



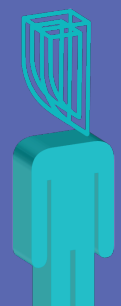
livro de atas

proceedings

V Encontro Internacional  
de **Formação na Docência**

5th International Conference  
on **Teacher Education**

**incte'20**  
international  
conference on  
teacher education



<http://incte.ipb.pt/>

### **Título | Title**

V Encontro Internacional de Formação  
na Docência | Livro de Atas

5th International Conference  
on Teacher Education | Proceedings

### **Editores | Editors**

Rui Pedro Lopes, Cristina Mesquita, Elisabete Mendes Silva, Manuel Vara Pires | Instituto Politécnico de Bragança

### **Edição de Comunicação e Design | Communication and Design Edition**

Jacinta Costa & Carlos Casimiro da Costa | Instituto Politécnico de Bragança

### **Publicação | Publisher**

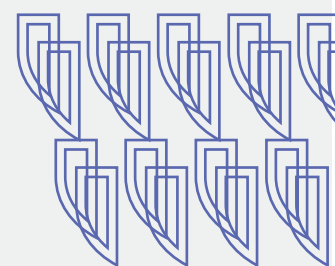
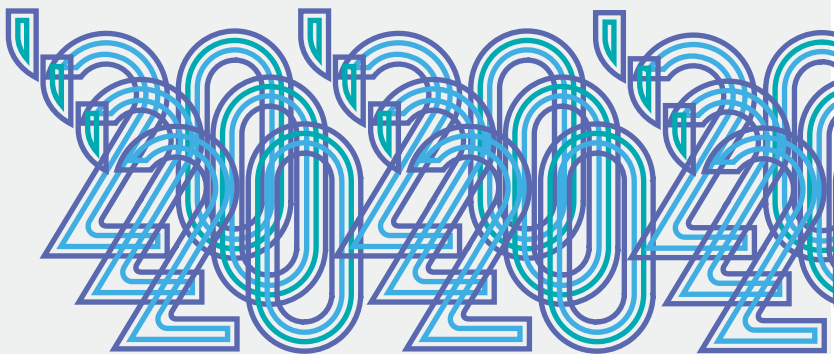
IPB | Instituto Politécnico de Bragança

### **Morada | Address**

Escola Superior de Educação de Bragança  
Campus de Santa Apolónia  
5300-253 Bragança . Portugal  
<http://incte.ipb.pt/>  
[incte@ipb.pt](mailto:incte@ipb.pt)

### **ISBN + Handle**

978-972-745-276-7 | <http://hdl.handle.net/10198/20081>



### Presidência da Comissão Organizadora | Conference Chairs

Cristina Mesquita | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

Elisabete Mendes Silva | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

Mário Cardoso | Instituto Politécnico de Bragança, Portugal

### Comissão Organizadora | Organising committee

Adorinda Gonçalves | IPB, Portugal

Angelina Sanches | IPB, Portugal

Jacinta Costa | IPB, Portugal

Luís Castanheira | IPB, Portugal

Manuel Vara Pires | IPB, Portugal

Maria do Céu Ribeiro | IPB, Portugal

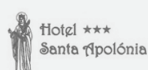
Paula Vaz | IPB, Portugal

Rui Pedro Lopes | IPB, Portugal

### Organizado por | Organised by



### Apoios | Sponsors



Contributo de técnicas de ensino à formação do professor do ensino superior . . . . .	1069
<i>Vera Cristina de Quadros, Susana Carreira, Marli Teresinha Quartieri, José Cláudio Del Pino</i>	
Desconstruindo entendimentos e usos da avaliação: estudo com estagiários de educação física . .	1081
<i>André Moura, Amândio Graça, Paula Batista</i>	
Diseño e implementación de una propuesta didáctica etnobotánica en estudios universitarios culinarios . . . . .	1093
<i>Pablo Orduna, Virginia Pascual</i>	
El encuentro intergeneracional como reflexión socio-didáctica para futuros docentes: una experiencia práctica . . . . .	1105
<i>Lidia Sanz Molina, Elena Jiménez García, Susana Gómez Redondo</i>	
Ensino e aprendizagem de álgebra linear: não vai dar primeiro a teoria?! . . . . .	1116
<i>Paula Maria Barros, José António Fernandes</i>	
Implicação dos estudantes no processo de avaliação: estudo exploratório no ensino superior . . .	1128
<i>Paula Maria Barros, Cristina Martins</i>	
Inclusão educativa: do passado ao presente . . . . .	1139
<i>Evangelina Bonifácio, Luís Castanheira, Cristina Mesquita</i>	
Modelação 2D na disciplina de ciências naturais: construção de cadeias tróficas . . . . .	1149
<i>Maria Fernanda Vicente, Maria José Rodrigues</i>	
Monitorização de práticas formativas no processo de investigação na formação de professores . .	1158
<i>Isabel Cláudia Nogueira, Daniela Gonçalves</i>	
O ensino da investigação em cursos de formação inicial de professores . . . . .	1167
<i>Paulo Jorge Santos</i>	
O processo de leitura e interpretação de gráficos: desafios e possibilidades . . . . .	1179
<i>Luane da Costa Pinto Lins Fragoso</i>	
Once upon a time... an insight into the teaching of translation history . . . . .	1192
<i>Isabel Chumbo</i>	
Os desafios na formação do egresso frente às demandas da revolução 4.0 . . . . .	1202
<i>Tanatiana Ferreira Guelbert, Marcelo Guelbert, Karla Silva, Elis Regina Duarte, Carlos Ramos</i>	
Os diplomados da UniPiaget: sua implicação na educação e no contexto laboral . . . . .	1214
<i>Euclides Manuel Lopes Furtado</i>	
Percepción de la cultura visual por parte de futuros profesores portugueses . . . . .	1226
<i>Pablo Coca Jiménez, Luís Castanheira, Manuel Vara Pires</i>	
Personality traits and organizational performance of Portuguese higher education institutions . .	1239
<i>Pedro Ribeiro Mucharreira, Marina Godinho Antunes, Maria do Rosário Teixeira Justino, Joaquín Teixeira</i>	
Training for university teachers on intellectual disabilities: an exploratory investigation . . . . .	1249
<i>Lucio Cottini, Antonella Valenti, Berta Martini, Manuela Valentini, Vincenzo Biancalana, Monica Tombolato, Alessandra Maria Straniero, Lorena Montesano, Sonia Sapia</i>	

## Ensino e aprendizagem de álgebra linear: não vai dar primeiro a teoria?!

Paula Maria Barros<sup>1</sup>, José António Fernandes<sup>2</sup>  
pbarros@ipb.pt, jfernandes@ie.uminho.pt

<sup>1</sup> *Escola Superior de Tecnologia e Gestão, Instituto Politécnico de Bragança, Portugal*

<sup>2</sup> *Universidade do Minho, Portugal*

### Resumo

As unidades curriculares de matemática no ensino superior são muitas vezes pautadas pelo insucesso. A álgebra linear não é exceção, já que é uma fonte de dificuldades para muitos estudantes desse nível de ensino, como corroboram algumas investigações nacionais e internacionais. Perante este panorama, é importante que os professores do ensino superior reflitam sobre as alterações que podem promover nas suas práticas de sala de aula, de forma a contribuir para a melhoria das aprendizagens dos estudantes. Neste sentido, desenvolveu-se uma experiência com uma turma de estudantes, que estavam a frequentar a unidade curricular de Álgebra Linear e Geometria Analítica, em que se pretendeu promover um ensino menos transmissivo, mais centrado nos estudantes, e que os incentivasse a serem participantes ativos na construção do seu conhecimento. Assim, a maioria das aulas teve como base as seguintes estratégias: (i) Os estudantes eram informados sobre os temas que iam ser abordados, sendo convidados a fazerem uma leitura prévia dos apontamentos; (ii) Na generalidade das fichas de trabalho, ou constavam diretamente as informações teóricas necessárias para a resolução das questões ou as perguntas eram apresentadas com uma sequência que conduzisse ao conceito/procedimento que se queria desenvolver; (iii) Os exercícios eram, habitualmente, resolvidos em grupo; (iv) Sempre que surgiam dúvidas comuns aos vários grupos havia um esclarecimento para toda a turma, sendo os estudantes convidados a colocarem as suas questões. A reflexão sobre a experiência realizada baseou-se num questionário final, que teve como intuito auscultar a opinião dos estudantes sobre a metodologia utilizada nas aulas. A maior parte dos estudantes, que respondeu ao questionário, considera ter tido uma participação mais ativa nas aulas e que as estratégias implementadas foram importantes para a sua aprendizagem, dando maior destaque ao trabalho em grupo e ao debate em grande grupo. Embora a maioria concorde que terem sido eles a tentar interpretar os conceitos/procedimentos, de que precisavam para responder às questões, permitiu que desenvolvessem a sua capacidade de raciocínio ou que entendessem melhor os conceitos, ainda subsiste um apego significativo ao método expositivo, pois mais de metade dos estudantes preferia que tivesse havido mais aulas desse tipo.

**Palavras-Chave:** álgebra linear, ensino superior, aprendizagem ativa.

### Abstract

Mathematics curricular units in higher education are often characterized by failure. Linear algebra is no exception, as it is a source of difficulties for many students at this level of education, as corroborated by some national and international investigations. Given this scenario, it is important that higher education teachers reflect on the changes they can

promote in their classroom practices, in order to contribute to the improvement of students' learning. In this sense, an experiment was developed with a group of students, who were attending the linear algebra and analytical geometry course, in which it was intended to promote a less transmissive teaching, more centred on the students, and to encourage them to be active participants in building their knowledge. Thus, most classes were based on the following strategies: (i) The students were informed about the topics that were going to be approached, being invited to make a previous reading of the notes; (ii) In most worksheets, the theoretical information needed to resolve the issues was directly listed or the questions were presented with a sequence that led to the concept/procedure that was wanted to be developed; (iii) The exercises were usually solved in a group; (iv) Whenever doubts common to the various groups arose, there was clarification for the entire class, with students being asked to ask their questions. The reflection on the experience carried out was based on a final questionnaire, which aimed to listen to the students' opinion about the methodology used in the classes. Most students, who answered the questionnaire, consider that they had a more active participation in classes and that the strategies implemented were important for their learning, giving greater emphasis to group work and the debate in a large group. Although most students agree that they are the ones trying to interpret the concepts/procedures, which they needed to answer the questions, it made them develop their reasoning ability or that they better understand the concepts, there is still a significant attachment to the expository method, since more than half of the students would prefer that there had been more classes of this type.

**Keywords:** linear algebra, higher education, active learning.

## 1 Introdução

A álgebra linear é uma das áreas da matemática apontada como sendo uma fonte de dificuldades para muitos estudantes do ensino superior, existindo estudos que evidenciam dificuldades tanto do ponto de vista dos conhecimentos propedêuticos que seriam necessários para acompanhar as unidades curriculares que se centram nessa área (e.g., Barros, Fernandes, & Araújo, 2016; Barros, 2018; Barros, Silva & Fernandes, no prelo; Uzuriaga, Arias, & Martinez, 2008; Uzuriaga, Arias, & Manco, 2010) como dificuldades inerentes aos próprios conteúdos de álgebra linear (Andreoli, 2005; Aygor & Burhanzade, 2014; Barros, 2018; Birinci, Delice, & Aydın, 2014; Britton & Henderson, 2009; Cardoso, Kato, & Oliveira, 2013; Cerutti & Andreoli, 2002; Dorier & Sierpinska, 2001; Hillel, 2000; Karrer, 2006; Zandieh & Andrews-Larson, 2015).

Já em 2000, Dorier, Robert e Sierpinska referiam que “há um amplo consenso em afirmar que tanto o ensino como a aprendizagem da álgebra linear são difíceis” (p. 273) e Hillel (2000) reforça esta opinião, na medida em que considera que “o ensino da álgebra a um nível universitário é quase universalmente considerado como uma experiência frustrante para professores e estudantes” (p. 191), situação que parece ainda não ter sido totalmente ultrapassada na atualidade. Desta forma, faz todo o sentido que os professores do ensino superior, para além de se preocuparem com o domínio científico dos conteúdos a trabalhar com os estudantes, tenham também em atenção o ambiente em que se desenvolve a aprendizagem (Ramos, Delgado, Afonso, Cruchinho, Pereira, Sapeta, & Ramos, 2013). Como referem Godino, Batanero e Font (2003), “temos de cuidar não somente do currículo, mas também da metodologia de ensino se queremos desenvolver a capacidade matemática dos estudantes” (p. 74).

Nesta perspectiva, torna-se relevante que os professores reflitam sobre as suas práticas e se questionem sobre a melhor forma de promover um ensino da álgebra linear que, para além de motivar os estudantes, melhore a sua aprendizagem, assim como concorra para desenvolver competências transversais que são cada vez mais importantes no mundo atual. Tendo por base esta preocupação, implementou-se, numa turma que envolvia dois cursos de licenciatura que frequentavam a unidade curricular de Álgebra Linear e Geometria Analítica, uma metodologia de ensino em que se pretendeu promover um ensino menos transmissivo, mais centrado nos estudantes, e que os incentivasse a serem participantes ativos na construção do seu conhecimento. Relativamente a essa experiência de ensino, neste texto, pretende-se analisar as opiniões dos estudantes sobre a abordagem metodológica seguida nas aulas.

## 2 Enquadramento teórico

A implementação do processo de Bolonha no ensino superior europeu pretendia atribuir aos estudantes o papel de protagonistas no processo de ensino e aprendizagem, promovendo a sua autonomia com o apoio dos professores (Caballero & Bolívar, 2015) e apostando, assim, num ensino baseado na aprendizagem ativa. No entanto, para mudar práticas, é necessário mudar conceções de ensino, tendo em atenção que no ensino superior estas estão tradicionalmente associadas à transmissão de conhecimentos. Como afirma Gonçalves (2008),

o método expositivo, no qual o professor usa a fala e o estudante usa a audição como principais canais de transmissão/receção de informação, continua a ser, em plena era da tecnologia da informação, o método mais usado pelos professores no ensino superior e para muitos, no início do século XXI, ainda é impensável lecionar no ensino superior sem recorrer à apresentação expositiva (p. 8).

A tendência para um ensino mais expositivo também é realçada por Barros (2018), Escalona (2011), Kuehn, Schwerty, Silva e Valle (2005), Moro, Viseu e Siple (2016), Rosa (2015) e Trejo e Camarena (2011).

Por exemplo, Barros (2018), num estudo com 60 professores que lecionavam álgebra linear ou unidades curriculares similares no ensino superior, constatou que, no que concerne às metodologias de trabalho, nas aulas teóricas, se destacava a exposição de conteúdos e a resolução de tarefas pelo professor, características que sugerem um ensino mais diretivo. Embora nas aulas de carácter mais prático essa tendência fosse um pouco atenuada, na medida em que, embora a resolução de tarefas pelo professor tivesse uma frequência significativa (65% utilizavam esta metodologia muitas vezes ou sempre), era a resolução individual de tarefas pelos estudantes a metodologia mais utilizada (83,4% utilizavam-na muitas vezes ou sempre). Concluiu, ainda, que a resolução de tarefas em grupo pelos estudantes nas aulas de carácter mais prático só era usada muitas vezes ou sempre por 40% dos professores.

No mesmo sentido, Trejo e Camarena (2011) num estudo com três docentes de matemática de uma universidade mexicana, em que visavam analisar as conceções dos professores relativamente ao ensino de sistemas de equações lineares com duas incógnitas, concluíram que o ensino deste objeto matemático era baseado em conceções tradicionais onde o professor é quem ensina e o estudante é quem aprende, numa atitude

passiva e com predomínio de uma visão instrumentalista da matemática, isto é, como um conjunto de regras e procedimentos e enfatizando um ensino por repetição.

Porém, como advoga Gonçalves (2008), quando bem gerido, o ensino expositivo cumpre objetivos de aprendizagem cognitiva relevantes, como a aquisição de informação e a sua compreensão, sendo também um fator decisivo para interessar o estudante por temas que até aí ignorava, iniciando-o no prazer do conhecimento e na exploração cada vez mais aprofundada dos conteúdos.

A preocupação com a aprendizagem dos estudantes em álgebra linear leva vários autores a recomendar abordagens metodológicas para o seu ensino, como seja o recurso a diferentes representações dos conceitos, a utilização de *software*, a resolução de problemas e aplicações, uma abordagem progressiva dos conceitos, relacionada, sempre que possível, com os conhecimentos anteriores dos estudantes, a leitura de textos matemáticos, os debates em pequeno e grande grupo, sendo, muitas vezes, sugerida uma combinação de várias estratégias.

Por exemplo, Celis, Kurdobrin, Pérez, Sabatinelli e Guzmán (2012) salientam o interesse didático da leitura de textos matemáticos pelo facto desse trabalho ser análogo, em certos aspetos, à resolução de problemas. Na sua perspetiva, os estudantes devem ler diariamente os enunciados dos exercícios e problemas, assim como os apontamentos que tomaram durante a aula. Como essa leitura exige um esforço e, por vezes, um esforço criativo, uma certa “colaboração” com o autor do texto, torna a atividade de ler numa situação de aprendizagem. Do ponto de vista dos autores, os professores hesitam em utilizar o texto matemático como meio de aprendizagem porque consideram que a sua leitura é mais complicada do que noutras áreas, já que a matemática, para além de ter uma simbologia que lhe é própria, tem ainda uma sintaxe particular.

Em alguns estudos com estudantes do ensino superior (Barros, 2018; Henriques & Ponte, 2008), o trabalho em grupo também é reconhecido por estes como uma estratégia significativa para a sua aprendizagem. Por exemplo, Barros (2018) constatou que mais de três quartos dos estudantes, que participaram na sua investigação, concordam ou concordam totalmente que a interação e discussão estabelecida no seio do grupo contribuíram para a partilha e a construção conjunta de novo conhecimento (92,8%), ultrapassar algumas das dificuldades (89,3%), evitar que cometessem erros que provavelmente fariam se resolvessem individualmente as tarefas (89,2%) e sentir mais confiança nas suas capacidades (85,7%).

Godino et al. (2003) são, igualmente, da opinião que a comunicação matemática entre estudantes e entre estes e o professor é importante, pelos seguintes motivos:

- Quando se pede aos estudantes que pensem e raciocinem sobre a matemática e que comuniquem os resultados do seu pensamento, de maneira oral ou escrita, eles aprendem a ser claros e convincentes;
- Quando os estudantes escutam as explicações dos colegas, têm a oportunidade de desenvolver as suas próprias interpretações. Os debates que permitem explorar ideias matemáticas de distintas perspetivas ajudam os participantes a ajustar o seu pensamento e a fazer conexões;
- Quando os estudantes participam em discussões nas quais têm de justificar as suas respostas – especialmente quando há desacordos – melhoram a sua compreensão matemática, na medida em que têm de convencer os seus companheiros do seu

ponto de vista. Esta atividade ajuda, ainda, os estudantes a desenvolver uma linguagem para expressar ideias matemáticas e torna-os conscientes da necessidade de usar uma linguagem precisa.

Em suma, como referem Godino et al. (2003),

os alunos que têm oportunidade, estímulo e apoio para falar, escrever, ler e escutar nas aulas de matemática recebem um duplo benefício: melhoram a sua aprendizagem matemática enquanto aprendem a comunicar de maneira matemática (p. 36).

### 3 Enquadramento metodológico

O estudo foi desenvolvido no âmbito da unidade curricular (UC) de Álgebra Linear e Geometria Analítica dos cursos de Licenciatura em Engenharia Química e de Licenciatura em Tecnologia Biomédica, cujas aulas decorreram conjuntamente numa mesma turma. A UC é lecionada no 1.º ano do 1.º semestre e, em termos de conteúdos gerais, abarca os temas Números complexos, Matrizes e determinantes, Sistemas de equações lineares, Geometria analítica no plano e no espaço, Espaços vetoriais, Transformações lineares e Valores e vetores próprios.

Nas aulas da UC seguiram-se, essencialmente, as seguintes estratégias:

- 1) Os estudantes eram informados sobre os temas que iam ser abordados, sendo convidados a fazer uma leitura prévia dos apontamentos disponibilizados;
- 2) Na generalidade das fichas de trabalho, ou constavam diretamente as informações teóricas necessárias para a resolução das questões ou as perguntas eram apresentadas com uma sequência que conduzisse ao conceito/procedimento que se queria desenvolver;
- 3) Os exercícios eram, habitualmente, resolvidos em grupo;
- 4) Sempre que surgiam dúvidas comuns aos vários grupos havia um esclarecimento para toda a turma, sendo os estudantes convidados a colocarem as suas questões.

Quando havia necessidade de clarificar a resolução de tarefas para todos, no sentido de se efetuar alguma correção ou esclarecer dúvidas, os estudantes eram convidados a ir ao quadro para expor a sua resolução ou a resolução do grupo.

Os participantes do presente estudo foram os estudantes que frequentavam a UC, sendo os dados usados neste texto referentes aos 33 estudantes que responderam ao questionário final. As idades destes variavam entre os 17 e os 26 anos, sendo a moda 18 e 19 anos e a mediana 19 anos.

Como decorre do que foi mencionado antes, a avaliação da experiência realizada baseou-se, essencialmente, nos dados do questionário aplicado aos estudantes na última aula do semestre. Neste, para além de algumas informações gerais acerca dos estudantes, era solicitada a sua opinião sobre as várias estratégias seguidas na UC.

Na análise de dados do questionário foram utilizadas técnicas de estatística descritiva, nomeadamente o cálculo de frequências organizadas em tabelas como forma de estruturar e sintetizar a informação. No caso das respostas abertas, definiram-se categorias *a posteriori*, de acordo com as respostas dadas pelos estudantes.

#### 4 Resultados e discussão

Nesta secção apresentam-se e discutem-se os resultados do estudo, organizados segundo as várias dimensões do questionário: 1) dificuldades; 2) metodologia seguida; 3) trabalho de grupo; e 4) estratégias e aprendizagem.

No que diz respeito às dificuldades em acompanhar as aulas da UC, pela Tabela 1 verifica-se que a maioria dos estudantes refere que poucas vezes (66,7%) ou nunca (9,1%) as teve. Quando elas foram sentidas, a razão mais apontada é o facto de estarem habituados a que houvesse mais aulas expositivas (66,7% C ou CT), logo seguida da falta de estudo e aplicação (54,5% C ou CT).

Tabela 1: Razões a que se devem as dificuldades dos estudantes em acompanhar a UC.

Origem das dificuldades	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Falta de pré-requisitos do ensino secundário	36,4	21,2	27,3	15,2
Falta de motivação para a matemática	36,4	48,5	9,1	3,0
Falta de concentração nas aulas	21,2	36,4	27,3	15,2
Dificuldade em compreender as explicações da professora	33,3	45,5	15,2	6,1
Excessiva abstração dos conteúdos	30,3	33,3	30,3	3,0
Não gostar de trabalhar em grupo	66,7	21,2	12,1	0,0
Ter receio/não sentir à-vontade para colocar dúvidas	39,4	30,3	21,2	9,1
Não ter escolhido os colegas certos quando havia trabalho em grupo	60,6	30,3	9,1	0,0
Falta de estudo e aplicação	9,1	33,3	45,5	9,1
Pouca assiduidade às aulas	54,5	30,3	6,1	3,0
Não ter comparecido às aulas logo no início do semestre	39,4	24,2	9,1	27,3
Não ter lido previamente os apontamentos	9,1	42,4	39,4	9,1
Estar habituado a que houvesse mais aulas expositivas	9,1	21,2	57,6	9,1
Não me adaptar às metodologias utilizadas nas aulas	18,2	33,3	36,4	9,1

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Relativamente à metodologia seguida nas aulas da UC, pode-se constatar pela Tabela 2 que, em termos gerais, para além de ser favorável do ponto de vista da motivação dos estudantes, concorreu para o seu maior envolvimento nas aulas. Existe, no entanto, uma percentagem significativa de estudantes que preferia que tivesse havido um maior foco na exposição de conteúdos. Nomeadamente, preferiam que tivesse havido mais aulas expositivas (60,6% C ou CT) e que a professora tivesse exposto primeiro todos os conteúdos antes de os mandar resolver os exercícios (62,7% C ou CT). Facto que pode ter a ver com a dificuldade de adaptação a uma nova abordagem quando se está mais habituado a um método mais expositivo.

Tabela 2: Opinião dos estudantes sobre a metodologia seguida nas aulas da UC.

Opiniões	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Preferia que tivesse havido mais aulas expositivas	15,2	24,2	33,3	27,3
Senti-me mais motivado com este tipo de aulas, do que com aulas expositivas	6,1	30,3	42,4	18,2
Aprenderia melhor se fosse a professora a expor os conteúdos	6,1	24,2	42,4	24,2
Aprenderia melhor se fosse apenas a professora a resolver os exercícios	30,3	60,6	9,1	0,0
Estaria mais atento nas aulas se fosse a professora a expor e a resolver tudo	39,4	48,5	9,1	3,0
A metodologia seguida fez com que eu participasse mais ativamente nas aulas	6,1	15,2	48,5	30,3
Com as indicações dadas na ficha, normalmente conseguia ir resolvendo os exercícios	3,0	24,2	69,7	3,0
Ser eu a tentar interpretar os conceitos/procedimentos, de que precisava para responder às questões, fez com que desenvolvesse a minha capacidade de raciocínio	3,0	9,1	63,6	24,2
Ser eu a tentar interpretar os conceitos/procedimentos de que precisava para responder às questões, fez com que entendesse melhor a “matéria”	3,0	42,4	39,4	15,2
Preferia que a professora tivesse exposto primeiro todos os conteúdos antes de nos mandar resolver os exercícios	9,1	18,2	24,2	48,5
Aprendi mais resolvendo eu os exercícios, do que se tivesse apenas passado as resoluções do quadro	0,0	9,1	42,4	48,5

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

No que concerne ao trabalho de grupo, como se pode constatar pela Tabela 3, foi mais motivante para os estudantes resolver as tarefas com os colegas do que fazê-lo individualmente (100% C ou CT) ou do que apenas passar do quadro as resoluções efetuadas pela professora (97% C ou CT). Para além disso, trabalhar em grupo ajudou-os a estar mais motivados para a resolução dos exercícios (93,9% C ou CT) e também a ultrapassar algumas dificuldades (87,9 % C ou CT). De forma implícita também está presente o aspeto da motivação extrínseca, já que os trabalhos correspondiam a 20% da classificação final, aspeto que pode explicar a razão de todos os estudantes concordarem ou concordarem totalmente que o facto de terem de entregar o trabalho no final da aula fez com que se aplicassem mais na resolução das tarefas. No entanto, também se verifica que os estudantes se sentiam dependentes do professor, ao afirmarem ter dificuldade em iniciar a resolução das tarefas (57,6% C ou CT) e precisar da professora para tirar dúvidas (63,6% C ou CT).

Tabela 3: Opinião sobre o trabalho desenvolvido no grupo.

Opiniões	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Participei ativamente nas discussões do grupo	0,0	6,1	39,4	42,4

Discutíamos em conjunto as respostas às questões	0,0	12,1	54,5	30,3
Preferia ter trabalho sozinho em vez de ter trabalhado em grupo	57,6	27,3	9,1	3,0
Foi mais motivante resolver as tarefas em grupo do que apenas passar do quadro as resoluções efetuadas pela professora	0,0	3,0	21,2	75,8
Foi mais motivante resolver as tarefas com os meus colegas do que resolvê-las individualmente	0,0	0,0	39,4	60,6
Tínhamos quase sempre dificuldades em iniciar a resolução das tarefas	6,1	36,4	45,5	12,1
Progredimos pouco na resolução das tarefas enquanto a professora não ajudava a tirar dúvidas	18,2	39,4	27,3	15,2
Ter de entregar o trabalho realizado no final da aula fez com que me aplicasse mais na resolução das tarefas	0,0	0,0	51,5	48,5
Trabalhar em grupo fez com que me motivasse mais para a resolução dos exercícios	3,0	3,0	63,6	30,3
Trabalhar em grupo ajudou-me a ultrapassar algumas dificuldades	3,0	9,1	51,5	36,4
Tínhamos dificuldades na resolução das tarefas enquanto a professora não ajudava a tirar dúvidas	12,1	24,2	54,5	9,1

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Ainda na dimensão trabalho de grupo, mas no domínio da interação e debate entre pares, constata-se pela Tabela 4 que a maior parte dos estudantes concorda ou concorda totalmente que a interação e discussão no seio do grupo os ajudou a desenvolver algumas competências como a autoconfiança, a capacidade de argumentação e a autonomia, assim como contribuiu para ultrapassar dificuldades e evitar erros que poderiam cometer se resolvessem individualmente as tarefas.

Tabela 4: Contributos da interação e discussão no grupo.

Contributos	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
A partilha e a construção conjunta de novo conhecimento	0,0	3,0	39,4	57,6
Ultrapassar algumas das minhas dificuldades	3,0	0,0	54,5	42,4
Evitar que cometesse erros que provavelmente faria se resolvesse individualmente as tarefas	3,0	0,0	42,4	54,5
Desenvolver a minha autonomia, na medida em que me permitiu resolver as tarefas sem estar sempre à espera das resoluções da professora	3,0	6,1	54,5	36,4
Desenvolver a minha capacidade de argumentação	6,1	0,0	69,7	24,2
Sentir mais confiança nas minhas capacidades	6,1	0,0	57,6	36,4
Aumentar as minhas dificuldades	63,6	27,3	9,1	0,0

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Por último na dimensão estratégias, verifica-se pela Tabela 5 que a maioria dos estudantes considerou que as estratégias utilizadas na aula foram importantes para a sua aprendizagem. Especificamente, destacam-se a discussão em grande grupo (93,9% C ou CT), o trabalho de grupo nas aulas (93,9% C ou CT), a resolução no quadro de algumas tarefas pela professora (87,9% C ou CT), a resolução no quadro de exercícios pelos colegas (84,9% C ou CT) e o debate em pequeno grupo (84,8% C ou CT).

Tabela 5: Importância das estratégias para a aprendizagem.

Estratégias	% de estudantes			
	DT	D	C	CT
Discussão em grande grupo (alunos e professora)	3,0	3,0	51,5	42,4
Debate em pequeno grupo (quando realizaram os trabalhos)	6,1	9,1	51,5	33,3
Resolução de algumas tarefas no quadro pela professora	3,0	9,1	42,4	45,5
Trabalho em grupo nas aulas	0,0	6,1	45,5	48,5
Resolução no quadro de exercícios pelos colegas	0,0	15,2	66,7	18,2
Resolução por mim de exercícios no quadro	6,1	12,1	57,6	24,2
A leitura e interpretação das fichas de trabalho ser realizada pelos alunos	3,0	27,3	45,5	24,2
Ser eu a ter de ler e interpretar as definições para resolver os exercícios	3,0	21,2	57,6	18,2
Ser eu a descobrir os procedimentos de cálculo com base nas indicações das fichas	3,0	27,3	51,5	18,2
Ser eu a ter de resolver os exercícios das fichas de trabalho	3,0	18,2	54,5	21,2

DT – Discordo totalmente; D – Discordo; C – Concordo; CT – Concordo totalmente.

Quando questionados sobre os aspetos que lhes agradaram mais, 70% dos estudantes realçaram o trabalho em grupo, como se exemplifica pelos comentários de dois deles: “Trabalhar em grupo uma vez que ajudou os alunos a aprender de uma maneira mais dinâmica” (A3); “Poder trabalhar em grupo ajuda a partilhar conhecimento e experiência entre colegas, além de ajudar na nota” (A7).

Embora menos frequentes, há também referências à vantagem das aulas serem mais práticas, à descoberta das dificuldades, ao *feedback* da professora, ao contributo dos estudantes, ao desenvolvimento de competências e à forma de estruturação das fichas de trabalho, como se pode constatar pelas seguintes afirmações dos estudantes: “O facto de serem os alunos a resolver os exercícios, ter muitas aulas práticas e poucas teóricas” (A18); “O facto de descobrirmos as nossas dificuldades e a professora esclarecer-nos logo” (A20); “As fichas de trabalho terem as definições” (A10); “O facto de ter mais autoconfiança na resolução dos problemas, desenvolvimento de interpretação” (A4).

Quanto aos aspetos que agradaram menos aos estudantes, o mais mencionado, já identificado em respostas anteriores, foi o facto de não haver exposição prévia dos conteúdos antes de realizarem as tarefas de aula, de que são exemplos as seguintes afirmações: “Começar logo a fazer exercícios no início da aula sem exposição da matéria antes” (A1); “O facto de termos que ler a matéria em casa em vez desta ser exposta na

aula” (A3); “Às vezes necessitava de alguma teórica para poder resolver os exercícios, mas compensava por a professora dar indicações e tirar dúvidas” (A5); “Aprender a matéria através dos conceitos explícitos nas fichas de trabalho” (A19).

Finalmente, há ainda quem refira que é uma questão de adaptação a essa nova metodologia: “Por vezes era difícil saber fazer um exercício, quando não sabemos como fazer, mas com o passar do tempo adaptei-me a esse método” (A2).

## 5 Conclusões e reflexões

De acordo com as opiniões dos estudantes, a metodologia seguida nas aulas promoveu o seu envolvimento significativo nas tarefas e contribuiu para o desenvolvimento de competências como a autonomia, a capacidade de raciocínio, de argumentação e de comunicação matemática. Quanto às estratégias utilizadas na aula em termos da sua importância para a aprendizagem, evidencia-se a discussão em grande grupo e o trabalho em grupo nas aulas.

A maior parte dos estudantes sentiu-se mais motivado com o tipo de aulas proposto do que com aulas expositivas e considerou que o facto de terem de interpretar os conceitos/procedimentos que precisavam para responder às questões fez com que entendessem melhor a “matéria”. No mesmo sentido, também a maioria dos estudantes considera como estratégias importantes para a sua aprendizagem o facto de ser realizada por eles a leitura e interpretação das fichas de trabalho, a leitura e interpretação das definições para resolver os exercícios e a descoberta dos procedimentos de cálculo com base nas indicações das fichas.

Por outro lado, o apelo à necessidade de efetuar a exposição teórica dos conteúdos antes da realização das tarefas da aula revela uma certa contradição com a perspectiva ativa, que foi perceptível nos comentários de alguns estudantes: “Mas não vai dar primeiro a teoria?!”, quando se explicou a metodologia a seguir nas aulas ou quando eram propostas tarefas sobre um tema novo. Portanto, parece existir, por parte de alguns estudantes, uma valorização das rotinas habituais de aprendizagem em detrimento das novas experiências vivenciadas.

Contudo, quase todos os estudantes rejeitam que estariam mais atentos nas aulas se fosse a professora a expor e a resolver tudo, donde se pode concluir que a necessidade de um ensino mais diretivo é mais alusiva aos conteúdos teóricos do que à própria resolução dos exercícios. Note-se, ainda, que, embora uma percentagem significativa de estudantes considerasse que aprenderia melhor se fosse a professora a expor os conteúdos, muito poucos são da mesma opinião quando o foco é a resolução dos exercícios.

Em síntese, do presente estudo destacam-se duas conclusões fundamentais. A primeira é que, em geral, os estudantes aderiram às metodologias mais ativas implementadas no ensino e aprendizagem da UC de Álgebra Linear e Geometria Analítica, tal como Ramos et al. (2013) e Godino et al. (2003) preconizam. A segunda é que as experiências de aprendizagem anteriores dos estudantes moldam a sua forma de encarar o processo de ensino e aprendizagem, sendo essa perspectiva difícil de alterar.

## 6 Referências

- Andreoli, D. I. (2005). Construcción de los conceptos de dependencia e independencia lineal de vectores en alumnos de primer año de la universidad (Tercera fase). In *Comunicações Científicas y Tecnológicas 2005*. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina. Acedido em <http://host140.200-45-54.telecom.net.ar/unnevieja/Web/cyt/com2005/9-Educacion/D-004.pdf>
- Aygor, N., & Burhanzade, H. (2014). The comparative analyzes of the student's performance about matrix in Student Selection Exam (ÖSS) and the Approved Lecture Books of Ministry for the National Education (MEB). *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 136, 360-369. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.05.342>
- Barros, P. M. (2018). *O ensino e a aprendizagem de conceitos de álgebra linear no ensino superior politécnico*. Tese de doutoramento, Universidade do Minho, Portugal. Disponível em <http://repositorium.sdum.uminho.pt/handle/1822/56688>
- Barros, P. M., Fernandes, J. A., & Araújo, C. M. (2016). Prontidão de alunos do ensino superior para a aprendizagem da álgebra linear. *Educação Matemática Pesquisa*, 18(1), 43-59.
- Barros, P. M., Silva, F., & Fernandes, J. A. (no prelo). Transição secundário-superior: diagnóstico dos conhecimentos matemáticos de alunos portugueses e africanos. In *LUSOCONF2019 - II Encontro Internacional de Língua Portuguesa e Relações Lusófonas: livro de atas*. Bragança: Instituto Politécnico de Bragança.
- Birinci, D. K., Delice, A., & Aydın, E. (2014). University students' solution processes in systems of linear equation. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 152, 563-568. doi: <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2014.09.244>
- Britton, S., & Henderson, J. (2009). Linear algebra revisited: an attempt to understand students' conceptual difficulties. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 40(7), 963-974. doi: <https://doi.org/10.1080/00207390903206114>
- Caballero, K., & Bolívar, A. (2015). El profesorado universitario como docente: hacia una identidad profesional que integre docencia e investigación. *Revista de Docencia Universitaria*, 13(1), 57-77.
- Cardoso, V. C., Kato, L. A., & Oliveira, S. R. (2013). Um estudo no campo conceitual de Vergnaud aplicado às matrizes: uma investigação acerca dos invariantes operatórios. *Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 8, 95-116. doi: <https://doi.org/10.5007/1981-1322.2013v8nespp95>
- Celis, M. B., Kurdobrin, A. I., Pérez, M. V., Sabatinelli, P. A., & Guzmán, M. E. (2012). Una propuesta para evaluar la comprensión de algunos conceptos básicos del álgebra lineal. In D. C. Veiga (Ed.), *Acta de la IX Conferencia Argentina de Educación Matemática* (pp. 263-267). Buenos Aires: SOAREM – Sociedad Argentina de Educación Matemática.
- Cerutti, R. A., & Andreoli, D. I. (2002). Construcción de los conceptos de dependencia e independencia lineal de vectores en alumnos de primer año de la universidad (Primera fase). In *Comunicações Científicas y Tecnológicas 2002*. Universidad Nacional del Nordeste, Argentina. Acedido em <http://www.unne.edu.ar/unnevieja/Web/cyt/cyt/2002/09-Educacion/D-018.pdf>
- Dorier, J.-L., & Sierpinska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. In D. Holton (Ed.), *The teaching and learning of mathematics at university level* (pp. 255-273). Kluwer Academic Publishers.
- Dorier, J.-L., Robert, A., & Sierpinska, A. (2000). Conclusion. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 273-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Escalona, M. (2011). El perfeccionamiento de la enseñanza de la matemática en la educación superior. Su concreción en las carreras de ingeniería en la Universidad de Holguín.

- Revista Iberoamericana de Educación*, 56(4), 1-13. doi: <https://doi.org/10.35362/rie5641496>
- Godino, J. D., Batanero, C., & Font, V. (2003). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas para maestros. Matemáticas y su didáctica para maestros — Manual para el estudiante*. Acedido em <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>
- Gonçalves, S. (2008). Método expositivo. In S. Gonçalves, D. Soeiro, & S. Silva (Eds.), *Pedagogia no ensino superior* (pp. 5-22). Coimbra: Escola Superior de Educação de Coimbra.
- Henriques, A. C., & Ponte, J. P. (2008). Atividades de investigação na aprendizagem de análise numérica. *Revista de Educação*, 16(2), 5-32.
- Hillel, J. (2000). Modes of description and the problem of representation in linear algebra. In J.-L. Dorier (Ed.), *On the teaching of linear algebra* (pp. 191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Karrer, M. (2006). *Articulação entre álgebra linear e geometria: um estudo sobre as transformações lineares na perspectiva dos registros de representação semiótica*. Tese de doutoramento, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil. Disponível em <https://tede.pucsp.br/handle/handle/11068>
- Kuehn, A., Schwerty, S. L., Silva, V. C., & Valle, J. A. B. (2005). Qual é o papel da matemática nos cursos de engenharia? Reflexões de um professor de matemática. In *Anais do XXXIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia - COBENGE 2005*.
- Moro, G., Viseu, F. A. V., & Siple, I. Z. (2016). Ensino de álgebra linear: traços de uma pesquisa. In *Anais do II COLBEDUCA - Colóquio Luso-Brasileiro de Educação* (pp. 243-256). Joinville, Brasil: Universidade do Estado de Santa Catarina, Universidade do Minho.
- Ramos, A., Delgado, F., Afonso, P., Cruchinho, A., Pereira, P., Sapeta, P., & Ramos, G. (2013). Implementação de novas práticas pedagógicas no ensino superior. *Revista Portuguesa de Educação*, 26(1), 115-141.
- Rosa, S. M. T. (2015). *Matemática e o ensino da matemática na universidade: concepções de professores do ensino superior*. Tese de doutoramento, Universidade de Évora, Portugal. Disponível em <http://hdl.handle.net/10174/14127>
- Trejo, E., & Camarena, P. (2011). Concepciones de los profesores y su impacto en la enseñanza de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. In P. Leston (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (Vol. 27, pp. 1095-1103). México, DF: Colegio Mexicano de Matemática Educativa A.C. e Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A.C.
- Uzuriaga, V. L., Arias, J. J., & Manco, D. G. (2010). Algunas causas que determinan el bajo rendimiento académico en el curso de álgebra lineal. *Scientia et Technica*, 1(44), 286-291. doi: <http://dx.doi.org/10.22517/23447214.1849>
- Uzuriaga, V. L., Arias, J. J., & Martinez, A. (2008). Diagnóstico y análisis de algunas causas que dificultan el aprendizaje del algebra lineal en estudiantes de ingeniería. *Scientia et Technica*, 2(39), 404-409.
- Zandieh, M., & Andrews-Larson, C. (2015). Solving linear systems: augmented matrices and reconstruction of x. In T. Fukawa-Connelly, N. E. Infante, K. Keene, & M. Zandieh (Eds.), *Proceedings of the 18th Annual Conference on Research in Undergraduate Mathematics Education* (pp. 1072-1078). Pittsburgh, Pennsylvania: The Special Interest Group of the Mathematics Association of America (SIGMAA) for Research in Undergraduate Mathematics Education.