel arches*. *Proc Inst Civil Eng* 1957;6:493–514.

[18] Cornforth RC, Childs SB. *Computer analysis of two-hinged circular arches*. *J Struct Div* 1967;93(2):319–38.

[19] Yamasaki T, Ishikawa N. *Elasto-plastic analysis of circular arches*. *Trans Japan Soc Civ Eng* 1968;158(10):1–16.

[20] Cohn MZ, Abdel-Rohman M. *Analysis up to collapse of elasto-plastic arches*. *Comput Struct* 1976;6:511–7.

[21] Reis, A. and D. Camotim, *Estabilidade Estrutural 2001*, Portugal: McGraw-Hill.

[22] Yan-Lin Guo, S.-Y. Z., Yong-Lin Pi, Mark Andrew Bradford, Chao Dou (16 April 2015). "An experimental study on out-of-plane inelastic buckling strength of fixed steel arches." *Engineering Structures*.

[23] Azevedo, Á. F. M. (Abril 2003). MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS. <http://www.fe.up.pt/~alvaro>, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

[24] Corrêa, M. R. (18 de Novembro de 2015). *Introdução ao comportamento não linear de estruturas*. <https://fenix.tecnico.ulisboa.pt> Técnico de Lisboa: 52.

[25] ANSYS HELP

[26] ArcelorMittal, *Sections and Merchant Bars*.

[27] Hibbeler, R. C. (2004). Resistência dos Materiais. São Paulo.

[28] Young BW. *Residual stresses in hot rolled members. IABSE reports of the working commissions 1975;23:25–38.*

[29] ECCS. *Manual on stability of steel structures - ECCS Committee 8 Stability: 1976.*

[30] S.Timoshenko ( 1985). *Theory of elastic stability. London.*

## Anexos

### Anexo A Comparação de resultados da análise linear com a carga crítica de Euler e Timoshenko

Tabela 6- Comparação de resultados para arco de L=6

Rácio	L	f	R	a	Le	S	Pr Euler [kN]	Pr Timoshenko [kN]	$\gamma$ Modo 1	$\gamma$ Modo 2	$\gamma$ Modo 3	N cr Ansys [kN]
0.0025	6	0.015	300.0075	0.01	3.00005	6.0001	6 108 589.57	6 108 589.57	7.748485 7	29.0857	60.8723 6	398 190 000.00
0.005	6	0.03	150.015	0.019999	3.0002	6.0004	6 107 978.91	6 107 978.91	4.218716 1	15.1873 8	31.8319 2	103 340 000.00
0.0075	6	0.045	100.0225	0.029998	3.00045	6.0009	6 106 961.70	6 106 961.70	3.216229 5	10.8288 5	22.7050 8	49 199 000.00
0.01	6	0.06	75.03	0.039995	3.00079	6.00159	6 105 538.81	6 105 538.81	2.869918 8	8.85921 5	18.5799	30 213 000.00
0.0125	6	0.075	60.0375	0.049995	3.00124	6.00249	6 103 711.42	6 103 711.42	2.813097	7.84527 8	16.4575 3	21 373 000.00
0.015	6	0.09	50.045	0.059982	3.00179	6.00359	6 101 481.07	6 101 481.06	2.929847 2	7.30896 8	15.3368 6	16 604 000.00
0.0175	6	0.105	42.9096	0.069971	3.00244	6.00488	6 098 849.61	6 098 849.61	3.175835 2	7.04529 3	14.7886 1	13 726 000.00

0.02	6	0.12	37.56	0.07995 7	3.00319 1	6.00638 2	6 095 819.25	6 095 819.25	3.533487 8	6.95169 5	14.5981 1	11 855 000.00
0.022 5	6	0.135 3	33.4008 3	0.08993 9	3.00403 5	6.00807 1	6 092 392.51	6 092 392.50	3.997027 2	6.97114 8	14.6461 9	10 590 000.00
0.025	6	0.15	30.075	0.09991 6	3.00497 8	6.00995 5	6 088 572.23	6 088 572.22	4.566456 4	7.06939 8	14.8614 8	9 656 400.00
0.027 5	6	0.165 3	27.3552 3	0.10988 8	3.00601 7	6.01203 4	6 084 361.58	6 084 361.56	5.244784 5	7.22459 6	15.1987 8	8 972 700.00
0.03	6	0.18	25.09	0.11985 5	3.00715 4	6.01430 7	6 079 764.02	6 079 764.00	6.036588 8	7.42216 3	15.6283 3	8 451 100.00
0.032 5	6	0.195 2	23.1744 2	0.12981 5	3.00838 6	6.01677 2	6 074 783.34	6 074 783.32	6.947149 4	7.65196 3	16.1300 3	8 053 800.00
0.035	6	0.21	21.5335	0.13976 7	3.00971 4	6.01942 8	6 069 423.62	6 069 423.60	7.906730 2	7.98181 9	16.6903 5	7 727 800.00
0.037 5	6	0.225 7	20.1125 7	0.14971 5	3.01113 7	6.02227 4	6 063 689.24	6 063 689.22	8.181111 9	9.14539 9	17.3006 6	7 476 300.00
0.04	6	0.24	18.87	0.15965 3	3.01265 4	6.02530 7	6 057 584.84	6 057 584.82	8.471066 2	10.4412 8	17.9566 8	7 257 100.00
0.042 5	6	0.255 6	17.7745 6	0.16958 3	3.01426 4	6.02852 7	6 051 115.37	6 051 115.34	8.773484 4	11.8699 7	18.6590 6	7 084 600.00
0.045	6	0.27 7	16.8016 7	0.17950 4	3.01596 6	6.03193 2	6 044 286.02	6 044 285.99	9.085924 8	13.4260 4	19.4157 5	6 931 100.00
0.047 5	6	0.285 7	15.9319 7	0.18941 5	3.01776	6.03552	6 037 102.27	6 037 102.23	9.406440 7	15.0913 8	20.2483 7	6 806 500.00
0.05	6	0.3	15.15	0.19931 6	3.01964 4	6.03928 9	6 029 569.81	6 029 569.77	9.733456 2	16.8199 9	21.2070 9	6 695 500.00
0.075	6	0.45	10.225	0.29762 6	3.04322 7	6.08645 4	5 936 483.14	5 936 483.06	13.15614 9	27.0976 6	44.7766 5	6 100 100.00
0.1	6	0.6	7.8	0.39416 8	3.07451 4	6.14902 7	5 816 277.54	5 816 277.39	16.53088 1	34.3079 3	56.3045	5 838 500.00

0.125	6	0.75	6.375	0.48815	3.11195	6.22391	5 677	5 677	19.63624	40.9063	66.9936	5 655
					9	8	147.16	146.92	8	3	6	900.00
0.15	6	0.9	5.45	0.57868	3.15381	6.30762	5 527	5 527	22.36085	46.7527	76.5262	5 489
				2	4	9	461.02	460.69	7	1	7	300.00
0.175	6	1.05	4.81071	0.66482	3.19826	6.39651	5 374	5 374	24.63744	51.7407	84.7451	5 317
			4			9	901.79	901.35	4	4	1	000.00
0.2	6	1.2	4.35	0.74564	3.24353	6.48706	5 225	5 225	26.42754	55.8172	91.5946	5 128
					2	4	905.38	904.82	5	7	5	900.00
0.225	6	1.35	4.00833	0.82029	3.28803	6.57606	5 085	5 085	27.71639	58.9747	97.0862	4 923
			3	9	2	4	409.31	408.63	2	1	3	300.00
0.25	6	1.5	3.75	0.88810	3.33039	6.66079	4 956	4 956	28.51027	61.2441	101.28	4 701
				6	7	5	850.33	849.54	4	4		500.00
0.275	6	1.65	3.55227	0.94856	3.36955	6.73910	4 842	4 842	28.83398	62.6875	104.271	4 462
			3	2	1	2	324.76	323.86		4	3	800.00
0.3	6	1.8	3.4	1.00138	3.40471	6.80942	4 742	4 742	28.72749	63.3873	106.170	4 210
				5	1	1	829.41	828.41	1	3	6	600.00
0.325	6	1.95	3.28269	1.04651	3.43538	6.87076	4 658	4 658	28.24234	63.4390	107.099	3 951
			2	3	1	2	521.28	520.18	6	7	9	500.00
0.35	6	2.1	3.19285	1.08408	3.46132	6.92264	4 588	4 588	27.4374	62.9422	107.179	3 684
			7	3	2	3	957.67	956.49		1	8	900.00
0.375	6	2.25	3.125	1.11440	3.48250	6.96501	4 533	4 533	26.37482	61.9950	106.529	3 421
				2	6	1	298.15	296.91	9	2	8	100.00
0.4	6	2.4	3.075	1.13791	3.49907	6.99815	4 490	4 490	25.11637	60.6895	105.263	3 157
				1	6	2	463.40	462.10	4	2	2	300.00
0.425	6	2.55	3.03970	1.15514	3.5113	7.02259	4 459	4 459	23.72029	59.1084	103.484	2 902
			6	5		9	253.39	252.05	7	7	1	100.00
0.45	6	2.7	3.01666	1.16669	3.51952	7.03905	4 438	4 438	22.23920	57.3245	101.289	2 656
			7	4	6	2	431.47	430.11	6	3	9	800.00
0.475	6	2.85	3.00394	1.17317	3.52415	7.04830	4 426	4 426	20.71865	55.3996	98.7685	2 423
			7	5	4	9	781.22	779.85			8	600.00

0.5	6	3	3	1.17520	3.52560	7.05120	4 423	4 423	19.19649	53.3850	95.9978	2 204
				1	4	7	142.94	141.56	5	6	4	100.00

Tabela 7- Comparação dos resultados para arco de L=10

Racio	L	f	R	a	Le	S	Pr Euler [kN]	Pr Timoshenko [kN]	$\gamma$ Modo 1	$\gamma$ Modo 2	$\gamma$ Modo 3	N cr Ansys [kN]
0.0012	10	0.012	1000.00	0.005	5.00002	10.0000	2 199	2 199	1.84925	7.19247	15.7443	210 410
5		5	6		1	4	147.22	147.22	8	2	5	000.00
0.0025	10	0.025	500.012	0.01	5.00008	10.0001	2 199	2 199	0.98111	3.70509	8.11347	55 908
			5		3	7	092.25	092.25	4	8	5	000.00
0.0037	10	0.037	333.352	0.015	5.00018	10.0003	2 199	2 199	0.71929	2.59041	5.67324	26 079
5		5	1		7	7	000.64	000.64	3	5	7	000.00
0.005	10	0.05	250.025	0.01999	5.00033	10.0006	2 198	2 198	0.61183	2.06910	4.53204	15 624
				9	3	7	872.41	872.41	8	4	9	000.00
0.0062	10	0.062	200.031	0.02499	5.00052	10.0010	2 198	2 198	0.56923	1.78515	3.91061	10 785
5		5	3	9	1	4	707.59	707.59	7		3	000.00
0.0075	10	0.075	166.704	0.02999	5.00075	10.0015	2 198	2 198	0.56239	1.61986	3.54910	8 155
			2	8			506.21	506.21		7	5	500.00
0.0087	10	0.087	142.900	0.03499	5.00102	10.0020	2 198	2 198	0.57945	1.52238	3.33616	6 569
5		5	9	6		4	268.32	268.32	2	2	1	900.00
0.01	10	0.1	125.05	0.03999	5.00133	10.0026	2 197	2 197	0.61504	1.46725	3.21610	5 540
				5	2	6	993.97	993.97	7	9	1	600.00
0.0112	10	0.112	111.167	0.04499	5.00168	10.0033	2 197	2 197	0.66666	1.44036	3.15800	4 834
5		5	4	2	6	7	683.21	683.21	7	2	4	700.00
0.0125	10	0.125	100.062	0.04999	5.00208	10.0041	2 197	2 197	0.73323	1.43320	3.14332	4 329
			5		1	6	336.11	336.11	5	9	8	700.00

0.0137	10	0.137	90.9778	0.05498	5.00251	10.0050	2 196	2 196	0.81445	1.4404	3.16028	3 955
5		5	4	6	7	3	952.74	952.74			9	900.00
0.015	10	0.15	83.4083	0.05998	5.00299	10.0059	2 196	2 196	0.91045	1.45833	3.20105	3 671
			3	2	5	9	533.18	533.18	4	4	4	400.00
0.0162	10	0.162	77.0043	0.06497	5.00351	10.0070	2 196	2 196	1.02165	1.48451	3.26022	3 449
5		5	3	7	4	3	077.53	077.52	2	7	3	900.00
0.0175	10	0.175	71.5160	0.06997	5.00407	10.0081	2 195	2 195	1.14861	1.51716	3.33397	3 262
			7	1	4	5	585.86	585.86	2	6	4	200.00
0.0187	10	0.187	66.7604	0.07496	5.00467	10.0093	2 195	2 195	1.29198	1.55497	3.41955	3 131
5		5	2	5	6	5	058.29	058.29	9	1		900.00
0.02	10	0.2	62.6	0.07995	5.00531	10.0106	2 194	2 194	1.45248	1.59695	3.51494	3 015
				7	8	4	494.93	494.93	4	2	1	500.00
0.0212	10	0.212	58.9297	0.08494	5.00600	10.012	2 193	2 193	1.63079	1.64235	3.61869	2 923
5		5	8	9	1		895.89	895.89	8	4	6	900.00
0.0225	10	0.225	55.6680	0.08993	5.00672	10.0134	2 193	2 193	1.69059	1.82758	3.72980	2 842
			6	9	5	5	261.30	261.30	3	9	4	300.00
0.0237	10	0.237	52.7503	0.09492	5.00749	10.0149	2 192	2 192	1.74120	2.04342	3.84764	2 773
5		5	3	8		8	591.29	591.29	4	4	1	200.00
0.025	10	0.25	50.125	0.09991	5.00829	10.0165	2 191	2 191	1.79381	2.27869	3.97197	2 714
				6	6	9	886.00	885.99	5	6	7	000.00
0.05	10	0.5	25.25	0.19931	5.03274	10.0654	2 170	2 170	3.01922	6.48416	11.3304	2 296
				6	1	8	645.13	645.09	9		1	500.00
0.075	10	0.75	17.0416	0.29762	5.07204	10.1440	2 137	2 137	4.29629	9.27315	16.1205	2 196
			7	6	5	9	133.93	133.84	9	6	5	100.00
0.1	10	1	13	0.39416	5.12418	10.2483	2 093	2 093	5.50608	11.8879	20.6633	2 135
				8	9	8	859.92	859.76	3	9	3	600.00
0.125	10	1.25	10.625	0.48815	5.18659	10.3732	2 043	2 043	6.60493	14.2572	24.8074	2 079
					9		772.98	772.74	4	9	9	000.00
0.15	10	1.5	9.08333	0.57868	5.25635	10.5127	1 989	1 989	7.56613	16.3342	28.4710	2 019
			3	2	7	1	885.97	885.63	2	3	1	300.00

0.175	10	1.75	8.01785 7	0.66482	5.33043 3	10.6608 7	1 934 964.65	1 934 964.20	8.37209	18.0928 3	31.6097	1 953 200.00
0.2	10	2	7.25	0.74564	5.40588 7	10.8117 7	1 881 325.94	1 881 325.38	9.01260	19.5241 7	34.2076 4	1 879 900.00
0.225	10	2.25	6.68055 6	0.82029 9	5.48005 3	10.9601 1	1 830 747.35	1 830 746.68	9.48416	20.6334	36.2714 6	1 800 600.00
0.25	10	2.5	6.25	0.88810 6	5.55066 2	11.1013 2	1 784 466.12	1 784 465.33	9.78940	21.4368 1	37.8251 2	1 715 200.00
0.275	10	2.75	5.92045 5	0.94856 2	5.61591 8	11.2318 4	1 743 236.91	1 743 236.01	9.93634	21.9588 3	38.9051 4	1 625 100.00
0.3	10	3	5.66666 7	1.00138 5	5.67451 8	11.3490 4	1 707 418.59	1 707 417.58	9.93753	22.2291 1	39.5563 4	1 530 100.00
0.325	10	3.25	5.47115 4	1.04651 3	5.72563 5	11.4512 7	1 677 067.66	1 677 066.57	9.80896	22.28	39.8279 8	1 395 800.00
0.35	10	3.5	5.32142 9	1.08408 3	5.76886 9	11.5377 4	1 652 024.76	1 652 023.58	9.569	22.1444 1	39.7709 2	1 338 400.00
0.375	10	3.75	5.20833 3	1.11440 2	5.80417 6	11.6083 5	1 631 987.34	1 631 986.09	9.23719	21.8542 6	39.4352 5	1 242 000.00
0.4	10	4	5.125	1.13791 1	5.83179 3	11.6635 9	1 616 566.82	1 616 565.53	8.83330	21.4392 2	38.8685 6	1 146 300.00
0.425	10	4.25	5.06617 6	1.15514 5	5.85216 6	11.7043 3	1 605 331.22	1 605 329.89	8.37634	20.9263 2	38.1149 6	1 055 000.00
0.45	10	4.5	5.02777 8	1.16669 4	5.86587 7	11.7317 5	1 597 835.33	1 597 833.97	7.88390	20.3393 7	37.2141 2	966 600.00
0.475	10	4.75	5.00657 9	1.17317 5	5.87359 1	11.7471 8	1 593 641.24	1 593 639.86	7.37165	19.6985 1	36.2014 8	881 630.00
0.5	10	5	5	1.17520 1	5.87600 6	11.7520 1	1 592 331.46	1 592 330.08	6.85298	19.0215 6	35.1074 7	803 860.00

Tabela 8- Comparação de resultados para o arco de L=15

Racio	L	f	R	a	Le	S	Pr Euler [kN]	Pr Timoshenk o [kN]	$\gamma$ Modo 1	$\gamma$ Modo 2	$\gamma$ Modo 3	N cr Ansys [kN]
0.00125	15	0.01875	1500.009	0.005	7.500031	15.00006	977398.76	977398.76	0.366354	1.421452	3.159264	44592000.00
0.0025	15	0.0375	750.0188	0.01	7.500125	15.00025	977374.33	977374.33	0.208426	0.758169	1.685278	11813000.00
0.00375	15	0.05625	500.0281	0.015	7.500281	15.00056	977333.62	977333.62	0.169411	0.558144	1.240859	5802000.00
0.005	15	0.075	375.0375	0.01999	7.50059	15.00199	977276.63	977276.63	0.162831	0.473934	1.053884	3692000.00
0.00625	15	0.09375	300.0469	0.02499	7.500789	15.00156	977203.37	977203.37	0.172249	0.436044	0.969926	2721100.00
0.0075	15	0.1125	250.0563	0.02999	7.501125	15.00225	977113.87	977113.87	0.192897	0.421309	0.937523	2189800.00
0.00875	15	0.13125	214.3513	0.03499	7.501536	15.00306	977008.14	977008.14	0.223335	0.419799	0.934639	1869600.00
0.01	15	0.15	187.5755	0.03999	7.501999	15.00499	976886.21	976886.21	0.263368	0.426548	0.950281	1666300.00
0.01125	15	0.16875	166.7512	0.04499	7.502529	15.00506	976748.09	976748.09	0.313306	0.438798	0.978375	1520500.00
0.0125	15	0.1875	150.0938	0.04999	7.503121	15.00624	976593.82	976593.82	0.373757	0.454891	1.015325	1418300.00
0.01375	15	0.20625	136.4668	0.05498	7.503776	15.00755	976423.44	976423.44	0.44543	0.473773	1.058915	1343600.00
0.015	15	0.225	125.1125	0.05998	7.504493	15.00899	976236.97	976236.97	0.494739	0.528936	1.107785	1285800.00

0.0162	15	0.2437	115.506	0.06497	7.50527	15.0105	976	976 034.45	0.51730	0.62497	1.16118	1 240
5		5	5	7	1	4	034.46		3	8	6	800.00
0.0175	15	0.2625	107.274	0.06997	7.50611	15.0122	975	975 815.93	0.54111	0.73391	1.21894	1 205
			1	1	2	2	815.94		5		4	700.00
0.0187	15	0.2812	100.140	0.07496	7.50701	15.0140	975	975 581.46	0.56591	0.85557	1.28164	1 176
5		5	6	5	3	3	581.46		8	2	7	700.00
0.02	15	0.3	93.9	0.07995	7.50797	15.0159	975	975 331.07	0.59151	0.98852	1.35131	1 153
				7	7	5	331.08		9	4	7	500.00
0.0212	15	0.3187	88.3946	0.08494	7.50900	15.018	975	975 064.83	0.61777	1.12819	1.43321	1 135
5		5	7	9	2		064.84		2	2	3	400.00
0.0225	15	0.3375	83.5020	0.08993	7.51008	15.0201	974	974 782.79	0.64456	1.26353	1.53912	1 118
			8	9	8	8	782.80			8	8	600.00
0.0237	15	0.3562	79.1254	0.09492	7.51123	15.0224	974	974 485.01	0.67179	1.37934	1.68507	1 104
5		5	9	8	6	7	485.02		2	9	9	800.00
0.025	15	0.375	75.1875	0.09991	7.51244	15.0248	974	974 171.55	0.69939	1.47249	1.87503	1 100
				6	4	9	171.56		4	2	2	200.00
0.05	15	0.75	37.875	0.19931	7.54911	15.0982	964	964 731.13	1.27941	2.80338	4.96891	1 003
				6	1	2	731.17			8	4	800.00
0.075	15	1.125	25.5625	0.29762	7.60806	15.2161	949	949 837.21	1.85301	4.06316	7.19413	976
				6	7	3	837.30		4	8		330.00
0.1	15	1.5	19.5	0.39416	7.68628	15.3725	930	930 604.25	2.38974	5.23702	9.27632	954
				8	4	7	604.41		2	3	8	260.00
0.125	15	1.875	15.9375	0.48815	7.77989	15.5598	908	908 343.31	2.87492	6.29612	11.1630	930
					8		343.55		3	3	6	420.00
0.15	15	2.25	13.625	0.57868	7.88453	15.7690	884	884 393.43	3.29850	7.22230	12.8222	903
				2	6	7	393.76		6	1	9	810.00
0.175	15	2.625	12.0267	0.66482	7.99564	15.9913	859	859 983.84	3.65366	8.00555	14.2363	873
			9		9		984.29		8	8	2	540.00
0.2	15	3	10.875	0.74564	8.10883	16.2176	836	836 144.30	3.93650	8.64291	15.3994	839
						6	144.86		1	6	3	970.00

0.225	15	3.375	10.0208 3	0.82029 9	8.22008	16.4401 6	813 665.49	813 664.82	4.14583 2	9.13730 6	16.3159 5	803 830.00
0.25	15	3.75	9.375	0.88810 6	8.32599 4	16.6519 9	793 096.05	793 095.26	4.28299 3	9.49633 6	16.9980 9	764 730.00
0.275	15	4.125	8.88068 2	0.94856 2	8.42387 7	16.8477 5	774 771.96	774 771.06	4.35152 4	9.731	17.4638 7	723 940.00
0.3	15	4.5	8.5	1.00138 5	8.51177 7	17.0235 5	758 852.71	758 851.70	4.35679 2	9.85445 8	17.7350 1	681 780.00
0.325	15	4.875	8.20673 1	1.04651 3	8.58845 3	17.1769 1	745 363.40	745 362.31	4.30557 9	9.88094 9	17.8351 5	638 690.00
0.35	15	5.25	7.98214 3	1.08408 3	8.65330 4	17.3066 1	734 233.23	734 232.05	4.20563 3	9.82490 9	17.7884 3	595 830.00
0.375	15	5.625	7.8125	1.11440 2	8.70626 4	17.4125 3	725 327.70	725 326.46	4.06522 8	9.70030 2	17.6183 5	552 080.00
0.4	15	6	7.6875	1.13791 1	8.74769	17.4953 8	718 474.14	718 472.85	3.89275	9.52015 8	17.3469 9	510 320.00
0.425	15	6.375	7.59926 5	1.15514 5	8.77824 9	17.5565	713 480.54	713 479.21	3.69633 3	9.29627 8	16.9945 3	469 410.00
0.45	15	6.75	7.54166 7	1.16669 4	8.79881 6	17.5976 3	710 149.03	710 147.67	3.48355 6	9.0391	16.5789 8	429 970.00
0.475	15	7.125	7.50986 8	1.17317 5	8.81038 6	17.6207 7	708 285.00	708 283.62	3.26122 7	8.75765 9	16.1160 8	392 790.00
0.5	15	7.5	7.5	1.17520 1	8.81400 9	17.6280 2	707 702.87	707 701.49	3.03524 2	8.45963 3	15.6193 7	357 580.00

Tabela 9- Comparação de resultados para arco de L=20

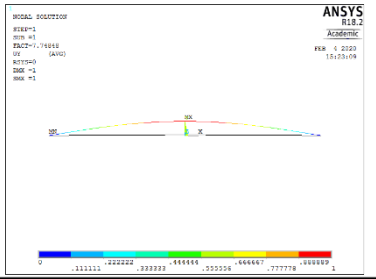
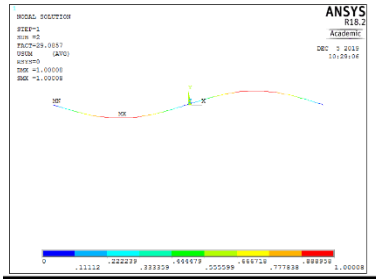
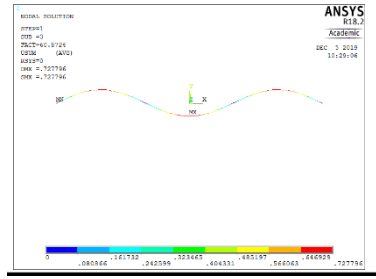
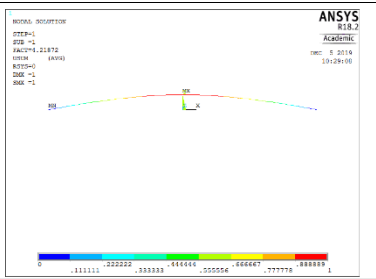
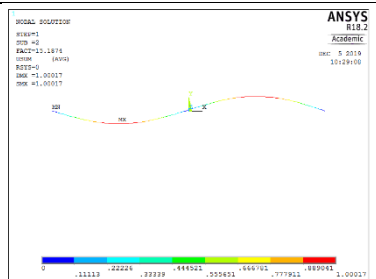
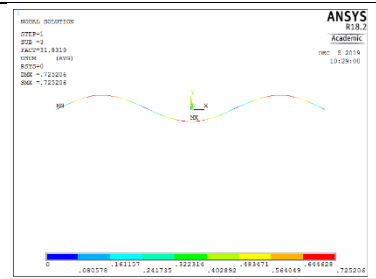
<i>Racio</i>	<i>L</i>	<i>f</i>	<i>R</i>	<i>a</i>	<i>Le</i>	<i>S</i>	<i>Pr Euler [kN]</i>	<i>Pr Timoshenko [kN]</i>	<i>γ Modo 1</i>	<i>γ Modo 2</i>	<i>γ Modo 3</i>	<i>Ncr Ansys [kN]</i>
0.00125	20	0.025	2000.013	0.005	10.00004	20.00008	549786.81	549786.81	0.11905	0.45567	1.01821	1462000.00
0.0025	20	0.05	1000.025	0.01	10.00017	20.00033	549773.06	549773.06	0.07419	0.25438	0.56853	4002300.00
0.00375	20	0.075	666.7042	0.015	10.00037	20.00075	549750.16	549750.16	0.06814	0.19909	0.44508	2093800.00
0.005	20	0.1	500.059	0.01999	10.00067	20.00133	549718.10	549718.10	0.07448	0.18028	0.40322	1421500.00
0.00625	20	0.125	400.0625	0.02499	10.00104	20.00207	549676.90	549676.90	0.08875	0.17608	0.39405	1110600.00
0.0075	20	0.15	333.4083	0.02999	10.00153	20.00307	549626.55	549626.55	0.11018	0.17916	0.40129	941750.00
0.00875	20	0.175	285.8018	0.03499	10.00207	20.00413	549567.08	549567.08	0.13901	0.18641	0.41801	839870.00
0.01	20	0.2	250.15	0.03999	10.00267	20.00533	549498.49	549498.49	0.17582	0.19626	0.44080	773730.00
0.01125	20	0.225	222.3347	0.04499	10.00333	20.00667	549420.80	549420.80	0.20784	0.22133	0.46789	728350.00
0.0125	20	0.25	200.1256	0.04999	10.00413	20.00833	549334.03	549334.03	0.22063	0.27616	0.49841	695860.00
0.01375	20	0.275	181.9557	0.05498	10.00507	20.01007	549238.18	549238.18	0.23429	0.34063	0.53229	671780.00
0.015	20	0.3	166.8167	0.05998	10.00593	20.01193	549133.29	549133.29	0.24860	0.41406	0.57071	643530.00

0.0162	20	0.325	154.008	0.06497	10.0070	20.0140	549	549 019.38	0.26341	0.49264	0.61818	639
5			7	7	3	6	019.38		9	7	6	110.00
0.0175	20	0.35	143.032	0.06997	10.0081	20.0163	548	548 896.46	0.27861	0.56509	0.68674	627
			1	1	5		896.47		6	6	5	710.00
0.0187	20	0.375	133.520	0.07496	10.0093	20.0187	548	548 764.57	0.29411	0.62098	0.78766	618
5			8	5	5		764.57		9	4		480.00
0.02	20	0.4	125.2	0.07995	10.0106	20.0212	548	548 623.73	0.30986	0.66571	0.91639	610
				7	4	7	623.73		7	6	5	890.00
0.0212	20	0.425	117.859	0.08494	10.012	20.0240	548	548 473.97	0.32581	0.70599	1.06711	605
5			6	9		1	473.97		3	9	3	460.00
0.0225	20	0.45	111.336	0.08993	10.0134	20.0269	548	548 315.32	0.34191	0.74453	1.23796	600
			1	9	5		315.33		9	3	6	060.00
0.0237	20	0.475	105.500	0.09492	10.0149	20.0299	548	548 147.81	0.35815	0.78231	1.40896	595
5			7	8	8	6	147.82		6	7	3	440.00
0.025	20	0.5	100.25	0.09991	10.0165	20.0331	547	547 971.49	0.37450	0.81976	1.47324	591
				6	9	8	971.50		1		4	470.00
0.05	20	1	50.5	0.19931	10.0654	20.1309	542	542 661.24	0.70764	1.56074	2.78273	561
				6	8	6	661.28		3	6	4	340.00
0.075	20	1.5	34.0833	0.29762	10.1440	20.2881	534	534 283.39	1.03146	2.27475	4.05418	549
			3	6	9	8	283.48		8	5	9	300.00
0.1	20	2	26	0.39416	10.2483	20.4967	523	523 464.82	1.33317	2.93791	5.23809	537
				8	8	6	464.98		2	9	9	870.00
0.125	20	2.5	21.25	0.48815	10.3732	20.7463	510	510 943.01	1.60541	3.53541	6.30794	524
						9	943.24		9	3	1	740.00
0.15	20	3	18.1666	0.57868	10.5127	21.0254	497	497 471.16	1.84291	4.05757	7.24665	509
			7	2	1	3	471.49		5	5	2	670.00
0.175	20	3.5	16.0357	0.66482	10.6608	21.3217	483	483 740.72	2.04202	4.49905	8.04475	492
			1		7	3	741.16		2	1	7	440.00
0.2	20	4	14.5	0.74564	10.8117	21.6235	470	470 330.93	2.20067	4.85831	8.69944	473
					7	5	331.48		3	7	7	370.00

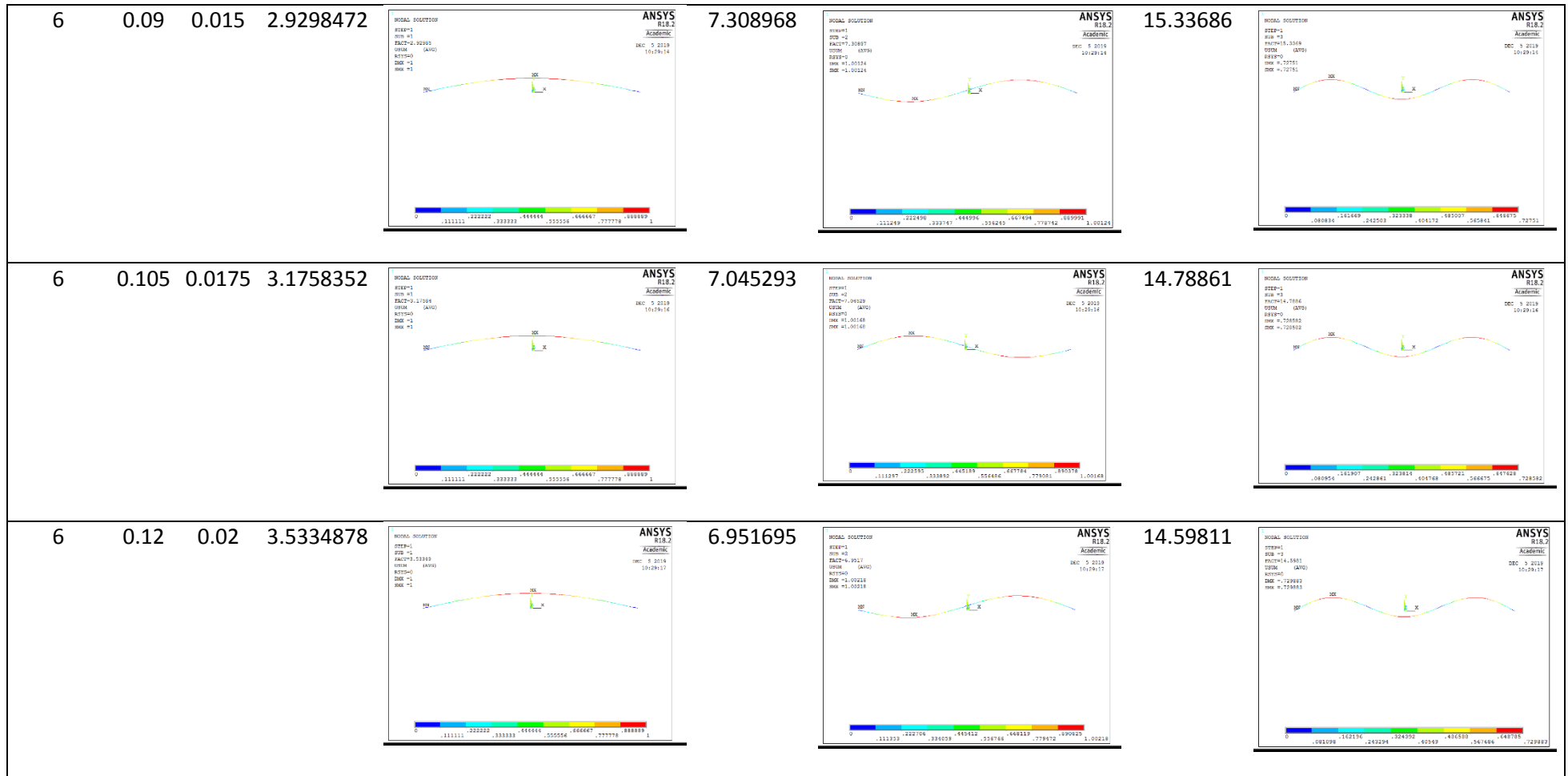
0.225	20	4.5	13.3611 1	0.82029 9	10.9601 1	21.9202 1	457 686.84	457 686.16	2.31829 3	5.13711	9.21356 8	452 690.00
0.25	20	5	12.5	0.88810 6	11.1013 2	22.2026 5	446 116.53	446 115.74	2.39567 1	5.33975 5	9.59443 8	430 480.00
0.275	20	5.5	11.8409 1	0.94856 2	11.2318 4	22.4636 7	435 809.23	435 808.33	2.43479 5	5.47245 3	9.85262 1	407 750.00
0.3	20	6	11.3333 3	1.00138 5	11.3490 4	22.6980 7	426 854.65	426 853.64	2.43864 8	5.54260 4	10.0007 5	383 950.00
0.325	20	6.5	10.9423 1	1.04651 3	11.4512 7	22.9025 4	419 266.92	419 265.82	2.41098 1	5.55820 4	10.0524 9	359 670.00
0.35	20	7	10.6428 6	1.08408 3	11.5377 4	23.0754 8	413 006.19	413 005.01	2.35607	5.52735 5	10.0217 2	335 080.00
0.375	20	7.5	10.4166 7	1.11440 2	11.6083 5	23.2167	407 996.83	407 995.59	2.27848 5	5.45789 3	9.92186	310 900.00
0.4	20	8	10.25	1.13791 1	11.6635 9	23.3271 7	404 141.71	404 140.41	2.18286 5	5.35713 1	9.76548 6	286 930.00
0.425	20	8.5	10.1323 5	1.15514 5	11.7043 3	23.4086 6	401 332.81	401 331.47	2.07371 7	5.23169 6	9.56401 9	263 930.00
0.45	20	9	10.0555 6	1.16669 4	11.7317 5	23.4635 1	399 458.83	399 457.47	1.95525 4	5.08745 3	9.32761	242 100.00
0.475	20	9.5	10.0131 6	1.17317 5	11.7471 8	23.4943 6	398 410.31	398 408.93	1.83127 6	4.92948 3	9.06510 2	220 860.00
0.5	20	10	10	1.17520 1	11.7520 1	23.5040 2	398 082.86	398 081.48	1.70508 2	4.76210 5	8.78405 9	201 550.00

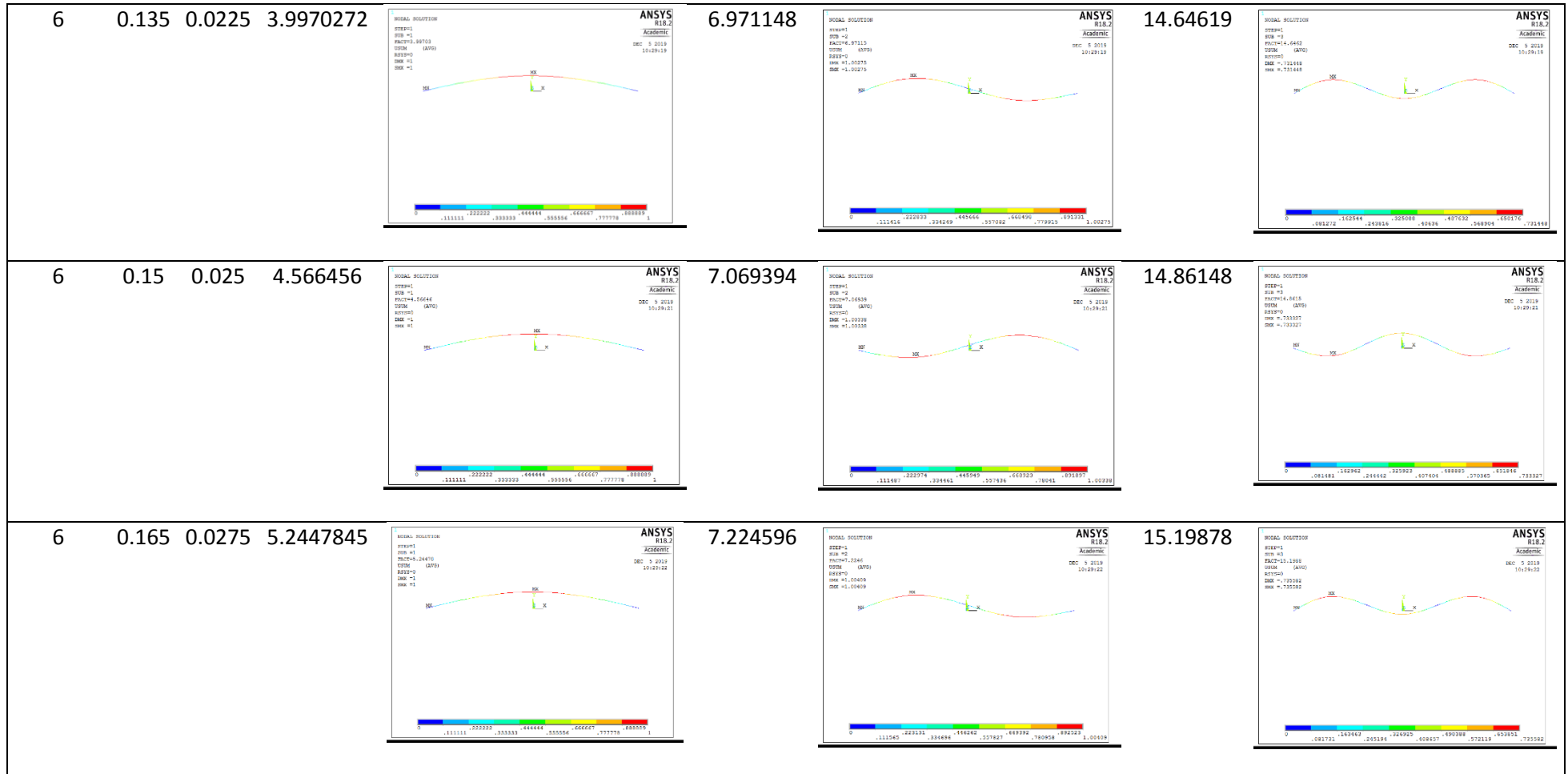
Anexo B – Modos de instabilidade de arcos metálicos

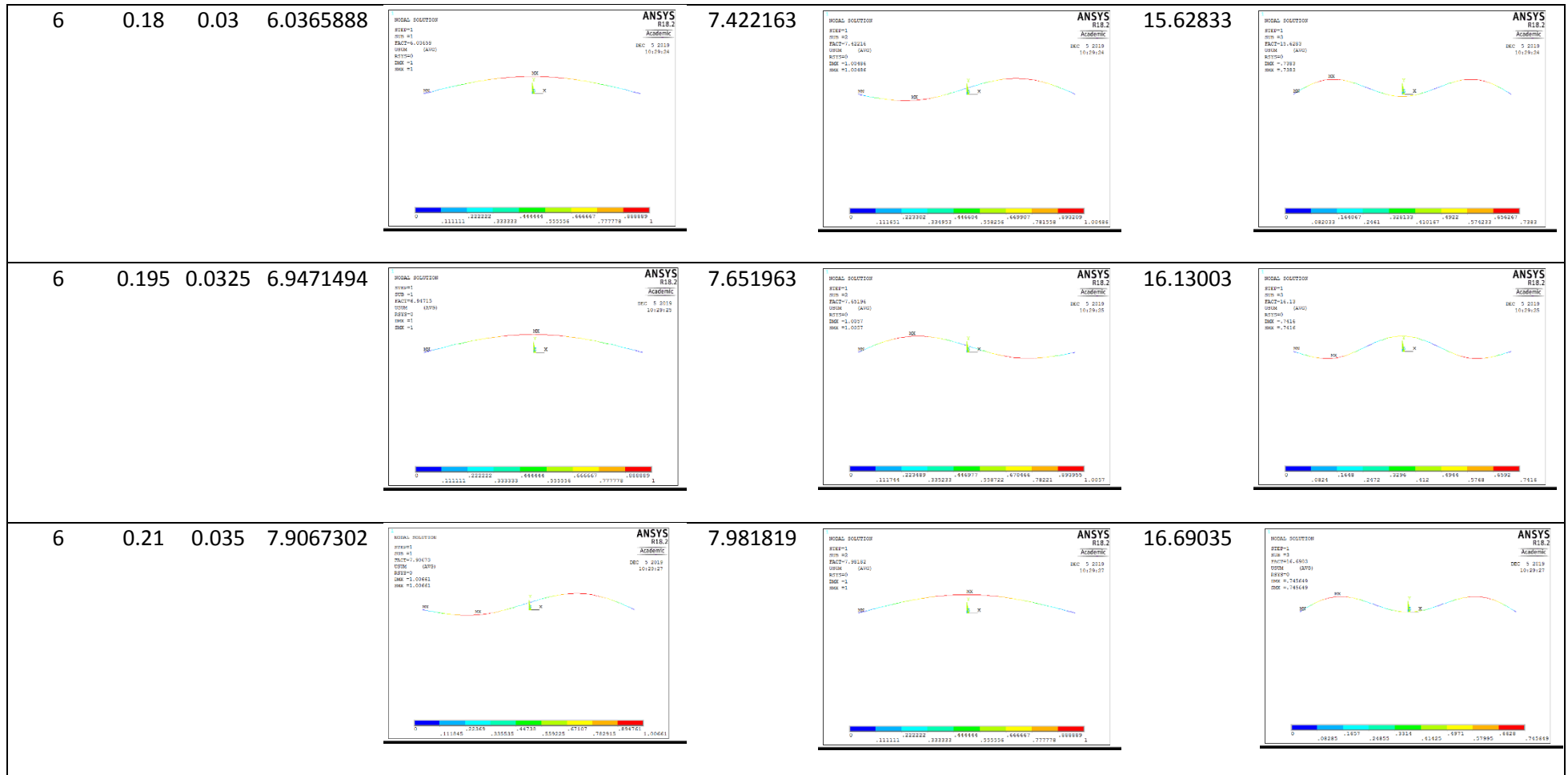
Tabela 10- Os 3 primeiros modos de instabilidade de arco L=6 com diferentes alturas

L	f	Racio	Ncr(KN/m)	Modo 1	Ncr(KN/m)	Modo 2	Ncr(KN/m)	Modo3
6	0.015	0.0025	7.7484857		29.0857		60.87236	
6	0.03	0.005	4.2187161		15.18738		31.83192	

6	0.045 0.0075 3.2162295		10.82885		22.70508	
6	0.06 0.01 2.8699188		8.859215		18.5799	
6	0.075 0.0125 2.813097		7.845278		16.45753	

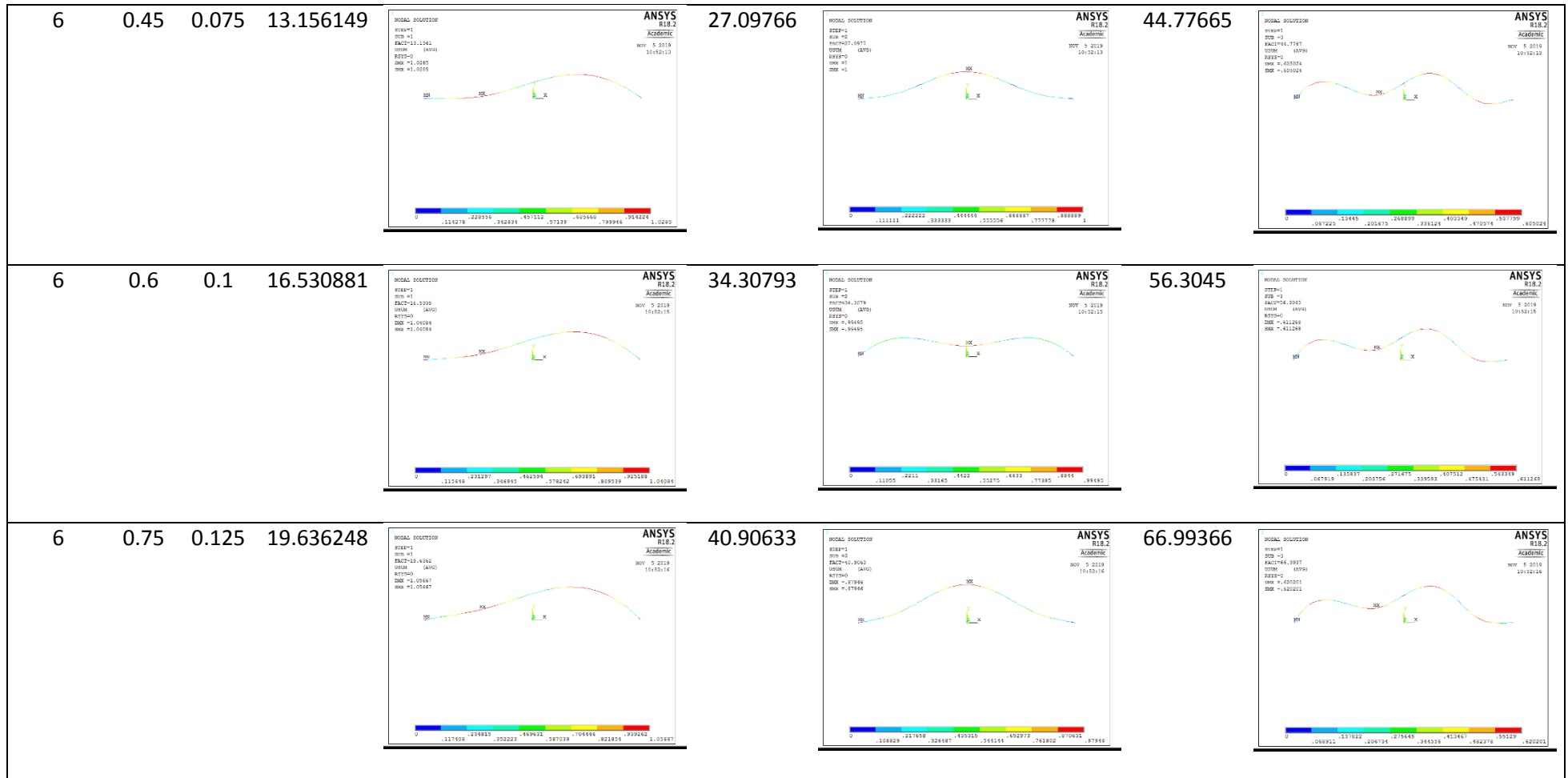


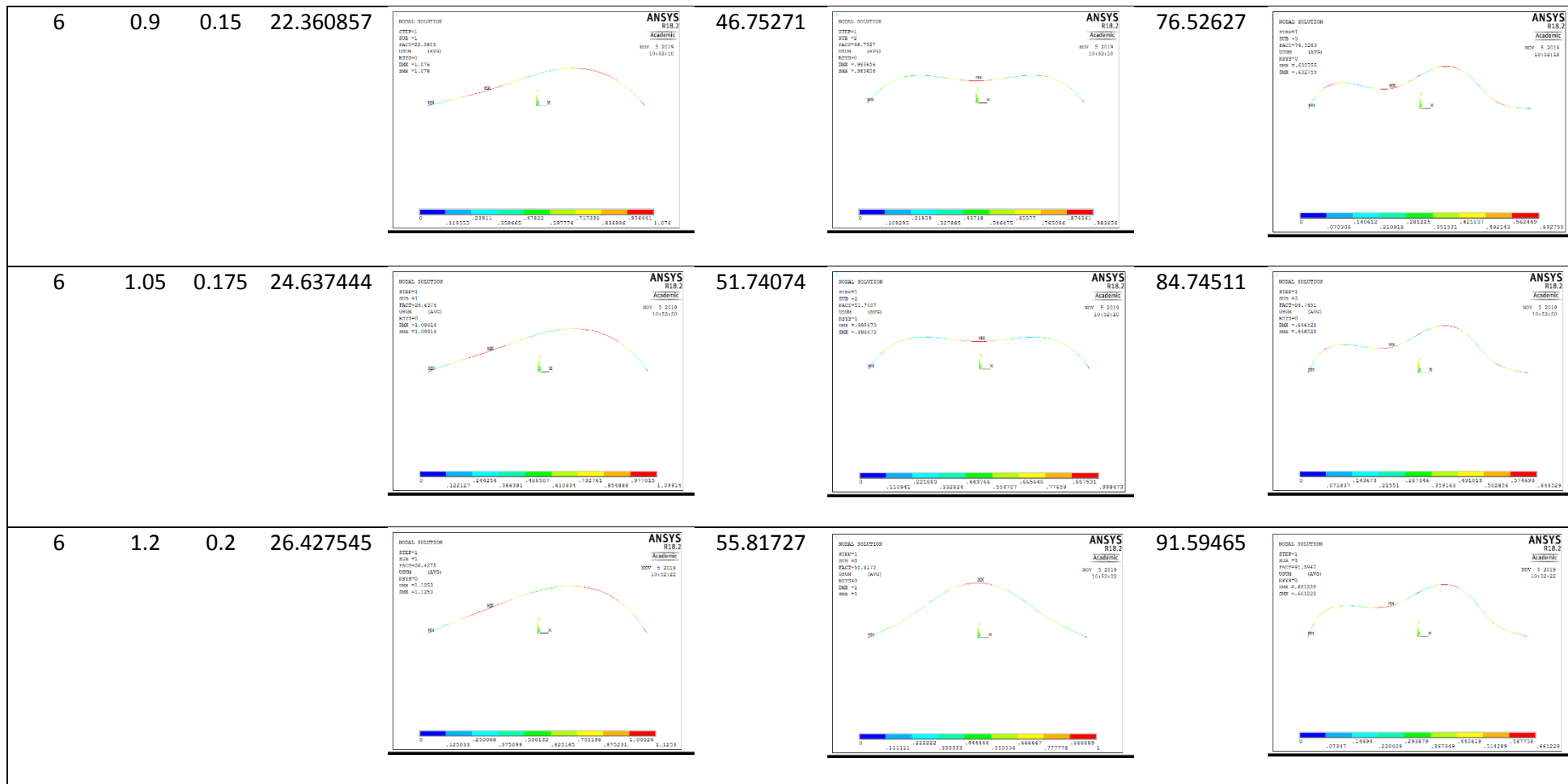


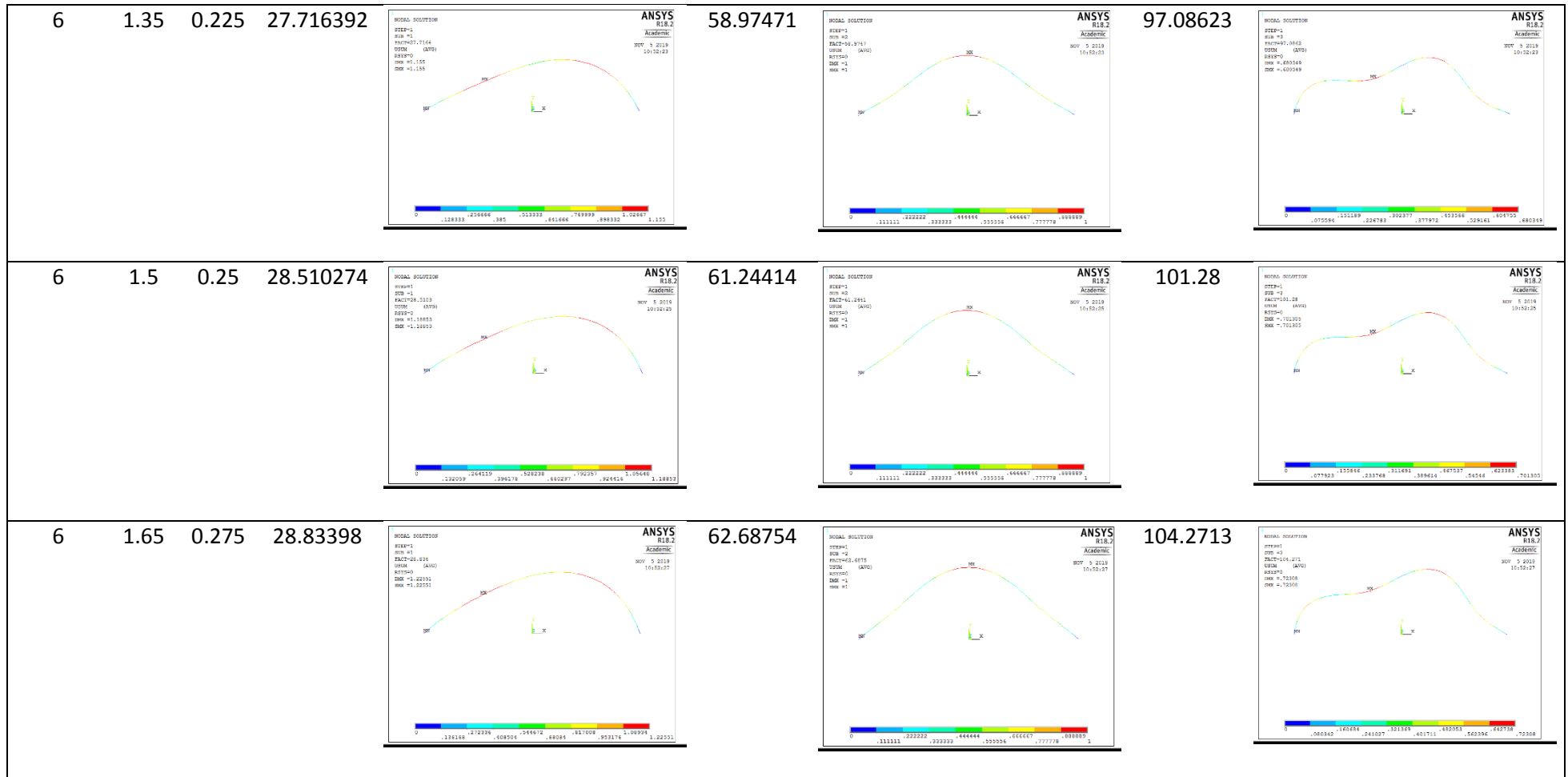


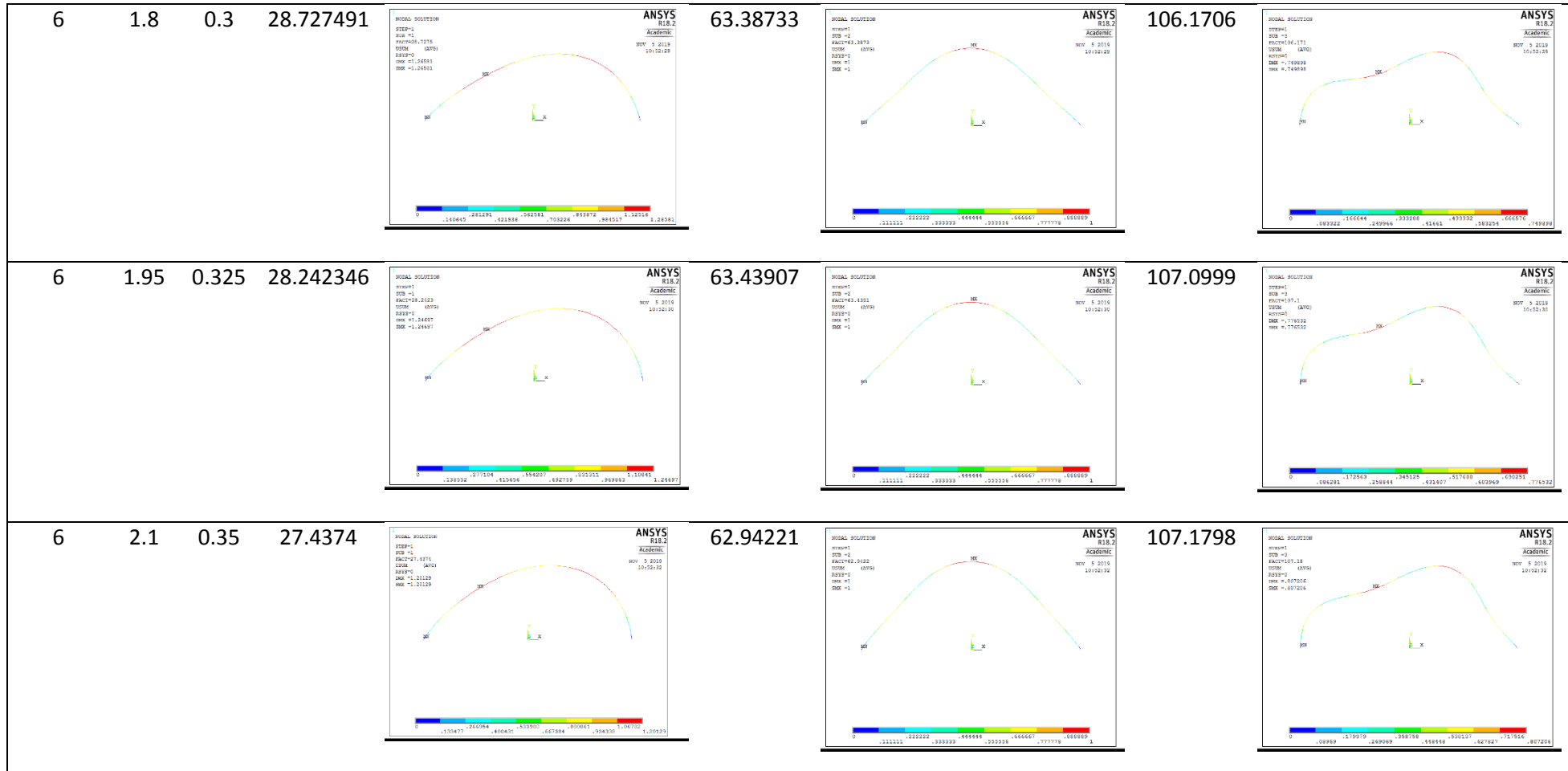
6	0.225 0.0375 8.181111	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =1 ANALYSIS=1111 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =1.00958 MAX =1.00958 MIN =1.00958</p>	9.145399	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =2 ANALYSIS=1114 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>	17.30066	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =3 ANALYSIS=1107 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>
6	0.24 0.04 8.4710662	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =1 ANALYSIS=1117 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =1.00982 MAX =1.00982 MIN =1.00982</p>	10.44128	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =2 ANALYSIS=1113 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>	17.95668	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =3 ANALYSIS=1107 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>
6	0.255 0.0425 8.7734844	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =1 ANALYSIS=1118 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =1.00979 MAX =1.00979 MIN =1.00979</p>	11.86997	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =2 ANALYSIS=1113 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>	18.65906	<p>ANSYS R18.2 Academic Modal Solution STEP=1 SUB =3 ANALYSIS=1108 UNIT (AU) UNIT (AV) UNIT (AW) UNIT (AX) UNIT (AY) UNIT (AZ) DISP =0.00099 MAX =0.00099 MIN =0.00099</p>

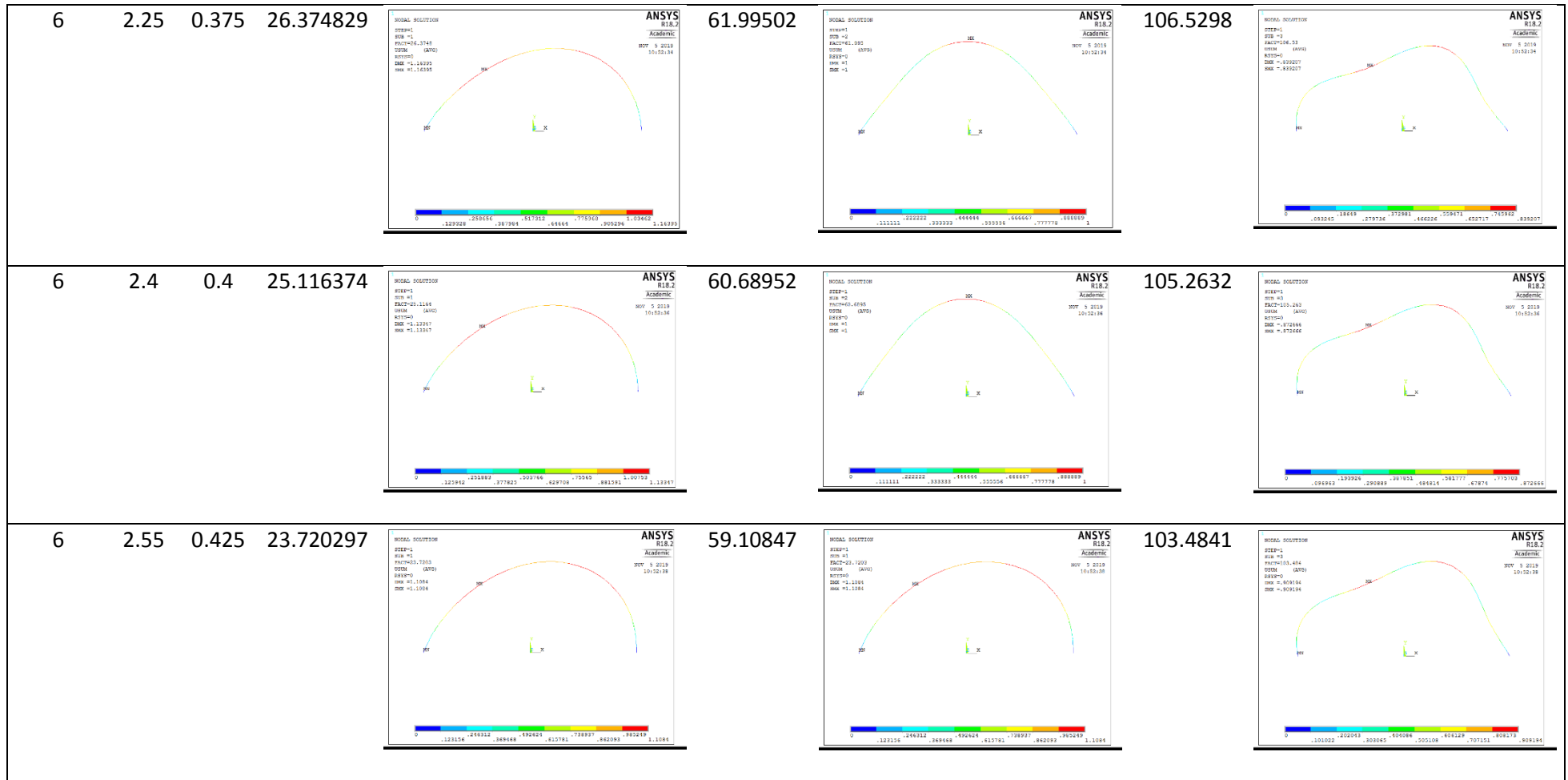
<p>6      0.27    0.045    9.0859248</p>		<p>13.42604</p>		<p>19.41575</p>	
<p>6      0.285    0.0475    9.4064407</p>		<p>15.09138</p>		<p>20.24837</p>	
<p>6      0.3       0.05       9.7334562</p>		<p>16.81999</p>		<p>21.20709</p>	











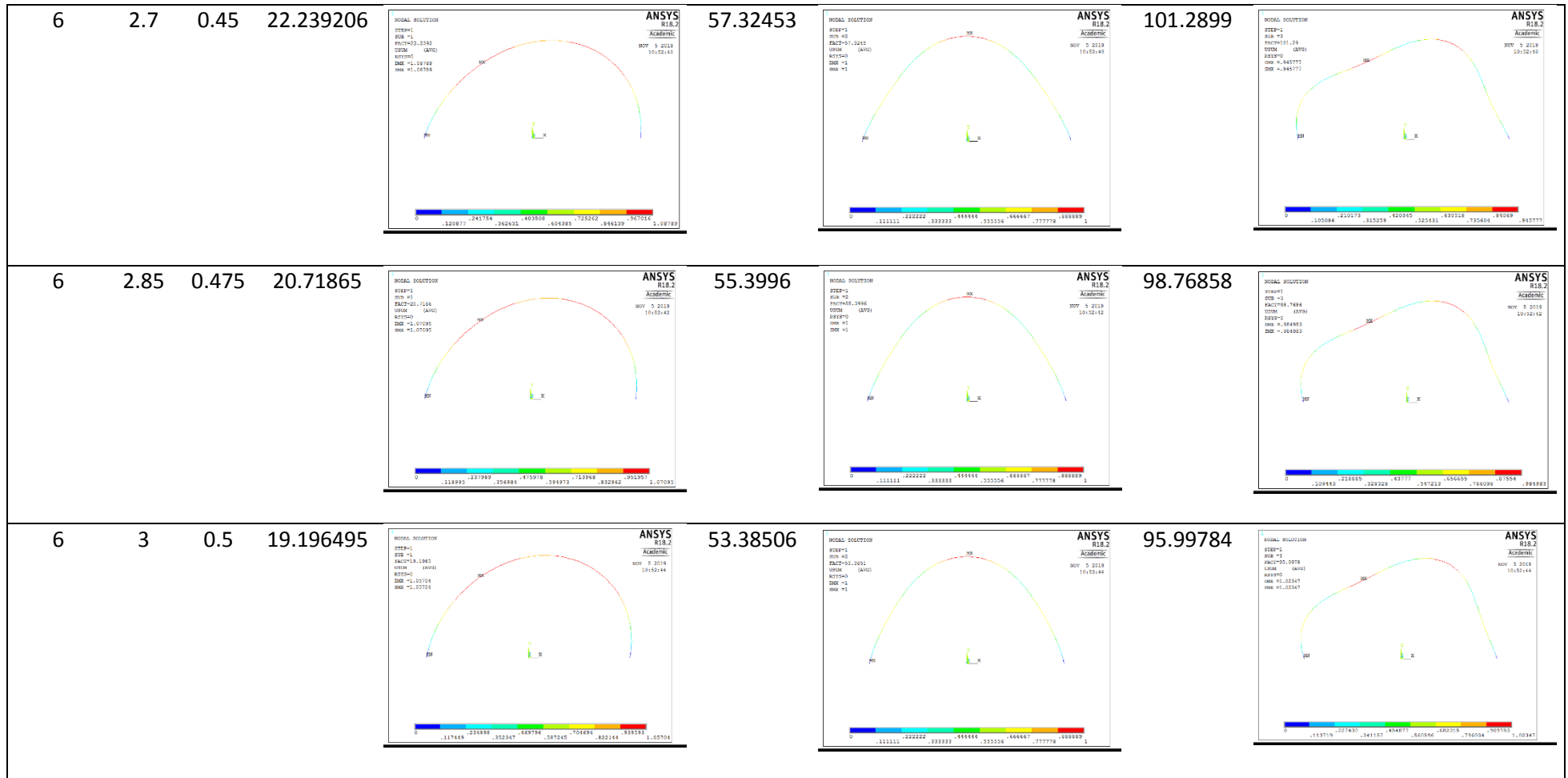
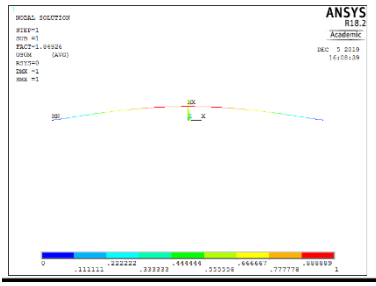
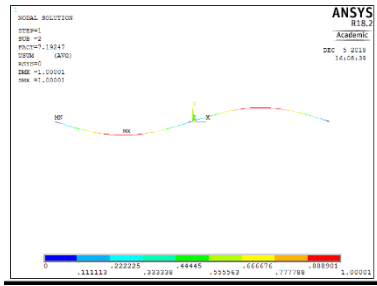
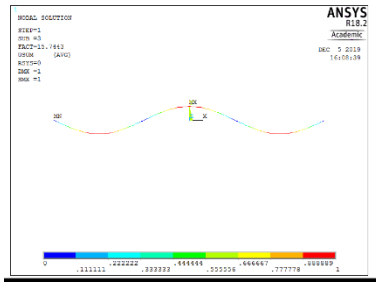
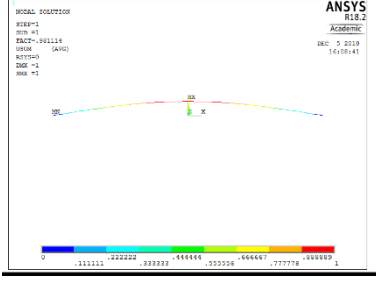
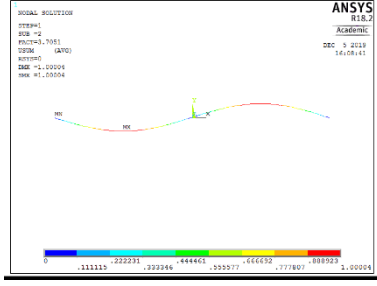
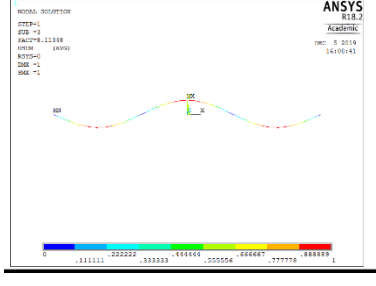
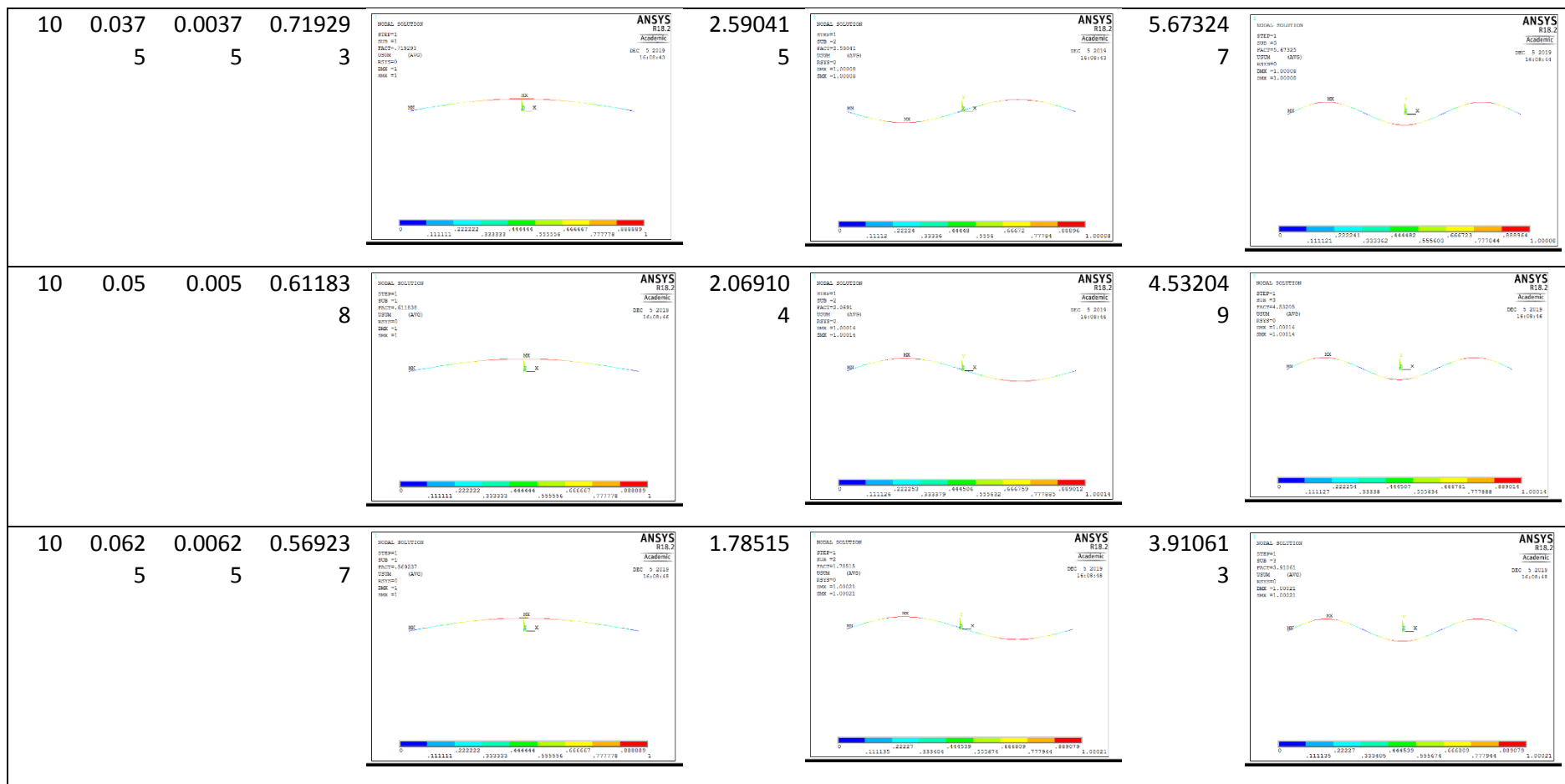
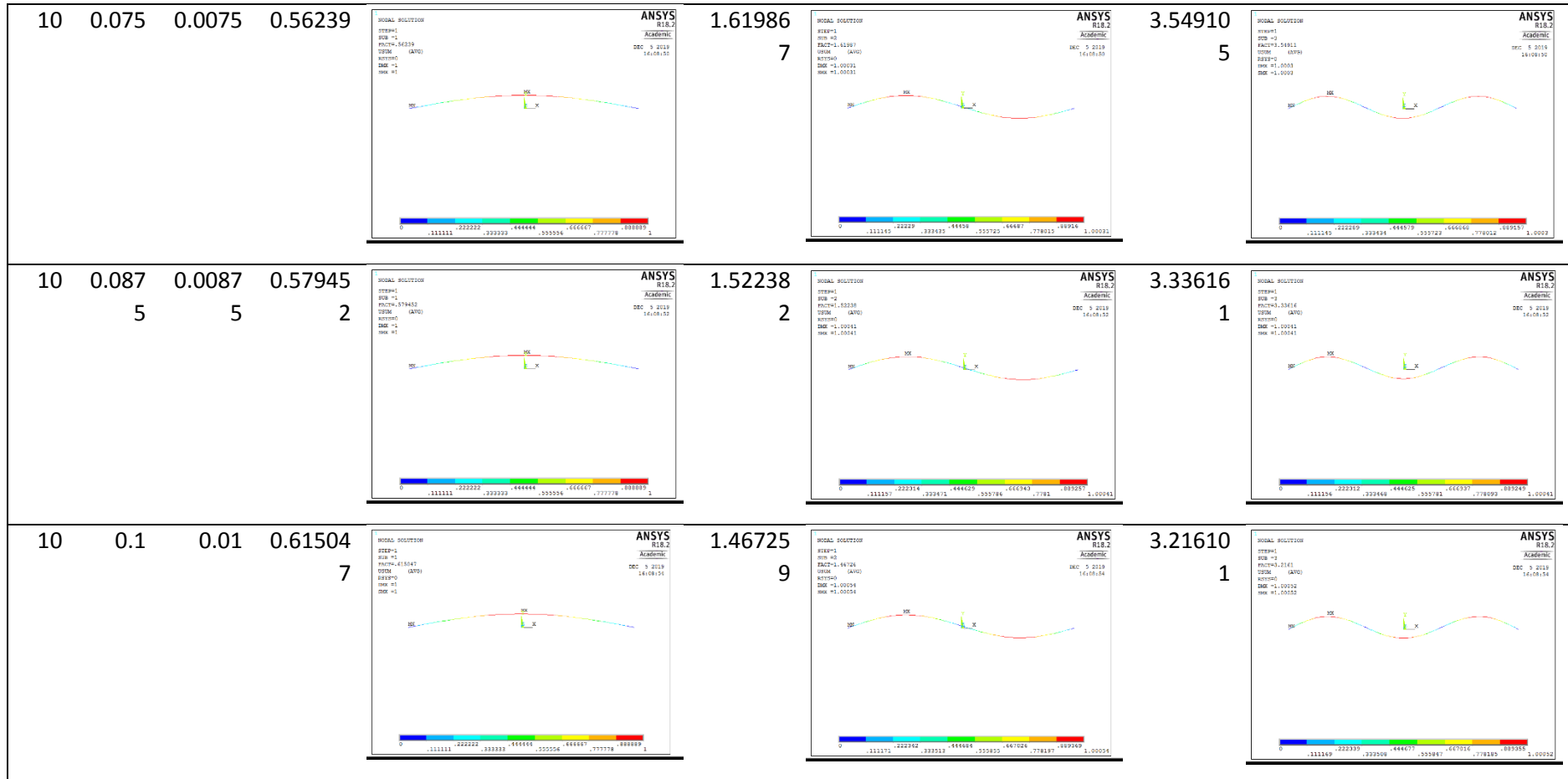
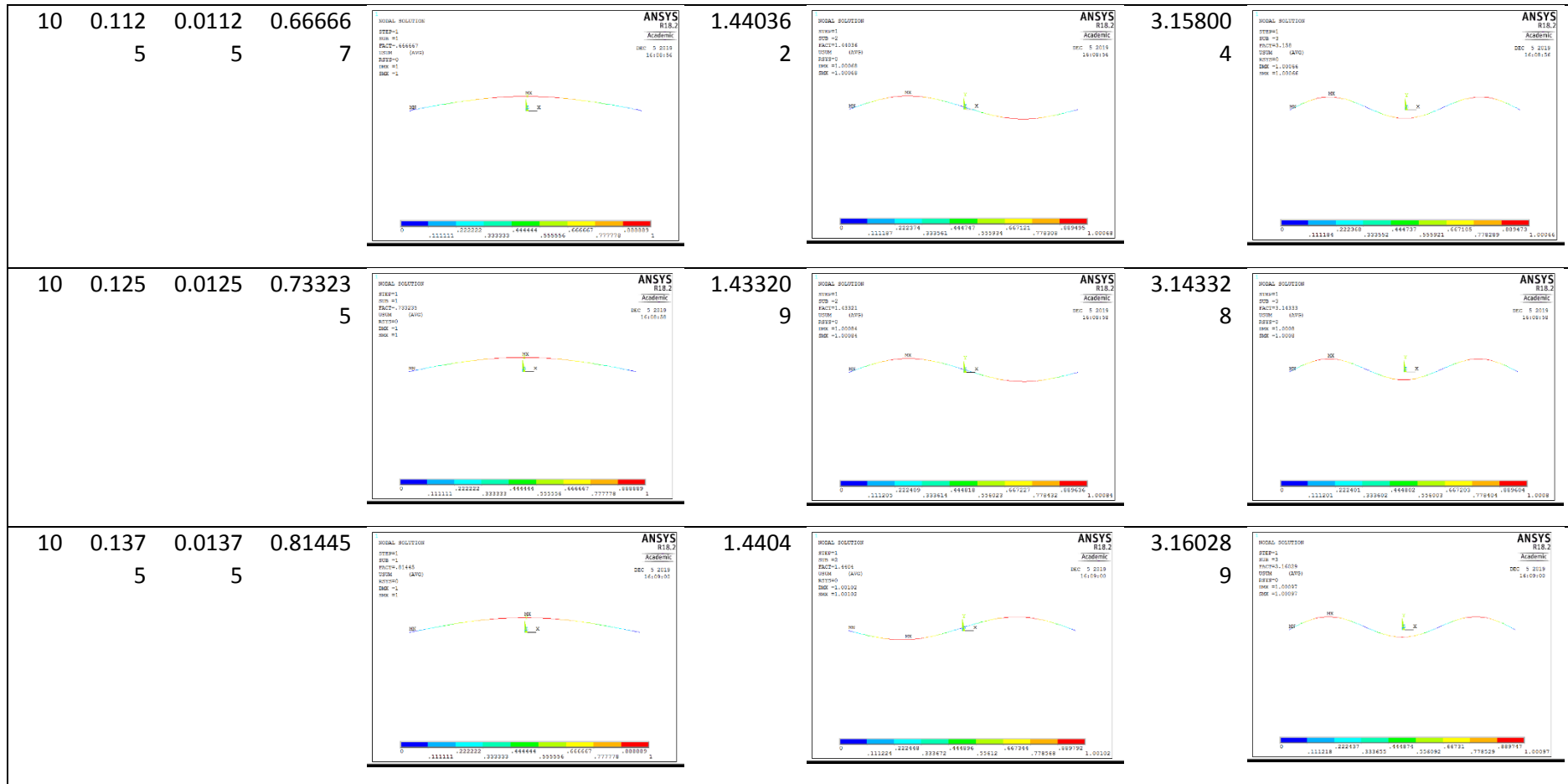


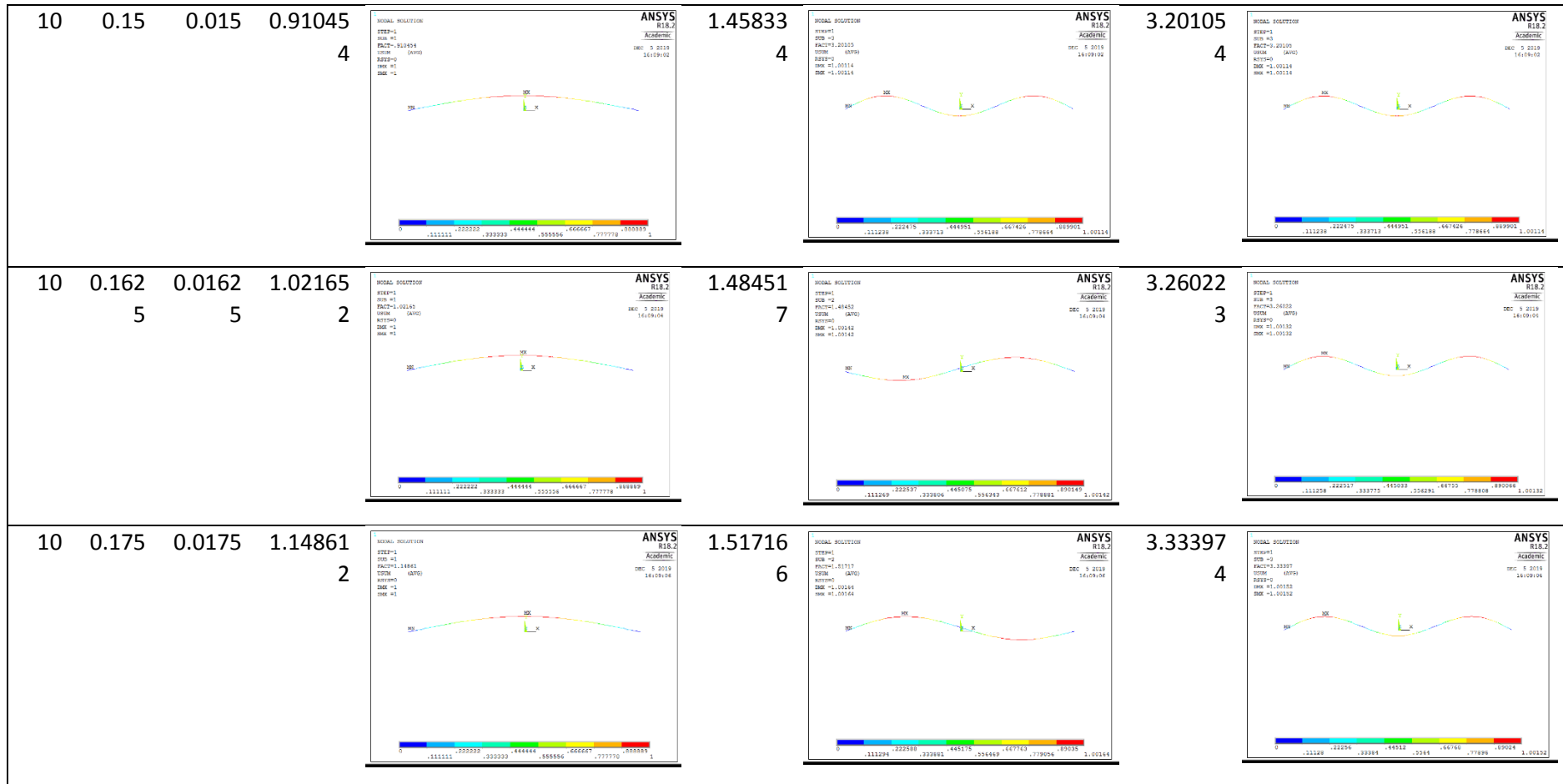
Tabela 11- 3 primeiros modos de instabilidade para L=10 com diferentes alturas

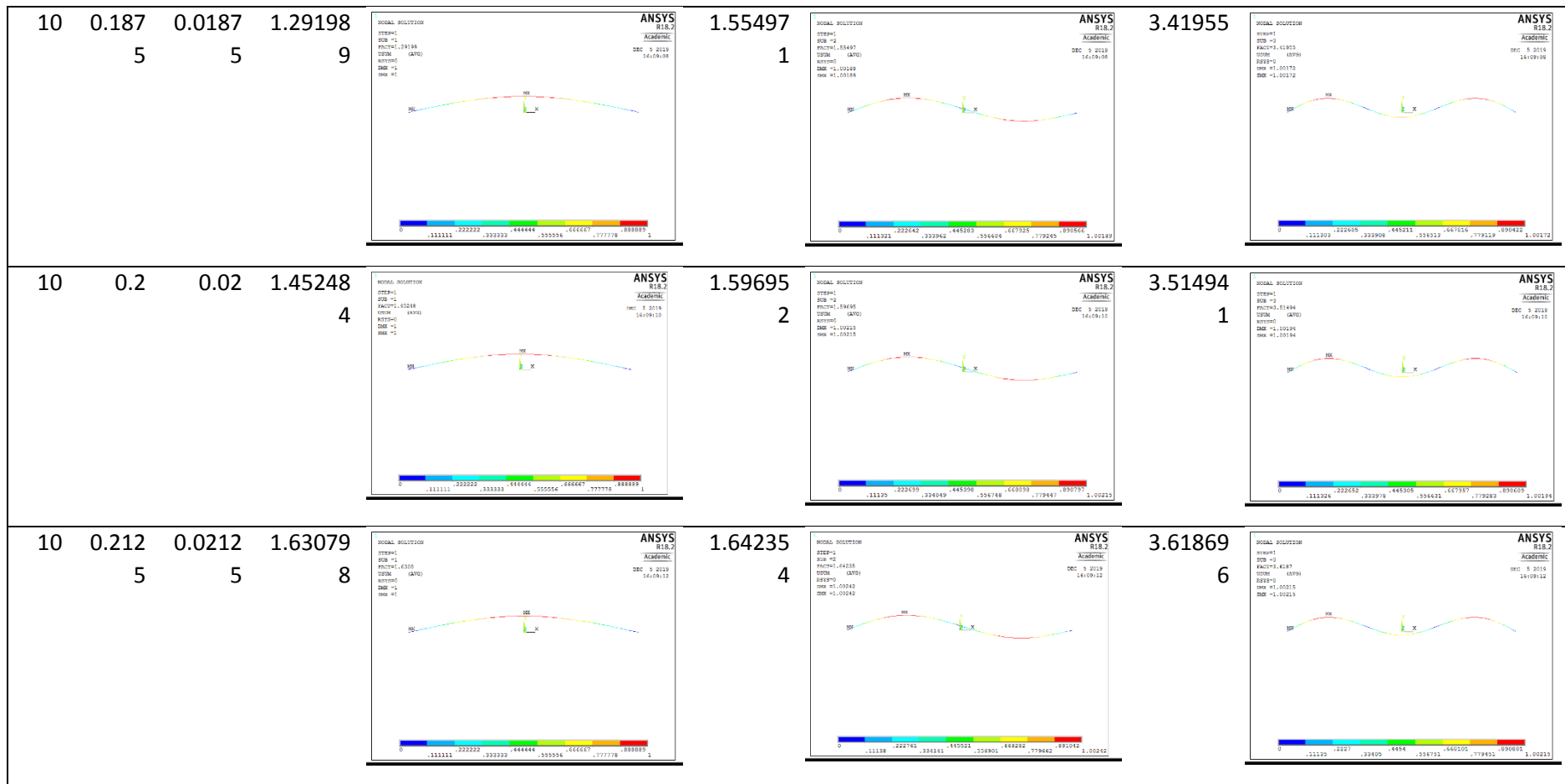
L	f	Racio	Ncr (KN/m)	Modo 1	Ncr (KN/m)	Modo 2	Ncr (KN/m)	Modo 3
10	0.012	0.0012	1.84925		7.19247		15.7443	
10	0.025	0.0025	0.98111		3.70509		8.11347	

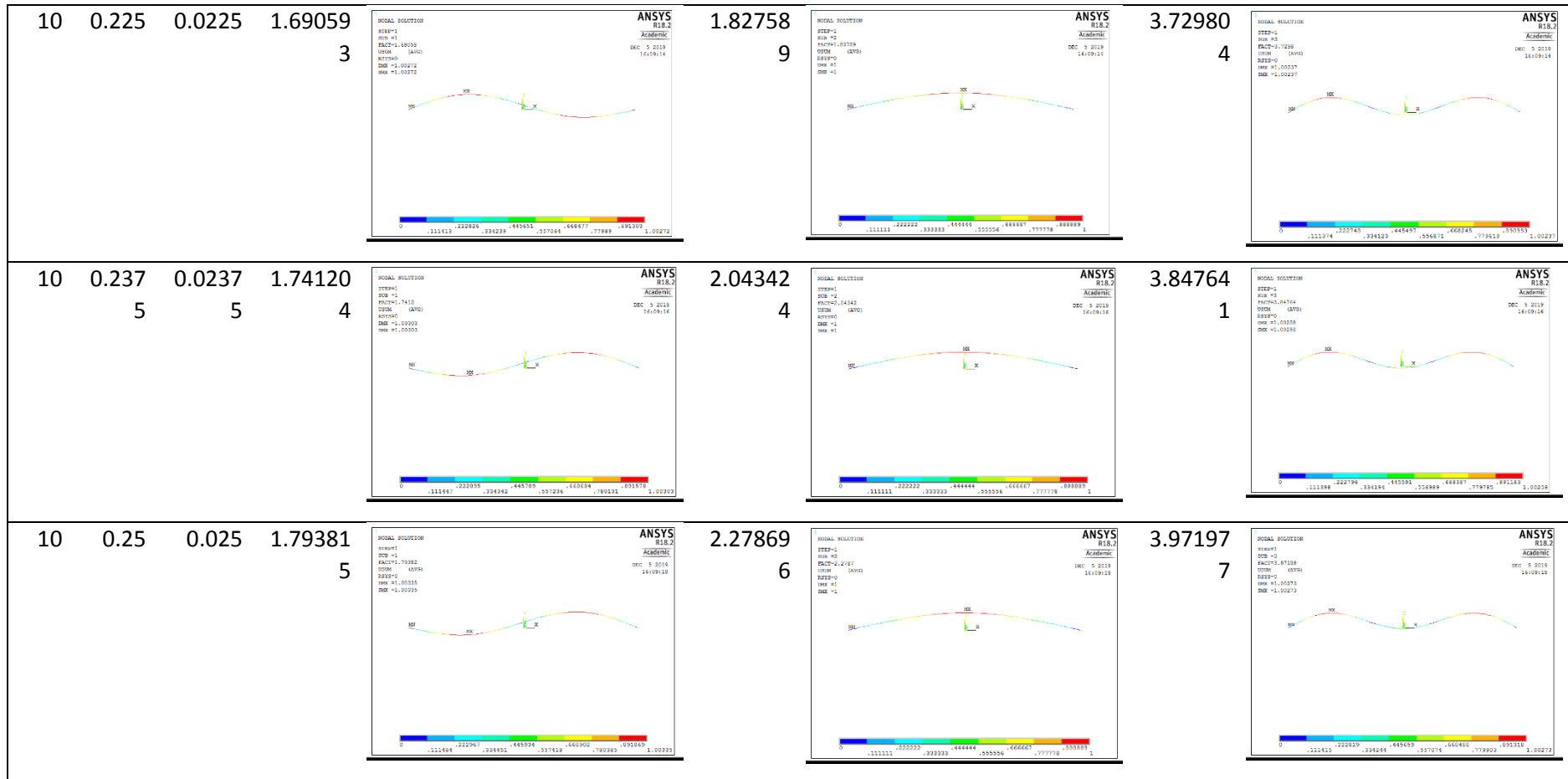


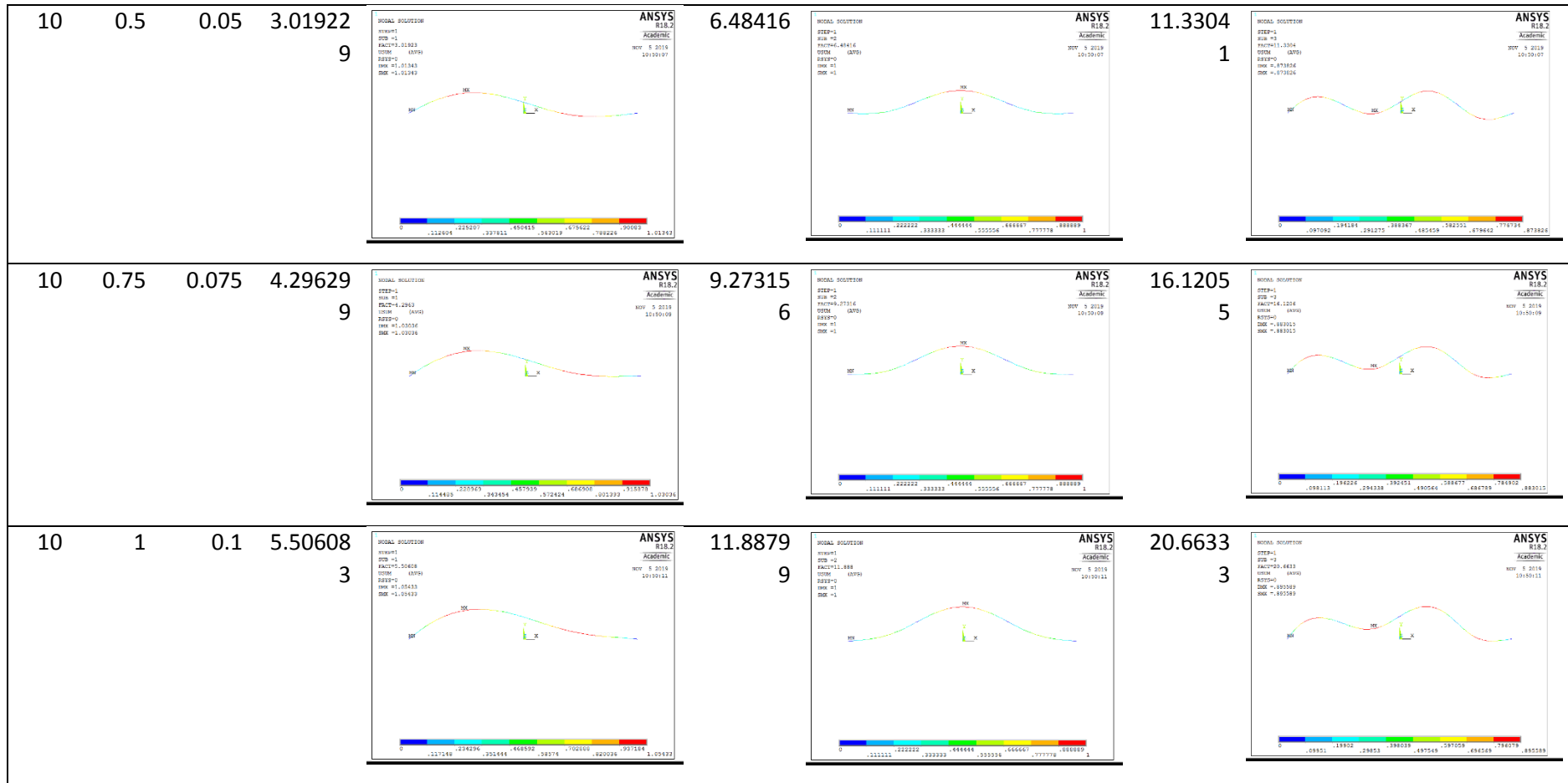


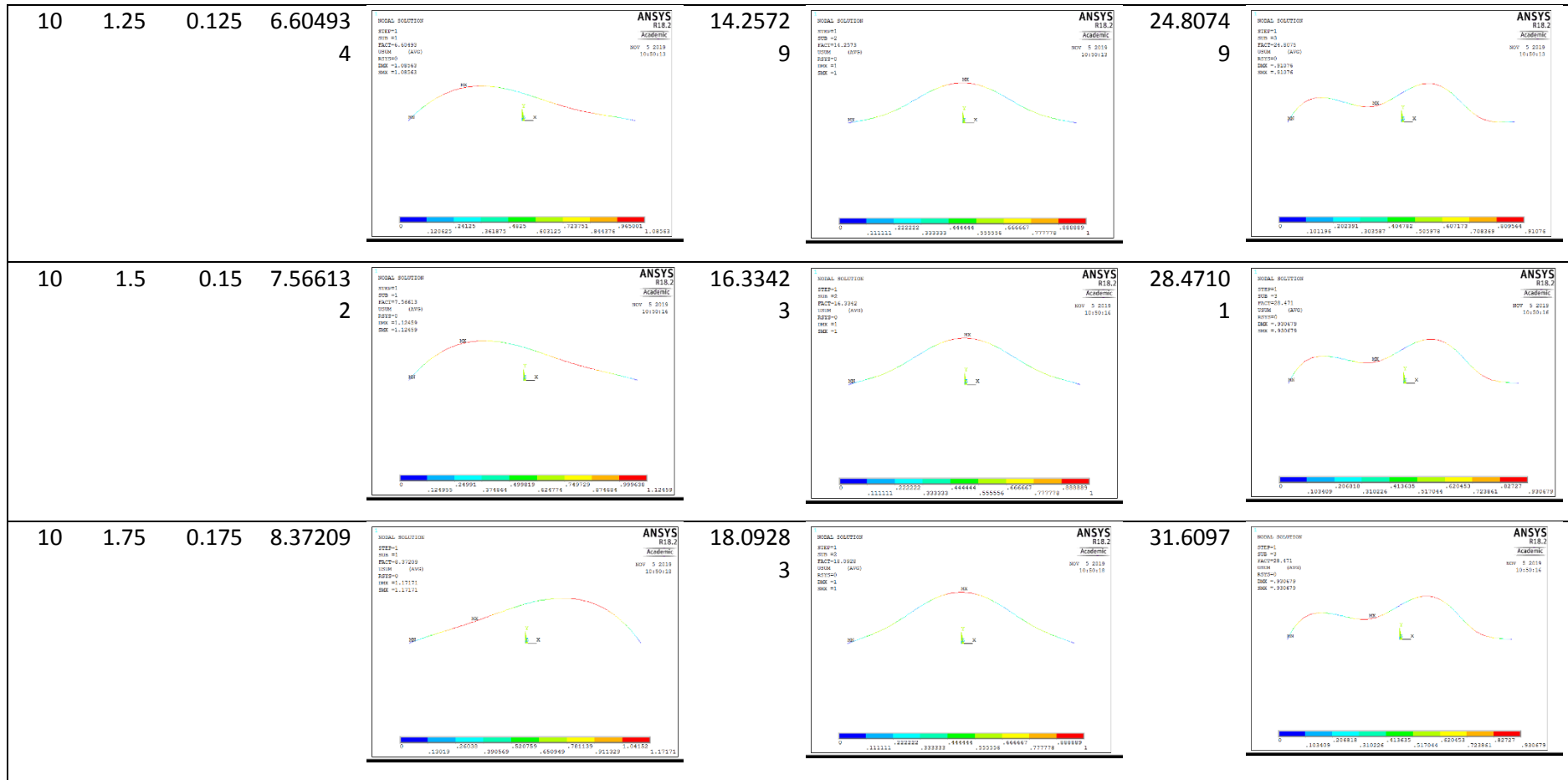


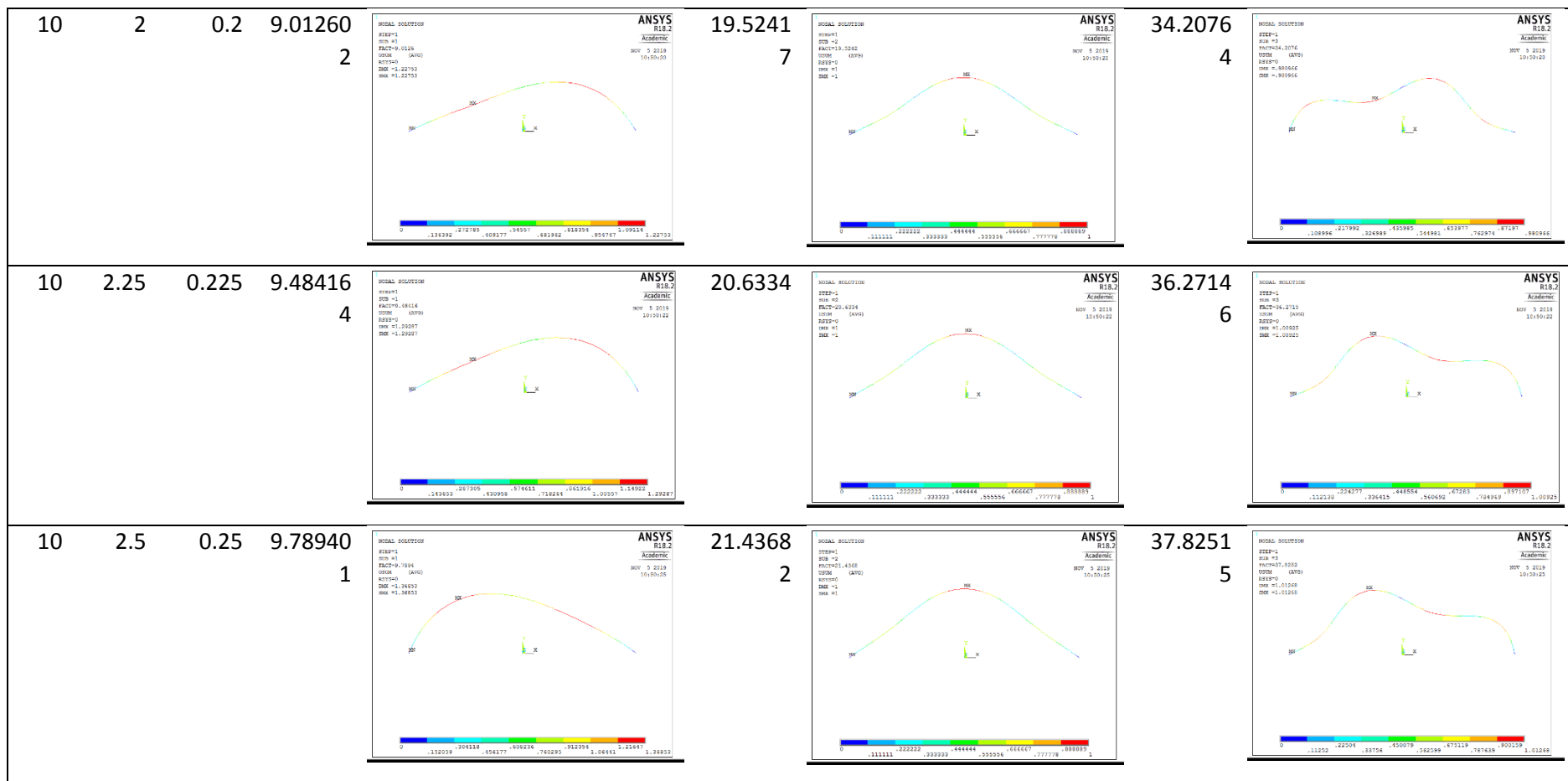


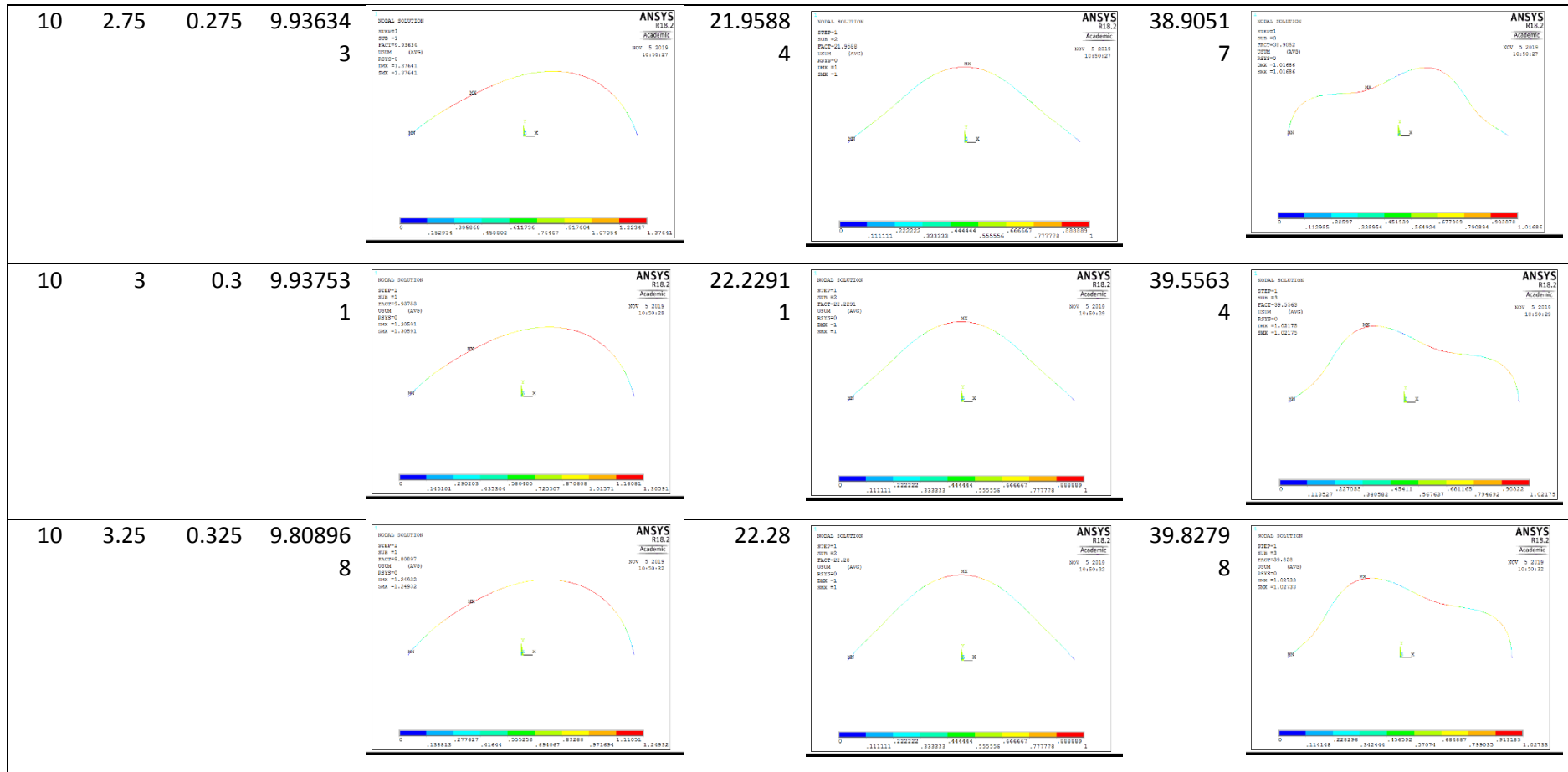


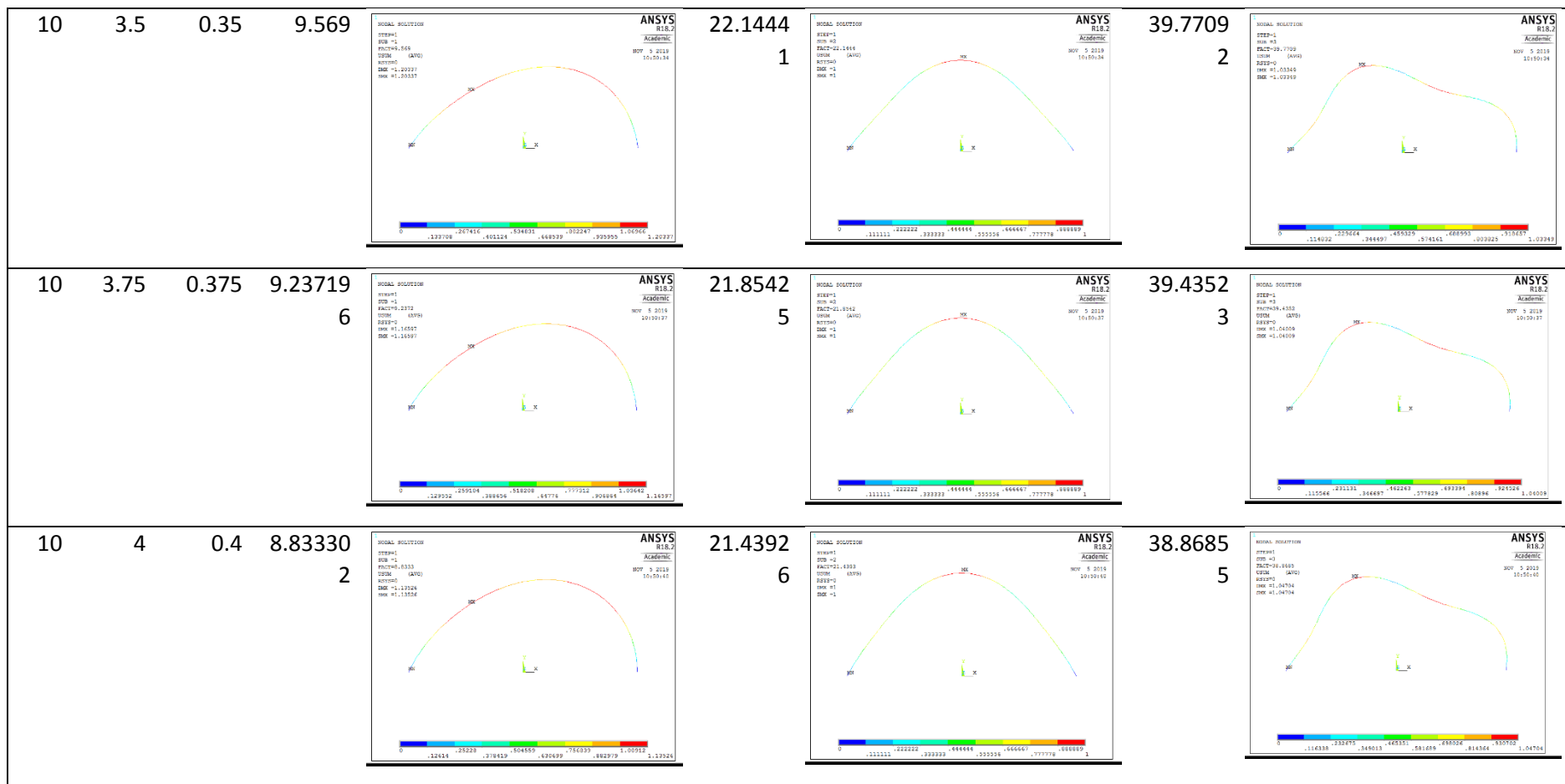


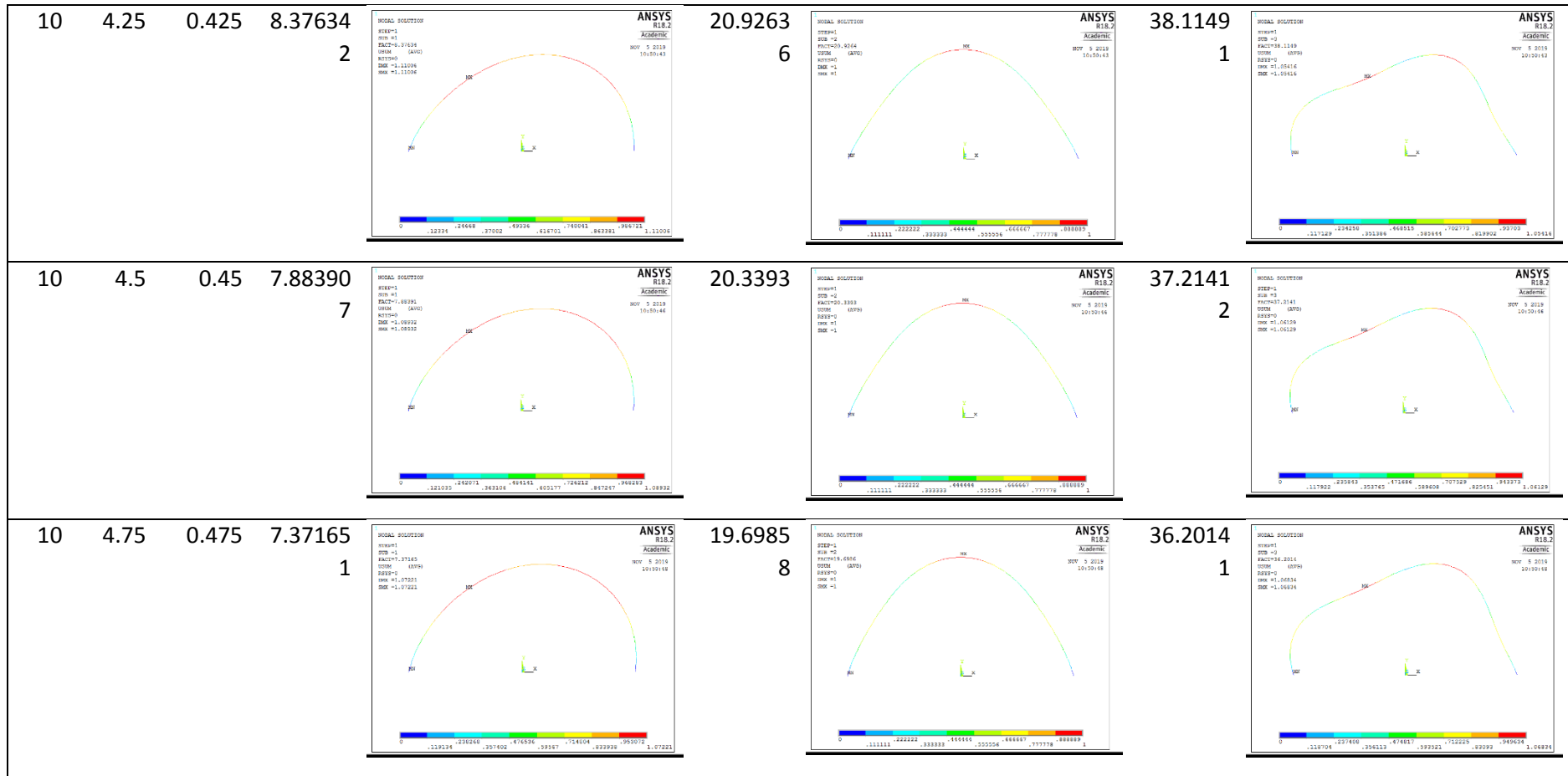












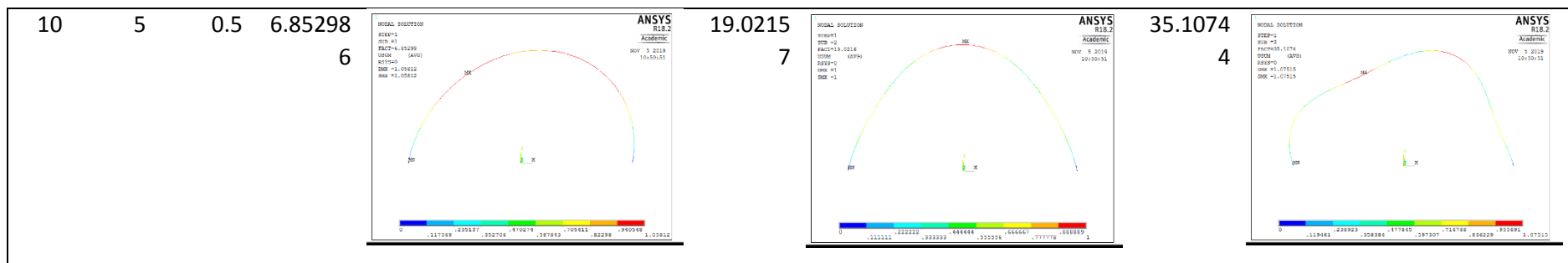
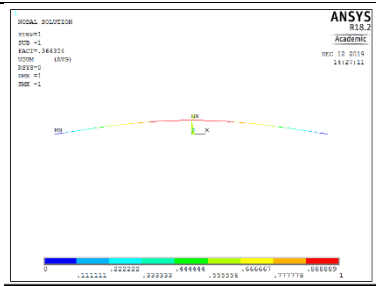
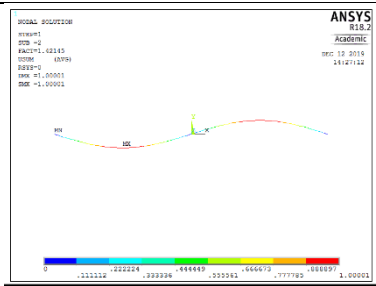
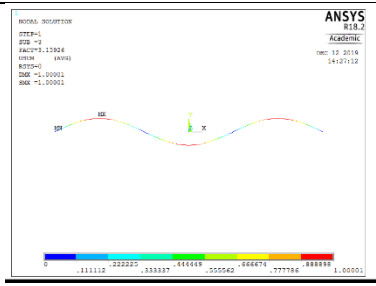
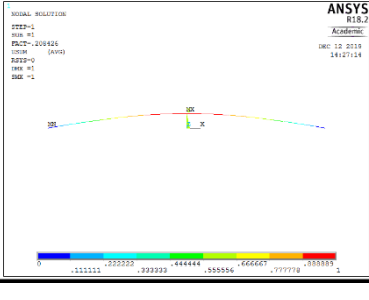
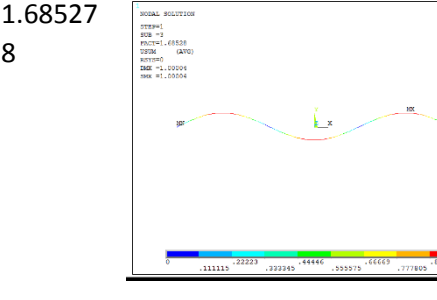
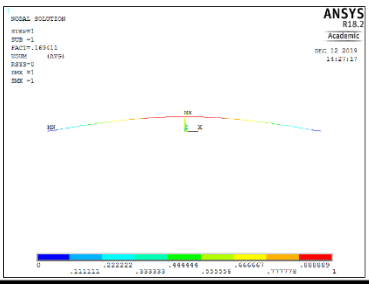
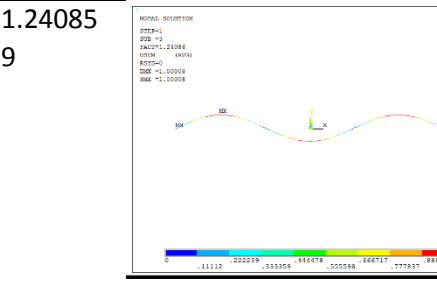
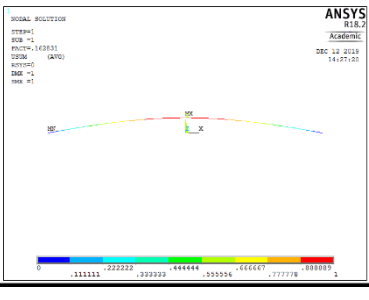
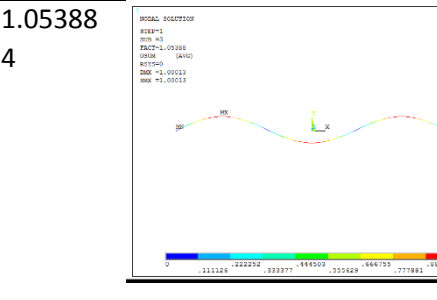
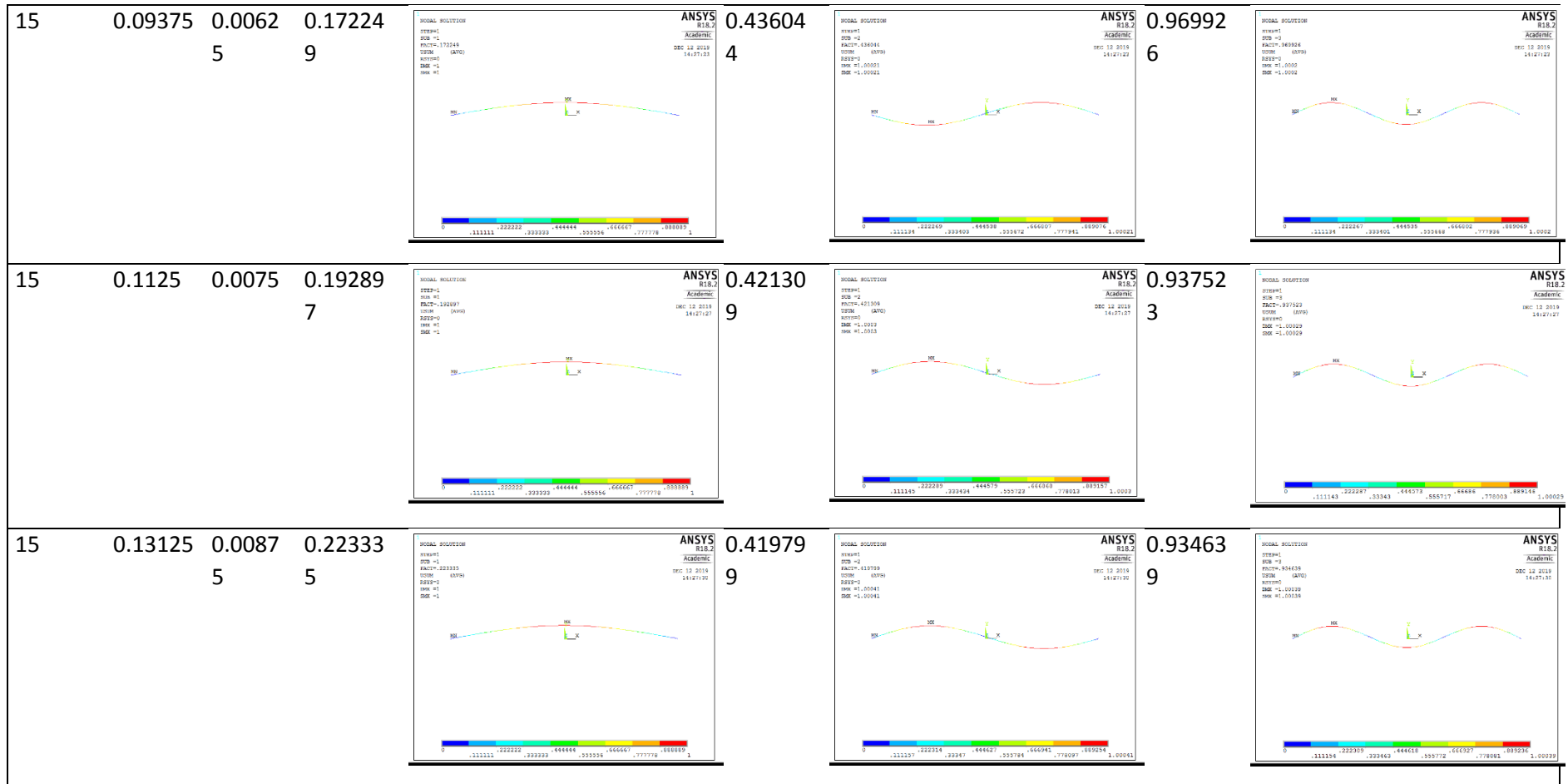
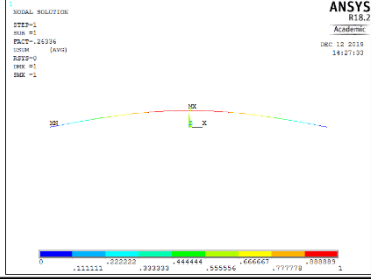
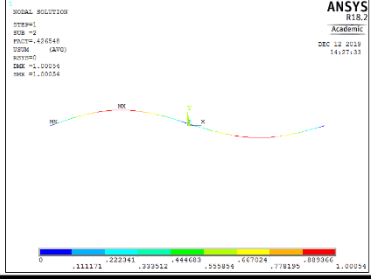
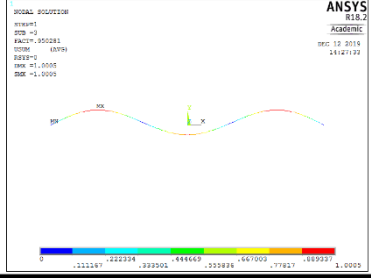
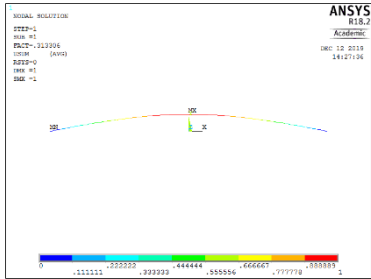
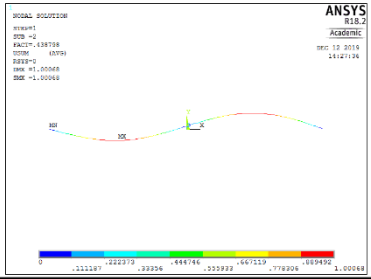
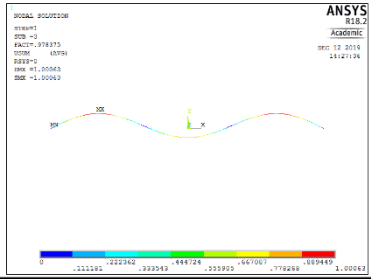
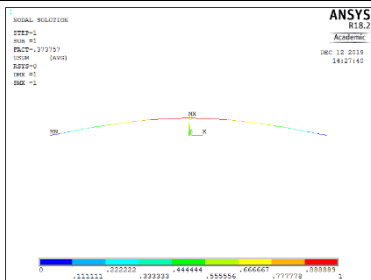
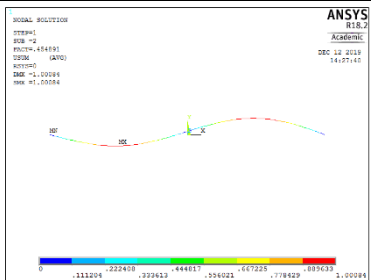
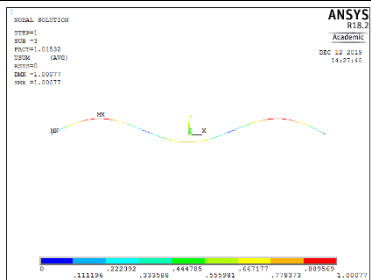


Tabela 12-3 primeiros modos de instabilidade para L=15 com diferentes alturas

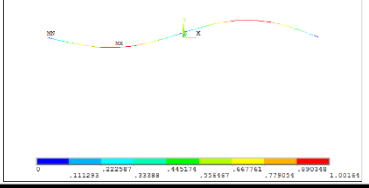
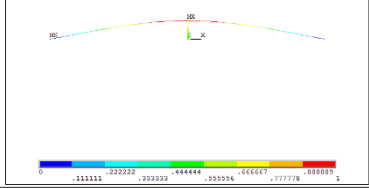
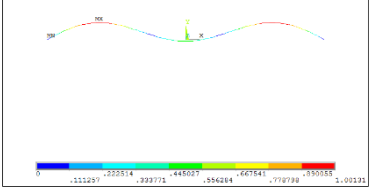
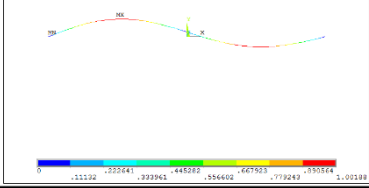
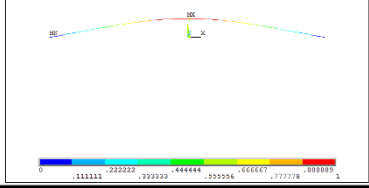
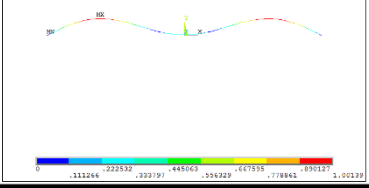
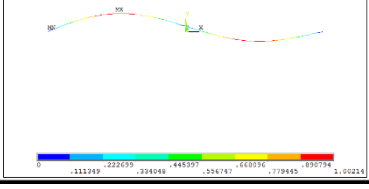
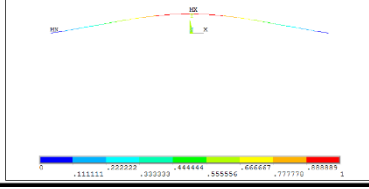
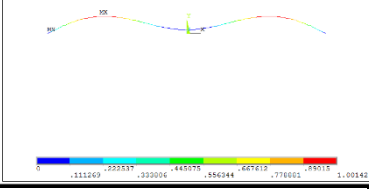
L	f	Racio	Ncr (K/m)	Modo 1	Ncr (K/m)	Modo 2	Ncr (K/m)	Modo 3
15	0.01875	0.0012	0.36635		1.42145		3.15926	

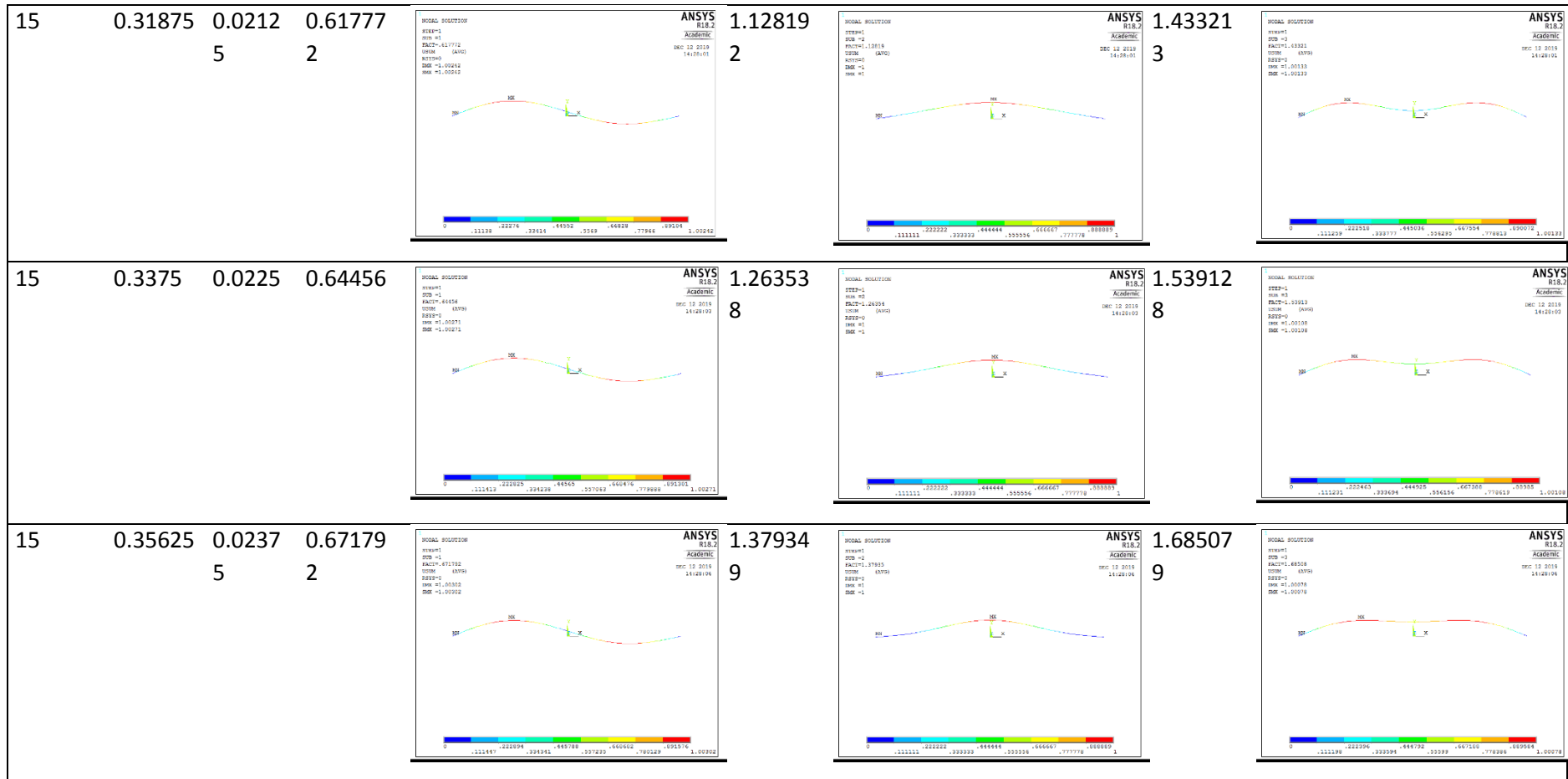
<p>15      0.0375    0.0025    0.20842 6</p>		<p>0.75816 9</p>		<p>1.68527 8</p>
<p>15      0.05625    0.0037    0.16941 5      1</p>		<p>0.55814 4</p>		<p>1.24085 9</p>
<p>15      0.075      0.005      0.16283 1</p>		<p>0.47393 4</p>		<p>1.05388 4</p>

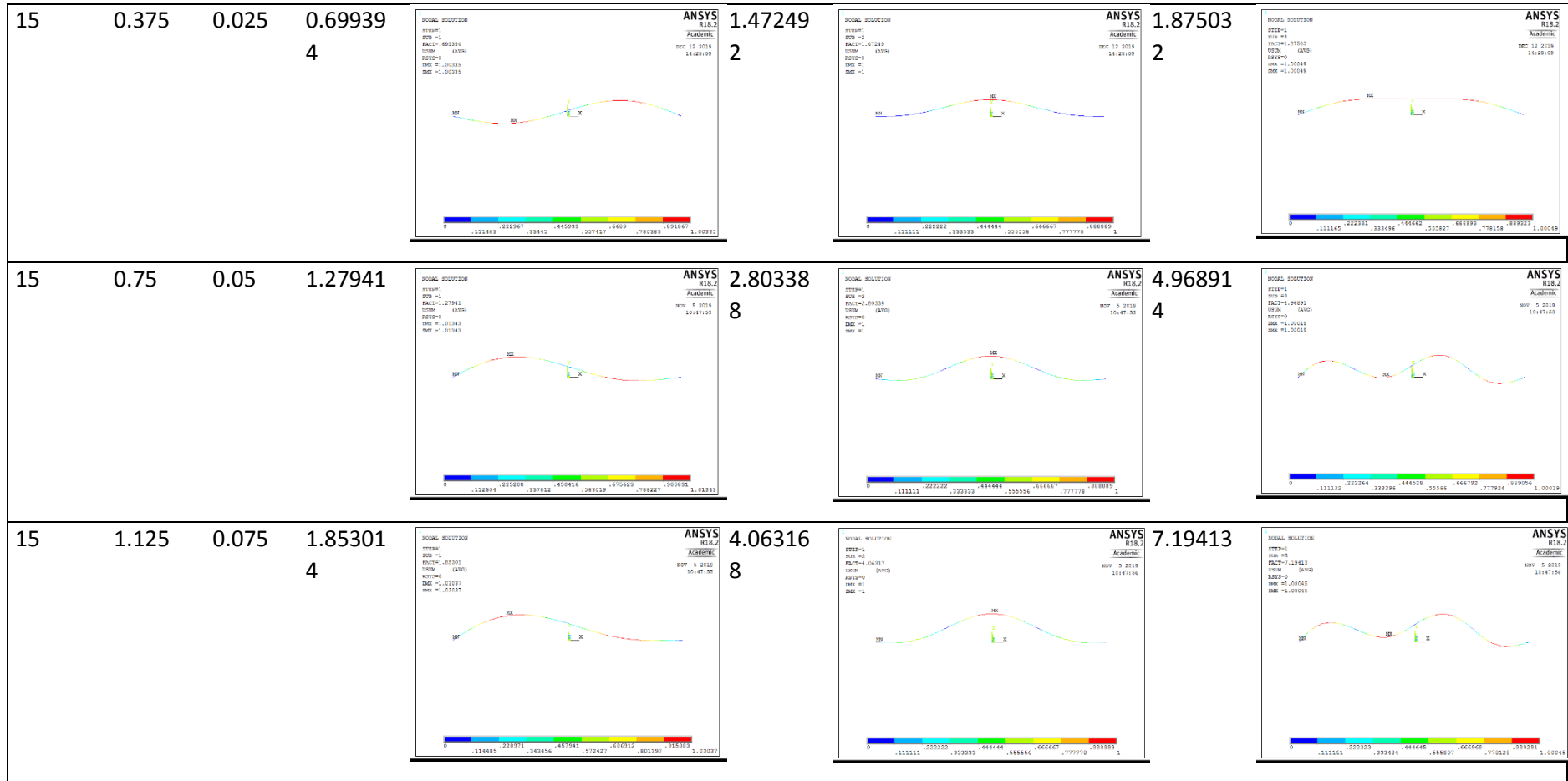


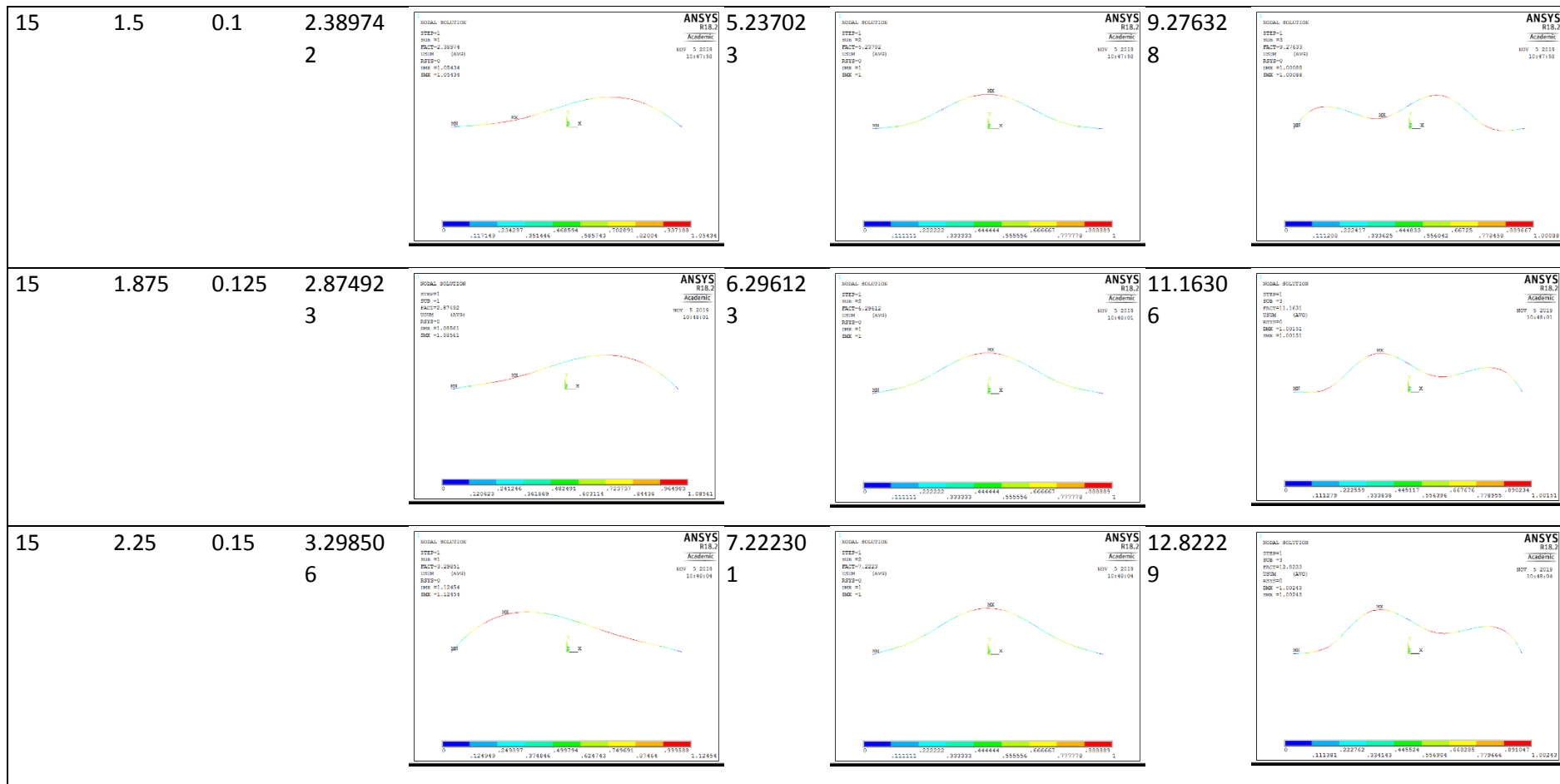
15	0.15	0.01	0.26336	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=1.00126 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	0.42654 8	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.00148 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	0.95028 1	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.00148 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>
15	0.16875	0.0112	0.31330	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=1.21206 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	0.43879 8	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.38938 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	0.97837 5	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.97837 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>
15	0.1875	0.0125	0.37375	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=1.37375 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	0.45489 1	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.44831 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>	1.01532 5	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=1.01532 TIME (AVG) STEP=0 TIME=1 SDE=1</p>  <p>0 .111111 .222222 .444444 .666667 .888889 1</p>

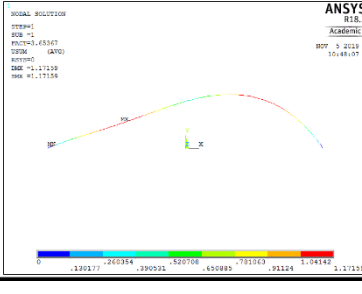
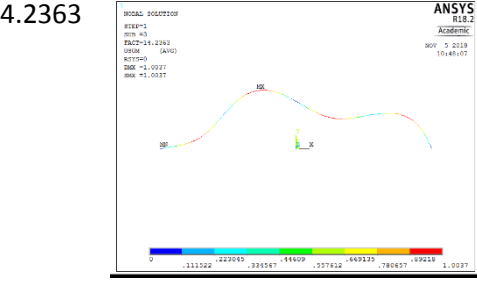
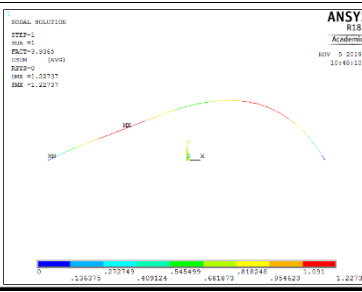
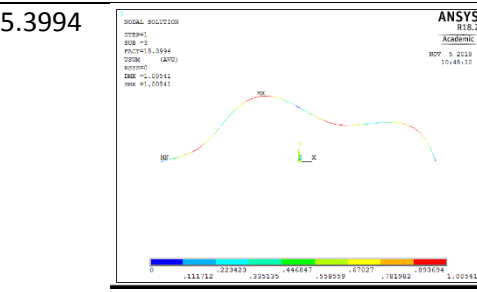
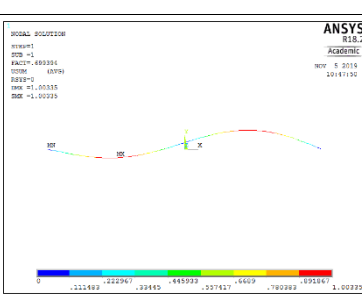
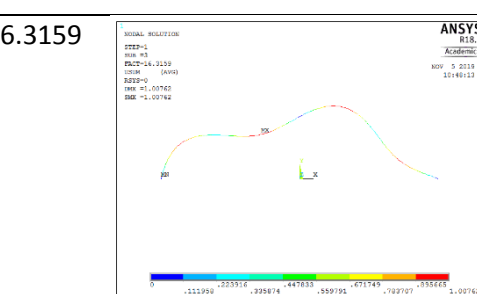


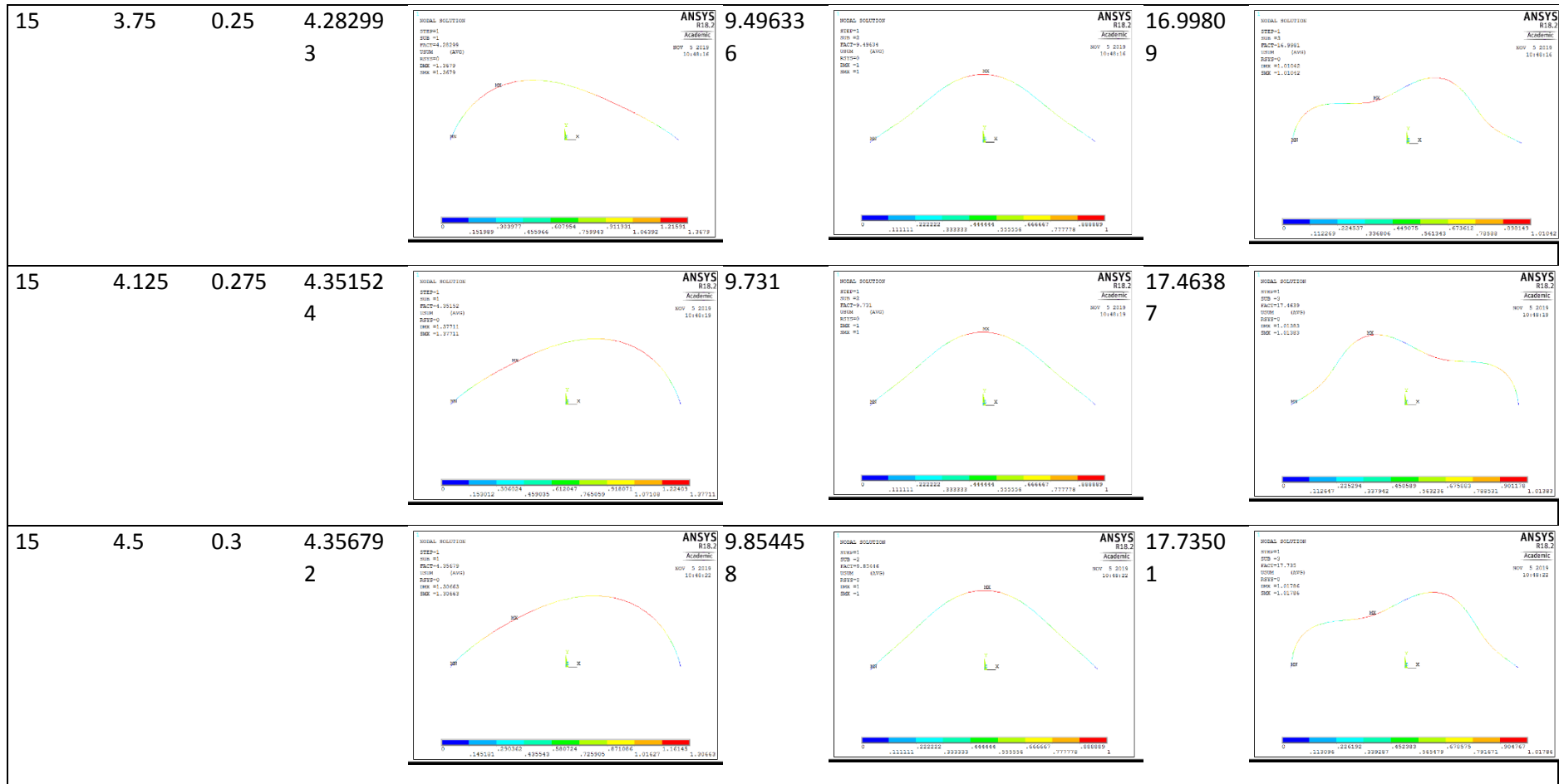
15	0.2625	0.0175	0.54111	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =1            FACT=1.1112            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00184            SAE =1.00184</p> 	0.73391	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =2            FACT=1.1111            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1            SAE =1</p> 	1.21894	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =3            FACT=1.11094            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00131            SAE =1.00131</p> 
15	0.28125	0.0187	0.56591	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =1            FACT=1.05928            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00188            SAE =1.00188</p> 	0.85557	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =2            FACT=1.05872            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1            SAE =1</p> 	1.28164	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =3            FACT=1.23165            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00229            SAE =1.00229</p> 
15	0.3	0.02	0.59151	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =1            FACT=1.981819            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00144            SAE =1.00144</p> 	0.98852	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =2            FACT=1.98826            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1            SAE =1</p> 	1.35131	<p>ANSYS R18.2 Academic            STEP=1            SUB =3            FACT=1.33132            TPRM (AVG)            KEYWORD            SAE =1.00142            SAE =1.00142</p> 

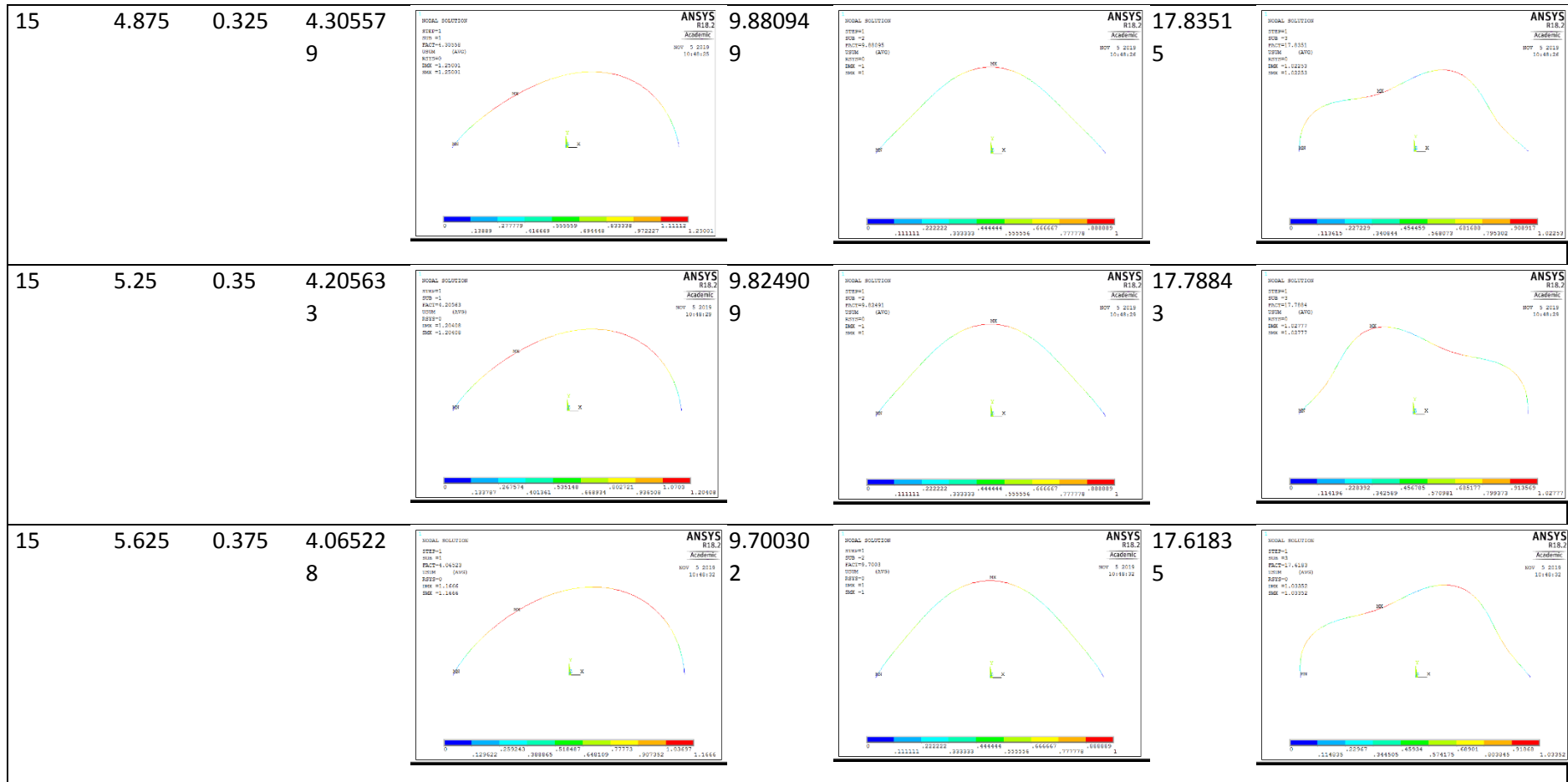


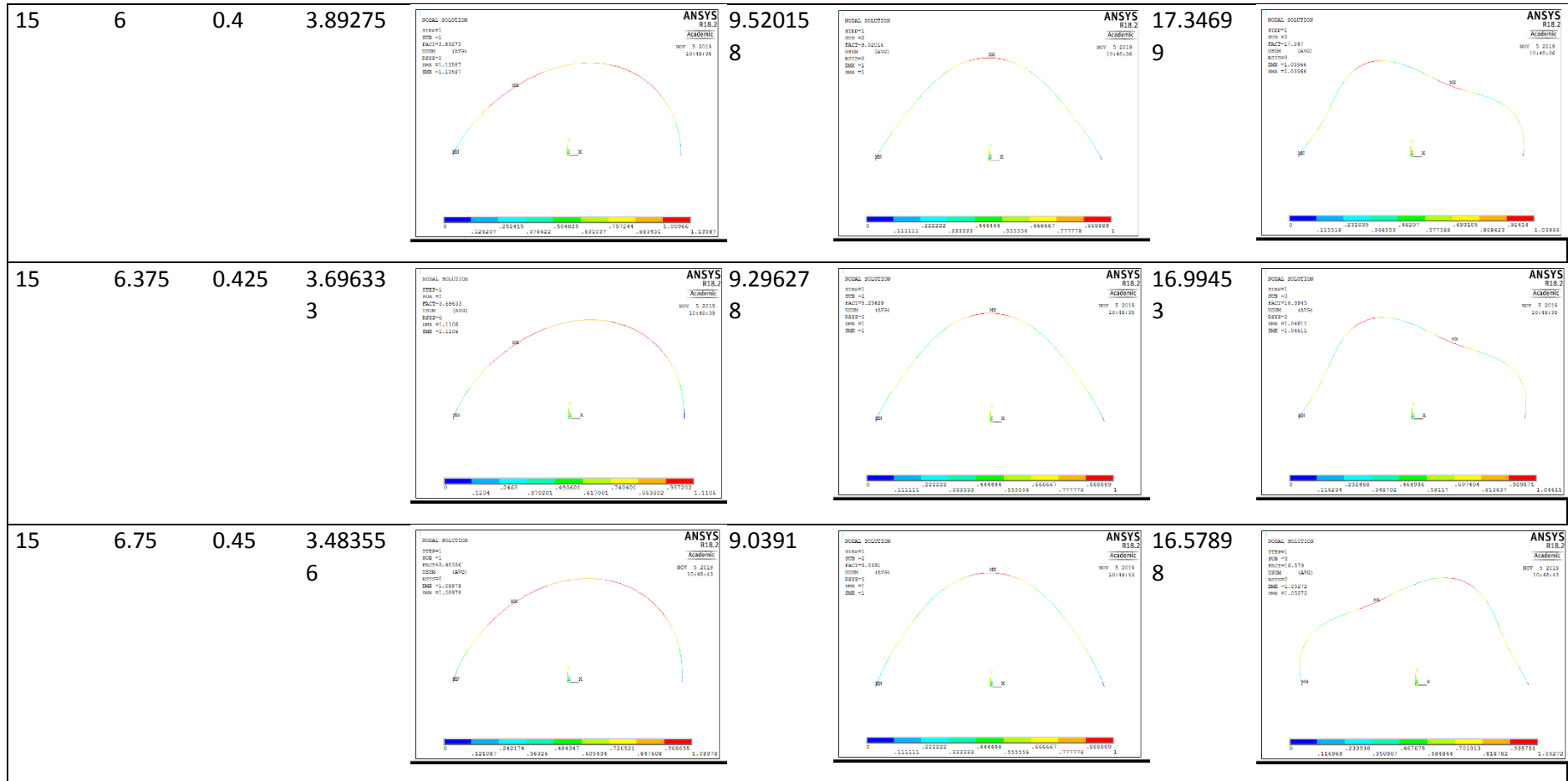




<p>15      2.625      0.175      3.65366 8</p>		<p>8.00555 8</p>	
<p>15      3      0.2      3.93650 1</p>		<p>8.64291 6</p>	
<p>15      3.375      0.225      4.14583 2</p>		<p>9.13730 6</p>	







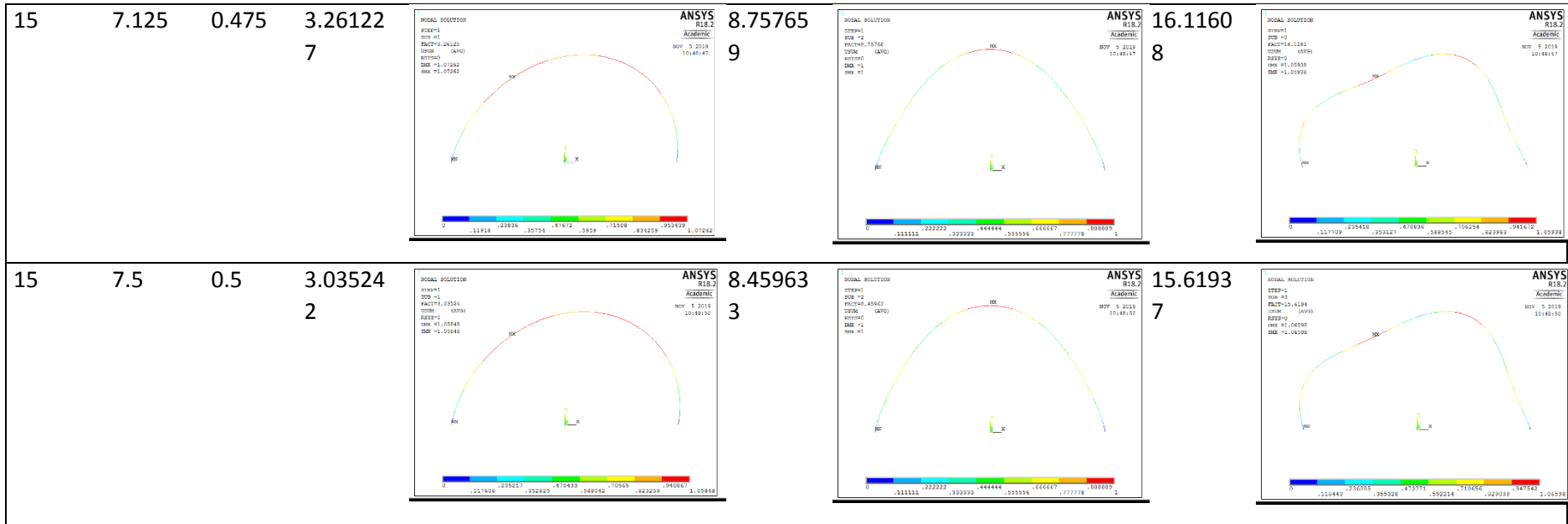
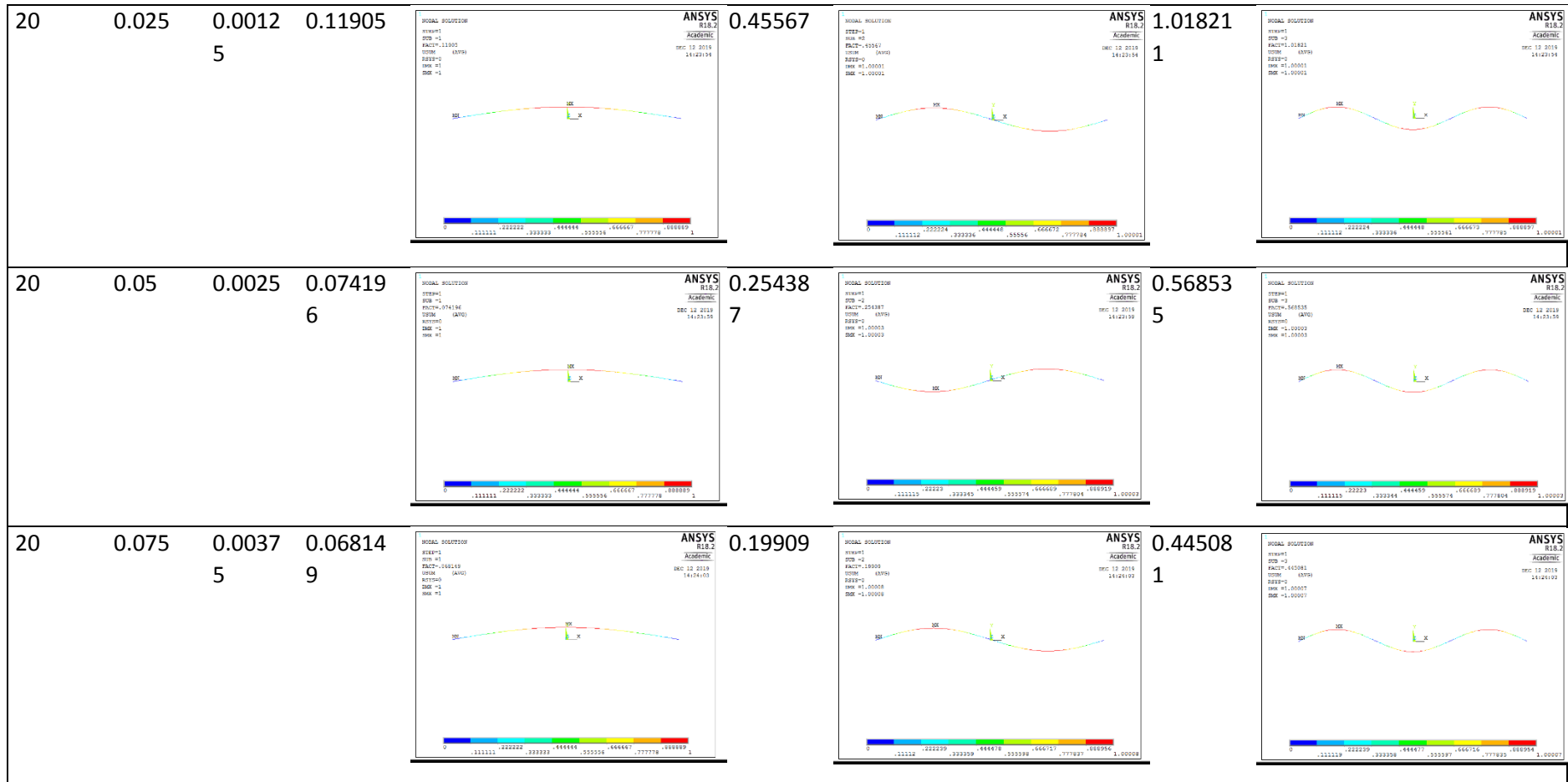
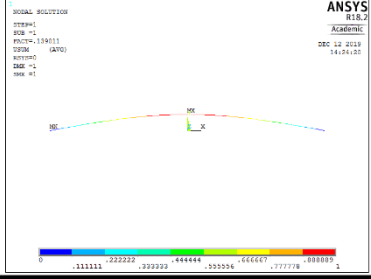
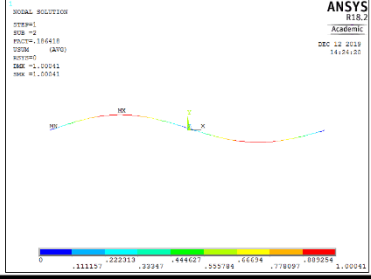
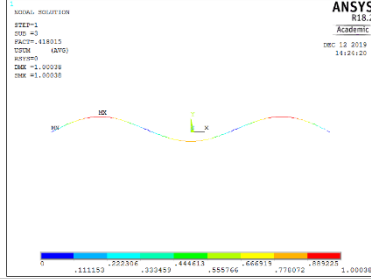
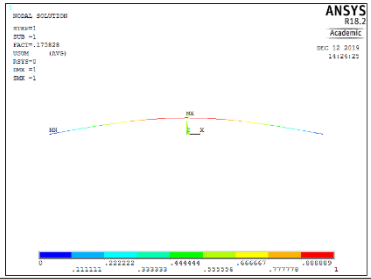
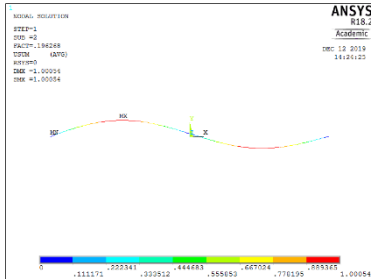
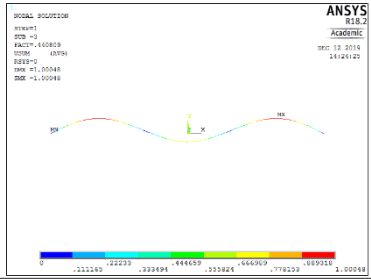
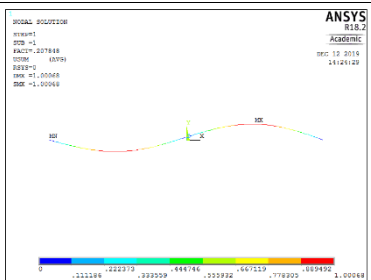
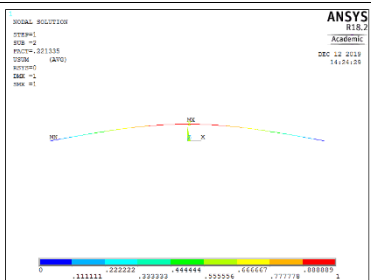
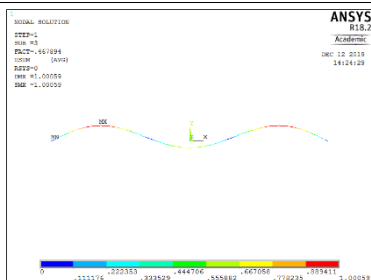


Tabela 13-3 primeiros modos de instabilidade para L=20 com diferentes alturas

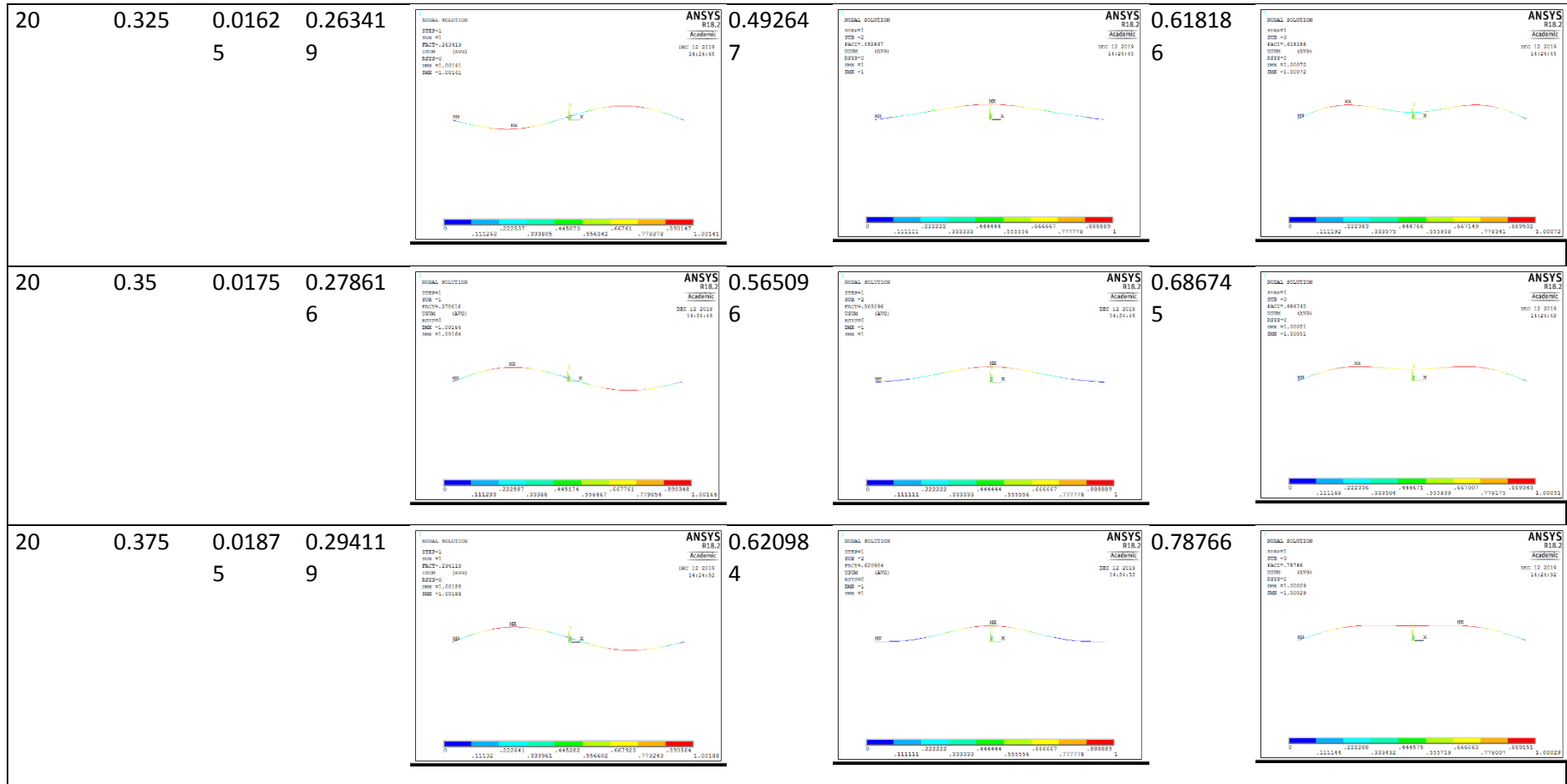
L	f	Racio	Ncr (K/m)	Modo 1	Ncr (K/m)	Modo 2	Ncr (K/m)	Modo 3
15	7.125	0.475	3.26122	7	8.75765	9	16.1160	8
15	7.5	0.5	3.03524	2	8.45963	3	15.6193	7



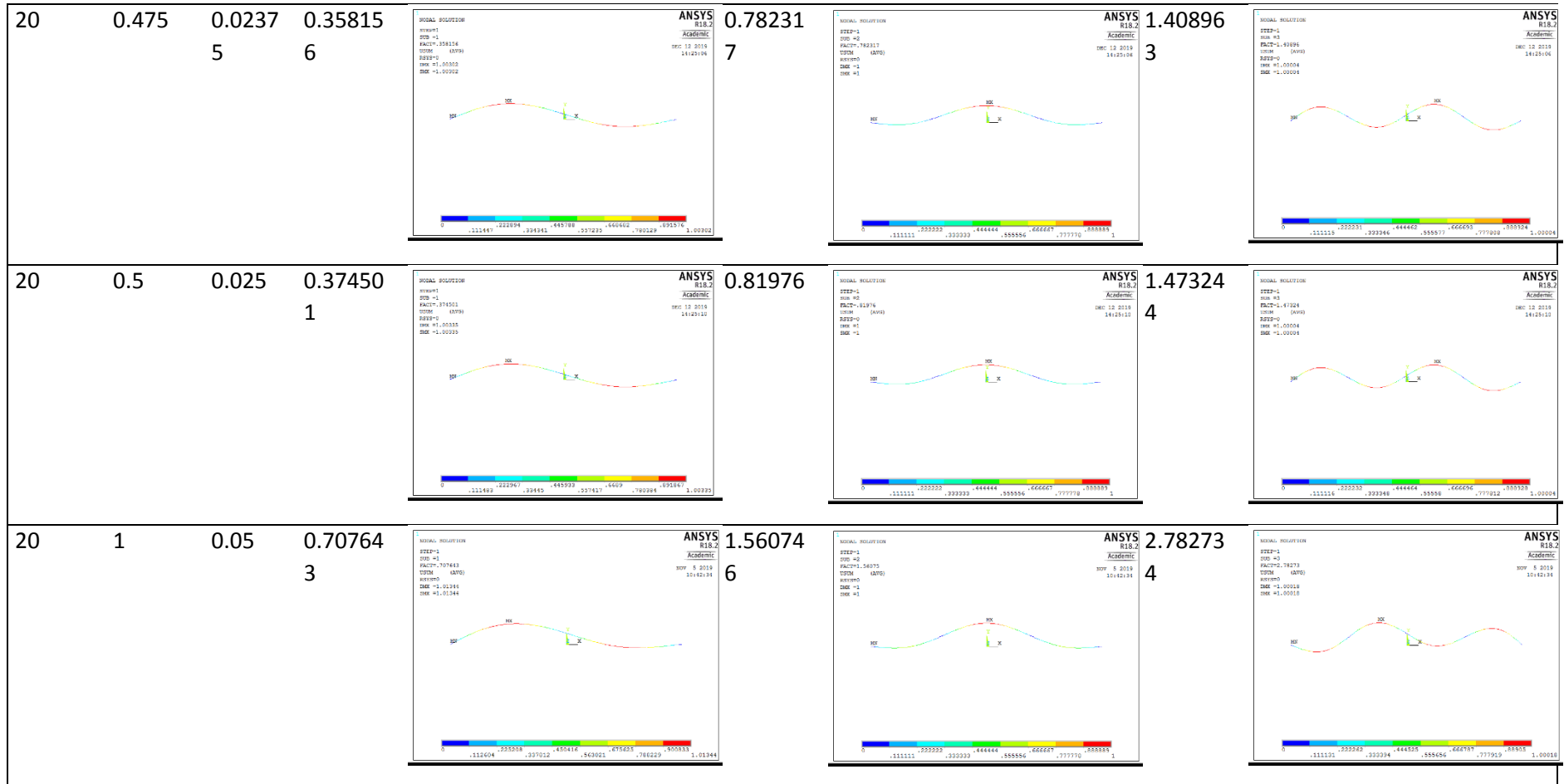
20	0.1	0.005	0.07448 3		0.18028 8		0.40322 1	
20	0.125	0.0062 5	0.08875 7		0.17608		0.39405 1	
20	0.15	0.0075 6	0.11018 6		0.17916 7		0.40129 4	

20	0.175	0.0087	0.13901	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 1 FACT=1.00411 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.18641	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 2 FACT=1.00418 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.41801	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 3 FACT=1.00415 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>
20	0.2	0.01	0.17582	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 1 FACT=1.00288 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.19626	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 2 FACT=1.00288 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.44080	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 3 FACT=1.00289 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>
20	0.225	0.0112	0.20784	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 1 FACT=1.00188 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.22133	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 2 FACT=1.00135 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>	0.46789	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 JOB = 3 FACT=1.00198 TSPM (AUTO) KEYOPT=1 DSE = 1 SME = 1</p>  <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1.00099</p>

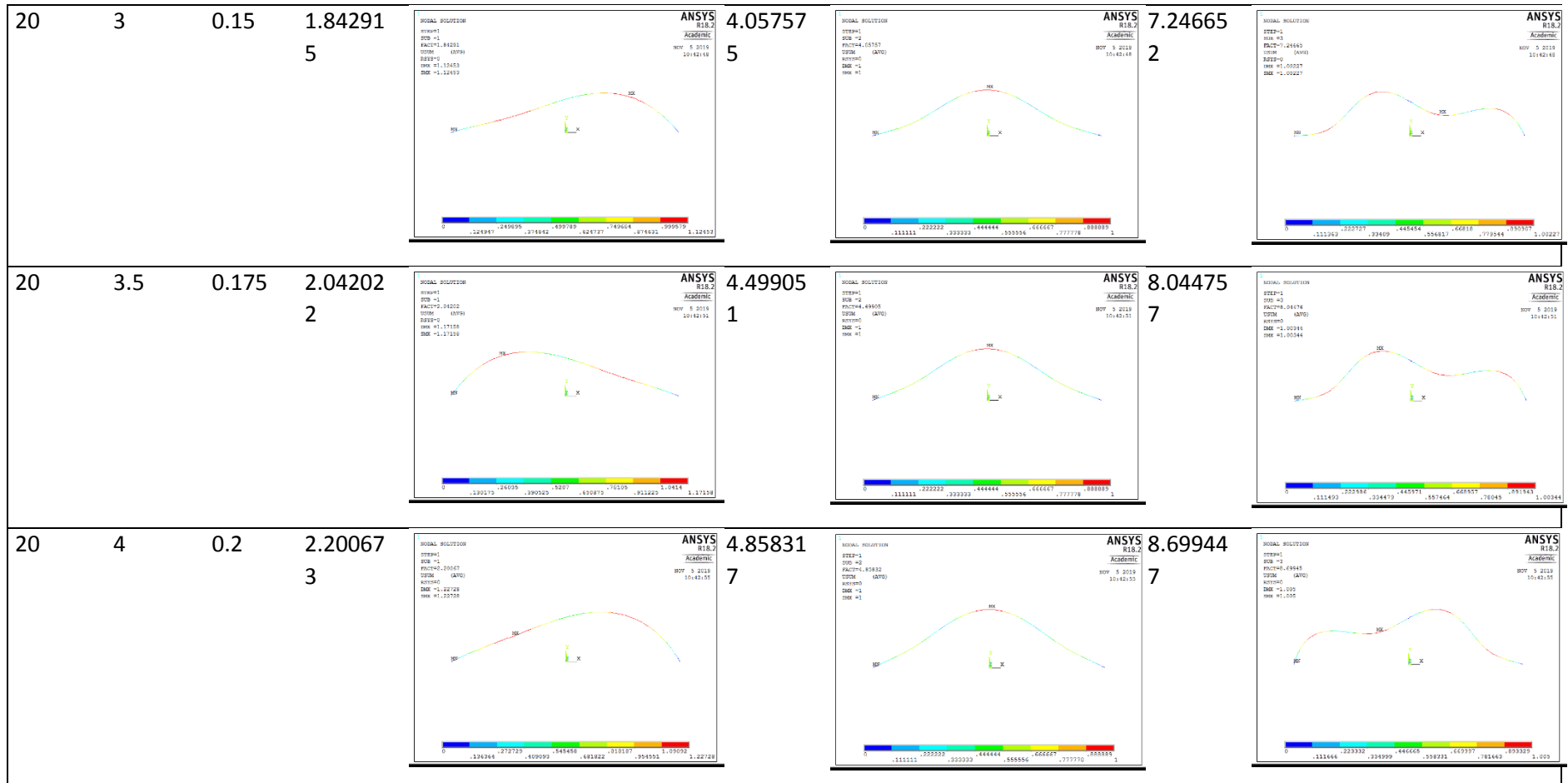
20	0.25	0.0125	0.22063	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=0.22063 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0004 SMN=-1,0.0004</p> <p>0 .112201 .222402 .444804 .667206 .889608 1.00084</p>	0.27616	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.27616 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1 SMN=-1</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 1</p>	0.49841	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.49841 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0004 SMN=-1,0.0004</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .667112 .778668 .889809 1.00049</p>
20	0.275	0.0137	0.23429	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=0.23429 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0001 SMN=-1,0.0001</p> <p>0 .112226 .224452 .336678 .448904 .561130 .673356 .785582 .897808 1.00101</p>	0.34063	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.34063 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1 SMN=-1</p> <p>0 .112222 .224444 .336666 .448888 .561111 .673333 .785556 .897778 1</p>	0.53229	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.53229 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0007 SMN=-1,0.0007</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .667112 .778668 .889809 1.00077</p>
20	0.3	0.015	0.24860	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FACT=0.24860 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0011 SMN=-1,0.0011</p> <p>0 .112245 .224490 .336735 .448980 .561225 .673470 .785715 .897960 1.00121</p>	0.41406	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.41406 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1 SMN=-1</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1</p>	0.57071	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FACT=0.57071 TSTEP=1 (AUTO) RSTRES=0 SMX=1,0.0008 SMN=-1,0.0008</p> <p>0 .1111 .222101 .333201 .444301 .555401 .667202 .778402 .889602 1.0008</p>



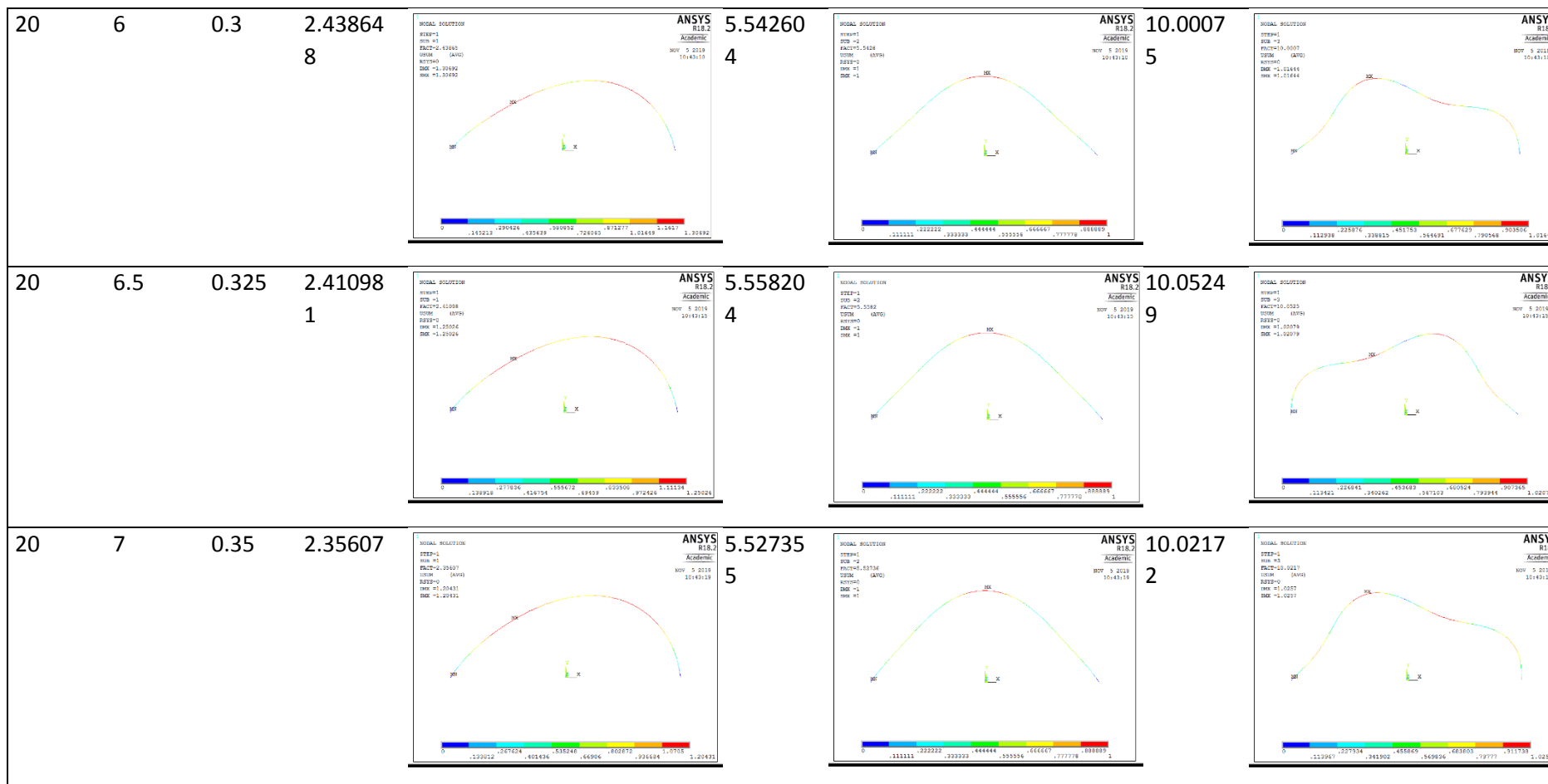
20	0.4	0.02	0.30986	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FAC1=0.02847 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00214 SME=1,00214</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00214</p>	0.66571	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FAC1=0.65716 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1 SME=1</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1</p>	0.91639	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=3 FAC1=0.91639 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00214 SME=1,00214</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00214</p>
20	0.425	0.0212	0.32581	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FAC1=0.32581 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00242 SME=1,00242</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00242</p>	0.70599	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FAC1=0.70599 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1 SME=1</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1</p>	1.06711	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=3 FAC1=1.06711 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00204 SME=1,00204</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00204</p>
20	0.45	0.0225	0.34191	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=1 FAC1=0.34191 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00271 SME=1,00271</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00271</p>	0.74453	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=2 FAC1=0.74453 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1 SME=1</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1</p>	1.23796	<p>ANSYS R18.2 Academic</p> <p>STEP=1 SUB=3 FAC1=1.23796 TSPM (ANTO) KEYSO=0 DMS=1,00204 SME=1,00204</p> <p>0 .111111 .222222 .333333 .444444 .555556 .666667 .777778 .888889 1.00204</p>

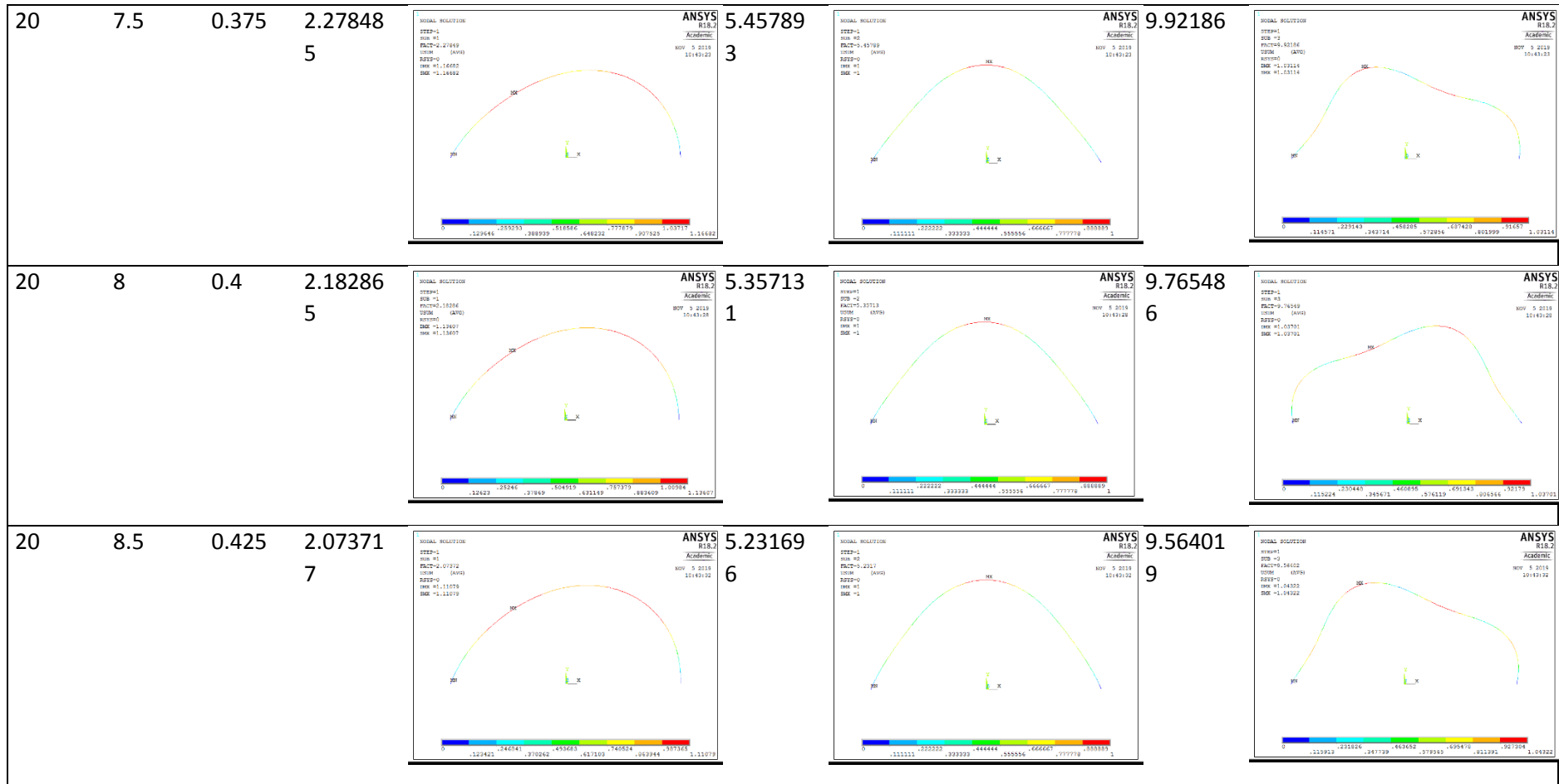


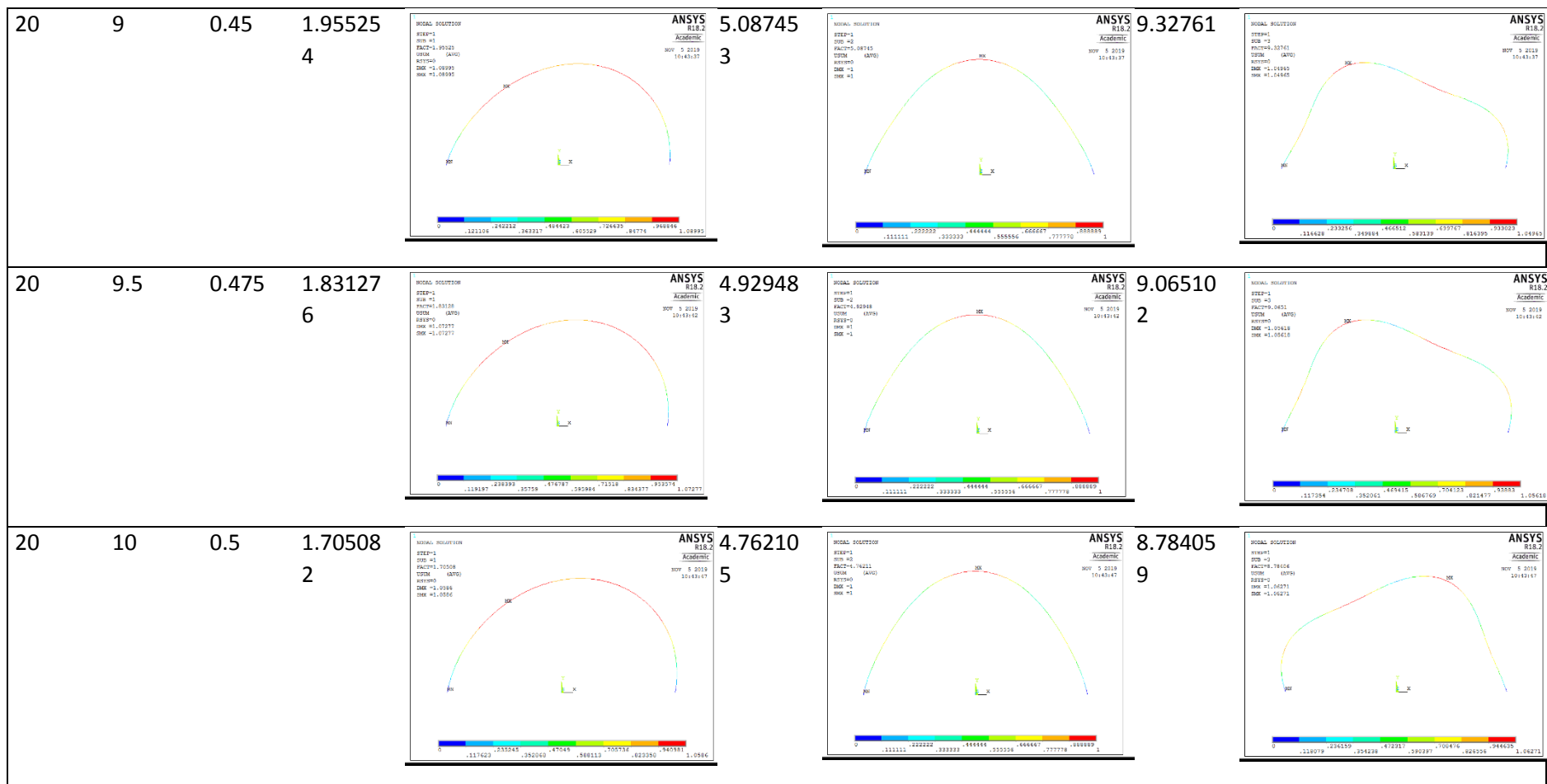
20	1.5	0.075	1.03146 8		2.27475 5		4.05418 9	
20	2	0.1	1.33317 2		2.93791 9		5.23809 9	
20	2.5	0.125	1.60541 9		3.53541 3		6.30794 1	



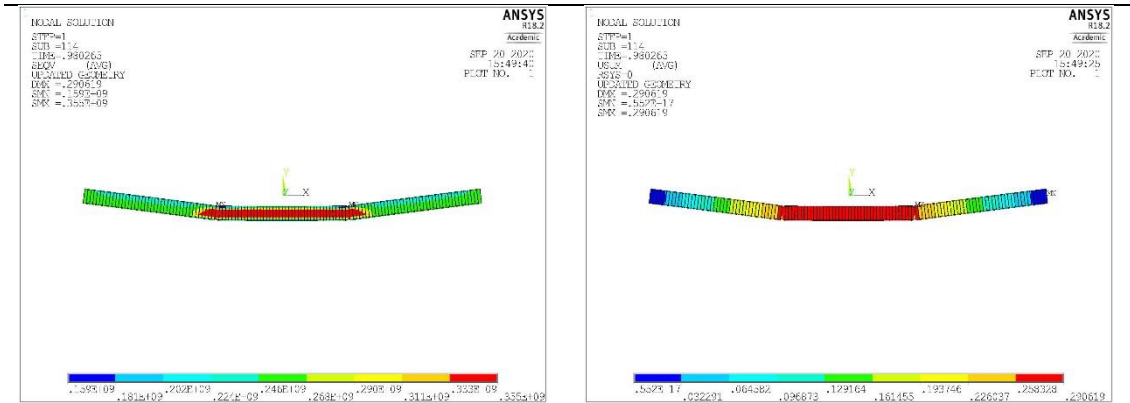
20	4.5	0.225	2.31829 3		5.13711		9.21356 8	
20	5	0.25	2.39567 1		5.33975 5		9.59443 8	
20	5.5	0.275	2.43479 5		5.47245 3		9.85262 1	





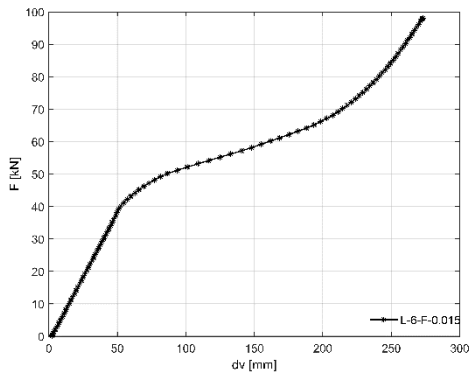


Anexo C – Resultados numéricos da tensão equivalente de Von Mises e configuração da deformada no instante do colapso

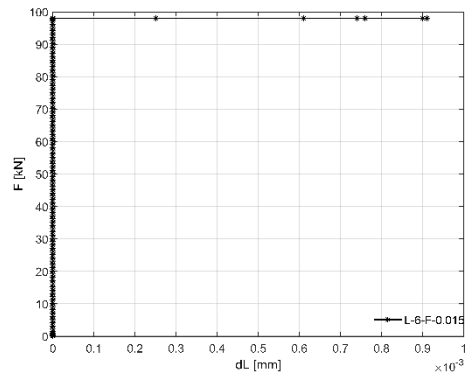


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

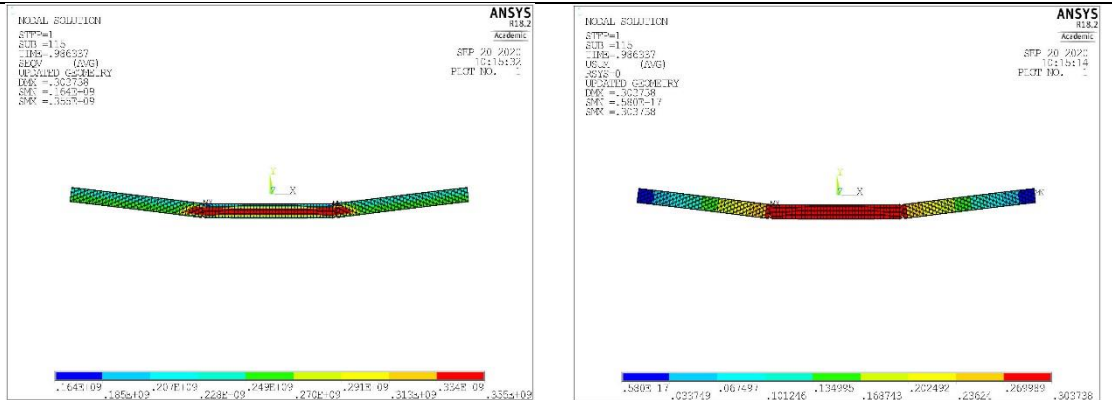


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



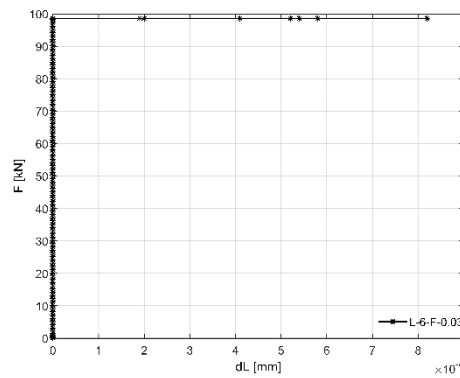
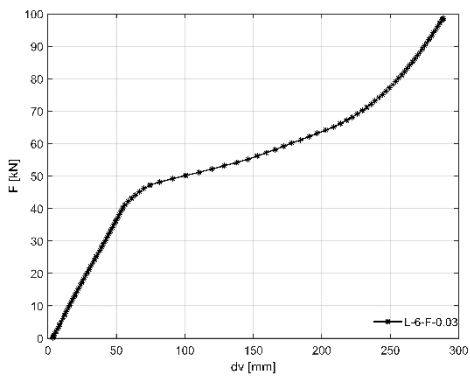
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 66- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.015$ [m].



a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

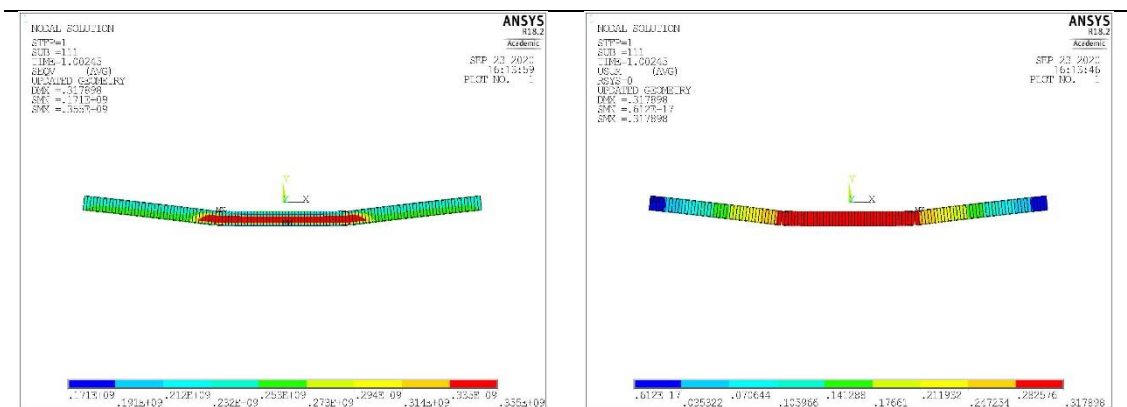
b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

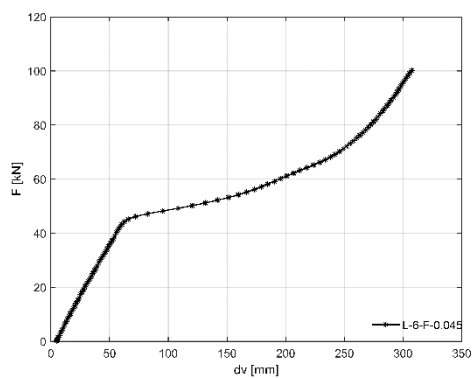
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 67- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.03$ [m].

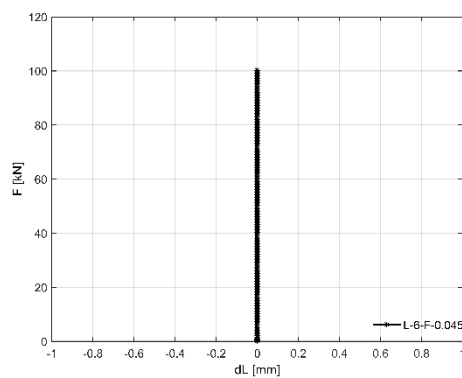


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

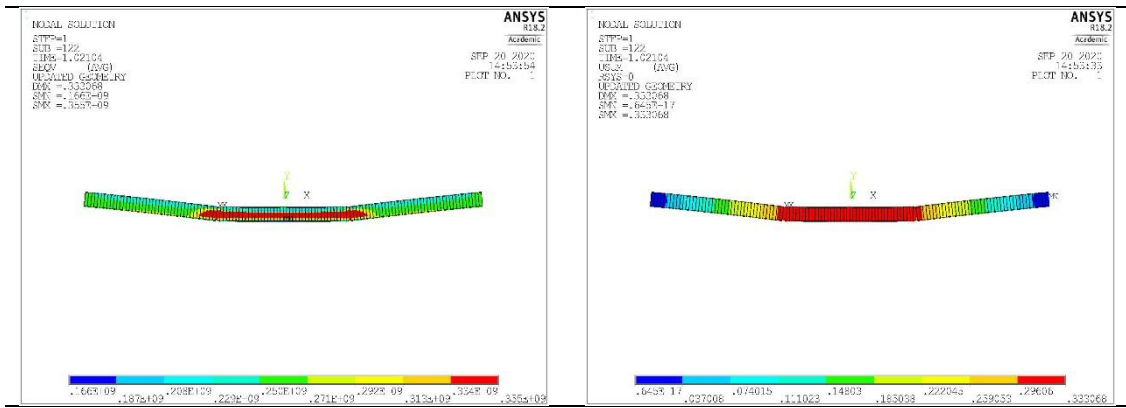


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



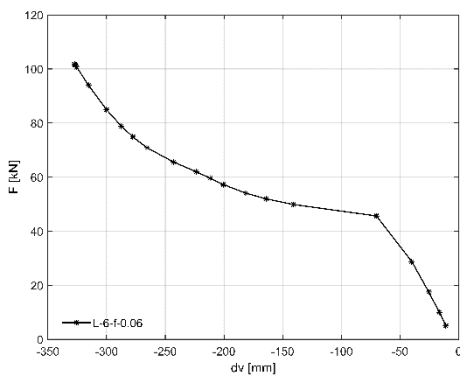
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 68- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.045$ [m].

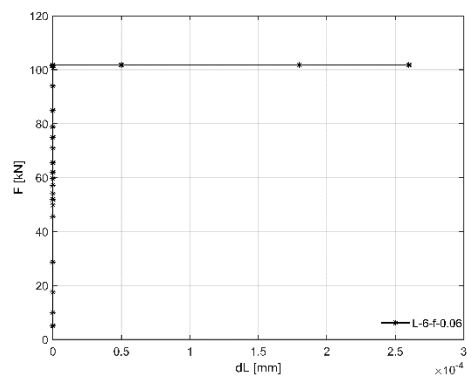


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

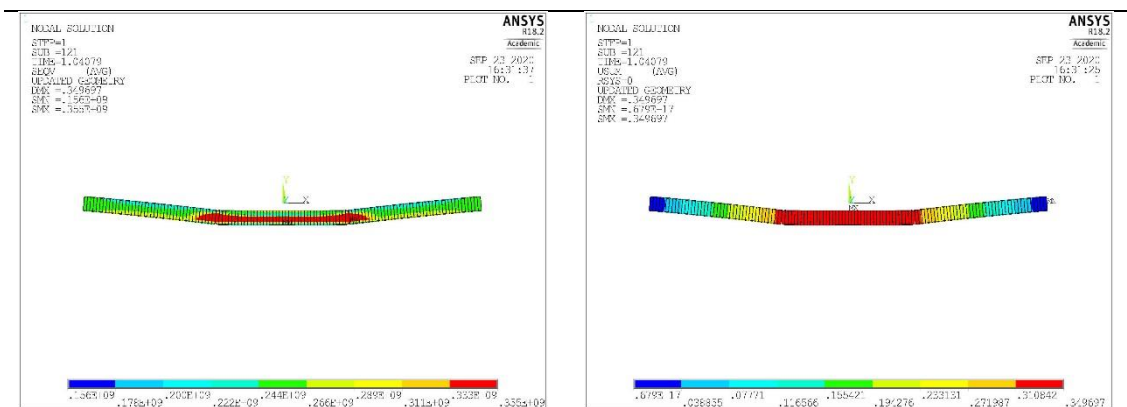


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



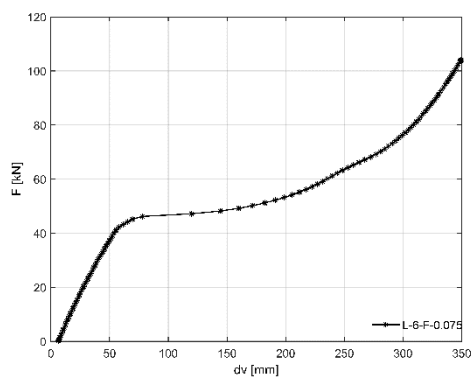
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 69- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.06$ [m].

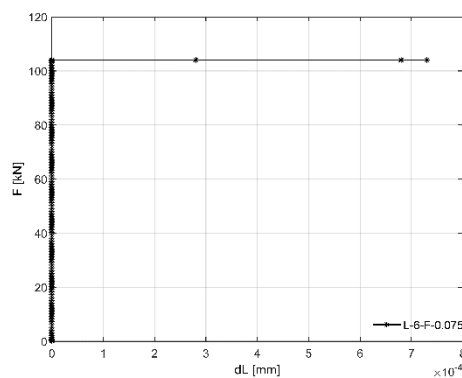


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

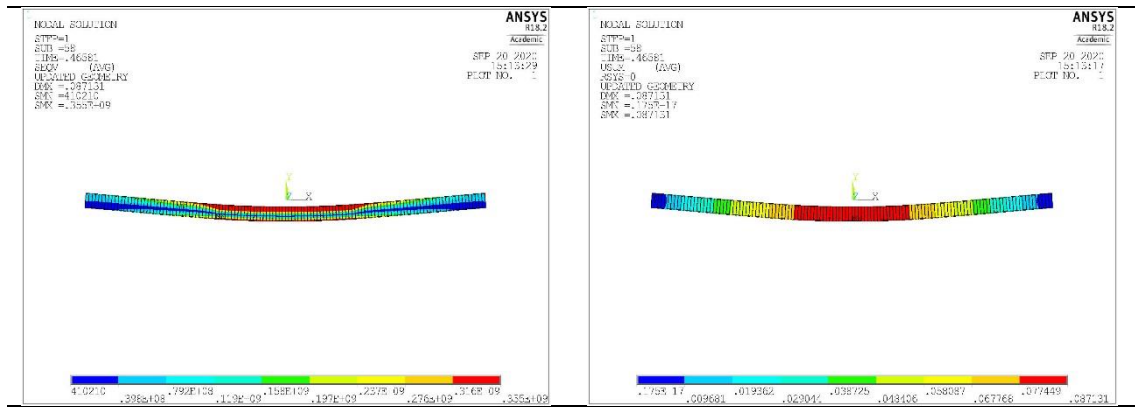


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



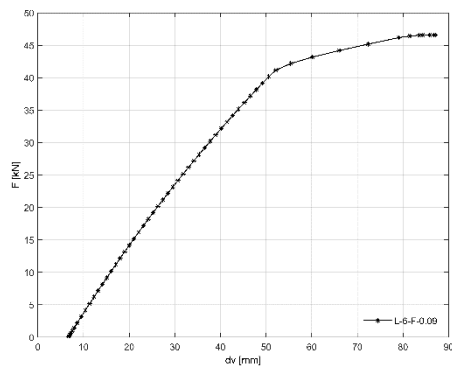
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 70- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.075[m].

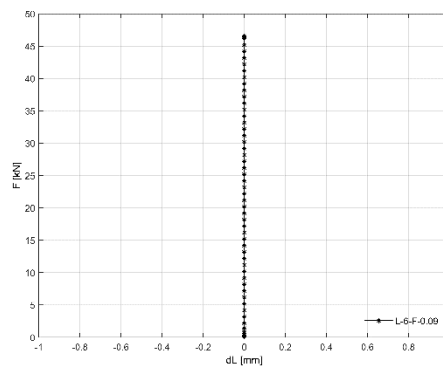


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

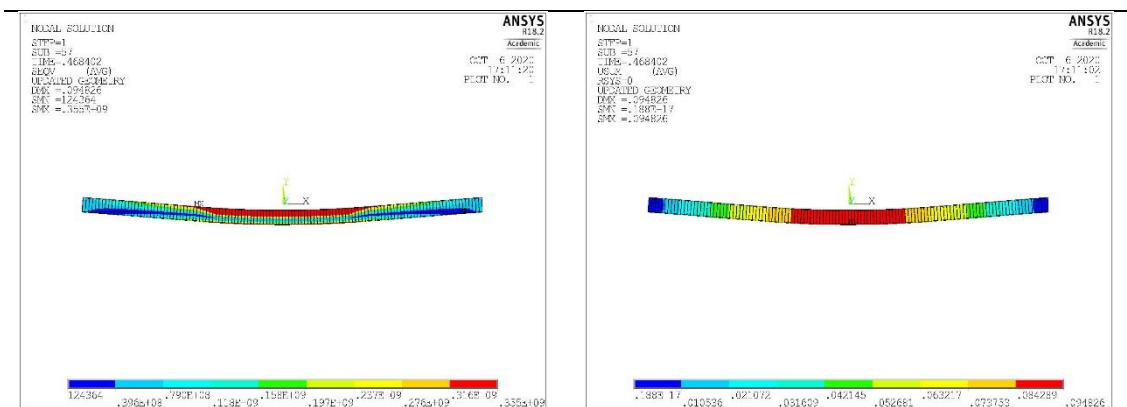


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



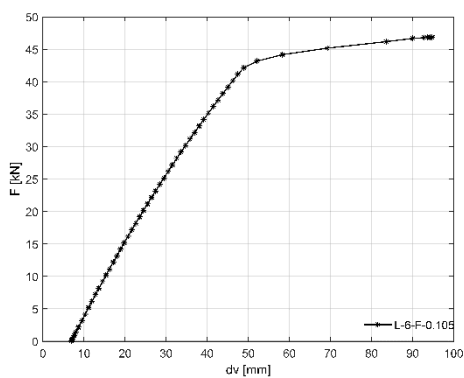
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 71- Resultados numérico do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.09$ [m].

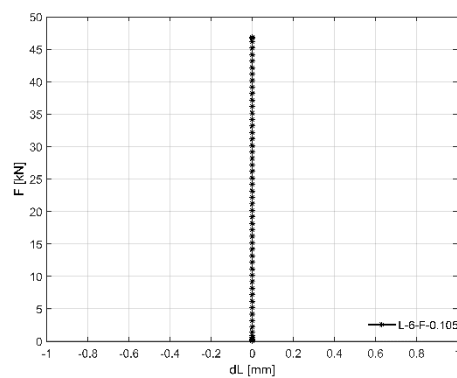


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 72- Resultados numérico do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.105$ [m].

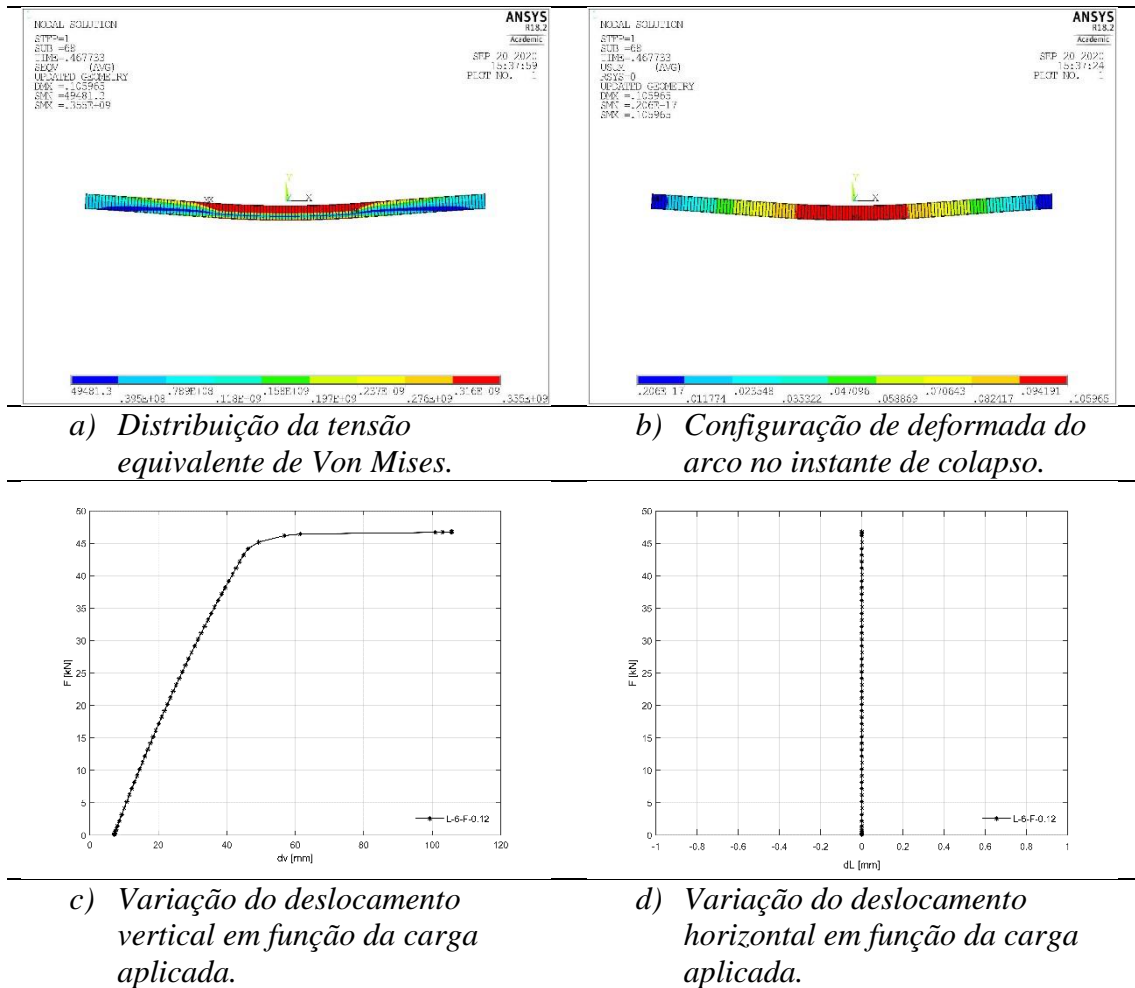
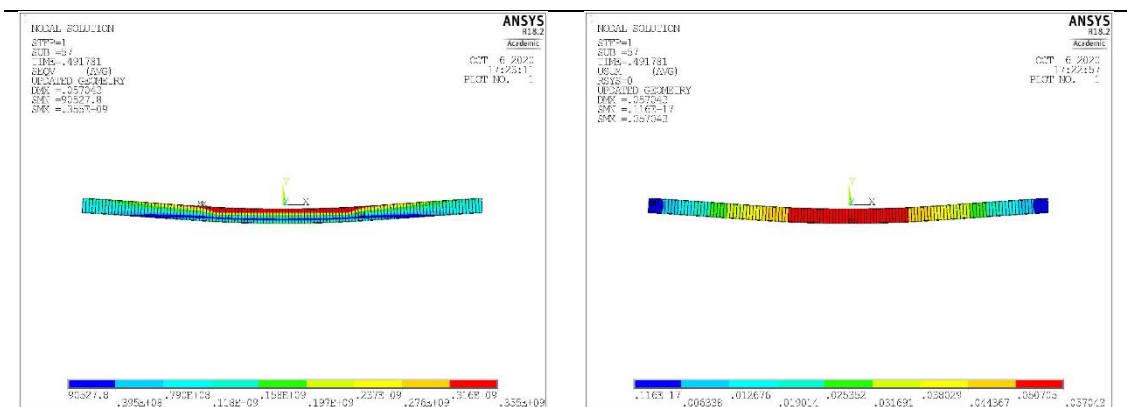
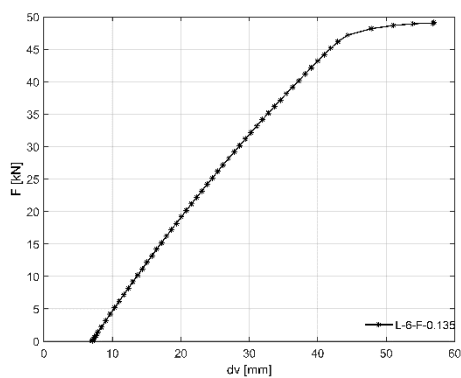


Figura 73- Resultados numérico do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.12$ [m].

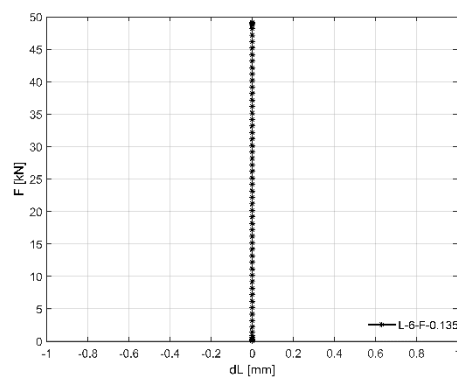


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

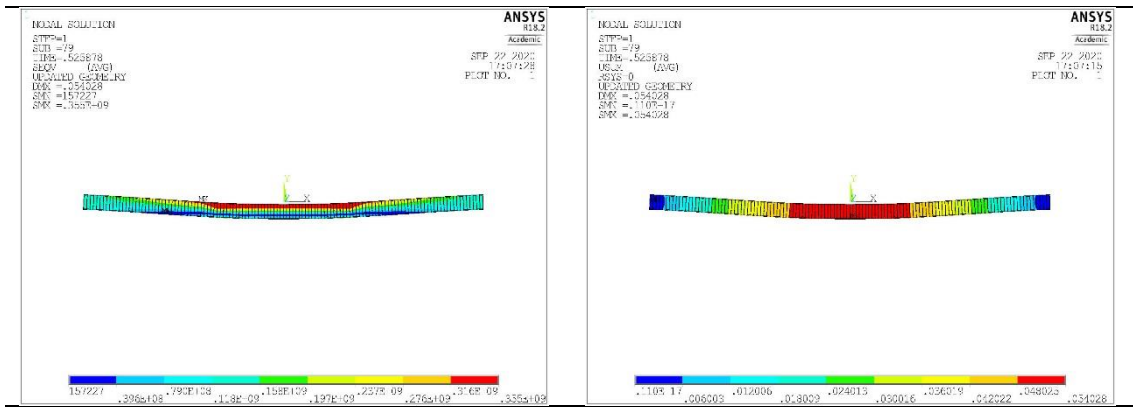


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



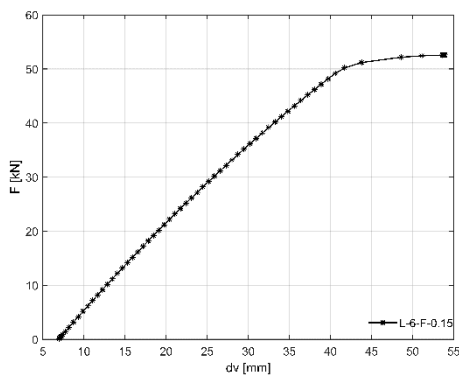
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 74- Resultados numérico do arco com L=6 [m] e f=0.135[m].

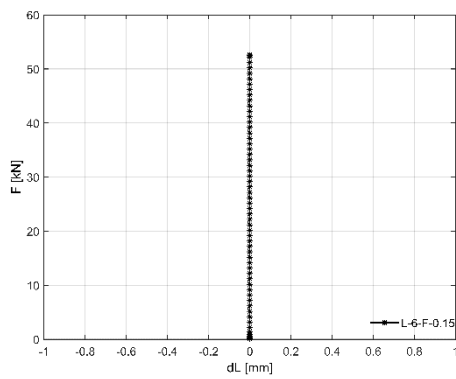


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

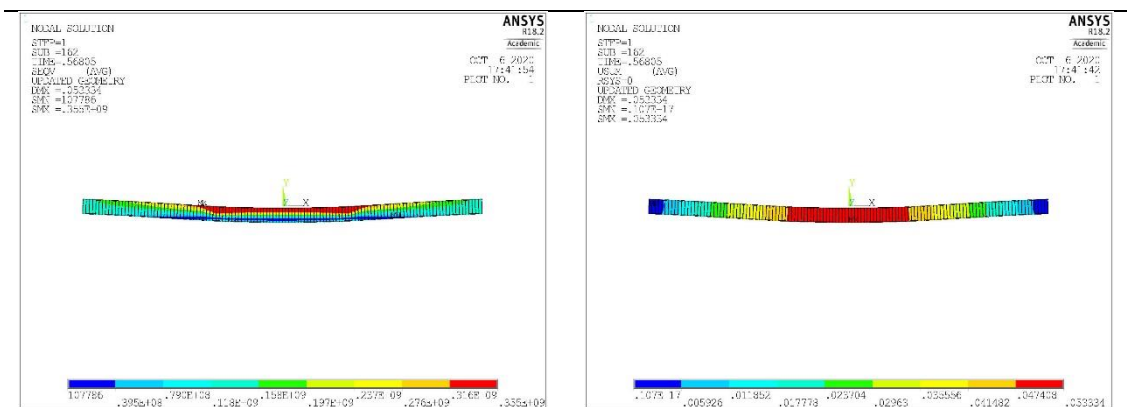


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



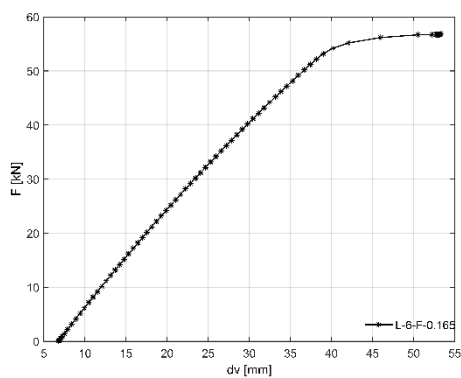
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 75- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=0.15[m].

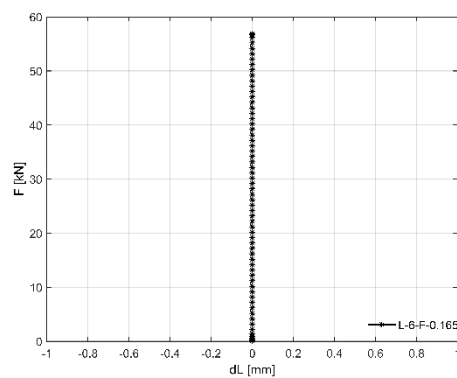


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

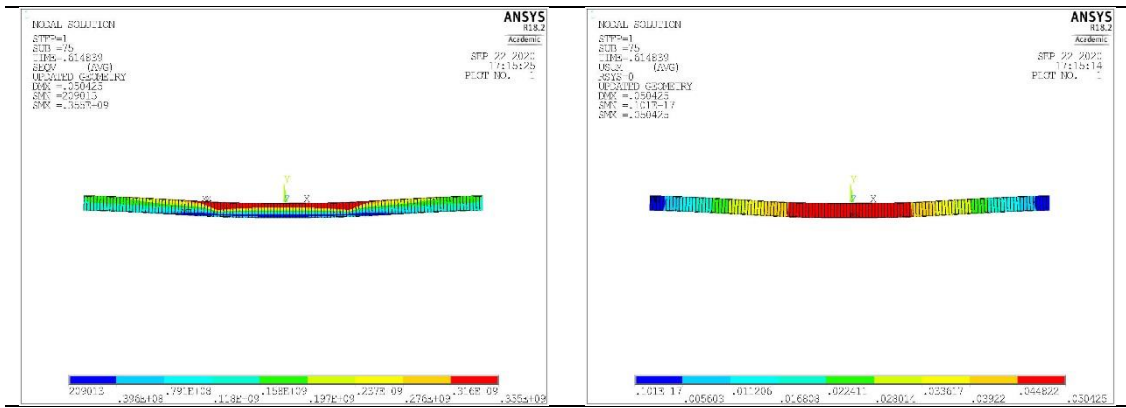


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



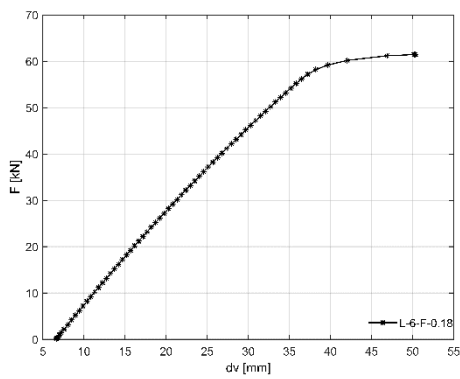
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 76- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.165$ [m].

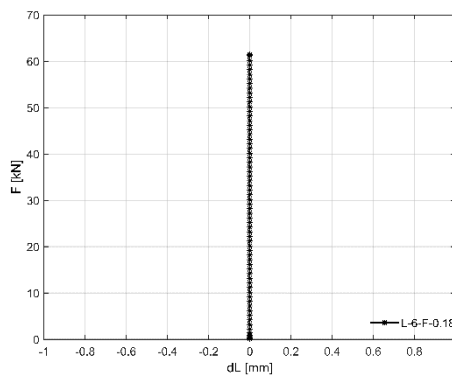


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

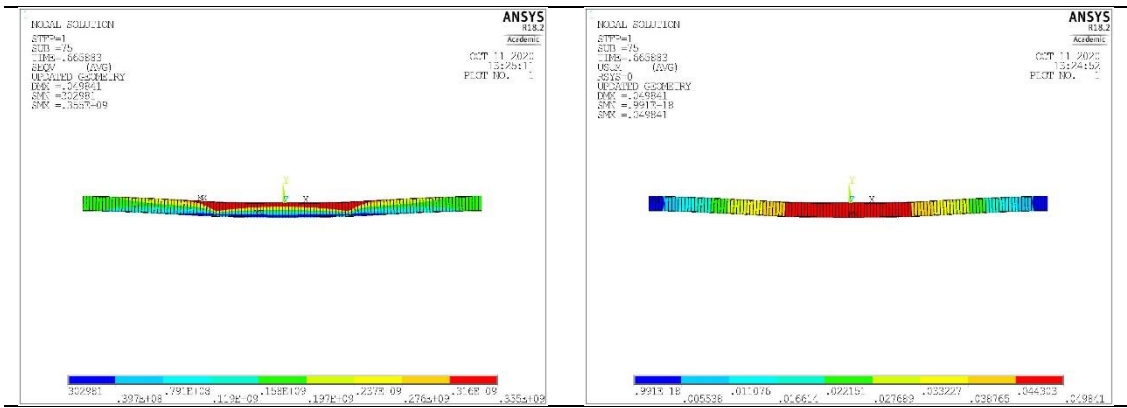


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



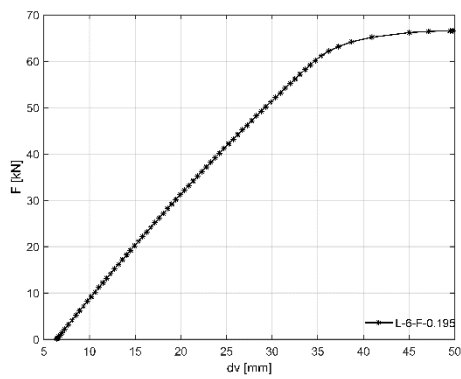
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 77- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.18$ [m].

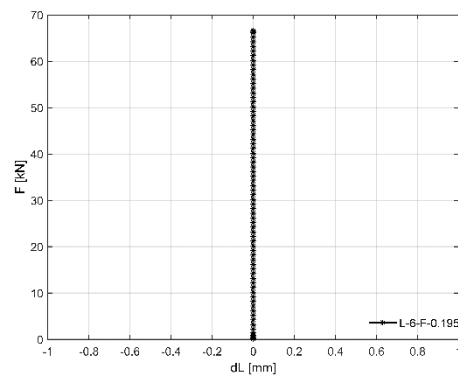


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

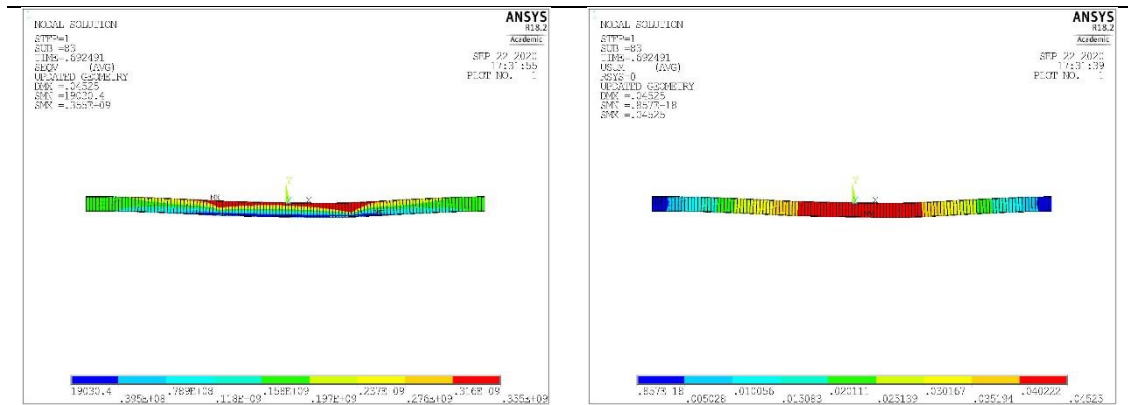


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



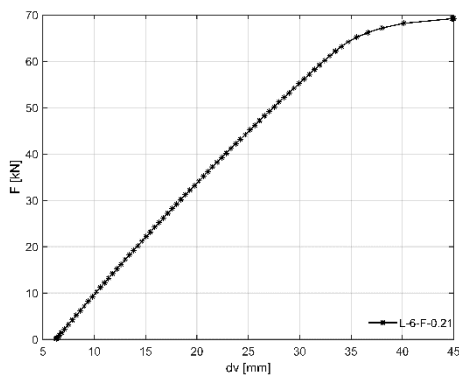
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 78- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.195$ [m].

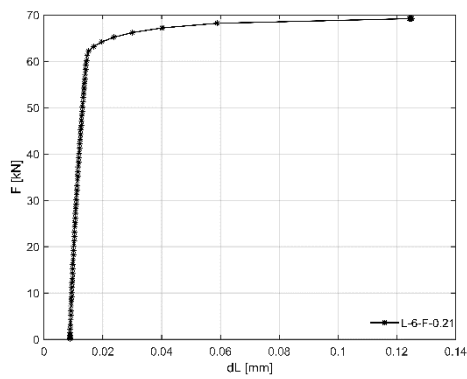


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

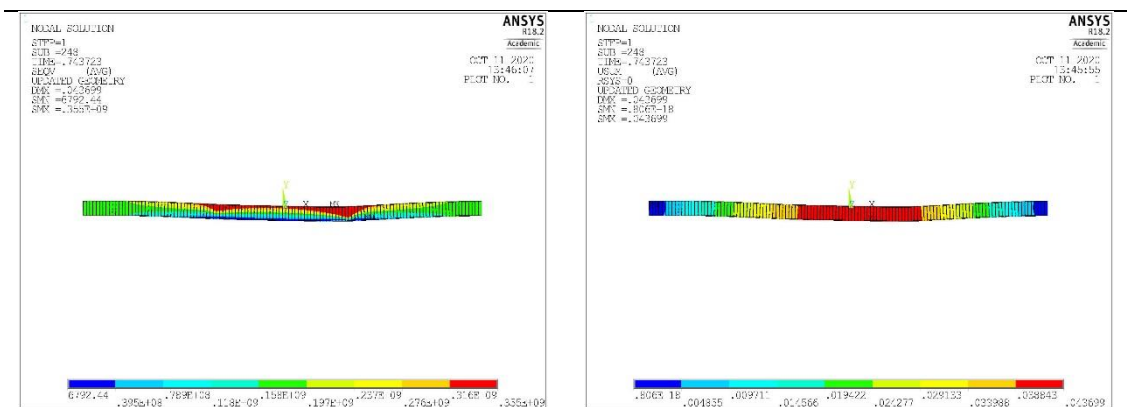


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



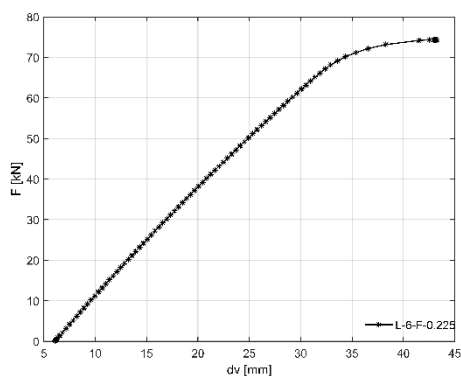
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 79- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.21$ [m].

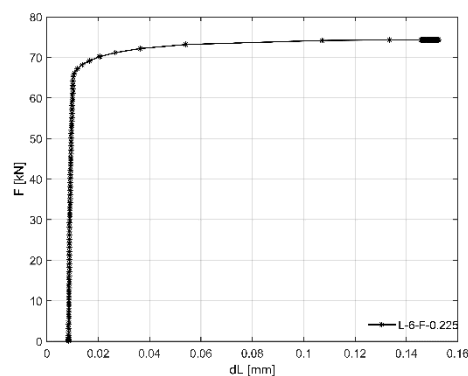


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

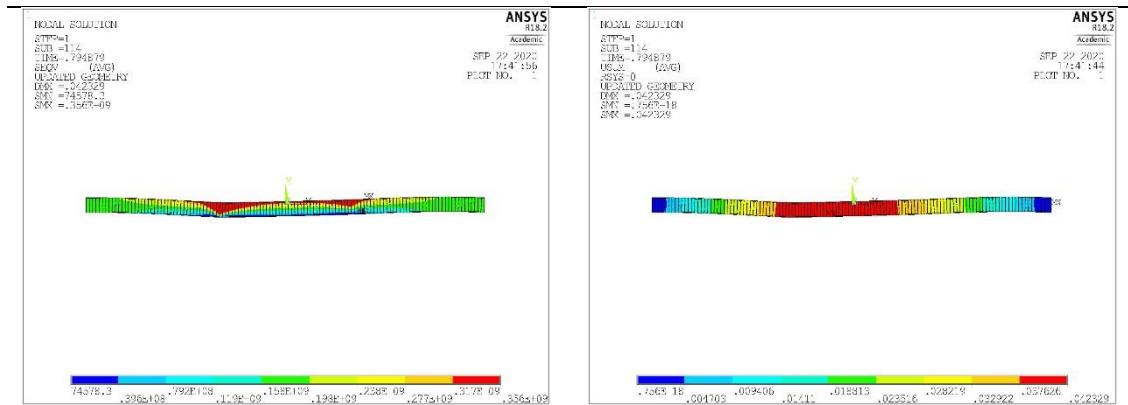


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



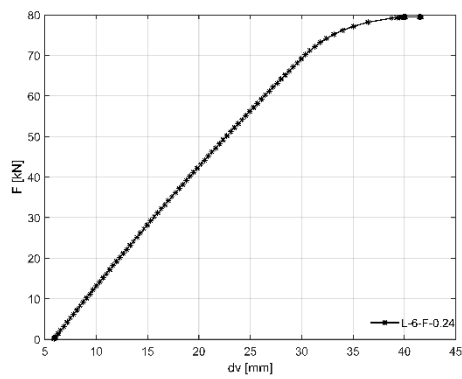
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 80- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.225$ [m].

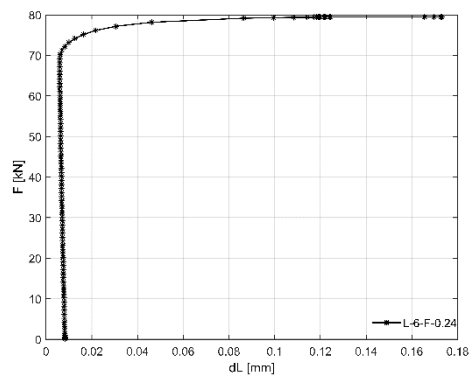


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

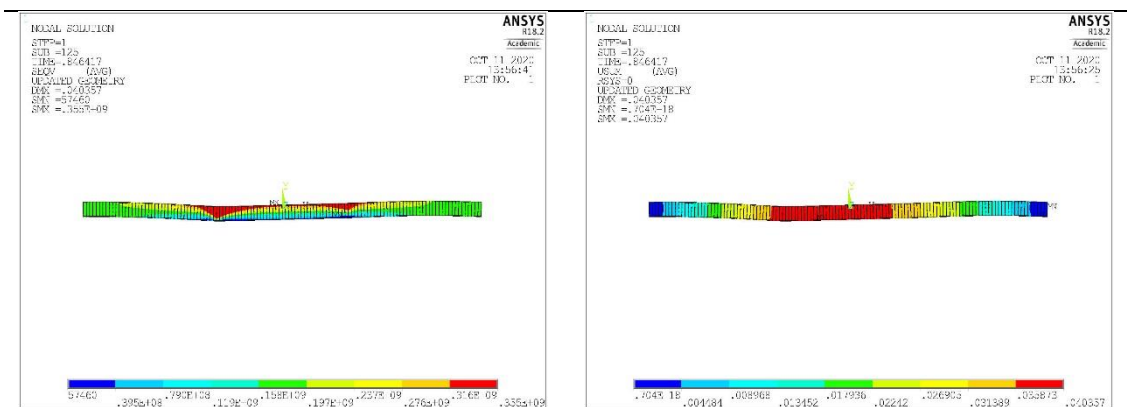


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



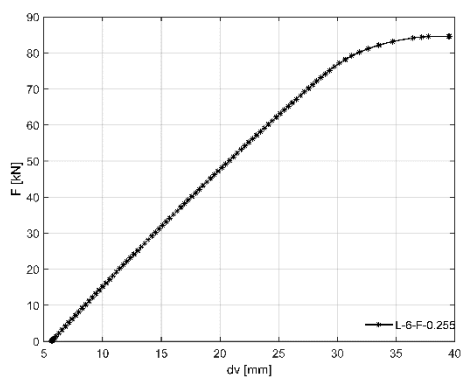
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 81- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.24$ [m].

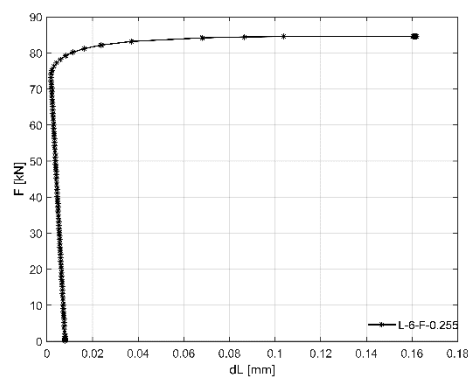


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 82- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.255$ [m].

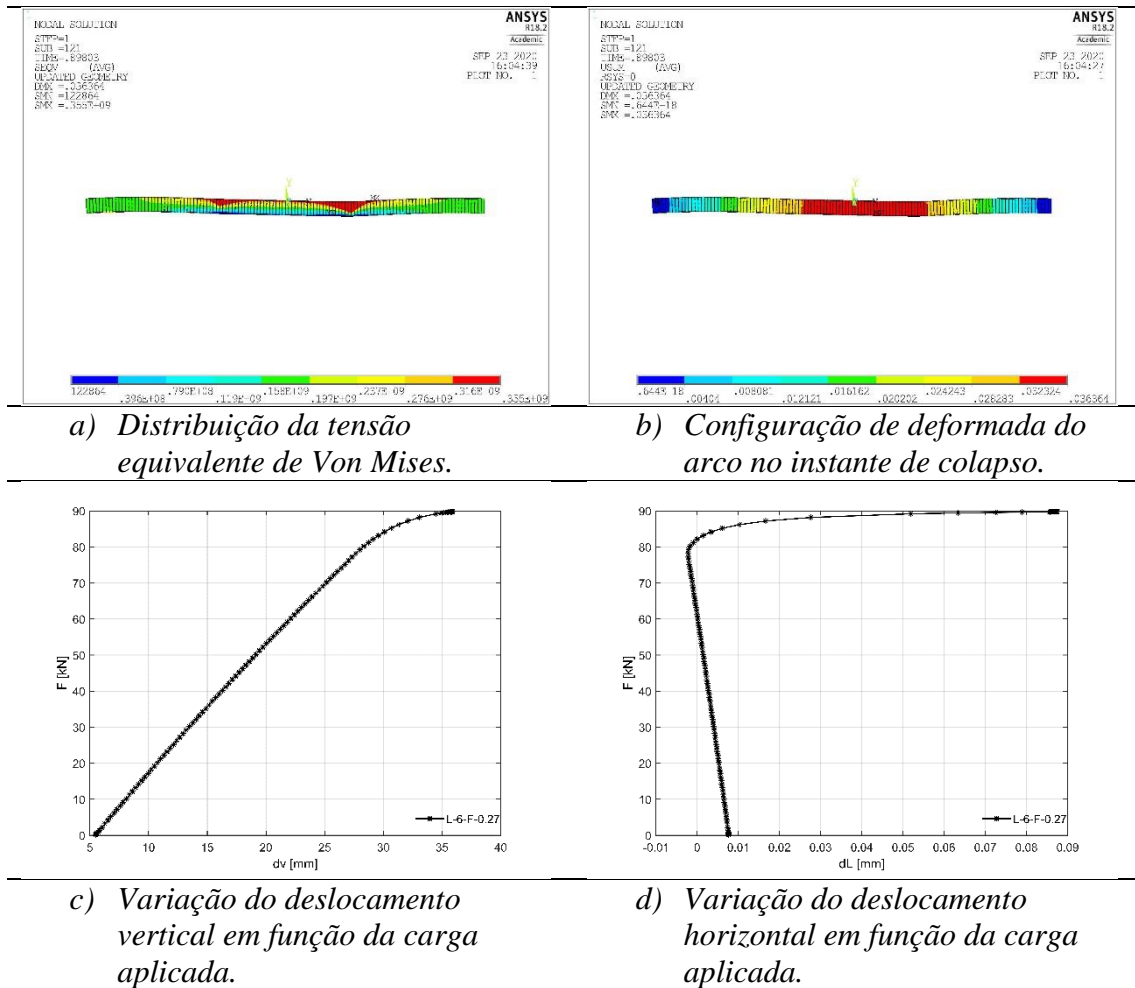
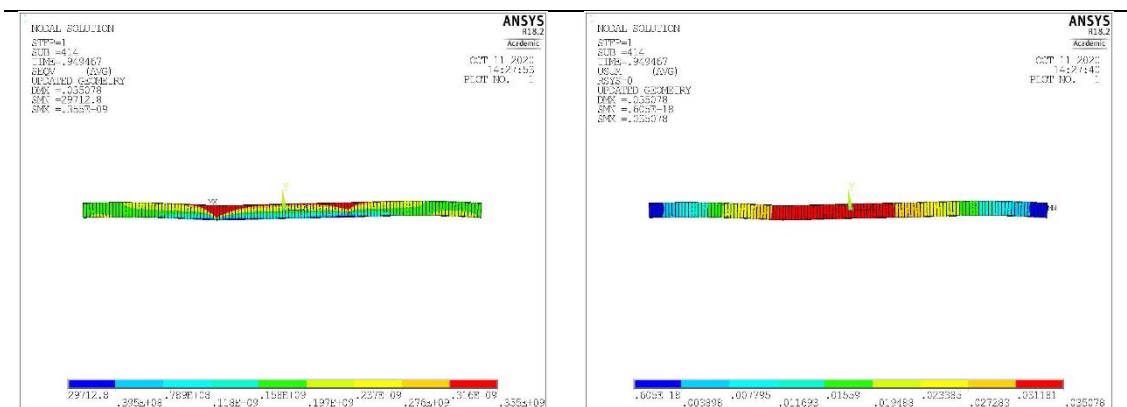
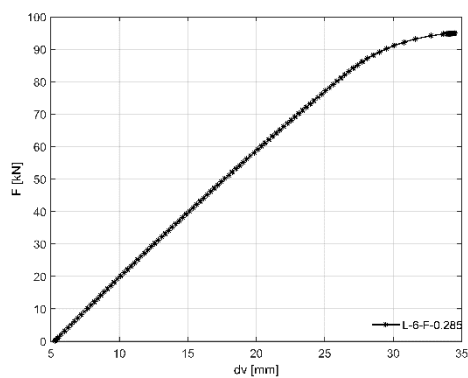


Figura 83- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.27$ [m].

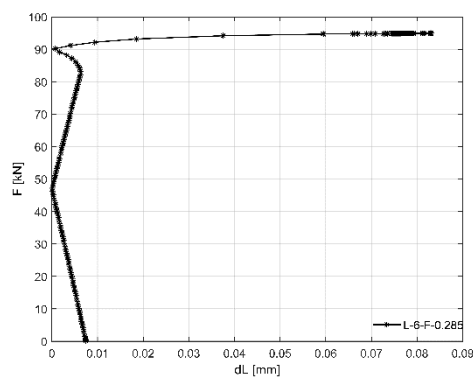


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

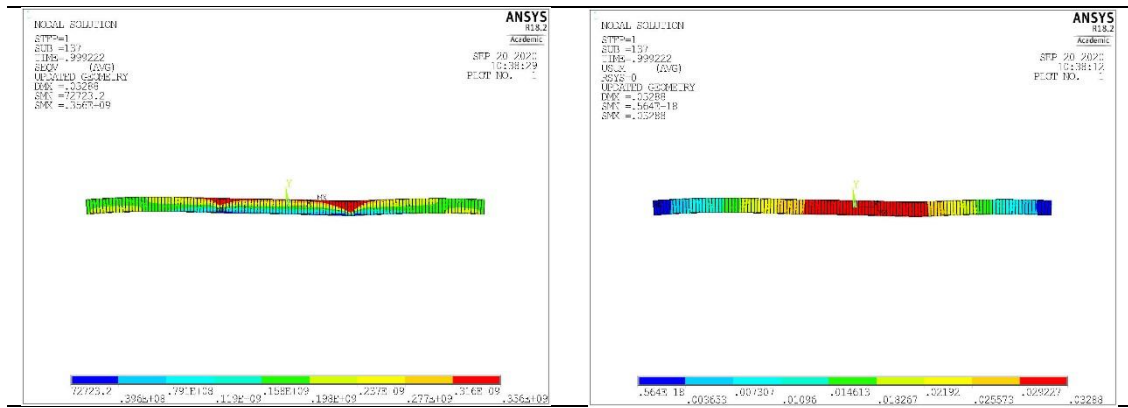


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



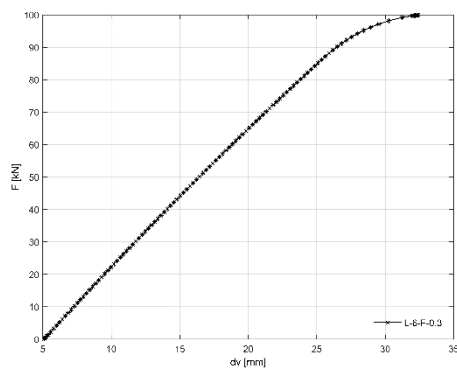
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 84- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.285$ [m].

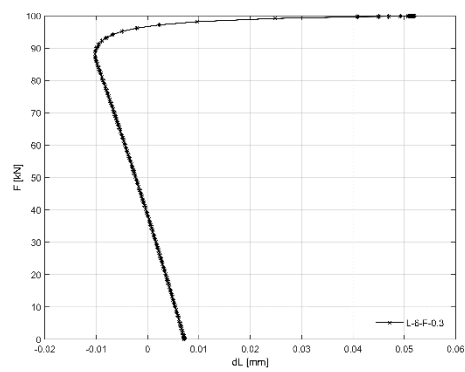


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

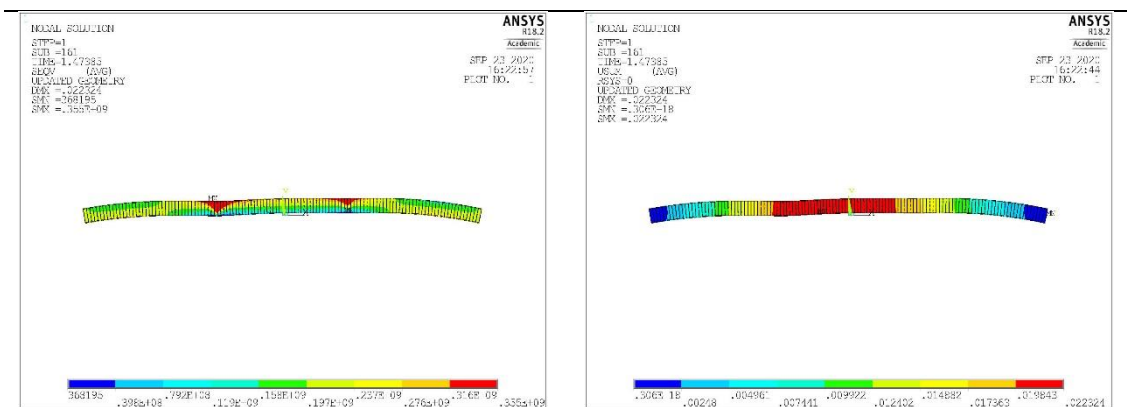


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



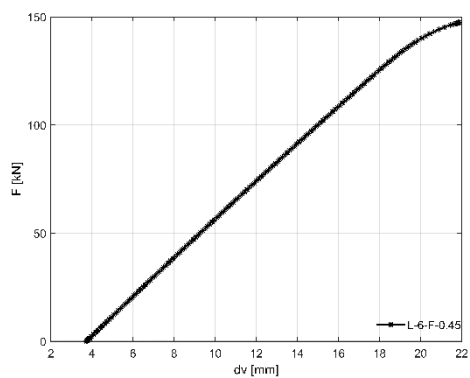
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 85- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.3$ [m].

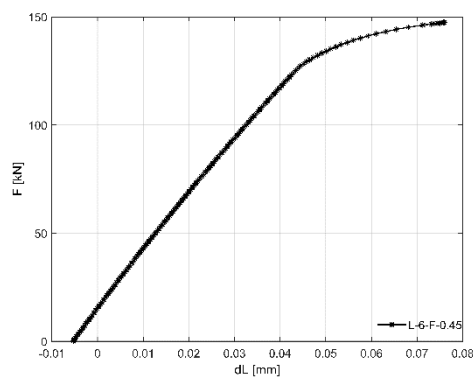


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

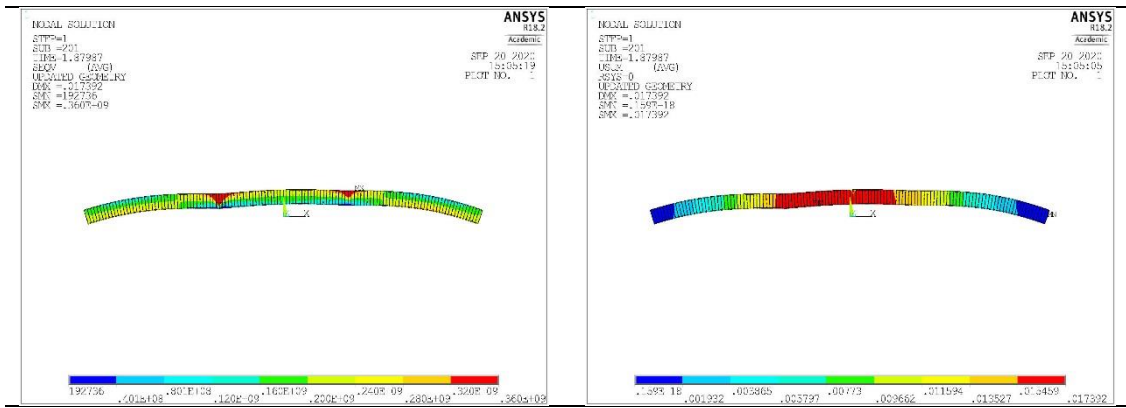


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



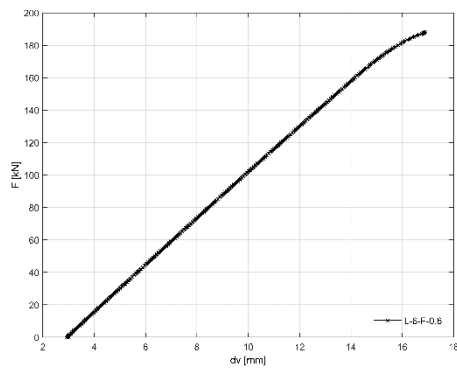
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 86- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.45$ [m].

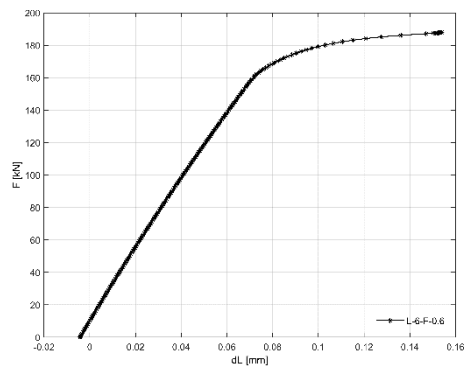


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

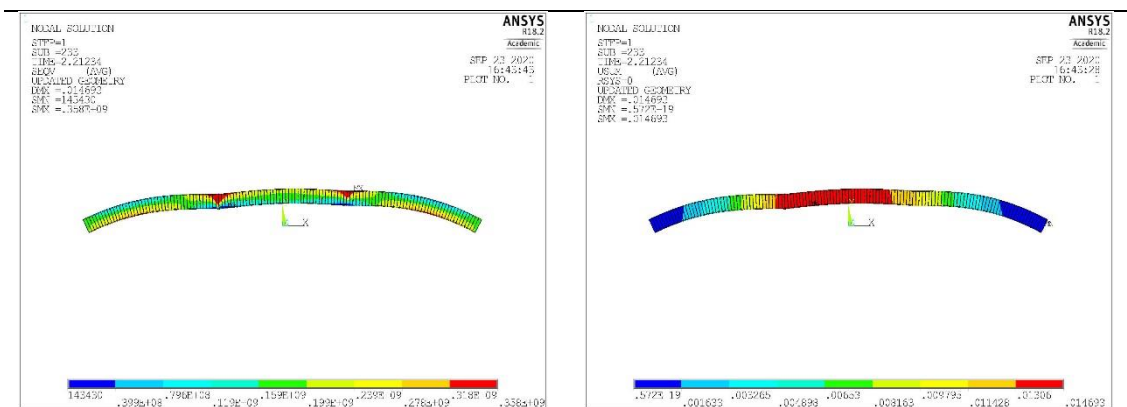


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



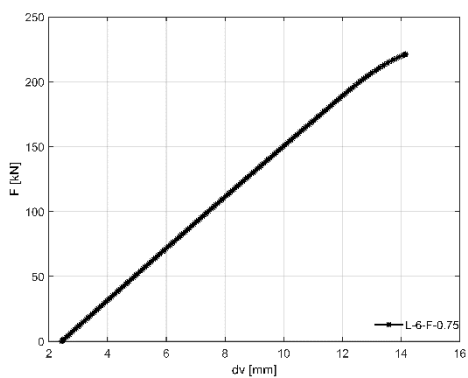
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 87- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.6$ [m].

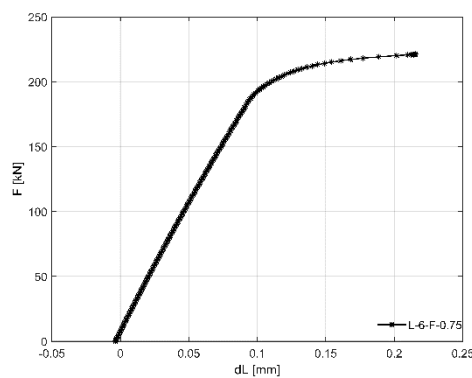


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 88- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.75$ [m].

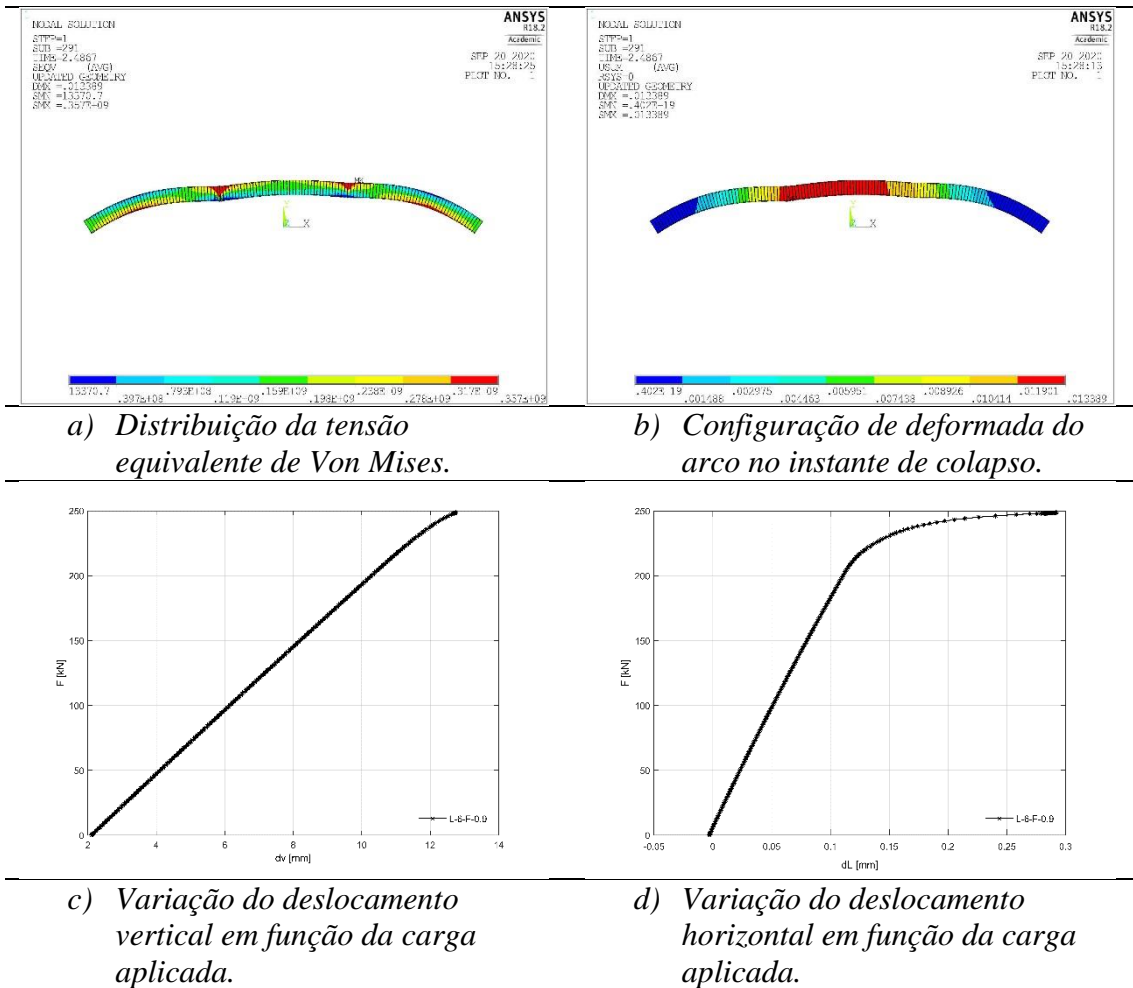
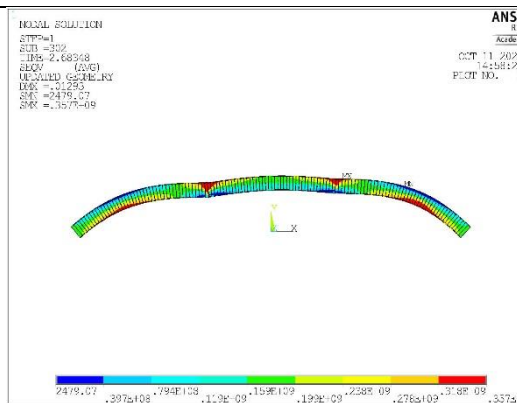
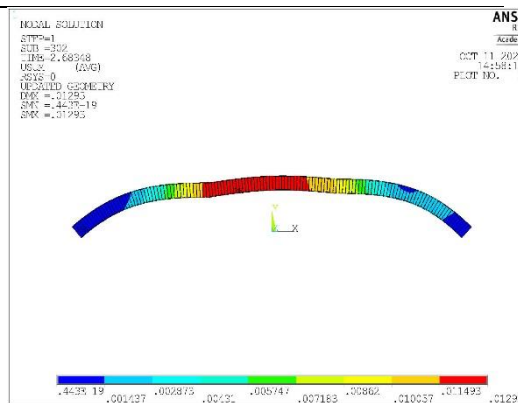


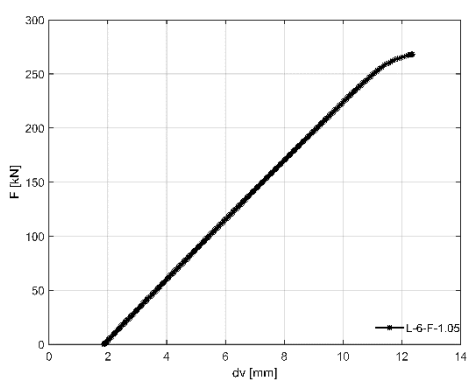
Figura 89- Resultados numérico do arco com  $L=6$  [m] e  $f=0.9$  [m].



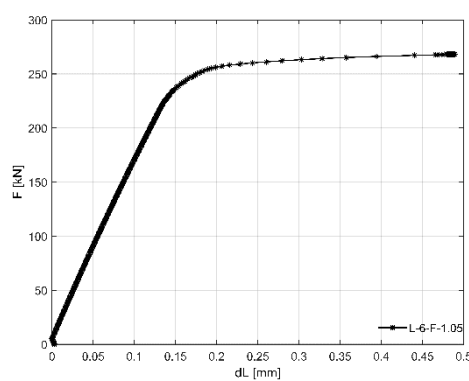
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.



b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

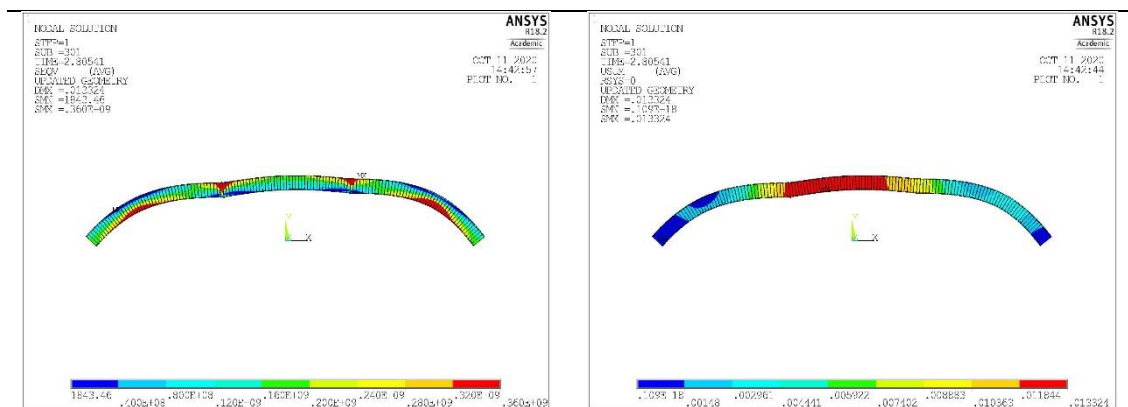


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



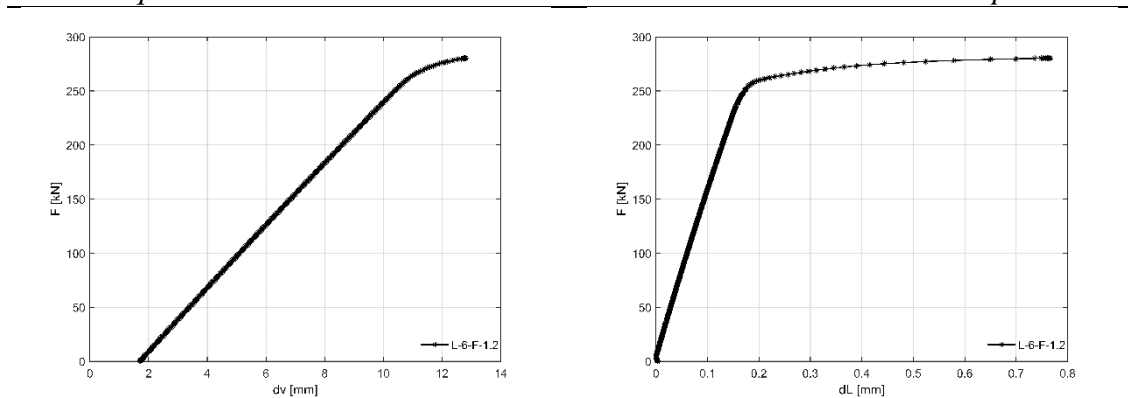
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 90- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.05$ [m].



a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

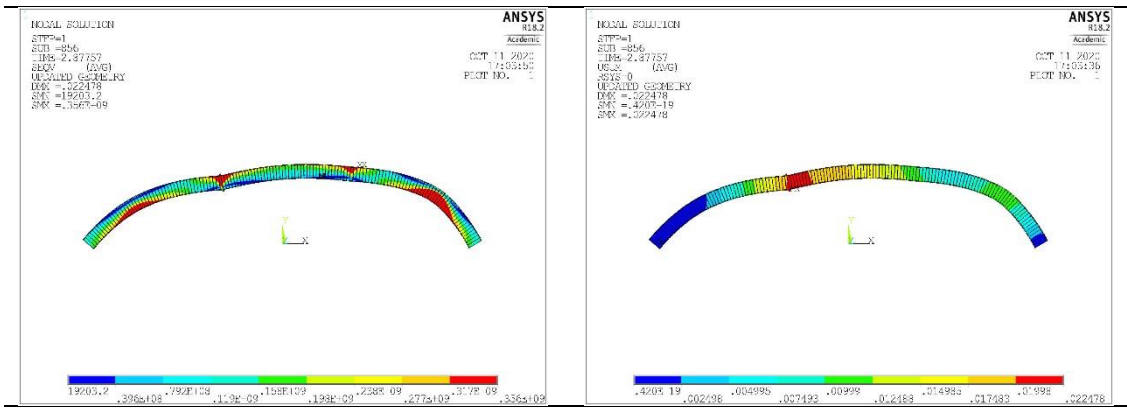
b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

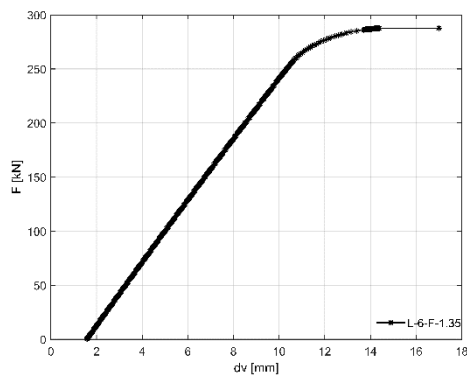
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 91- Resultados numérico do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.2$ [m].

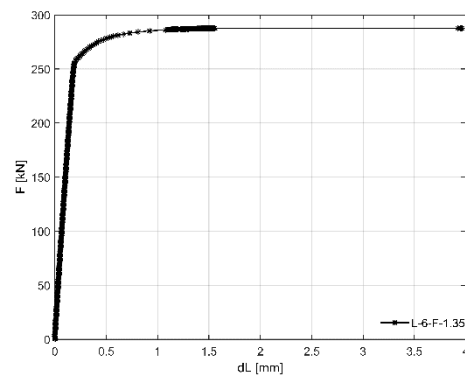


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

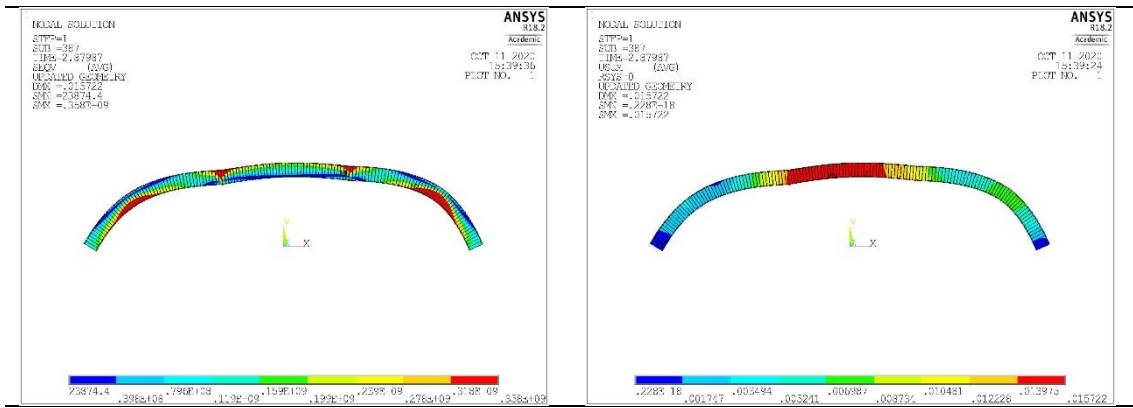


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



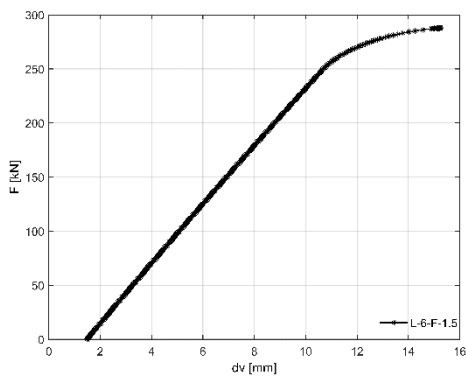
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 92- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.35$ [m].

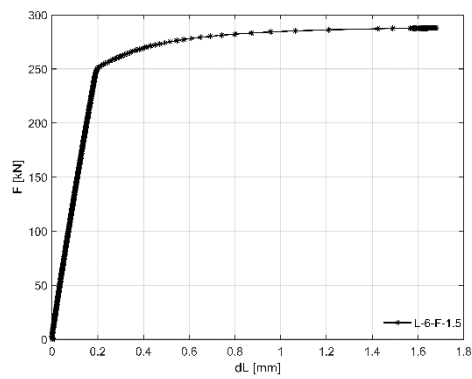


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

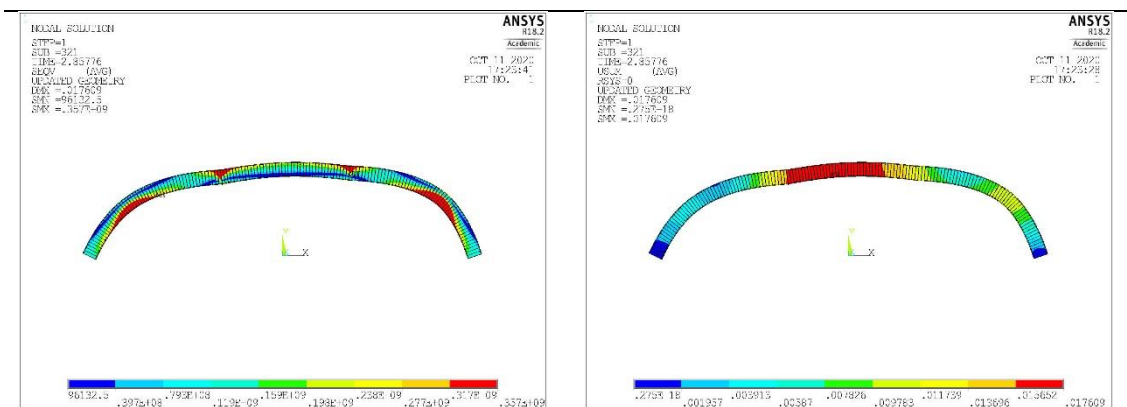


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



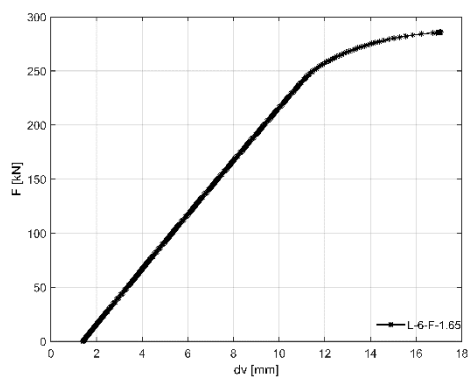
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 93- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.5$  [m].

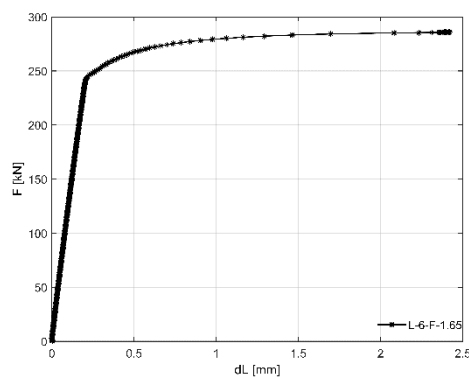


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

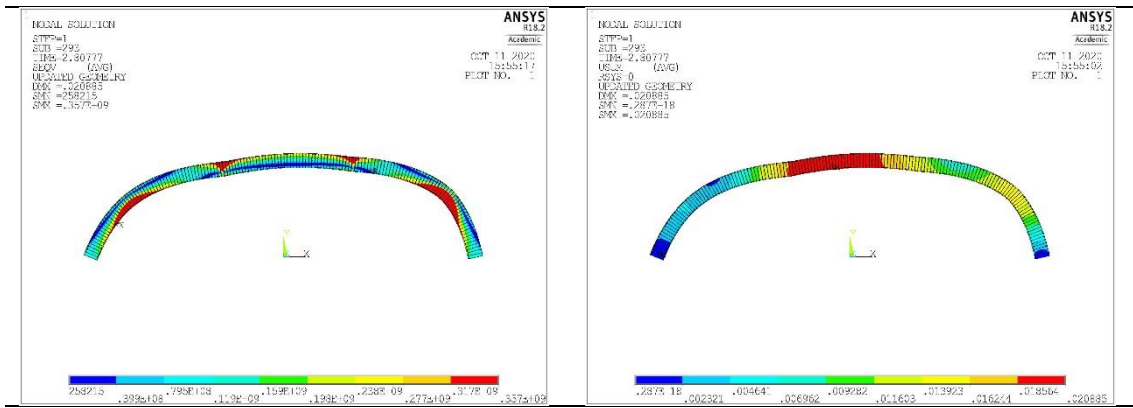


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



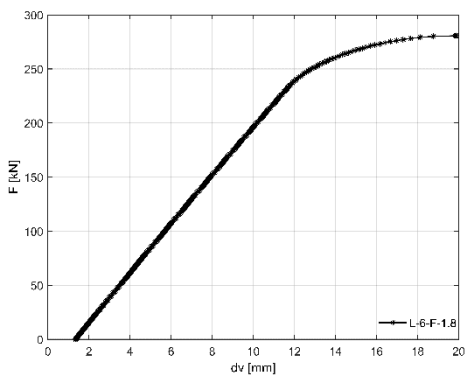
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 94- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.65$ [m].

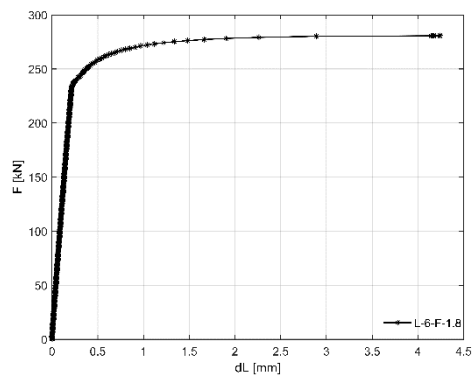


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

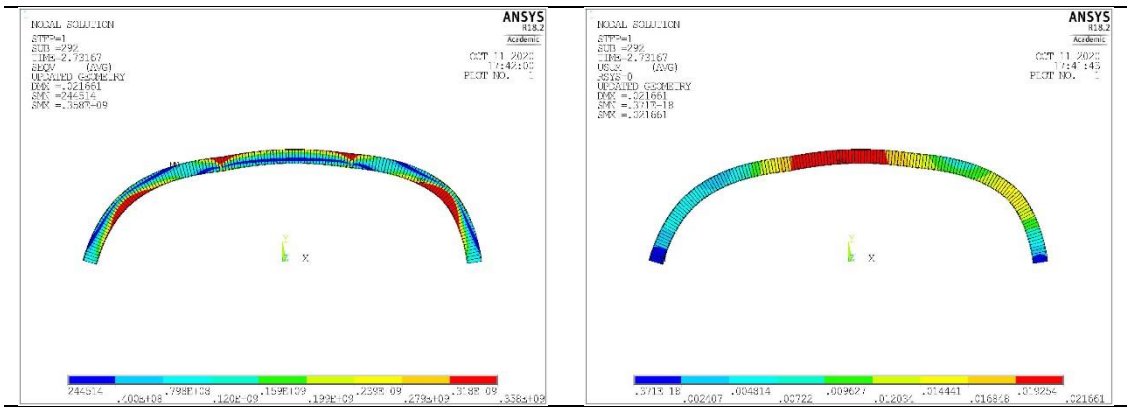


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



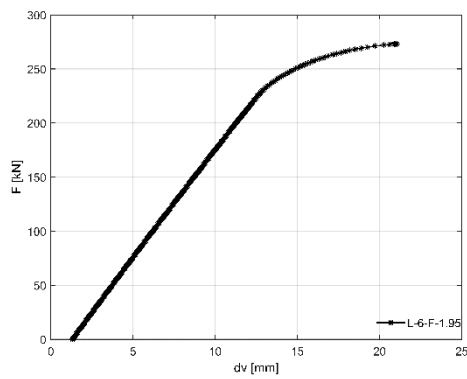
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 95- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=1.8$ [m].

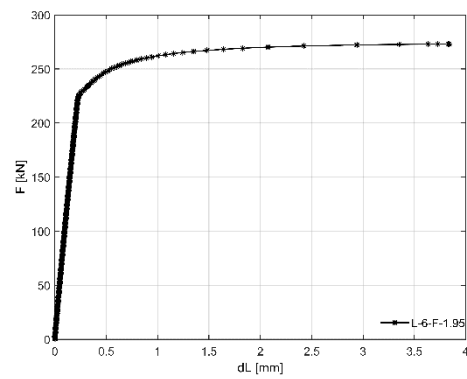


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

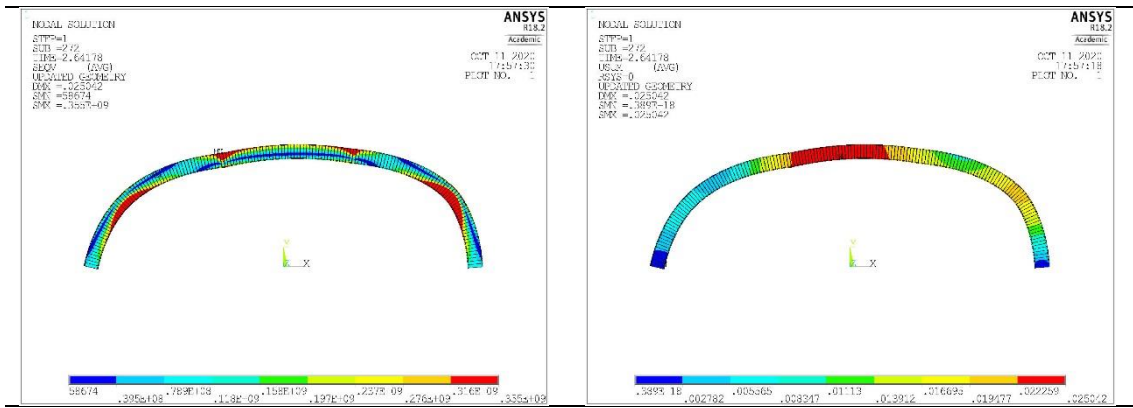


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



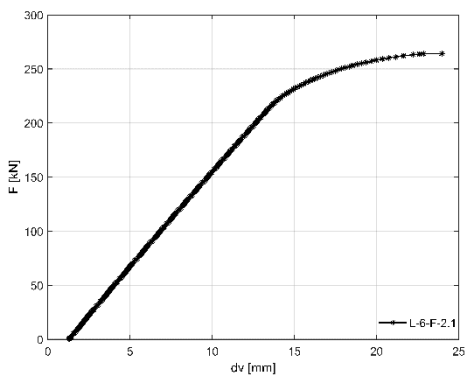
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 96- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=1.95[m].

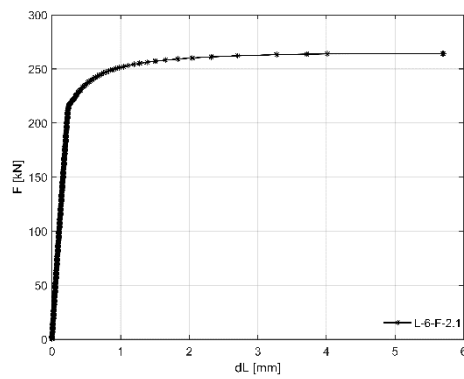


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

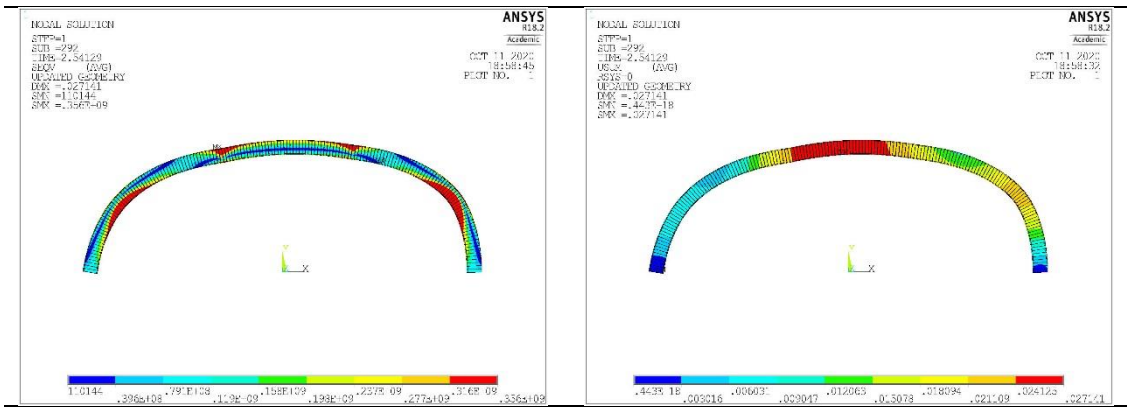


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



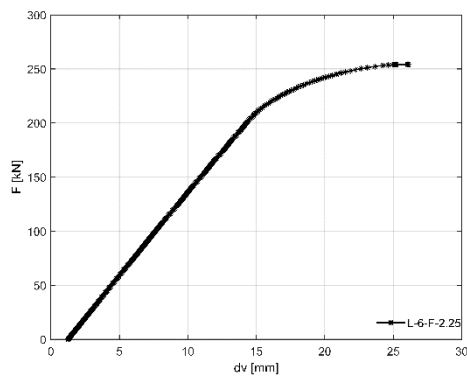
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 97- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=2.1[m].

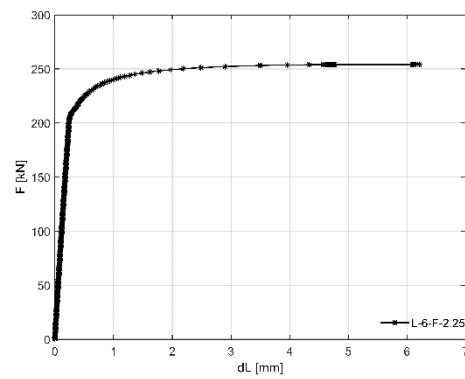


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 98- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=2.25[m].

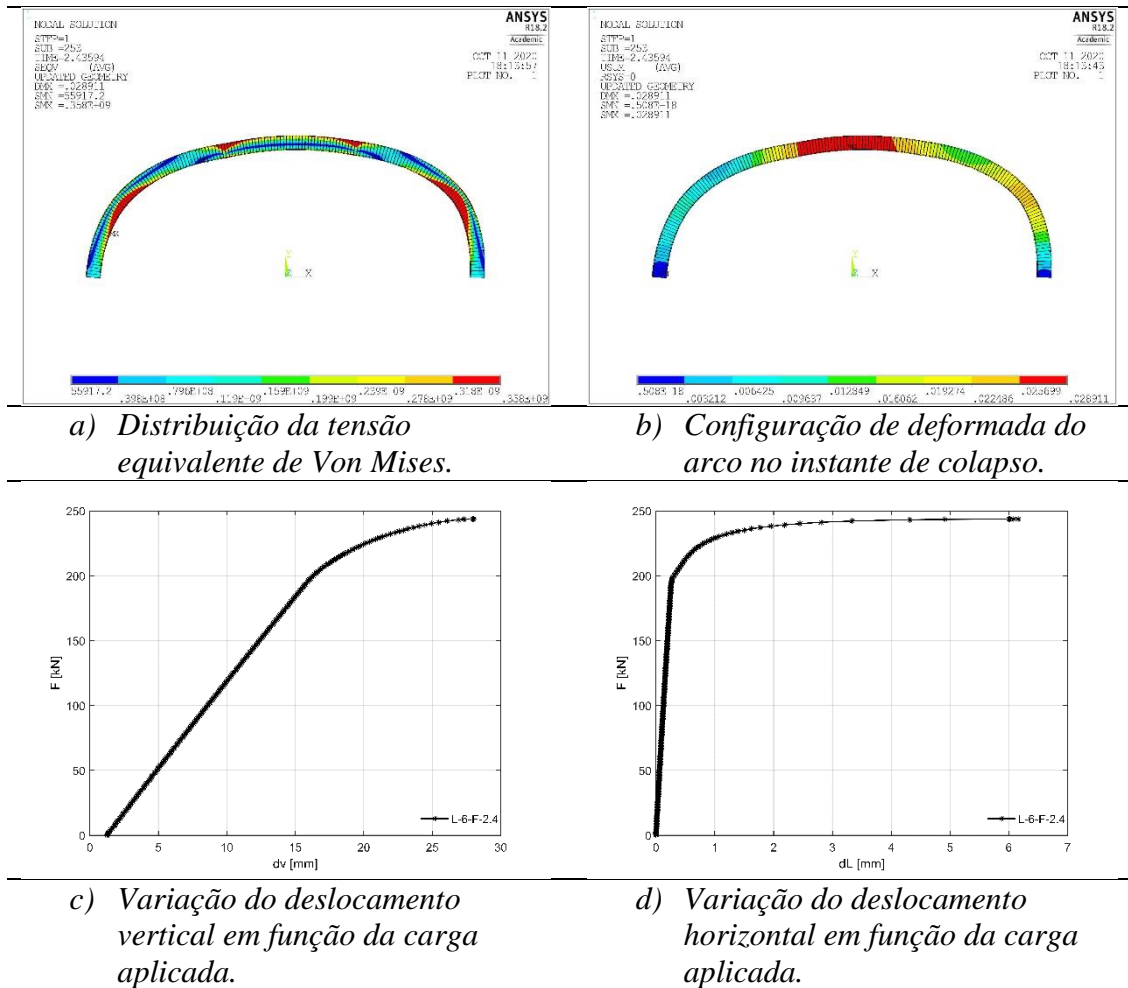
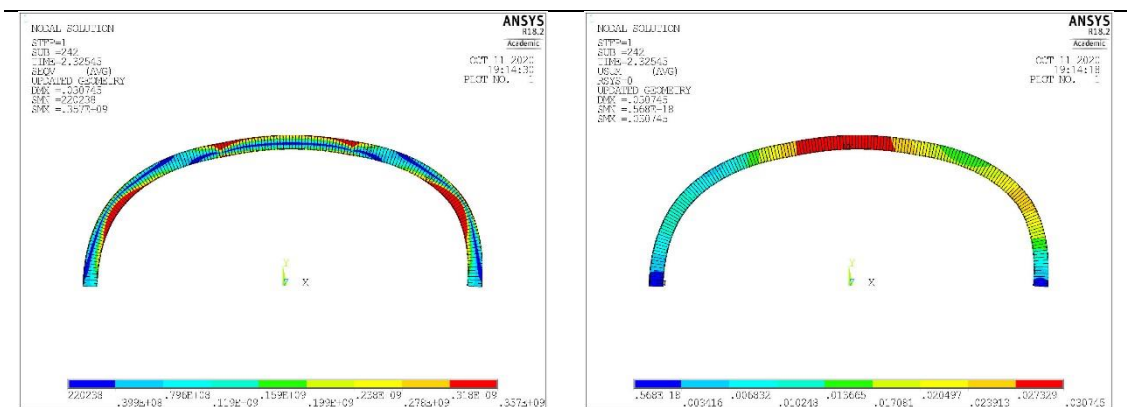
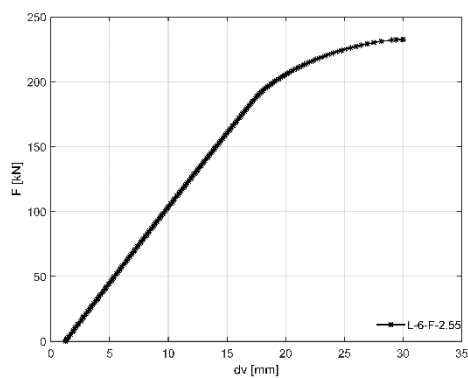


Figura 99- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=2.4$ [m].

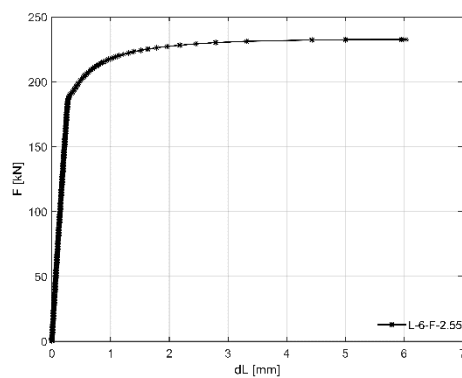


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

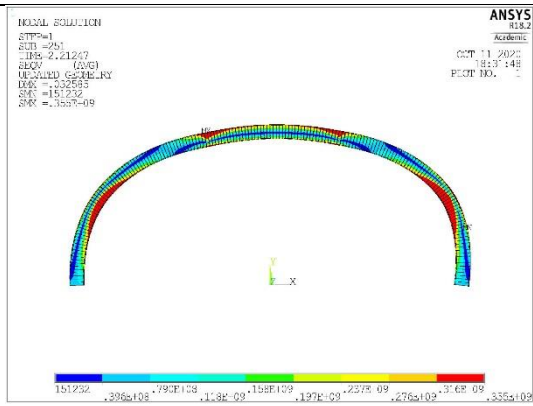


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

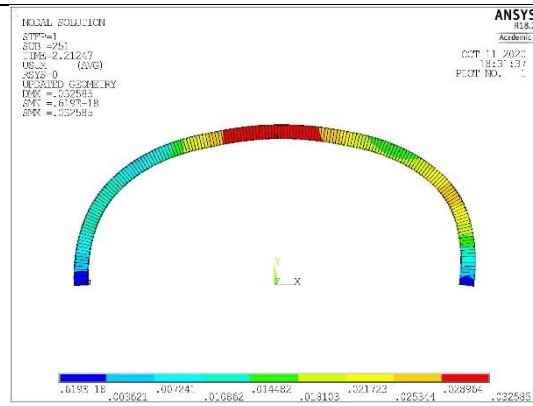


d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

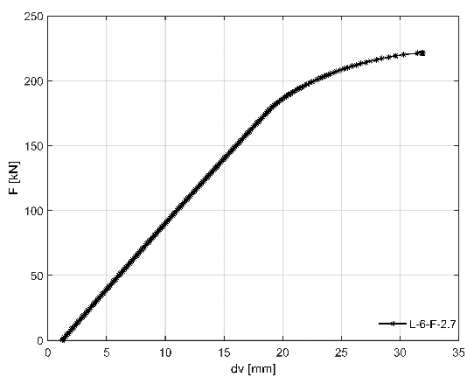
Figura 100- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=2.55$ [m].



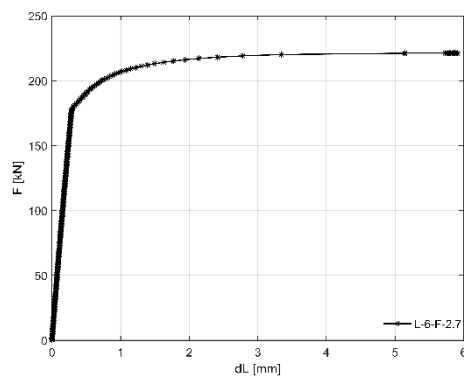
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.



b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

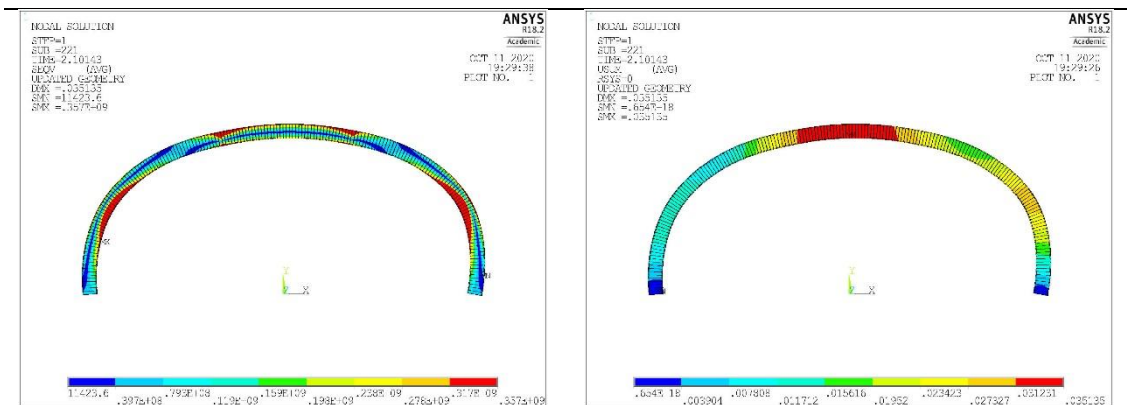


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



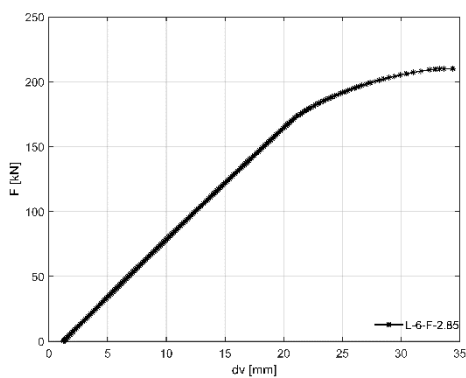
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 101- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=2.7$ [m].

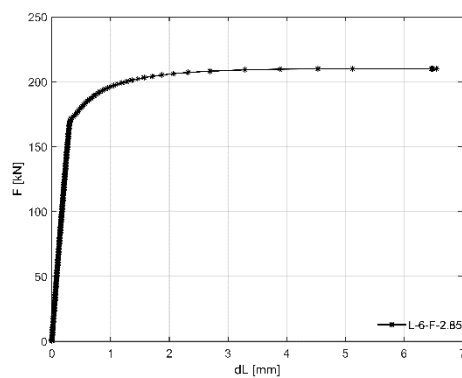


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 102- Resultados numéricos do arco com  $L=6$  [m] e  $f=2.85$ [m].

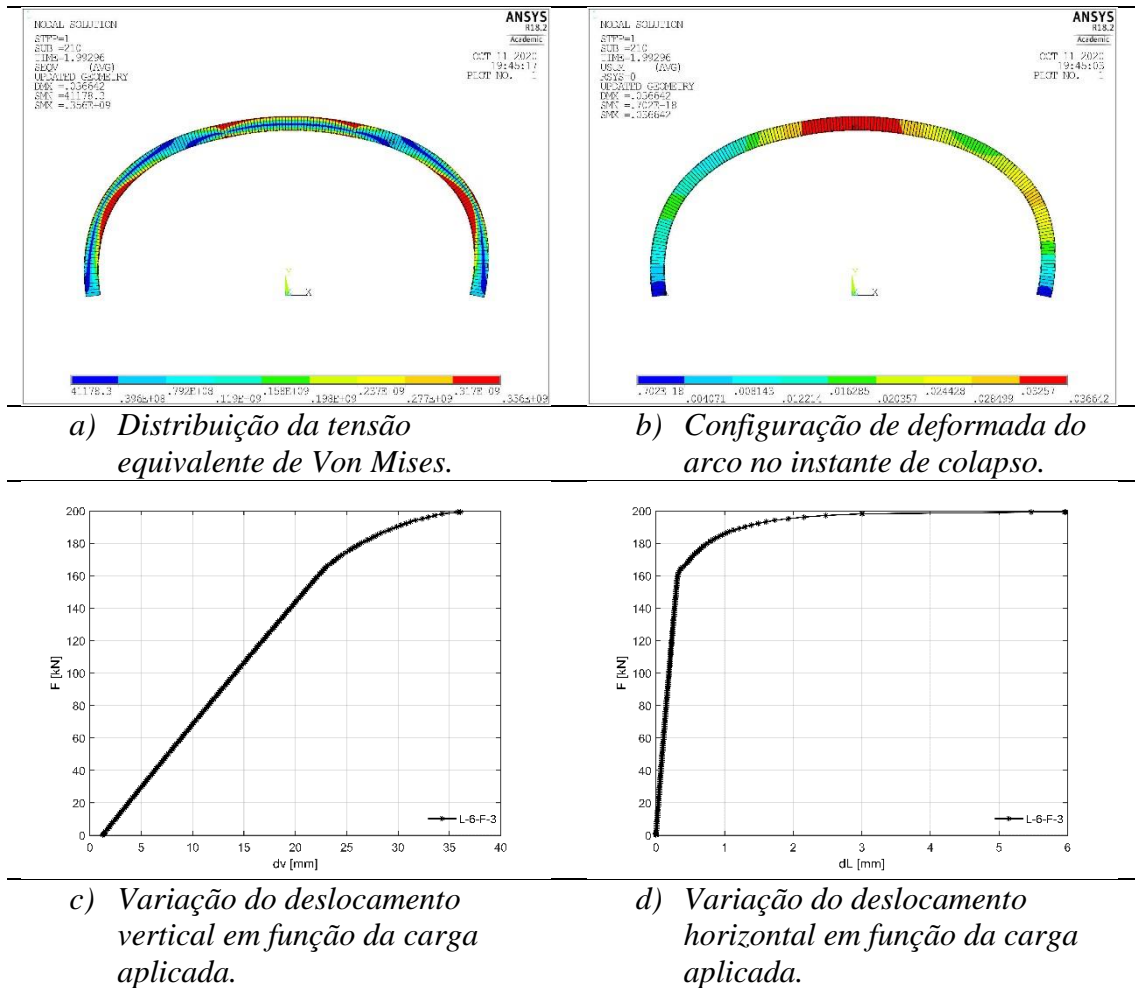
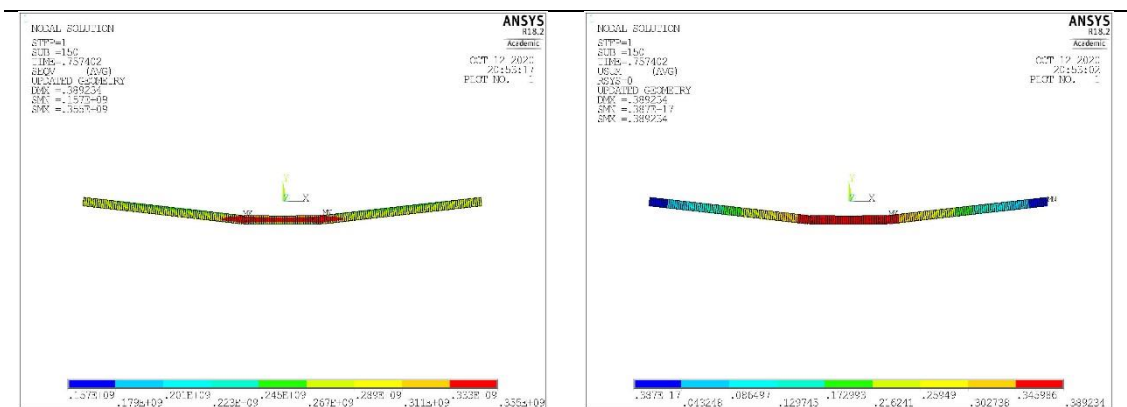
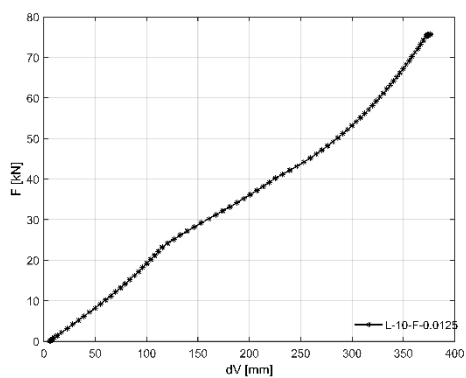


Figura 103- Resultados numéricos do arco com L=6 [m] e f=3[m].

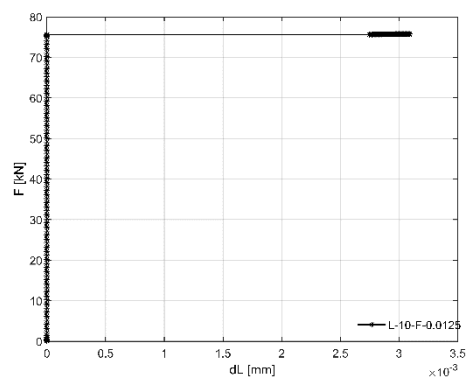


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

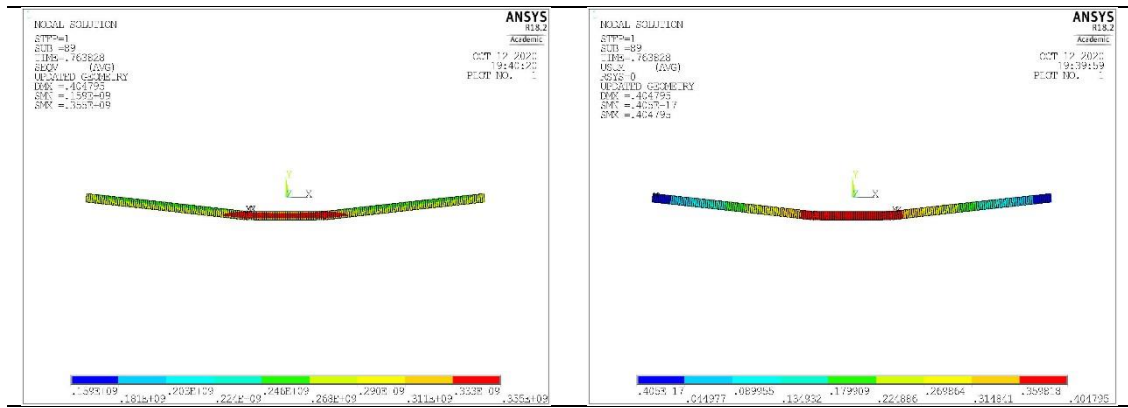


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



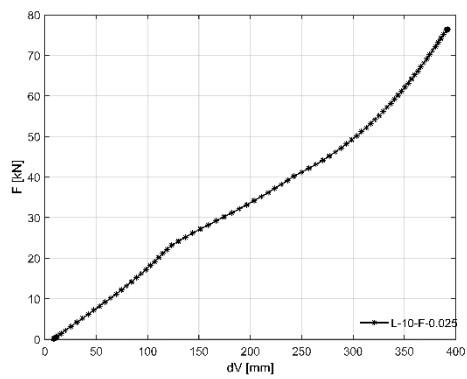
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 104- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=0.0125[m].

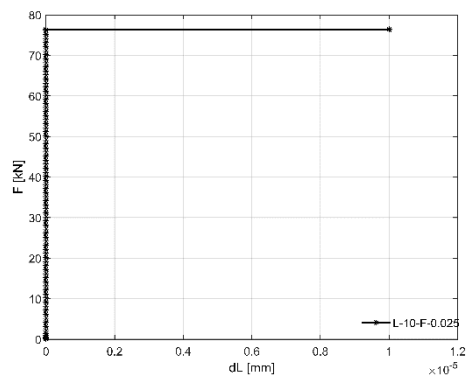


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

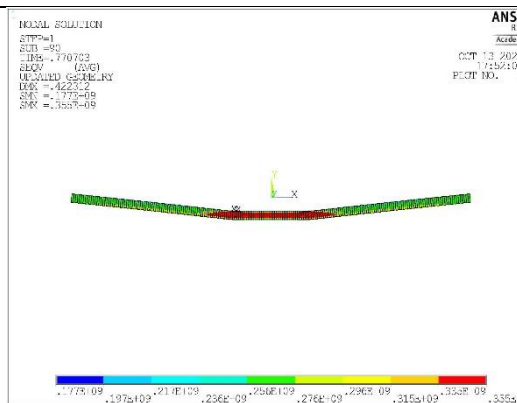


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

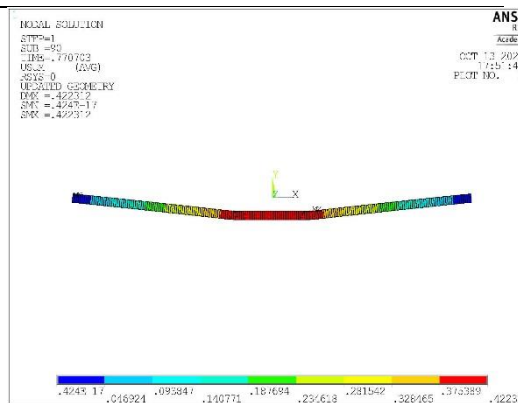


d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

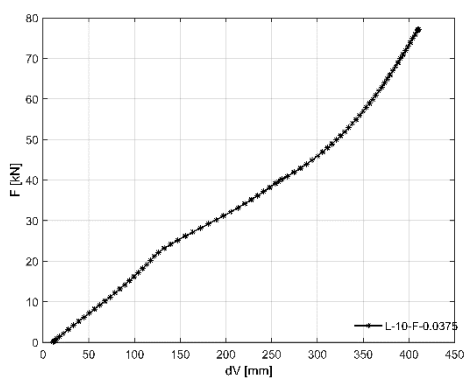
Figura 105- Resultados numéricos do arco com  $L=$  [m] e  $f=0.025$ [m].



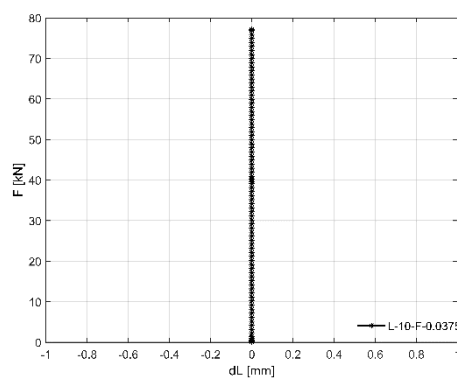
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.



b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

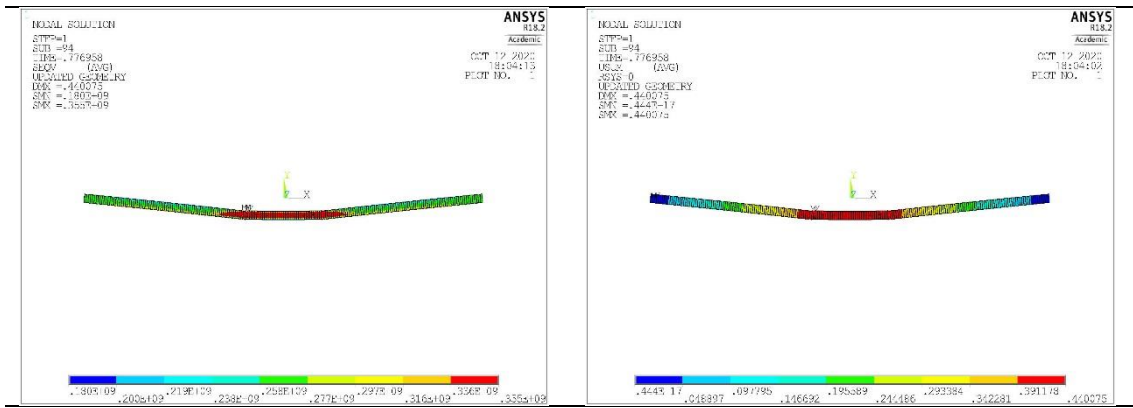


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



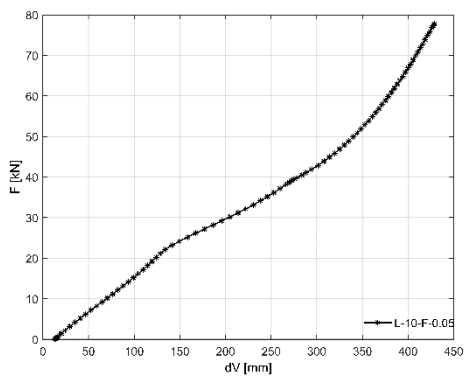
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 106- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.0375$ [m].

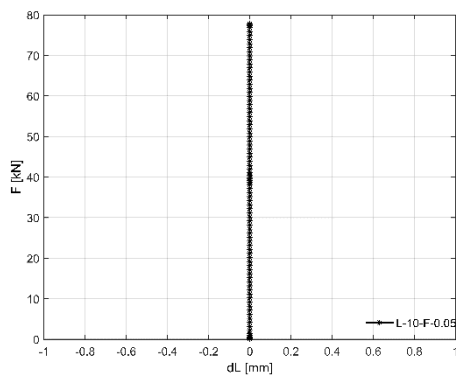


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

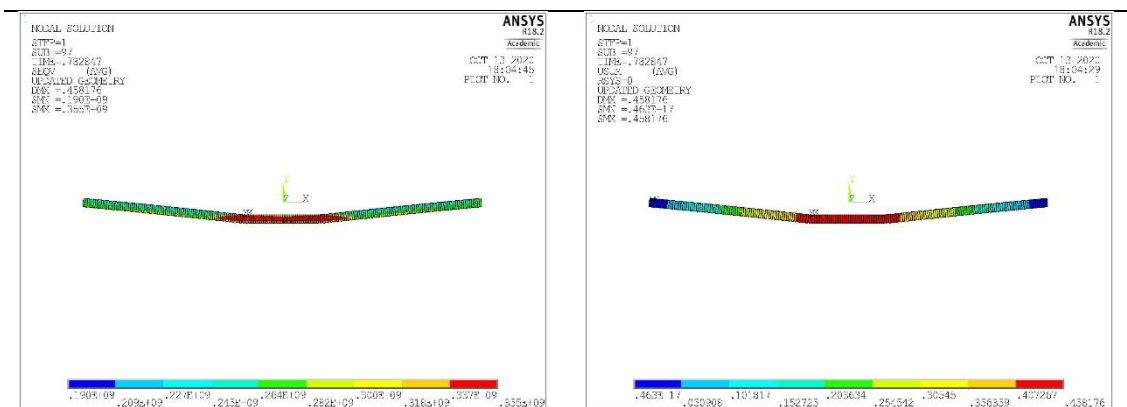


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



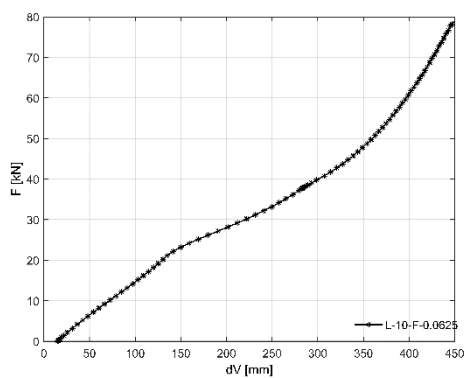
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 107- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.05$ [m].

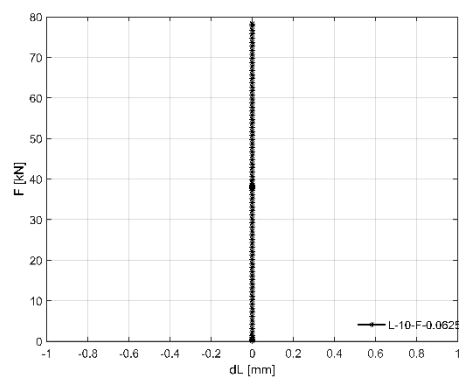


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

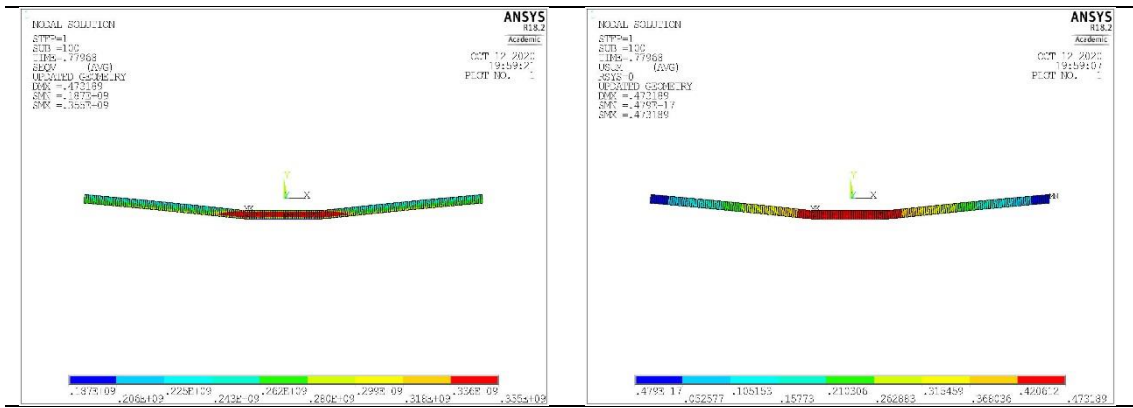


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



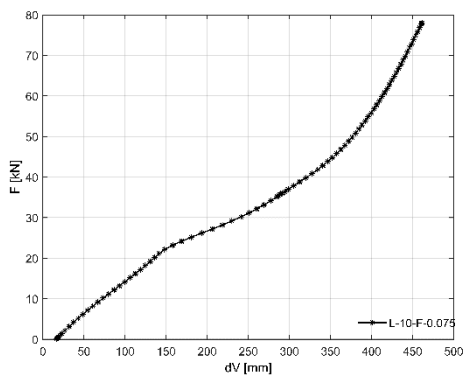
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 108- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.0625$ [m].

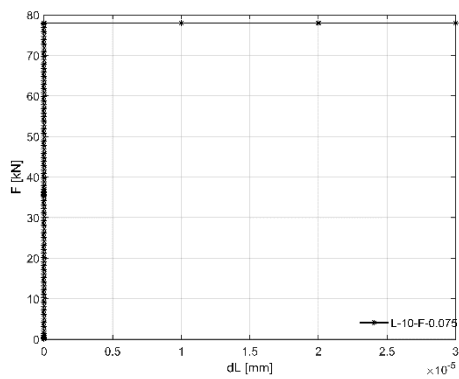


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

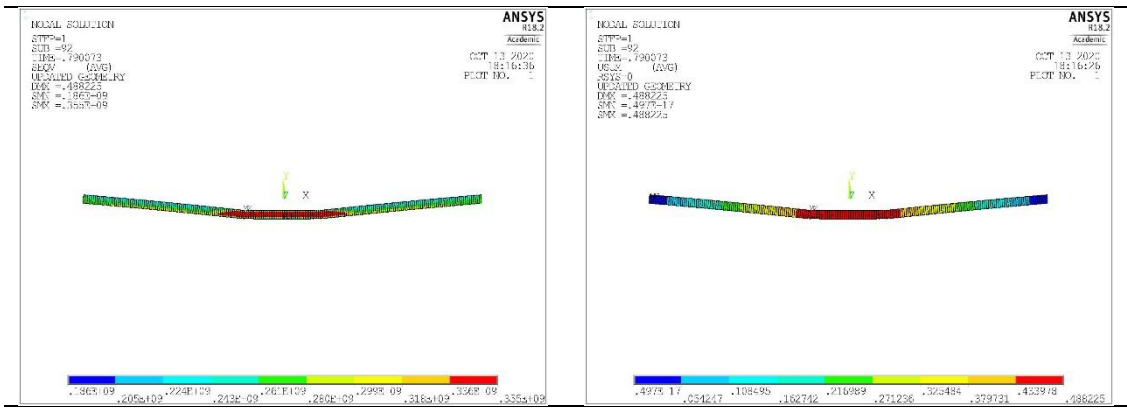


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



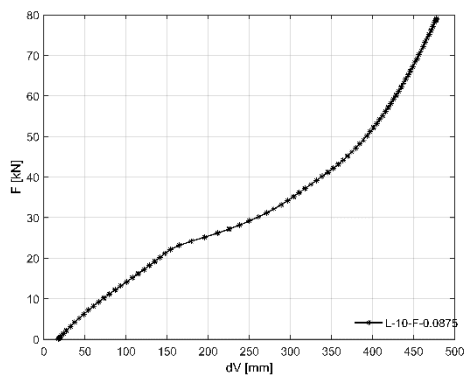
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 109- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.075$ [m].

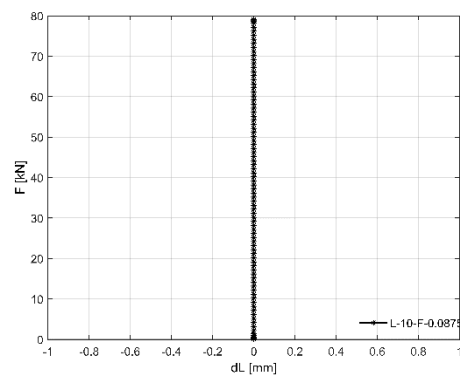


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

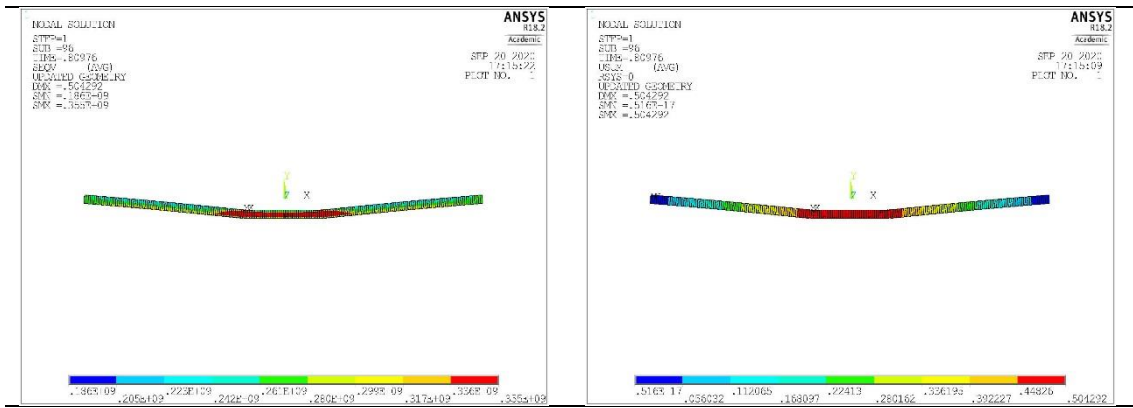


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



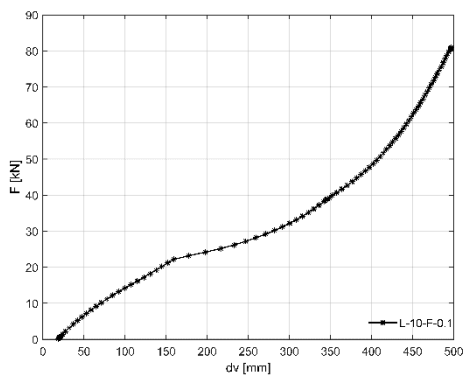
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 110- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.0875$ [m].

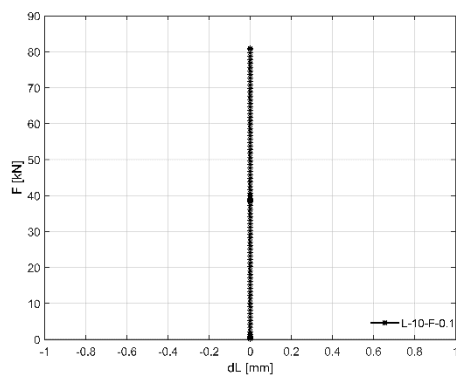


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

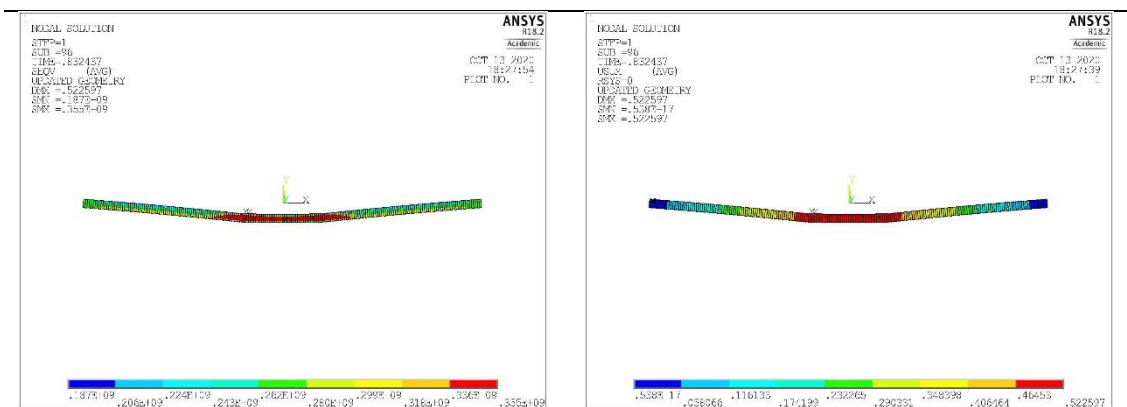


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



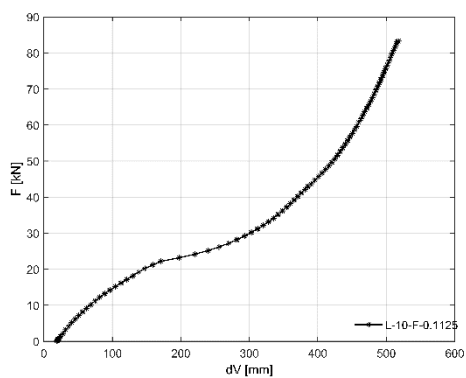
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 111- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.1$ [m].

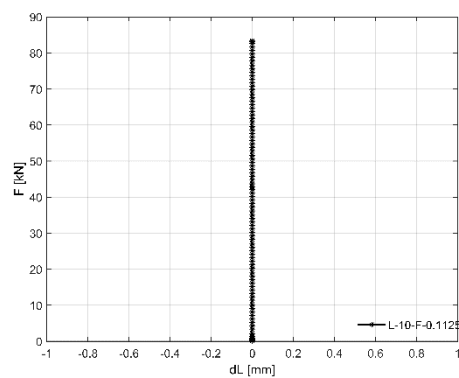


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

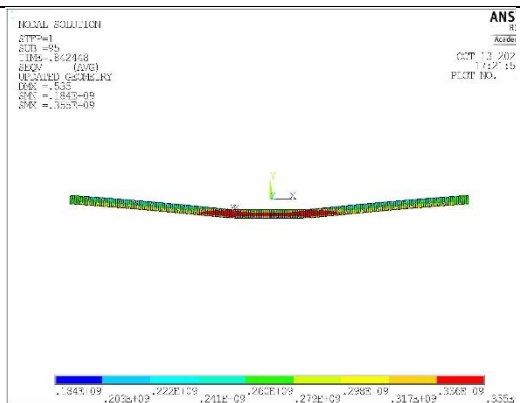


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

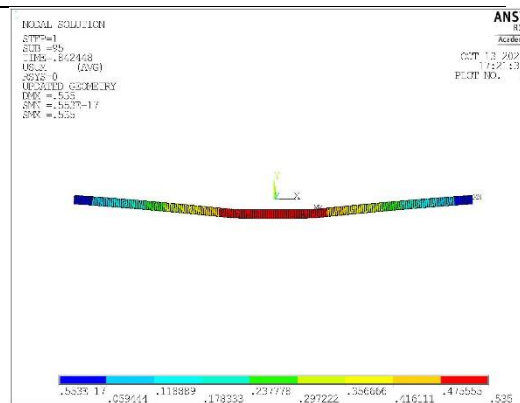


d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

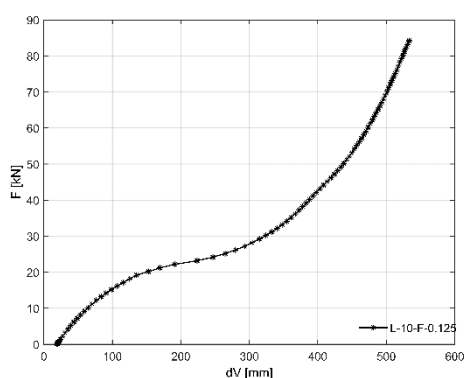
Figura 112- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.01125$ [m].



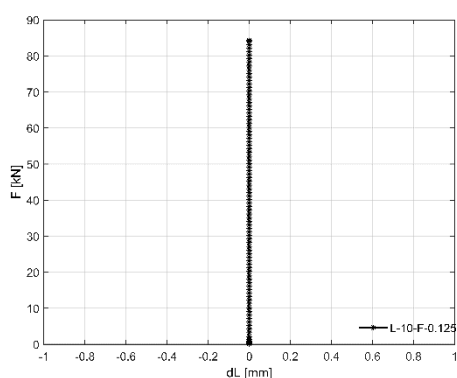
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.



b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

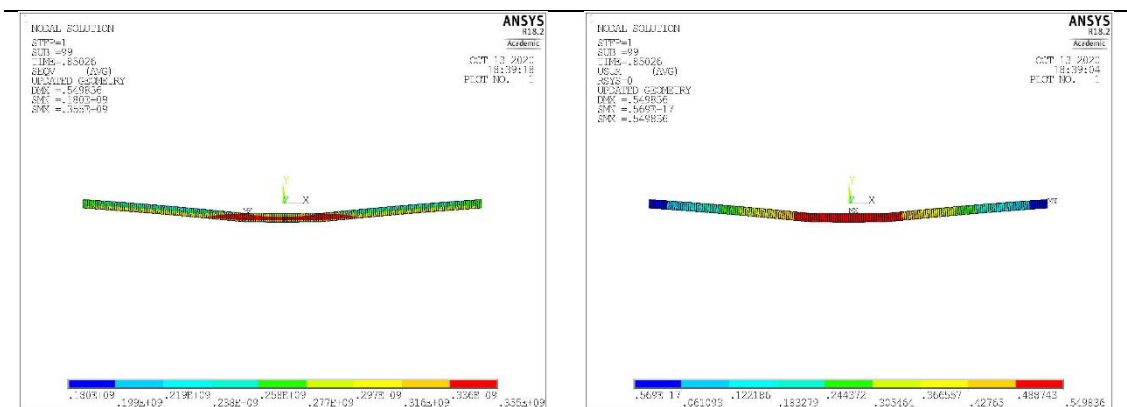


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



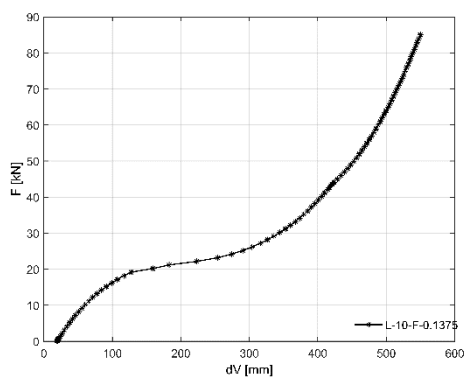
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 113- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.125$ [m].

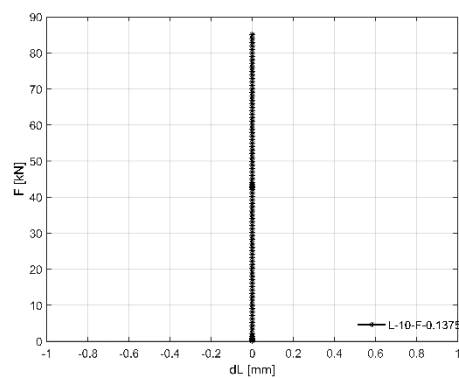


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

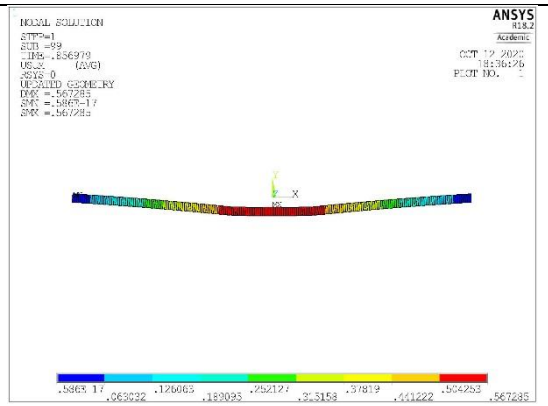
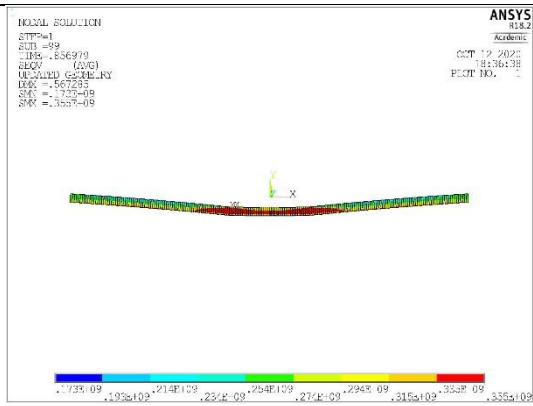


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



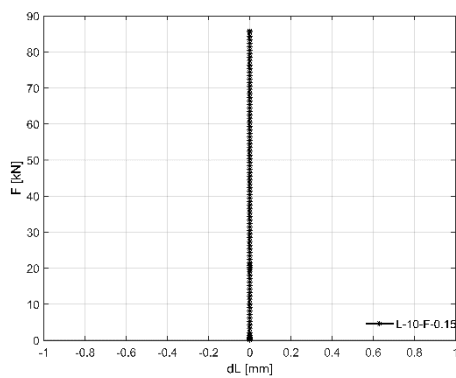
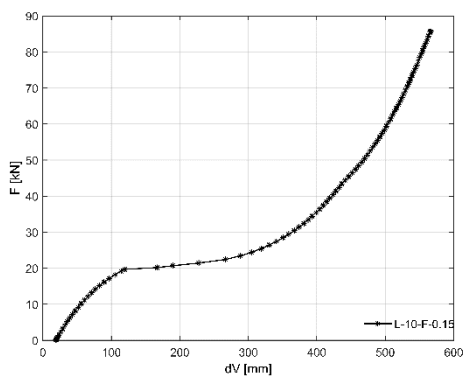
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 114- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.01375$  [m].



a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

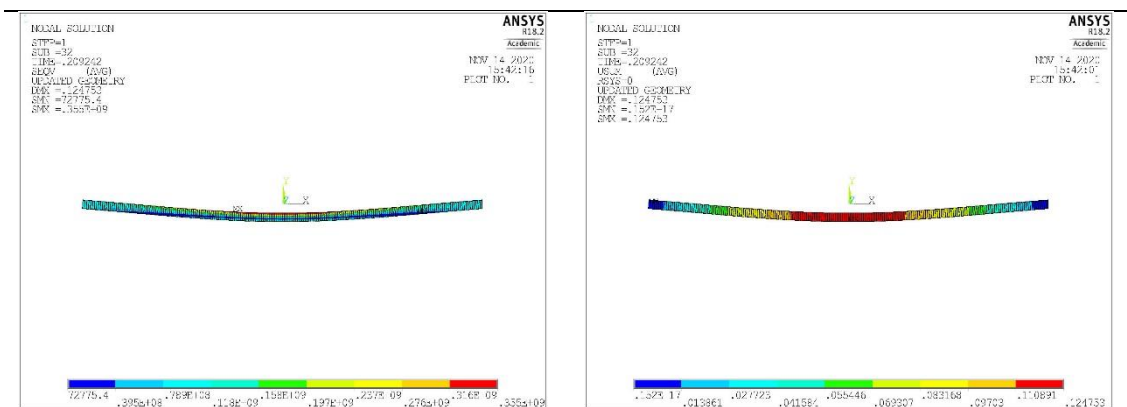
b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

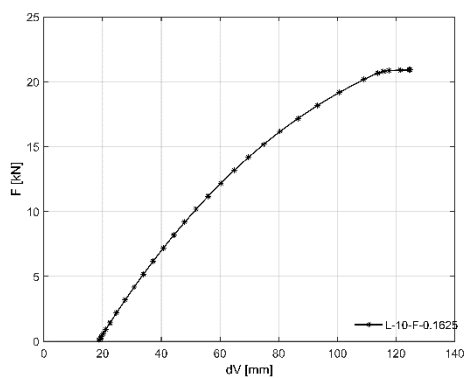
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 115- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.15$  [m].

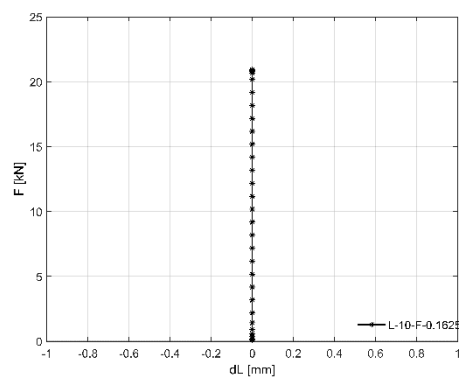


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

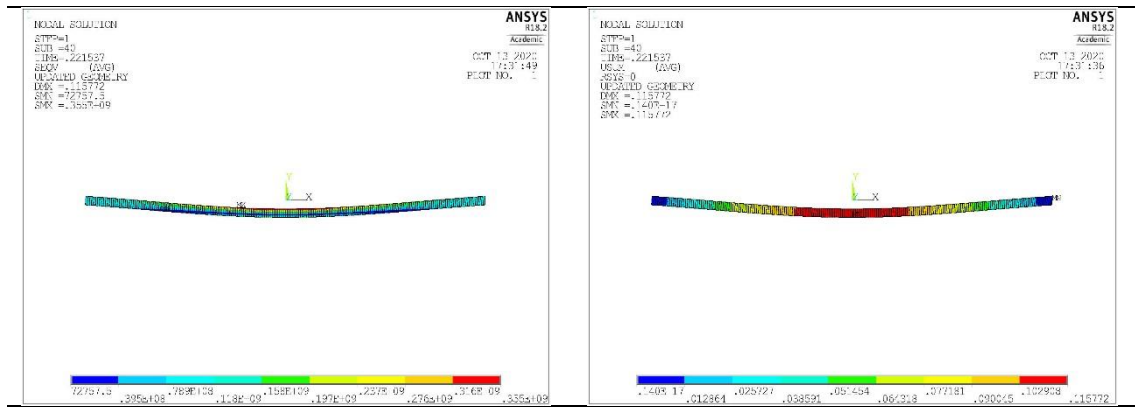


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



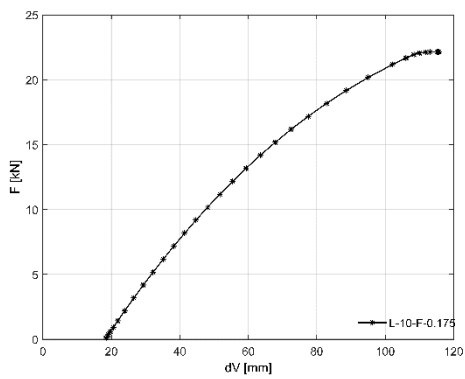
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 116- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.1625$  [m].

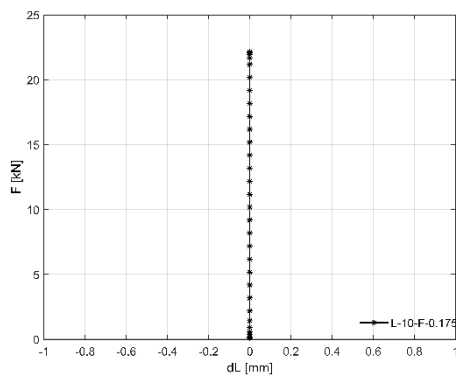


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

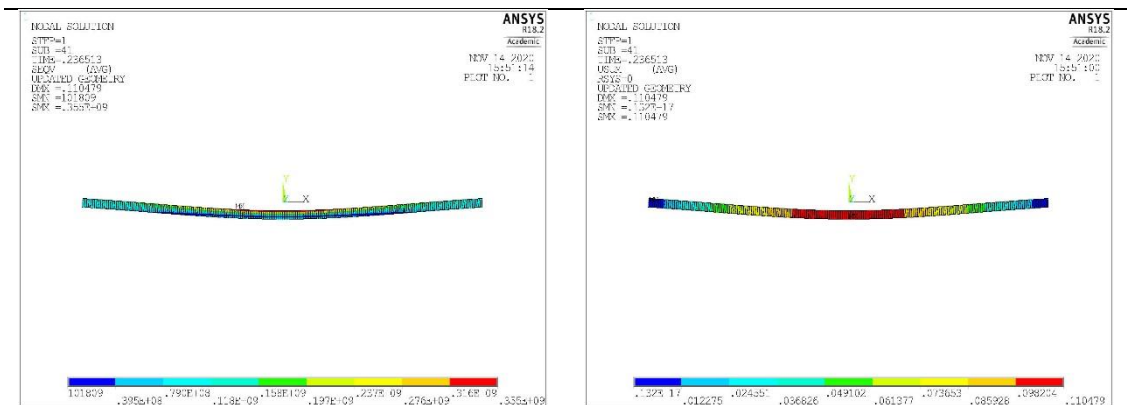


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



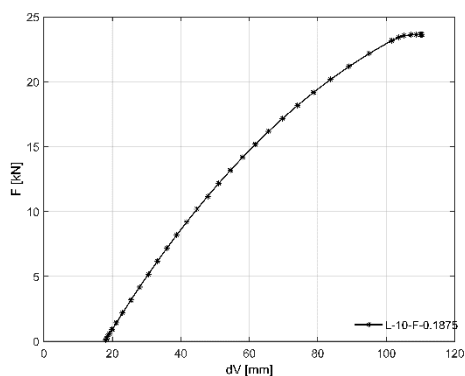
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 117- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.175$ [m].

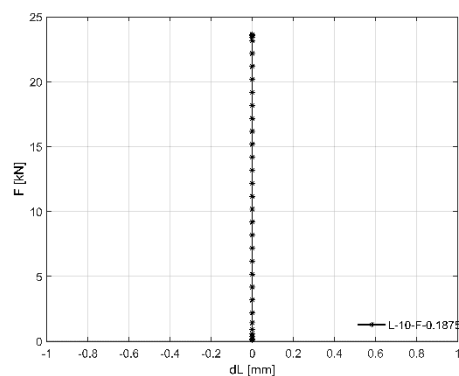


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

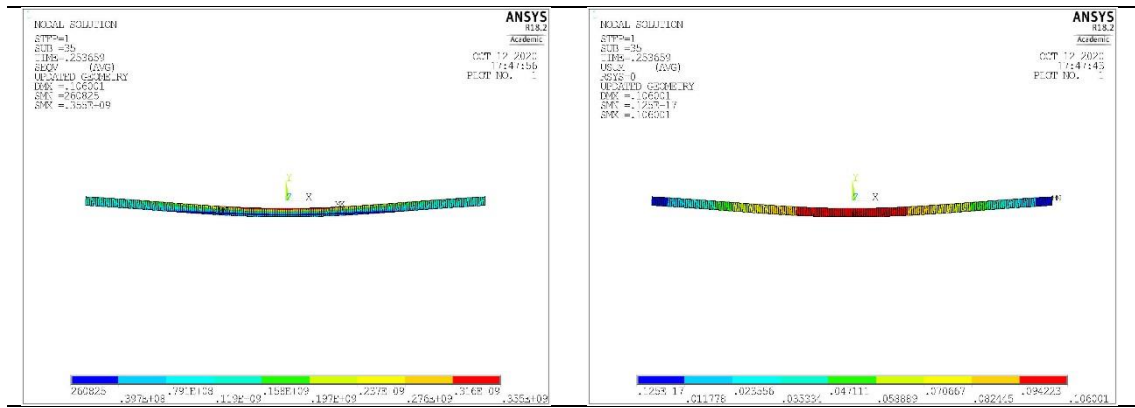


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



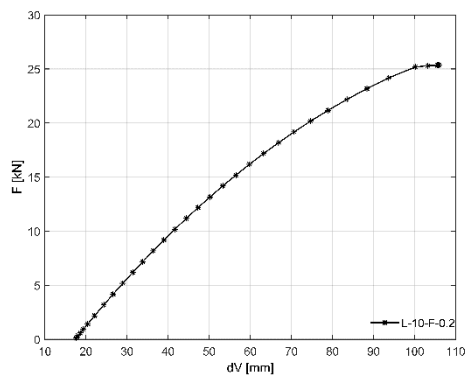
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 118- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.1875$  [m].

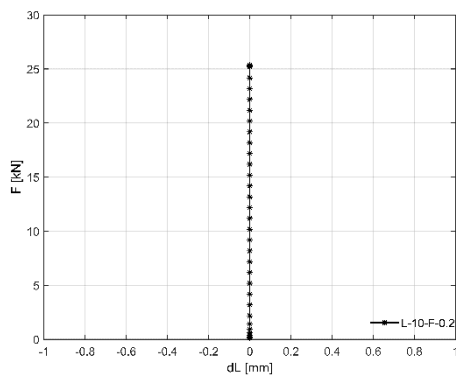


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

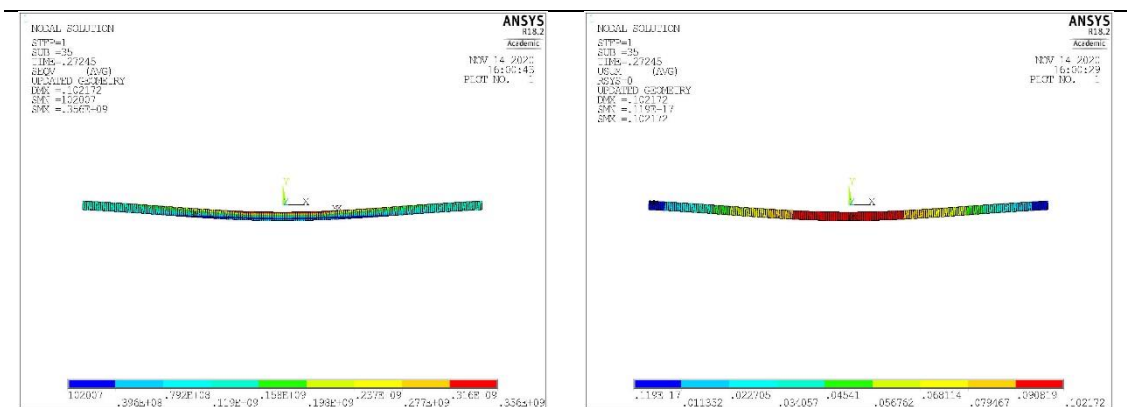


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



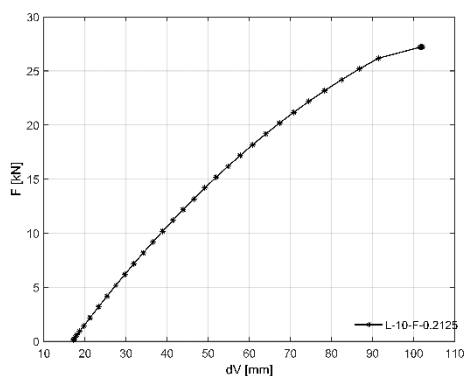
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 119- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.2$ [m].

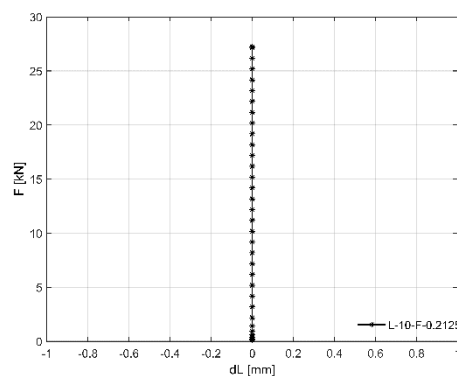


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

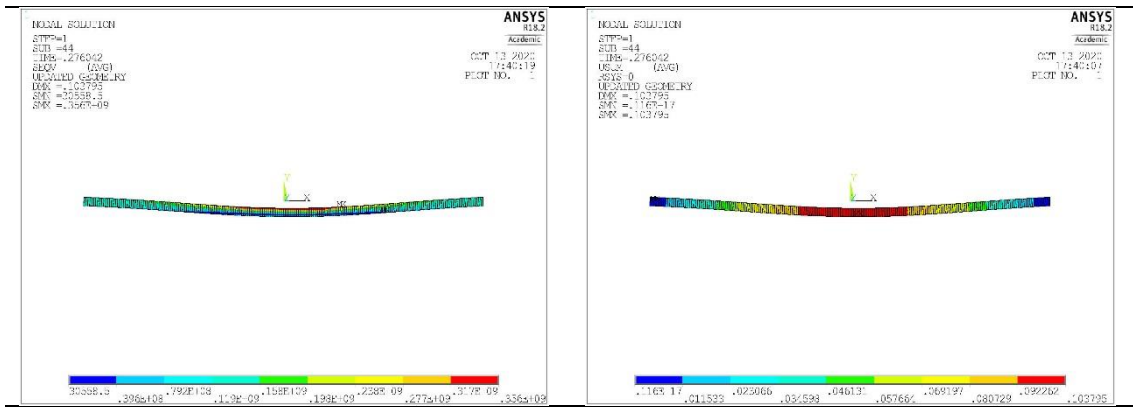


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



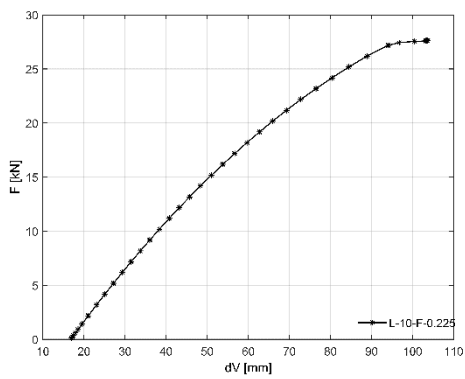
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 120- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.2125$ [m].

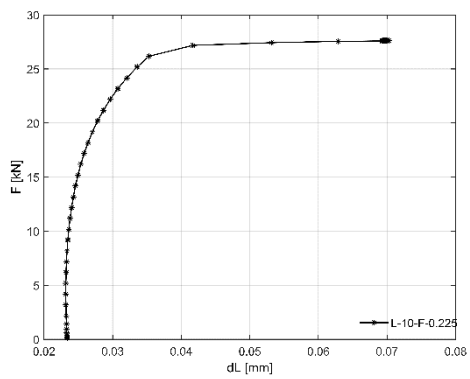


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

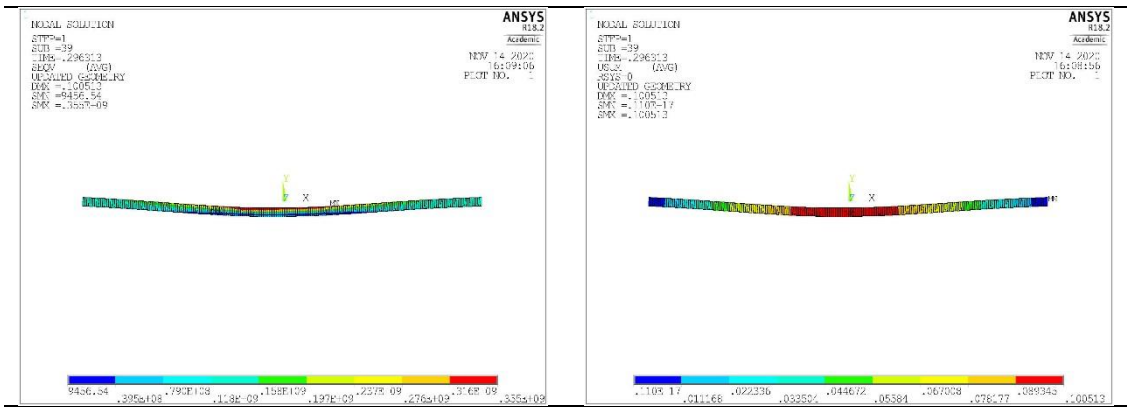


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



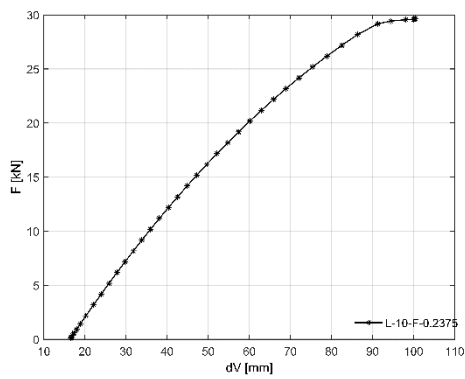
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 121- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.225$ [m].

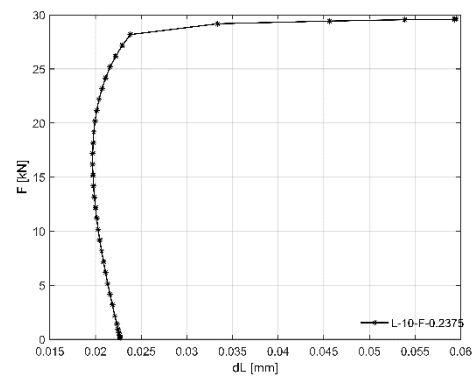


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

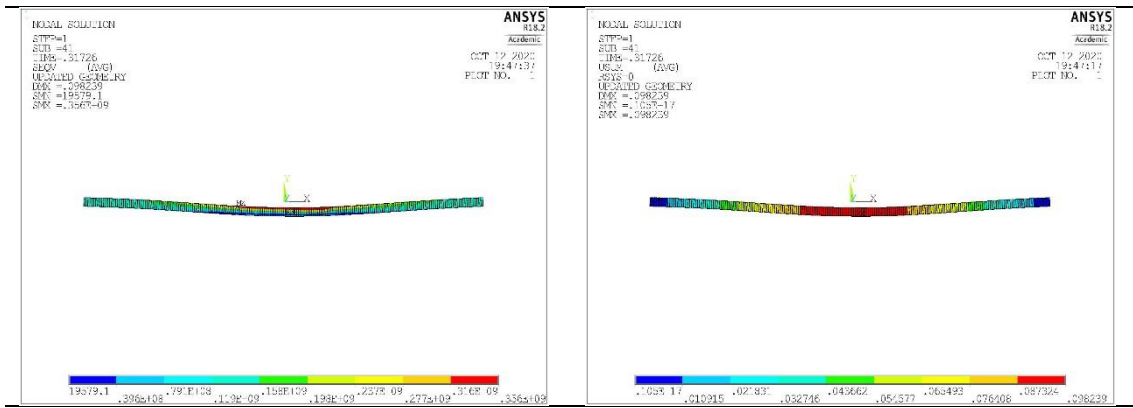


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



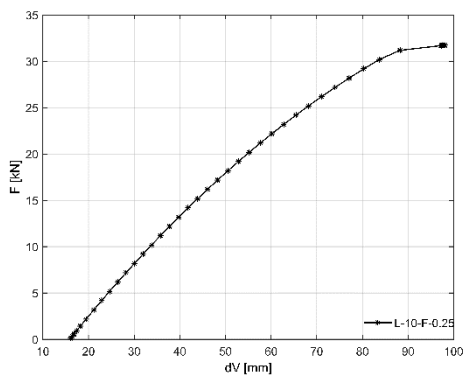
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 122- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.2375$ [m].

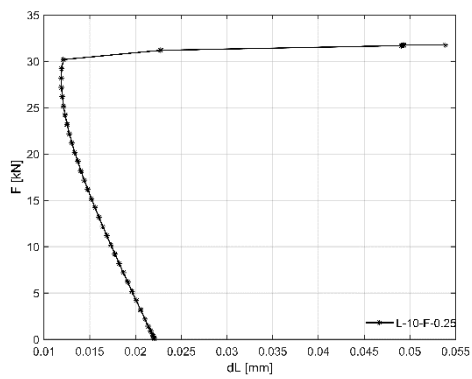


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

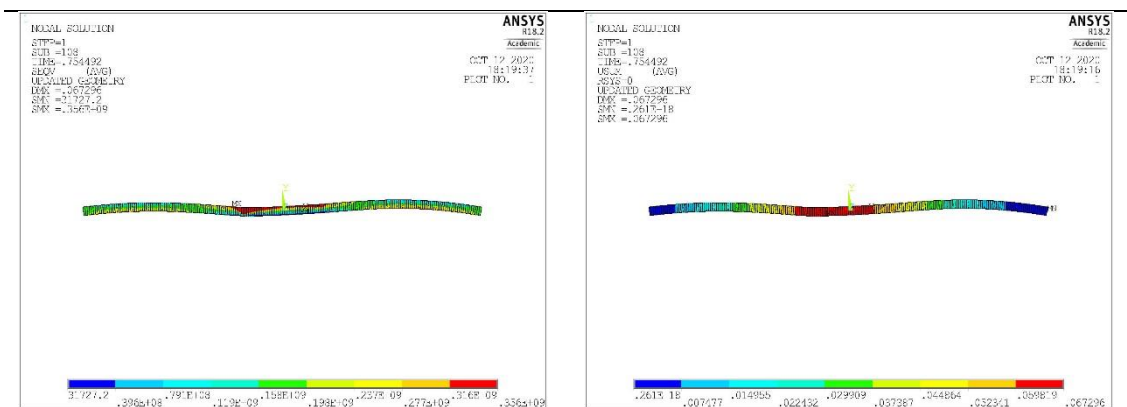


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



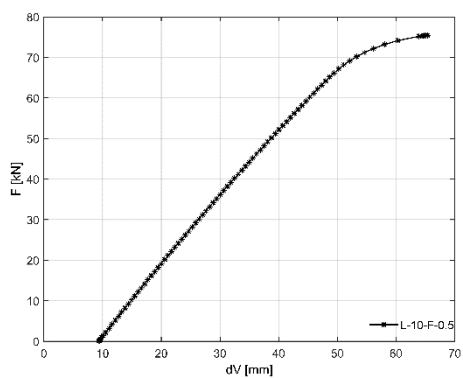
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 123- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.25$ [m].

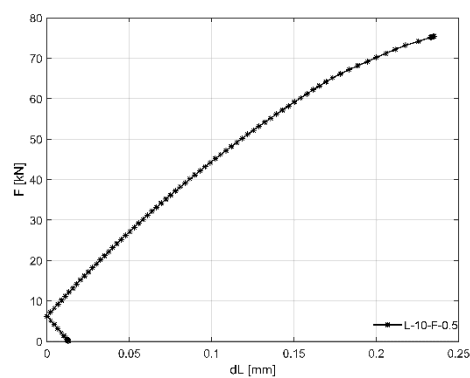


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

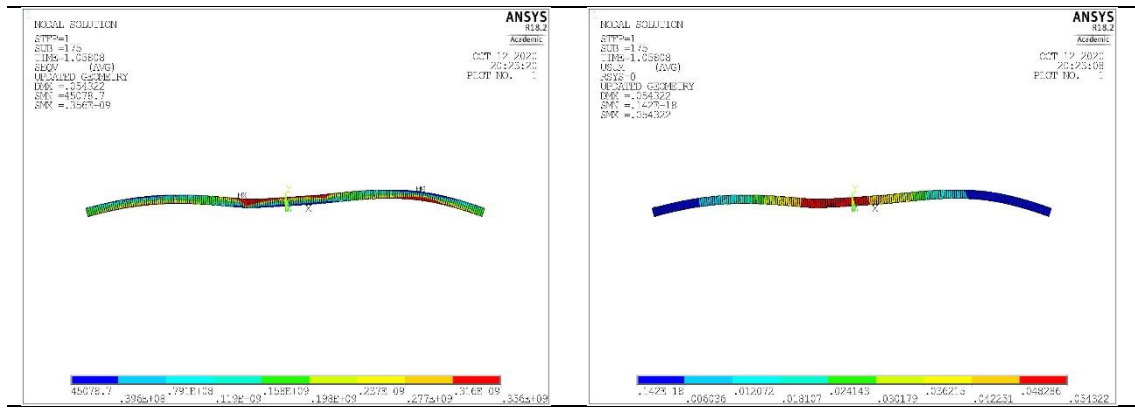


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



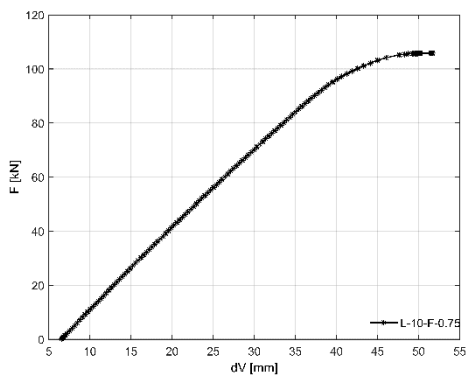
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 124- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.5$ [m].

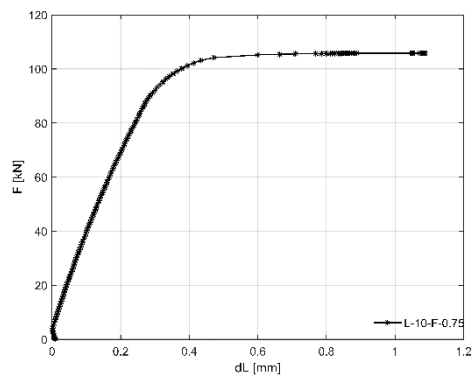


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

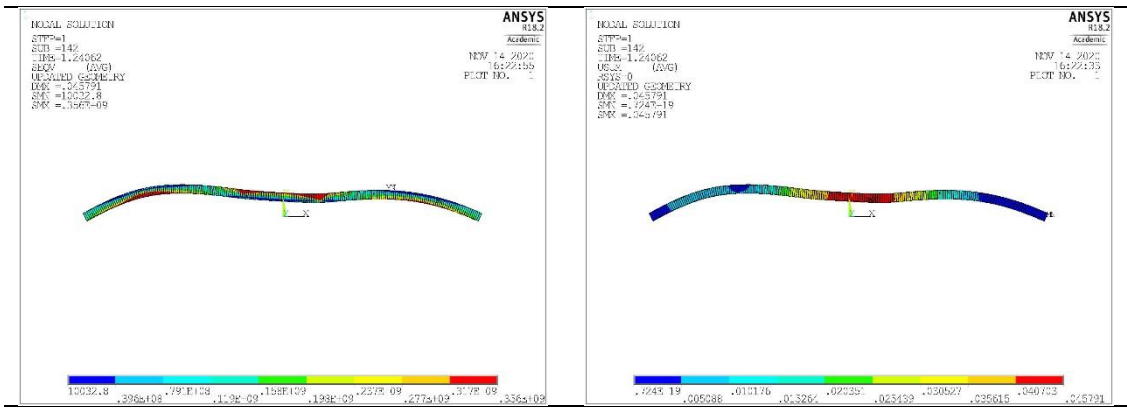


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



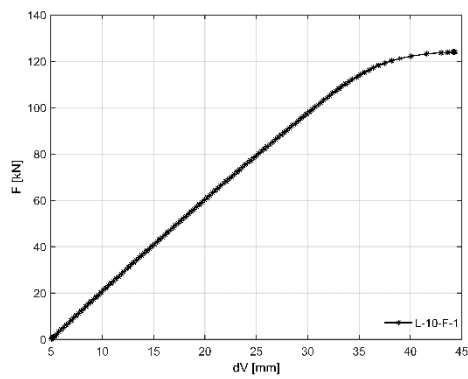
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 125- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=0.75$ [m].

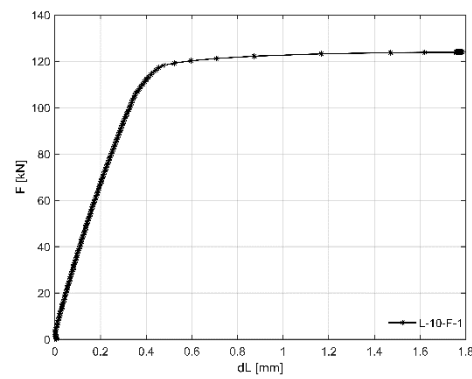


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

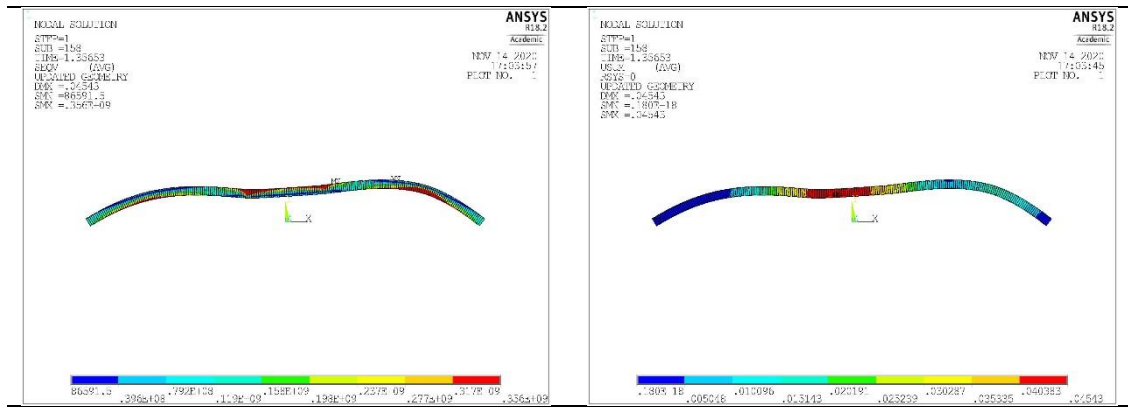


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



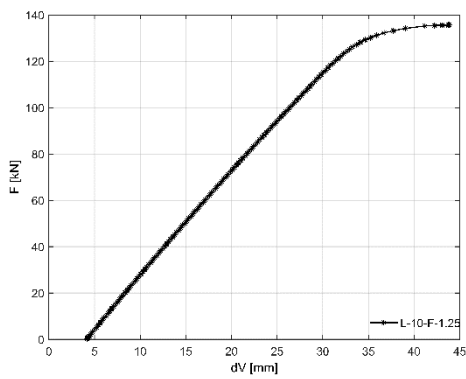
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 126- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=1$  [m].

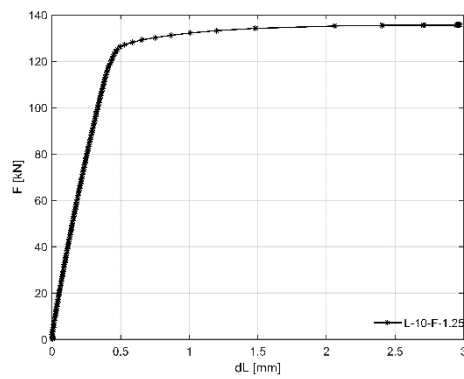


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

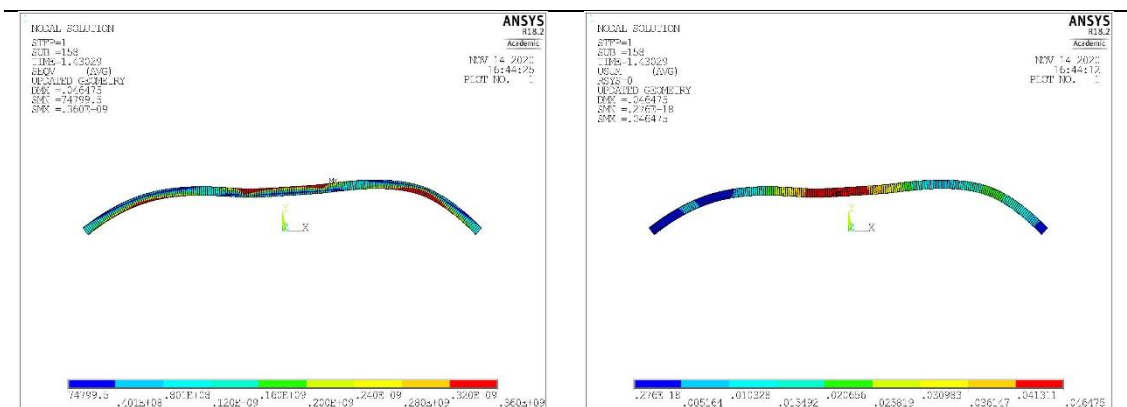


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



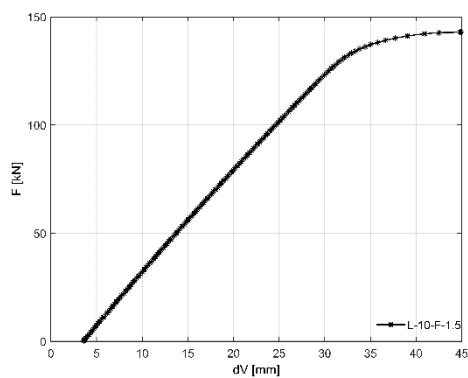
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 127- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=1.25 [m].

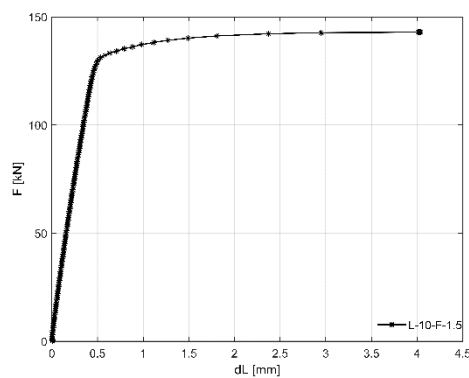


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

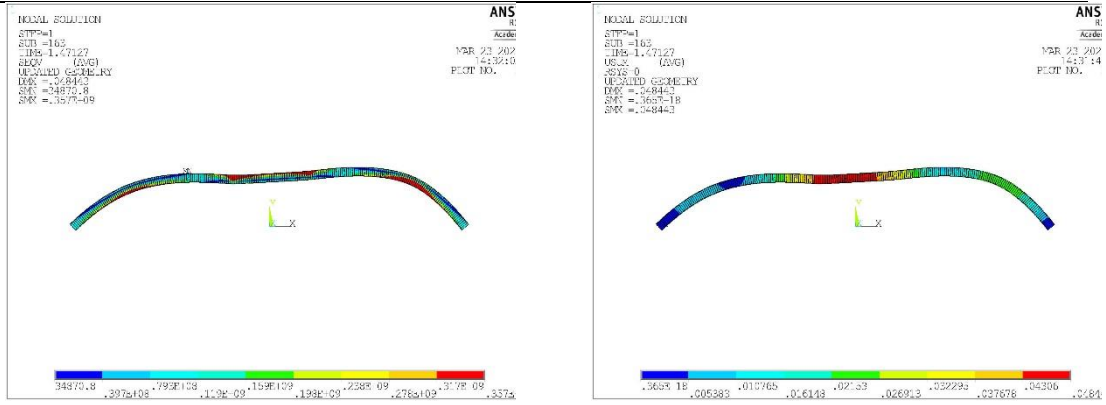


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



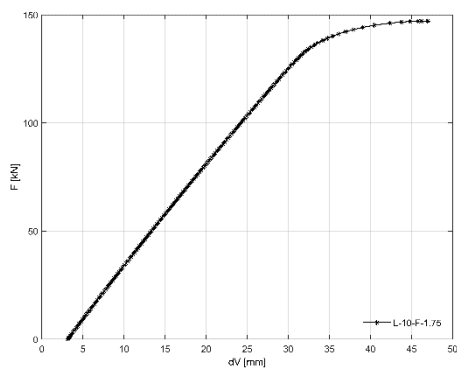
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 128- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=1.5$  [m].

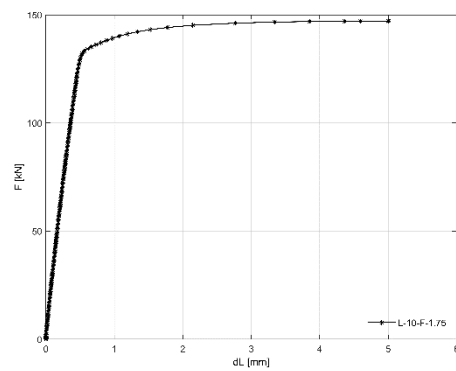


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

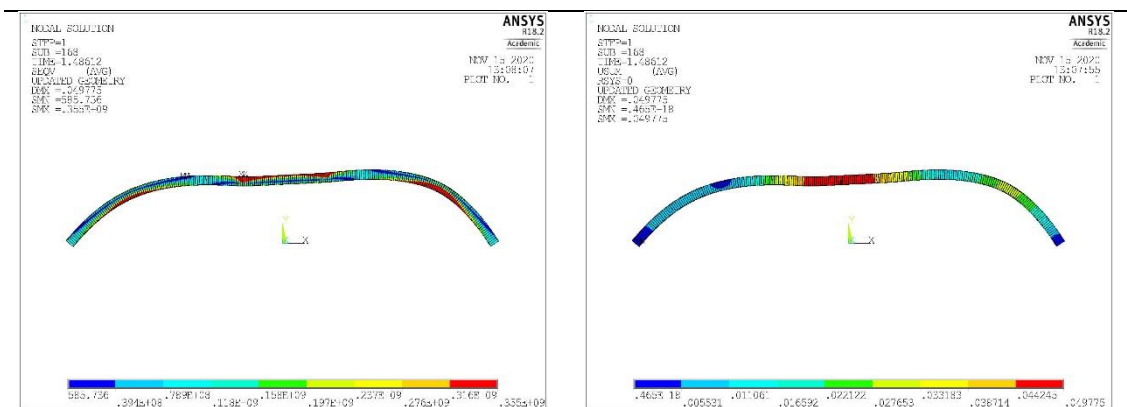


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



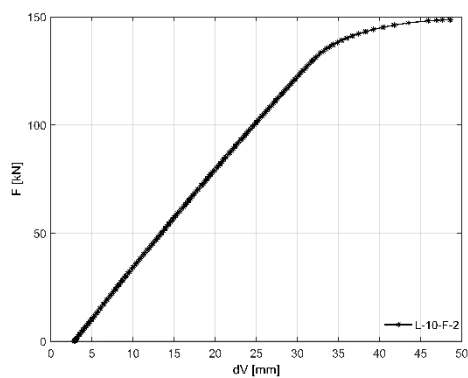
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 129- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=1.75$  [m].

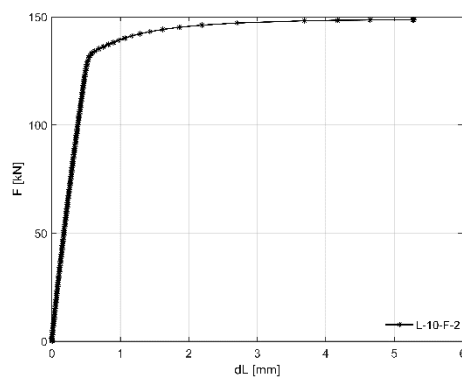


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 130- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=2 [m].

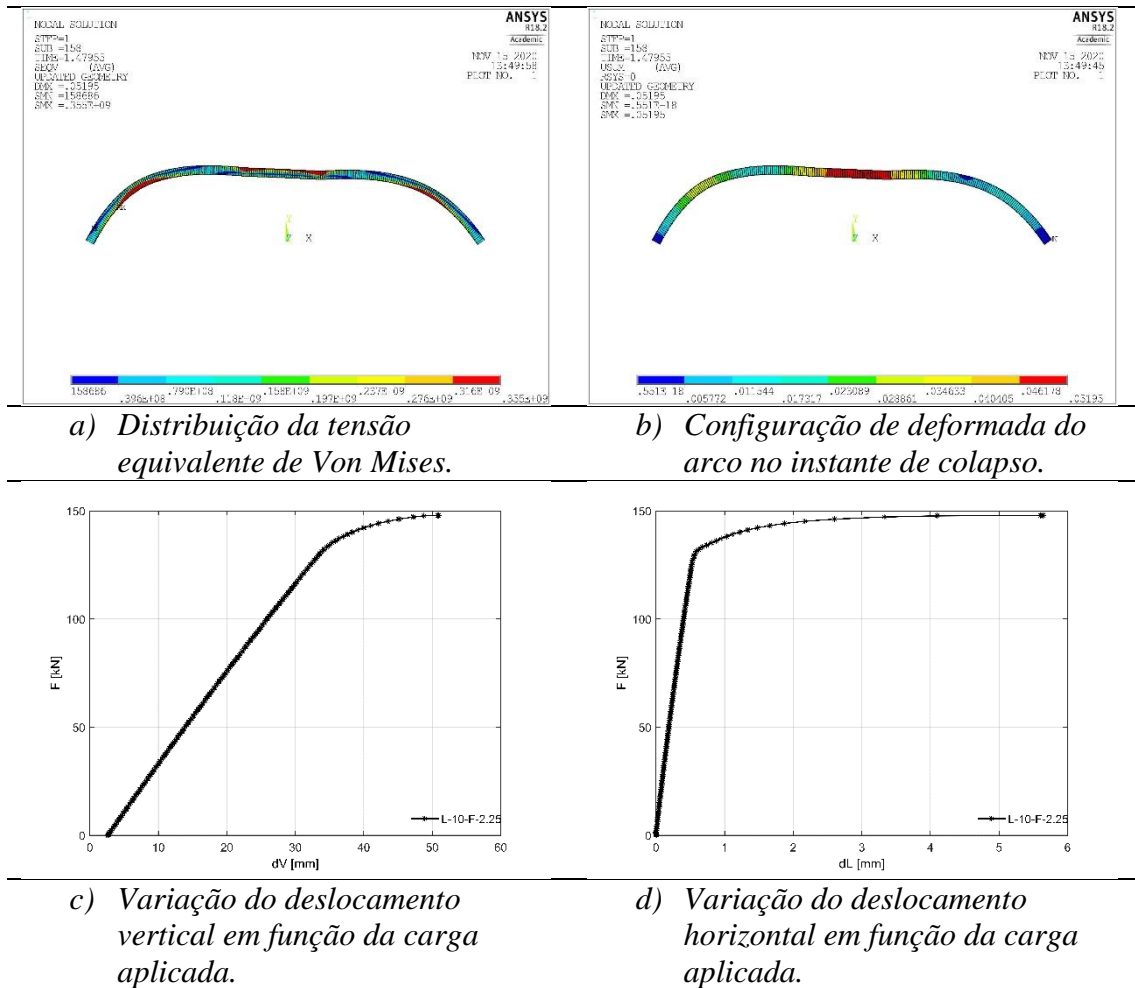
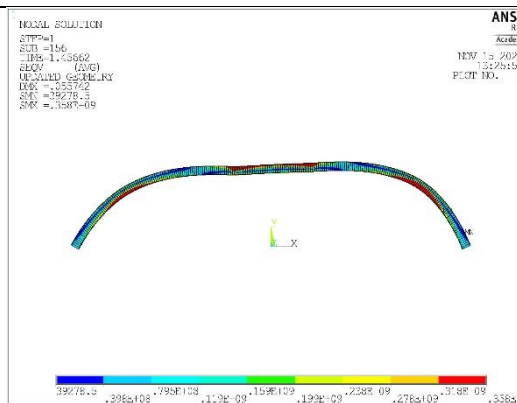
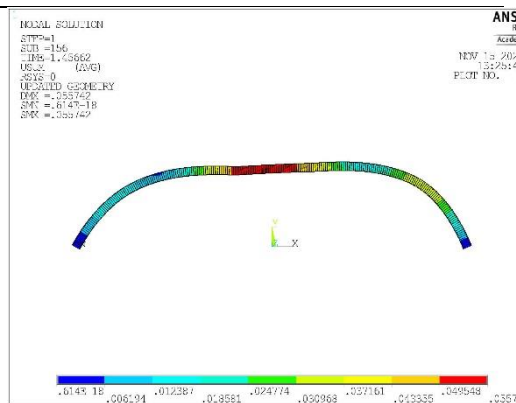


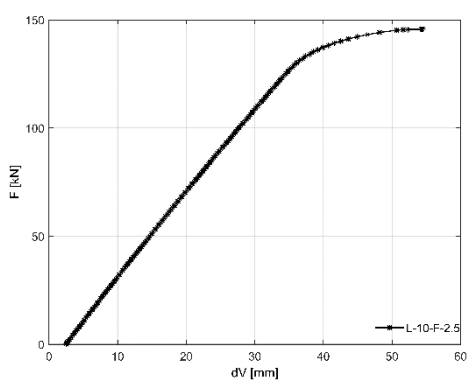
Figura 131- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=2.25 [m].



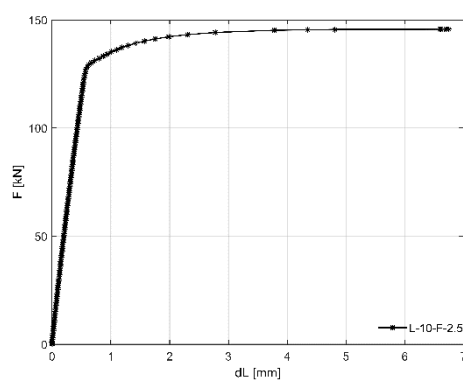
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.



b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

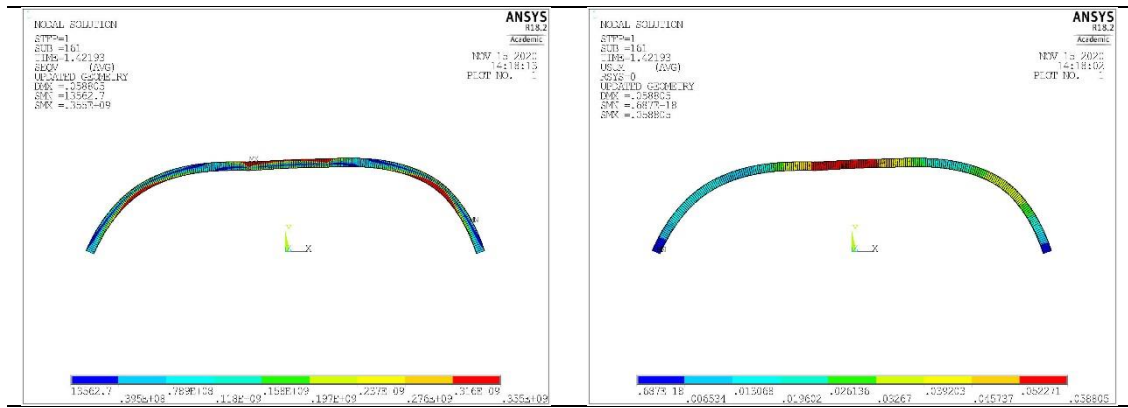


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



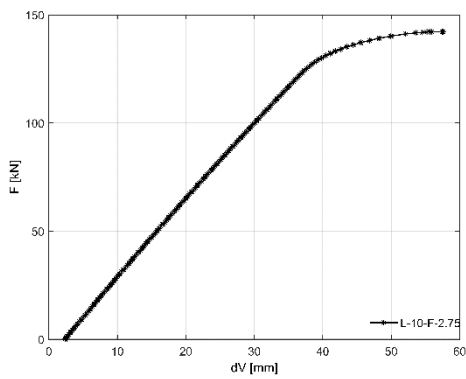
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 132- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=2.5$  [m].

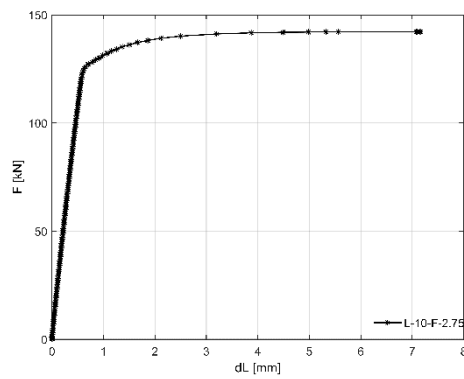


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

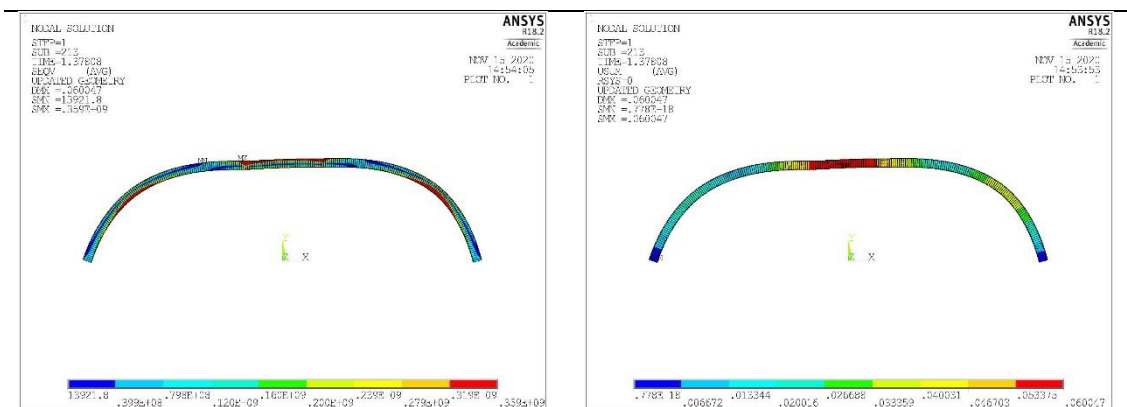


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



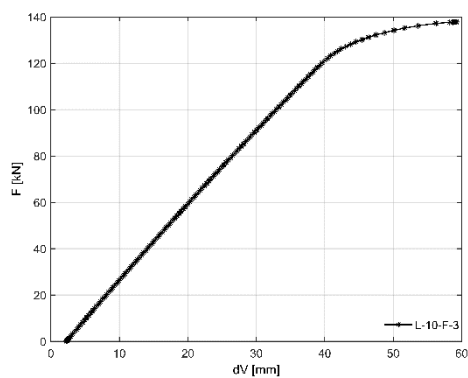
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 133- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=2.75$  [m].

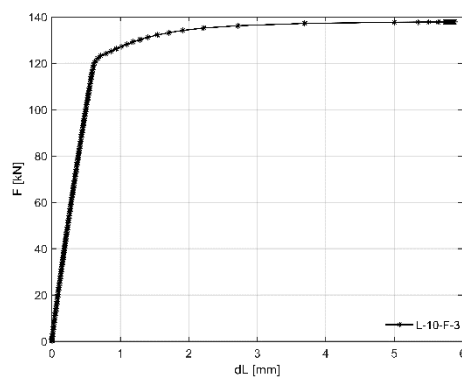


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

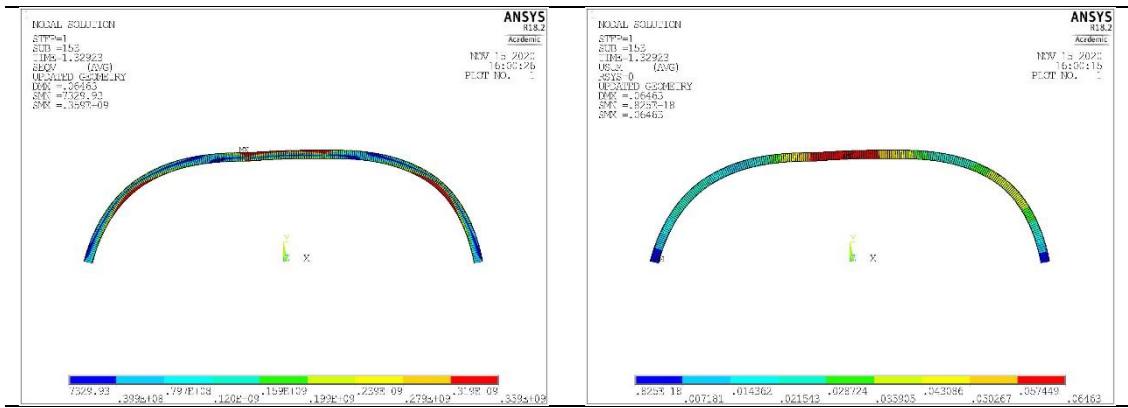


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



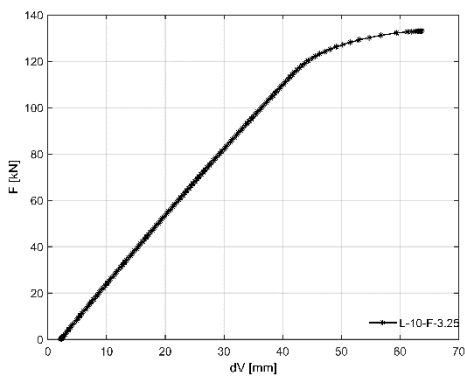
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 134- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=3 [m].

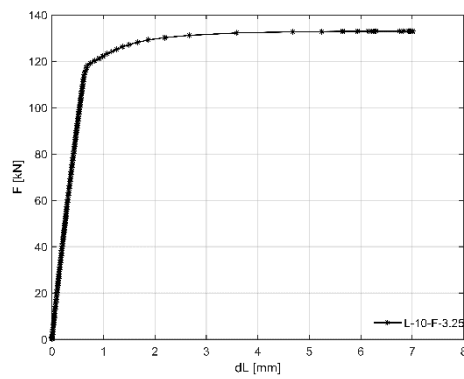


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

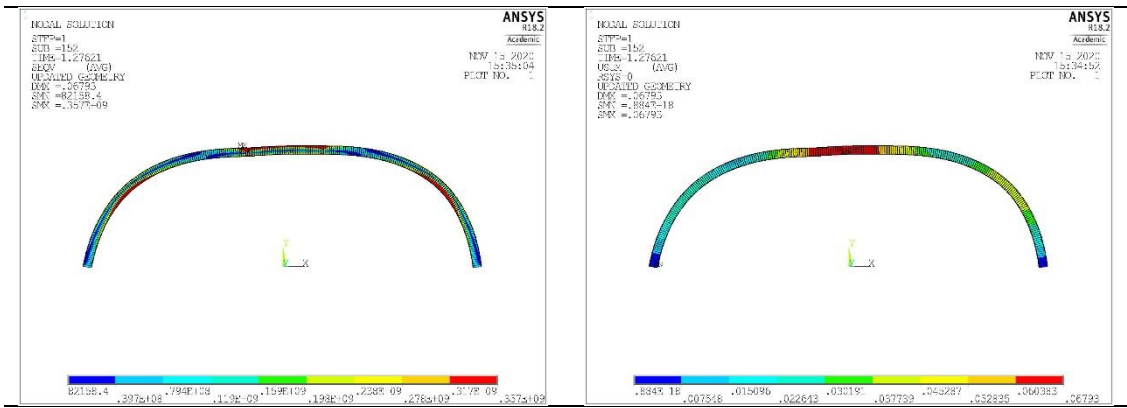


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



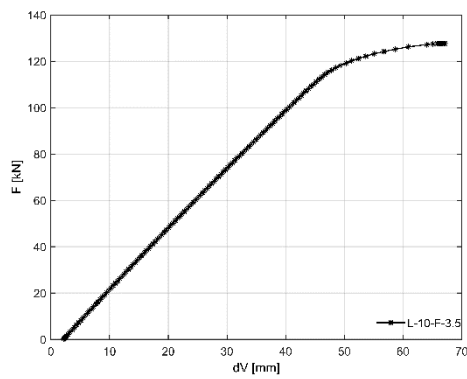
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 135- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=3.25$  [m].

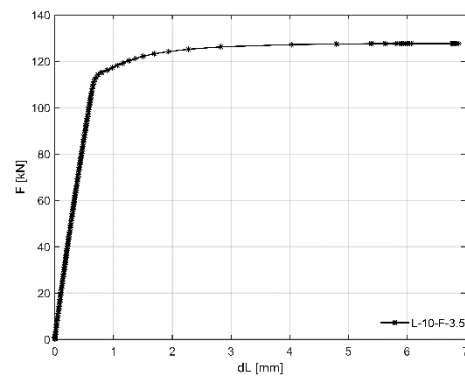


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

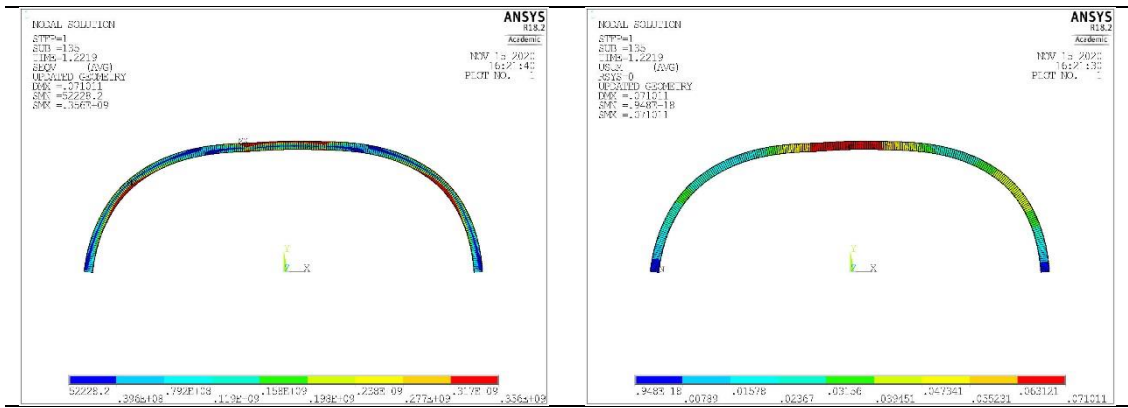


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



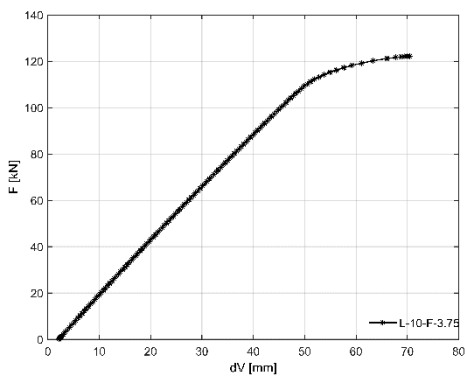
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 136- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=3.5$  [m].

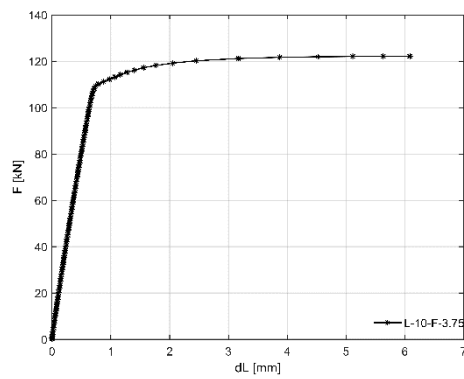


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

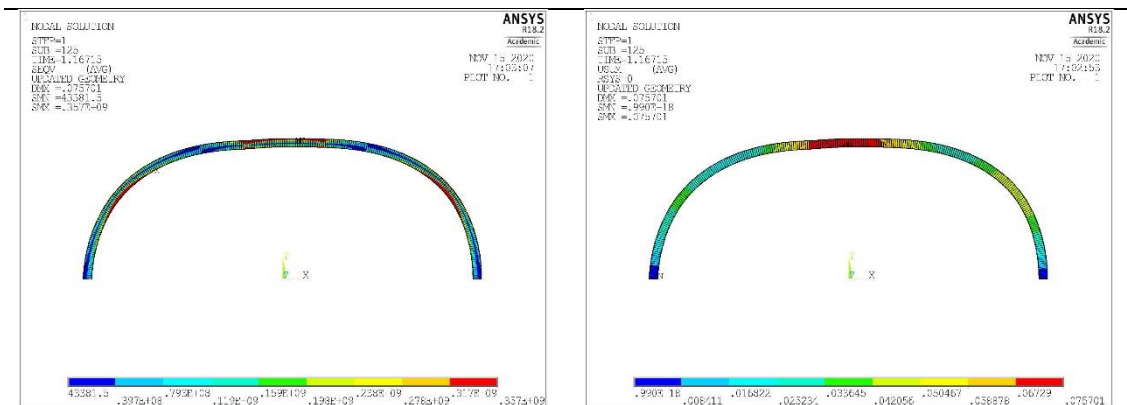


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



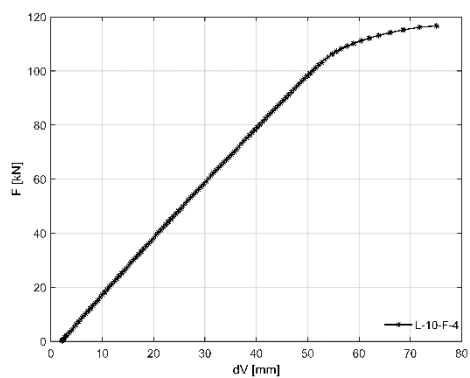
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 137- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=3.75$  [m].

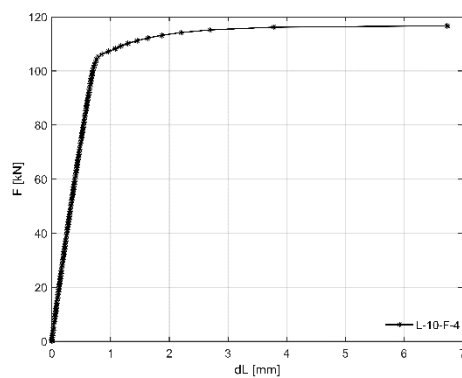


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

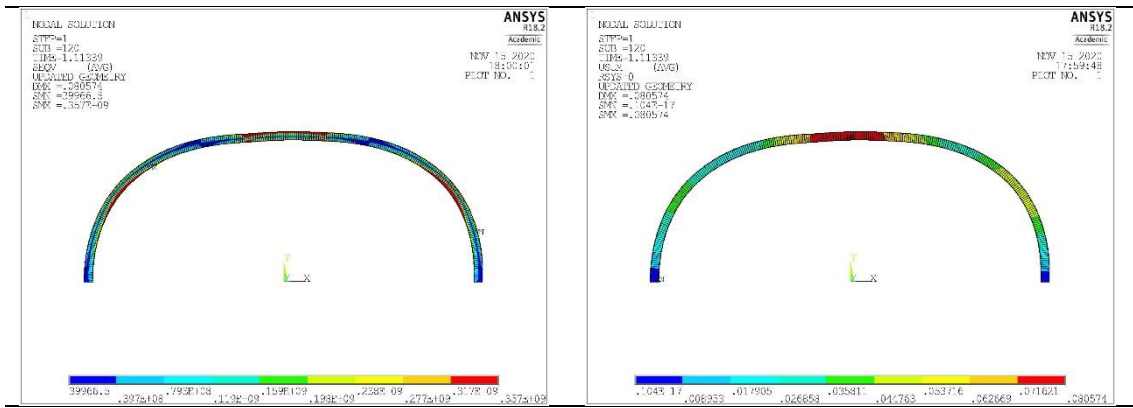


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



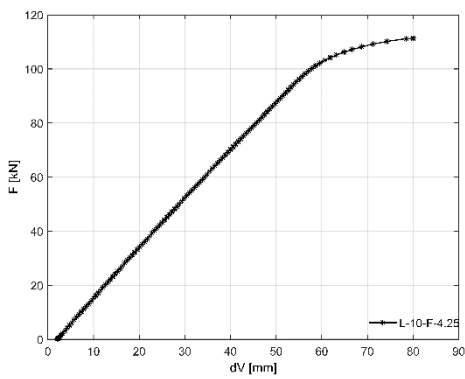
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 138- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=4$ [m].

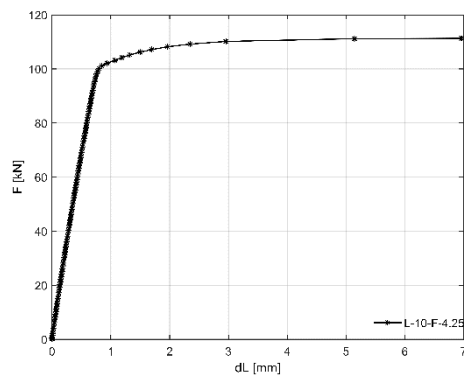


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

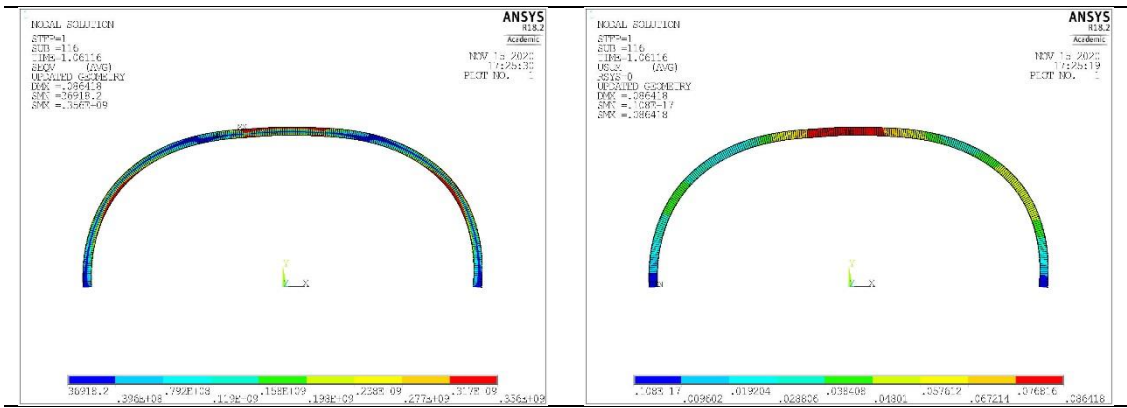


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



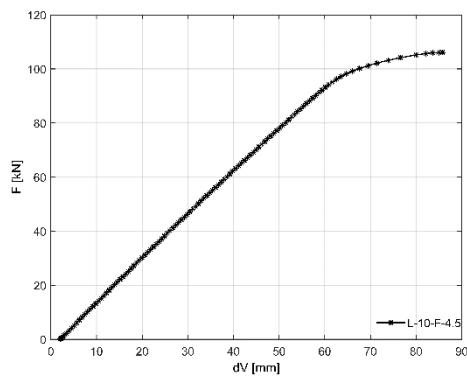
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 139- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=4.25$  [m].

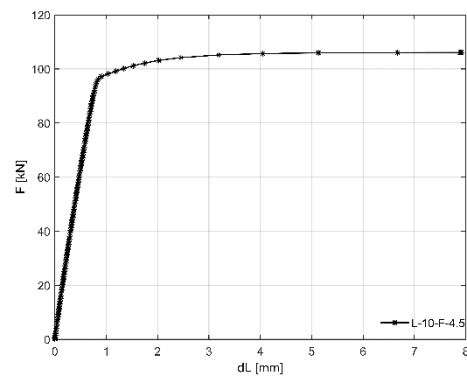


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

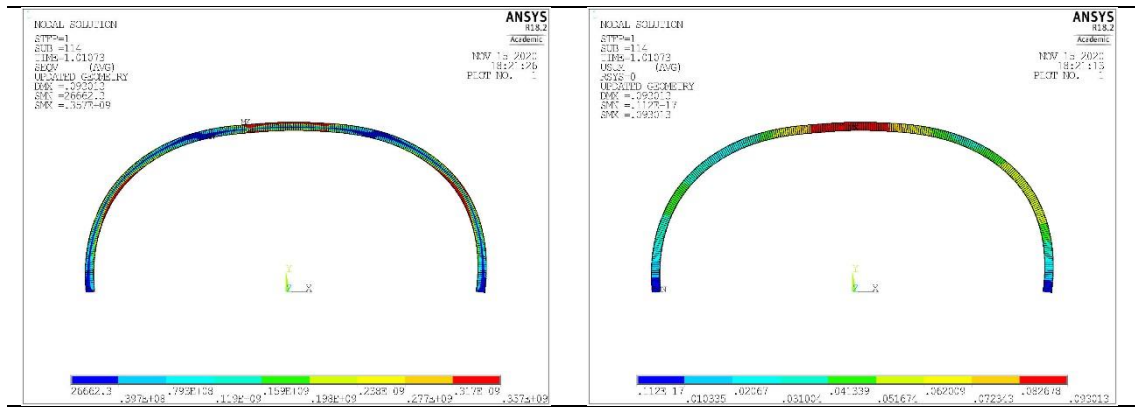


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



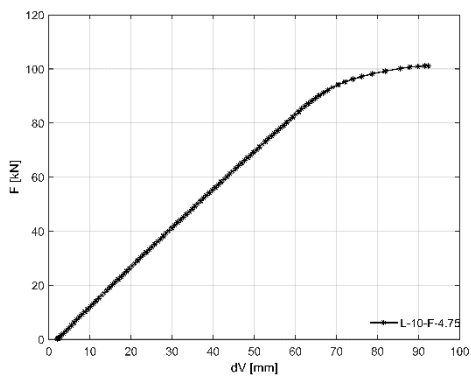
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 140- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=4.5$  [m].

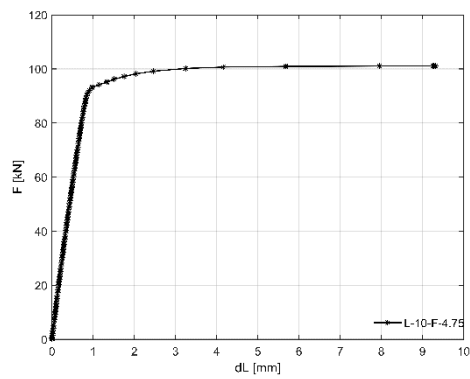


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

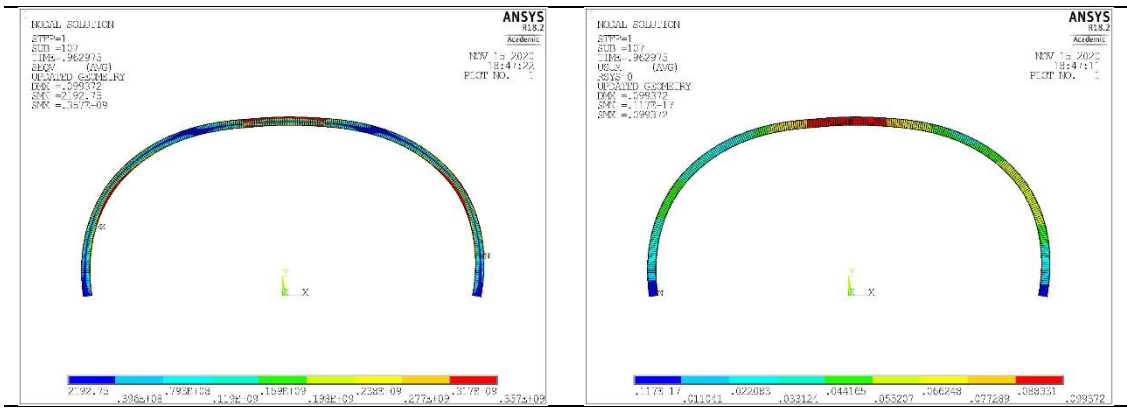


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



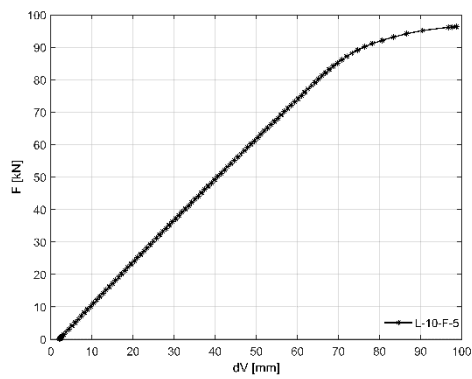
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 141- Resultados numéricos do arco com  $L=10$  [m] e  $f=4.75$  [m].

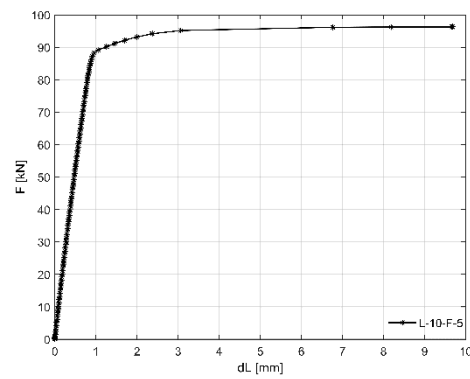


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

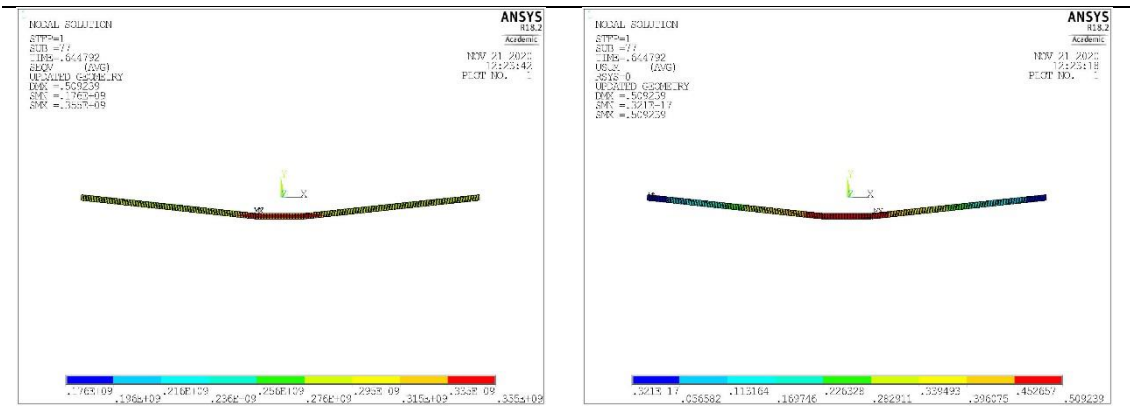


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



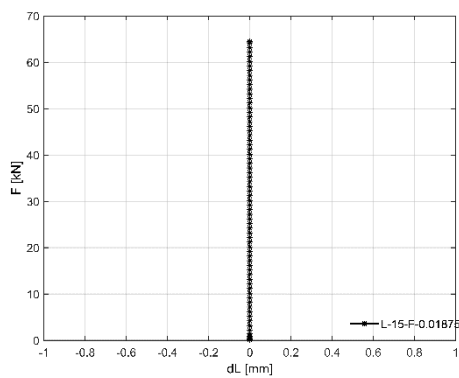
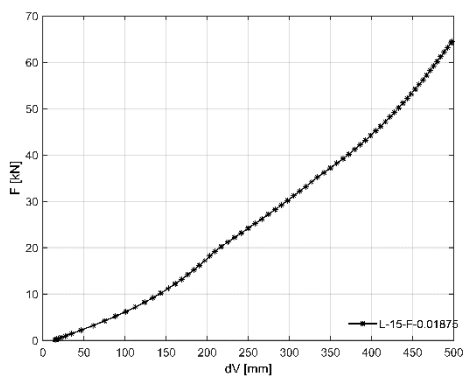
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 142- Resultados numéricos do arco com L=10 [m] e f=5 [m].



a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

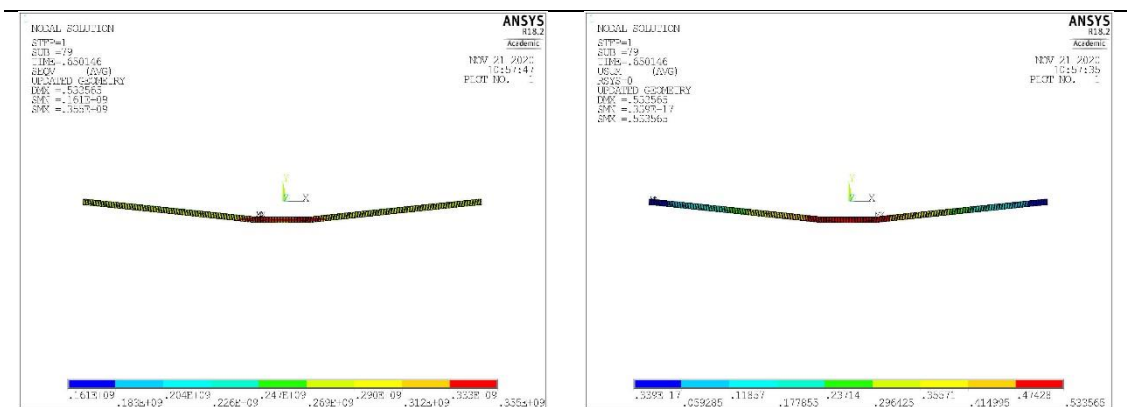
b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

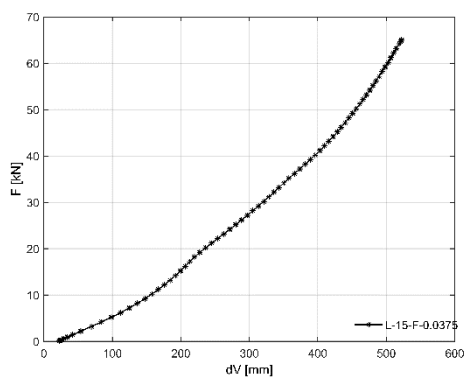
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 143- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.01875$  [m].

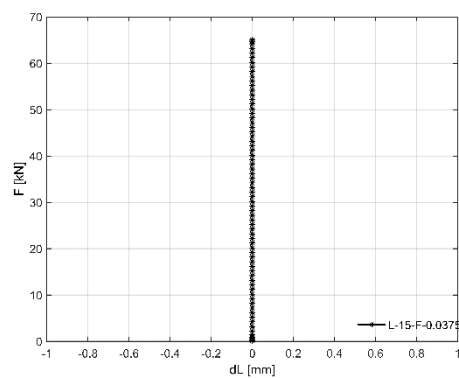


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

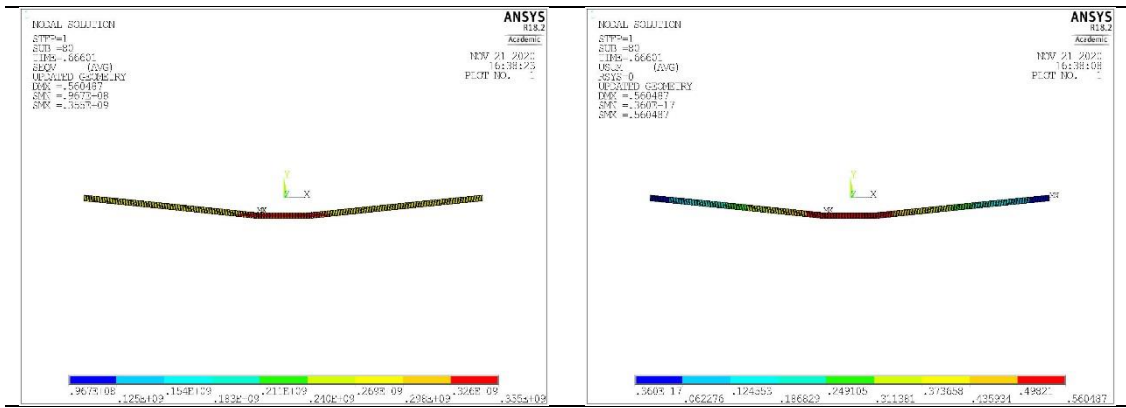


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



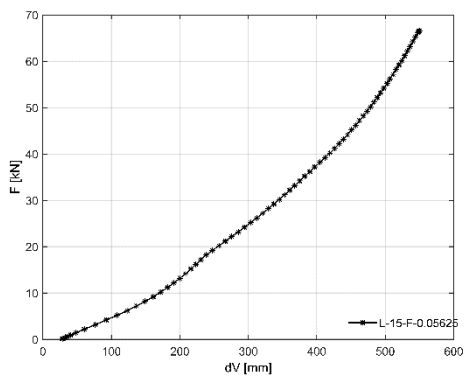
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 144- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.0375$  [m].

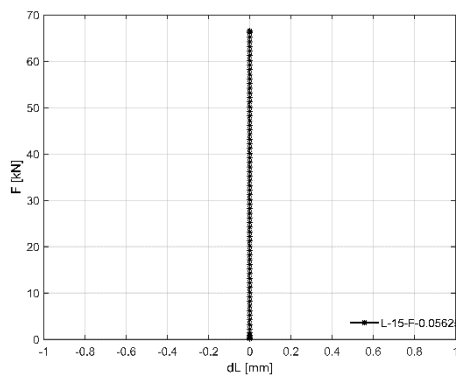


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

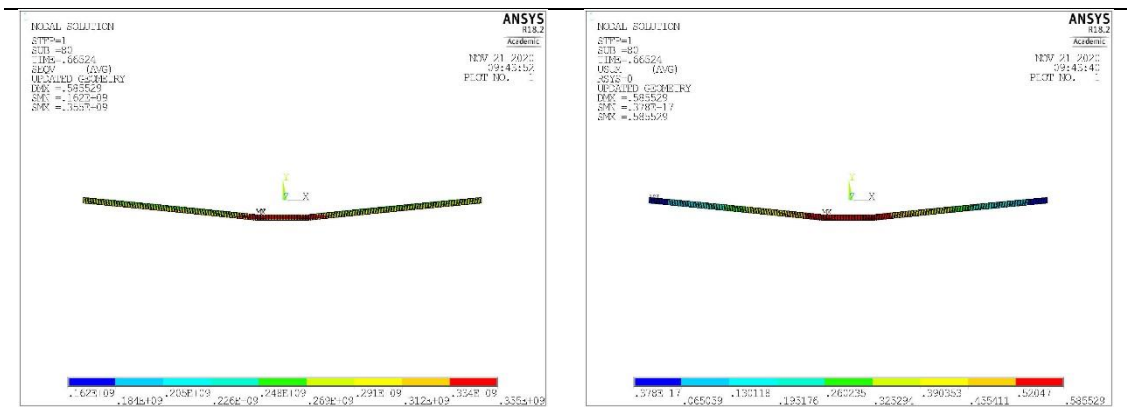


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



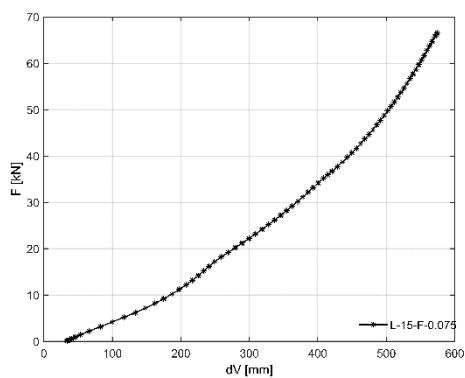
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 145- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.05625$ [m].

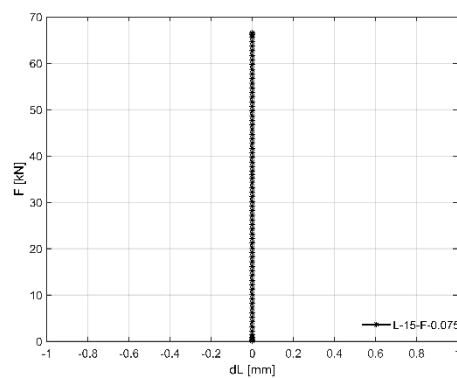


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

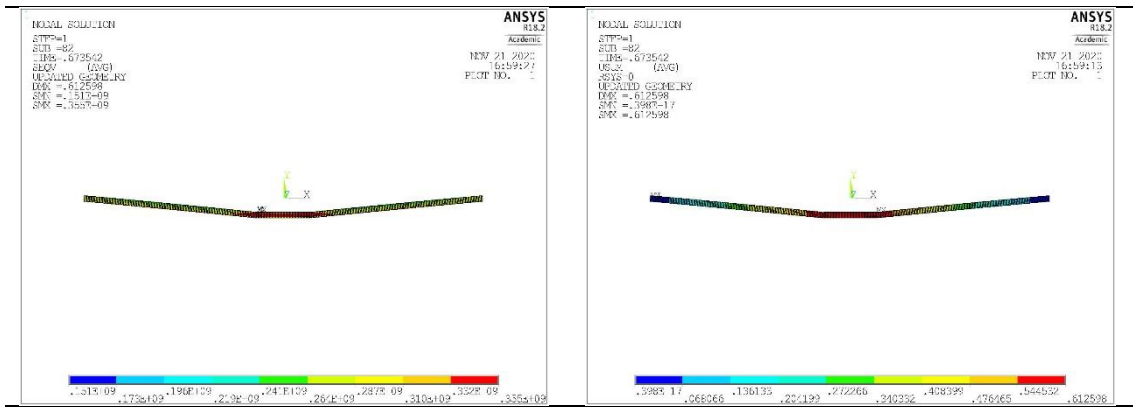


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



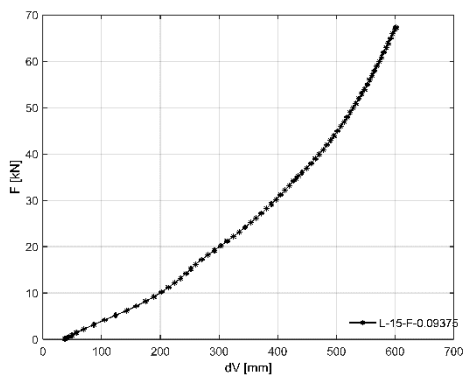
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 146- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.075$  [m].

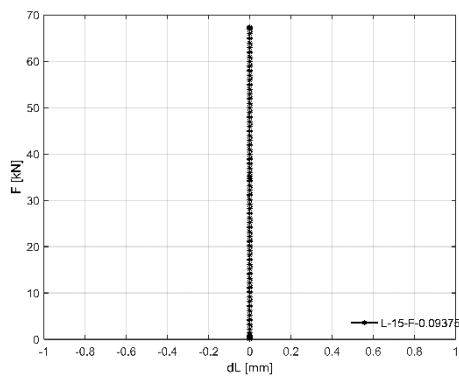


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

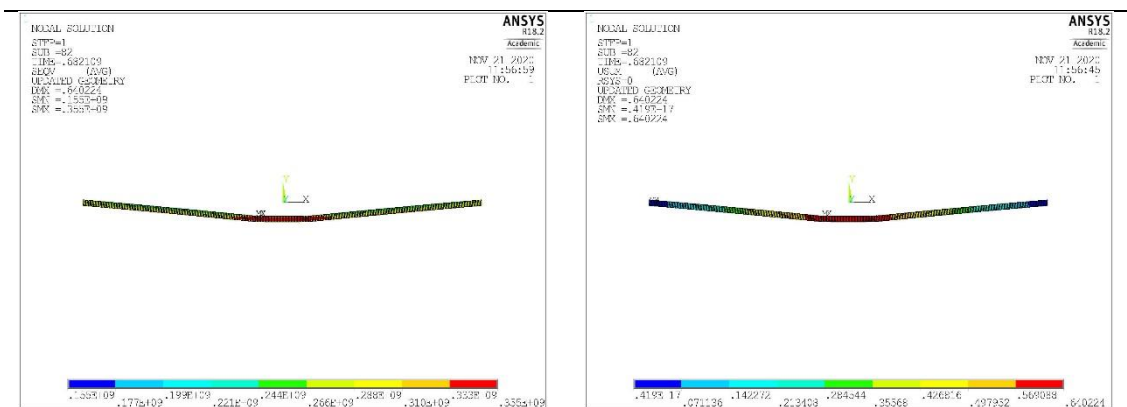


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



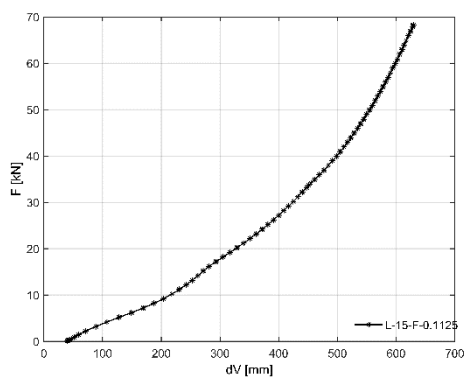
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 147- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.09375$  [m].

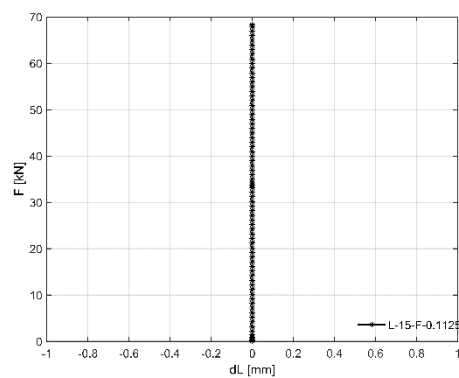


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

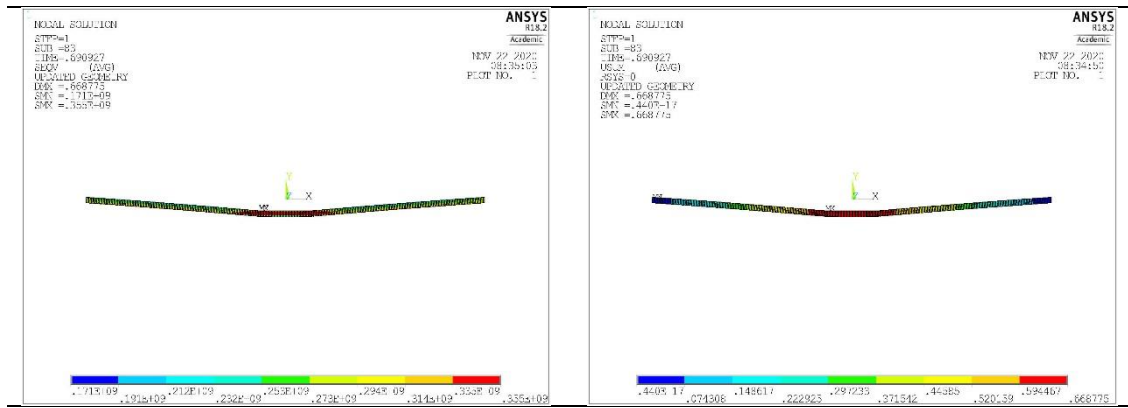


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



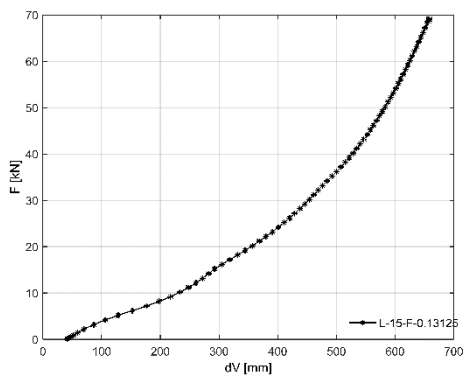
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 148- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.1125$  [m].

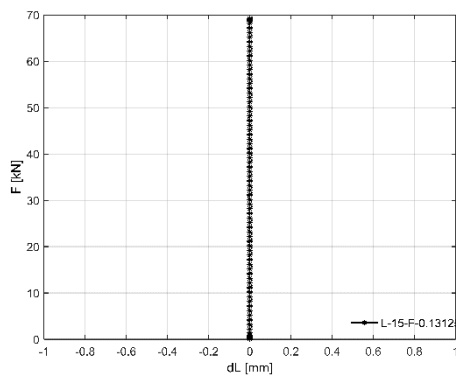


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

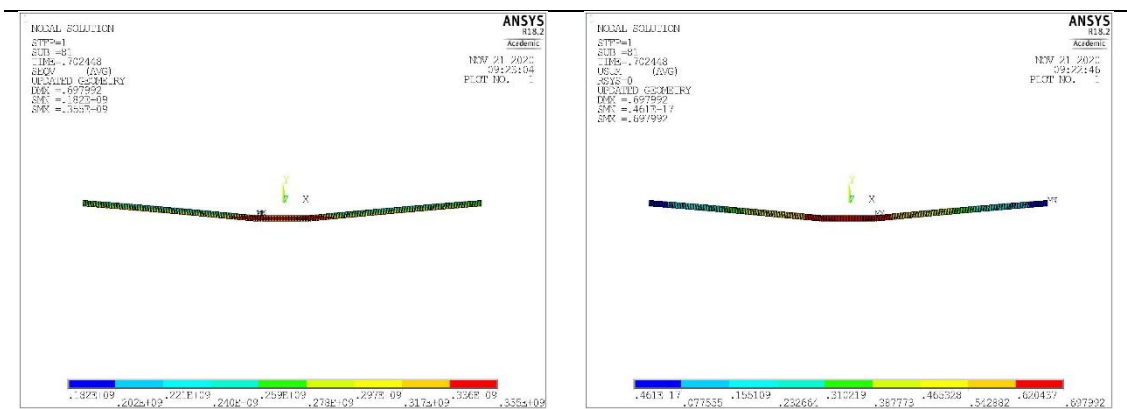


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



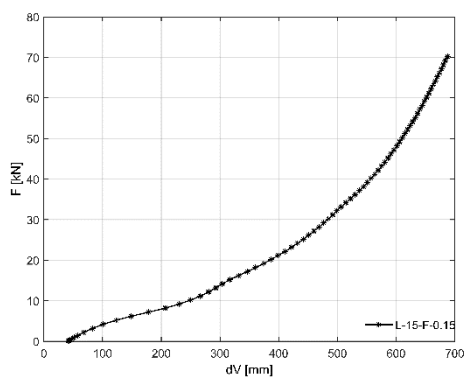
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 149- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.13125$ [m].

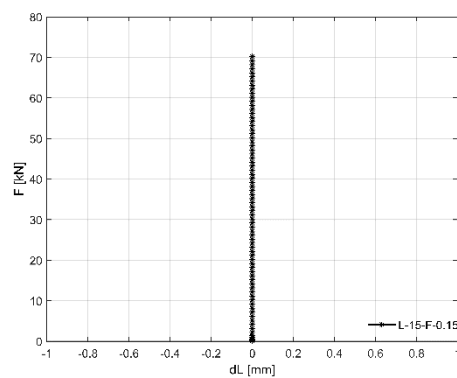


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

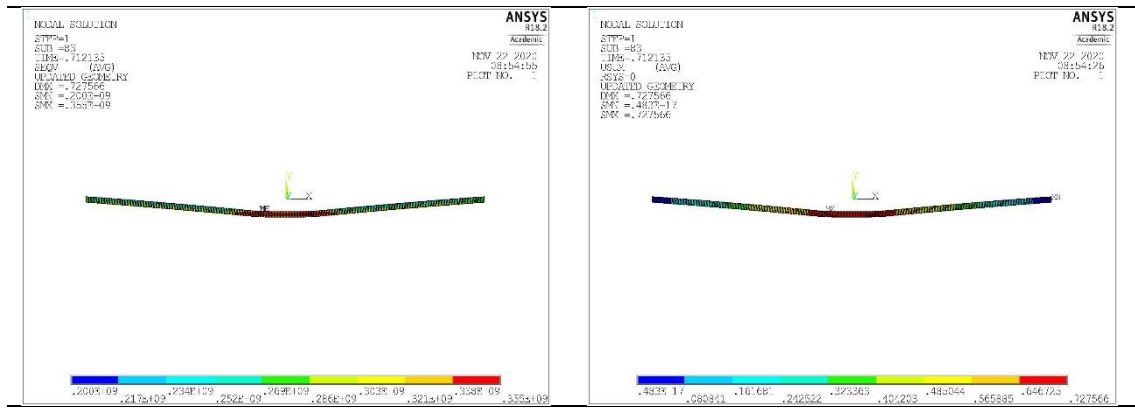


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



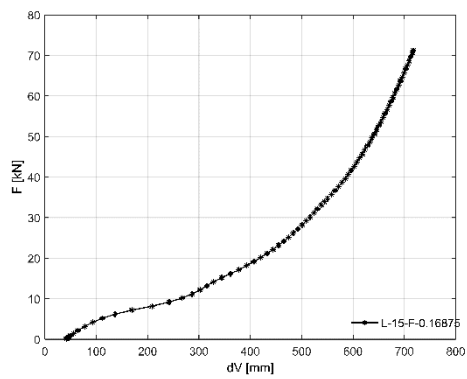
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 150- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.15$  [m].

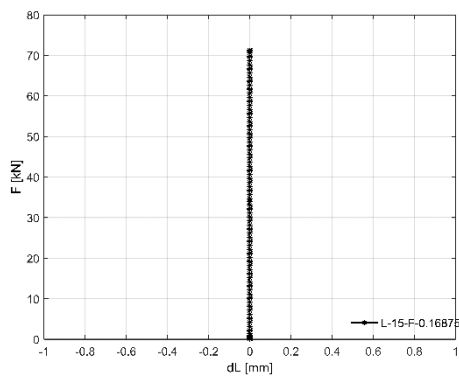


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

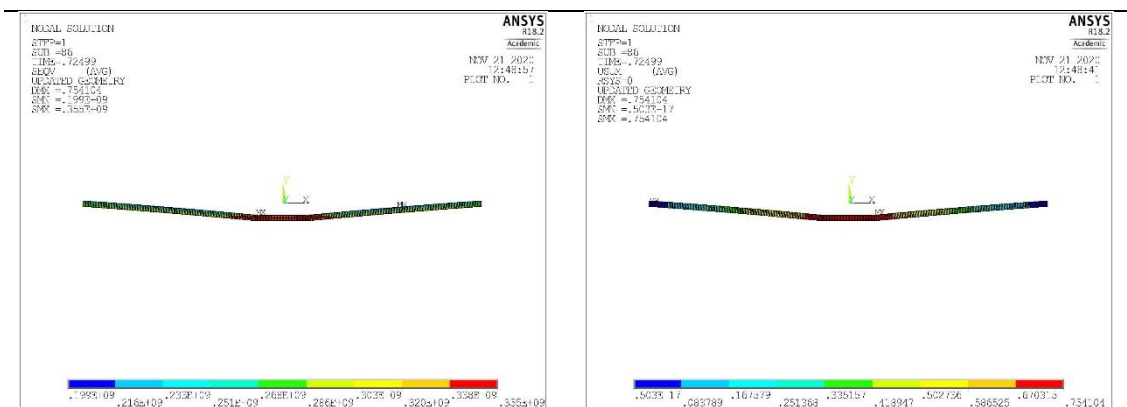


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



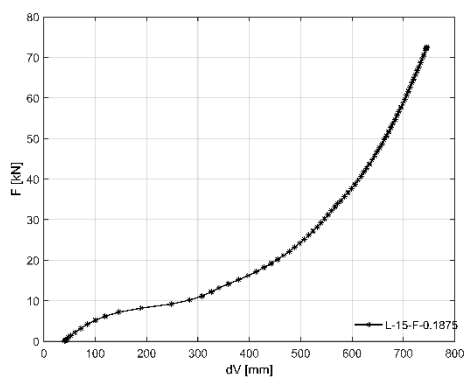
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 151- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.16875$  [m].

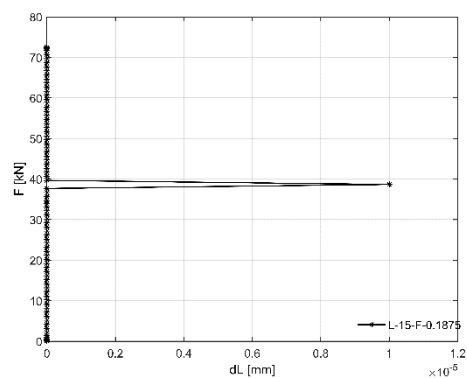


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

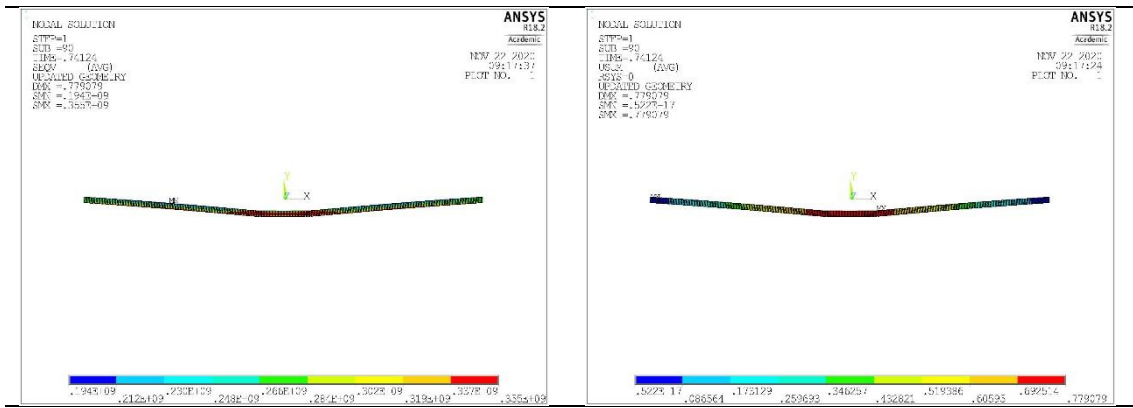


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



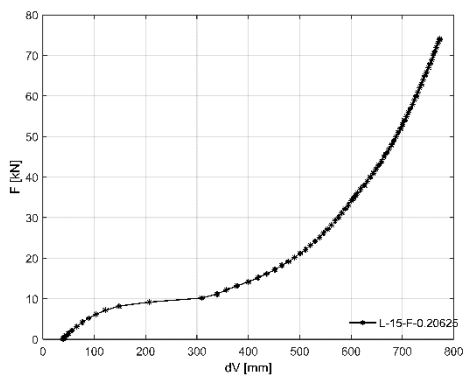
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 152- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.1875$  [m].

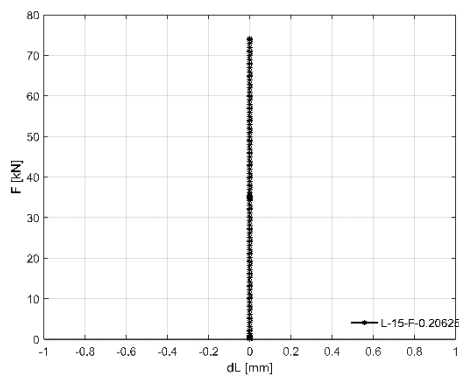


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

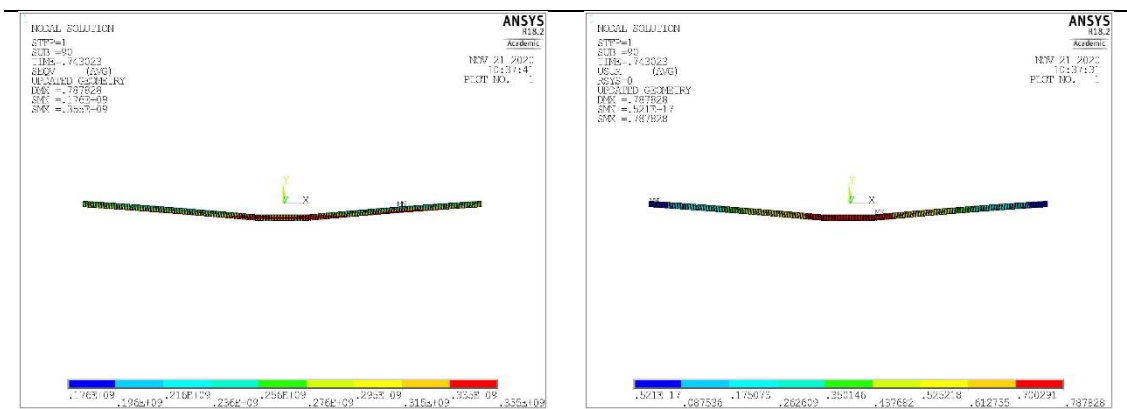


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



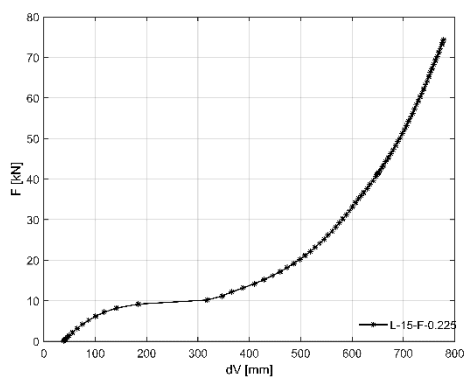
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 153- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.20625$  [m].

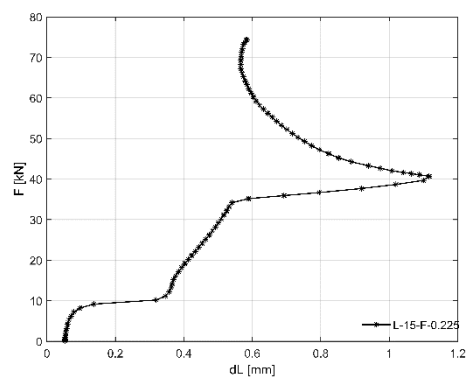


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

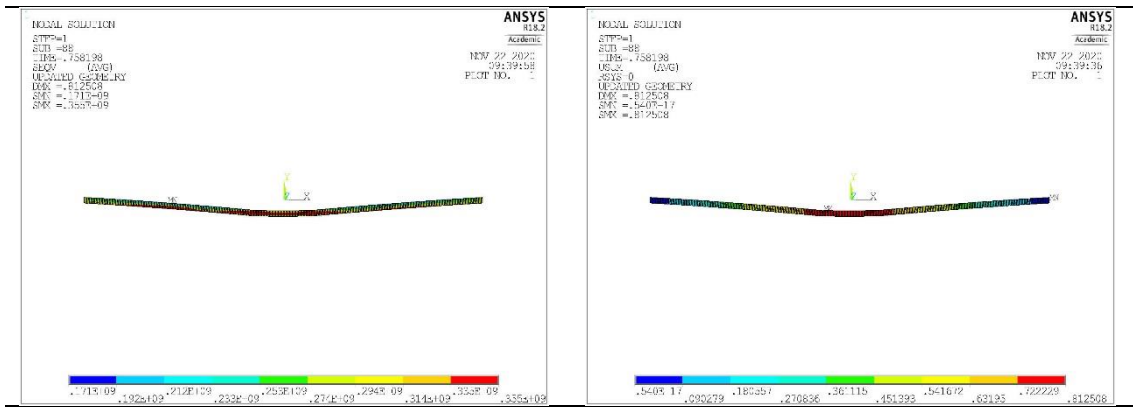


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



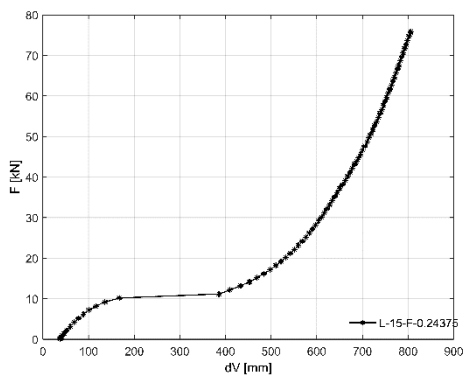
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 154- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.225$  [m].

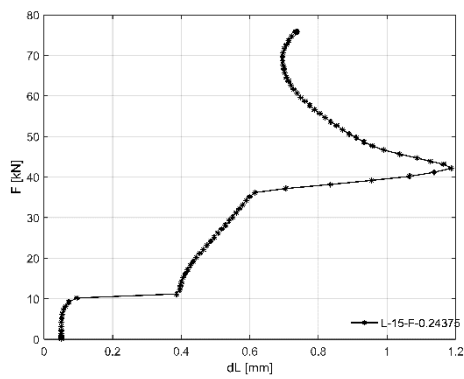


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

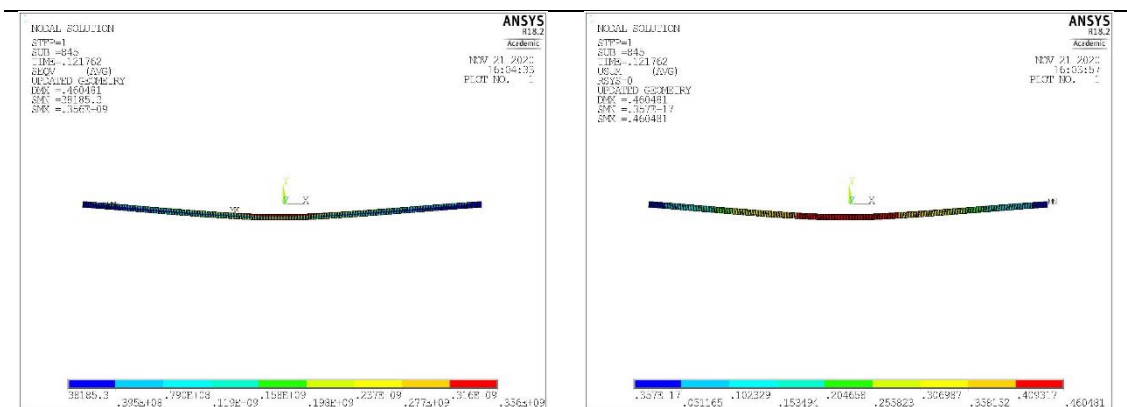


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



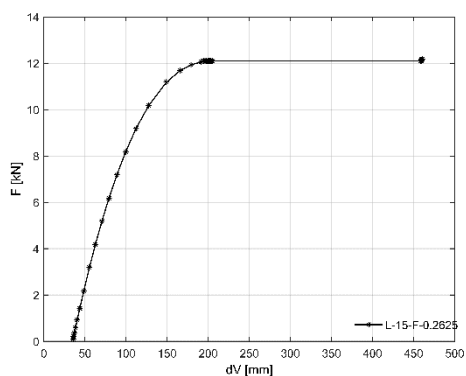
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 155- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.24375$  [m].

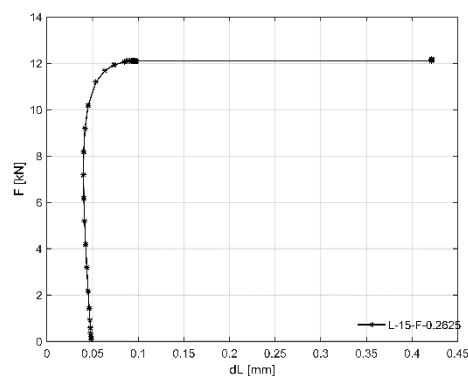


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

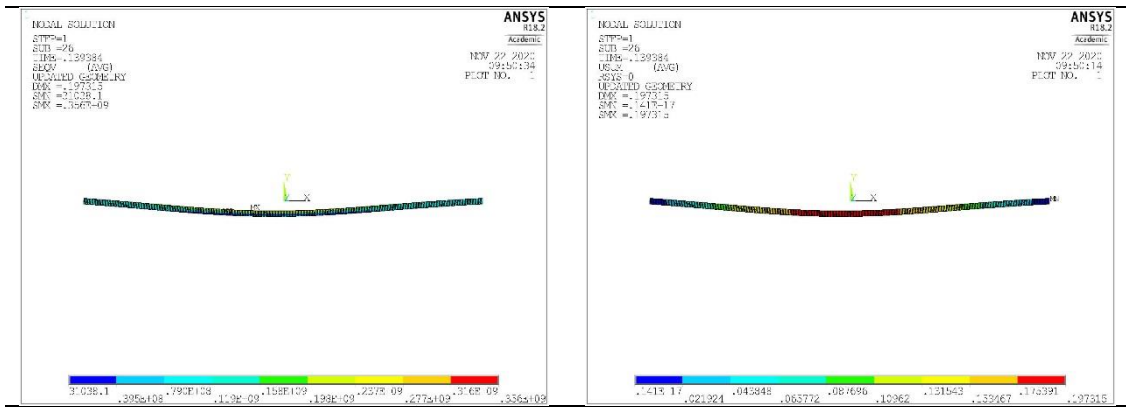


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



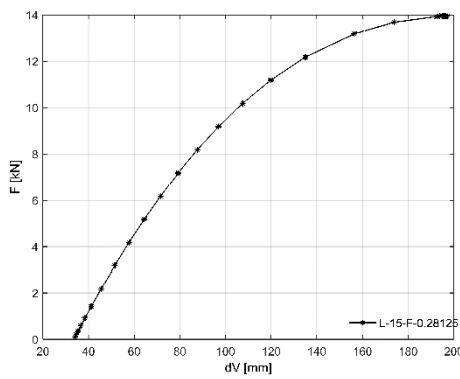
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 156- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.2825$ [m].

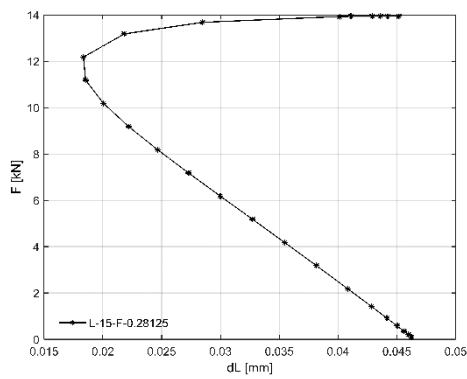


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

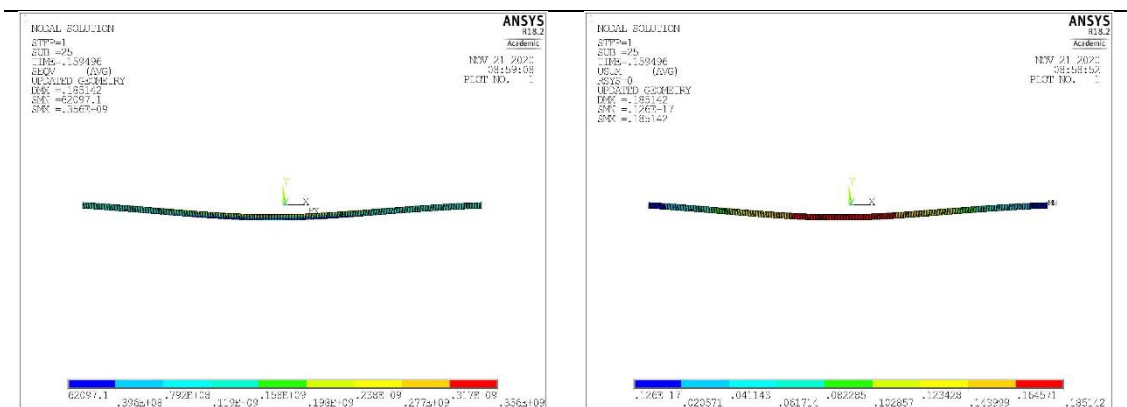


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



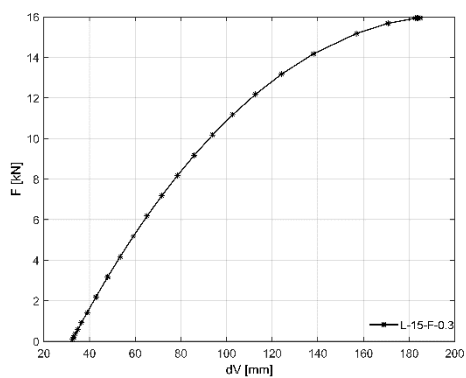
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 157- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.28125$  [m].

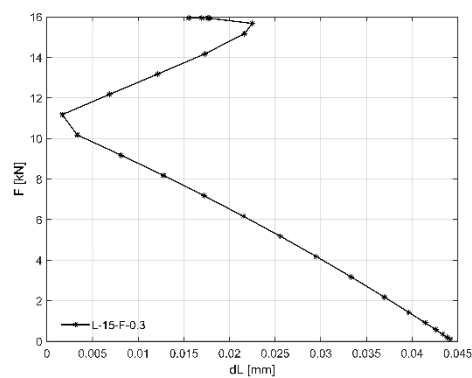


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

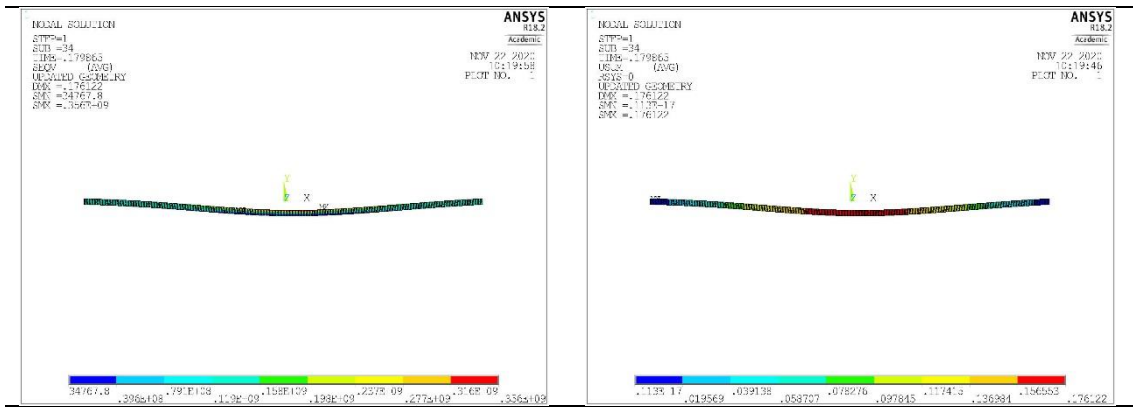


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



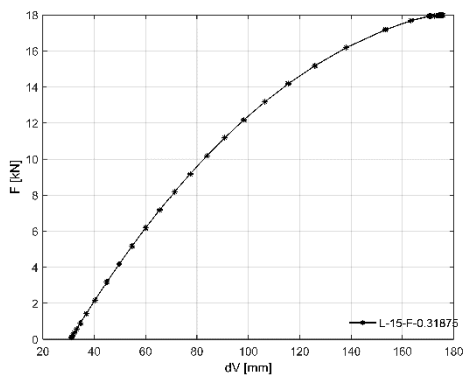
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 158- Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=0.3[m].

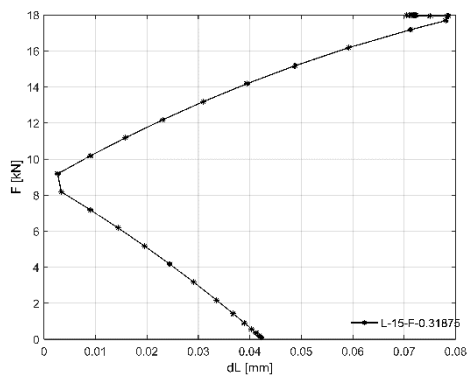


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

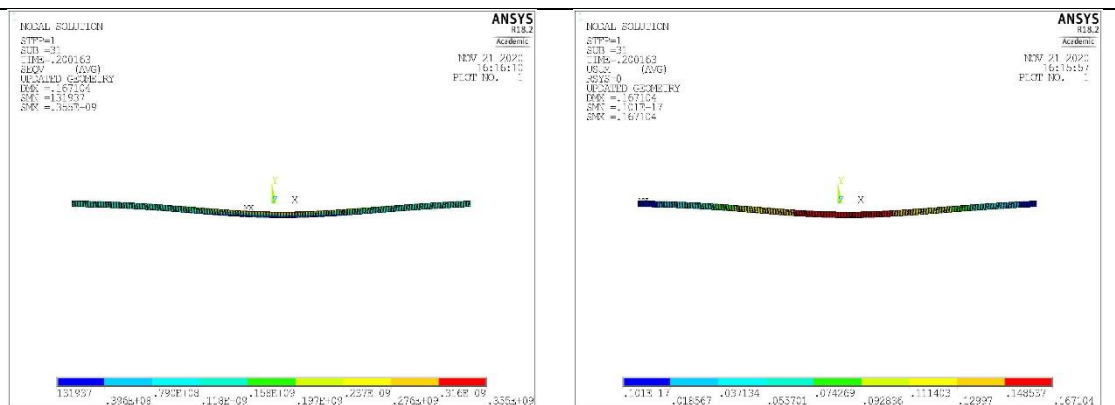


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



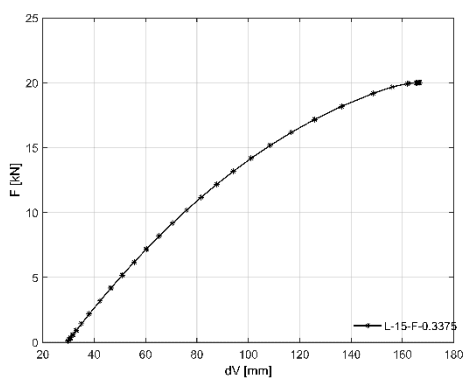
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 159- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.31875$  [m].

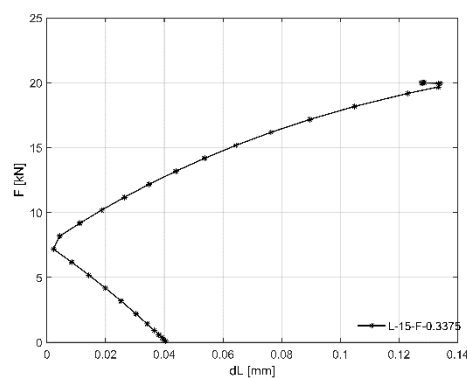


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

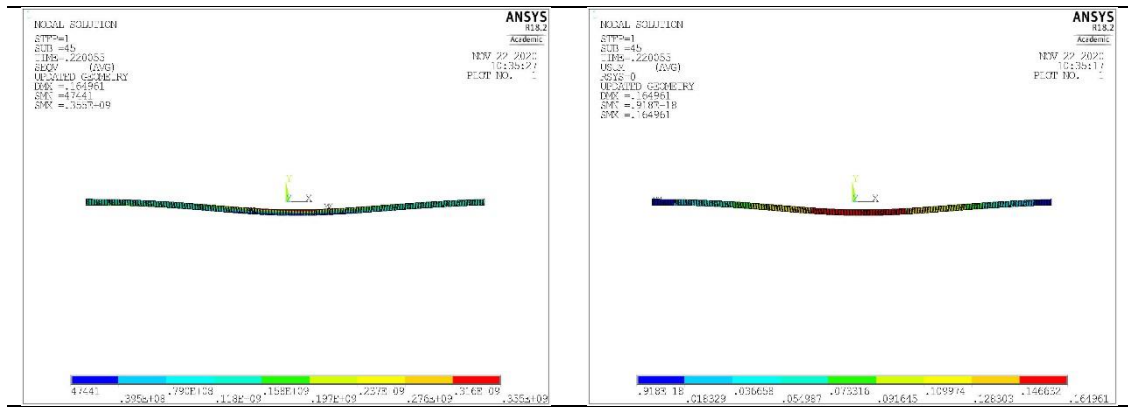


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



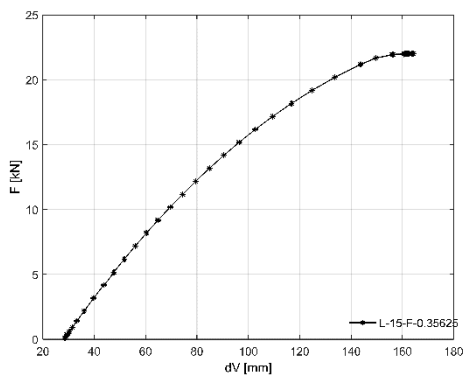
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 160- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.3375$  [m].

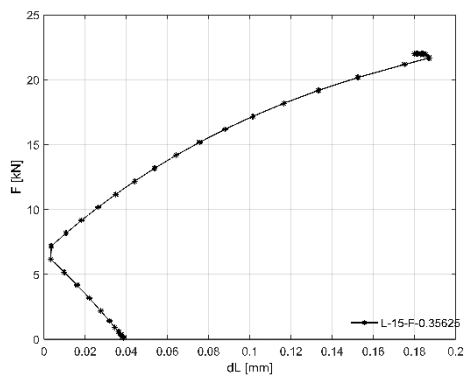


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



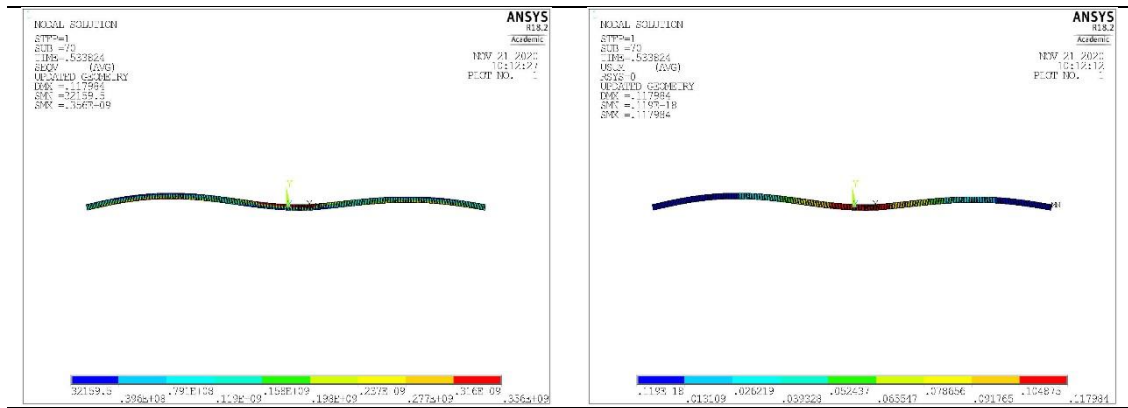
c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

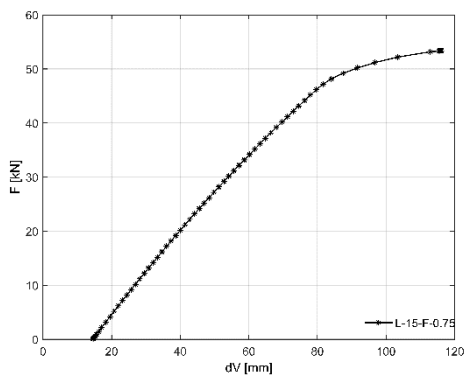
Figura 161- Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.35625$  [m].



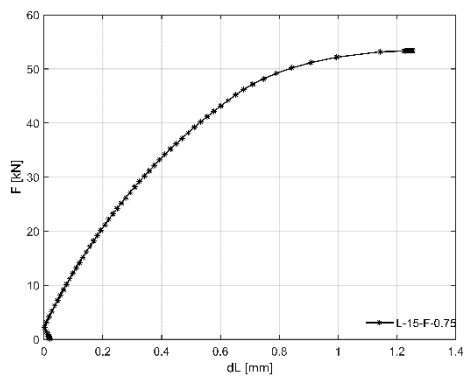


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

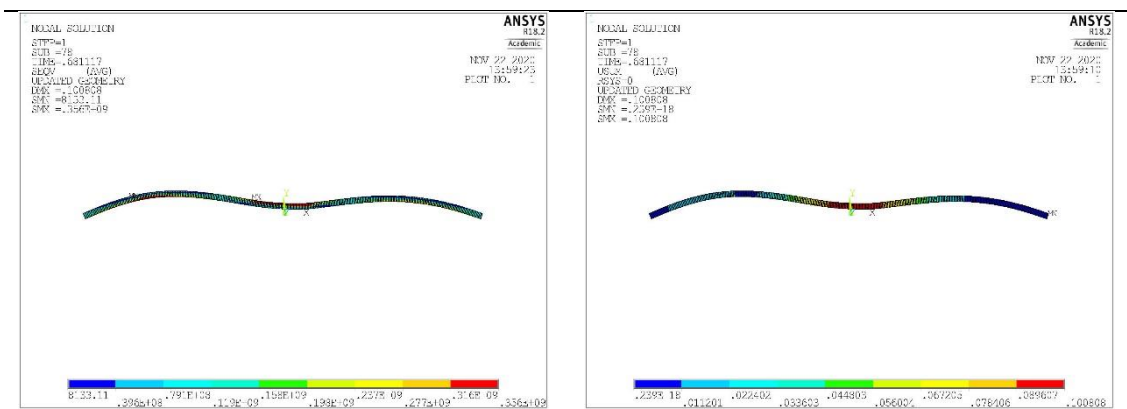


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



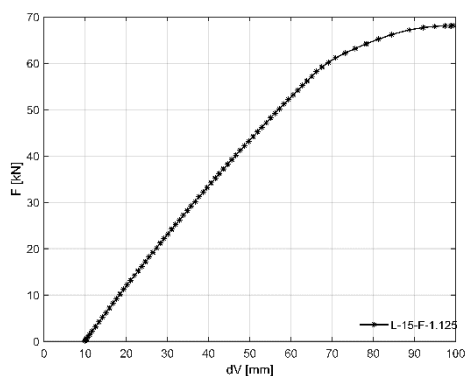
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 163-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=0.75$  [m].

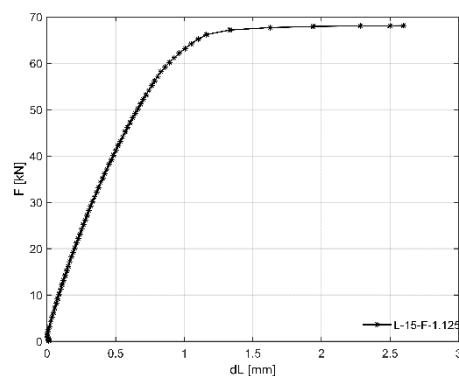


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

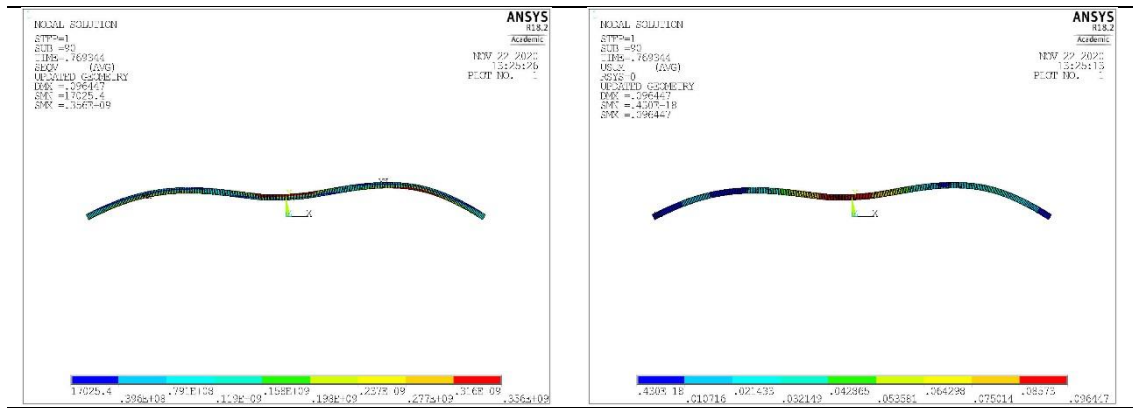


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



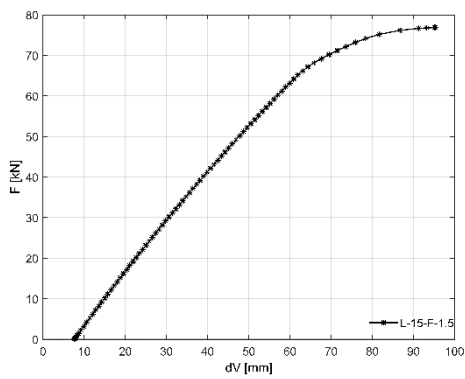
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 164- Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=1.125 [m].

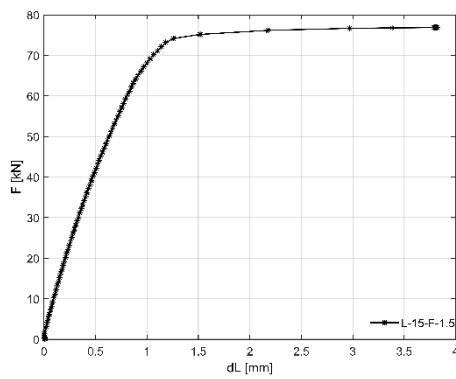


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

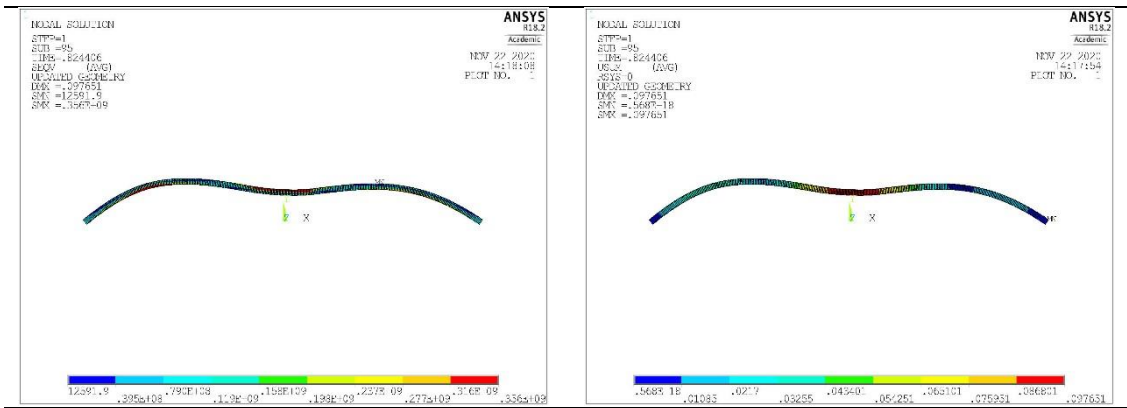


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



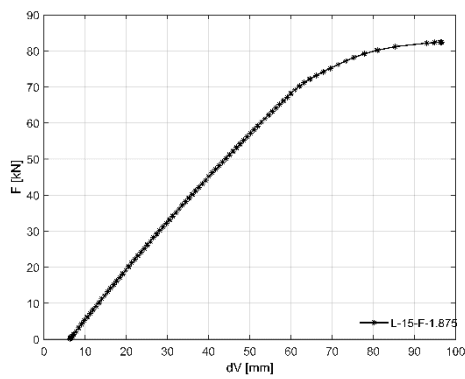
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 165-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=1.5$  [m].

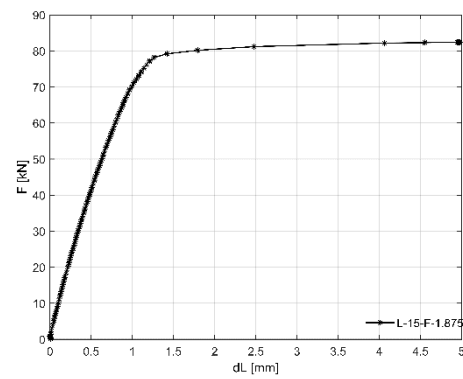


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

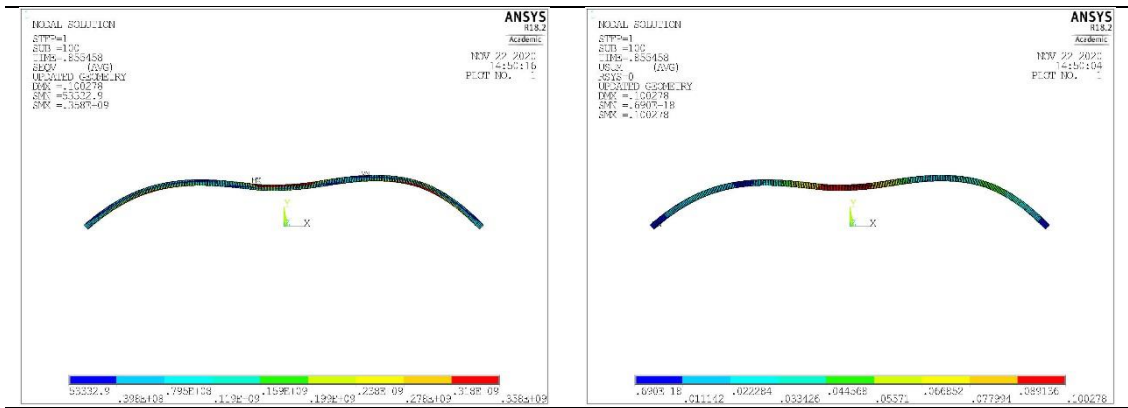


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



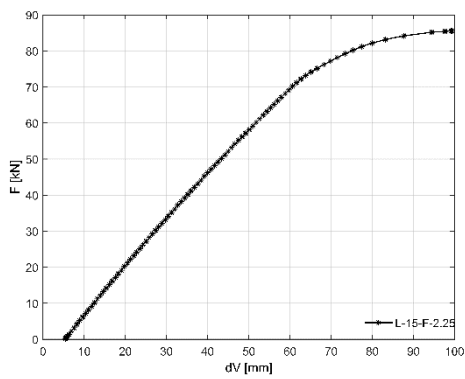
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 166-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=1.875$  [m].

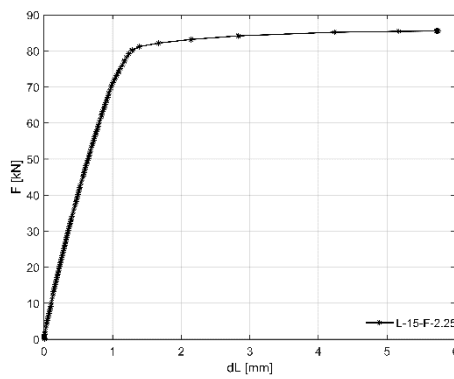


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

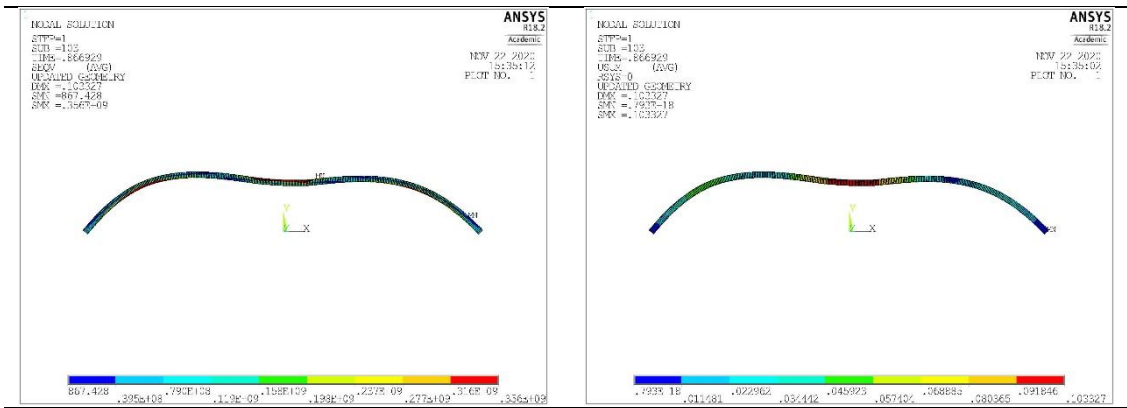


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



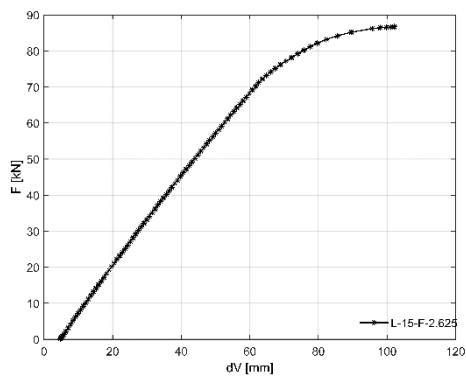
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 167 Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=2.25 [m].

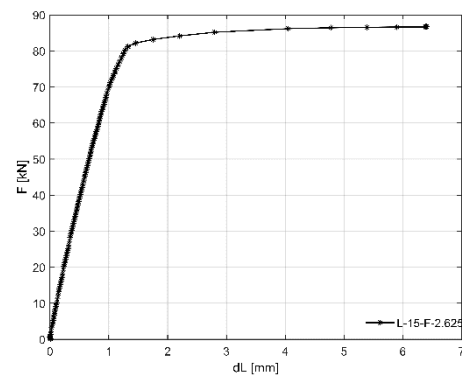


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

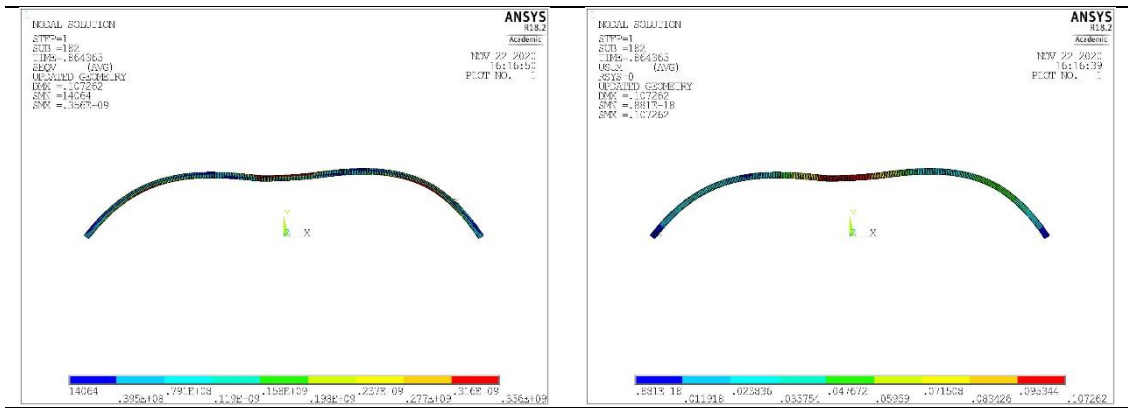


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



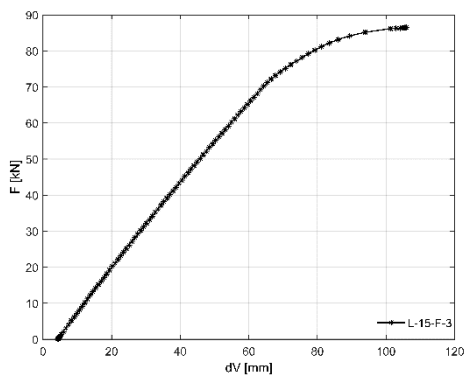
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 168-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=2.625$  [m].

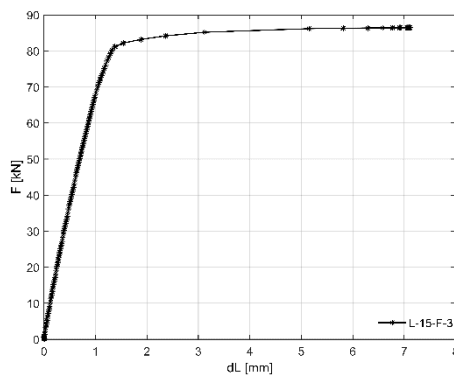


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

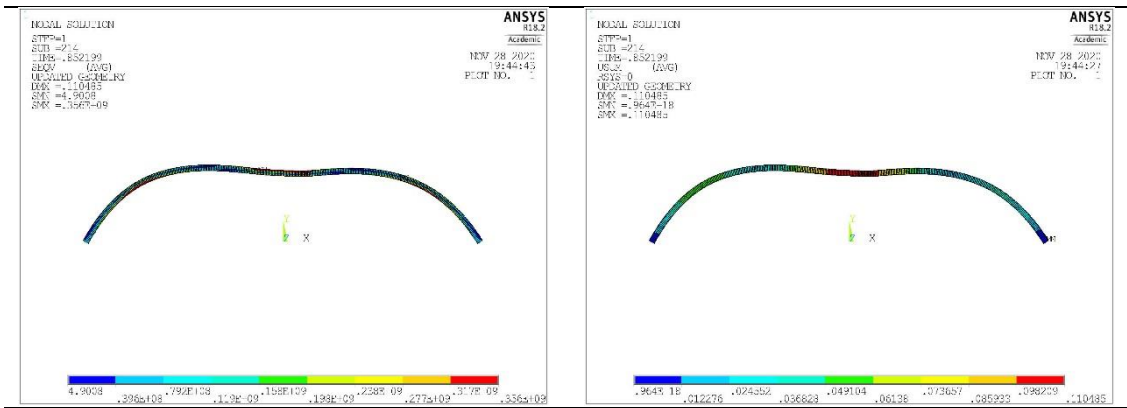


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



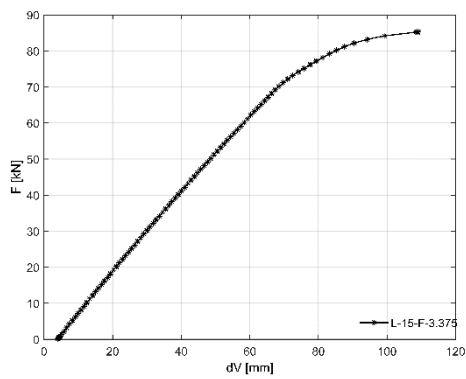
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 169-Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=3 [m].

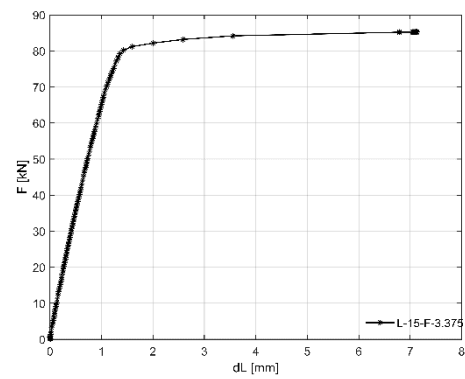


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

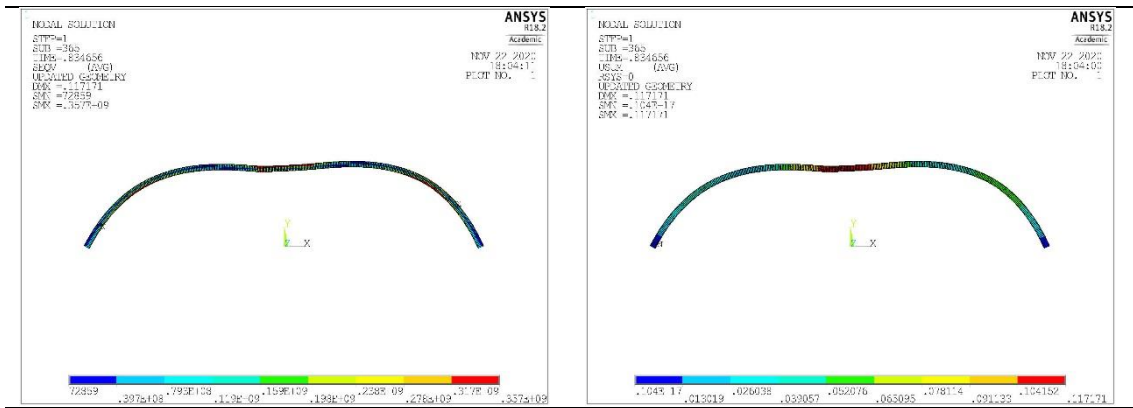


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



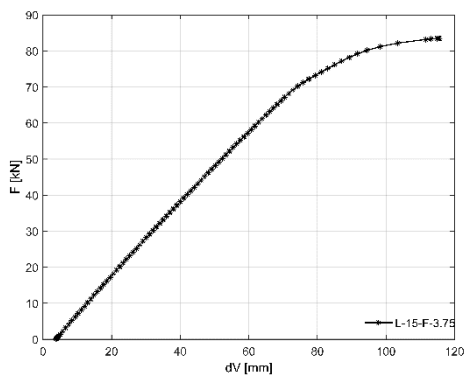
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 170-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=3.375$ [m].

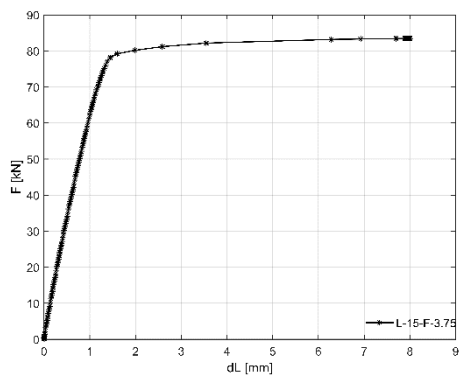


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

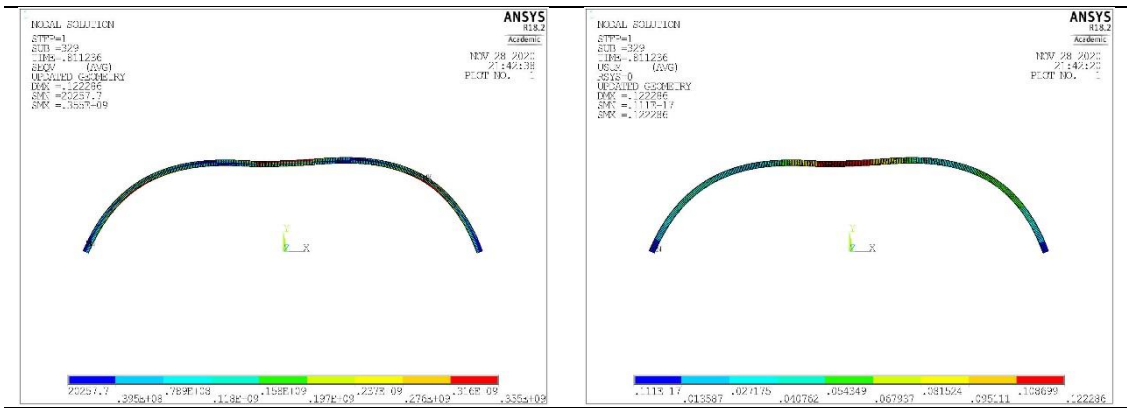


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



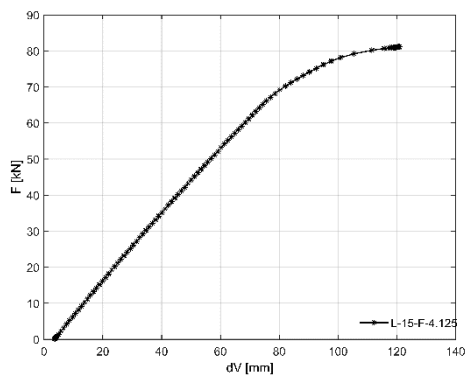
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 171-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=3.75$  [m].

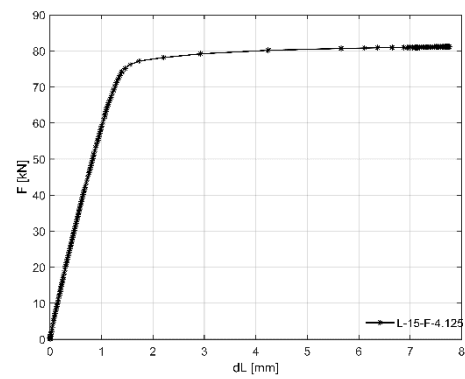


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

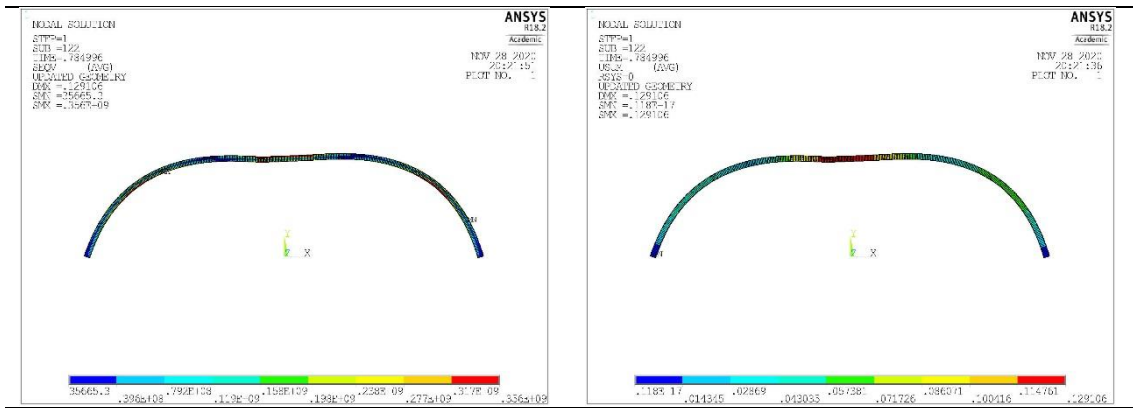


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



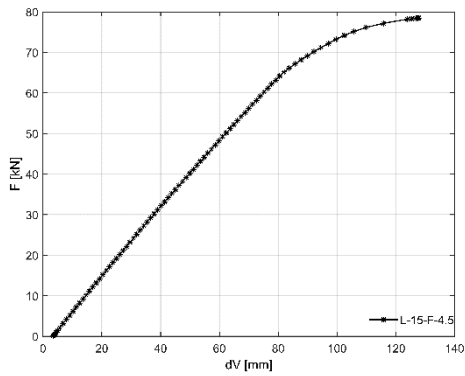
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 172-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=4.125$  [m].

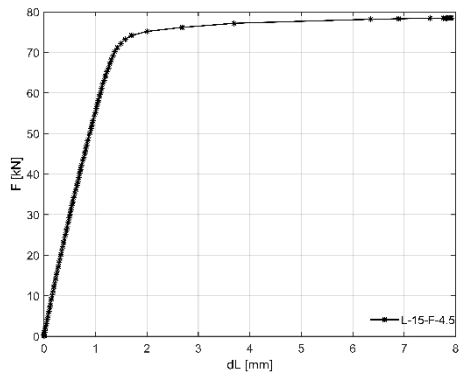


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

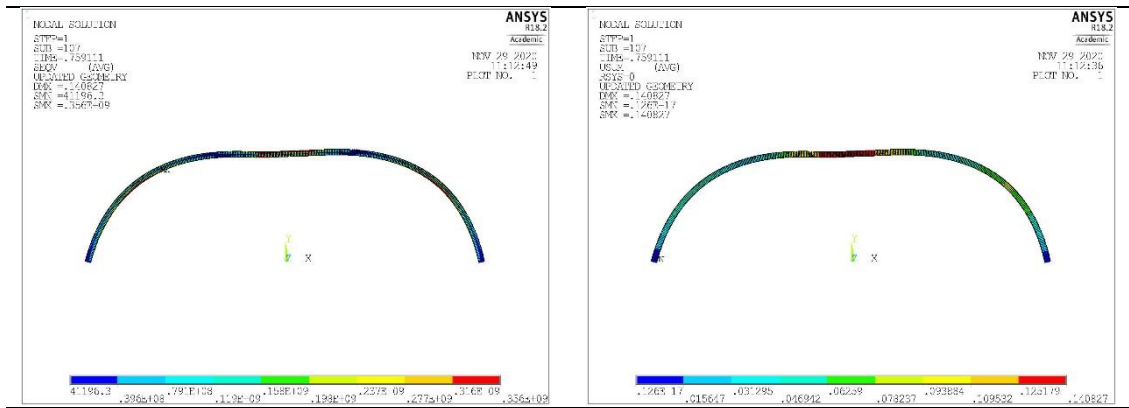


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



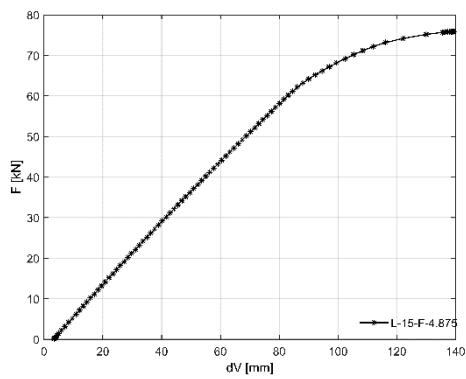
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 173-Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=4.5 [m].

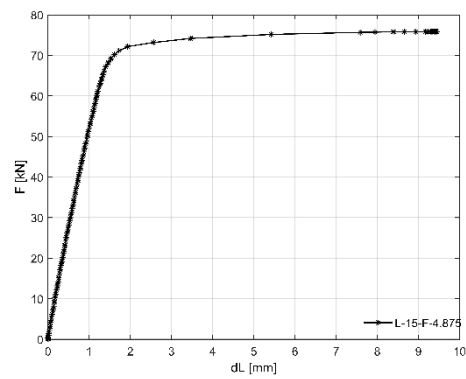


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

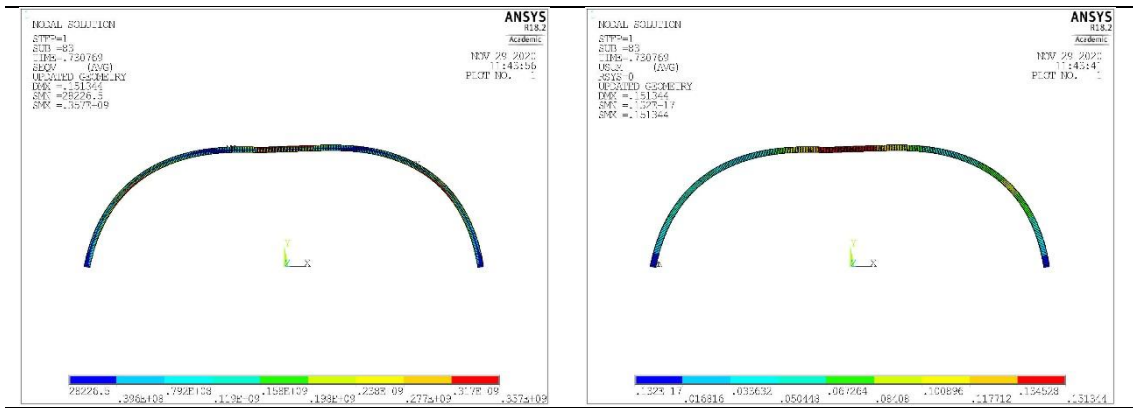


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



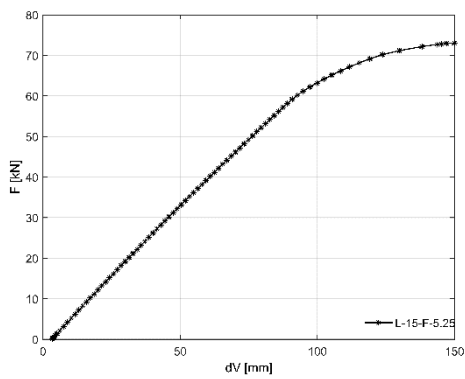
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 174-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=4.875$  [m]

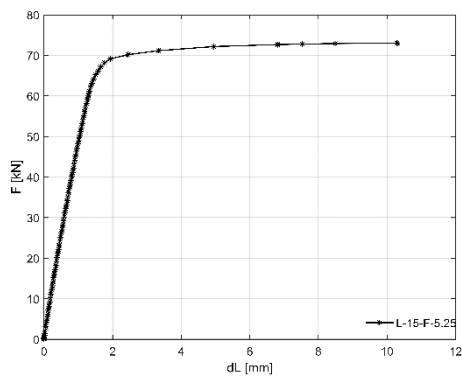


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

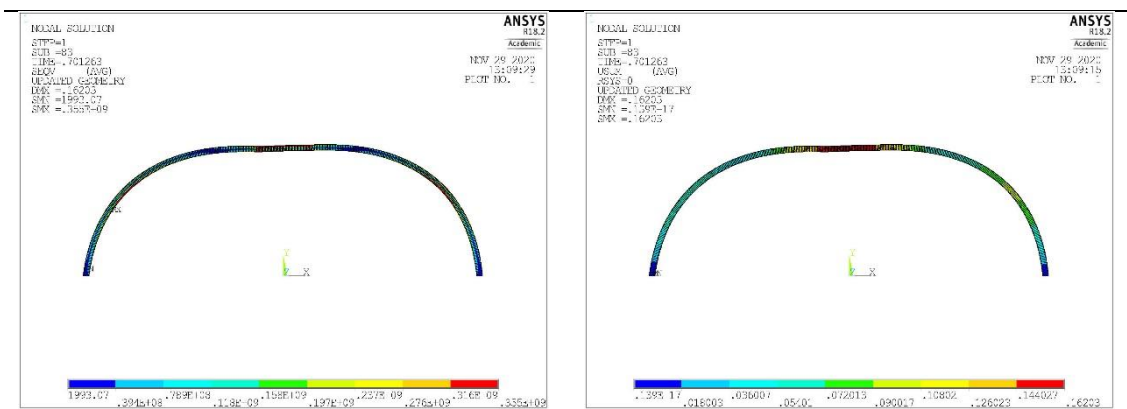


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



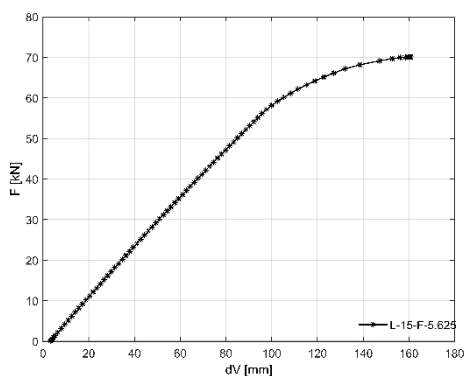
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 175-Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=5.25 [m].

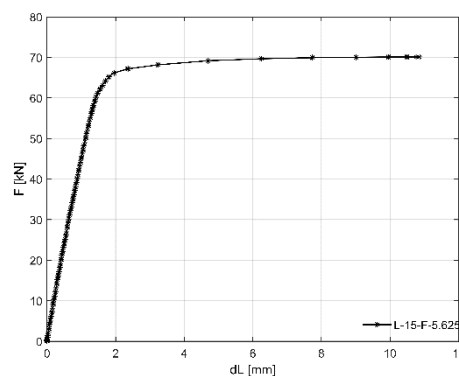


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

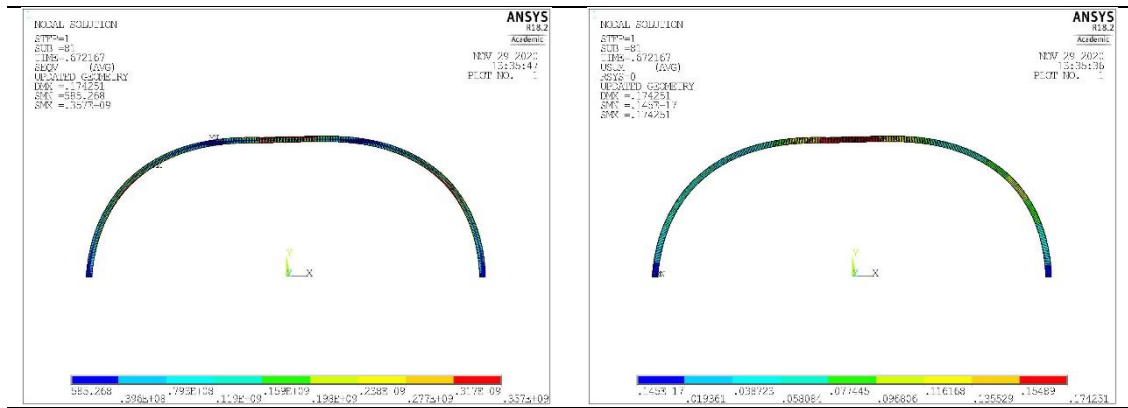


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



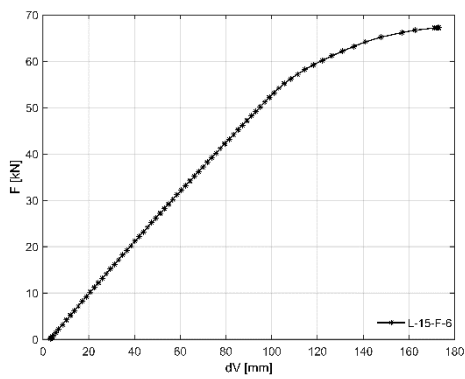
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 176-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=5.625$  [m].

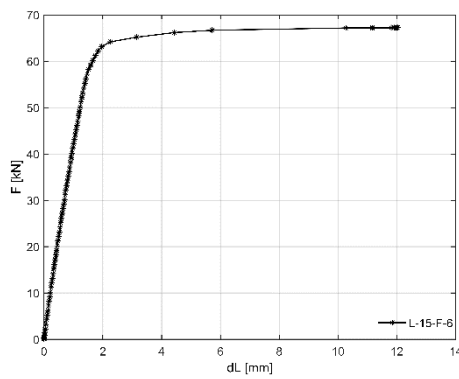


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

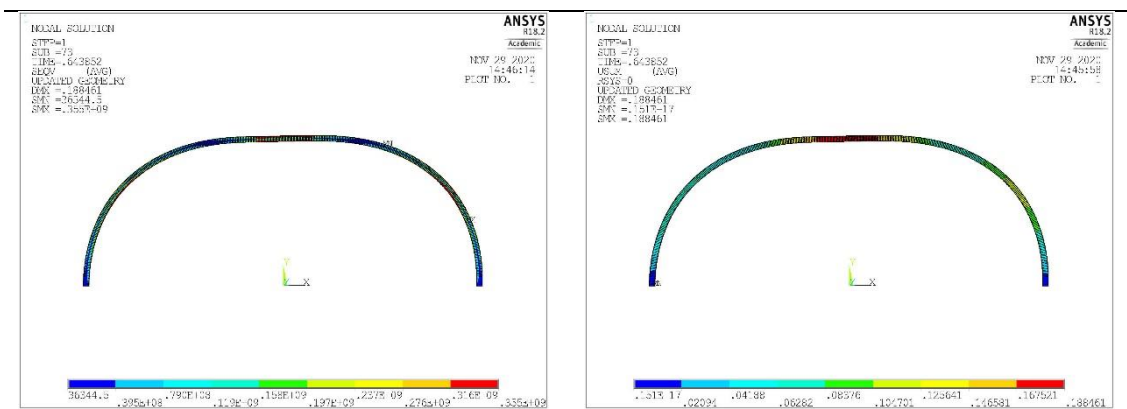


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



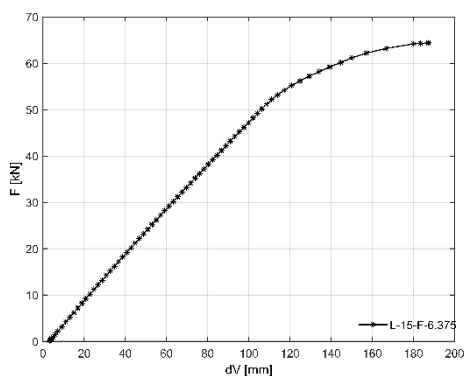
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 177-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6$  [m].

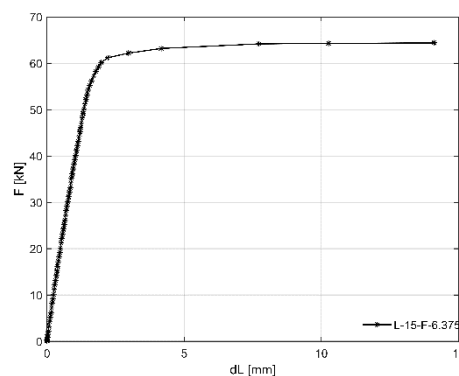


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

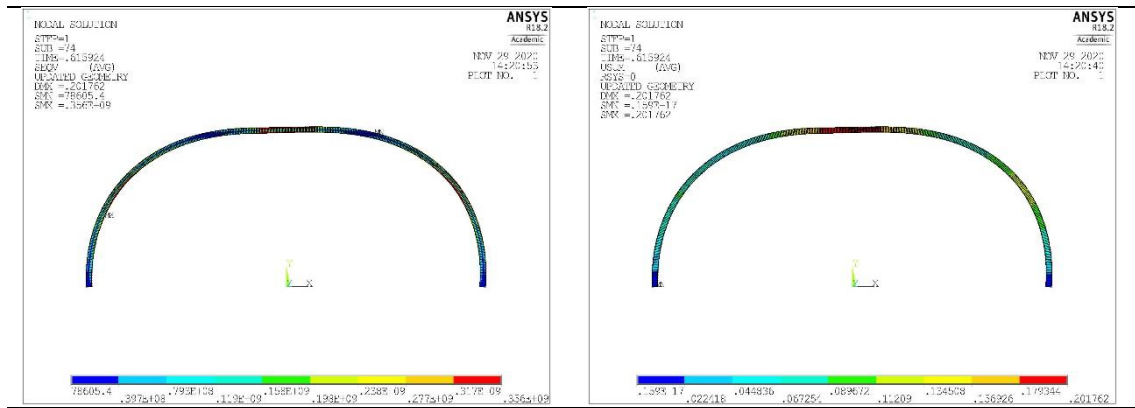


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



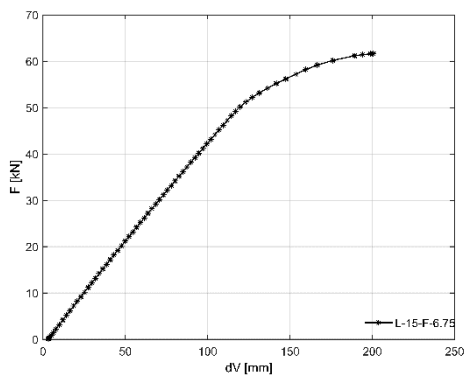
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 178-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6.375$  [m].

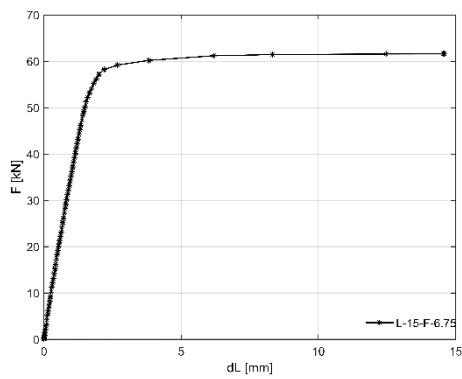


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

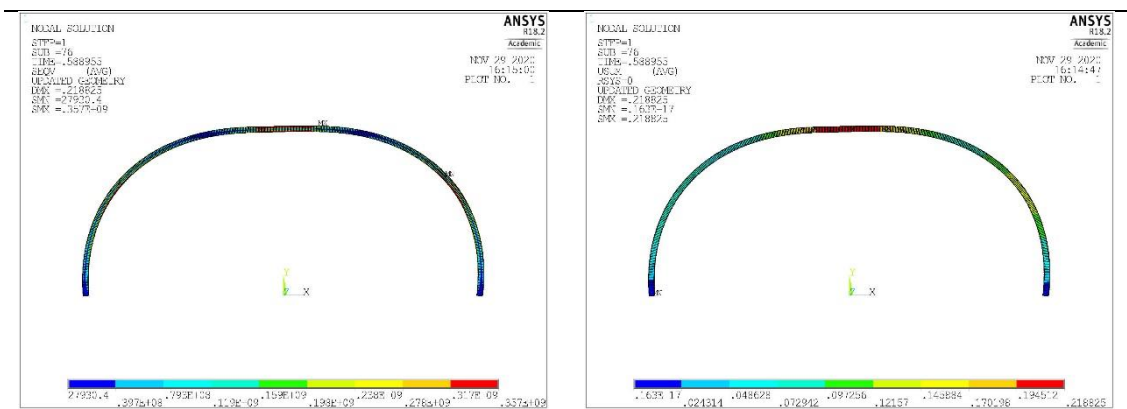


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



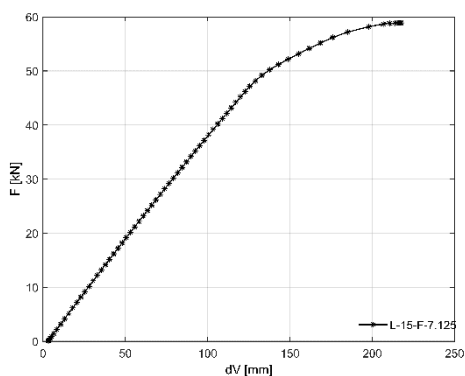
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 179-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=6.75$  [m].

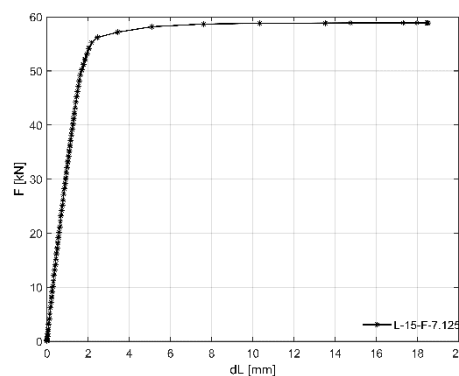


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

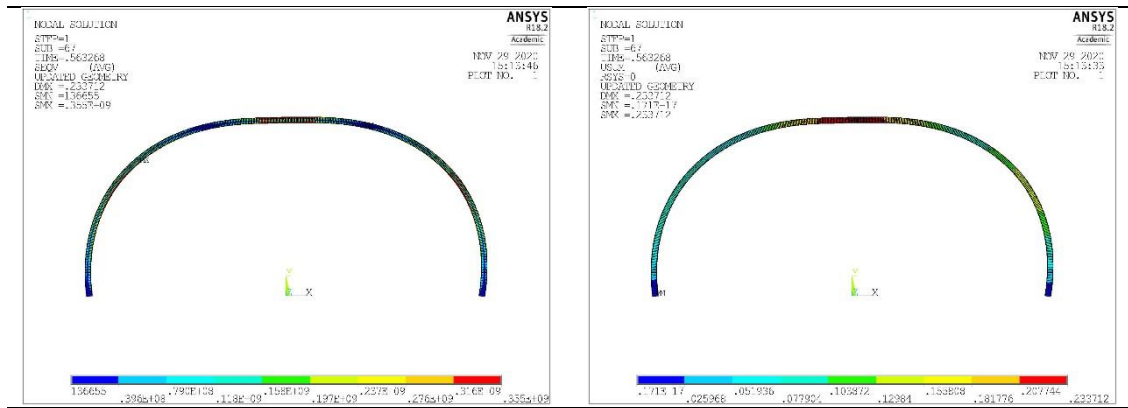


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



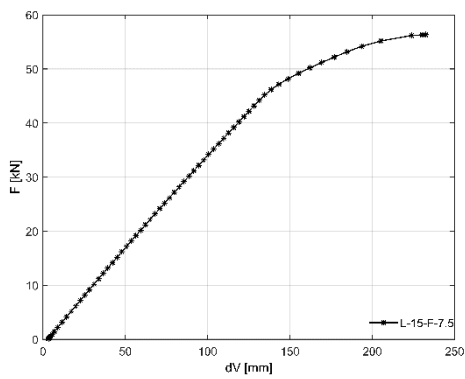
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 180-Resultados numéricos do arco com  $L=15$  [m] e  $f=7.125$  [m].

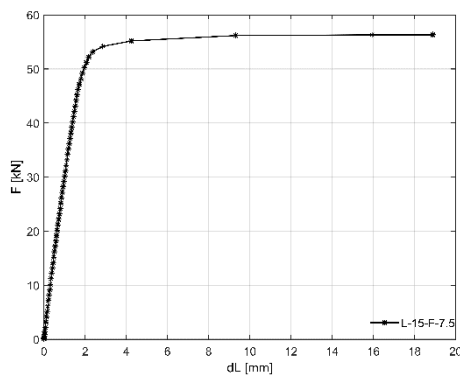


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

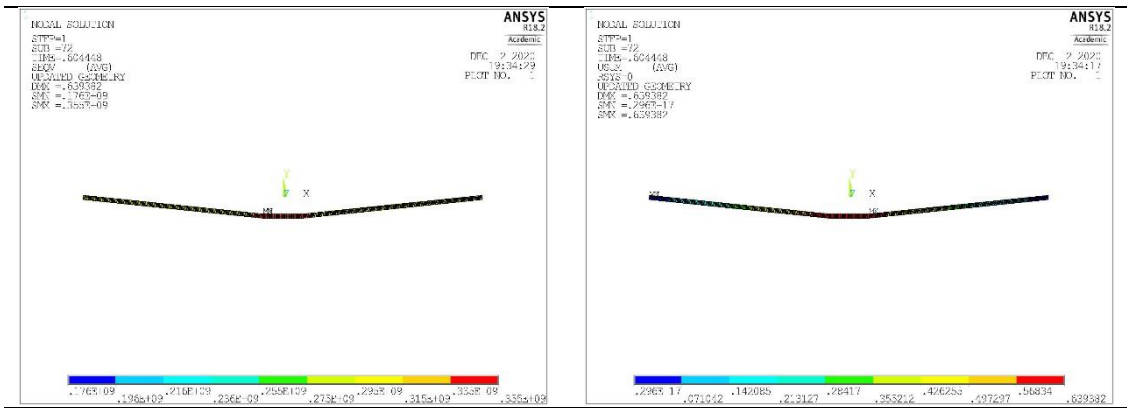


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



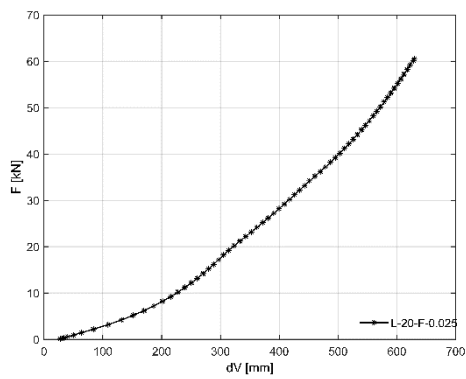
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 181-Resultados numéricos do arco com L=15 [m] e f=7.5 [m].

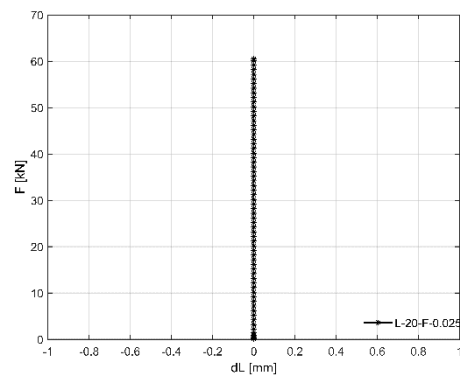


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

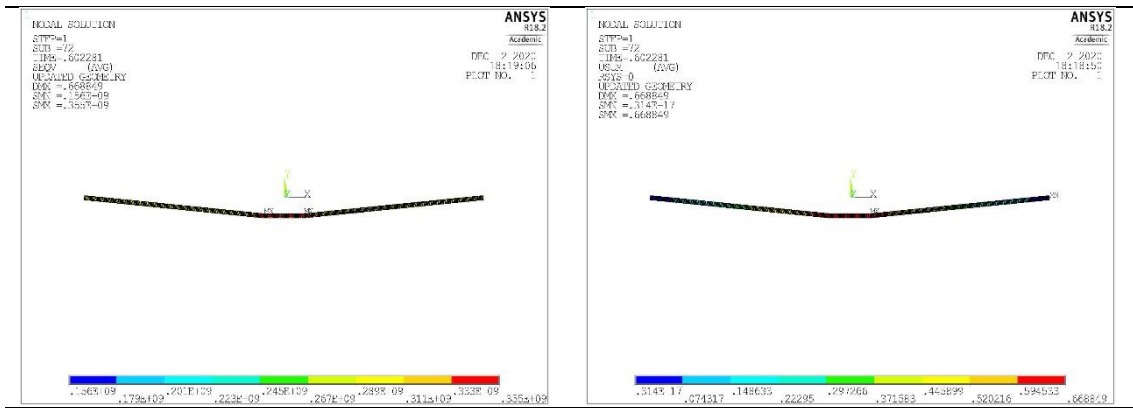


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



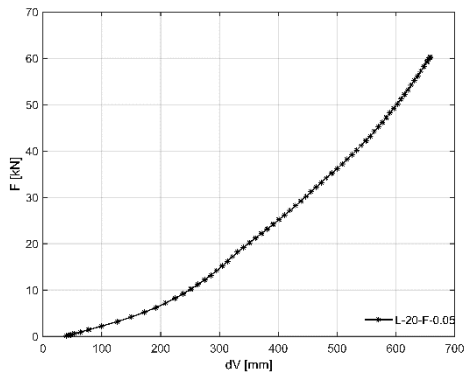
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 182- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.025$  [m].

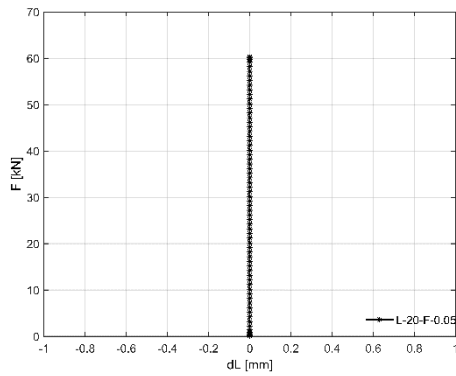


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

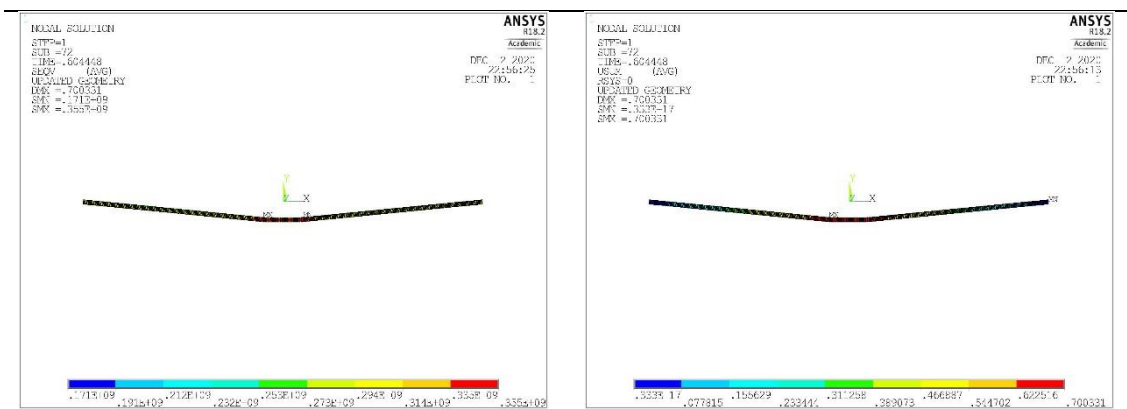


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



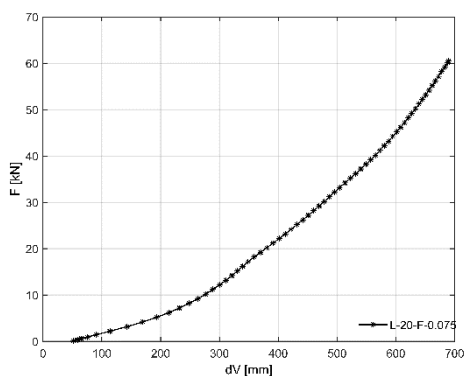
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 183-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.05$  [m].

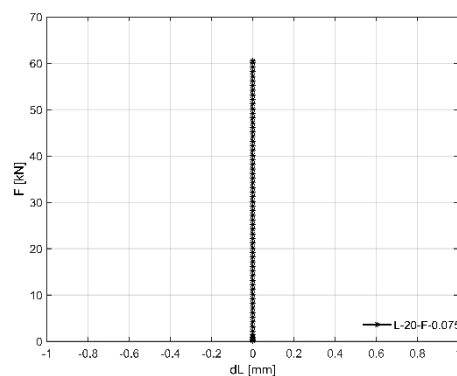


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

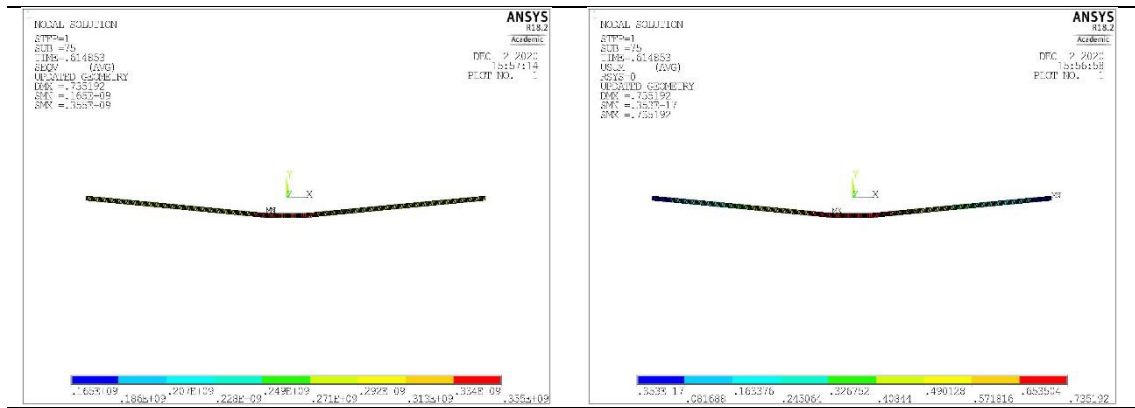


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



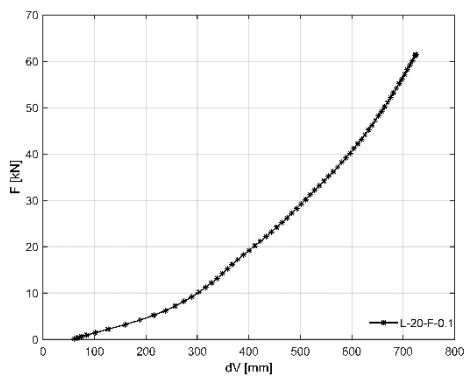
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 184-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.075$  [m].

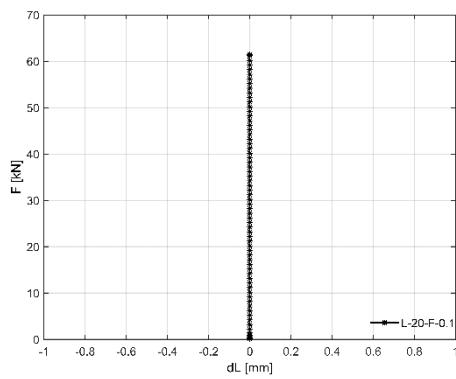


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

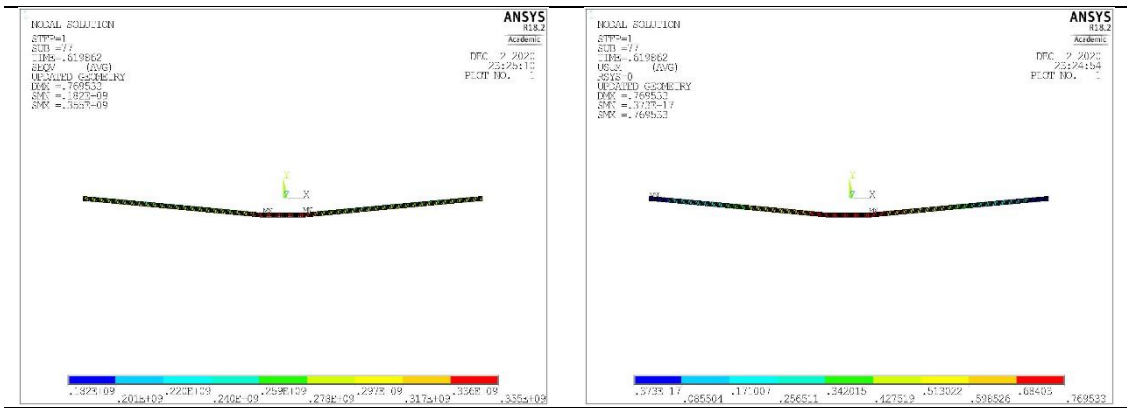


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



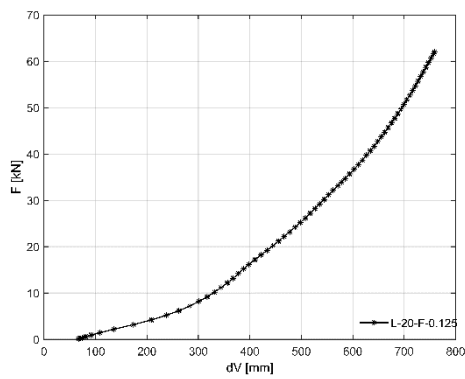
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 185-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.1$ [m].

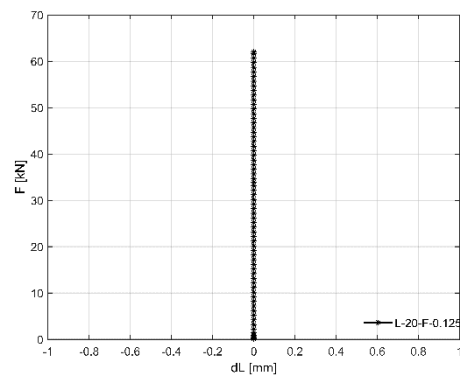


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

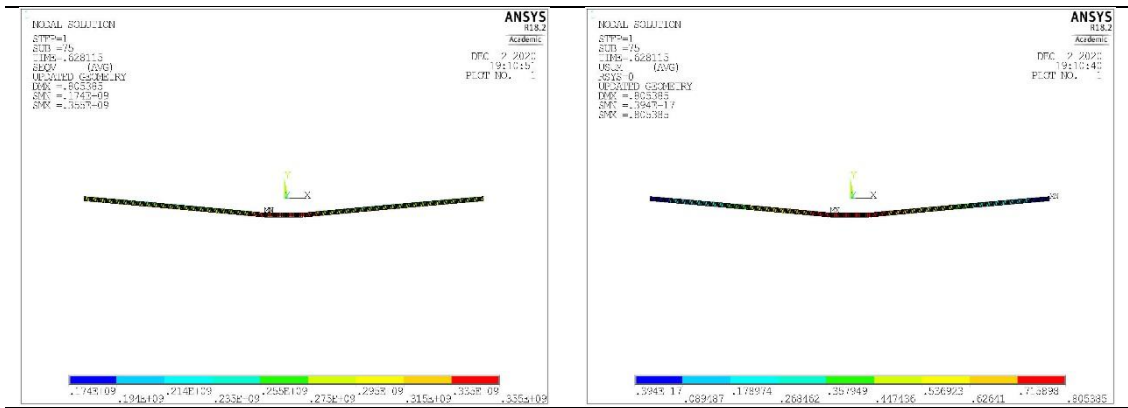


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



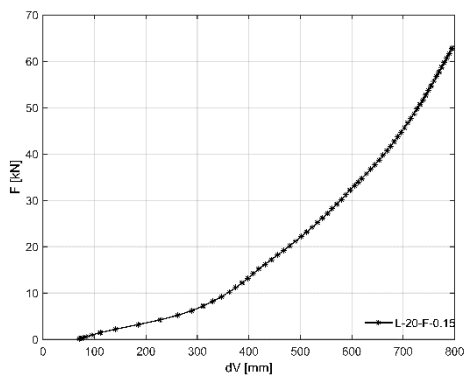
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 186-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.125$  [m].

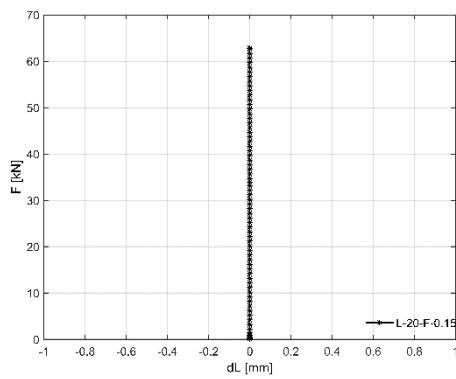


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

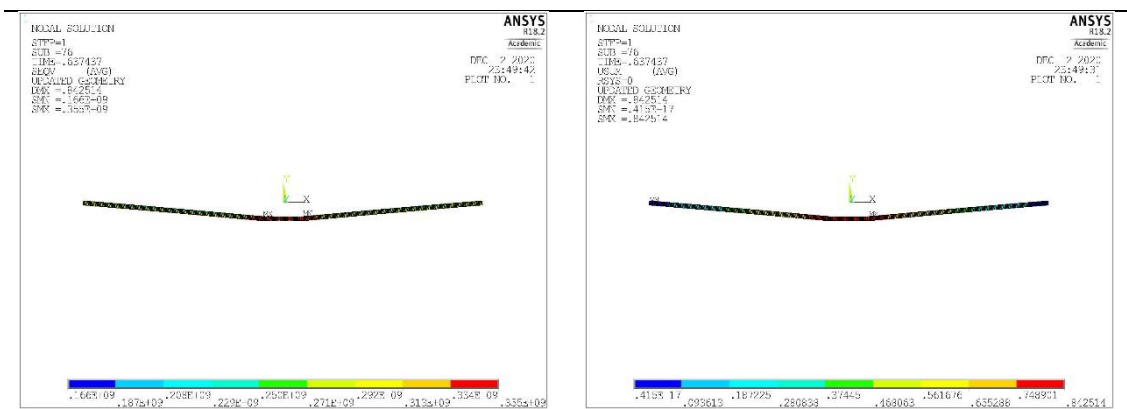


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



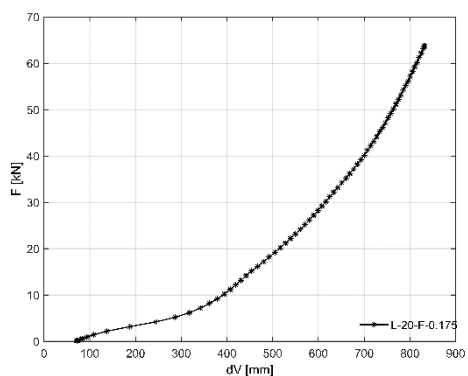
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 187-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.15$  [m].

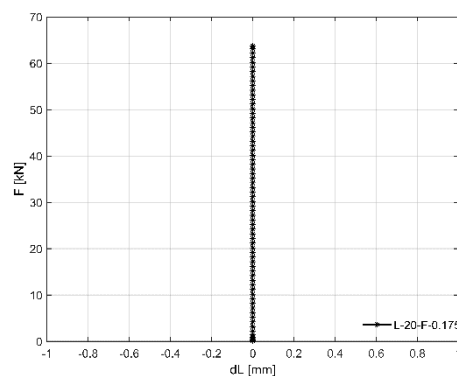


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

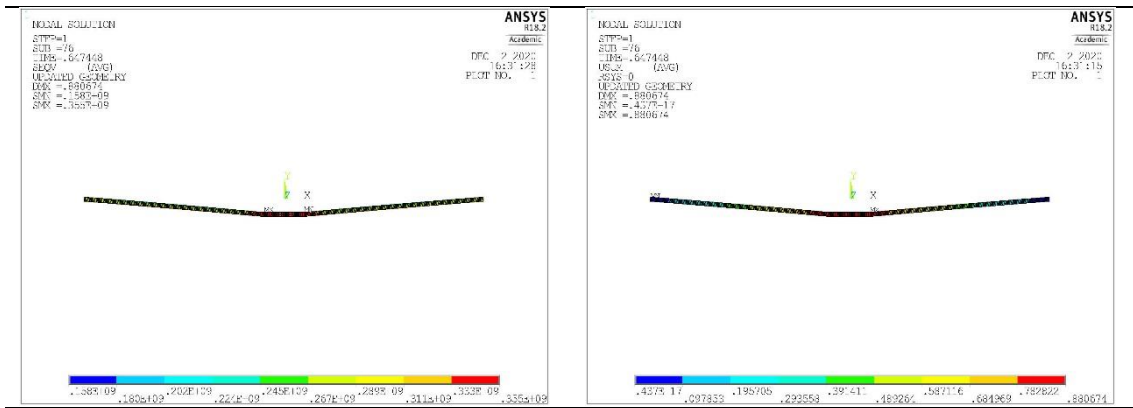


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



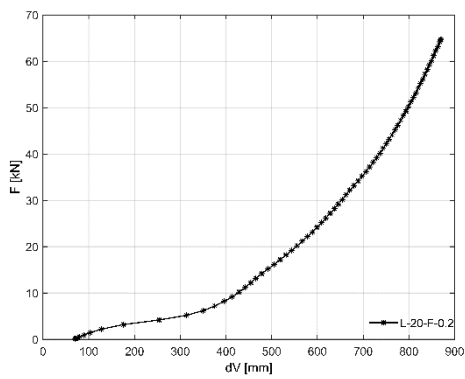
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 188-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.175$  [m].

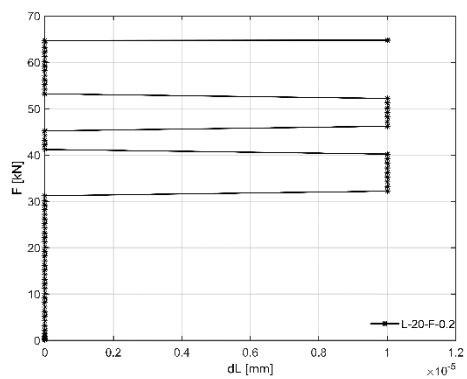


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

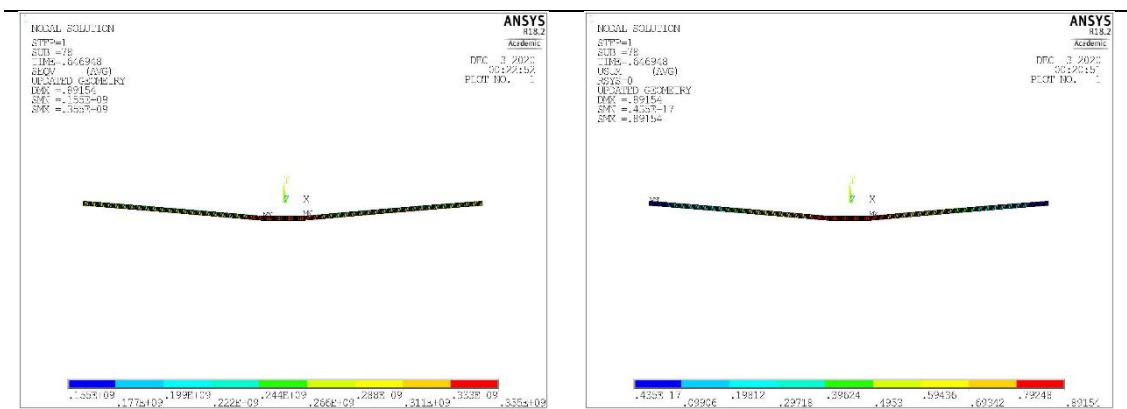


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



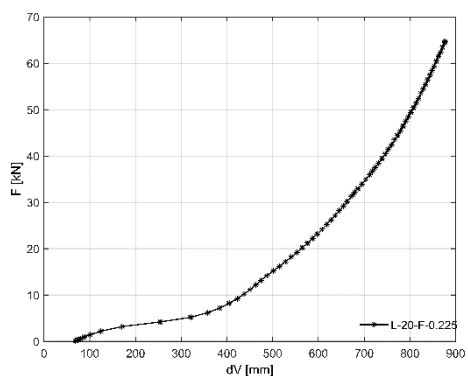
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 189-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.2 [m].

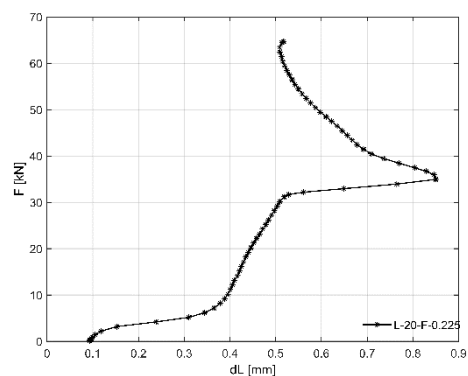


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

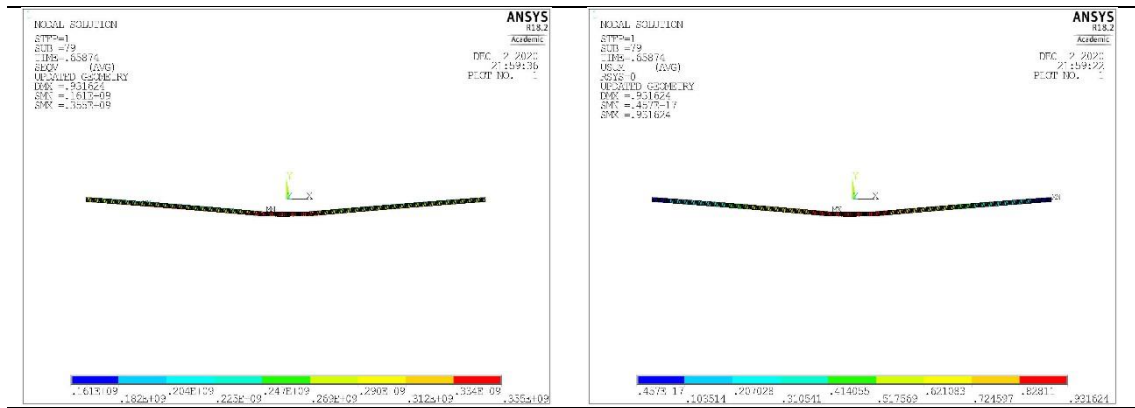


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



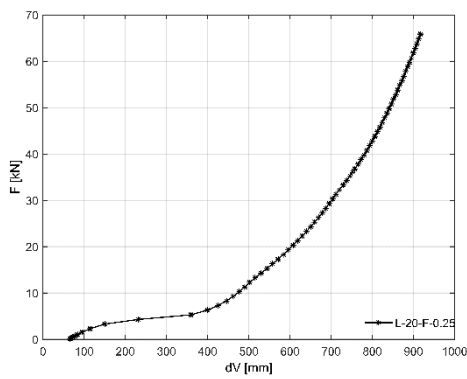
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 190-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.225$ [m].

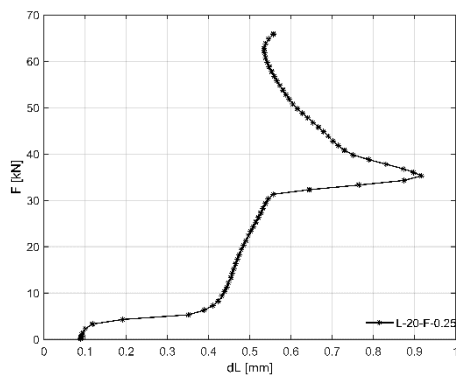


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

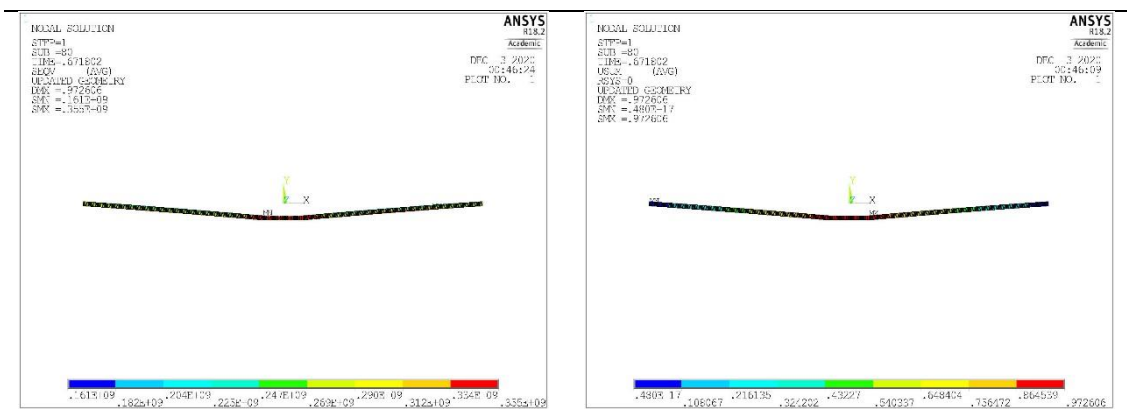


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



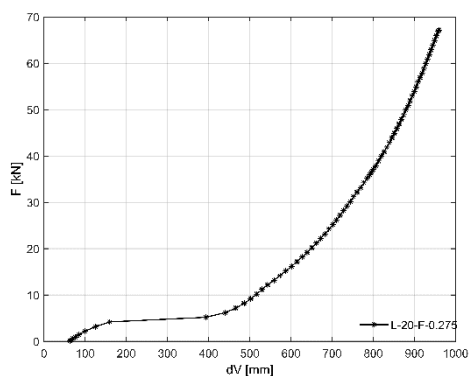
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 191-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.25$  [m].

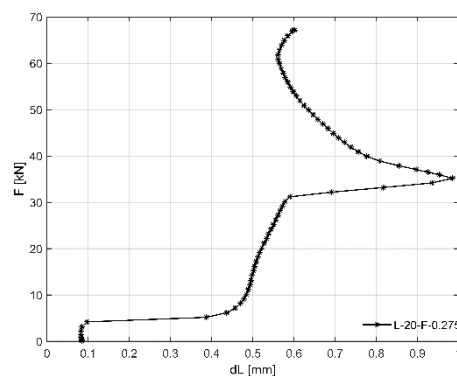


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

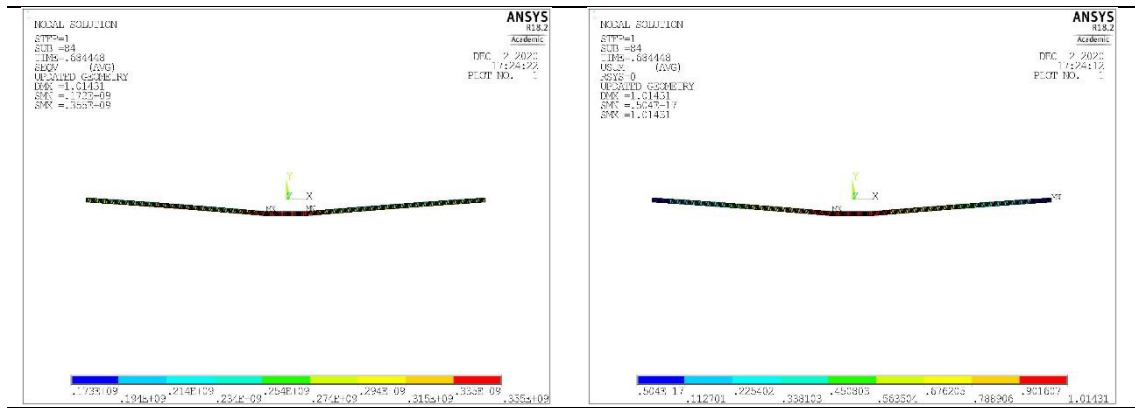


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 192-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.275$ [m].



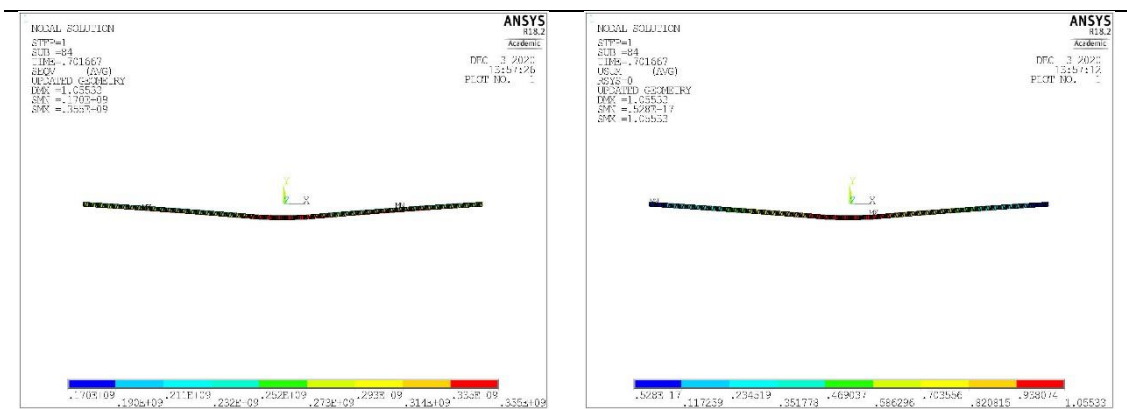
a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

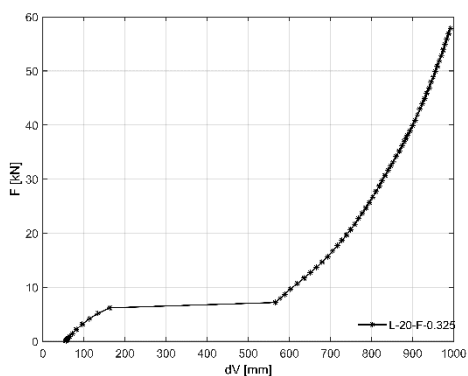
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 193-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.3$  [m].

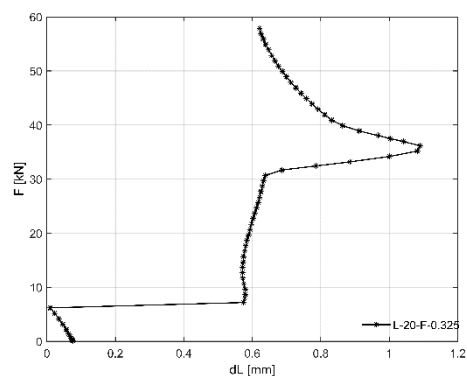


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

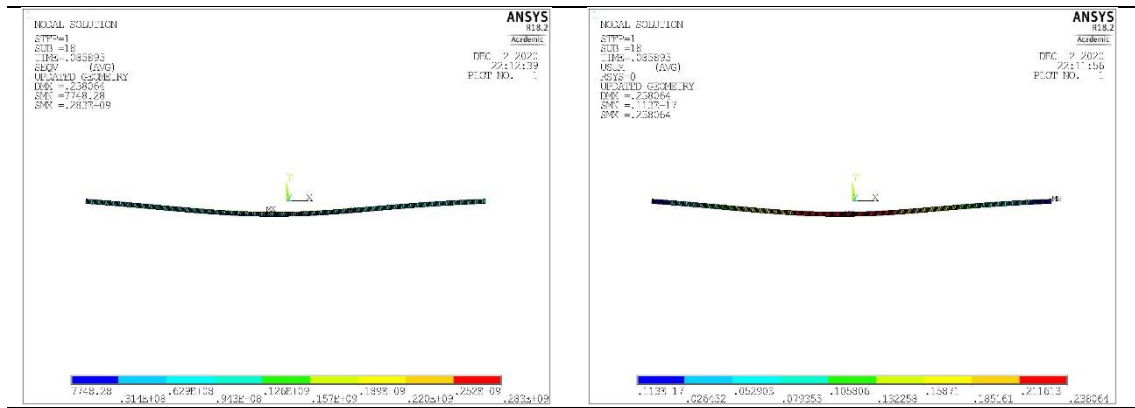


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



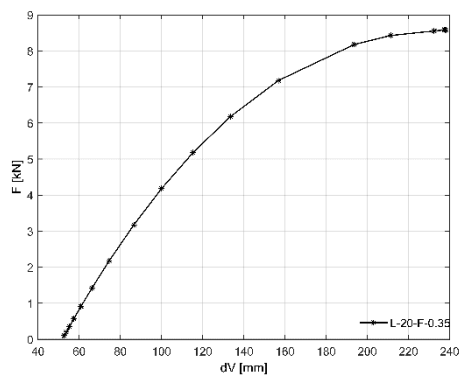
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 194-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.325$ [m].

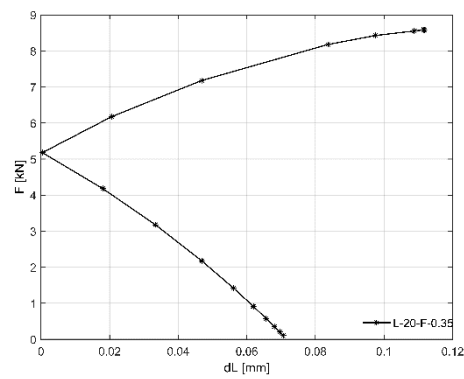


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

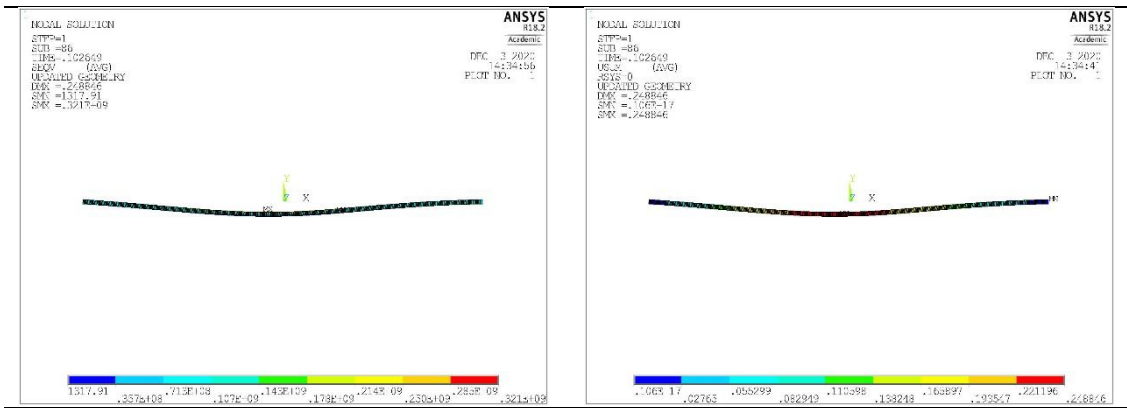


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



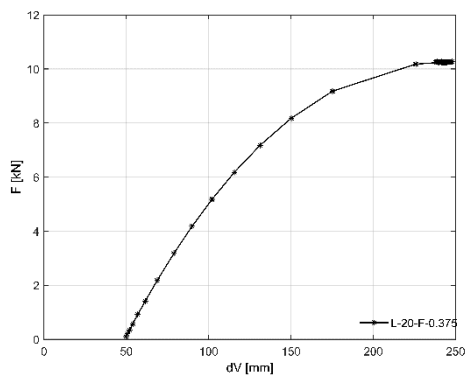
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 195-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.35$ [m].

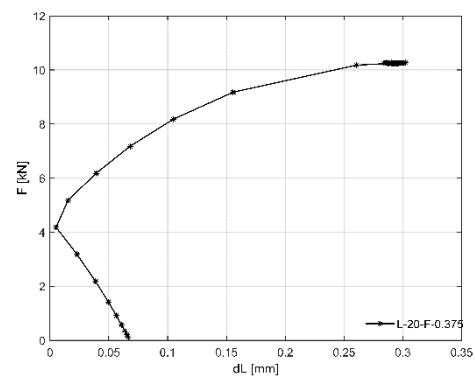


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

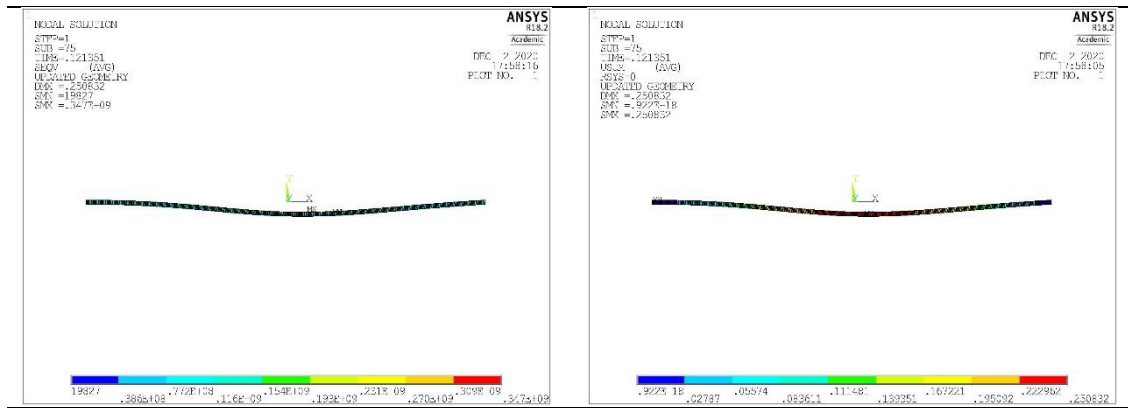


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



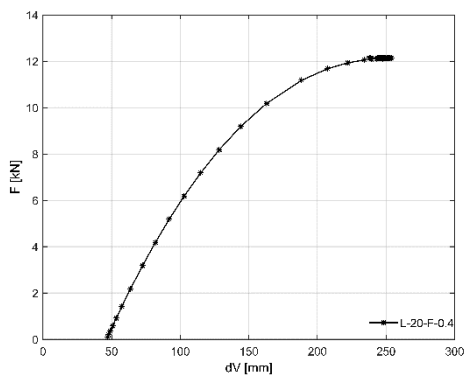
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 196-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.375 [m].

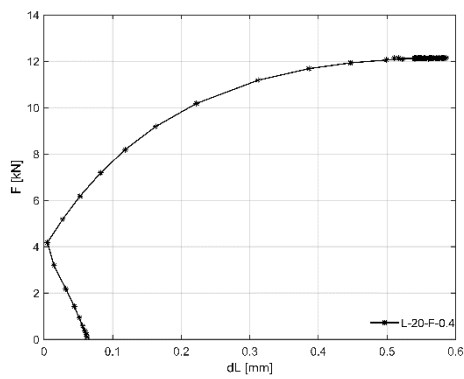


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

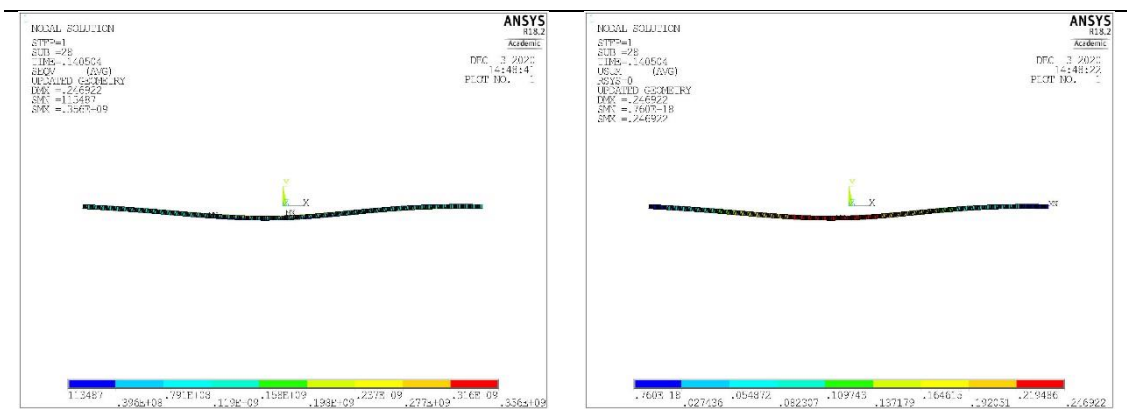


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



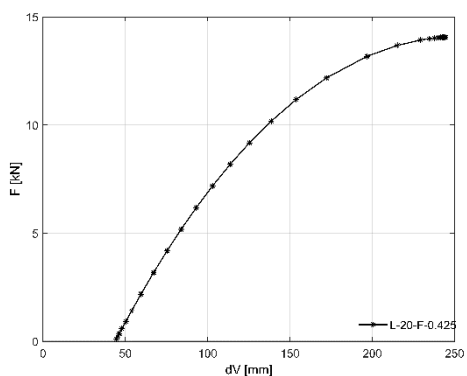
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 197-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.4[m].

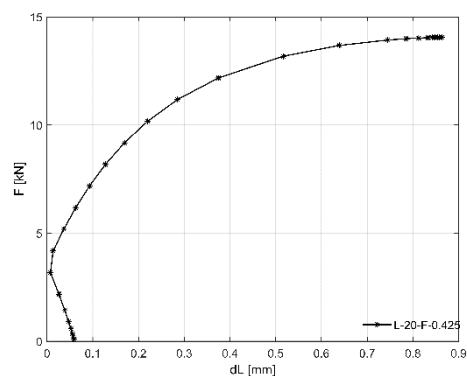


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

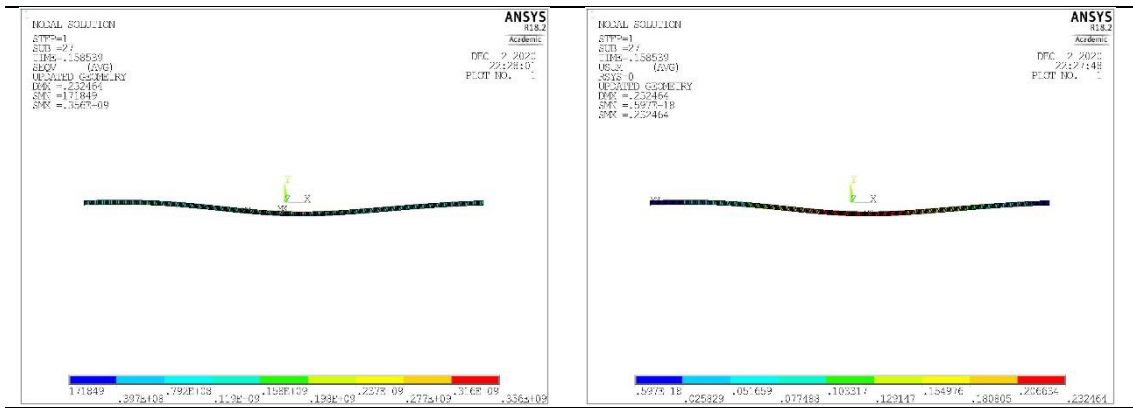


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



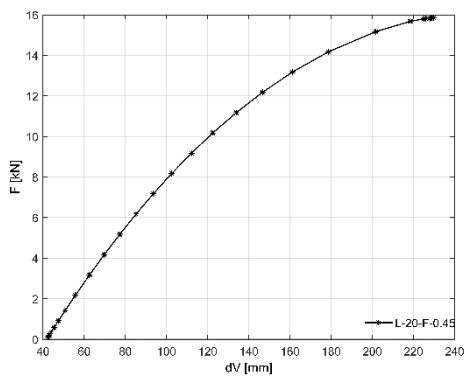
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 198-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.425 [m].

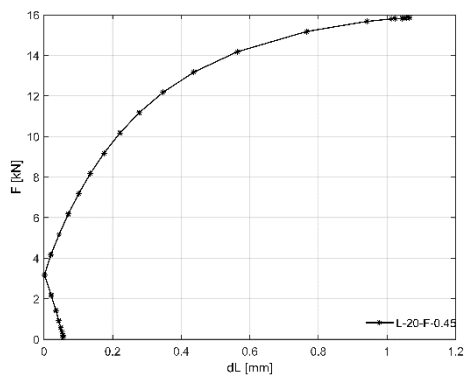


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

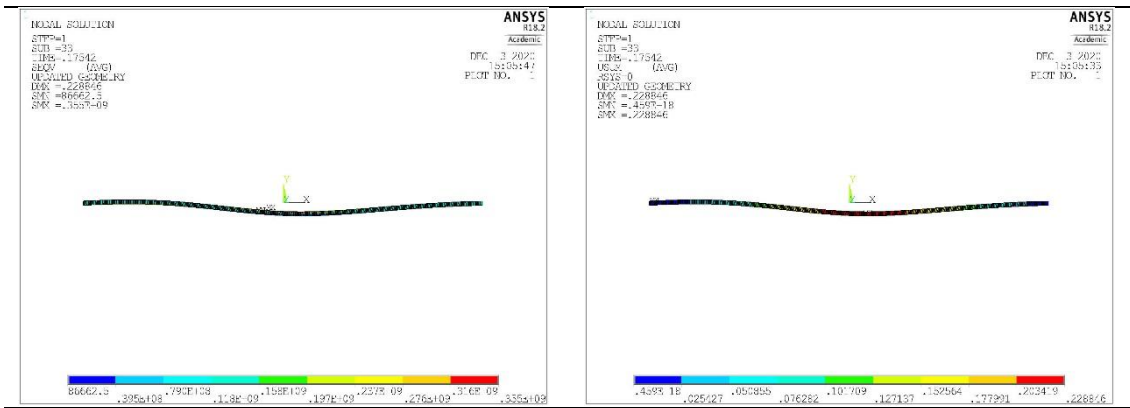


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



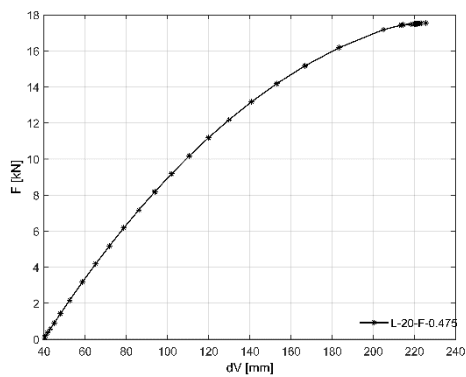
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 199-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.45 [m].

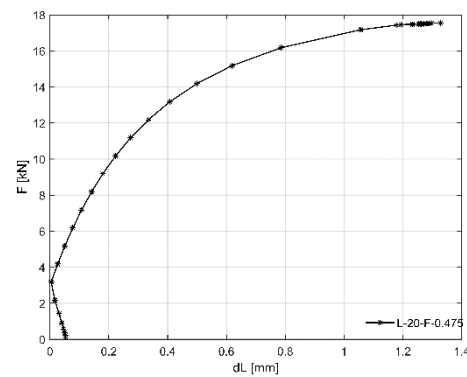


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

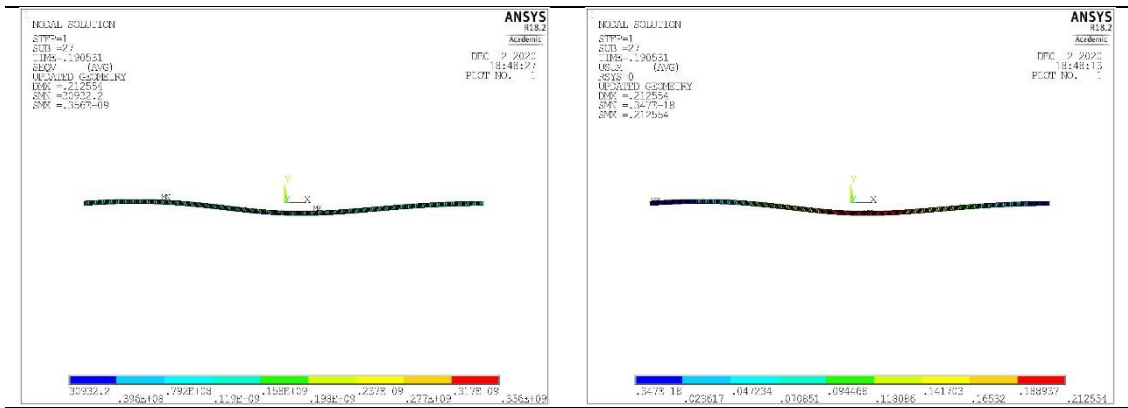


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



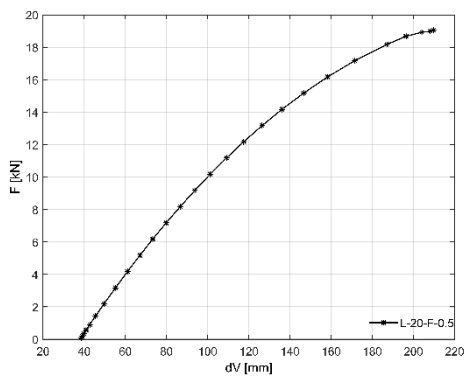
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 200-Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=0.475 [m].

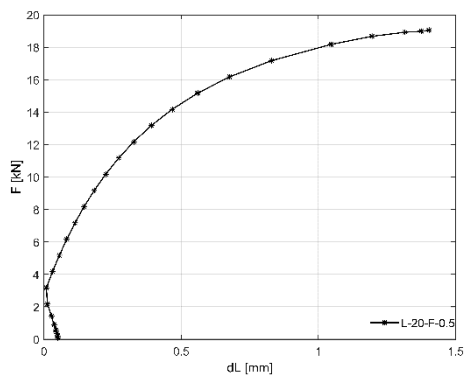


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

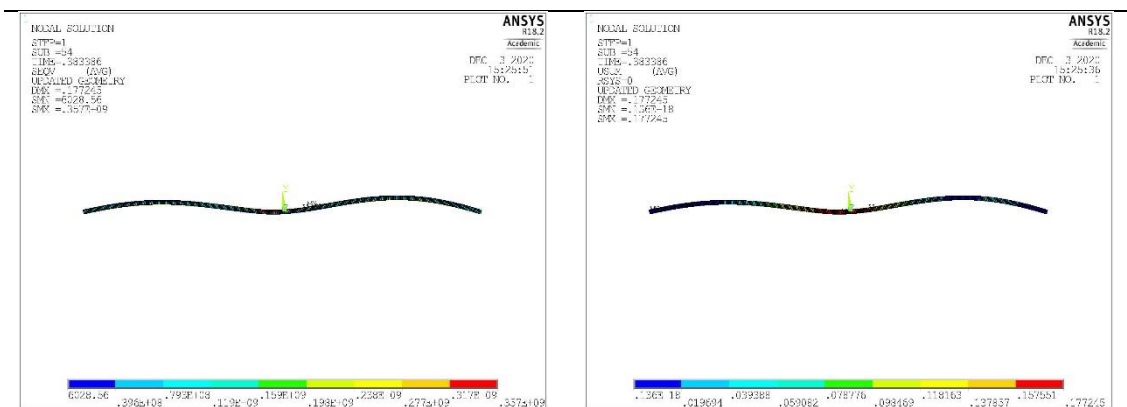


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



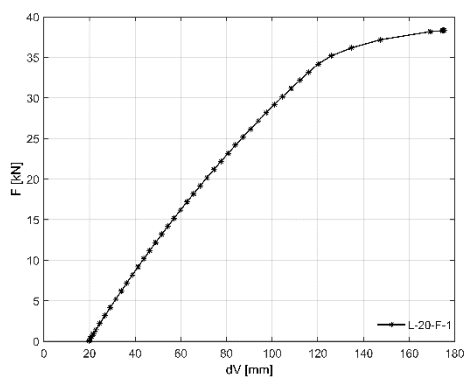
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 201-Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=0.5$  [m].

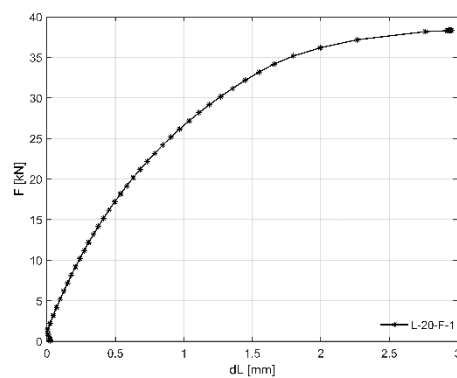


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

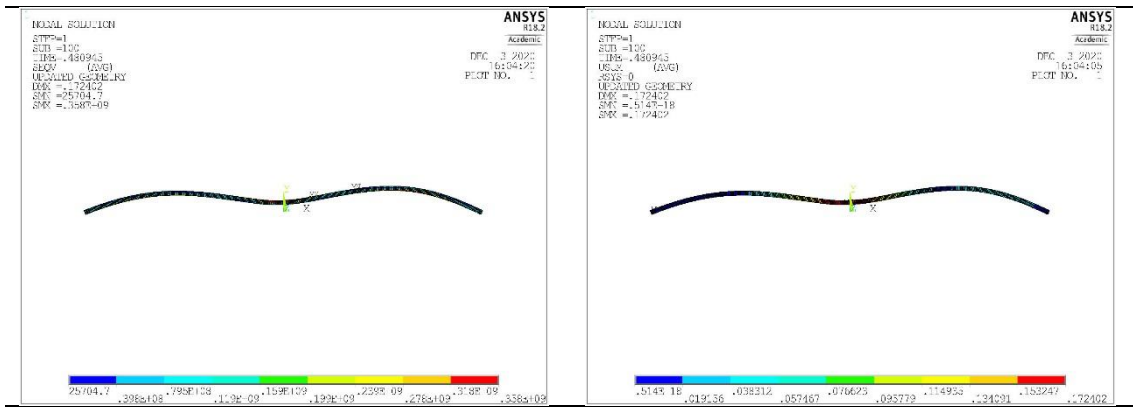


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



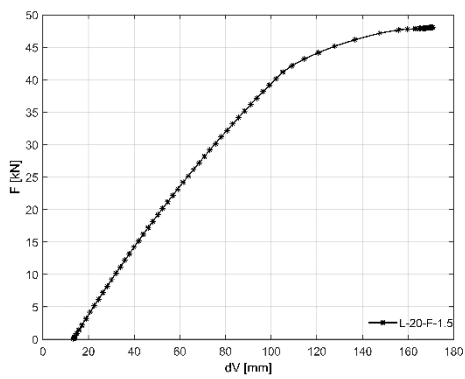
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 202- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=1$  [m].

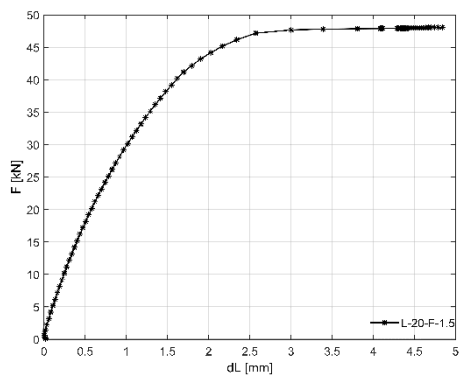


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

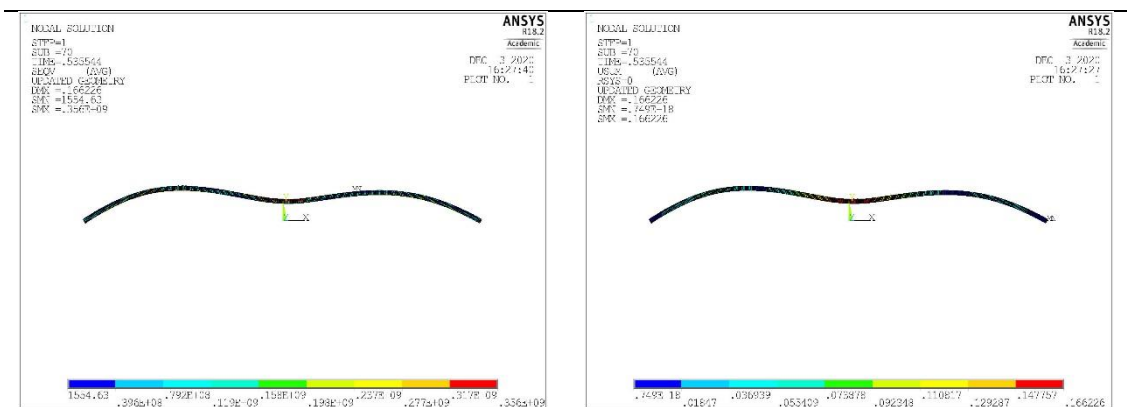


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



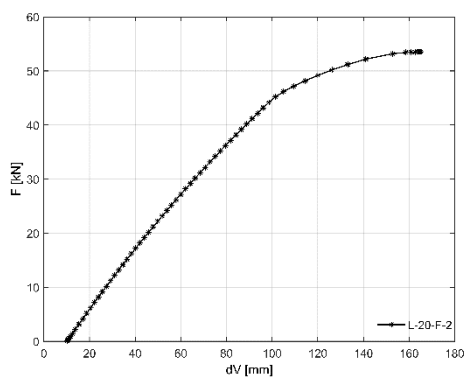
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 203- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=1.5$  [m].

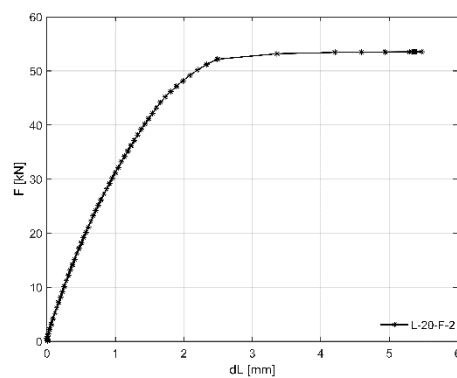


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

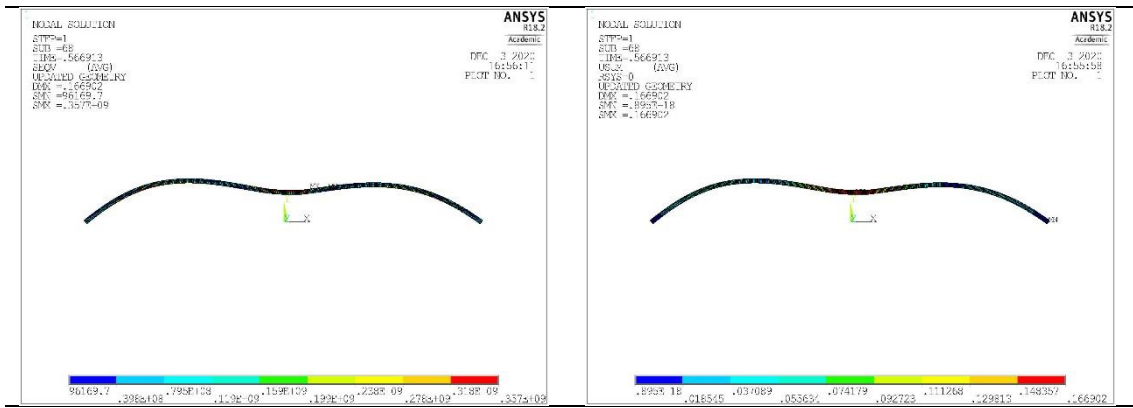


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



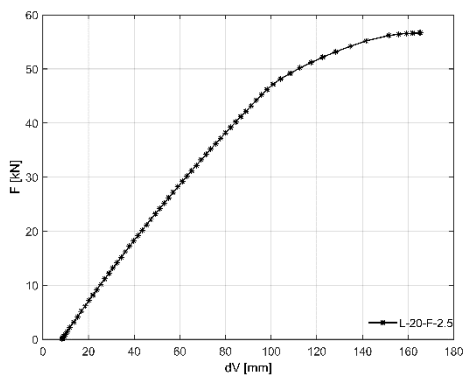
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 204- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=2 [m].

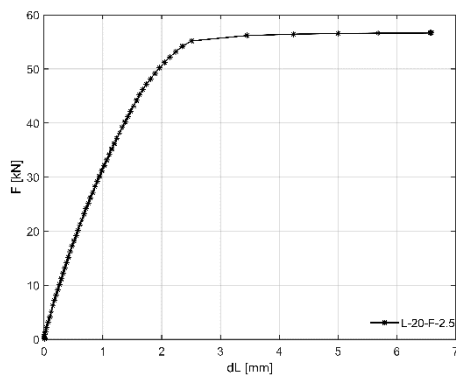


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

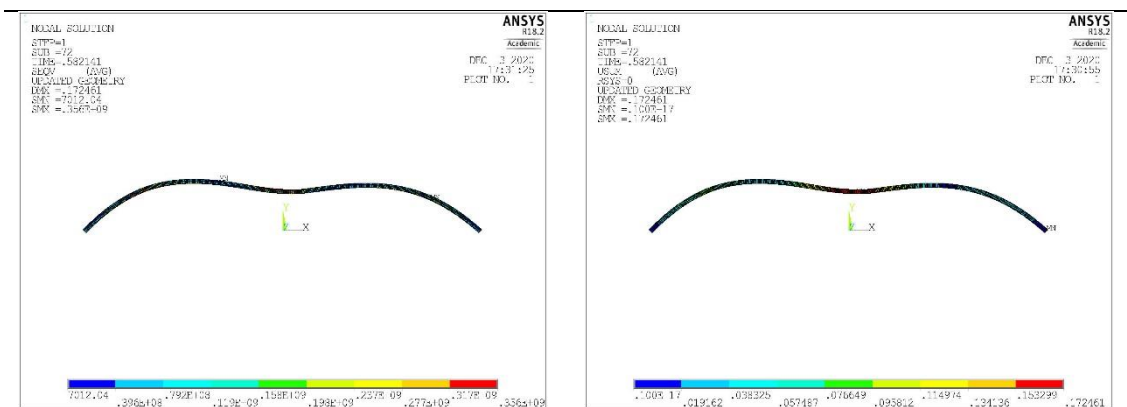


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



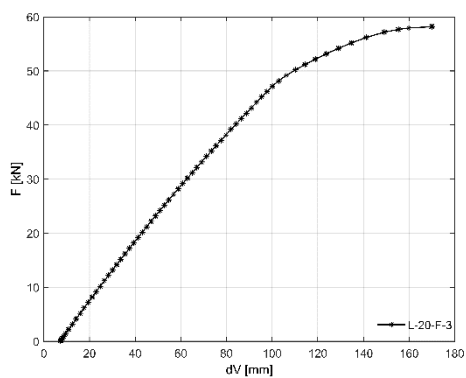
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 205- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=2.5 [m].

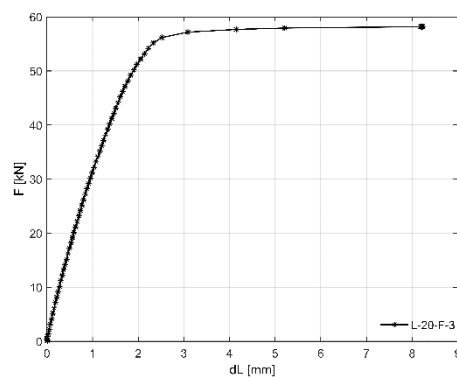


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

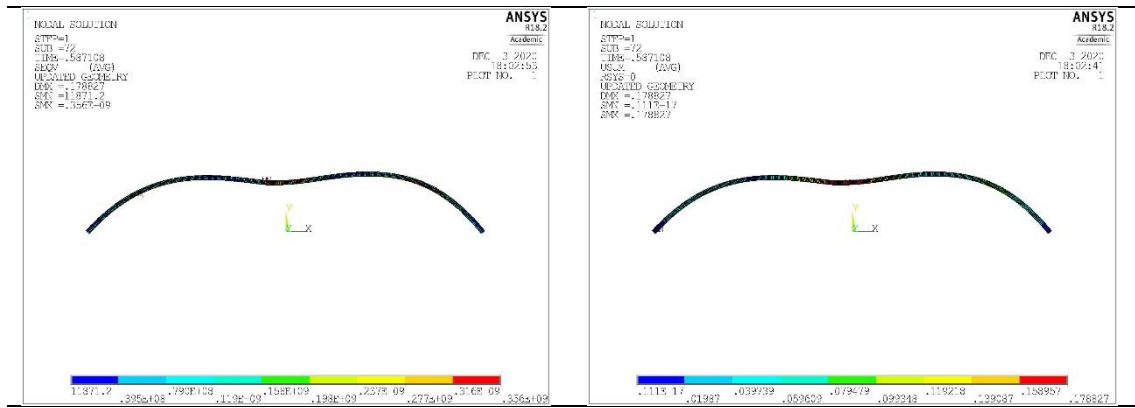


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



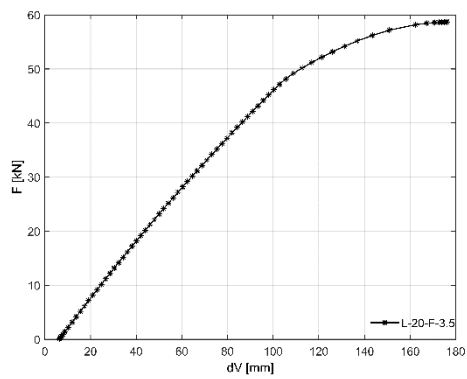
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 206- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=3[m].

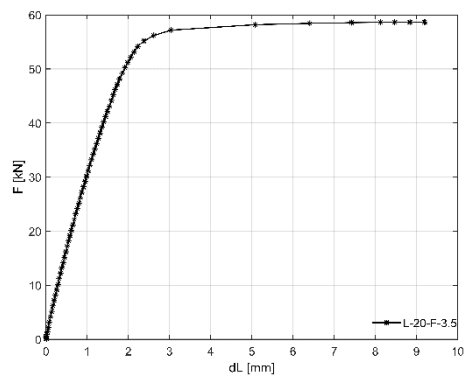


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

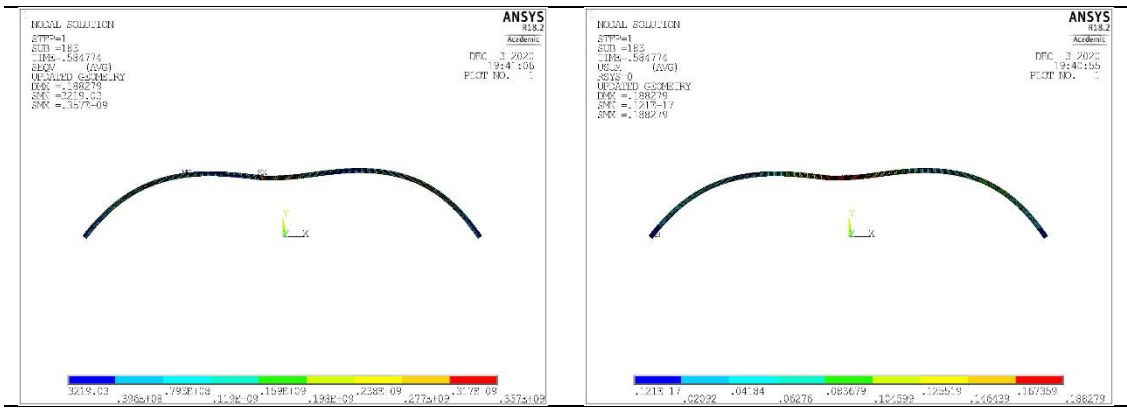


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



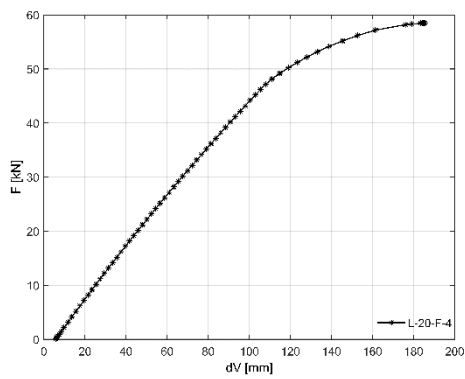
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 207- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=3.5$  [m].

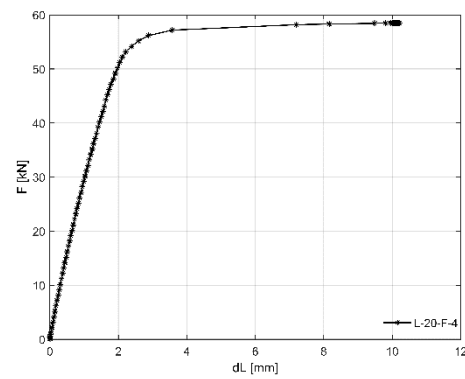


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

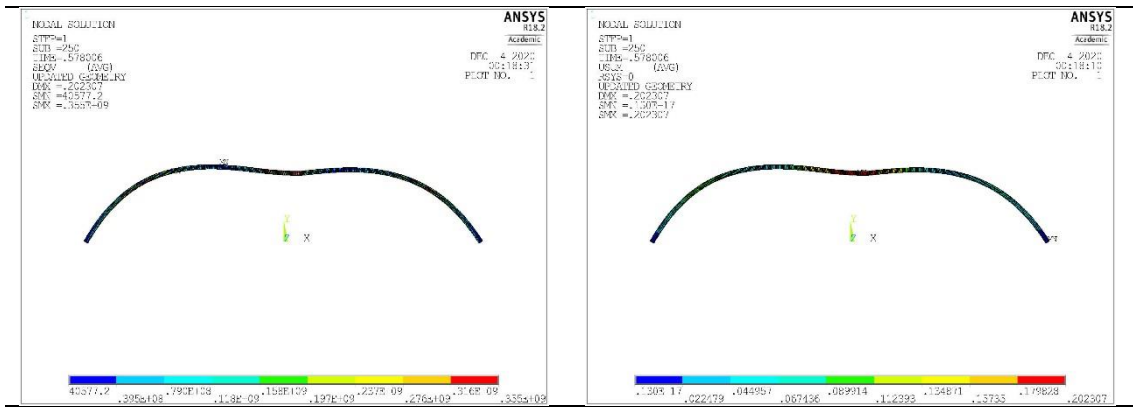


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



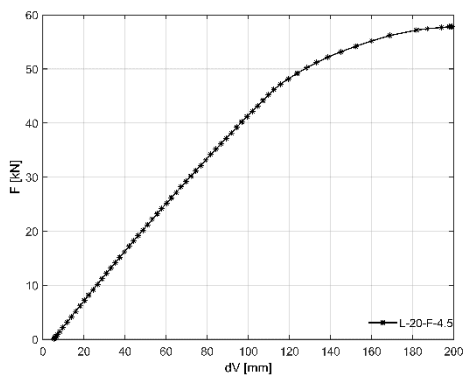
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 208- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=4 [m].

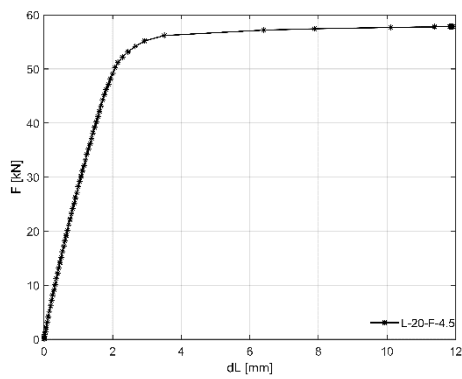


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

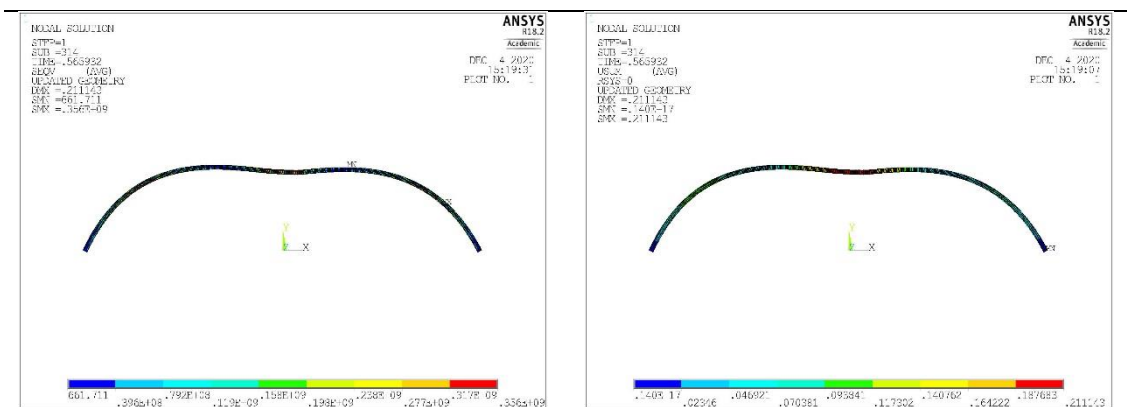


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



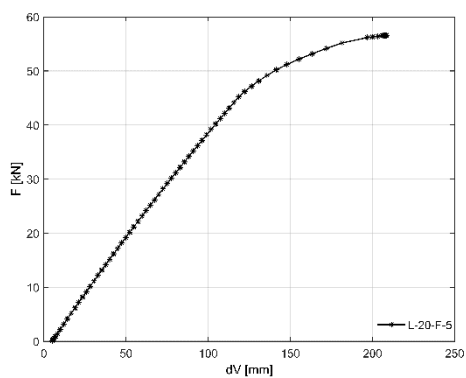
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 209- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=4.5 [m].

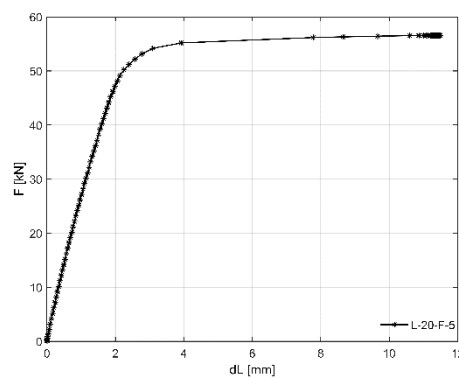


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

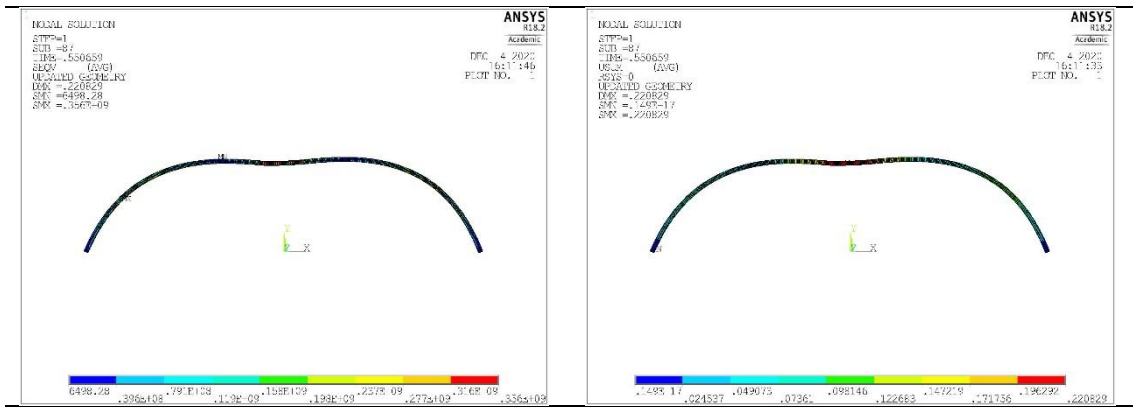


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



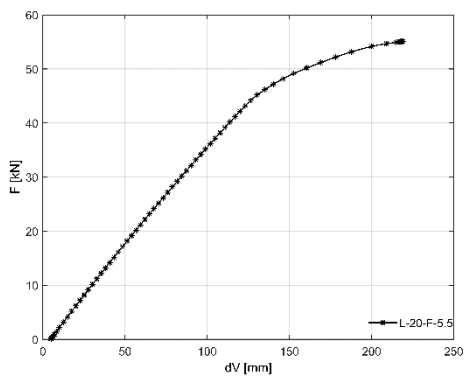
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 210- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=5 [m].

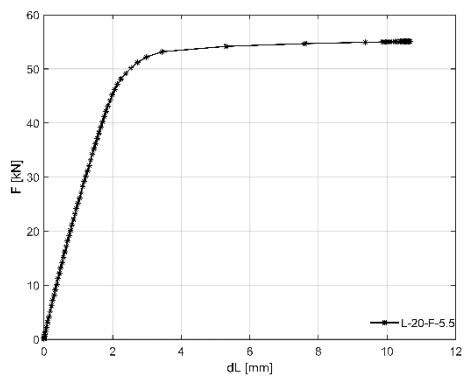


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

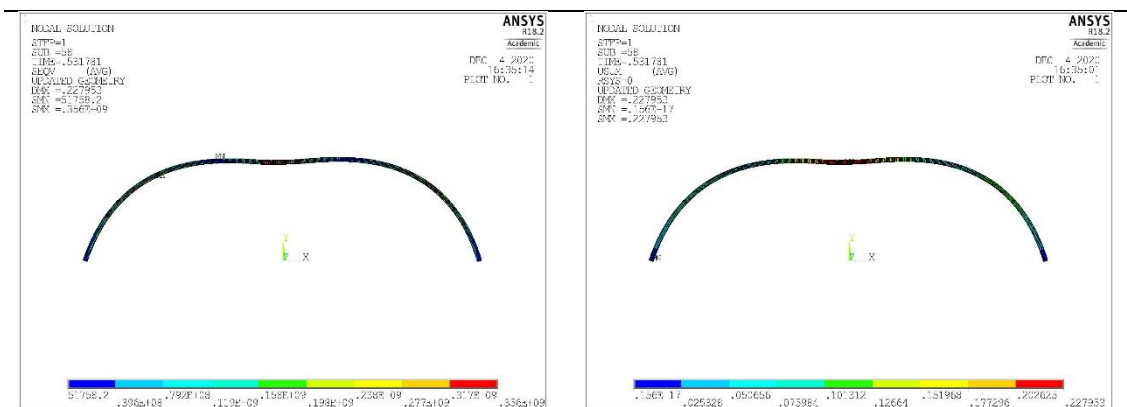


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



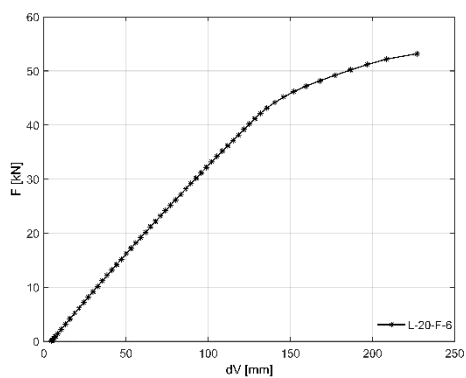
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 211- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=5.5$  [m].

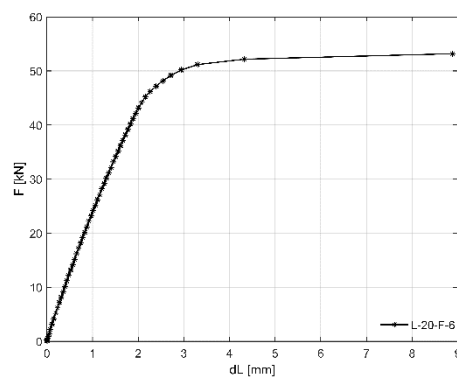


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 212- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=6 [m].

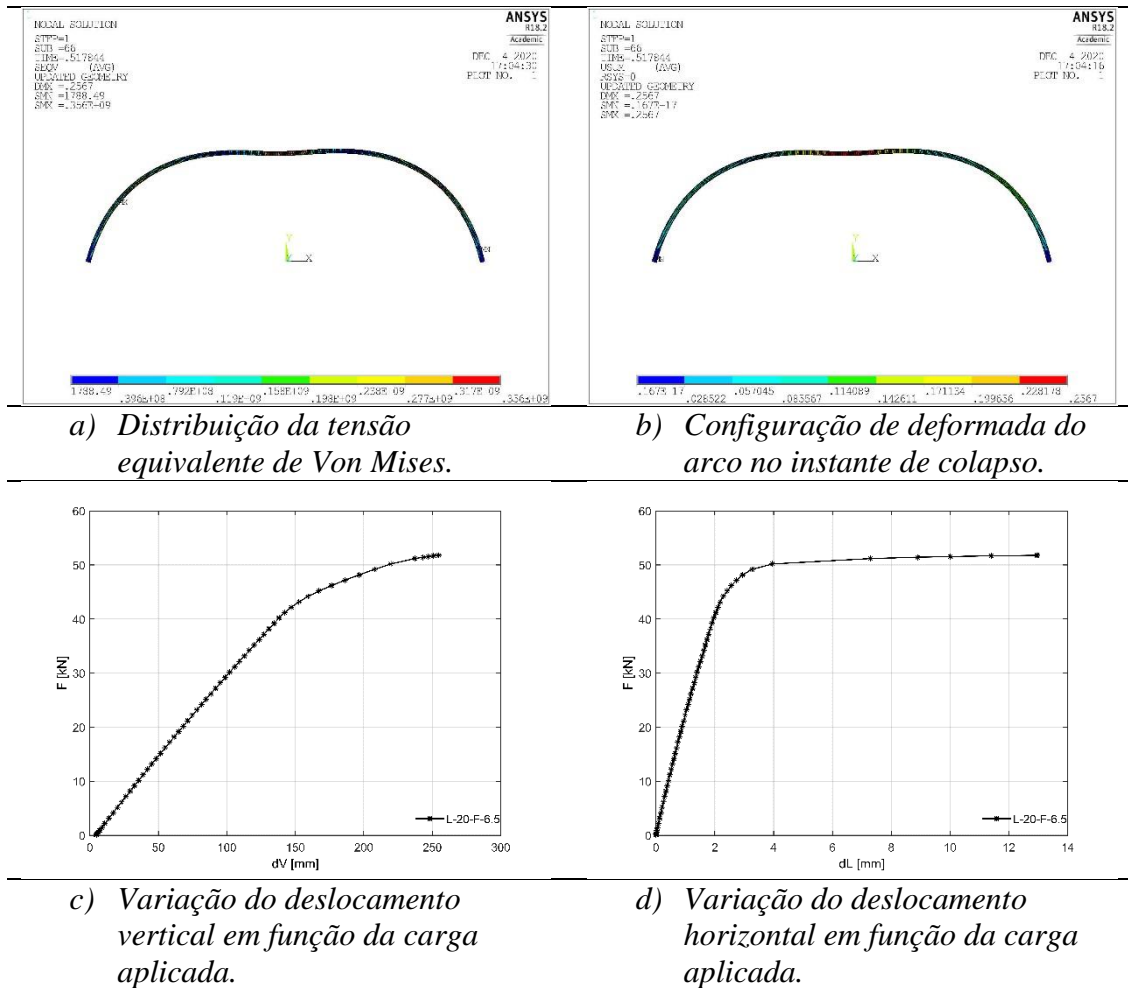
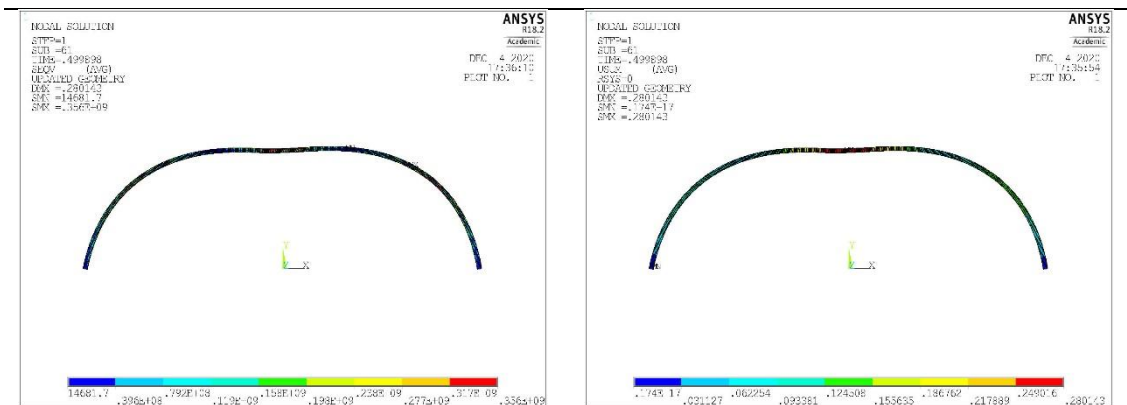
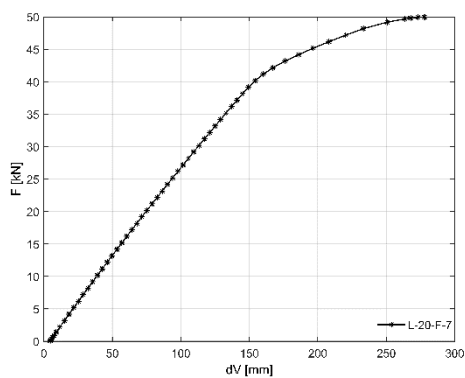


Figura 213- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=6.5$  [m].

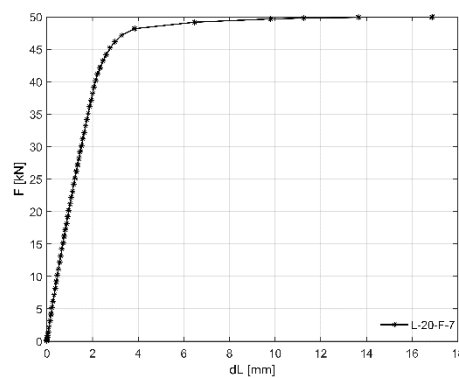


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 214- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=7 [m].

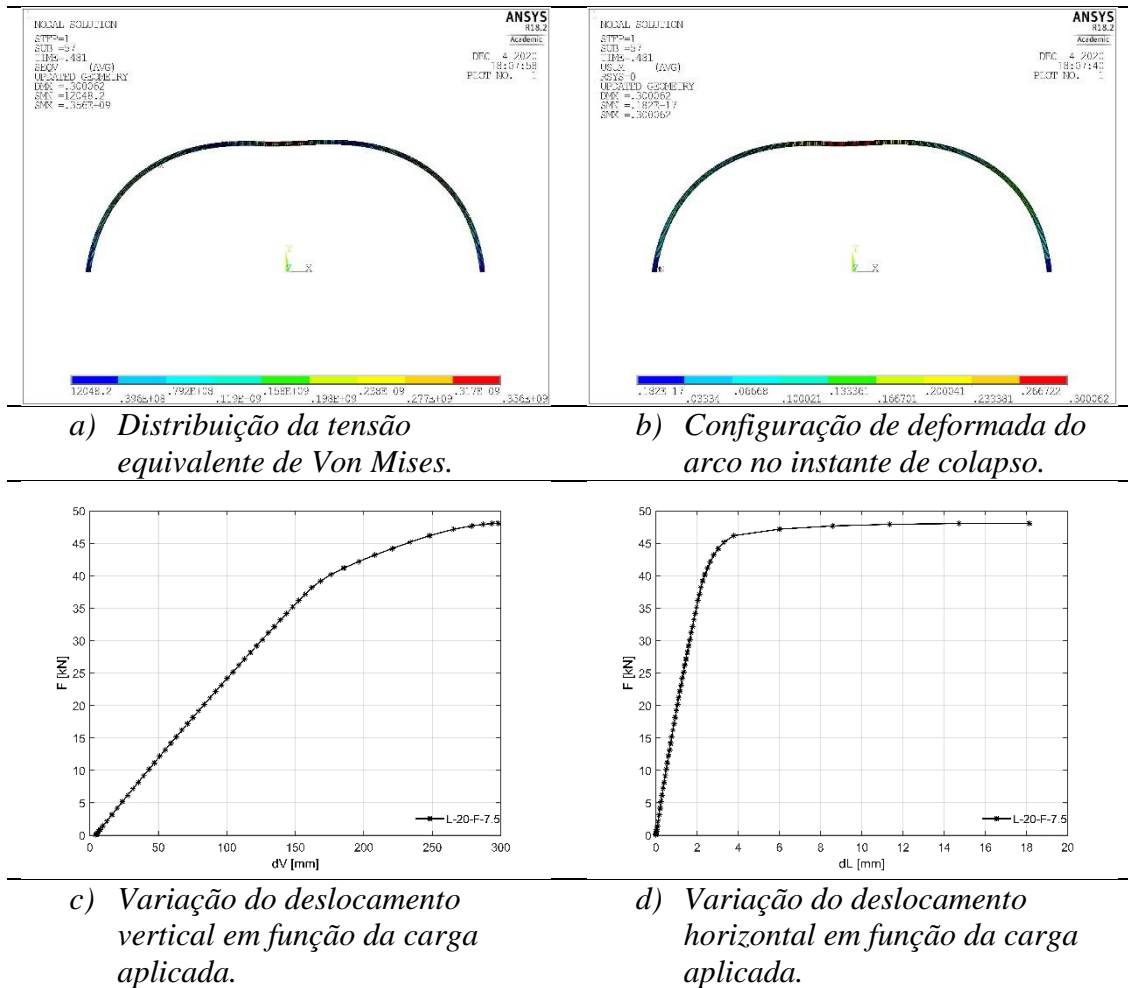
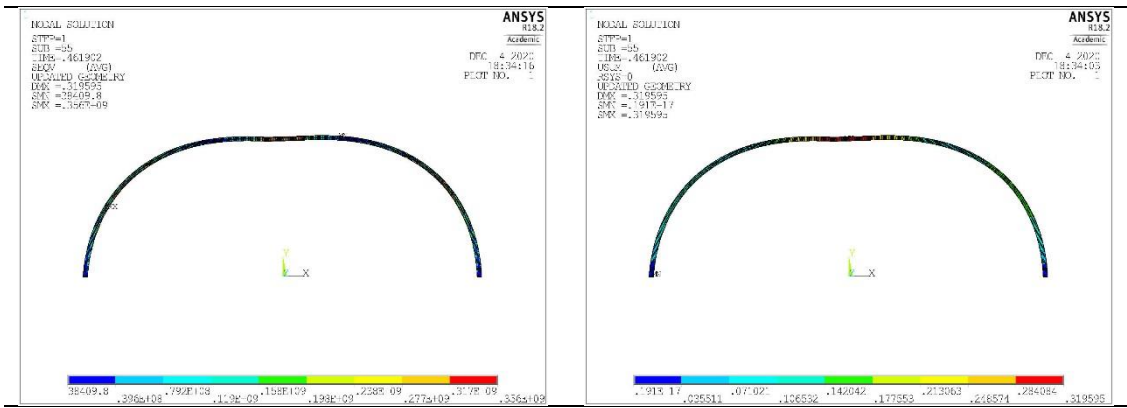
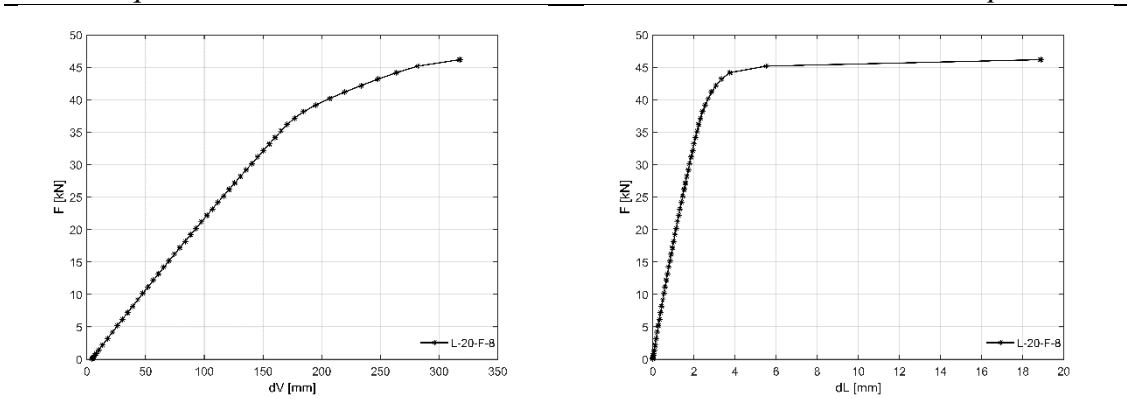


Figura 215- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=7.5 [m].



a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

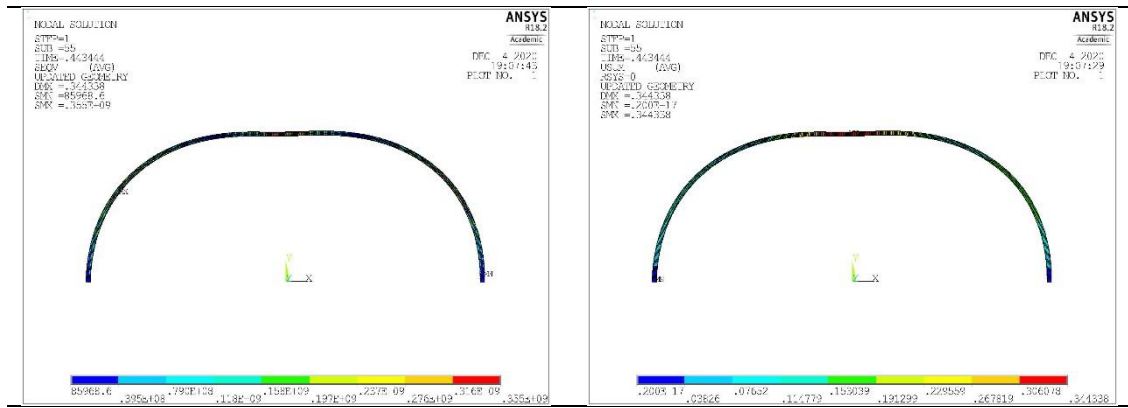
b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.

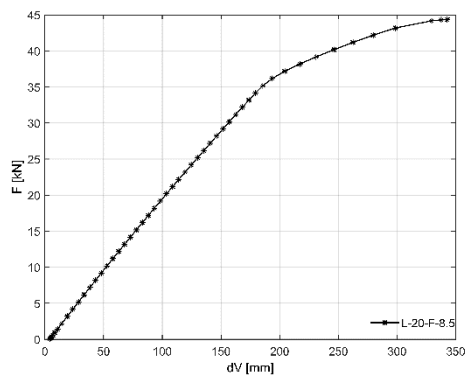
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 216- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=8 [m].

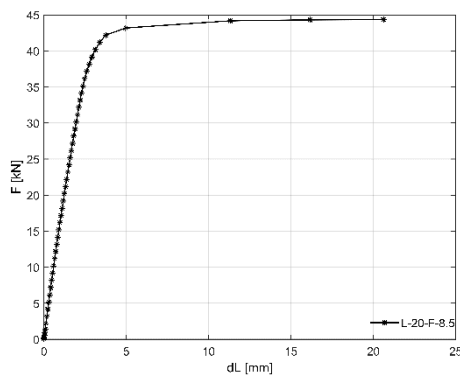


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

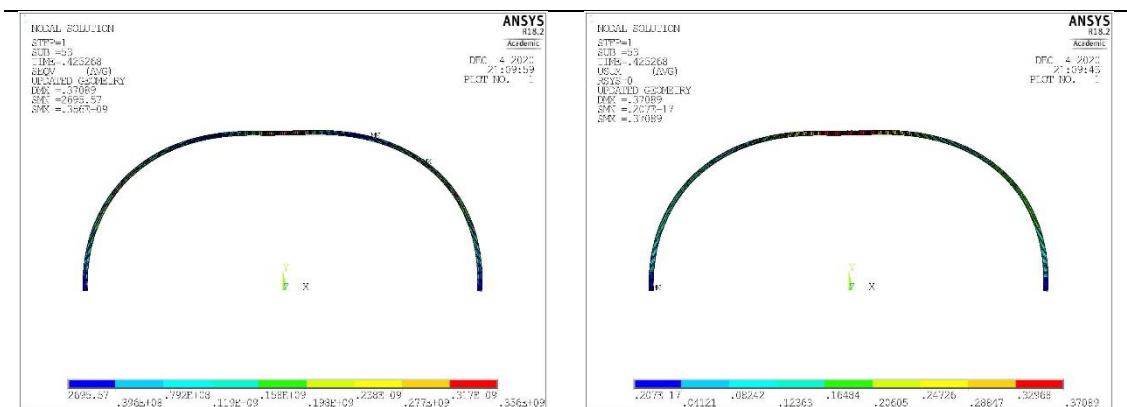


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



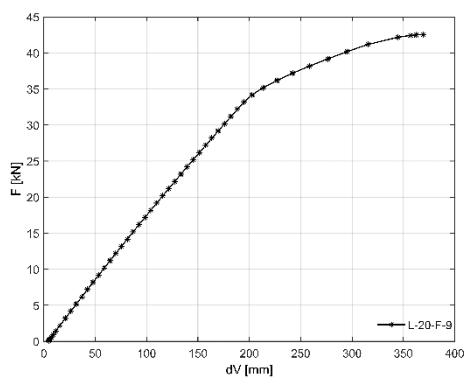
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 217- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=8.5 [m].

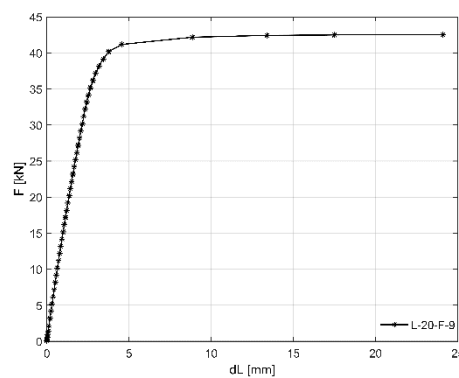


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

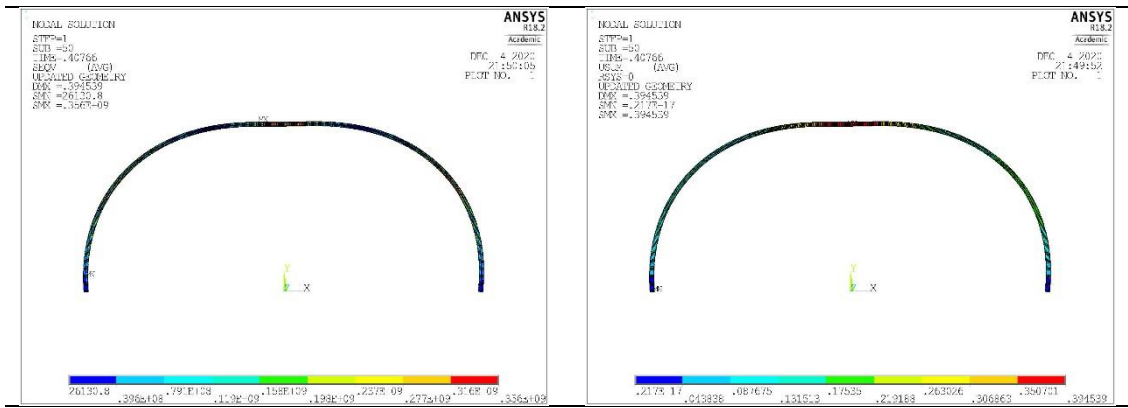


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



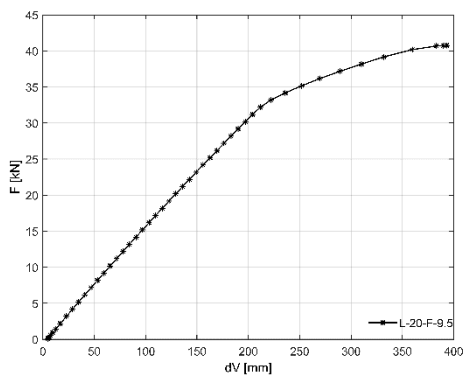
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 218- Resultados numéricos do arco com L=20 [m] e f=9 [m].

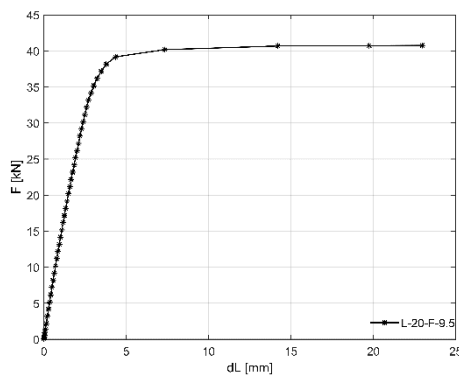


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.

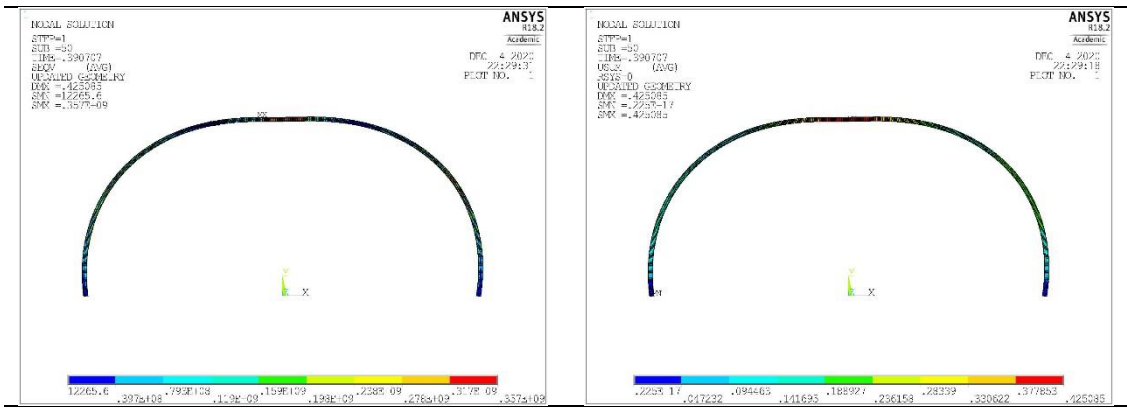


c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



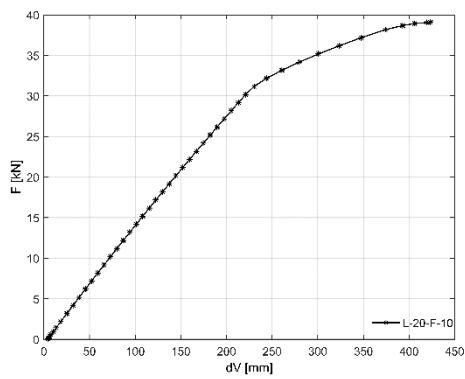
d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 219- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=9.5$  [m].

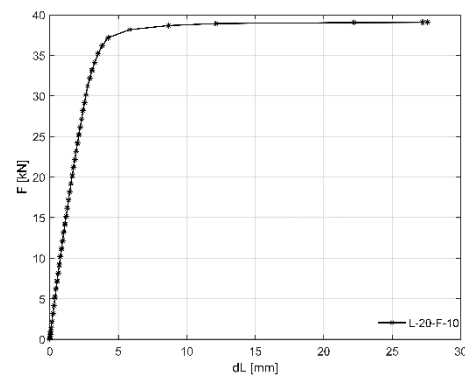


a) Distribuição da tensão equivalente de Von Mises.

b) Configuração de deformada do arco no instante de colapso.



c) Variação do deslocamento vertical em função da carga aplicada.



d) Variação do deslocamento horizontal em função da carga aplicada.

Figura 220- Resultados numéricos do arco com  $L=20$  [m] e  $f=10$  [m].